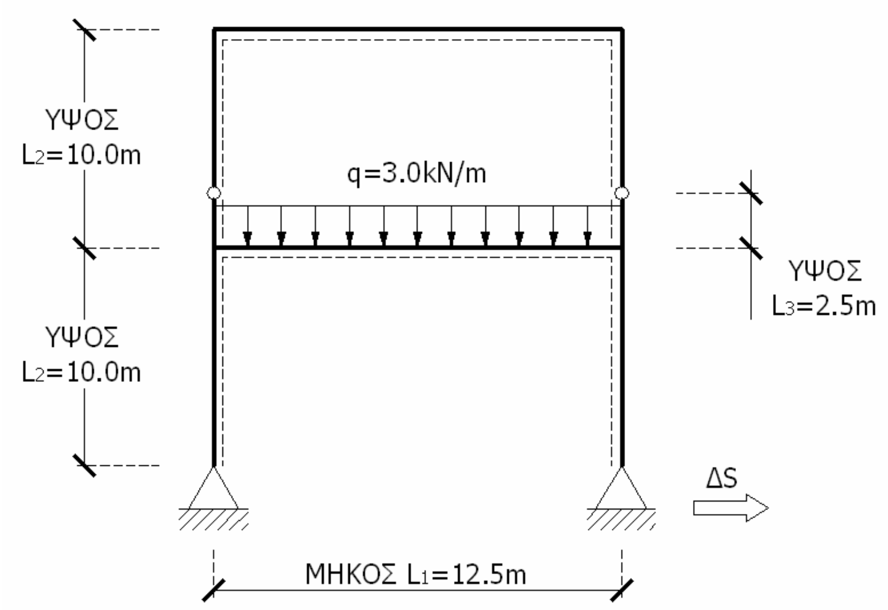
ΑΣΚΗΣΗ 7

ΔΕΔΟΜΕΝΑ:

Για τον πλαισιωτό φορέα του σχήματος να καθοριστούν τα διαγράμματα M, Q, N για ομοιόμορφο φορτίο και αρχική μετατόπιση κόμβου.



Δίνονται:

$\Delta s = 3cm$

$EI = 8{,}82 \cdot 10^4\, KNm^2$

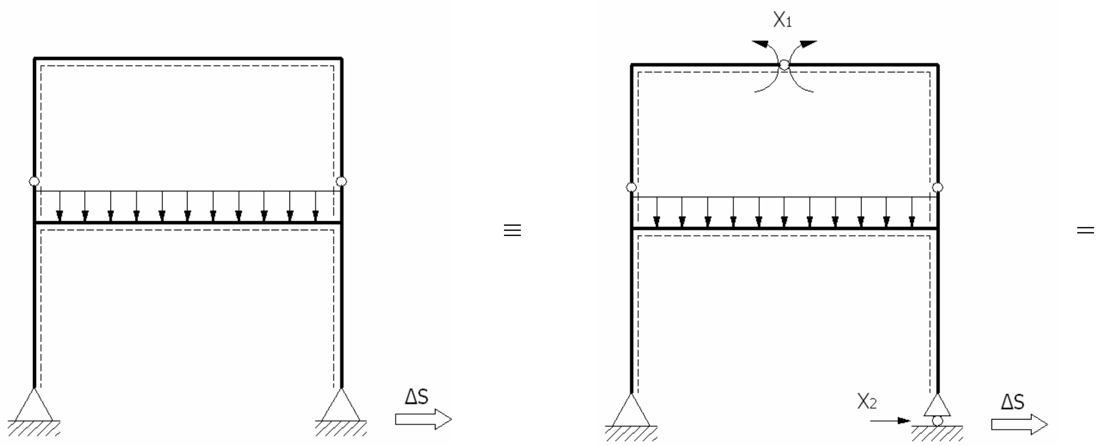
ΕΠΙΛΥΣΗ:

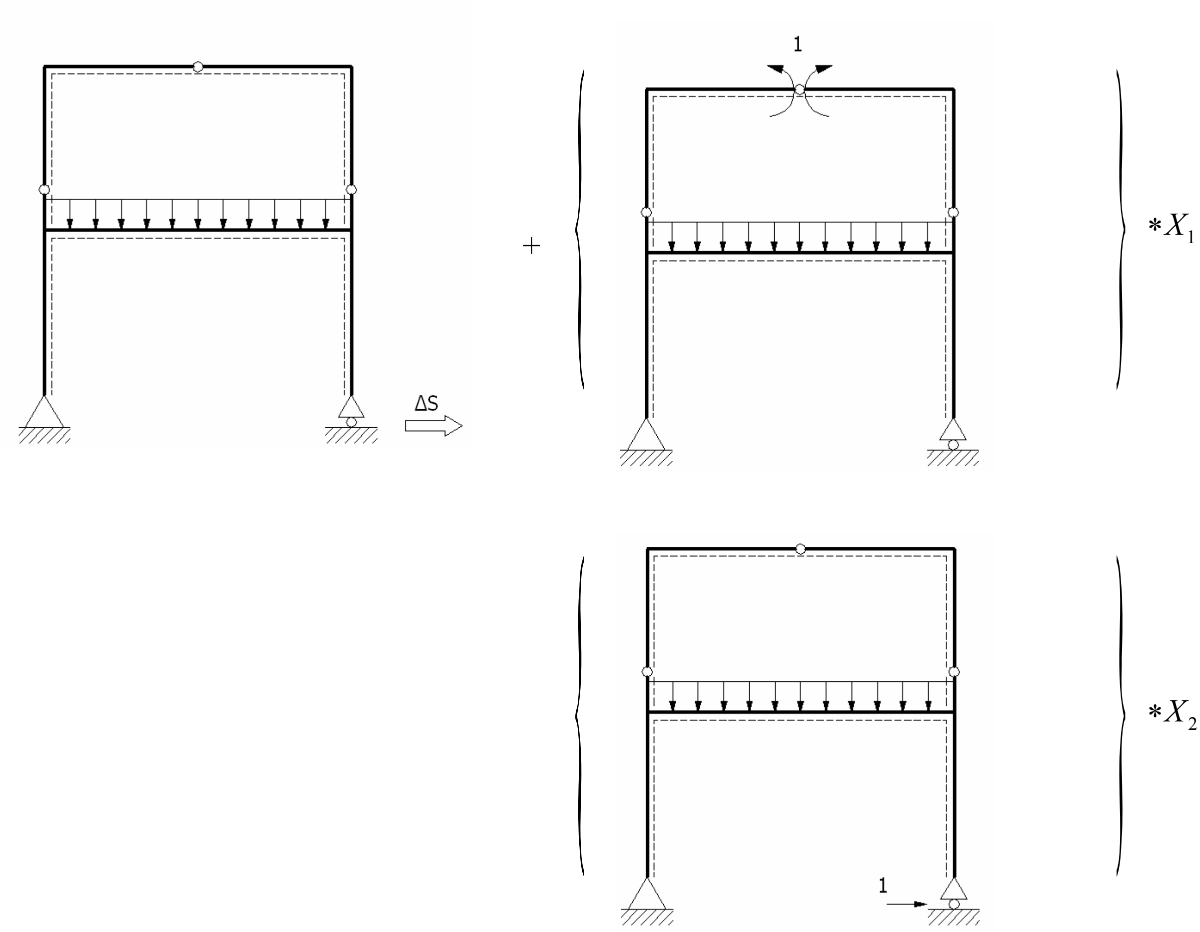
Εύρεση στατικής αοριστίας

Βαθμός στατικής αοριστίας: n = a + z -3p,
όπου a = 4 (αριθμός των αντιδράσεων)
z = 4 (δυνάμεις μεταβιβάσεως - 2 για κάθε εσωτερική άρθρωση)
και p = 2 (αριθμός δίσκων)

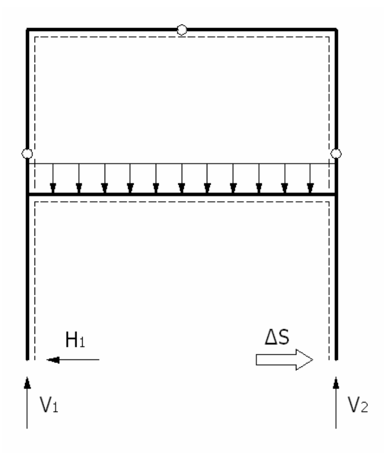
n=2 φορές στατικώς αόριστο

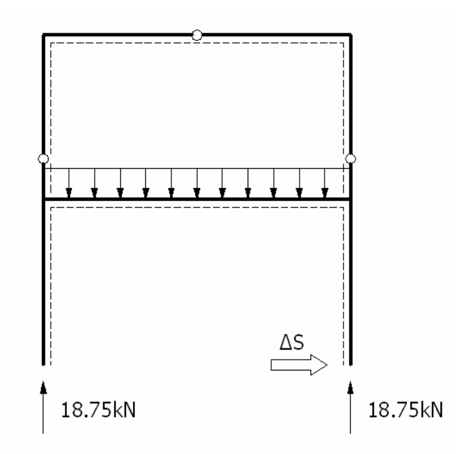
Ο φορέας είναι δύο φορές υπερστατικός και για να αποκτήσουμε ισοστατικό σύστημα δίνουμε οριζόντια κινητότητα στη δεξιά στήριξη και παρεμβάλλουμε μία άρθρωση στο μέσο του άνω ζυγώματος.





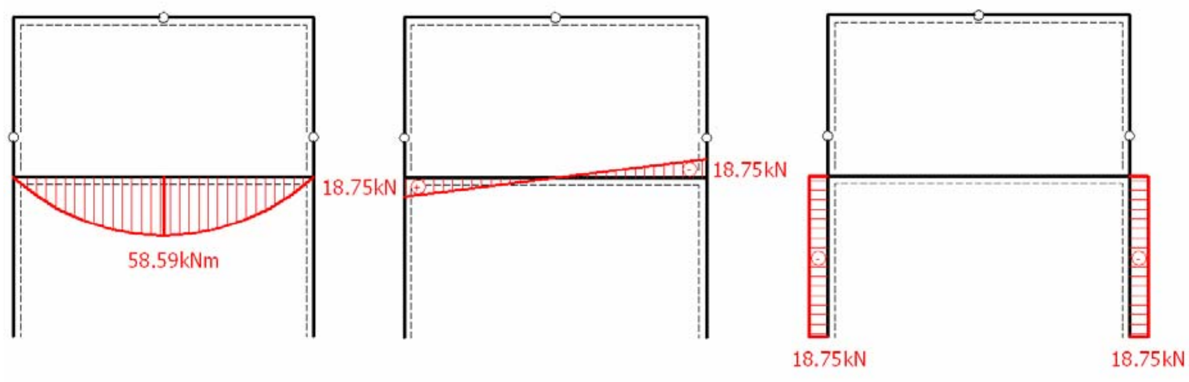
Επίλυση του φορέα μόνο με εξωτερικά φορτία (X_1=X_2=0)





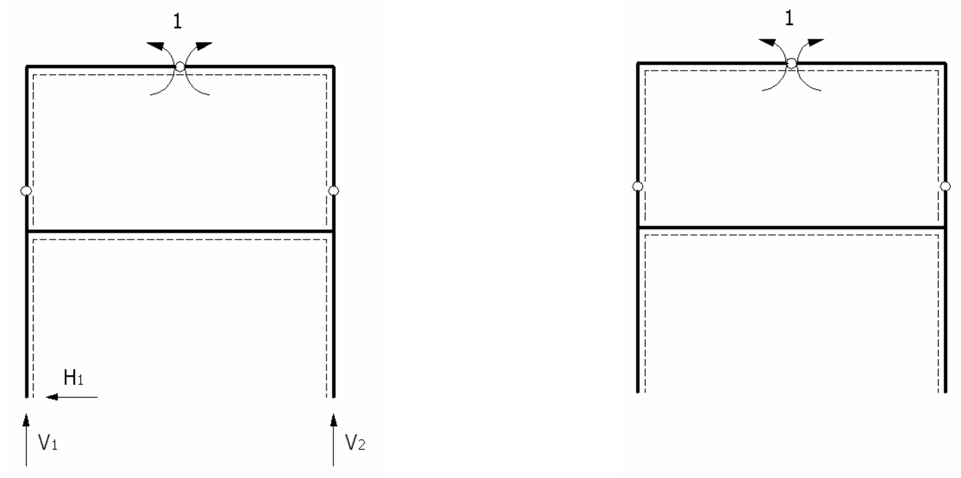
$$\left.\begin{aligned}&\sum F_x = 0 \rightarrow H_1 = 0\\&\sum F_y = 0 \rightarrow V_1 + V_2 = 3\cdot 12{,}5 = 37{,}5\mathrm{KN}\\&\sum M_1^{+} = 0 \rightarrow 3\cdot 12{,}5\cdot\frac{12{,}5}{2} - V_2\cdot 12{,}5 = 0 \rightarrow V_2 = 18{,}75\mathrm{KN}\end{aligned}\right\}\quad V_1 = 18{,}75\mathrm{KN}$$

Μόρφωση διαγραμμάτων M_0, Q_0, N_0



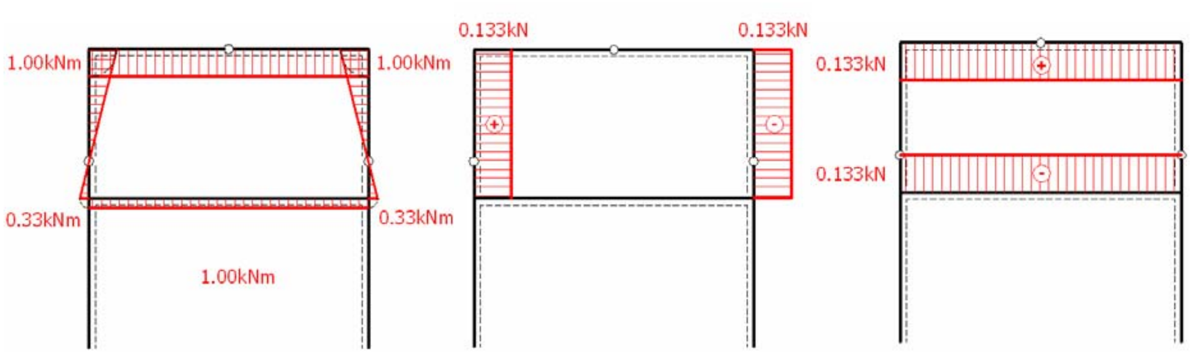
[M0] [Q0] [N0]

Επίλυση του φορέα χωρίς εξωτερικά φορτία και για X_1=1



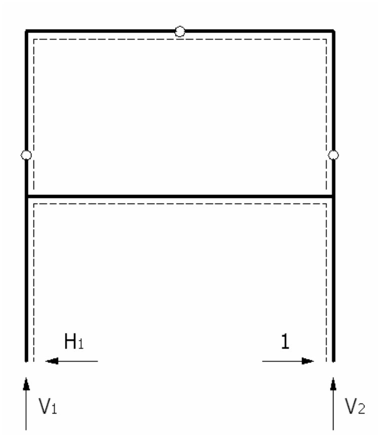
$$\left.\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \rightarrow H_1 = 0\\ \sum F_y &= 0 \rightarrow V_1 + V_2 = 0\\ \sum M_1 &= 0 \rightarrow V_2 = 0\end{aligned}\right\} \quad V_1=0$$

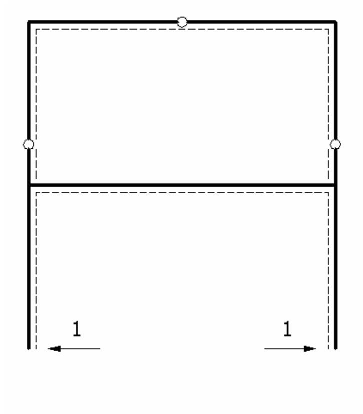
Μόρφωση διαγραμμάτων $\overline{M}_1, \overline{Q}_1, \overline{N}_1$



$[\overline{M}_1]$ $[\overline{Q}_1]$ $[\overline{N}_1]$

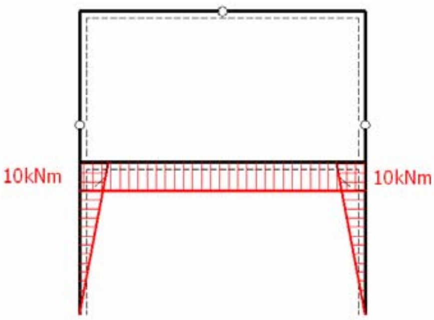
Επίλυση του φορέα χωρίς εξωτερικά φορτία και για X_2=1



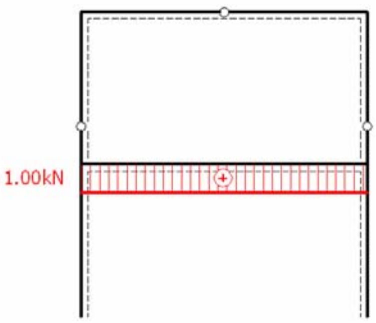


$$\left.\begin{aligned}&\sum F_x = 0 \rightarrow H_1 = -1KN\\&\sum F_y = 0 \rightarrow V_1 + V_2 = 0\\&\sum M_1 = 0 \rightarrow V_2 = 0\end{aligned}\right\} \quad V_1=0$$

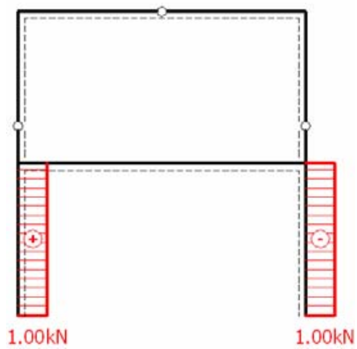
Μόρφωση διαγραμμάτων $\overline{M}_2, \overline{Q}_2, \overline{N}_2$



$[\overline{M}_2]$



$[\overline{Q}_2]$



$[\overline{N}_2]$

$$\boxed{\tilde{1} \cdot \delta_1 + \sum \tilde{R}_1 \cdot \Delta s = (\Delta_{1L} + F_{1t}) + F_{11} \cdot X_1 + F_{12} X_2 = \Delta_1^{(s)}} \qquad (1)$$

a/a	Πραγματική φόρτιση	Δυνατή φόρτιση
F_{10}	L	X_1=1
F_{11}	X_1=1	X_1=1
F_{12}	X_1=1	X_2=1

$F_{1t} = \sum \int \overline{N} \alpha \Delta T dx + \int \overline{M} \dfrac{\alpha}{h} \delta T dx = 0,$ αφού δεν υπάρχει θερμοκρασιακή μεταβολή

$$\Delta_{1L} = \int \frac{\overline{M}_1 M_o}{EI} dx + \sum \frac{\overline{N}_1 N_o}{EA} dx + \sum \overline{P}_1 P_0 f + \sum \overline{M} M C_\phi$$

όπου $\sum \dfrac{N_1 N_o}{EA} dx = 0$, εφόσον δεν υπάρχουν ελκυστήρες και

$\sum \overline{M}MC_{\varphi} = 0$, αφού δεν υπάρχει στροφικό ελατήριο.

Άρα $\Delta_{1L} = \int \frac{\overline{M}_1 M_o}{EI} = \frac{12,5}{EI}\{\frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 58,59 \cdot 0,33\} = \frac{161,1225}{EI}$

Ομοίως

$$F_{11} = \int \frac{\overline{M}_1^2}{EI} dx = \frac{12,5}{EI}\{0,33 \cdot 0,33\} + \frac{12,5}{EI}\{1 \cdot 1\} + 2 \cdot \frac{2,5}{EI}\left\{\frac{1}{3}(-0,33)\cdot(-0,33)\right\} + 2 \cdot \frac{7,5}{EI}\left\{\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1\right\} = \frac{19,04275}{EI}$$

$$F_{12} = F_{21} = \int \frac{\overline{M}_1 M_2}{EI} dx = \frac{12,5}{EI}\{10 \cdot 0,33\} = \frac{41,25}{EI}$$

$\Delta_1^{(s)} = 1 \cdot \tilde{\delta} + \sum \tilde{R}_1 \Delta s = 0,$ αφού δεν υπάρχει αρχική στροφή στο μέσο του άνω ζυγώματος και η οριζόντια αντίδραση στον κάτω δεξιά κόμβο για την κατάσταση φορτίσεως X_1=1 είναι μηδενική.

$$\boxed{\tilde{1} \cdot \delta_2 + \sum \tilde{R}_2 \cdot \Delta s = (\Delta_{2L} + F_{2t}) + F_{21} \cdot X_1 + F_{22} X_2 = \Delta_2^{(s)}} \qquad (2)$$

a/a	Πραγματική φόρτιση	Δυνατή φόρτιση
F_{20}	L	X_2=1
F_{21}	X_2=1	X_1=1
F_{22}	X_2=1	X_2=1

Ομοίως για την κατάσταση X_2=1, έχω:

$$\Delta_{2L} = \int \frac{\overline{M}_2 M_o}{EI} = \frac{12,5}{EI}\{\frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 58,59 \cdot 10\} = \frac{4882,5}{EI}$$

$$F_{22} = \int \frac{\overline{M}_2^2}{EI} dx = 2 \cdot \frac{10}{EI}\{\frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 10\} + \frac{12,5}{EI}\{10 \cdot 10\} = \frac{1916,667}{EI}$$

$$\Delta_2^{(s)} = 1 \cdot \tilde{\delta} + \sum \tilde{R}_2 \Delta s = 1 \cdot 0,03 = 0,03$$

Από (1) και (2), έχω:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= \frac{161,1225}{EI} + \frac{19,04275}{EI} X_1 + \frac{41,25}{EI} X_2 \\ 0,03 &= \frac{4882,5}{EI} + \frac{41,25}{EI} X_1 + \frac{1916,667}{EI} X_2 \end{aligned}\right\}$$

X_1=0,0498KNm

X_2= -3,9290KN

Υπολογισμός εντατικών μεγεθών σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας

Ροπές Κάμψης

$$M_1 = M_2 = M_4 = 0 + X_1 0 + X_2 0 = 0KNm$$

$$M_3^{κάτω} = 0 + X_1 0 + X_2 10 = -3,9290 \cdot 10 = -39,29KNm$$

$$M_3^{\delta\varepsilon\xi.} = 0 + X_1 0,33 + X_2 10 = 0,0498 \cdot 0,33 - 3,9290 \cdot 10 = -39,27 KNm$$
$$M_3^{\acute{\alpha}\nu\omega} = 0 + X_1(-0,33) + X_2 0 = -0,0498 \cdot 0,33 = -0,01643 KNm$$
$$M_5 = 0 + X_1 1 + X_2 0 = 0,0498 KNm$$
$$M_6 = 0 + X_1 1 + X_2 0 = 0,0498 KNm$$

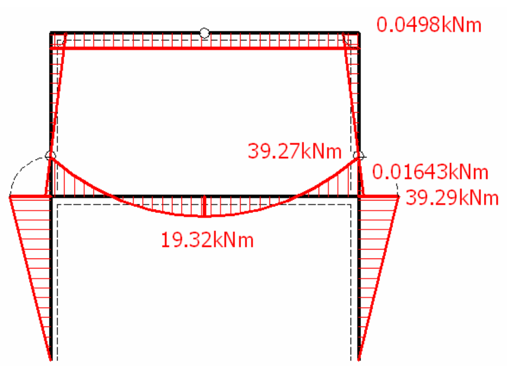
Τέμνουσες Δυνάμεις

$$Q_1 = 0 + X_1 0 + X_2 1 = -3,929 KN = Q_3^{\kappa\acute{\alpha}\tau\omega}$$
$$Q_3^{\delta\varepsilon\xi} = 18,75 + X_1 0 + X_2 0 = 18,75 KN$$
$$Q_3^{\acute{\alpha}\nu\omega} = 0 + X_1 0,133 + X_2 0 = 0,0498 \cdot 0,133 = 0,0066 KN = Q_4 = Q_5^{\kappa\acute{\alpha}\tau\omega}$$
$$Q_6 = Q_5^{\delta\varepsilon\xi.} = 0 + X_1 0 + X_2 0 = 0 KN$$

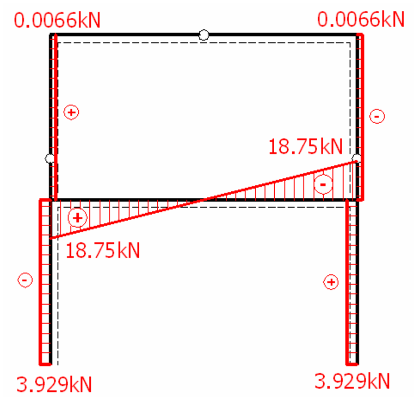
Αξονικές Δυνάμεις

$$N_1 = -18,75 + X_1 \cdot 0 + X_2 0 = -18,75 KN = N_3^{\kappa\acute{\alpha}\tau\omega}$$
$$N_3^{\delta\varepsilon\xi} = 0 + X_1(-0,133) + X_2 1 = -0,133 \cdot 0,0498 - 3,929 = -3,94 KN$$
$$N_3^{\acute{\alpha}\nu\omega} = N_4 = N_5^{\kappa\acute{\alpha}\tau\omega} = 0 + X_1 0 + X_2 0 = 0 KN$$
$$N_5^{\delta\varepsilon\xi.} = N_6 = 0 + X_1 0,133 + X_2 0 = 0,0498 \cdot 0,133 = 0,0066 KN$$

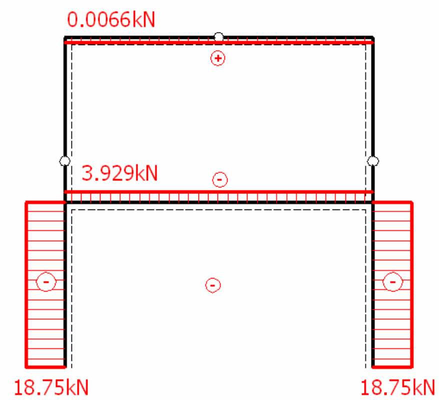
Μόρφωση τελικών διαγραμμάτων M,Q,N



[M]



[Q]



[N]