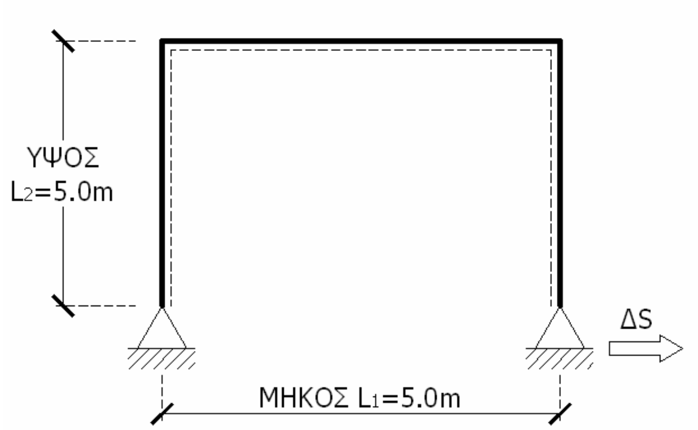
ΑΣΚΗΣΗ 3

<u>ΔΕΔΟΜΕΝΑ:</u>

Να μορφωθούν τα διαγράμματα M,Q,N του φορέα.



Δίνονται:

$\Delta s = 0{,}02\text{m}$

$EI = 5 \cdot 10^4 \, \text{KNm}^2$

$l_1 = l_2 = 5\text{m}$

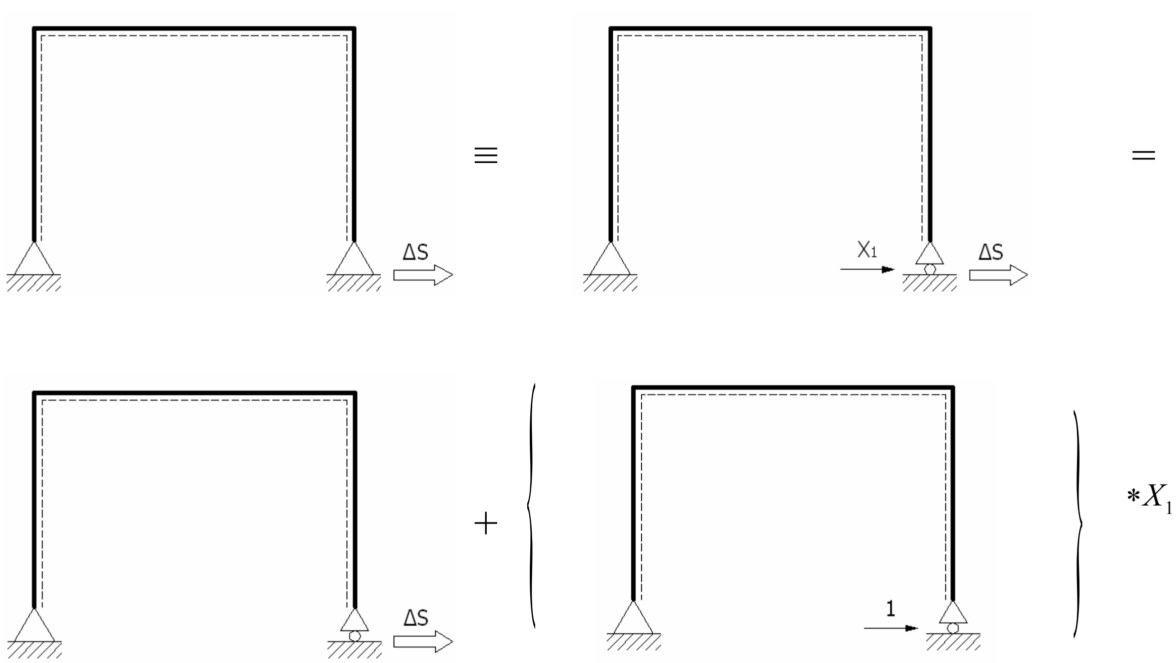
<u>ΕΠΙΛΥΣΗ:</u>

<u>Α’ Τροπος:</u>

Εύρεση στατικής αοριστίας

εξωτερική υπερστατικότητα =1(4 άγνωστες αντιδράσεις – 3 εξισώσεις ισορροπίας)
εσωτερική υπερστατικότητα =0
συνολικά: 1 φορά υπερστατικός φορέας

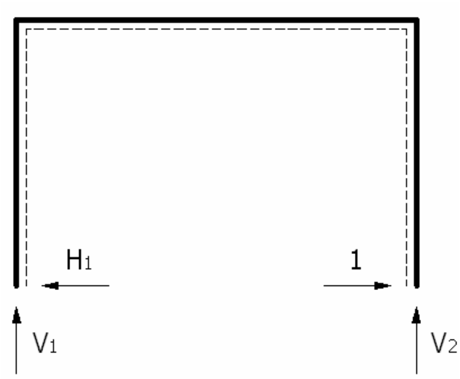
Το πλαίσιο είναι μία φορά υπερστατικό και έστω ότι διαλέγουμε ως υπερστατικό μέγεθος την οριζόντια αντίδραση του κόμβου 2. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας:

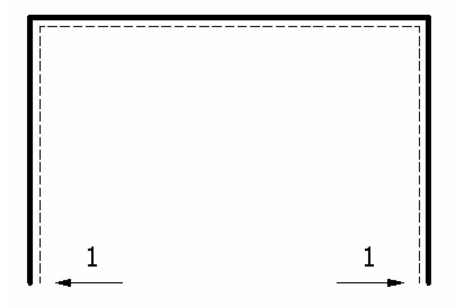


Επίλυση του πλαισίου μόνο με εξωτερικά φορτία και για X_1=0

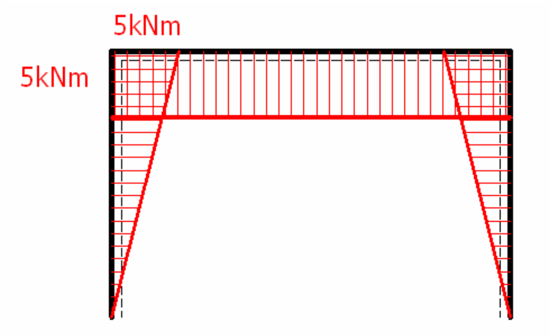
Τα $[\overline{M}_o],[\overline{Q}_o],[\overline{N}_o]$ είναι μηδενικά.

Επίλυση του πλαισίου χωρίς εξωτερικά φορτία και για X_1=1

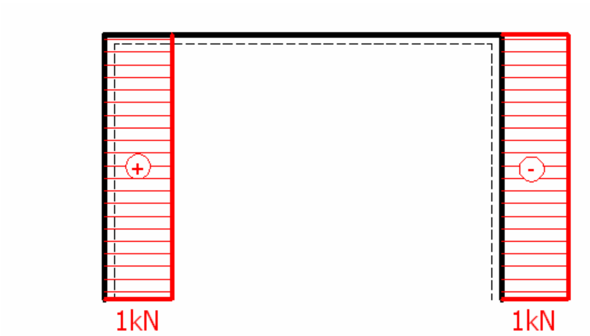




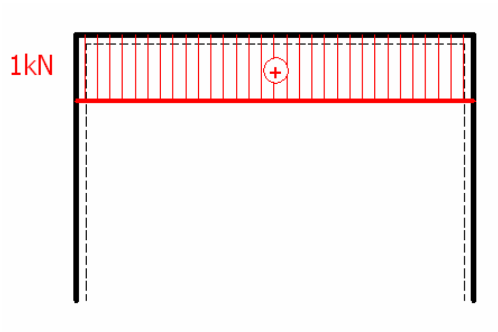
Μόρφωση των διαγραμμάτων $\overline{M}_1, \overline{Q}_1, \overline{N}_1$



[M0]



[Q0]



[N0]

$$\boxed{\widetilde{1} \cdot \delta + \sum \overline{R} \cdot \Delta s = (\Delta_{1L} + F_{1t}) + F_{11} \cdot X_1 = \Delta_1^{(s)}} \qquad (1)$$

a/a	Πραγματική φόρτιση	Δυνατή φόρτιση
F_{10}	L	X_1=0
F_{11}	X_1=1	X_1=1
F_{1t}	X_1=0	X_1=0

$$F_{\iota\kappa} = F_{\kappa\iota} = \sum \int \overline{M}_\iota \frac{M_\kappa}{EI} dx + \sum \overline{N}_\iota \frac{N_\kappa}{EA} dx$$

Όπου $F_{\iota t} = \sum \int \overline{N} \alpha \Delta T dx + \int \overline{M} \frac{\alpha}{h} \delta T dx$

$$\Delta_{1L} = F_{\iota 0} = \sum \int \overline{M}_\iota \frac{M_0}{EI} dx + \sum \overline{N}_\iota \frac{N_0}{EA} dx$$

Οι όροι $\sum \overline{N} \frac{N}{EA} dx$ και $\sum \int \overline{M}_\iota \frac{M_0}{EI} dx$ είναι μηδενικοί.

$\widetilde{1} \cdot \delta = 1 \cdot 0{,}02 = 0{,}02$,γιατί έχουμε αρχική μετατόπιση κατά τη διεύθυνση του υπερστατικού μεγέθους.

$\sum \widetilde{R} \cdot \Delta s = 0$

$F_{10} = \int M_1 \frac{M_0}{EI} dx = 0$

$F_{11} = \int \frac{M_1^2}{EI} dx = \frac{5}{EI} \{ \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 5 + 5 \cdot 5 + \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 5 \} = 0{,}004167$

$F_{1t} = \sum (\varepsilon\mu\beta.N_1) \alpha_t \Delta T + \sum (\varepsilon\mu\beta.M_1) \alpha_\tau \frac{\delta T}{h} = 0$

Από (1), έχω: $0{,}02 = 0{,}004167 X_1 \rightarrow X_1 = 4{,}8KN$

Εφαρμόζοντας την αρχή της επαλληλίας, έχουμε:

$M_1 = 0 + X_1 0 = 0$

$M_3 = 0 + X_1 5 = 4{,}8 \cdot 5 = 24 KNm$

$M_4 = 0 + X_1 5 = 4{,}8 \cdot 5 = 24 KNm$

$M_2 = 0 + X_1 0 = 0$

$Q_1 = 0 + X_1 1 = 4{,}8 \cdot 1 = 4{,}8 KN = Q_3^{\kappa\acute{\alpha}\tau\omega}$

$Q_3^{\delta\varepsilon\xi} = 0 + X_1 0 = 0$

$Q_4^{\alpha\rho} = 0 + X_1 0 = 0$

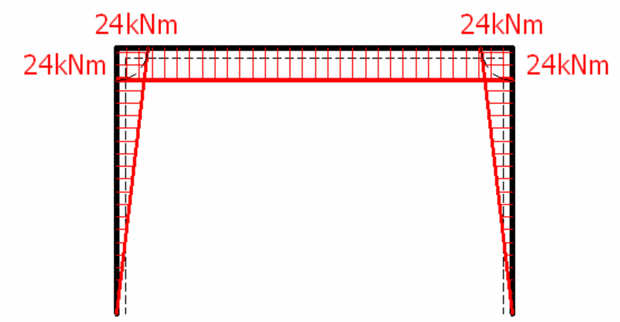
$Q_4^{\kappa\acute{\alpha}\tau\omega} = 0 + X_1(-1) = -4{,}8 = Q_2$

$N_1 = 0 + 0 \cdot X_1 = N_3^{\kappa\acute{\alpha}\tau\omega}$

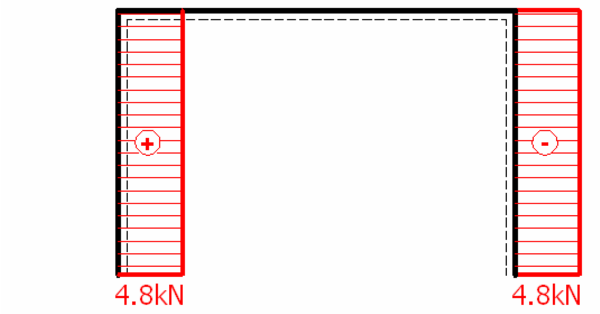
$N_3^{\delta\varepsilon\xi} = 0 + X_1 1 = 4{,}8 \cdot 1 = 4{,}8KN$

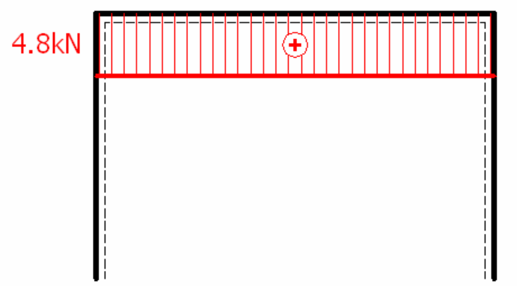
$N_3^{\kappa\acute{\alpha}\tau\omega} = N_2 = 0 + X_1 0 = 0$

Μόρφωση τελικών διαγραμμάτων M,Q,N



[M]





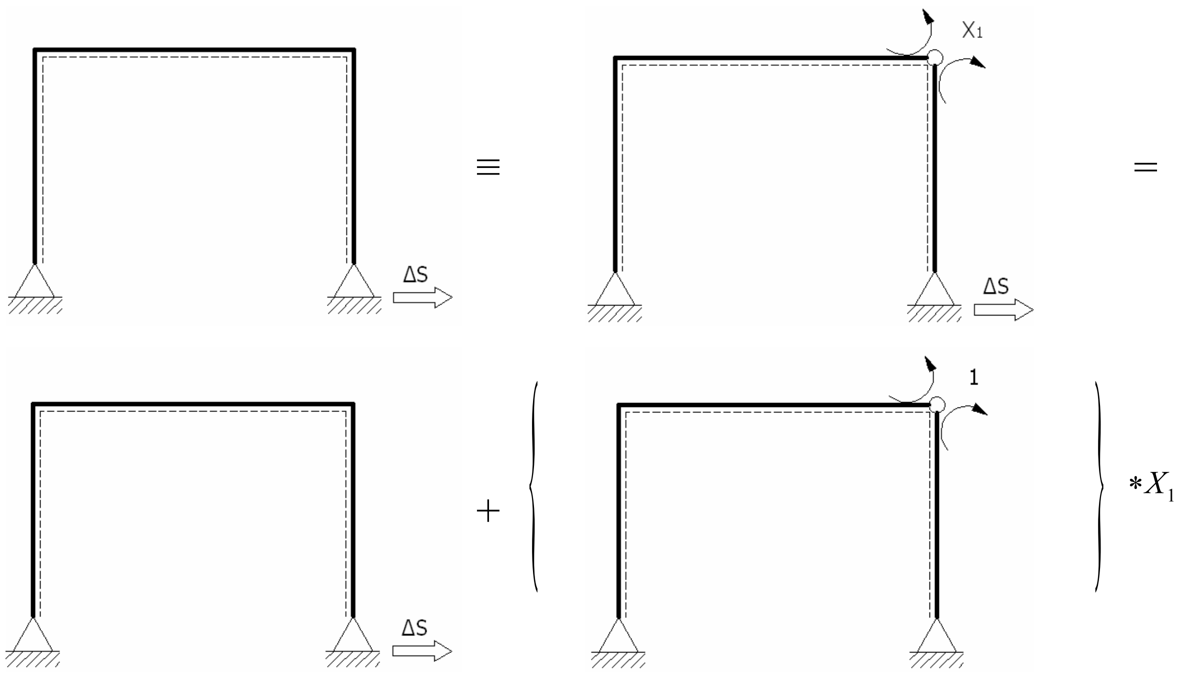
[Q] [N]

<u>Β' Τροπος:</u>

Εύρεση στατικής αοριστίας

εξωτερική υπερστατικότητα =0 (4 άγνωστες αντιδράσεις – 4 εξισώσεις ισορροπίας)
εσωτερική υπερστατικότητα =1
συνολικά: 1 φορά υπερστατικός φορέας

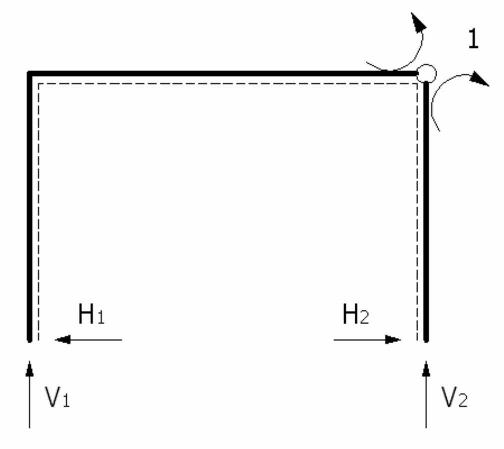
Παίρνουμε ως υπερστατικό μέγεθος τη ροπή στον κόμβο 4 (εσωτερικό) και έχουμε να επιλύσουμε ένα τριαρθωτό τόξο. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας:

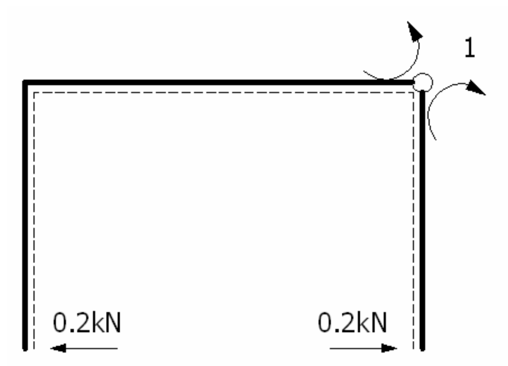


Επίλυση του πλαισίου μόνο με εξωτερικά φορτία και για X_1=0

Τα διαγράμματα $[\overline{M}_o],[\overline{Q}_o],[\overline{N}_o]$ είναι μηδενικά, όπως προκύπτουν από τις εξισώσεις ισορροπίας.

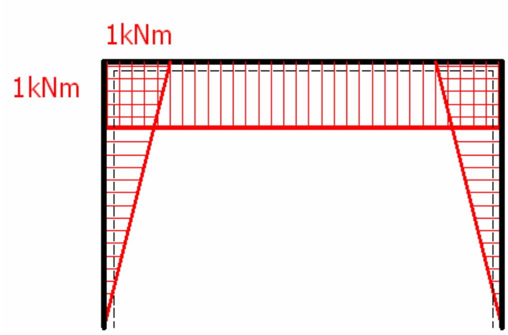
Επίλυση του πλαισίου χωρίς εξωτερικά φορτία και για X_1=1





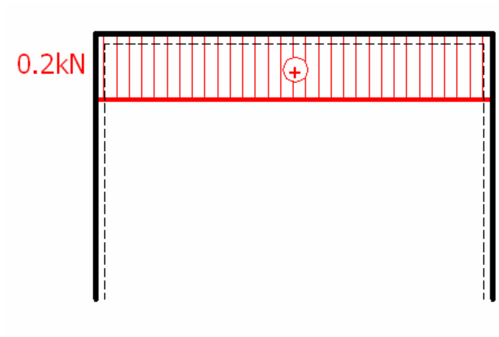
$$\left.\begin{array}{l}\sum F_x = 0 \rightarrow H_1 - H_2 = 0\\ \sum F_y = 0 \rightarrow V_1 + V_2 = 0\\ \sum M_1 = 0 \rightarrow V_2 \cdot 5 = 0 \rightarrow V_2 = 0\\ \sum M_4 = 0 \rightarrow H_2 \cdot 5 - 1 = 0\end{array}\right\} \begin{array}{l}H_1 = H_2 = 0{,}2KN\\ V_1 = 0\end{array}$$

Μόρφωση των διαγραμμάτων $\overline{M}_1, \overline{Q}_1, \overline{N}_1$



[M1]

[Q1]



[N1]

$$\tilde{1} \cdot \delta + \sum \overline{R} \cdot \Delta s = (\Delta_{1L} + F_{1t}) + F_{11} \cdot X_1 = \Delta_1^{(s)}$$

$$\Delta_{1L} = F_{10} = \int M_1 \frac{M_0}{EI} dx = 0$$

$$F_{11} = \int \frac{M_1^2}{EI} dx = \frac{5}{EI} \{\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1\} = 0{,}000167$$

$$F_{1t} = 0$$

$$\sum \overline{R} \cdot \Delta s = 0{,}2 \cdot 0{,}02 = 0{,}004$$

$$\tilde{1} \cdot \delta = 0$$

Από (1), έχω: $0{,}004 = 0{,}000167 X_1 \rightarrow X_1 = 23{,}95 \cong 24KN$

Εφαρμόζοντας την αρχή της επαλληλίας, έχουμε:

$$M_1 = 0 + X_1 0 = 0$$

$$M_3 = 0 + X_1 1 = 24KNm$$

$$M_4 = 0 + X_1 1 = 24KNm$$

$$M_2 = 0 + X_1 0 = 0$$

$$Q_1 = 0 + X_1 0{,}2 = 24 \cdot 0{,}2 = 4{,}8KN = Q_3^{\kappa\acute{\alpha}\tau\omega}$$

$$Q_3^{\delta\varepsilon\xi} = 0 + X_1 0 = 0 = Q_4^{\alpha\rho}$$

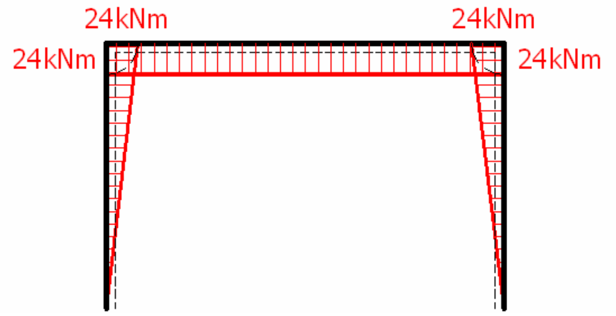
$$Q_4^{\kappa\acute{\alpha}\tau\omega} = 0 + X_1(-0{,}2) = 24(-0{,}2) = -4{,}8 Q_2$$

$$N_1 = 0 + 0 \cdot X_1 = N_3^{\kappa\acute{\alpha}\tau\omega}$$

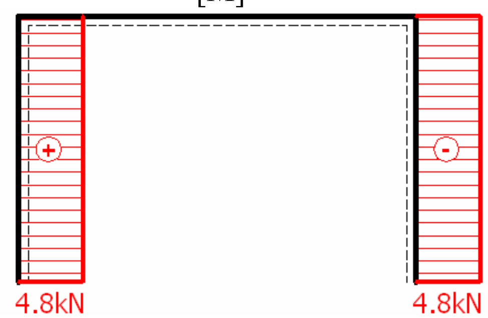
$$N_3^{\delta\varepsilon\xi} = 0 + X_1 0{,}2 = 24 \cdot 0{,}2 = 4{,}8KN$$

$$N_3^{\kappa\acute{\alpha}\tau\omega} = N_2 = 0 + X_1 0 = 0$$

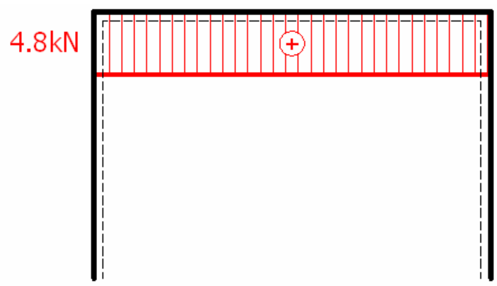
Μόρφωση τελικών διαγραμμάτων M,Q,N



[M]



[Q]



[N]