

Θεωρία Κελυφών

10/11/2006

Άσκηση 1^η

Η παραμετρική έκφραση μιας κυκλικής έλικας δίνεται ως:

$$\bar{x} = a \cos(t) \bar{e}_1 + a \sin(t) \bar{e}_2 + b t \bar{e}_3$$

όπου a η ακτίνα του κύκλου και b η κλίση της έλικας.

Να δειχθούν:

1. ότι η γωνία της εφαπτόμενης σε κάθε σημείο της έλικας είναι σταθερή, η δε τιμή της εφαπτομένης της ίση προς a/b .
2. Αν $X(X_1, X_2, X_3)$ τυχόν σημείο του κύριου επιπέδου και $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ οι παραμετρικές συνιστώσες συναρτήσεις της καμπύλης να δειχθεί ότι η εξίσωση του κύριου επιπέδου είναι:

$$\begin{vmatrix} X_1 - x_1 & X_2 - x_2 & X_3 - x_3 \\ \dot{x}_1 & \dot{x}_2 & \dot{x}_3 \\ \ddot{x}_1 & \ddot{x}_2 & \ddot{x}_3 \end{vmatrix} = 0$$

3. να οριστεί η εξίσωση του κύριου επιπέδου σε τυχόν σημείο της καμπύλης και να δειχθεί ότι αυτό περιλαμβάνει αφενός την εφαπτόμενη και αφετέρου την κάθετη στον άξονα του κυλίνδρου της έλικας.