



Εθνικό
Μετσόβιο
Πολυτεχνείο



ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Τομέας Δομοστατικής
Εργαστήριο Στατικής & Αντισεισμικών Ερευνών



ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ

ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ	ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ
ΑΙΤΙΟΚΡΑΤΙΚΗ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ	ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ
ΕΞΑΣΦΑΛΙΖΕΤΑΙ Η ΕΥΡΕΣΗ ΤΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΛΥΣΗΣ (εφόσον πληρούνται τα κριτήρια)	ΠΙΘΑΝΗ Η ΕΥΡΕΣΗ ΤΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΛΥΣΗΣ (εξέλιξη ακολουθιών τυχαίων γεγονότων)
<ul style="list-style-type: none">◆ Μέθοδος Γραμμικού Προγραμματισμού◆ Μέθοδος 2^{ου}-βάθμιου Προγραμματισμού◆ Μέθοδος Κυρτού Προγραμματισμού◆ Μέθοδος Μεταβαλλόμενων Ασυμπτώτων	<ul style="list-style-type: none">◆ Γενετικοί Αλγόριθμοι◆ Προσομοιωμένη Ανόπτηση◆ Εξελικτικές Στρατηγικές◆ Συνεξελικτικές Στρατηγικές



ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΕΝΗ ΑΝΟΠΤΗΣΗ

ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ
ΣΥΝΕΞΕΛΙΚΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ
ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ



- ◆ Η αρχική ιδέα, προέρχεται από το χώρο της στατιστικής μηχανικής και παρουσιάζεται για πρώτη φορά από τους Metropolis et al*.
- ◆ Επέκταση των μεθόδων έρευνας απληστίας (greedy algorithms) και της μεθόδου αναζήτησης με απαγορευμένες κινήσεις (tabu search).
- ◆ Η απόφαση μετακίνησης από την παρούσα λύση σε γειτονική λύση υπόκειται σε τυχαιότητα.

* Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H., Teller, E., (1953) “Equations of State Calculations by Fast Computing Machines”, Journal of Chemical Physics, 21, 1087-1092.



- ◆ Τα βήματα της μεθόδου συνοψίζονται ως:
 - **Βήμα 1:** Επιλογή αρχικής λύσης (\mathbf{x}_0). Υπολογισμός $f(\mathbf{x}_0)$.
 - **Βήμα 2:** Καθορισμός παραμέτρων. (Αρχική και Τελική Θερμοκρασία (T_{init}, T_{final}), ρυθμός μείωσης (r), διάρκεια εποχής (L)).
 - **Βήμα 3:** Ορισμός περιοχής γειτονικών λύσεων. Το μέγεθος της περιοχής των γειτονικών λύσεων συνήθως μεταβάλλεται κατά τη διαδικασία για επιτάχυνση της σύγκλισης.
 - **Βήμα 4:** Επιλογή **κατά τυχαίο τρόπο** μίας γειτονικής λύσης (\mathbf{x}_{k+1}). Υπολογισμός της $f(\mathbf{x}_{k+1})$.
 - **Βήμα 5:** Αποδοχή ή μη της $\mathbf{x}_k \rightarrow \mathbf{x}_{k+1}$. Σε περίπτωση αποδοχής $\mathbf{x}_k \equiv \mathbf{x}_{k+1}$ και συνέχεια στο **Βήμα 6**. Σε περίπτωση μη αποδοχής, επιστροφή στο **Βήμα 4**.
 - **Βήμα 6:** Έλεγχος κριτηρίων σύγκλισης. Σε περίπτωση σύγκλισης, τερματισμός διαδικασίας. Σε αντίθετη περίπτωση, $k=k+1$ μεταβολή της θερμοκρασίας (στο τέλος κάθε εποχής) και επιστροφή στο **Βήμα 3**.



Η πιθανότητα αποδοχής μετακίνησης από τη λύση $\mathbf{x}_{k-1} \rightarrow \mathbf{x}_k$ δίδεται ως:

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

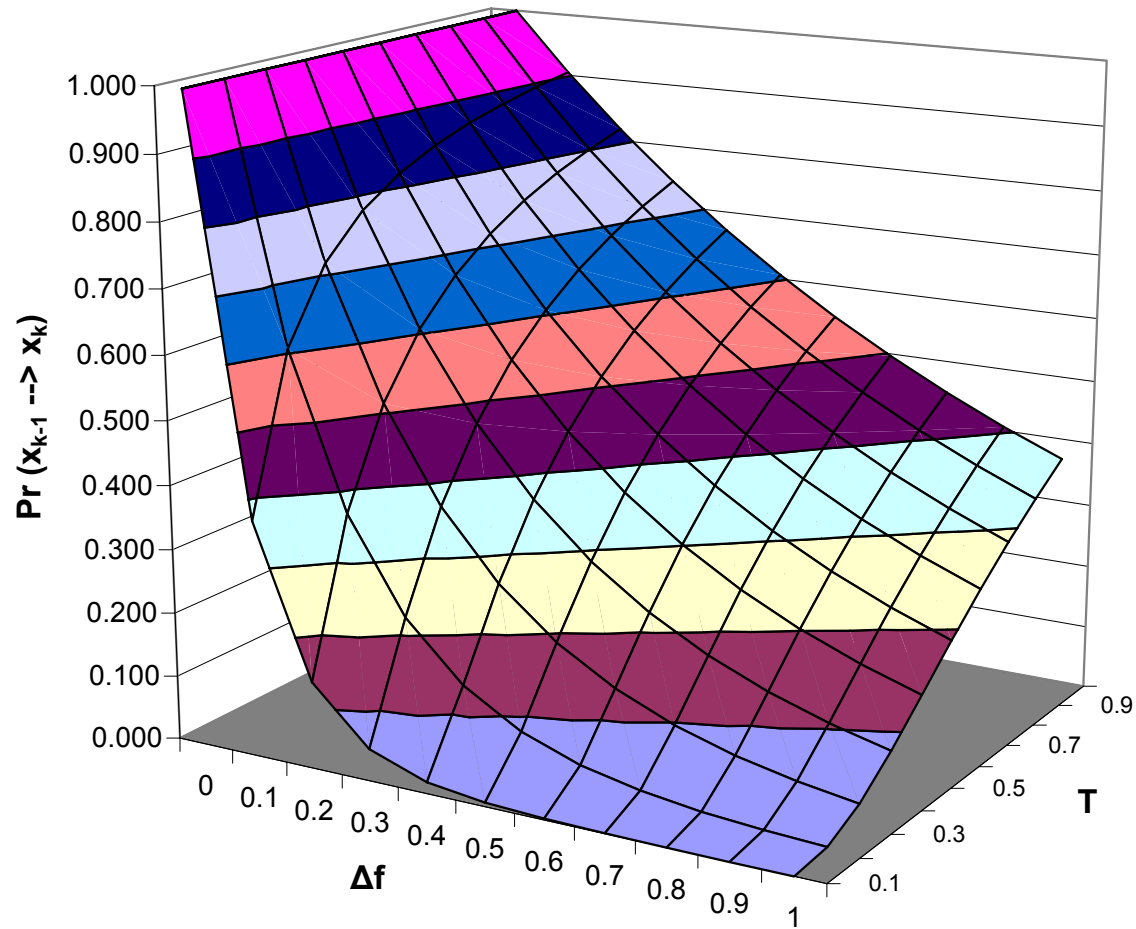
$$\Pr(\mathbf{x}_{k-1} \rightarrow \mathbf{x}_k) = \begin{cases} 1 & \Delta f < 0 \\ \exp\left(-\frac{\Delta f}{T_K}\right) & \Delta f \geq 0 \end{cases} \quad \Delta f = f(\mathbf{x}_k) - f(\mathbf{x}_{k-1})$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

$$\Pr(\mathbf{x}_{k-1} \rightarrow \mathbf{x}_k) = \begin{cases} 1 & \Delta f > 0 \\ \exp\left(-\frac{\Delta f}{T_K}\right) & \Delta f \leq 0 \end{cases} \quad \Delta f = f(\mathbf{x}_k) - f(\mathbf{x}_{k-1})$$



$\Pr(x_{k-1} \rightarrow x_k)$ if $\Delta f > 0$





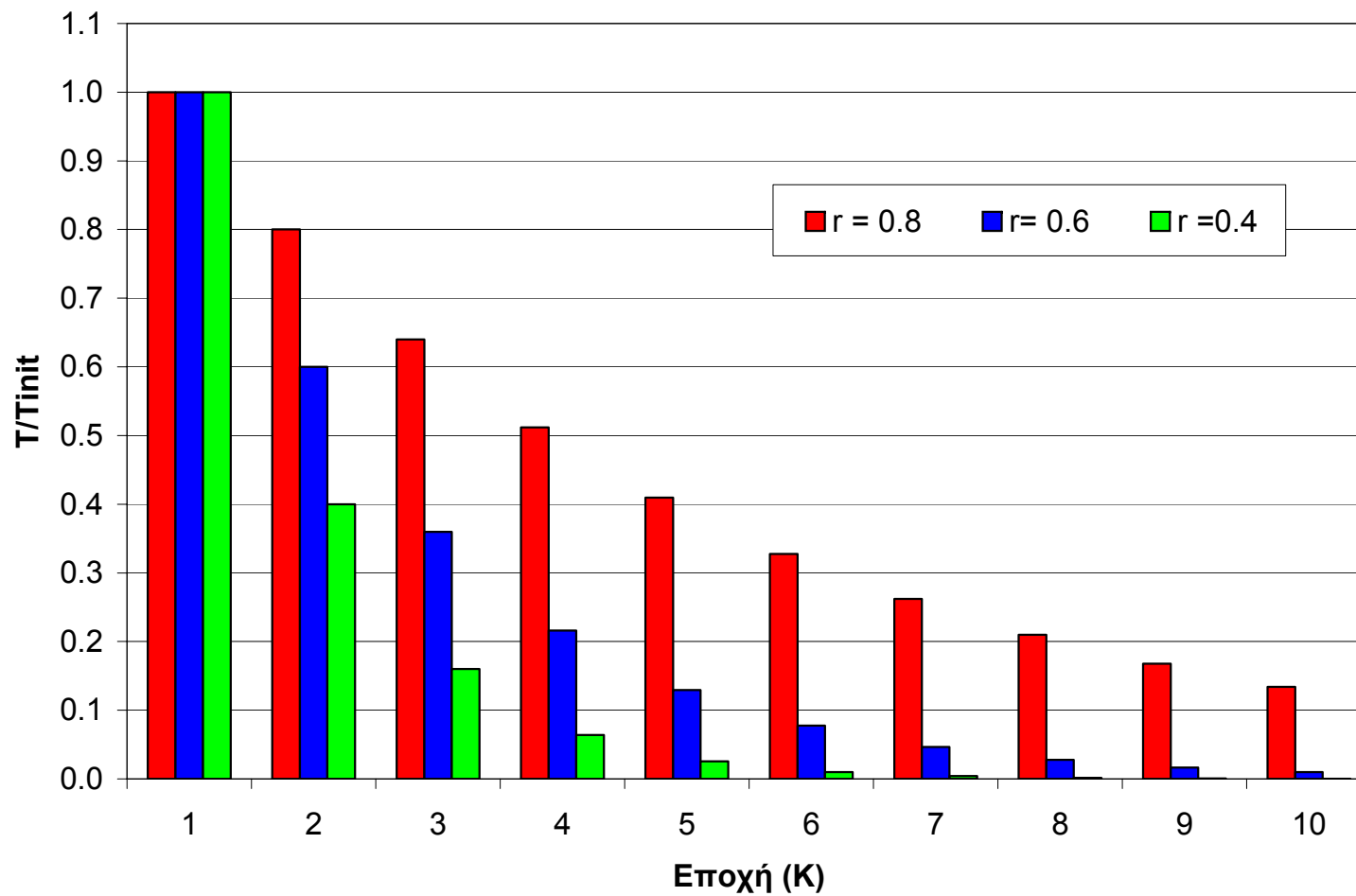
ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΨΥΞΗΣ

$$T_{K+1} = r \cdot T_K = (r \cdot T_{init})^K \quad T_0 = T_{init}$$
$$r < 1$$

K εποχές (διάρκεια εποχής L βήματα)



Εξέλιξη Θερμοκρασίας





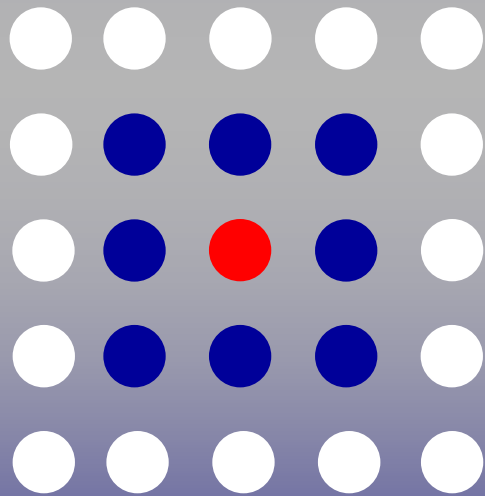
- ◆ Η υποψήφια λύση x_k επιλέγεται από τις γειτονικές λύσεις κατά «τυχαίο» τρόπο.
- ◆ Η πιθανότητα επιλογής μίας λύσης δίδεται συνήθως από τη σχέση:

$$\Pr = \frac{1}{N_N}$$

- ◆ N_N το πλήθος των γειτονικών λύσεων



- ◆ Οι γειτονικές λύσεις σε προβλήματα με διακριτές μεταβλητές ορίζονται συνήθως ως:



- x_{k-1}
- Γειτονικές λύσεις
- Λοιπές λύσεις

Πλήθος μεταβλητών
σχεδιασμού $N_{DV} = 2$

Πλήθος γειτόνων ($f(N_{DV})$)

$$N_N = N_{DV} \cdot 2^{N_{DV}}$$



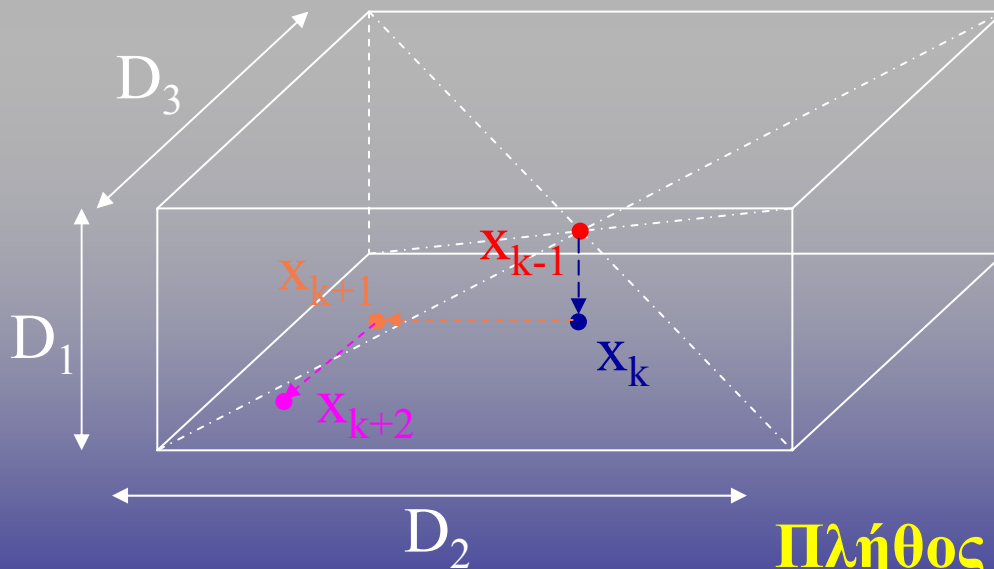
NDV	NN	NDV	NN
1	2	9	4608
2	8	10	10240
3	24	11	22528
4	64	12	49152
5	160	13	106496
6	384	14	229376
7	896	15	491520
8	2048	16	1048576

**Το πλήθος των γειτόνων αυξάνεται κατά εκθετικό τρόπο
όσο αυξάνει το πλήθος των μεταβλητών σχεδιασμού!!**



ΓΕΙΤΟΝΙΑ ΛΥΣΕΩΝ - ΣΥΝΕΧΕΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

- ◆ Οι γειτονικές λύσεις σε προβλήματα με συνεχείς μεταβλητές ορίζονται ως οι λύσεις εντός ενός υπερ-πρίσματος N_{DV} διαστάσεων (D_j). Η κίνηση στο χώρο των λύσεων πραγματοποιείται με τη μεταβολή της τιμής μίας εκ των μεταβλητών σχεδιασμού.



$$\mathbf{x}_{k-1} \rightarrow \mathbf{x}_k \Rightarrow \begin{cases} x_{k,1} = x_{k-1,1} + (z_1 - 0.5) \cdot D_1 \\ j \neq 1 \quad x_{k,j} = x_{k-1,j} \quad j = 1, \dots, 3 \end{cases}$$

$$\mathbf{x}_k \rightarrow \mathbf{x}_{k+1} \Rightarrow \begin{cases} x_{k+1,2} = x_{k,2} + (z_2 - 0.5) \cdot D_2 \\ j \neq 2 \quad x_{k+1,j} = x_{k,j} \quad j = 1, \dots, 3 \end{cases}$$

$$\mathbf{x}_{k+1} \rightarrow \mathbf{x}_{k+2} \Rightarrow \begin{cases} x_{k+2,3} = x_{k+1,3} + (z_3 - 0.5) \cdot D_3 \\ j \neq 3 \quad x_{k+2,j} = x_{k+1,j} \quad j = 1, \dots, 3 \end{cases}$$

Πλήθος μεταβλητών
σχεδιασμού $N_{DV} = 3$



- ◆ Οι διαστάσεις D_i του υπερ-πρίσματος δίδονται συνήθως ως συνάρτηση της θερμοκρασίας και του πλήθους των επιτυχημένων κινήσεων σε μία διεύθυνση (N_{success}) προς το πλήθος των κινήσεων στη διεύθυνση αυτή (N).
- ◆ Η επικαιροποίηση του μεγέθους της γειτονίας πραγματοποιείται στο τέλος κάθε υπο-εποχής M_i . Το σύνολο των υπο-εποχών καθορίζουν την εποχή για την οποία η θερμοκρασία παραμένει σταθερή.

$$D_{i,M+1} \propto D_{i,M}(T_K) \cdot \frac{N_{\text{success},i}}{N_i} \quad \text{Epoch}_K = \bigcup_{i=1, N_{S-E}} M_i$$

$$L_{S-E} = \frac{L}{N_{S-E}}$$

- ◆ Η διάρκεια κάθε υπό-εποχής είναι συνάρτηση του πλήθους των μεταβλητών σχεδιασμού. Συνήθως $L_{S-E} = (15 \sim 25) * N_{DV}$.



Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΤΕΡΜΑΤΙΖΕΤΑΙ ΟΤΑΝ

- ◆ Η Θερμοκρασία καταστεί μικρότερη μίας θερμοκρασίας κατωφλίου

$$T_{K+1} \leq T_{final}$$

- ◆ Η διαδικασία δεν βελτιώνει τη βέλτιστη τιμή για ένα πλήθος εποχών.
- ◆ Η σχετική βελτίωση της τιμής της βέλτιστης λύσης είναι μικρότερη από συγκεκριμένες τιμές κατωφλίου (απόλυτη και σχετική διαφορά).



◆ ΤΟ ΠΛΗΘΟΣ ΤΩΝ ΕΠΙΤΥΧΗΜΕΝΩΝ ΒΗΜΑΤΩΝ

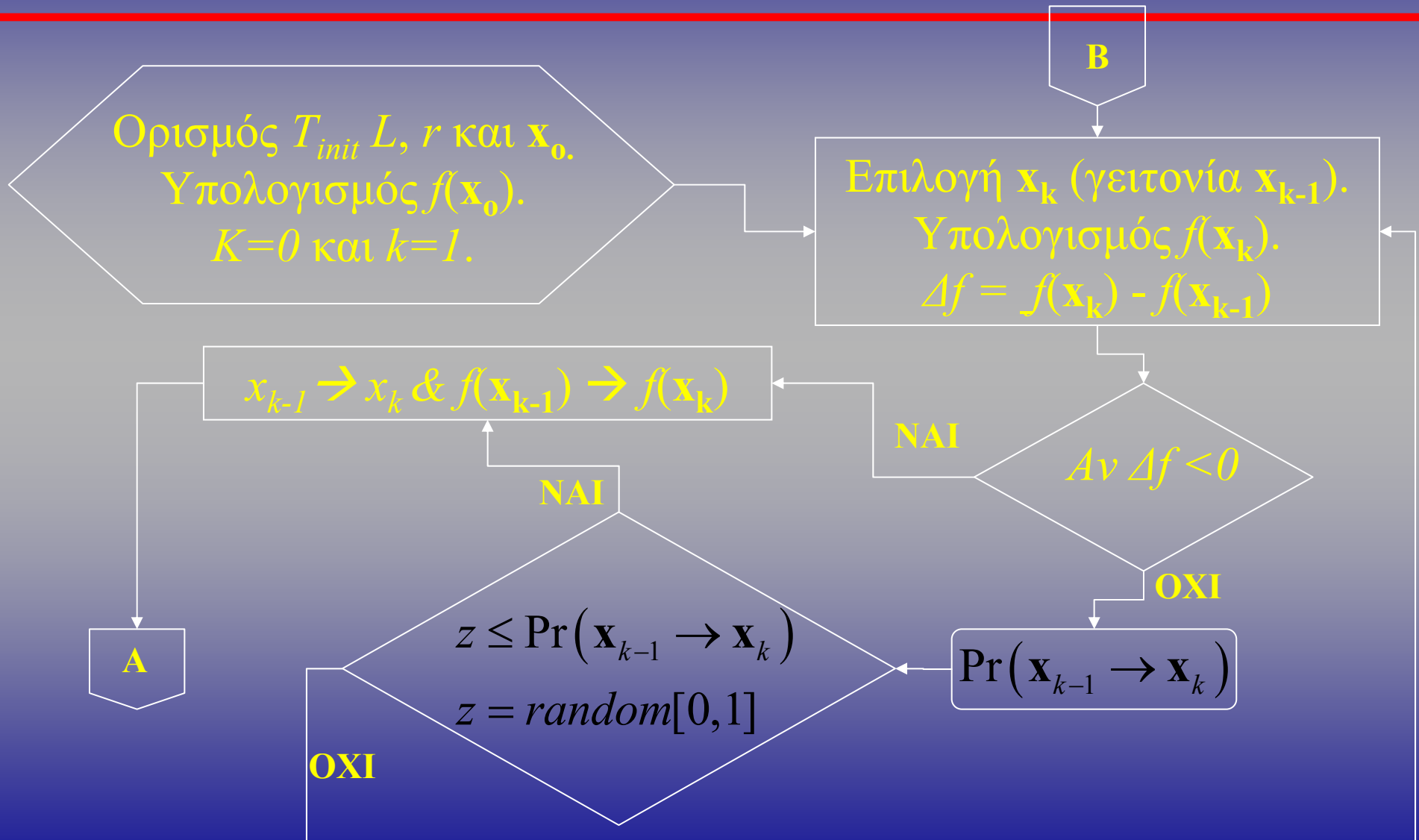
$$K \cdot L$$
$$K = \text{int} \left[\frac{\ln(T_{final})}{\ln(r \cdot T_{init})} \right] + 2$$

◆ ΤΟ ΠΛΗΘΟΣ ΤΩΝ ΛΥΣΕΩΝ ΠΟΥ ΕΞΕΤΑΖΟΝΤΑΙ ΕΙΝΑΙ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ:

- Της μορφής της συνάρτησης.
- Της επιλογής των βασικών παραμέτρων του αλγορίθμου
- Της τυχαιότητας!

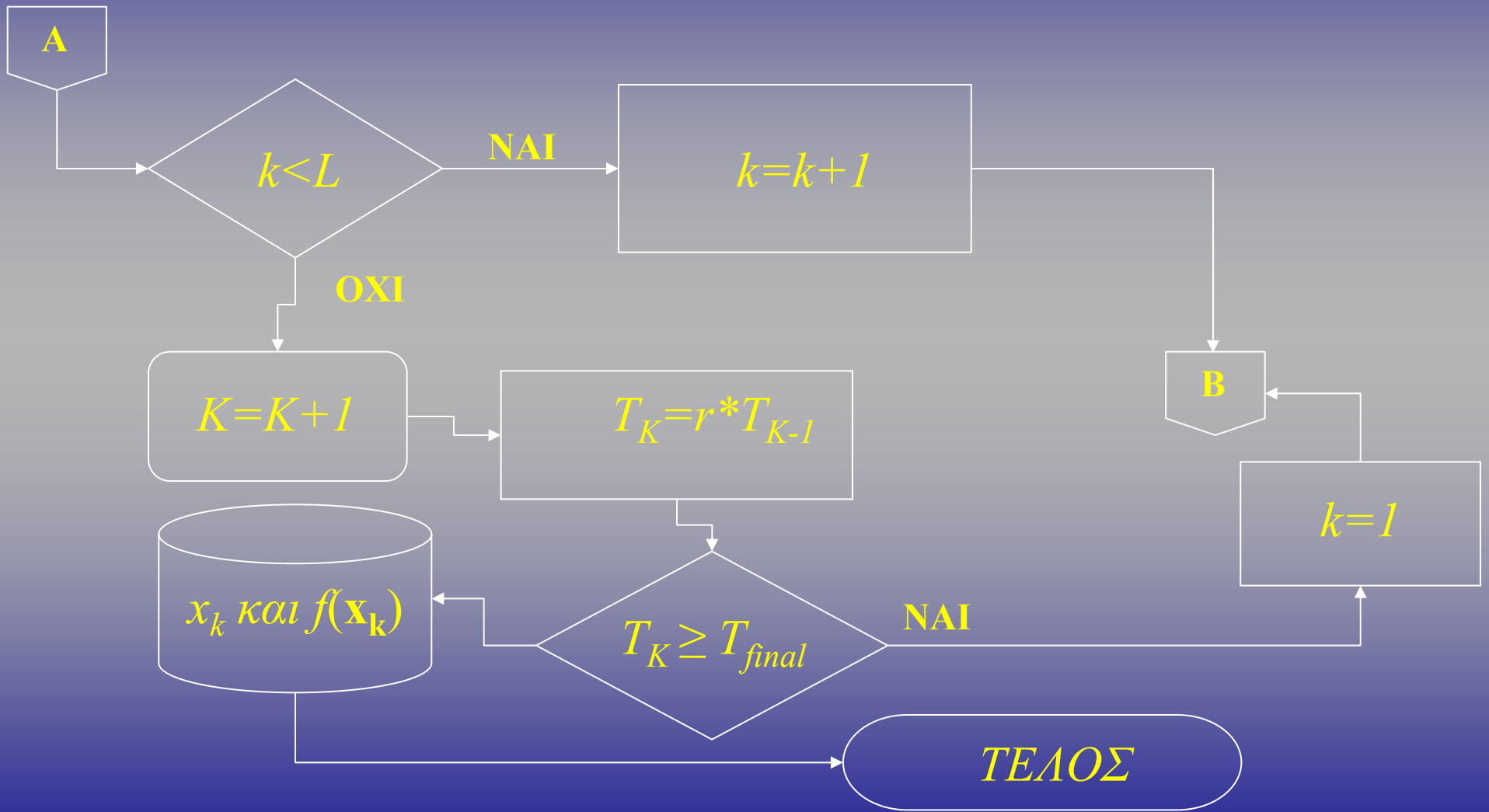


ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ (ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ)





ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ (ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ)





Πηγαίος Κώδικας από William L. Goffe*

- ◆ Goffe W.L., Ferrier G.D., and Rogers J., (1994), "Global Optimization of Statistical Functions with Simulated Annealing", *Journal of Econometrics*, Vol. 60, no. 1/2, pp. 65-100.

Ο πηγαίος κώδικας σε FORTRAN βρίσκεται στο

<http://emlab.berkeley.edu/Software/abstracts/goffe895.html>



Όπως ορίζεται στον πηγαίο κώδικα

$$T_{init}=5 \ \& \ r = 0.5 \ \& \ N_{DV}=N=2$$

Σύγκλιση εφόσον για 4 εποχές δεν έχει σημειωθεί βελτίωση στην τιμή της καλύτερης τιμής κατά 10^{-6} .

$$\text{Διάρκεια Υπό-εποχής } L_{S-E}=N_s * N = 20 * 2 = 40$$

$$\text{Διάρκεια Εποχής } L=N_T * N_s * N = 5 * 20 * 2 = 200$$

$$D_{o,1}=D_{o,2}=D_o=1.0$$



Στο τέλος κάθε Υπο-εποχής

$$D_{i,L_{S-E}+1} = \begin{cases} D_{i,L_{S-E}} \cdot A & rate_{suc} > 0.6 \\ D_{i,L_{S-E}} & 0.4 \leq rate_{suc} \leq 0.6 \\ D_{i,L_{S-E}} / B & 0.4 < rate_{suc} \end{cases}$$
$$A = \left(1 + C_i \cdot \frac{rate_{suc} - 0.6}{0.4} \right)$$
$$B = \left(1 + C_i \cdot \frac{0.4 - rate_{suc}}{0.4} \right)$$
$$rate_{suc} = \frac{N_{success,i}}{L_{S-E}}$$

C_i Συντελεστής Κλιμάκωσης (Scaling Factor)

$$C_i = 2.0, i=1, N$$



Η συνάρτηση JUDGE δίδεται ως:

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^{20} (x + y \cdot a_i + y^2 \cdot b_i - c_i)^2$$

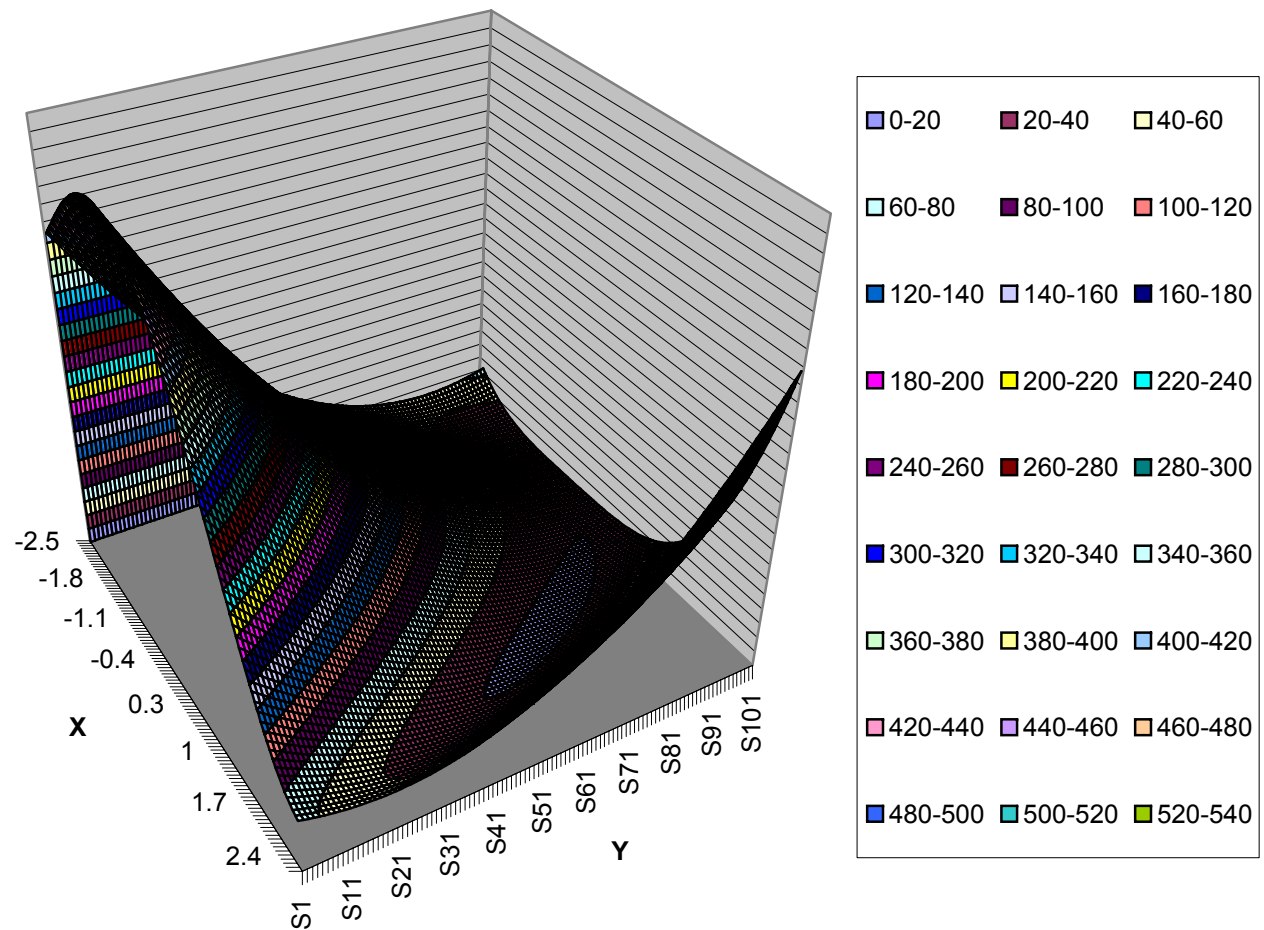
Όπου a_i , b_i και c_i

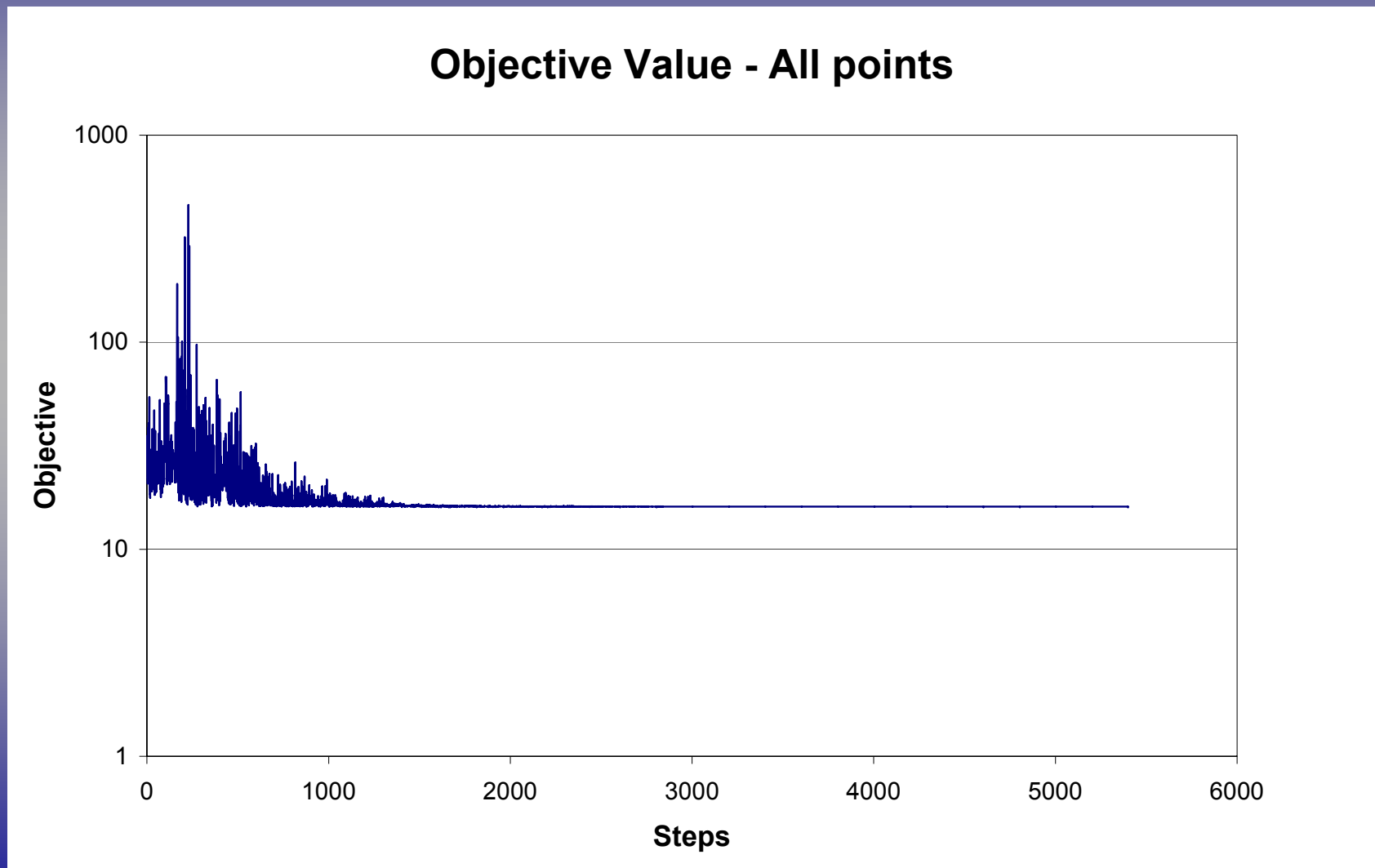
A1	0.286	B1	0.645	C1	4.284
A2	0.973	B2	0.585	C2	4.149
A3	0.384	B3	0.31	C3	3.877
A4	0.276	B4	0.058	C4	0.533
A5	0.973	B5	0.455	C5	2.211
A6	0.543	B6	0.779	C6	2.389
A7	0.957	B7	0.259	C7	2.145
A8	0.948	B8	0.202	C8	3.231
A9	0.543	B9	0.028	C9	1.998
A10	0.797	B10	0.099	C10	1.379

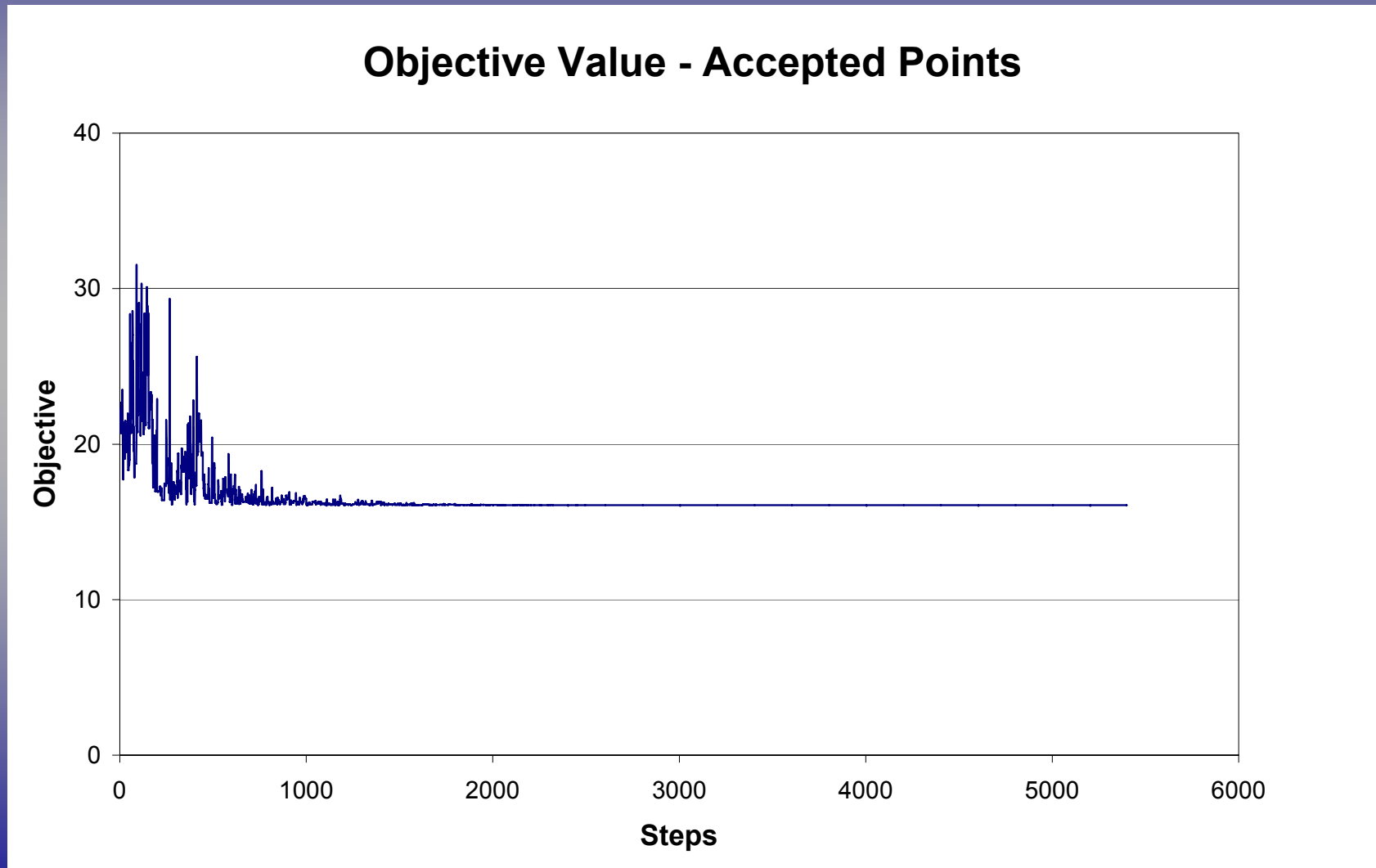
A11	0.936	B11	0.142	C11	2.106
A12	0.889	B12	0.296	C12	1.428
A13	0.006	B13	0.175	C13	1.011
A14	0.828	B14	0.18	C14	2.179
A15	0.399	B15	0.842	C15	2.858
A16	0.617	B16	0.039	C16	1.388
A17	0.939	B17	0.103	C17	1.651
A18	0.784	B18	0.62	C18	1.593
A19	0.072	B19	0.158	C19	1.046
A20	0.889	B20	0.704	C20	2.152



JUDGE FUNCTION

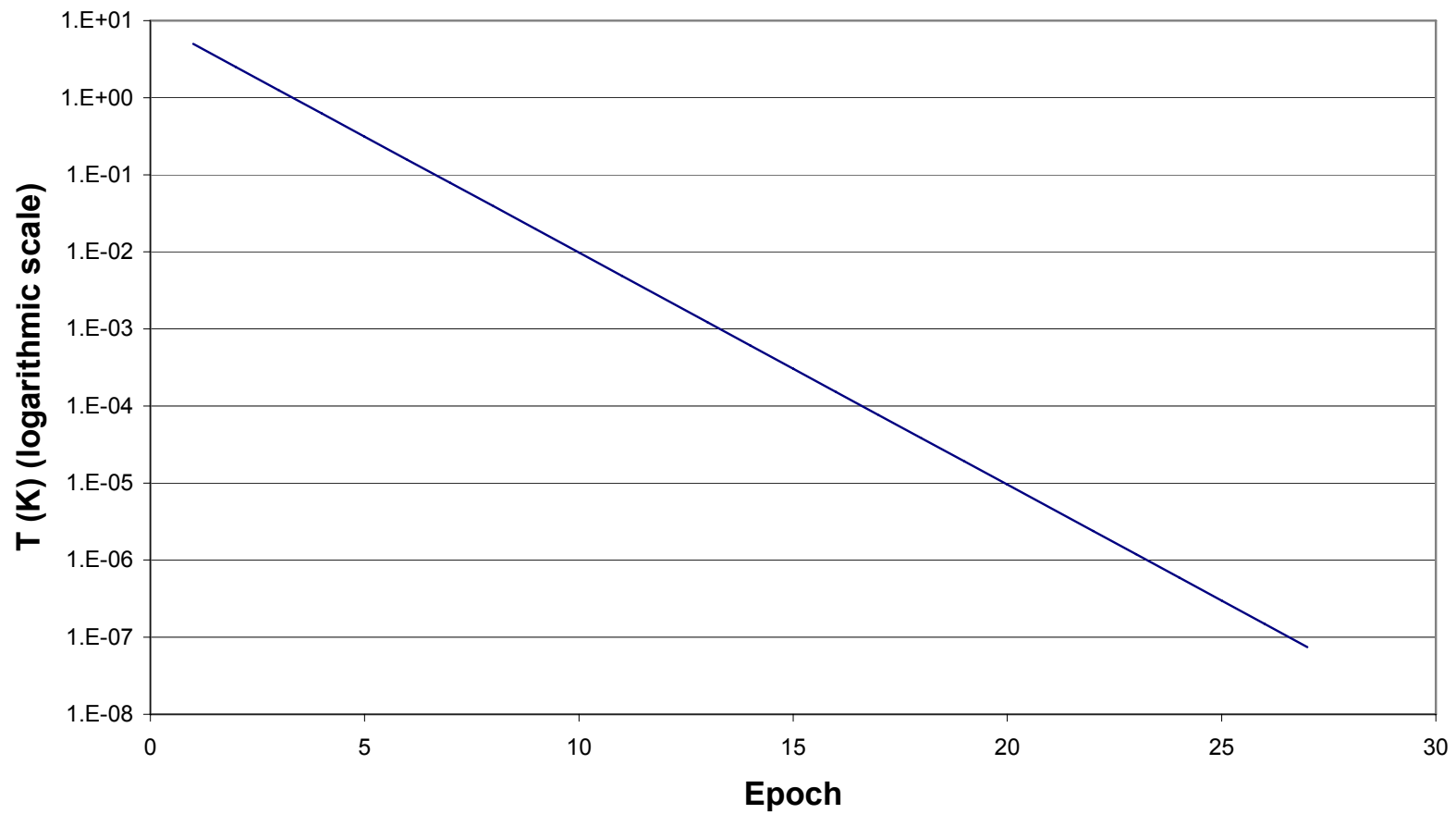






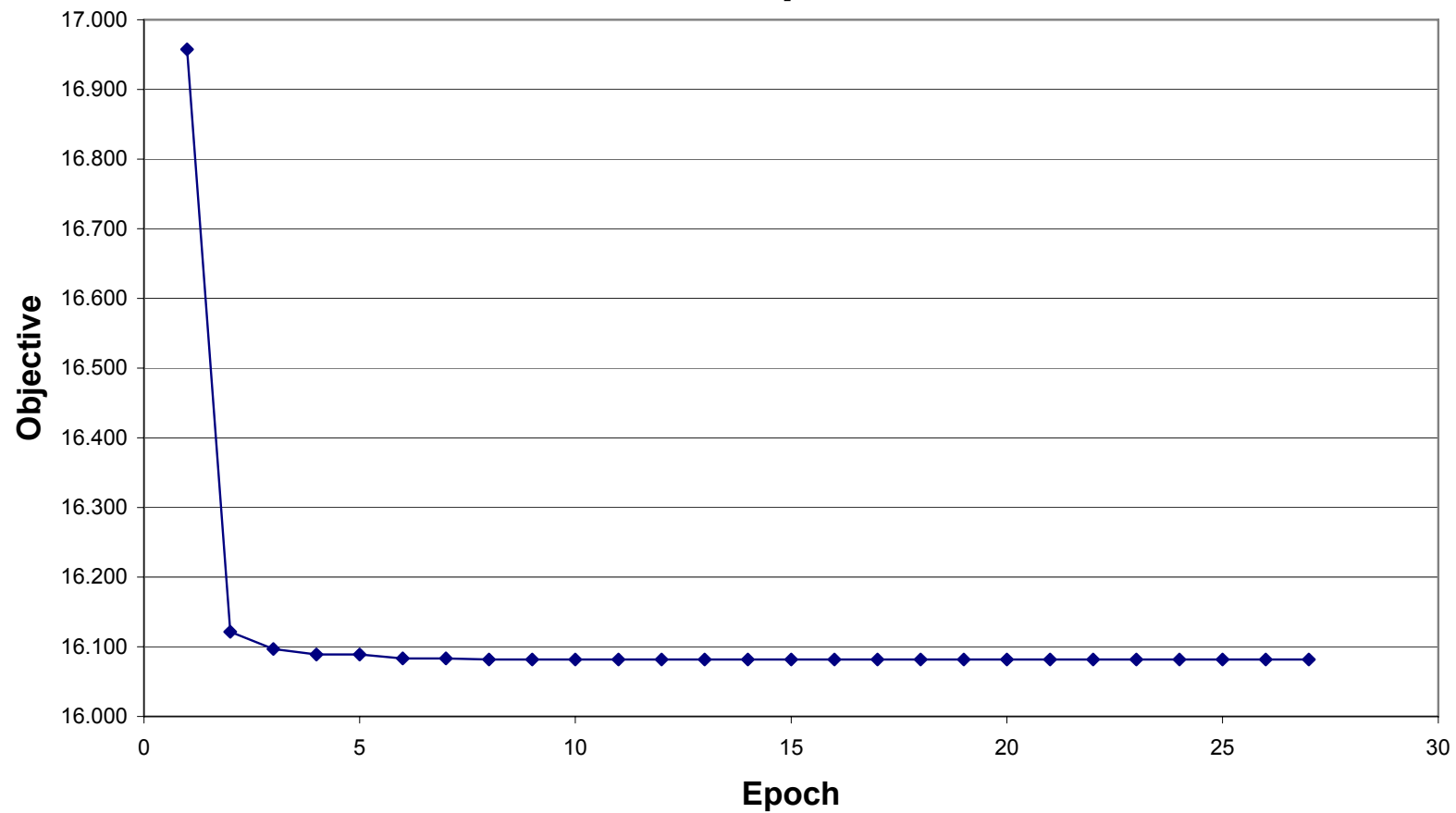


Evolution of T (K)



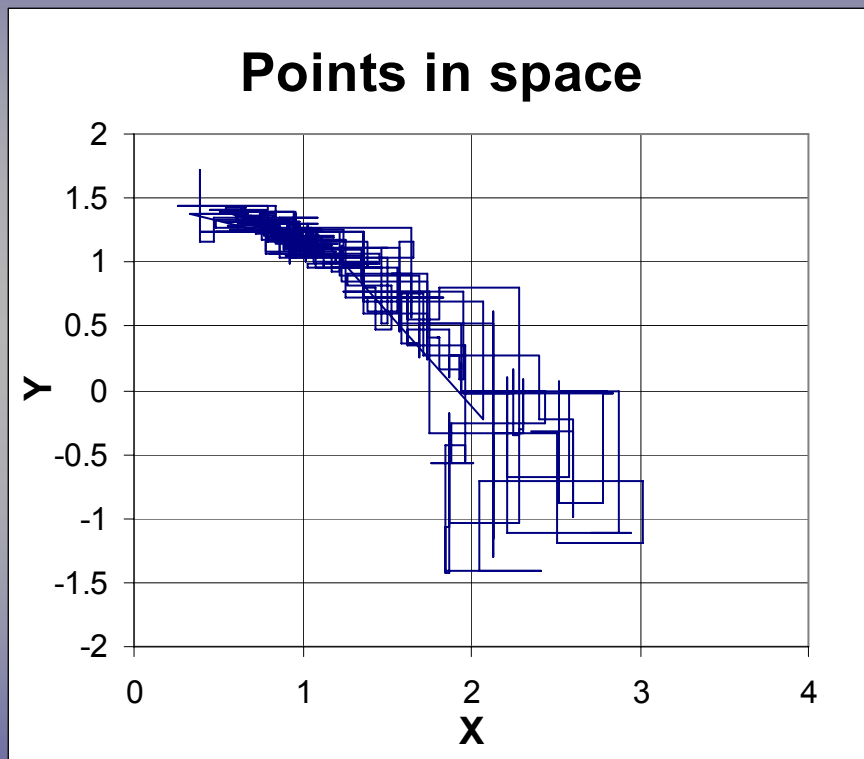


Evolution of Optimum Objective Value at the end of each Epoch

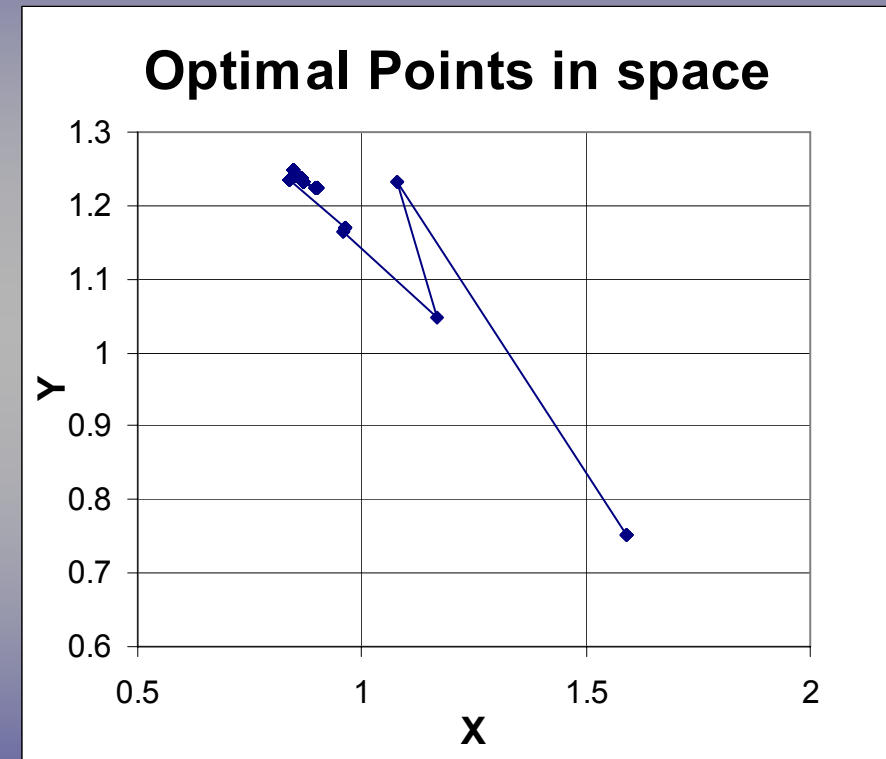




ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ – ΧΡΟΝΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΩΝ ΛΥΣΕΩΝ (ΑΠΟΔΕΚΤΕΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ)



Αποδεκτές Λύσεις



Βέλτιστες λύσεις



- ◆ Βασιζόμενοι στο συγκεκριμένο πηγαίο κώδικα, να εξετάσετε την ευρωστία της μεθόδου για τις παρακάτω συνάρτησεις (χωρισμός σε 3 ομάδες εργασίας):

A. Γενικευμένη Συνάρτηση του Rosenbrock

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} \left[100 \cdot (x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1) \right]$$
$$-a \leq x_i \leq a \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \min f(\mathbf{x}) = f(1, 1, \dots, 1) = 0$$

Για $n=2$, $a=100$, $x_{1,0}=5.0$, $y_{1,0}=10.0$



Β. Γενικευμένη Συνάρτηση του Schwefel

$$f(\mathbf{x}) = -\sum_{i=1}^n \left(x_i \cdot \sin\left(\sqrt{|x_i|}\right) \right) \quad -a \leq x_i \leq a \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}$$

$$\min f(\mathbf{x}) = f(420.9687, \dots, 420.9687) = -12569.5 \quad \{n = 30\}$$

Για $n=2$, $a=500$, $x_{1,0}=20.0$, $y_{1,0}=-40.0$



Γ. Γενικευμένη Συνάρτηση του Ackley

$$f(\mathbf{x}) = -20 \cdot \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$$
$$-a \leq x_i \leq a \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \min f(\mathbf{x}) = f(0, \dots, 0) = 0$$

Για $n=2$, $a=100$, $x_{1,0}=30.0$, $y_{1,0}=-10.0$



- Να εξετάσετε την ευαισθησία του αλγορίθμου για:
 - Διαφορετικά ζεύγη τιμών T, r
 - Διαφορετικά σημεία εκκίνησης (μακρύτερα ή πλησιέστερα της θέσης της βέλτιστης τιμής)
 - Διαφορετικά ζεύγη τιμών για τις παραμέτρους N_S και N_T όπως ορίζονται στον πηγαίο κώδικα
- Να διαμορφώσετε τον κώδικα ώστε η διαδικασία να τερματίζεται όταν η θερμοκρασία πέσει χαμηλότερα μίας τιμής κατωφλίου.



ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΕΝΗ ΑΝΟΠΤΗΣΗ
ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ
ΣΥΝΕΞΕΛΙΚΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ
ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΕΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ



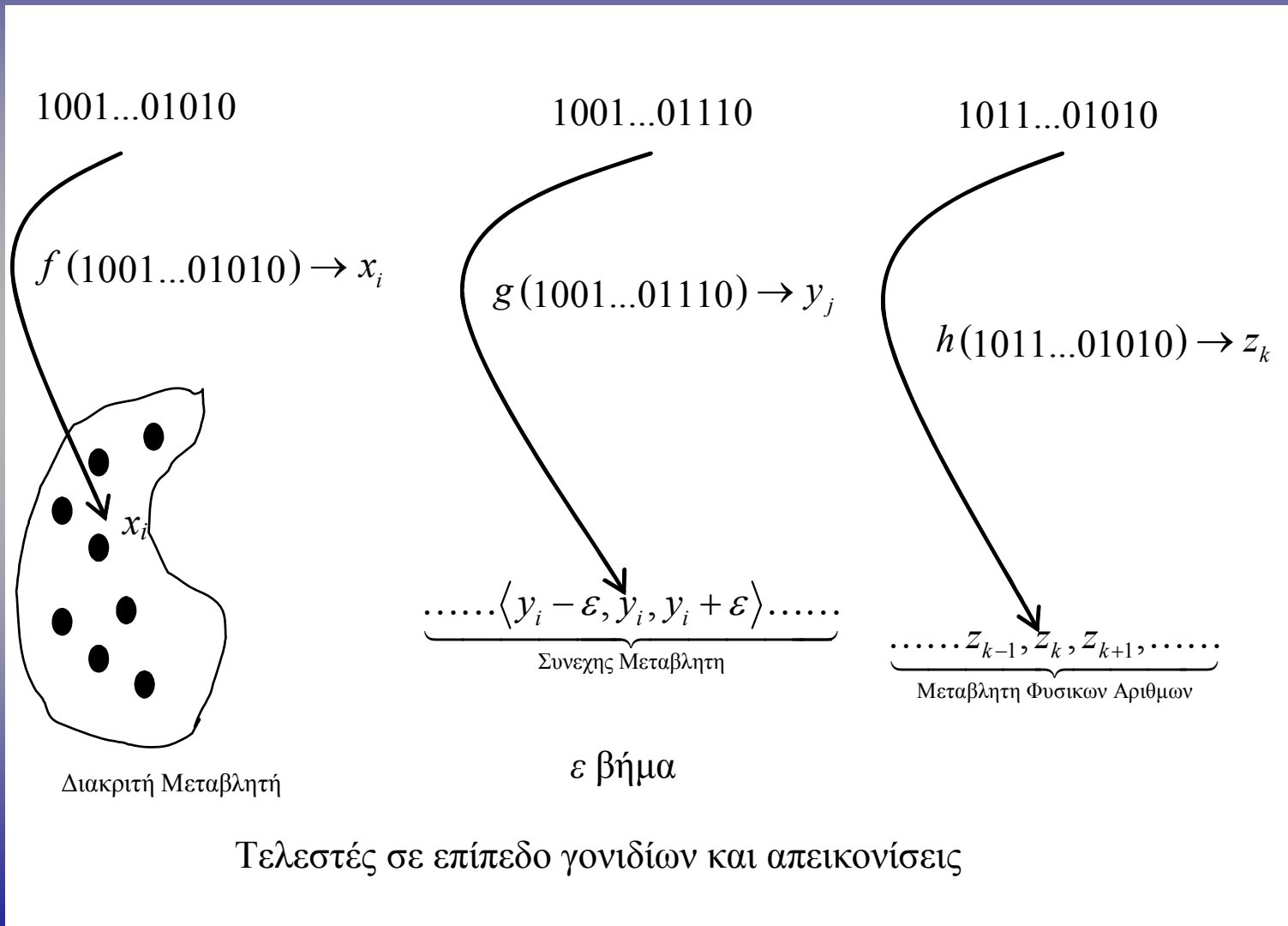
Ο Γ.Α. σε αντίθεση με άλλες μεθόδους βελτιστοποίησης, εξελίσσει ένα πλήθος πιθανών λύσεων (πληθυσμός λύσεων).

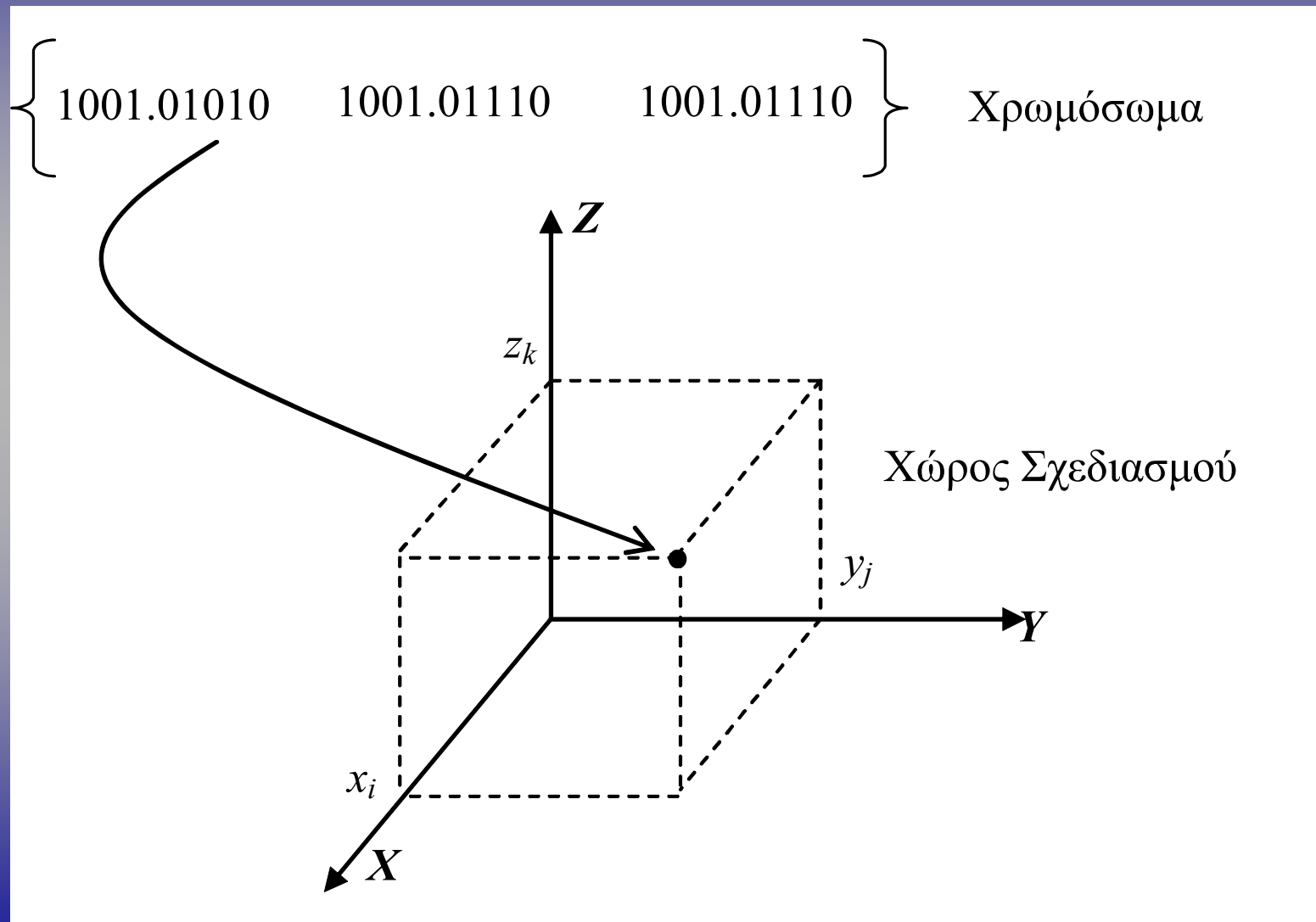
Μέσω των τελεστών της μεθόδου ο πληθυσμός της τρέχουσας γενεάς χρησιμοποιείται για τη δημιουργία των ατόμων της επόμενης γενεάς.

Στην κλασική μορφή του Γ.Α. κάθε μ.σ., απεικονίζεται ως πεπερασμένη ακολουθία 0 και 1 (γονίδιο).

Το σύνολο των γονιδίων αποτελεί ένα χρωμόσωμα.

Κάθε χρωμόσωμα απεικονίζει μία πιθανή λύση μέσα στο χώρο σχεδιασμού του προβλήματος







- ◆ Τα βήματα της μεθόδου συνοψίζονται ως:
 - **Βήμα 1:** Καθορισμός παραμέτρων. (Μέγεθος πληθυσμού, Παράμετροι για επιλογή, διασταύρωση και μετάλλαξη. Κριτήρια σύγκλισης).
 - **Βήμα 2:** Επιλογή αρχικού πληθυσμού.
 - **Βήμα 3:** Υπολογισμός $f(\mathbf{x}_0)$. Έλεγχος σύγκλισης. Σε περίπτωση σύγκλισης **Βήμα 9**.
 - **Βήμα 4:** Υπολογισμός της πιθανότητας επιλογής.
 - **Βήμα 5:** Επιλογή βάσει της πιθανότητας επιλογής για τον πληθυσμό των γονέων.
 - **Βήμα 6:** Σε περίπτωση διασταύρωσης $\Gamma \rightarrow T$ και εφαρμογή του τελεστή μετάλλαξης κατά τη διαδικασία αντιγραφής. Αντιθέτως $\Gamma \equiv T$.
 - **Βήμα 7:** Εφόσον το πλήθος των τέκνων $<$ πλήθους των γονέων επιστροφή στο **Βήμα 3**.
 - **Βήμα 8:** Ορισμός τέκνων ως γονείς και επιστροφή στο **Βήμα 3**.
 - **Βήμα 9:** Τερματισμός της διαδικασίας.



ΤΕΛΕΣΤΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

ΤΕΛΕΣΤΗΣ ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗΣ

ΤΕΛΕΣΤΗΣ ΜΕΤΑΛΛΑΞΗΣ

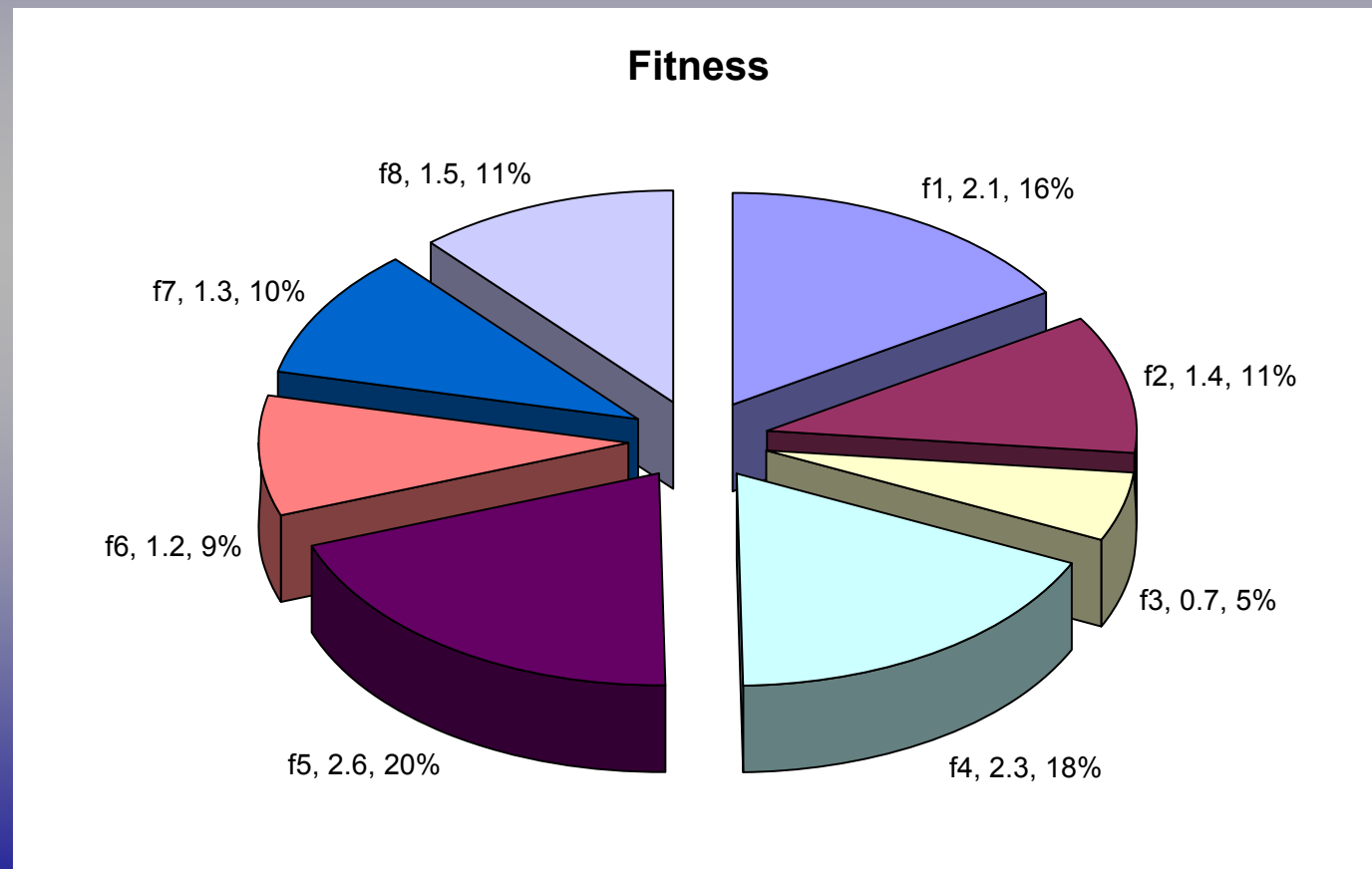


Roulette Wheel – Μέθοδος Κατανομής Ρουλέττας

$$P_i = \frac{f(\mathbf{x}_i)}{\sum_{j=1}^{N_P} f(\mathbf{x}_j)} \quad \sum_{j=1}^{N_P} P_j = 1$$

$$\max P_i = \frac{\max f(\mathbf{x}_i)}{\sum_{j=1}^{N_P} f(\mathbf{x}_j)}$$

Pop	Fitness
f1	2.1
f2	1.4
f3	0.7
f4	2.3
f5	2.6
f6	1.2
f7	1.3
f8	1.5



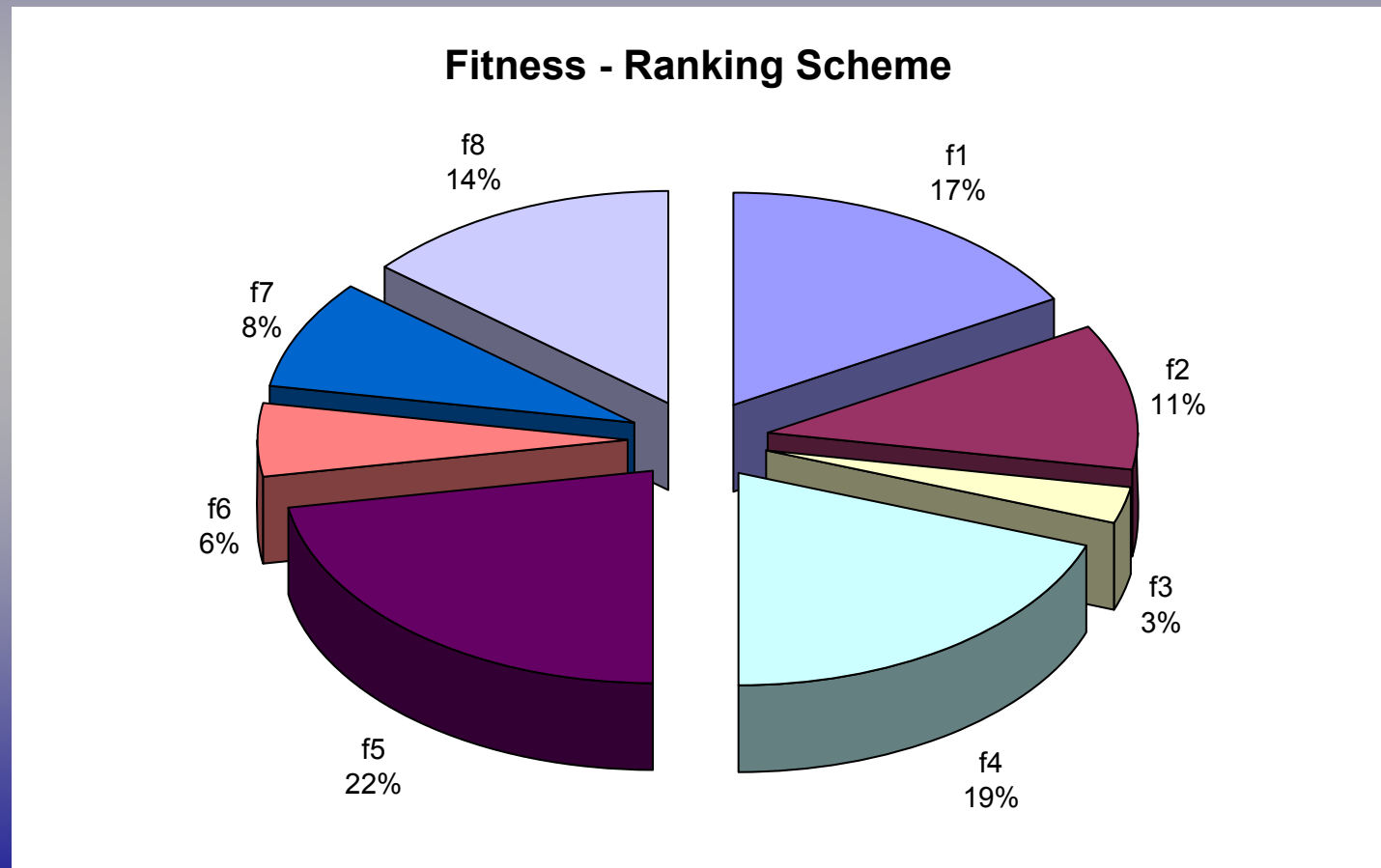


Ranking Scheme – Μέθοδος Σχετικής Θέσης

$$P_i = \frac{(N_p + 1 - i)}{\sum_{j=1}^{N_p} (N_p + 1 - j)}$$

$$\max P_i = \frac{2}{N_p + 1}$$

Pop	Fitness	Rank	Np+1-Rank
f1	2.1	3	6
f2	1.4	5	4
f3	0.7	8	1
f4	2.3	2	7
f5	2.6	1	8
f6	1.2	7	2
f7	1.3	6	3
f8	1.5	4	5





Tournament Selection - Μέθοδος Επιλογής με αγώνα

- ◆ Από k επιλεγμένα άτομα κατά τυχαίο τρόπο τα n πιο εύρωστα επιλέγονται για διασταύρωση.
- ◆ Το μέγεθος των μεταβλητών k και n ελέγχει την πιθανότητα επιλογής των πιο εύρωστων ατόμων.

$$\max \{P_i\} = P_{N_p} = \left\{ 1 - \left[1 - \left(\sum_{j=1}^k \frac{1}{N_p - j} \right) \right]^{\frac{N_p}{n}} \right\}$$

- ◆ Η πιθανότητα επιλογής των $k-n$ λιγότερο εύρωστων ατόμων είναι ίση με το μηδέν.



Breeding Selection – Επιλογή «Εκτροφής»

- ◆ Μόνον σε k από τα N άτομα ορίζεται μη μηδενική πιθανότητα επιλογής.

$$\max \{P_i\} = \frac{1}{k}$$

- ◆ Η πιθανότητα επιλογής των $N-k$ λιγότερο εύρωστων ατόμων είναι ίση με το μηδέν.



Red Queen – Επιλογή «Κόκκινης Βασίλισσας»

- ◆ Το περισσότερο εύρωστο άτομο επιλέγεται πάντα ως ένας εκ των 2 γονέων (Βασίλισσα).
- ◆ Ο άλλος γονέας επιλέγεται κατά τυχαίο τρόπο από τον πληθυσμό (με ή χωρίς τη συμμετοχή της Βασίλλισας).

$$\max \{P_i\} = 1$$

$$\{P_i\} = \frac{1}{N-1} \vee \{P_i\} = \frac{1}{N}$$

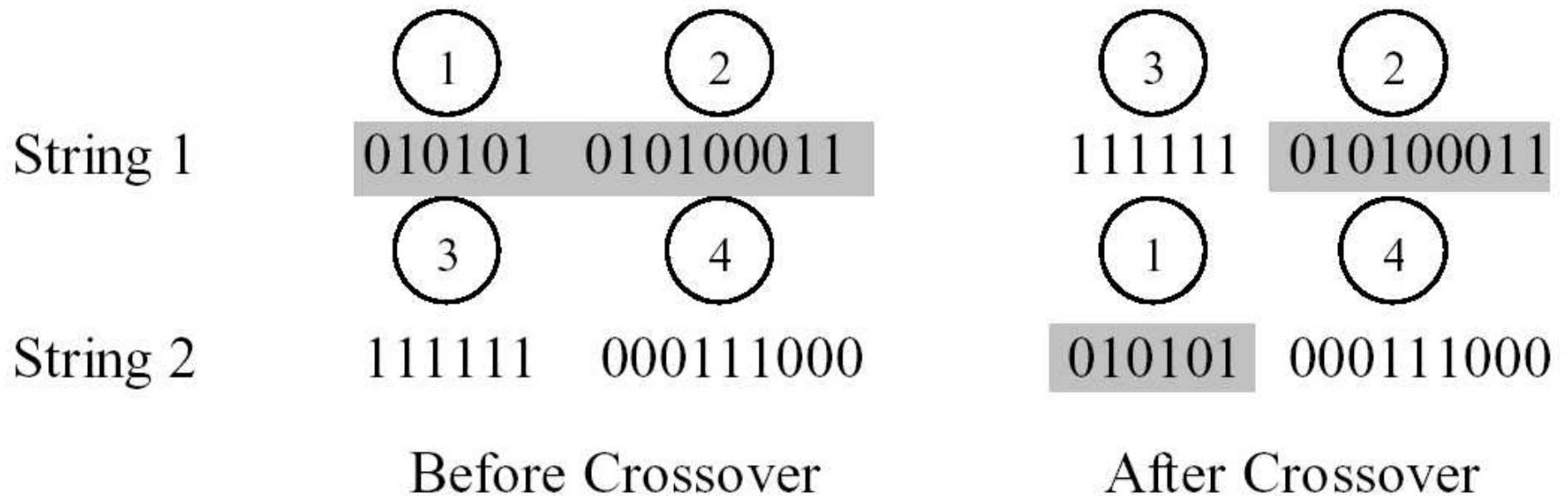


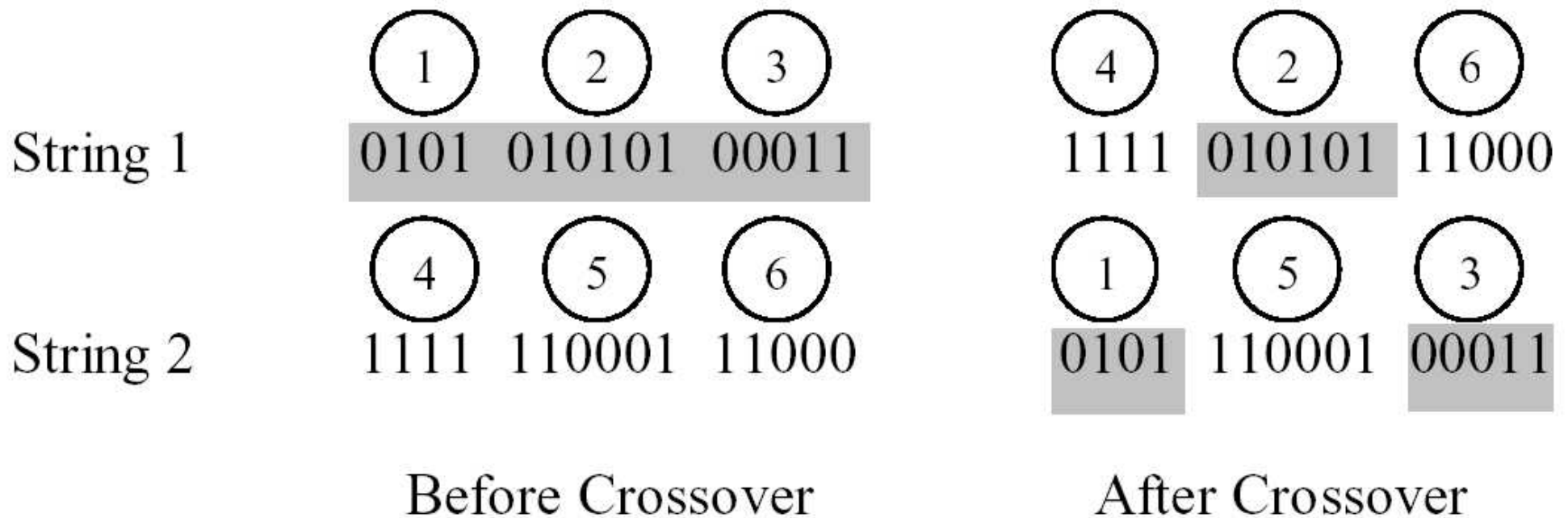
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΕΛΕΣΤΩΝ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

- ◆ Η πιθανότητα επιλογής είναι συνάρτηση και της απόλυτης απόδοσης (RW)
- ◆ Η πιθανότητα επιλογής είναι ανεξάρτητη της απόλυτης απόδοσης και εξαρτάται μόνον από τη σχετική θέση του ατόμου στον πληθυσμό (RS + TS + BS + RQ)
- ◆ Για το σύνολο των ατόμων στον πληθυσμό ορίζεται μία πιθανότητα επιλογής (RW + RS + RQ)
- ◆ Για k -n άτομα η πιθανότητα επιλογής είναι ίση με το μηδέν (TS)
- ◆ Για N - k άτομα η πιθανότητα επιλογής είναι ίση με το μηδέν (BS)



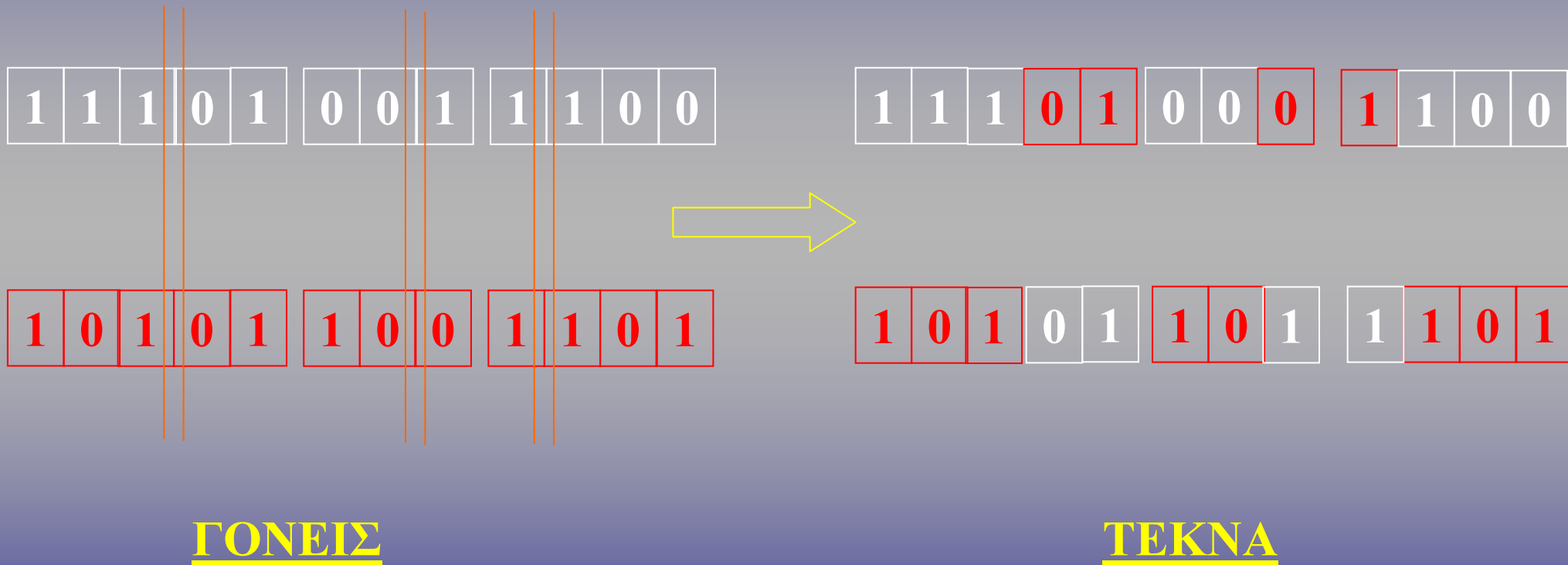
- ◆ Η διαδικασία ανάμιξης του γενετικού υλικού k γονέων για την παραγωγή l ατόμων που θα αποτελέσουν και τα άτομα της επόμενης γενεάς.
- ◆ Μέθοδοι Διασταύρωσης:
 - Διασταύρωση Μονού Σημείου, Single Point Crossover – (SPC)
 - Διασταύρωση Διπλού Σημείου, Double Point Crossover – (DPC)
 - Διασταύρωση Μονού Σημείου ανά μεταβλητή σχεδιασμού – Single Point Crossover per Variable – (SPCV)
 - Διασταύρωση Πολλαπλού Σημείου, Multi Point Crossover – (MPC)
 - Διασταύρωση με χρήση μάσκας, Uniform Crossover – (UC)





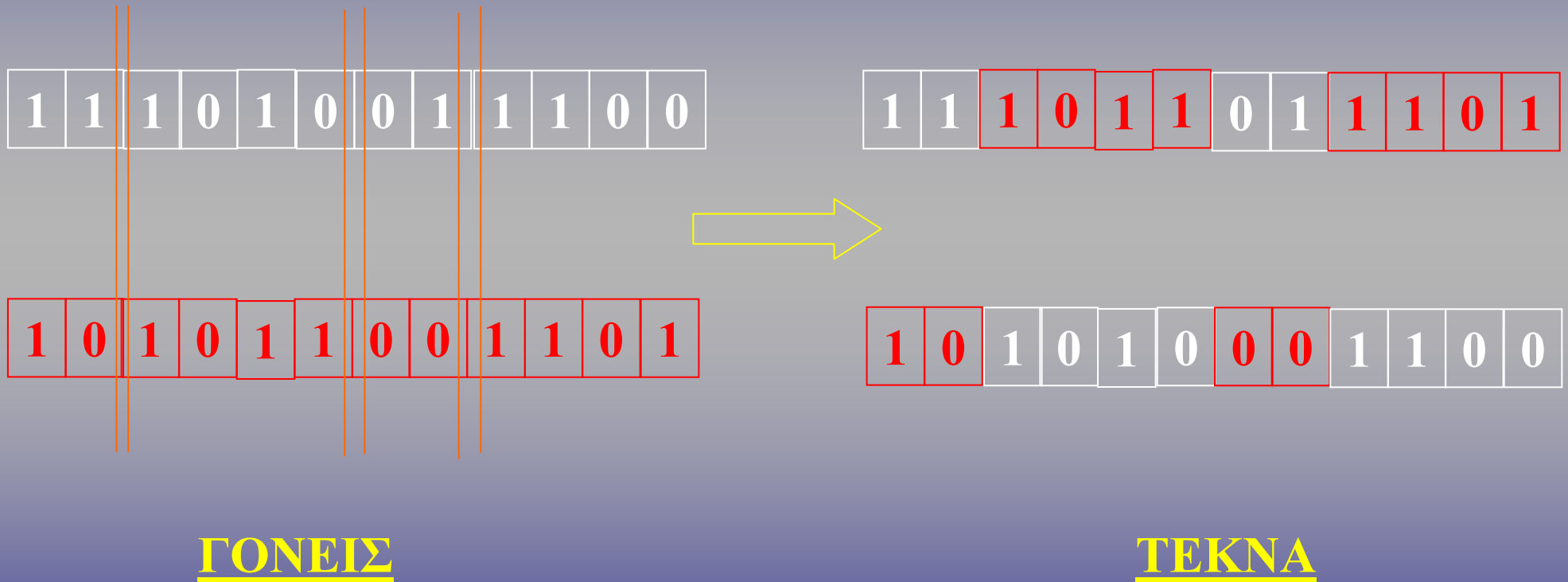


Διασταύρωση Μονού Σημείου ανά μεταβλητή σχεδιασμού





Διασταύρωση Πολλαπλού Σημείου





Διασταύρωση με χρήση Μάσκας

ΓΟΝΕΙΣ

1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Μάσκα

0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

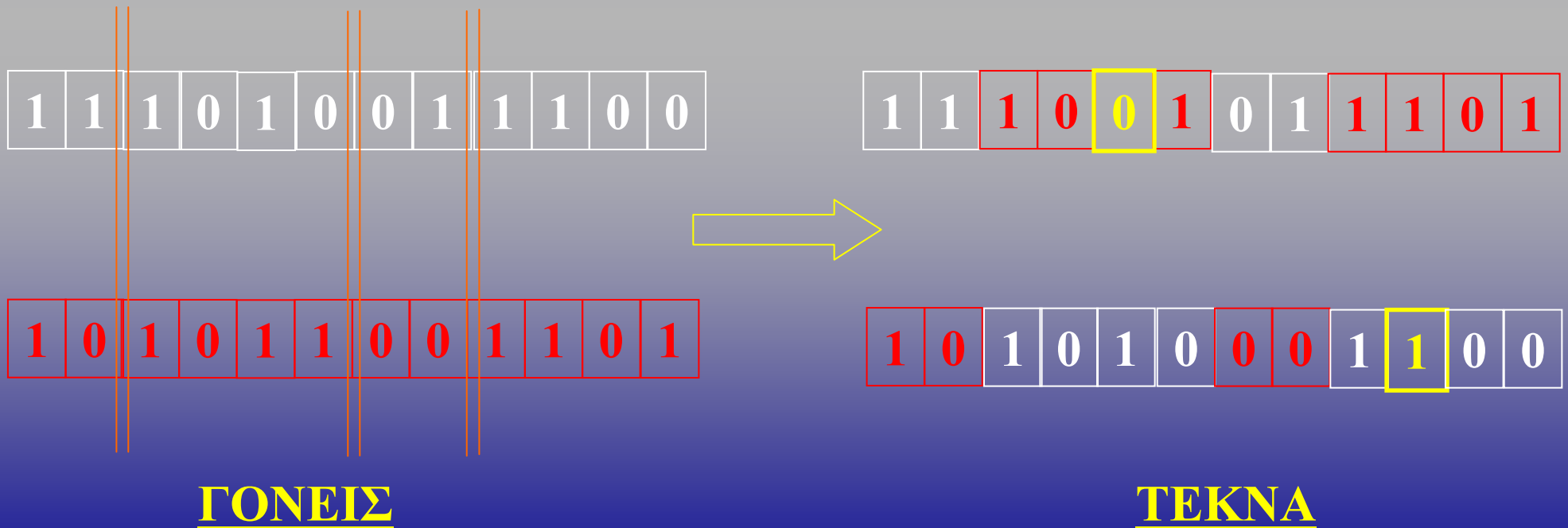
ΓΟΝΕΙΣ



- ◆ Στις προηγούμενες διαφάνειες ορίζεται ότι το πλήθος των τέκνων ισούνται με το πλήθος των γονέων.
- ◆ Παραλλαγές επό του θέματος:
 - Πλήθος τέκνων $<$ Πλήθος των Γονέων
 - » Με επιλογή του περισσότερο εύρωστου τέκνου (ή τέκνων) για την επόμενη γενεά.
 - » Κατά τυχαίο τρόπο.
 - Πλήθος τέκνων $>$ Πλήθος των Γονέων
 - » Με επιλογή στο τέλος της διαδικασίας των N πιο εύρωστων τέκνων.
 - » Με επιλογή των N_f περισσότερο εύρωστων τέκνων.
 - » Κατά τυχαίο τρόπο.



- ◆ Η διαδικασία εισαγωγής κατά τυχαίο τρόπο λαθών στην αντιγραφή του γενετικού υλικού κατά τη φάση της διασταύρωσης





- ◆ Η διαδικασία με την οποία πλήθος L γονέων (με την υψηλότερη ευρωστία) περνούν αυτούσιοι στην επόμενη γενεά.
- ◆ Εξασφαλίζεται ότι η γενετική πληροφορία του περισσότερο εύρωστου άτομου (ή ατόμων Ξ ελίτ) δεν θα χαθεί κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης.



ΓΟΝΟΤΥΠΙΚΑ

Ομοιογένεια του πληθυσμού

ΦΑΙΝΟΤΥΠΙΚΑ

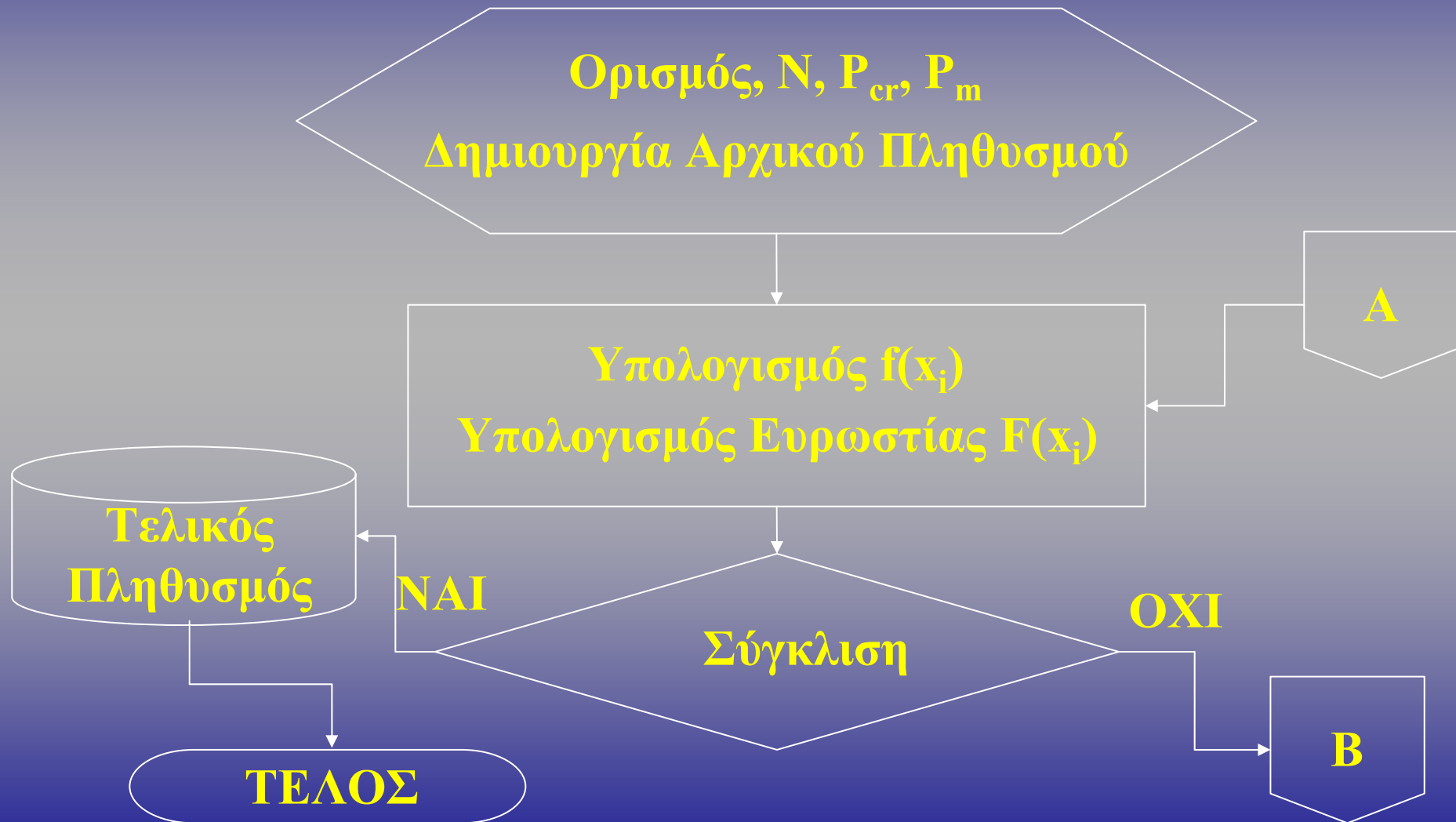
Διασπορά των τιμών της αντικειμενικής
συνάρτησης

ΜΙΚΤΑ

Συνδυασμός των άνω

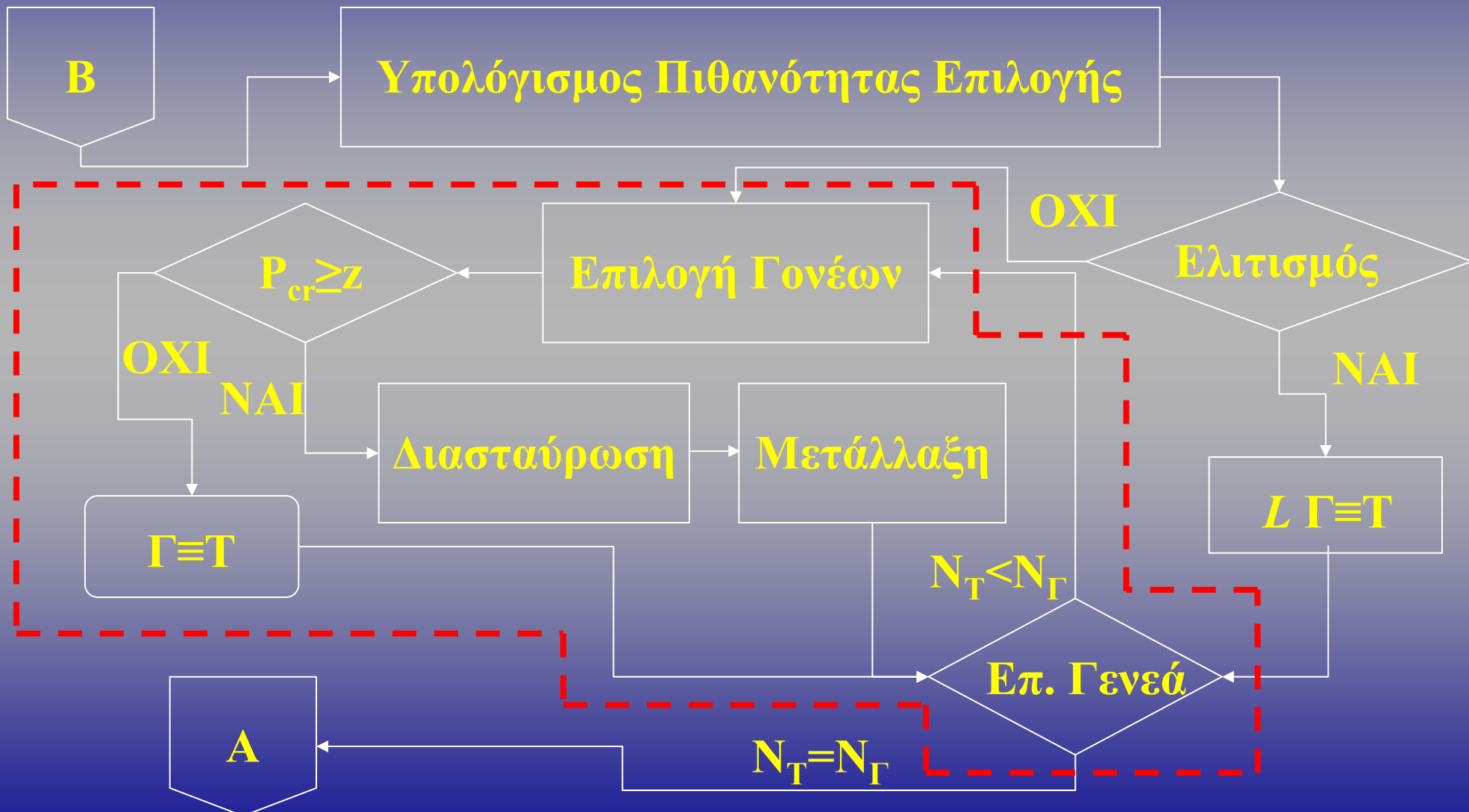
ΠΛΗΘΟΣ ΓΕΝΕΩΝ

$$N_{gen} \leq N_{g,l}$$





ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ (συν)





Πηγαίος Κώδικας από Carroll D.L.

- ◆ Carroll, D. L., "Chemical Laser Modeling with Genetic Algorithms, AIAA J., Vol. 34, 2, 1996, pp.338-346.

Ο πηγαίος κώδικας σε FORTRAN βρίσκεται στο

<http://cuaerospace.com/carroll/ga.html>



Goldberg and Richardson function

$$f(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n (\sin(5 \cdot \pi \cdot x_i) + 0.5)^{N_{valley}} \cdot \exp \left(-4 \cdot \ln(2) \cdot \frac{\left(x_i - \frac{2}{3}\right)^2}{0.64} \right)$$

Goldberg, D. E., and Richardson, J., "Genetic Algorithms with Sharing for Multimodal Function Optimization," Genetic Algorithms and their Applications: Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms, 1987, pp. 41-49.



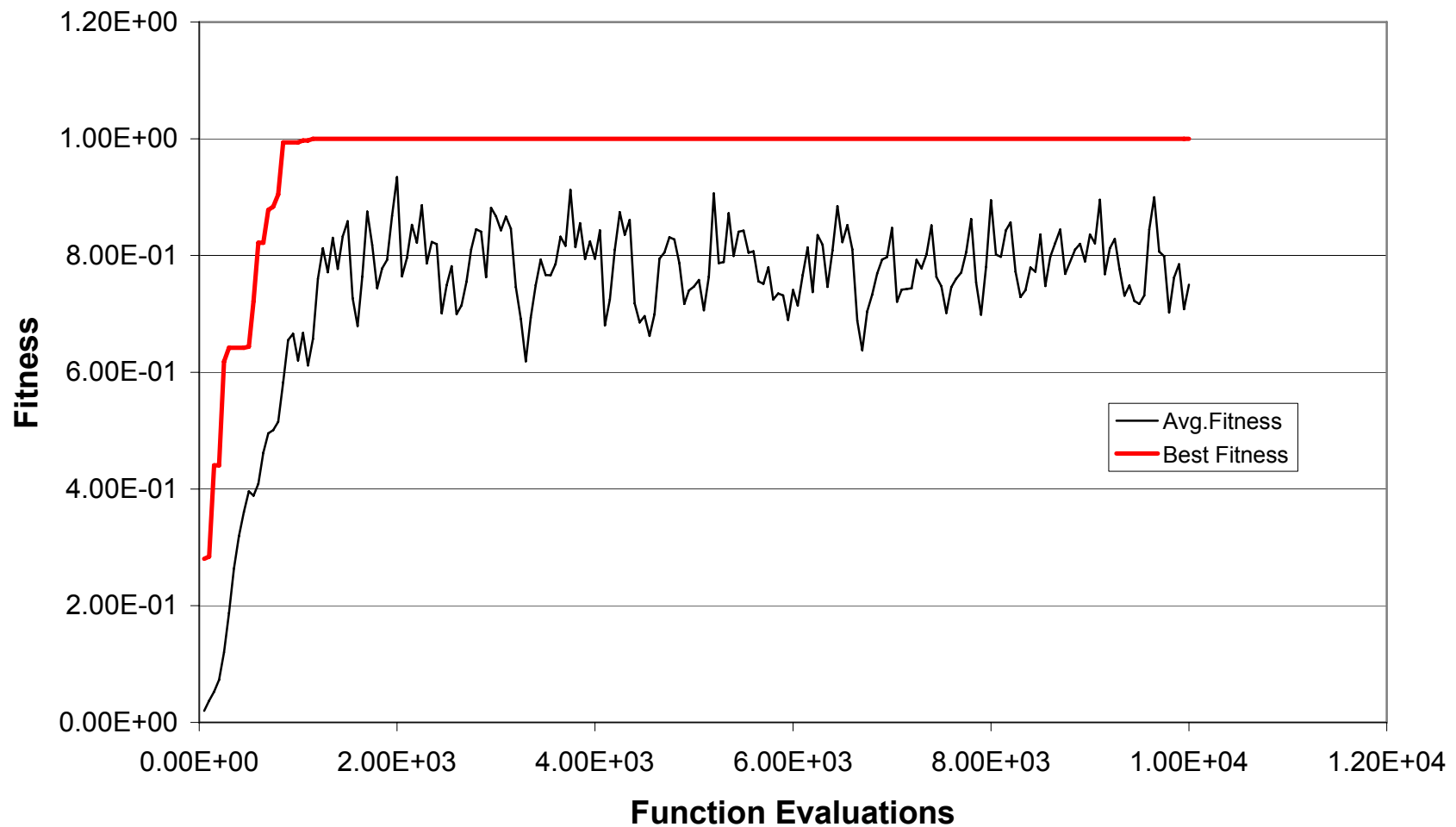
Αρχείο ga.inp (Βασική Ανάλυση)

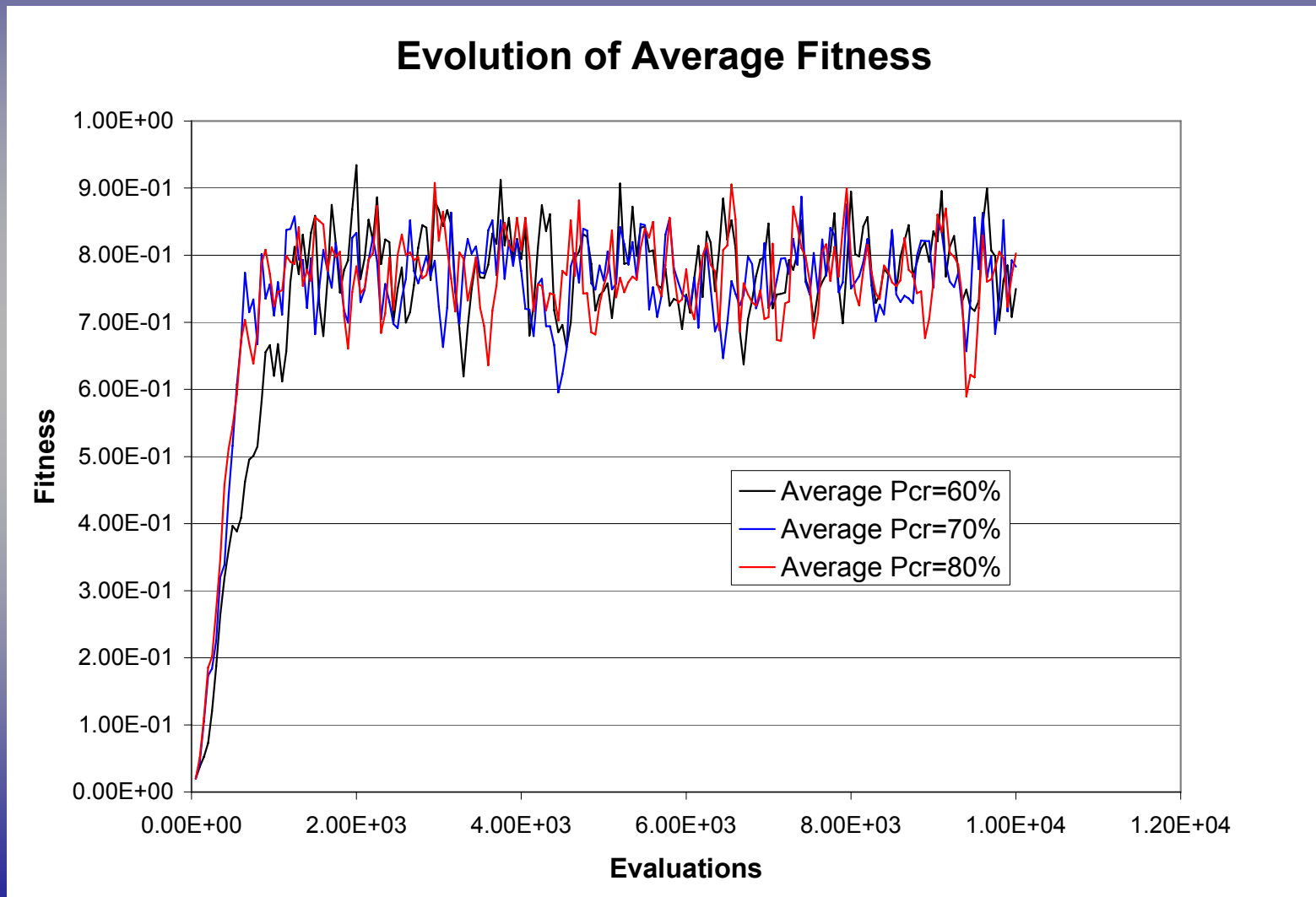
```
irestrt=0,  
microga=0,  
npropsiz= 50,  
nparam= 2,  
pmutate=0.02d0,  
maxgen=200,  
idum=-1000,  
pcross=0.6d0,  
itourny=1,  
ielite=1,  
icreep=0,
```

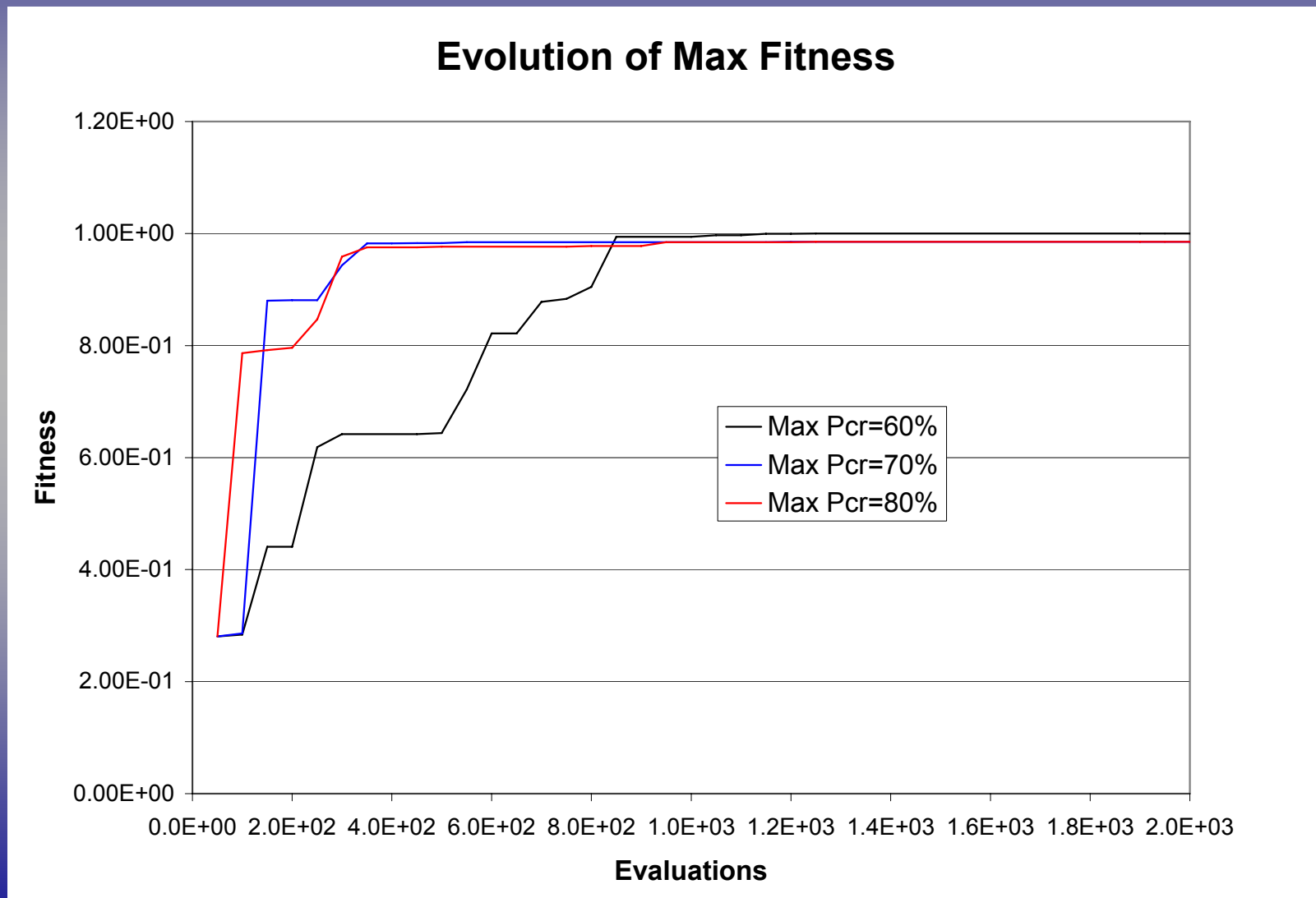
```
pcreep=0.04d0,  
iunifrm=0,  
iniche=0,  
nchild=2,  
iskip= 0,  
iend= 0,  
nowrite=1,  
kountmx=5,  
parmin= 2*0.0d0,  
parmax= 2*1.0d0,  
nposibl=2*32768,  
nichflg=2*0,
```



Evolution of Maximum and Average Fitness - Normal-1

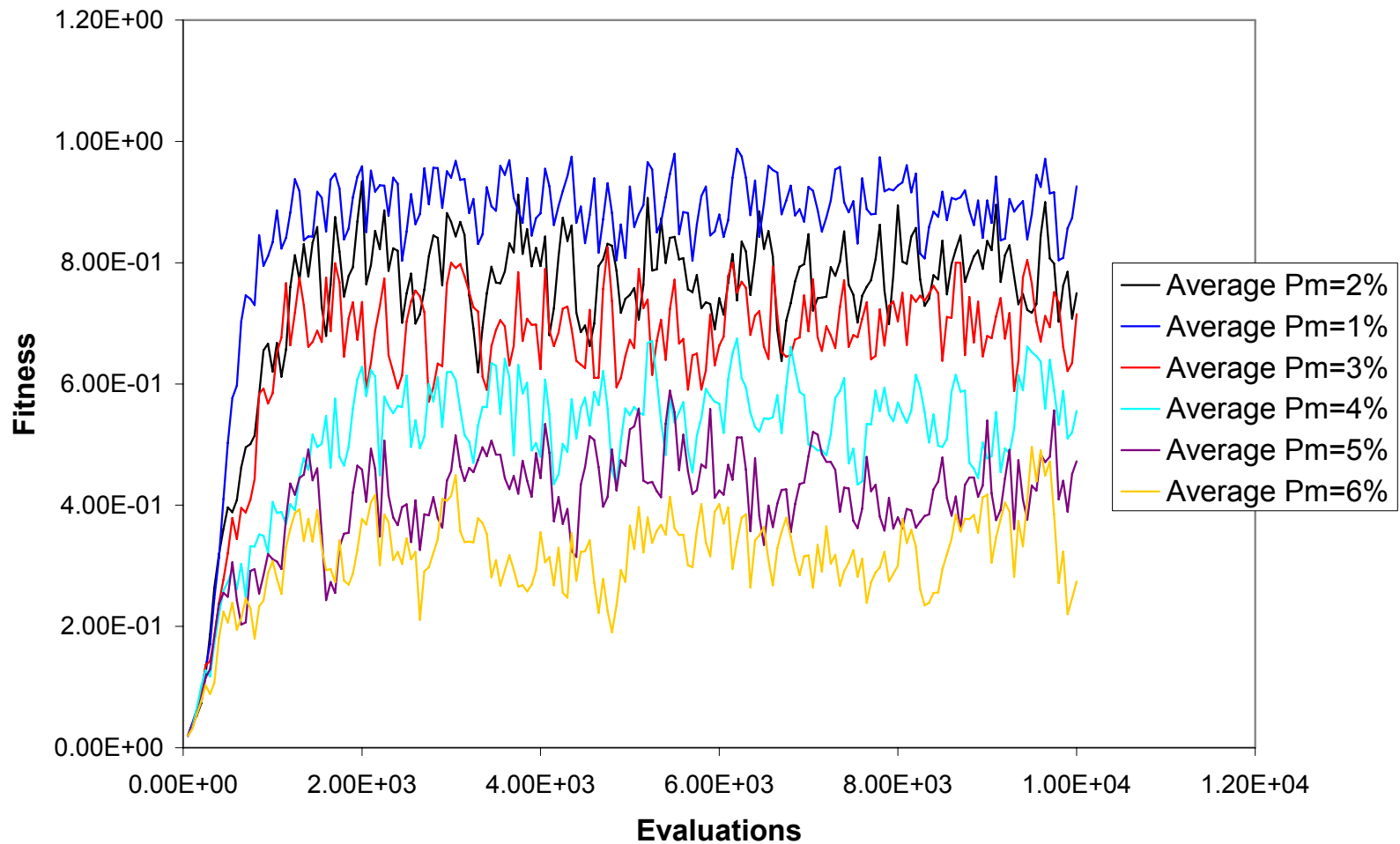


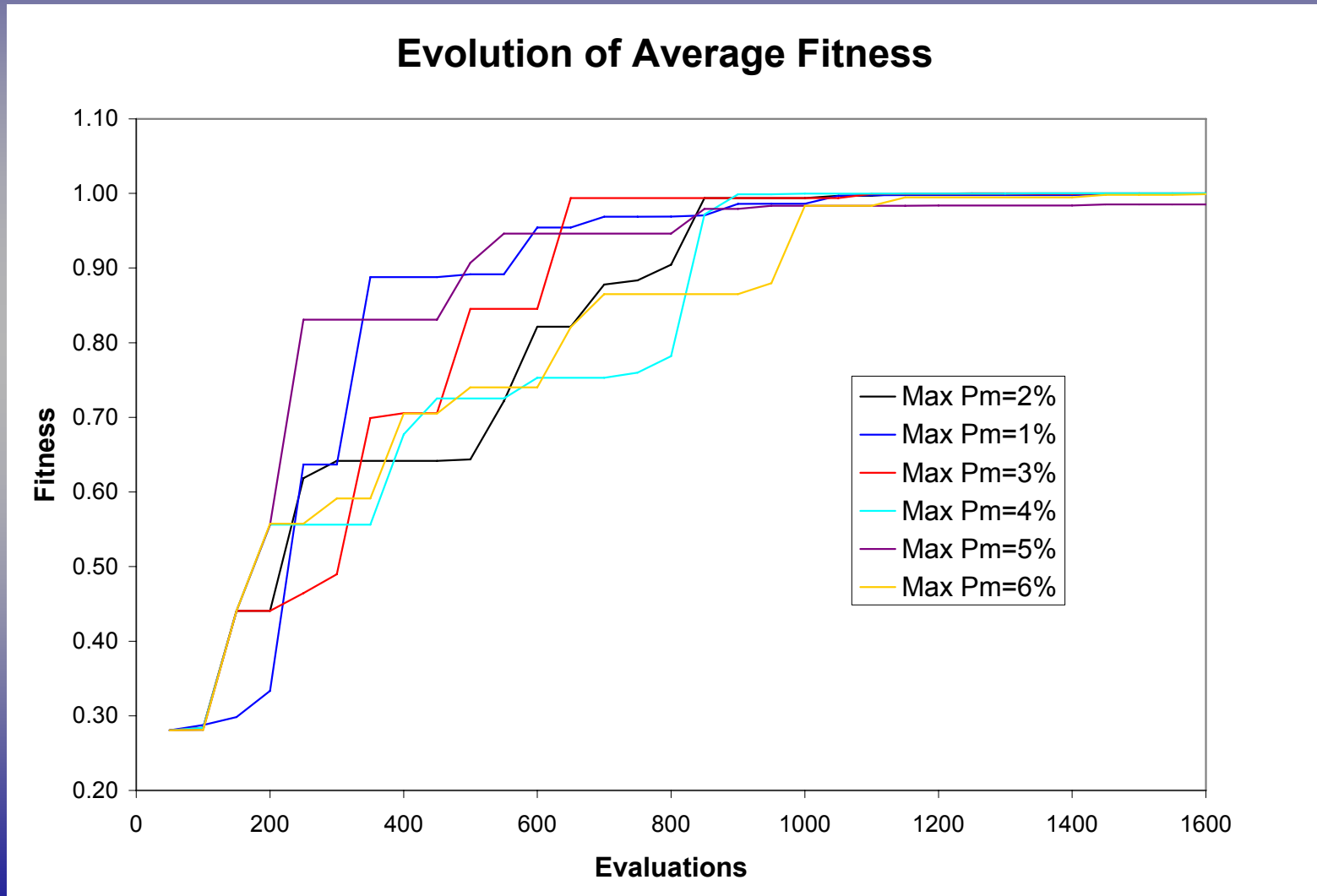


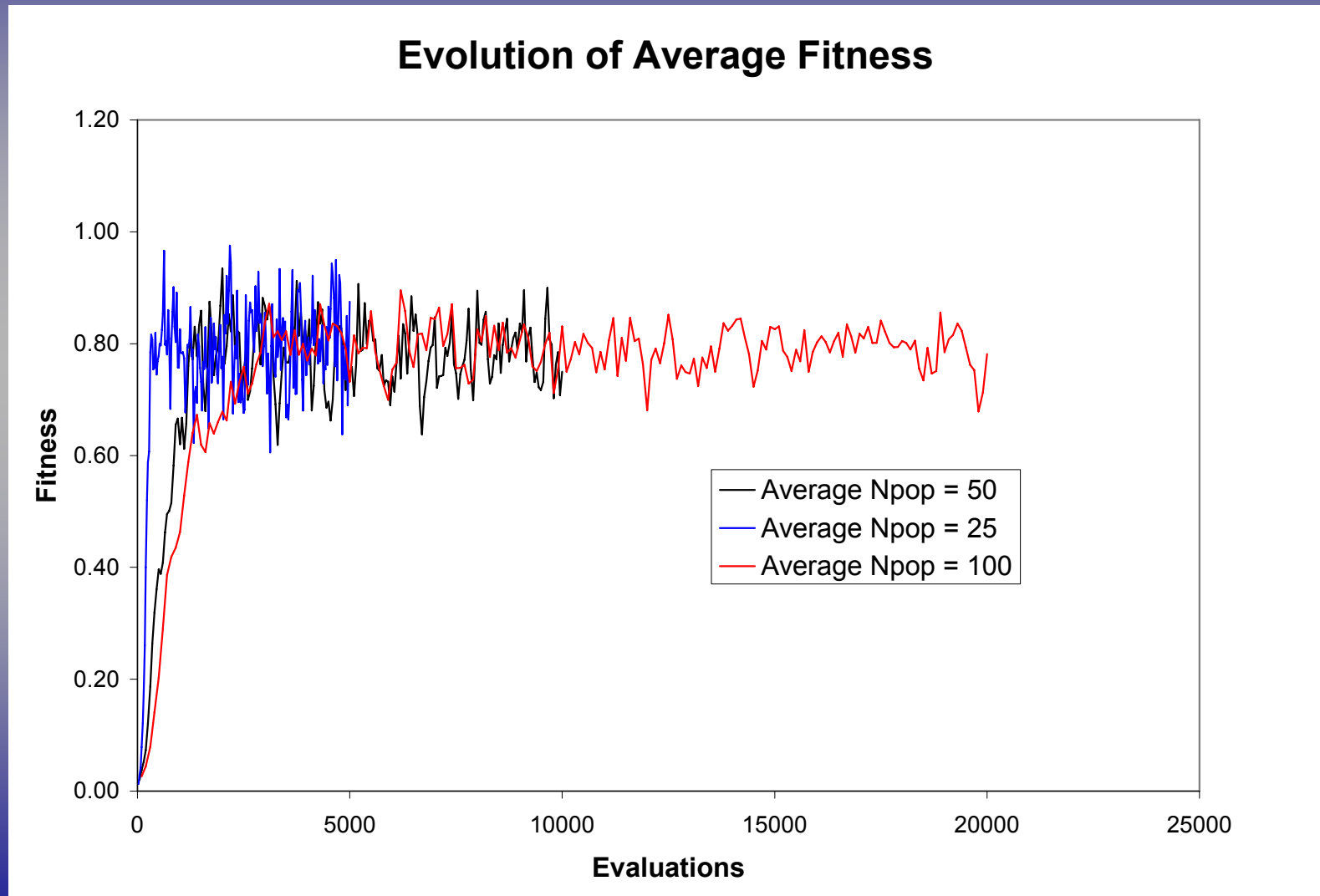


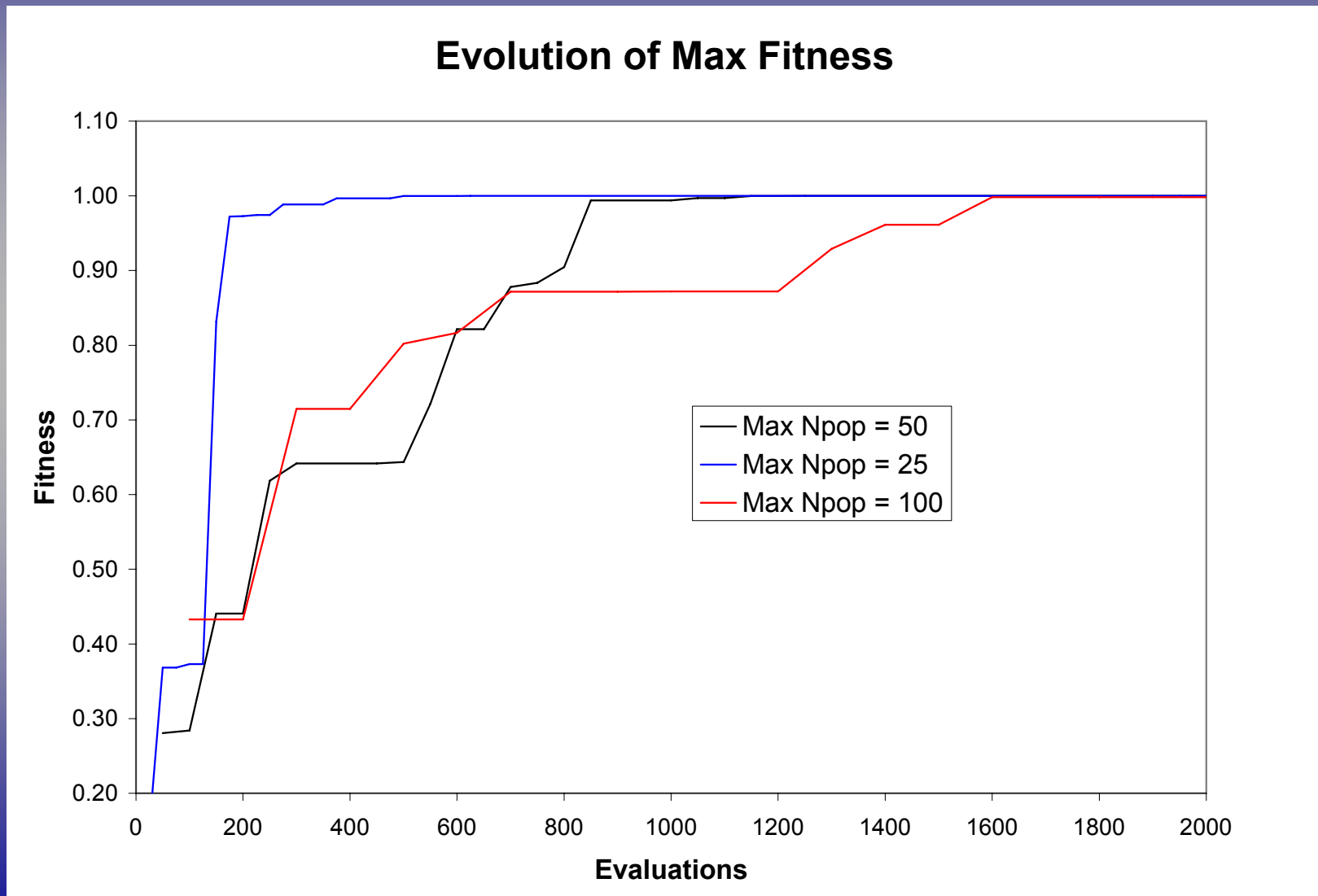


Evolution of Average Fitness



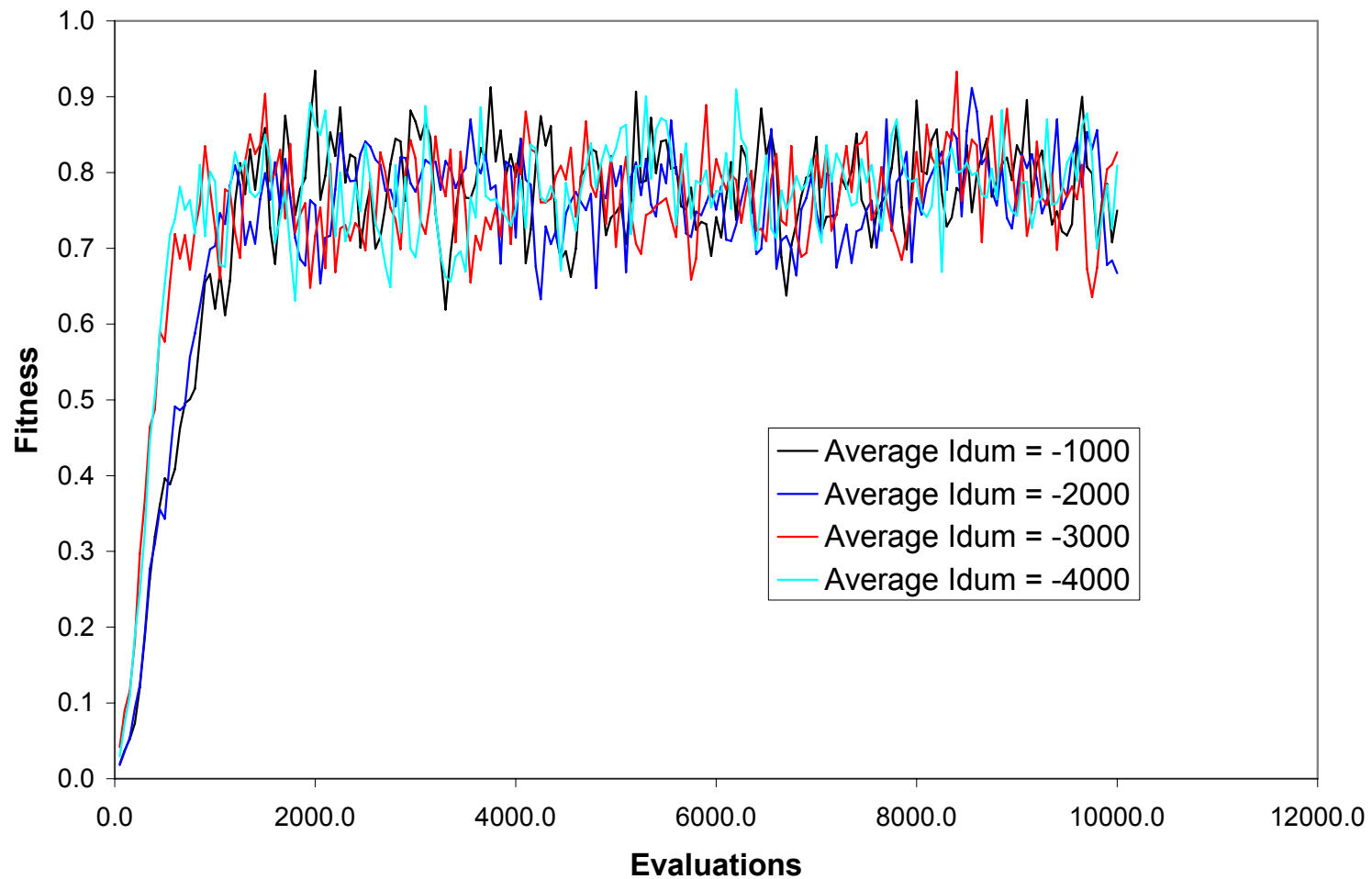


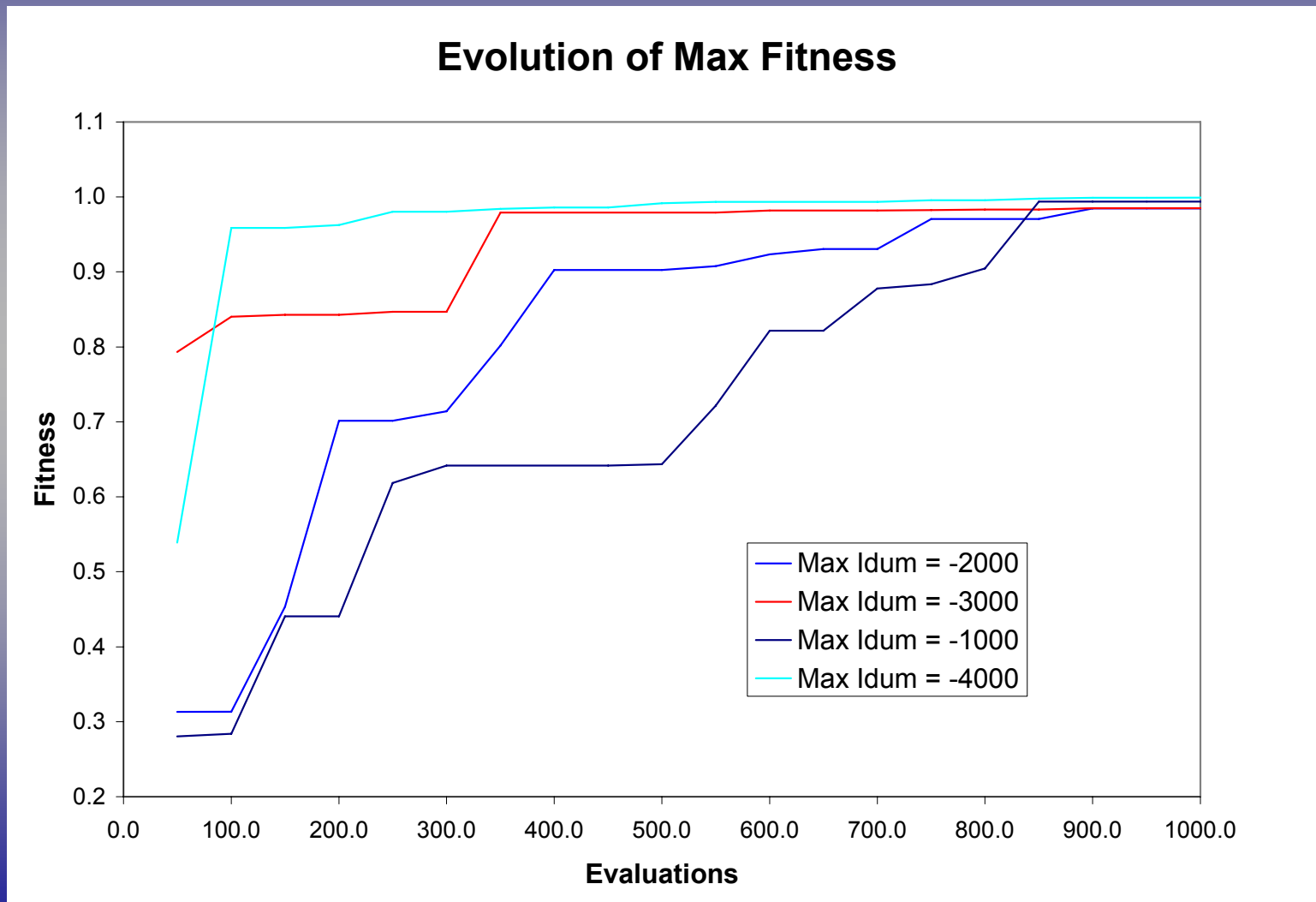


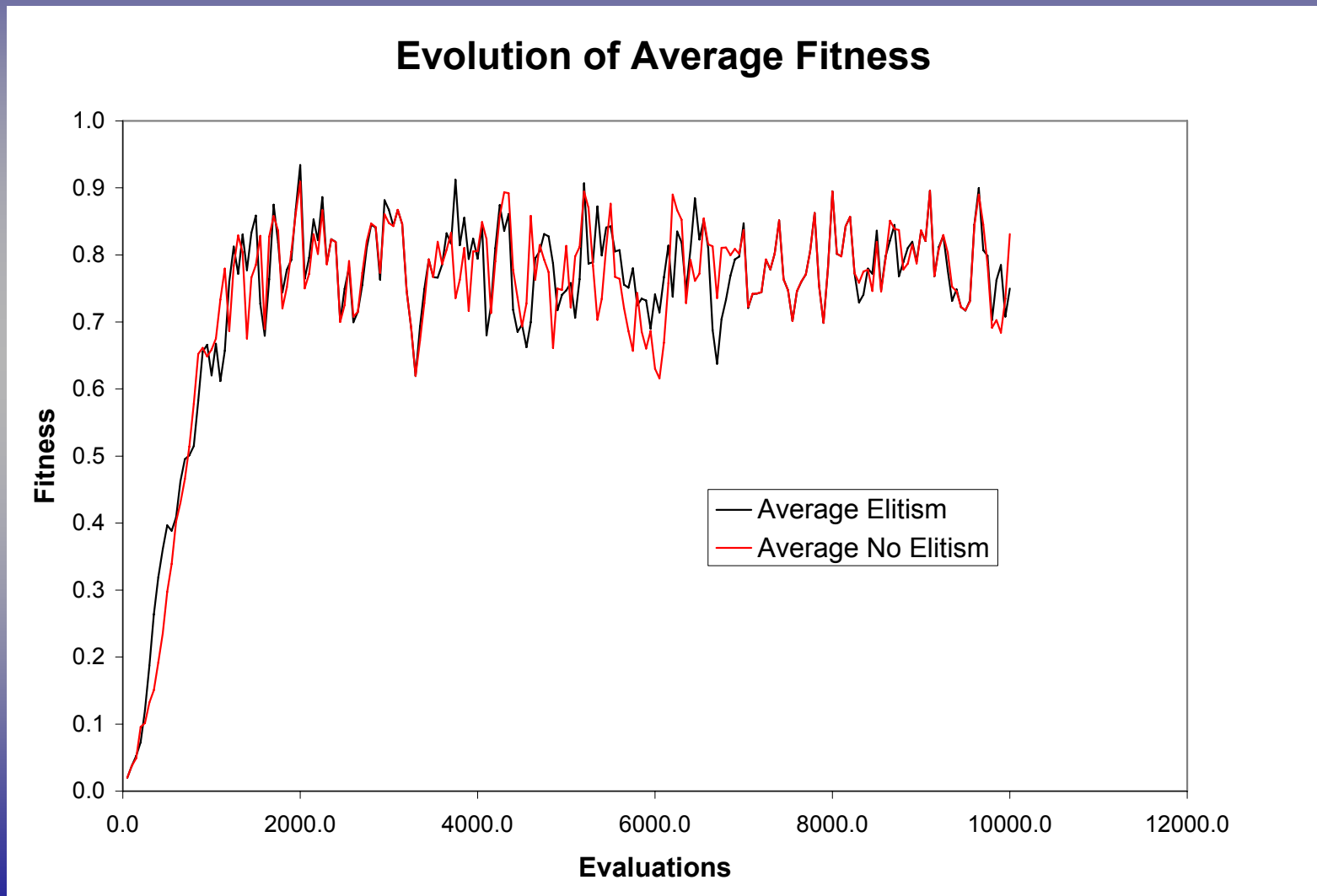


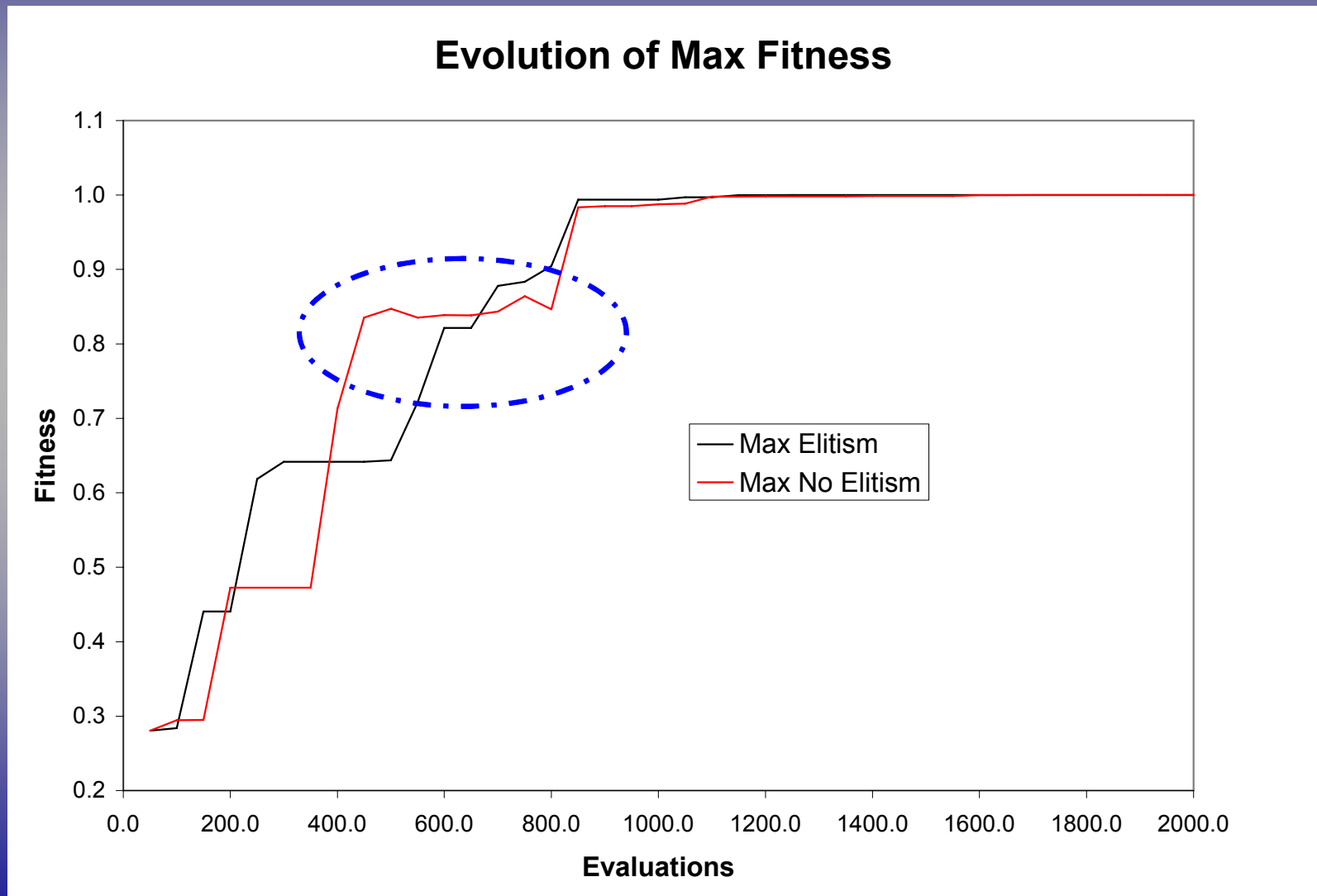


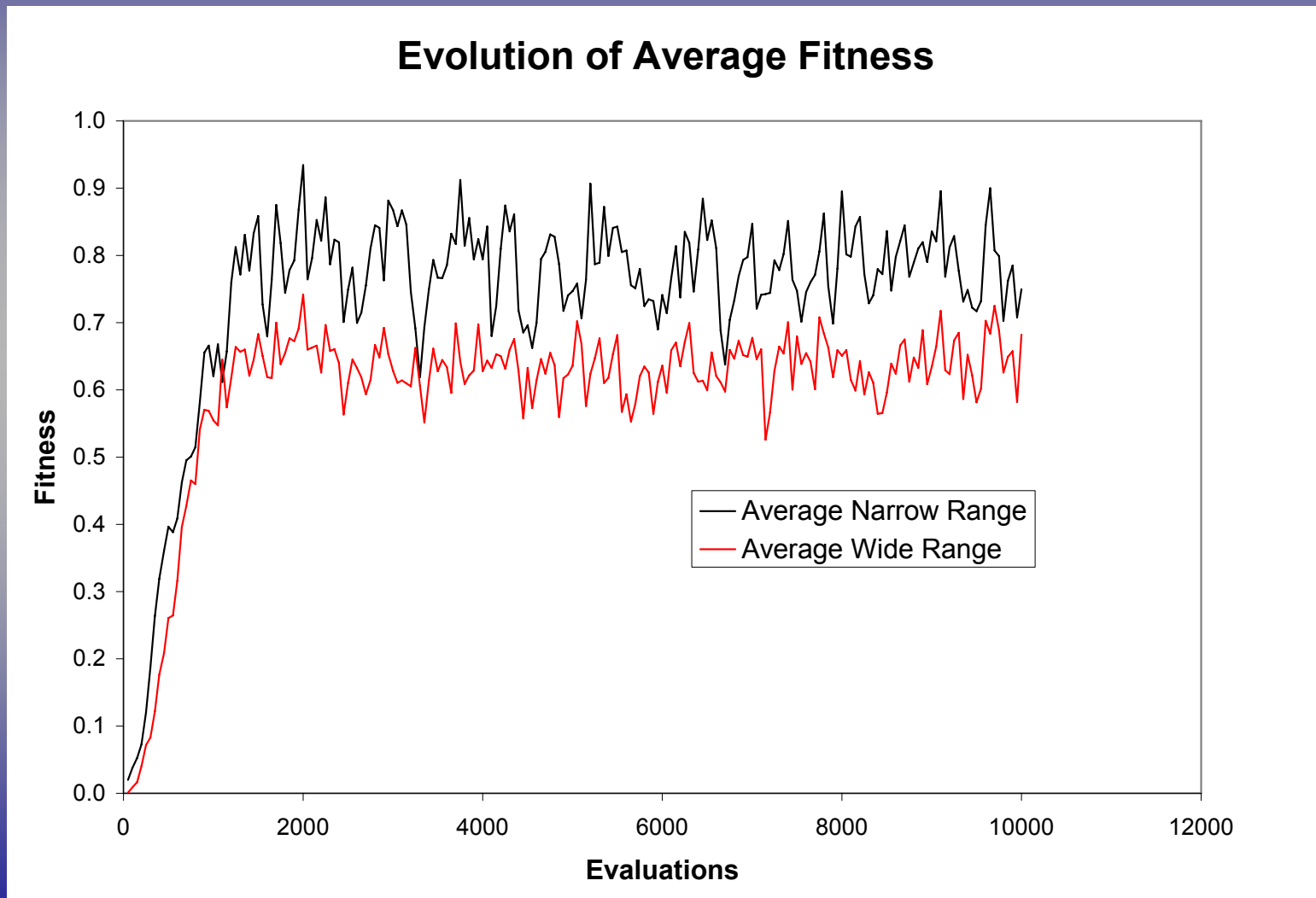
Evolution of Average Fitness

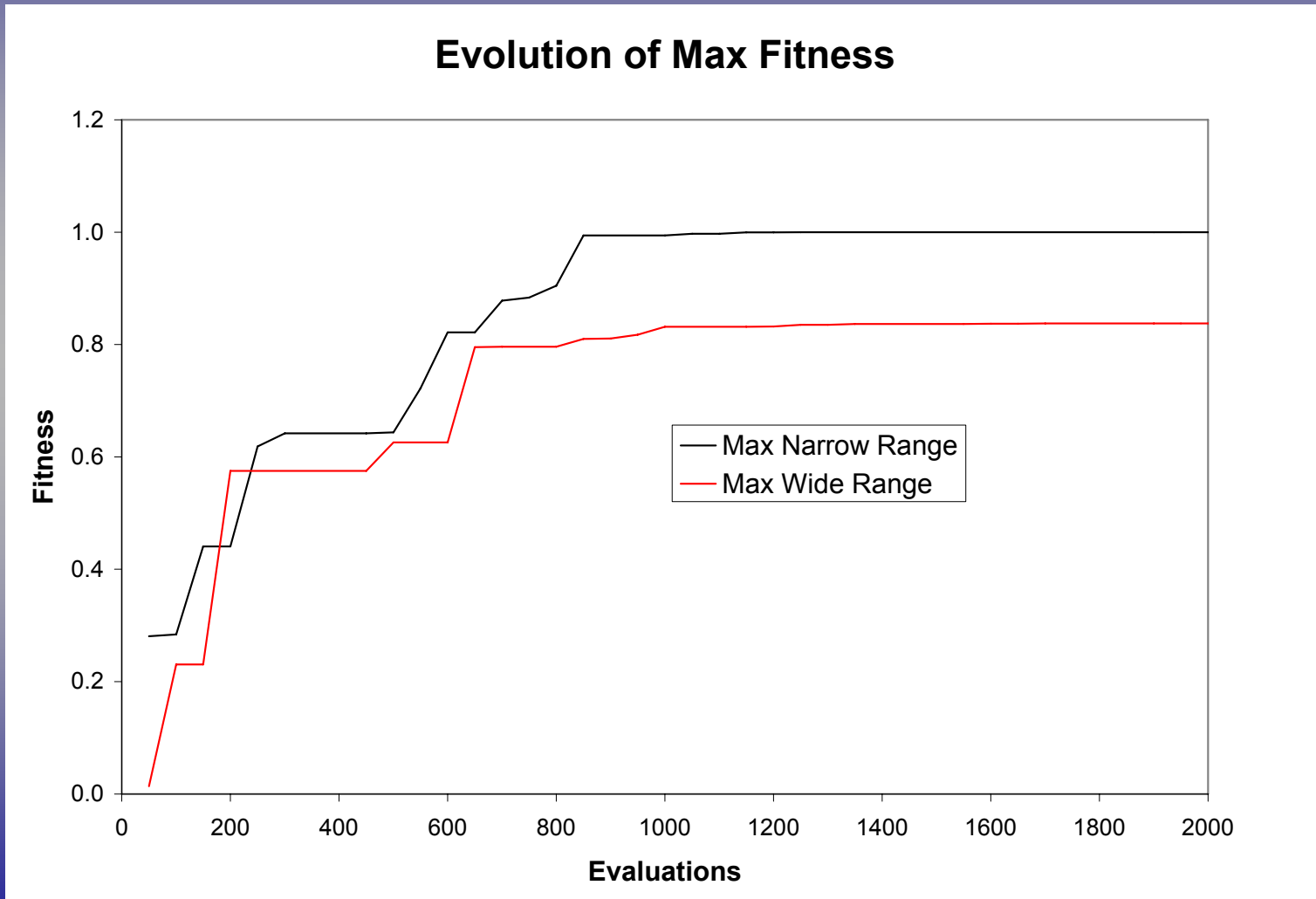














Goldberg, D.E., (1989) “Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning”, Addison-Wesley, Reading, MA, U.S.A.

Holland, J.H., (1975) “Adaptation in Natural and Artificial Systems”
The University of Michigan Press, Ann Arbor, MI.

Davis, L., (1991) “Handbook of Genetic Algorithms”, Van Nostrand Reinhold, New York, USA

De Jong, K.A., Spears, W.M., (1992) “A Formal Analysis of the Role of Multi-point Crossover in Genetic Algorithms”, Annals of Mathematics and AI Journal, 5(1):1-26.



Grefenstette, J.J., (1992) “Deception Considered Harmful”, In Foundations of Genetic Algorithms 2, L. Darrell Whitley, (eds), 75-92. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann.

Koumousis, V.K., Georgiou, P.G., (1994) “Genetic Algorithms in Discrete Optimization of Steel Truss Roofs”, Journal of Computing in Civil Engineering, 8(3):309-325.

Greenwell, R.N., Angus, J.E., Finck, M., (1995) “Optimal mutation probability for Genetic Algorithms”, Mathematical Computational Modeling, 21(8):1-11.

Erbatur, F., Hasańçebi, O., Tütüncü, I., Kõlõç, H., (2000) “Optimal design of planar and space structures with genetic algorithms” Computers & Structures, 75:209-224.



Nanakorn, P., Meesomklin, K., (2001) “An adaptive penalty function in genetic algorithms for structural design optimization”, *Computers & Structures*, 79(29-30):2527-2539.

Hong, T.P., Wang, H.S., Lin, W.Y., Lee, W.Y., (2002) “Evolution of Appropriate Crossover and Mutation Operators in a Genetic Process”, *Applied Intelligence*, 16:7-17.

Kwon, Y.D., Kwon, S.B., Jin, S.B., Kim, J.Y., (2003) “Convergence enhanced genetic algorithm with successive zooming method for solving continuous optimization problems”, *Computers & Structures*, 81:1715-1725