

Μεθοδολογία για τη Μεγιστοποίηση Κερδών των Επιχειρήσεων Παραγωγής Ηλεκτρικής Ενέργειας σε Ανταγωνιστικό Περιβάλλον Αγοράς

ΠΑΥΛΟΣ Σ. ΓΕΩΡΓΙΑΚΗΣ

Επίκουρος Καθηγητής Πολυτεχνείου Κρήτης

Περίληψη

Στην απελευθερωμένη αγορά ηλεκτρικής ενέργειας η ένταξη μονάδων παραγωγής που εφαρμόζεται από κάθε επιχείρηση παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, ονομάζεται ένταξη μονάδων παραγωγής με βάση το κέρδος και αφορά στη βελτιστοποίηση των μέσων παραγωγής με στόχο τη μεγιστοποίηση του κέρδους της επιχείρησης. Η αύξηση του ανταγωνισμού, η μείωση των υποχρεώσεων για εξυπηρέτηση και η ποικιλομορφία στον σχεδιασμό των διαφορετικών αγορών ηλεκτρικής ενέργειας κάνουν την απόφαση για το ποιές μονάδες παραγωγής θα λειτουργούν περισσότερο πολύπλοκη από ποτέ. Το άρθρο αυτό προτείνει μία μεθοδολογία δυναμικού προγραμματισμού για την επίλυση του προβλήματος της ένταξης μονάδων παραγωγής με βάση το κέρδος. Όλοι οι συνήθεις περιορισμοί των μονάδων παραγωγής λαμβάνονται υπόψη. Στον αλγόριθμο του δυναμικού προγραμματισμού ενσωματώνονται προηγμένα μαθηματικά μοντέλα προκειμένου να ληφθούν υπόψη οι περιορισμοί για τον ρυθμό μεταβολής της παραγωγής κατά την εκκίνηση και κατά την κράτηση, καθώς και ο ελάχιστος χρόνος ένταξης και κράτησης. Παρουσιάζονται εφαρμογές της μεθόδου σε ηλεκτρική επιχείρηση με μία και με είκοσι μονάδες παραγωγής, περιγράφεται ο τρόπος επίλυσης και γίνεται σχολιασμός των αποτελεσμάτων.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στις μη απελευθερωμένες αγορές ηλεκτρικής ενέργειας ο προγραμματισμός παραγωγής ή ένταξη μονάδων παραγωγής απαιτεί την κατάρτιση ενός προγράμματος λειτουργίας των μονάδων παραγωγής για τις επόμενες 24 έως 168 ώρες, έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το κόστος λειτουργίας του συστήματος κατά τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού και συγχρόνως να ικανοποιούνται οι λειτουργικοί περιορισμοί του συστήματος [1]. Επειδή στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του λειτουργικού κόστους, η ένταξη μονάδων παραγωγής συχνά ονομάζεται ένταξη μονάδων παραγωγής με βάση το κόστος. Ο προγραμματισμός παραγωγής απαιτεί την επίλυση ενός σύνθετου προβλήματος βελτιστοποίησης με διακριτές (καταστάσεις μονάδων παραγωγής) και συνεχείς (έξοδοι μονάδων παραγωγής) μεταβλητές απόφασης. Η ακριβής επίλυση του προβλήματος ένταξης των μονάδων

παραγωγής προκύπτει από την πλήρη απαρίθμηση όλων των δυνατών συνδυασμών των καταστάσεων ένταξης, η οποία είναι αδύνατον να εφαρμοστεί σε πρακτικού μεγέθους συστήματα εξαιτίας του μεγάλου υπολογιστικού χρόνου που απαιτεί [2]. Για την επίλυση του προβλήματος της ένταξης μονάδων παραγωγής έχουν προταθεί οι μέθοδοι της σειράς ένταξης [2-3], του δυναμικού προγραμματισμού [4], της διάσπασης Lagrange [5], της διακλάδωσης και φραγής [6] και της διάσπασης Bender [7]. Πρόσφατα έχουν παρουσιαστεί προσεγγίσεις με εφαρμογή προσομοιωμένης ανόπτησης [8], ευφυών συστημάτων [9], τεχνητών νευρωνικών δικτύων [10] και γενετικών αλγορίθμων [11]. Με βάση τις μεθόδους της σειράς ένταξης οι μονάδες παραγωγής εντάσσονται βάσει της αύξουσας σειράς του ειδικού κόστους λειτουργίας στη μέγιστη έξοδο, έτσι, ώστε οι οικονομικότερες μονάδες βάσης να εντάσσονται πρώτες και οι μονάδες αιχμής τελευταίες. Οι μέθοδοι της σειράς ένταξης είναι πολύ γρήγορες υπολογιστικά, όμως, είναι ευρετικές και παράγουν πρόγραμμα λειτουργίας με σχετικά υψηλό κόστος παραγωγής. Το βασικότερο πρόβλημα των μεθόδων δυναμικού προγραμματισμού είναι ότι η αποθήκευση όλων των δυνατών συνδυασμών (2^{N-1} συνδυασμοί για N μονάδες παραγωγής) για κάθε χρονικό διάστημα t είναι αδύνατη ακόμα και για συστήματα μεσαίου μεγέθους. Οι μέθοδοι της διάσπασης Lagrange αντιμετωπίζουν μεγάλες δυσκολίες στην εύρεση των πολλαπλασιαστών Lagrange που βελτιστοποιούν τη δυϊκή αντικειμενική συνάρτηση, όμως ακόμα και αν υπάρχει λύση του δυϊκού προβλήματος, η εφικτότητα της λύσης του αρχικού (βασικού) προβλήματος δεν είναι εγγυημένη εξαιτίας της μη κυρτότητας του προβλήματος βελτιστοποίησης. Οι γενετικοί αλγόριθμοι έχουν εφαρμοστεί στο πρόβλημα της ένταξης μονάδων παραγωγής και έχουν δώσει καλύτερη βέλτιστη λύση σε σχέση με τις μεθόδους της σειράς ένταξης, του δυναμικού προγραμματισμού και της διάσπασης Lagrange.

Από την άλλη μεριά, στις απελευθερωμένες αγορές ηλεκτρικής ενέργειας η ένταξη μονάδων παραγωγής που χρησιμοποιείται από κάθε επιχείρηση παραγωγής αφορά

στη βελτιστοποίηση των μέσων παραγωγής προκειμένου να μεγιστοποιηθεί το κέρδος της επιχείρησης παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας [12]. Στο νέο και ανταγωνιστικό αυτό περιβάλλον το σήμα που επιβάλλει την ένταξη/κράτηση μίας μονάδας παραγωγής είναι η τιμή, που περιλαμβάνει την τιμή αγοράς του καυσίμου και την τιμή πώλησης της ηλεκτρικής ενέργειας. Αυτή η ένταξη μονάδων παραγωγής έχει διαφορετικό στόχο από την παραδοσιακή ένταξη μονάδων παραγωγής με βάση το κόστος και ονομάζεται ένταξη μονάδων παραγωγής με βάση το κέρδος (EMBK). Η EMBK είναι ένα μεγάλης κλίμακας, μη κυρτό, μη γραμμικό, μεικτό ακέραιο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Επειδή οι αγορές ηλεκτρικής ενέργειας αλλάζουν ραγδαία, υπάρχει έντονο ενδιαφέρον για το πώς επιλύονται τα νέα μοντέλα ένταξης μονάδων παραγωγής και τι σκοπούς εξυπηρετούν [13]. Για δοσμένες τιμές ηλεκτρικής ενέργειας, η διάσπαση Lagrange έχει εφαρμοστεί στην επίλυση του προβλήματος ένταξης μονάδων παραγωγής με βάση το κέρδος [12]. Σε μία αγορά διμερών συναλλαγών η EMBK έχει μελετηθεί στο [14] θεωρώντας την αβεβαιότητα της τιμής της ηλεκτρικής ενέργειας. Σε μία αγορά κοινοπραξίας η EMBK έχει επιλυθεί χρησιμοποιώντας διάσπαση Lagrange, στοχαστικό δυναμικό προγραμματισμό και διάσπαση Bender [15]. Η EMBK για μία θερμική μονάδα παραγωγής έχει μοντελοποιηθεί με μεικτό ακέραιο προγραμματισμό στα [16-17]. Η EMBK για μία επιχείρηση παραγωγής με θερμικές, συνδυασμένου κύκλου και υδροηλεκτρικές μονάδες παραγωγής έχει μοντελοποιηθεί σαν πρόβλημα μεικτού ακέραιου προγραμματισμού στο [18].

Ο δυναμικός προγραμματισμός είναι μία μέθοδος βελτιστοποίησης, που εφαρμόζεται σε προβλήματα, όπου πρέπει να ληφθεί μία ακολουθία διαδοχικών αποφάσεων [19]. Κάθε απόφαση μετασχηματίζει την τρέχουσα κατάσταση του συστήματος σε μία νέα κατάσταση. Η αρχική κατάσταση του συστήματος είναι συνήθως γνωστή. Το ζητούμενο είναι να βρεθεί μία ακολουθία καταστάσεων που, αν εφαρμοστεί στην αρχική κατάσταση, δίνει μία ακολουθία καταστάσεων που βελτιστοποιεί (μεγιστοποιεί ή ελαχιστοποιεί) κάποιο κριτήριο καλής λειτουργίας του συστήματος. Το άρθρο αυτό προτείνει μία μεθοδολογία δυναμικού προγραμματισμού για την επίλυση του προβλήματος της ένταξης μονάδων παραγωγής με βάση το κέρδος σε μία αποκεντρωμένη αγορά ηλεκτρικής ενέργειας. Όλοι οι συνήθεις περιορισμοί των μονάδων παραγωγής λαμβάνονται υπόψη. Στον αλγόριθμο του δυναμικού προγραμματισμού ενσωματώνονται προηγμένα μαθηματικά μοντέλα προκειμένου να ληφθούν υπόψη οι περιορισμοί για τον ρυθμό μεταβολής της παραγωγής κατά την εκκίνηση και κατά την κράτηση, καθώς και ο ελάχιστος χρόνος ένταξης και κράτησης. Η προτεινόμενη μέθοδος δυναμικού προγραμματισμού είναι πολύ γρήγορη υπολογιστικά, επειδή μεγιστοποιεί το κέρδος κάθε μονάδας παραγωγής ξεχωριστά. Παρουσιάζονται εφαρμογές της μεθόδου σε ηλεκτρική επιχείρηση με μία και με είκοσι μονάδες παραγωγής, περιγράφεται ο τρόπος επίλυσης και γίνεται σχολιασμός των αποτελεσμάτων.

Το άρθρο είναι οργανωμένο ως ακολούθως. Στο τμήμα 2 παρουσιάζεται το πρόβλημα της ένταξης μονάδων παραγωγής σε κοινοπραξία, καθώς και σε αποκεντρωμένη αγορά ηλεκτρικής ενέργειας. Το πρόβλημα της ένταξης μονάδων παραγωγής με βάση το κέρδος διατυπώνεται στο τρίτο τμήμα και επιλύεται στο τέταρτο τμήμα χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη μεθοδολογία δυναμικού προγραμματισμού. Στο πέμπτο τμήμα παρουσιάζονται εφαρμογές της μεθόδου σε ηλεκτρική επιχείρηση με μία και με είκοσι μονάδες παραγωγής. Στο έκτο τμήμα παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της εργασίας.

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

$A(i)$	Συντελεστής κόστους καυσίμου της μονάδας παραγωγής i (σε €/MW ² h).
$B(i)$	Συντελεστής κόστους καυσίμου της μονάδας παραγωγής i (σε €/MWh).
$C(i)$	Συντελεστής κόστους καυσίμου της μονάδας παραγωγής i (σε €/h).
$Cost(i,t)$	Συνολικό κόστος παραγωγής της μονάδας παραγωγής i τη χρονική στιγμή t (σε €/h).
$CT(i)$	Χρονική σταθερά ψύξης της μονάδας παραγωγής i (σε ώρες).
$D(i)$	Κόστος προσωπικού για την εκκίνηση και κόστος συντήρησης εξοπλισμού της μονάδας παραγωγής i (σε €/h).
$E(i)$	Κόστος ψυχρής εκκίνησης της μονάδας παραγωγής i (σε €/h).
$e_1(i)$	Πρώτο σημείο καμψής της τμηματικά γραμμικής καμπύλης κόστους καυσίμου της μονάδας παραγωγής i (σε MW).
$e_2(i)$	Δεύτερο σημείο καμψής της τμηματικά γραμμικής καμπύλης κόστους καυσίμου της μονάδας παραγωγής i (σε MW).
$F(i,t)$	Κέρδος της μονάδας παραγωγής i τη χρονική στιγμή t (σε €/h).
$FC(i,t)$	Κόστος καυσίμου της μονάδας παραγωγής i τη χρονική στιγμή t (σε €/h).
i	Δείκτης για τη μονάδα παραγωγής.
$I(i,t)$	Κατάσταση της μονάδας παραγωγής i τη χρονική στιγμή t (1 = εκκίνηση, 0 = κράτηση).
$inc_k(i)$	Κλίση του γραμμικού τμήματος k της καμπύλης κόστους καυσίμου της μονάδας παραγωγής i (σε €/MWh), $k = 1, 2$, και 3.
N	Αριθμός θερμικών μονάδων παραγωγής.
$nl_k(i)$	Κόστος κενού φορτίου του γραμμικού τμήματος k της καμπύλης κόστους καυσίμου της μονάδας παραγωγής i (σε €/h), $k = 1, 2$, και 3.
$P(i,t)$	Παραγωγή της μονάδας παραγωγής i τη χρονική στιγμή t (σε MW).

$p_{gm}(t)$	Προβλεπόμενη τιμή ηλεκτρικής ενέργειας τη χρονική στιγμή t (σε €/MWh).
$P^{max}(i)$	Μέγιστη παραγωγή της μονάδας παραγωγής i (σε MW).
$P^{min}(i)$	Ελάχιστη παραγωγή της μονάδας παραγωγής i (σε MW).
$R^{down}(i)$	Ρυθμός μείωσης της παραγωγής κατά την κράτηση της μονάδας παραγωγής i (σε MW/h).
$R_{i,limit}^{down}[Y(i,t)]$	Όριο μείωσης της εξόδου της μονάδας παραγωγής i κατά την κράτηση, σαν συνάρτηση της κατάστασης $Y(i,t)$.
$R^{up}(i)$	Ρυθμός αύξησης της παραγωγής κατά την εκκίνηση της μονάδας παραγωγής i (σε MW/h).
$R_{i,limit}^{up}[X(i,t)]$	Όριο αύξησης της εξόδου της μονάδας παραγωγής i κατά την ένταξη, σαν συνάρτηση της κατάστασης $X(i,t)$.
$Rvn(i,t)$	Εισόδημα της μονάδας παραγωγής i τη χρονική στιγμή t (σε €/h).
$SD(i)$	Κόστος κράτησης της μονάδας παραγωγής i (σε €).
$SU(i,t)$	Κόστος εκκίνησης της μονάδας παραγωγής i τη χρονική στιγμή t (σε €/h).
T	Δείκτης για το χρονικό διάστημα του οριζοντα προγραμματισμού.
T	Συνολικός αριθμός χρονικών διαστημάτων του οριζοντα προγραμματισμού.
$T^{down}(i)$	Ελάχιστος χρόνος κράτησης της μονάδας παραγωγής i (σε ώρες).
t_{off}	Χρονικό διάστημα πριν από εκείνο στο οποίο μία μονάδα παραγωγής κρατείται (σε ώρες).
t_{on}	Χρονικό διάστημα στο οποίο μία μονάδα παραγωγής εκκινεί (σε ώρες).
$TP(i)$	Συνολικό κέρδος της μονάδας παραγωγής i σε όλη τη διάρκεια του χρονικού οριζοντα προγραμματισμού (σε €).
$T^{up}(i)$	Ελάχιστος χρόνος ένταξης (λειτουργίας) της μονάδας παραγωγής i (σε ώρες).
$V(i,t)$	Απόφαση για κράτηση της μονάδας παραγωγής i σε $Y^{max}(i)-1$ ώρες, αν $V(i,t)=1$.
$X^0(i)$	Αν $X^0(i)>0$, τότε η μονάδα παραγωγής i λειτουργεί για $X^0(i)$ ώρες, πριν από την έναρξη της περιόδου προγραμματισμού. Αν $X^0(i)<0$, τότε η μονάδα παραγωγής i είναι κρατημένη για $-X^0(i)$ ώρες, πριν από την έναρξη της περιόδου προγραμματισμού.
$X(i,t)$	Αν $X(i,t)>0$, τότε ο αθροιστικός χρόνος λειτουργίας της μονάδας παραγωγής i τη χρονική στιγμή t είναι $X(i,t)$ ώρες. Αν $X(i,t)<0$, τότε ο αθροιστικός χρόνος κράτησης της μονάδας παραγωγής i τη χρονική στιγμή t είναι $-X(i,t)$ ώρες.
$X_{off}(i,t)$	Χρονική διάρκεια συνεχούς κράτησης της μονάδας παραγωγής i τη χρονική στιγμή t (σε ώρες).

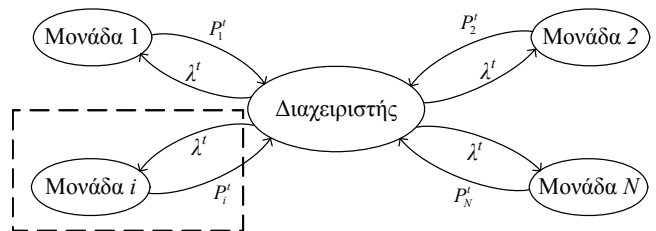
$Y(i,t)$	Αριθμός ωρών μέχρι η μονάδα παραγωγής i , τη χρονική στιγμή t , να κρατηθεί (σε ώρες).
$Y^{max}(i)$	Μέγιστος απαιτούμενος αριθμός ωρών για τη μονάδα παραγωγής i να μειώσει την έξοδό της από $P^{max}(i)$ σε 0 MW (σε ώρες).

2. ΕΝΤΑΞΗ ΜΟΝΑΔΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΣΕ ΚΟΙΝΟΠΡΑΞΙΑ ΚΑΙ ΣΕ ΑΠΟΚΕΝΤΡΩΜΕΝΗ ΑΓΟΡΑ

2.1 Ένταξη μονάδων παραγωγής σε κοινοπραξία

Στην αγορά της κοινοπραξίας ο προγραμματισμός των μονάδων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας γίνεται κεντρικά από τον διαχειριστή του συστήματος που προσδιορίζει ποιες μονάδες παραγωγής εκκινούν, πότε αυτές συνδέονται στο σύστημα, πόσο πρέπει να παράγουν όταν είναι σε λειτουργία, με ποια σειρά πρέπει να κρατηθούν και για πόσο χρόνο, χρησιμοποιώντας σαν βάση την προβλεπόμενη τιμή του φορτίου.

Η ένταξη μονάδων παραγωγής στην αγορά της κοινοπραξίας προσδιορίζει τον βέλτιστο συνδυασμό των διαθέσιμων μονάδων παραγωγής για την εξυπηρέτηση της προβλεπόμενης ζήτησης φορτίου στο ελάχιστο κόστος παραγωγής με ικανοποίηση όλων των περιορισμών του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας και των μονάδων παραγωγής. Ο προγραμματισμός παραγωγής γίνεται συνήθως για ένα χρονικό οριζοντα 24 έως 168 ωρών.



Σχήμα 1: Εφαρμογή της μεθόδου της διάσπασης Lagrange στην επίλυση του προβλήματος της ένταξης μονάδων σε κοινοπραξία.

Figure 1: Application of the Lagrangian relaxation method in solving the unit commitment problem in a pool-based market.

Στο Σχήμα 1 φαίνεται ο τρόπος επίλυσης του προβλήματος της ένταξης μονάδων παραγωγής σε μία αγορά κοινοπραξίας. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, ο διαχειριστής στέλνει σε κάθε μονάδα παραγωγής ένα σύνολο πολλαπλασιαστών Lagrange, λ^i , για κάθε χρονικό διάστημα t του οριζοντα προγραμματισμού. Στη συνέχεια, κάθε μονάδα παραγωγής προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει το συνολικό κόστος

παραγωγής της με βάση τις σταθερές τιμές των πολλαπλασιαστών Lagrange, λ' .

Έστω ότι κατά τη διάρκεια του χρονικού διαστήματος t η προβλεπόμενη ζήτηση φορτίου είναι L' . Τότε:

- αν $\sum_{i=1}^N P_i' > L'$, τότε ο διαχειριστής μειώνει το λ' .

Αντίθετα,

- αν $\sum_{i=1}^N P_i' < L'$, τότε ο διαχειριστής αυξάνει το λ' .

Οι τιμές των πολλαπλασιαστών Lagrange, λ' ρυθμίζονται με αυτό τον τρόπο μέχρι να επιτευχθεί ισορροπία ανάμεσα στην προσφορά και στη ζήτηση κατά τη διάρκεια κάθε χρονικού διαστήματος για να προκύψει το βέλτιστο πρόγραμμα παραγωγής για το θεωρούμενο χρονικό ορίζοντα προγραμματισμού [2].

2.2 Ένταξη μονάδων παραγωγής σε αποκεντρωμένη αγορά

Σε μία αποκεντρωμένη αγορά ηλεκτρικής ενέργειας στόχος δεν είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους παραγωγής μίας συγκεκριμένης επιχείρησης παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, αλλά η μεγιστοποίηση του συνολικού της κέρδους στον θεωρούμενο χρονικό ορίζοντα προγραμματισμού. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί θεωρώντας κάθε μονάδα παραγωγής ξεχωριστά (όπως για παράδειγμα τη μονάδα παραγωγής i του Σχήματος 1 που είναι εντός ενός διακεκομμένου πλαισίου) και μεγιστοποιώντας το κέρδος της ανεξάρτητα από τις άλλες μονάδες παραγωγής της θεωρούμενης επιχείρησης παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Αντί να χρησιμοποιούνται οι πολλαπλασιαστές Lagrange ως σκιαώδεις τιμές (όπως συμβαίνει στην αγορά κοινοπραξίας), στην αποκεντρωμένη αγορά ηλεκτρικής ενέργειας χρησιμοποιούνται οι προβλεπόμενες τιμές της ηλεκτρικής ενέργειας για κάθε χρονική στιγμή του ορίζοντα προγραμματισμού ως εισόδος στη βελτιστοποίηση του προγράμματος κάθε μίας μονάδας παραγωγής ξεχωριστά.

3. ΘΕΜΕΛΙΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΕΝΤΑΞΗΣ ΜΟΝΑΔΩΝ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟ ΚΕΡΔΟΣ

Το πρόβλημα της ένταξης μονάδων παραγωγής με βάση το κέρδος σε μία αποκεντρωμένη αγορά ηλεκτρικής ενέργειας διατυπώνεται ως εξής: για μία επιχείρηση παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας με N μονάδες παραγωγής και για δοσμένη χρονοσειρά τιμών ηλεκτρικής ενέργειας, απαιτείται να προσδιοριστούν οι χρόνοι εκκίνησης και σταματήματος και η ισχύς εξόδου όλων των μονάδων παραγωγής κάθε

χρονική στιγμή t στη διάρκεια μίας χρονικής περιόδου προγραμματισμού T , έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί το συνολικό κέρδος της ηλεκτρικής επιχείρησης, λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς των μονάδων παραγωγής.

3.1 Αντικειμενική συνάρτηση

Για μία μονάδα παραγωγής i τη χρονική στιγμή t το κέρδος υπολογίζεται αφαιρώντας το συνολικό κόστος παραγωγής κατά τη διάρκεια του χρονικού αυτού διαστήματος από το συνολικό εισόδημα:

$$F(i, t) = Rvn(i, t) - Cost(i, t). \quad (3.1)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι ένα αρνητικό κέρδος $F(i, t)$, δείχνει ζημία για τη μονάδα παραγωγής i τη χρονική στιγμή t .

Το εισόδημα για τη μονάδα παραγωγής i τη χρονική στιγμή t υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας την παραγωγή της με την τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας:

$$Rvn(i, t) = p_{gm}(t) \cdot P(i, t) \cdot I(i, t). \quad (3.2)$$

Το συνολικό κόστος παραγωγής $Cost(i, t)$ για κάθε μονάδα παραγωγής στη διάρκεια κάθε χρονικού διαστήματος είναι το άθροισμα του κόστους καυσίμου, του κόστους εκκίνησης και του κόστους κράτησης κατά το διάστημα αυτό:

$$Cost(i, t) = [FC(i, t) + SU(i, t) + SD(i)] \cdot I(i, t). \quad (3.3)$$

Στο σημείο αυτό είναι σημαντικό να γίνει η ακόλουθη παρατήρηση για τον υπολογισμό του συνολικού κόστους παραγωγής με βάση τη σχέση (3.3): το κόστος εκκίνησης $SU(i, t)$ προστίθεται στο κόστος καυσίμου $FC(i, t)$ μόνο, όταν η μονάδα παραγωγής εκκινεί.

Παρόμοια, το κόστος κράτησης $SD(i)$ προστίθεται στο κόστος καυσίμου $FC(i, t)$ μόνο, όταν η μονάδα παραγωγής κρατείται.

Το κόστος καυσίμου, $FC(i, t)$, της μονάδας παραγωγής i σε κάθε δοσμένο χρονικό διάστημα t είναι συνάρτηση της ισχύος εξόδου, $P(i, t)$, της μονάδας αυτής στο θεωρούμενο χρονικό διάστημα.

Η συνάρτηση κόστους καυσίμου μοντελοποιείται με ένα πολυώνυμο δεύτερης τάξης:

$$FC(i, t) = A(i) \cdot [P(i, t)]^2 + B(i) \cdot P(i, t) + C(i). \quad (3.4)$$

Το κόστος εκκίνησης σε κάθε χρονική στιγμή t εξαρτάται από τον αριθμό των ωρών που η μονάδα παραγωγής είναι σταματημένη πριν να ξεκινήσει.

Το κόστος αυτό μοντελοποιείται από μία εκθετική συνάρτηση της μορφής:

$$SU(i, t) = D(i) + E(i) \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{X_{off}(i, t)}{CT(i)}\right) \right]. \quad (3.5)$$

Το κόστος κράτησης, $SD(i)$ έχει μία σταθερή τιμή για κάθε μονάδα παραγωγής ανά κράτηση.

Ο στόχος του προβλήματος ένταξης μονάδων παραγωγής με βάση το κέρδος για μία επιχείρηση παραγωγής που λειτουργεί σε ανταγωνιστικό περιβάλλον είναι να μεγιστοποιήσει κατά τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού το συνολικό κέρδος για όλες τις μονάδες παραγωγής της:

$$\max_{I(i,t), P(i,t)} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N F(i,t) \quad (3.6)$$

κάτω από τους περιορισμούς (3.7) έως (3.13), όπως περιγράφονται στη συνέχεια.

3.2 Περιορισμοί

Οι θερμικές μονάδες παραγωγής υπόκεινται σε ένα σύνολο περιορισμών που παρουσιάζονται στην ενότητα αυτή.

3.2.1 Λειτουργικά όρια μονάδων παραγωγής

Οι μονάδες παραγωγής μπορούν να παράγουν μέσα σε προκαθορισμένα όρια:

$$P^{\min}(i) \cdot I(i,t) \leq P(i,t) \leq P^{\max}(i) \cdot I(i,t), \quad \forall i, \forall t, \quad (3.7)$$

όπου $P^{\min}(i)$ και $P^{\max}(i)$ είναι η ελάχιστη και η μέγιστη παραγωγή, αντίστοιχα, της μονάδας παραγωγής i (σε MW).

3.2.2 Ελάχιστος χρόνος ένταξης μονάδας παραγωγής

Πρέπει να ικανοποιούνται οι περιορισμοί:

$$[X(i,t-1) - T^{\text{up}}(i)] \cdot [I(i,t-1) - I(i,t)] \geq 0, \quad \forall i, \forall t, \quad (3.8)$$

όπου $T^{\text{up}}(i)$ είναι ο ελάχιστος χρόνος ένταξης της μονάδας παραγωγής i (σε ώρες).

3.2.3 Ελάχιστος χρόνος κράτησης μονάδας παραγωγής

Πρέπει να ικανοποιούνται οι περιορισμοί:

$$[-X(i,t-1) - T^{\text{down}}(i)] \cdot [I(i,t) - I(i,t-1)] \geq 0, \quad \forall i, \forall t, \quad (3.9)$$

όπου $T^{\text{down}}(i)$ είναι ο ελάχιστος χρόνος κράτησης της μονάδας παραγωγής i (σε ώρες).

3.2.4 Περιορισμός αναρρίχησης κατά την εκκίνηση

Ο περιορισμός αναρρίχησης κατά την εκκίνηση εκφράζει την ποσότητα που μπορεί μία μονάδα παραγωγής να

αυξήσει την παραγωγή της σε χρονικό διάστημα t ίσο με μία ώρα:

$$P(i,t) - P(i,t-1) \leq R^{\text{up}}(i), \quad \forall i, \forall t, \quad (3.10)$$

όπου $R^{\text{up}}(i)$ είναι ο ρυθμός αύξησης της παραγωγής κατά την εκκίνηση της μονάδας παραγωγής i .

Ο περιορισμός (3.10) εφαρμόζεται από τη στιγμή της εκκίνησης μέχρι τη στιγμή που η μονάδα παραγωγής θα παράγει την ονομαστική της ισχύ.

Το όριο τη στιγμή της εκκίνησης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P(i,t) \leq \max [R^{\text{up}}(i), P^{\min}(i)], \quad \forall i, \forall t. \quad (3.11)$$

3.2.5 Περιορισμός μείωσης εξόδου κατά την κράτηση

Ο περιορισμός μείωσης εξόδου κατά την κράτηση εκφράζει την ποσότητα που μπορεί μία μονάδα παραγωγής να μειώσει την παραγωγή της σε χρονικό διάστημα t ίσο με μία ώρα:

$$P(i,t-1) - P(i,t) \leq R^{\text{down}}(i), \quad \forall i, \forall t, \quad (3.12)$$

όπου $R^{\text{down}}(i)$ είναι ο περιορισμός μείωσης της παραγωγής κατά την κράτηση της μονάδας παραγωγής i .

Ο περιορισμός (3.12) εφαρμόζεται από τη στιγμή που η μονάδα παραγωγής παράγει την ονομαστική της ισχύ μέχρι τη στιγμή που η μονάδα παραγωγής θα κρατηθεί (σταματήσει).

Το όριο τη στιγμή της κράτησης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P(i,t) \leq \max [R^{\text{down}}(i), P^{\min}(i)], \quad \forall i, \forall t. \quad (3.13)$$

3.2.6 Περιορισμοί κατάστασης μονάδων παραγωγής

Κάποιες μονάδες παραγωγής ίσως θα πρέπει να λειτουργούν σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα (μονάδες παραγωγής υποχρεωτικά ενταγμένες), ενώ κάποιες άλλες μονάδες παραγωγής ενδεχομένως να μην είναι διαθέσιμες λόγω προγραμματισμένης συντήρησης ή βλάβης.

3.2.7 Αρχικές συνθήκες

Θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη οι αρχικές συνθήκες των μονάδων παραγωγής (πχ συνολικές ώρες ένταξης ή συνολικές ώρες κράτησης) στην αρχή της περιόδου προγραμματισμού.

4. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΝΤΑΞΗ ΜΟΝΑΔΩΝ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟ ΚΕΡΔΟΣ

Στην αποκεντρωμένη αγορά ηλεκτρικής ενέργειας το πρόβλημα της ένταξης N μονάδων παραγωγής με βάση το κέρδος επιλύεται με τη βοήθεια του δυναμικού προγραμματισμού. Πιο συγκεκριμένα, το πρόβλημα της ένταξης N μονάδων παραγωγής αναλύεται σε N υποπροβλήματα ένταξης, ένα για κάθε μονάδα παραγωγής ξεχωριστά.

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται η επίλυση του υποπροβλήματος της ένταξης μίας μονάδας παραγωγής με βάση το κέρδος χρησιμοποιώντας δυναμικό προγραμματισμό, λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς της μονάδας παραγωγής.

4.1 Τμηματικά γραμμική συνάρτηση κόστους καυσίμου

Η συνάρτηση κόστους καυσίμου σχέση (3.4), εναλλακτικά μπορεί να παρασταθεί από την τμηματικά γραμμική συνάρτηση του Σχήματος 2.

Όταν είναι γνωστοί οι συντελεστές κόστους καυσίμου, $A(i)$, $B(i)$, και $C(i)$, της εξίσωσης (3.4), τότε οι παράμετροι της τμηματικά γραμμικής καμπύλης κόστους καυσίμου του Σχήματος 2 υπολογίζονται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$e_k(i) = P^{\min}(i) + \frac{k}{3} \cdot [P^{\max}(i) - P^{\min}(i)], \quad \forall i, k = 1, 2 \quad (4.1)$$

$$inc_1(i) = \frac{A(i) \cdot \{[e_1(i)]^2 - [P^{\min}(i)]^2\} + B(i) \cdot [e_1(i) - P^{\min}(i)]}{e_1(i) - P^{\min}(i)}, \quad \forall i \quad (4.2)$$

$$inc_2(i) = \frac{A(i) \cdot \{[e_2(i)]^2 - [e_1(i)]^2\} + B(i) \cdot [e_2(i) - e_1(i)]}{e_2(i) - e_1(i)}, \quad \forall i \quad (4.3)$$

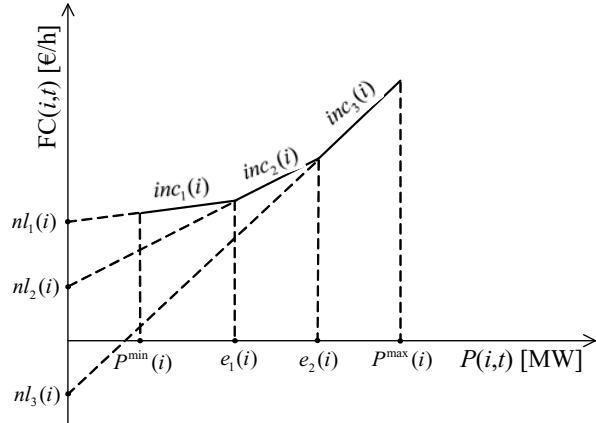
$$inc_3(i) = \frac{A(i) \cdot \{[P^{\max}(i)]^2 - [e_2(i)]^2\} + B(i) \cdot [P^{\max}(i) - e_2(i)]}{P^{\max}(i) - e_2(i)}, \quad \forall i \quad (4.4)$$

$$nl_1(i) = A(i) \cdot [P^{\min}(i)]^2 + B(i) \cdot P^{\min}(i) + C(i) - inc_1(i) \cdot P^{\min}(i), \quad \forall i \quad (4.5)$$

$$nl_k(i) = nl_{k-1}(i) + e_{k-1}(i) \cdot [inc_{k-1}(i) - inc_k(i)], \quad \forall i, k = 2, 3. \quad (4.6)$$

Με τη βοήθεια της τμηματικά γραμμικής καμπύλης του Σχήματος 2 το κόστος καυσίμου υπολογίζεται ως εξής:

$$FC(i, t) = \begin{cases} nl_1(i) + inc_1(i) \cdot P(i, t), & \text{αν } P^{\min}(i) \leq P(i, t) < e_1(i) \\ nl_2(i) + inc_2(i) \cdot P(i, t), & \text{αν } e_1(i) \leq P(i, t) < e_2(i) \\ nl_3(i) + inc_3(i) \cdot P(i, t), & \text{αν } e_2(i) \leq P(i, t) \leq P^{\max}(i) \end{cases}, \quad \forall i, \forall t \quad (4.7)$$



Σχήμα 2: Τμηματικά γραμμική συνάρτηση κόστους καυσίμου.
Figure 2: Piece-wise linear fuel cost function.

4.2 Ένταξη μίας μονάδας παραγωγής με δυναμικό προγραμματισμό

Το συνολικό κέρδος $TP(i)$ της μονάδας παραγωγής i σε όλη τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού δίνεται από τη σχέση:

$$TP(i) = \sum_{t=1}^T F(i, t). \quad (4.8)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.1), (3.2), (3.3), και (4.7), προκύπτει ότι:

$$TP(i) = \sum_{t=1}^T \left[\begin{aligned} & [p_{gm}(t) \cdot P(i, t) \cdot I(i, t)] - \\ & \left[\sum_{t_{on}}^{t_{off}} nl_k(i) + inc_k(i) \cdot \sum_{t_{on}}^{t_{off}} P(i, t) \right] \cdot I(i, t) - \\ & - [SU(i, t_{on}) + SD(i, t_{off})] \cdot I(i, t) \end{aligned} \right]. \quad (4.9)$$

Στόχος της επίλυσης του προβλήματος ένταξης μίας μονάδας παραγωγής είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους, $TP(i)$:

$$\max_{I(i, t), P(i, t)} TP(i). \quad (4.10)$$

Όταν $I(i, t) = 0$, η τιμή της υπό μεγιστοποίηση συνάρτησης κέρδους $TP(i)$, είναι ίση με μηδέν.

Όταν $I(i, t) = 1$, η υπό μεγιστοποίηση συνάρτηση κέρδους λαμβάνει τη μορφή:

$$\max_{P(i, t)} TP(i) = \max_{P(i, t)} \sum_{t=1}^T \left[\begin{aligned} & p_{gm}(t) \cdot P(i, t) - \\ & \left[\sum_{t_{on}}^{t_{off}} nl_k(i) + inc_k(i) \cdot \sum_{t_{on}}^{t_{off}} P(i, t) \right] \end{aligned} \right]. \quad (4.11)$$

Στη σχέση (4.11) έχει παραληφθεί το κόστος εκκίνησης $SU(i, t_{on})$, καθώς αυτό προστίθεται μόνο όταν η μονάδα παραγωγής εκκινεί. Επίσης, στη σχέση (4.11), έχει παραληφθεί το κόστος κράτησης, $SD(i, t_{off})$, καθώς αυτό προστίθεται μόνο, όταν η μονάδα παραγωγής κρατείται. Όμως τα κόστη εκκίνησης

σης και κράτησης θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά τους υπολογισμούς του κέρδους της μονάδας παραγωγής i .

Το μέγιστο της συνάρτησης της σχέσης (4.11) βρίσκεται μηδενίζοντας την πρώτη της παράγωγο:

$$\frac{dTP(i)}{dP(i,t)} = 0 \quad (4.12)$$

Αντικαθιστώντας την (4.11) στην (4.12), λαμβάνουμε:

$$p_{gm}(t) = inc_k(i) \quad (4.13)$$

Όμως, τα οριακά κόστη μίας μονάδας παραγωγής μπορούν να πάρουν διακριτές τιμές μόνο, αν η χαρακτηριστική κόστους της μονάδας παραγωγής αναπαριστάται από μία τμηματικά γραμμική καμπύλη κόστους. Έτσι, η έξοδος $P(i,t)$ της μονάδας παραγωγής i σε κάθε χρονική στιγμή t υπολογίζεται ως εξής:

$$P(i,t) = \begin{cases} P^{\min}(i) & , \text{ αν } p_{gm}(t) \leq inc_1(i) \\ e_1(i) & , \text{ αν } inc_1(i) < p_{gm}(t) \leq inc_2(i) \\ e_2(i) & , \text{ αν } inc_2(i) < p_{gm}(t) \leq inc_3(i) \\ P^{\max}(i) & , \text{ αν } p_{gm}(t) > inc_3(i) \end{cases} \quad (4.14)$$

Η σχέση (4.14) εφαρμόζεται μόνο, όταν δεν υπάρχουν περιορισμοί για τον ρυθμό μεταβολής της εξόδου της μονάδας παραγωγής i . Διαφορετικά, εφόσον υπάρχουν περιορισμοί αναρρίχησης κατά την εκκίνηση και περιορισμοί μείωσης εξόδου κατά την κράτηση, θα πρέπει να τηρούνται αυστηρά, ανεξάρτητα από το επίπεδο κέρδους ή ζημίας, για να αποφευχθεί η μείωση της διάρκειας ζωής του στροβίλου της γεννήτριας εξαιτίας των υπερβολικών ρυθμών μεταβολής της εξόδου. Στην ενότητα 4.2.2 θα μελετηθεί ο τρόπος με τον οποίο λαμβάνονται υπόψη οι περιορισμοί για τον ρυθμό μεταβολής της εξόδου της μονάδας παραγωγής i .

Η επίλυση του προβλήματος ένταξης μίας μονάδας παραγωγής με βάση το κέρδος γίνεται με τη βοήθεια του προς τα εμπρός δυναμικού προγραμματισμού σύμφωνα με τον οποίο εφαρμόζεται ένας αλγόριθμος προς τα εμπρός αναζήτησης για την εύρεση των καταστάσεων, $I(i,t)$, και των εξόδων $P(i,t)$ για κάθε μία από τις χρονικές στιγμές $t = 1$ έως $t = T$, που μεγιστοποιούν το συνολικό κέρδος $TP(i)$ της μονάδας παραγωγής i σε όλη τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού.

Ο αλγόριθμος του προς τα εμπρός δυναμικού προγραμματισμού ξεκινάει από την αρχική κατάσταση ένταξης της μονάδας παραγωγής i (τη χρονική στιγμή 0, πριν από την έναρξη της περιόδου προγραμματισμού της μονάδας παραγωγής), η οποία αρχική κατάσταση είναι γνωστή. Στη συνέχεια, για κάθε ένα από τα χρονικά διαστήματα του ορίζοντα προγραμματισμού $t = 1$ έως $t = T$, υπολογίζεται το κέρδος της μονάδας παραγωγής, για εναλλακτικές ακολουθίες καταστάσεων, $I(i,t)$. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονιστεί ότι οι αποφάσεις $\{I(i,t)$ και $P(i,t)\}$ που θα λαμβάνονται σε κάθε μία από τα T χρονικά διαστήματα προγραμματισμού θα πρέπει να ικανοποιούν τους περιορισμούς της μονάδας παραγωγής i . Βέλτιστη είναι εκείνη η ακολουθία καταστάσεων (διαδρομή)

της μονάδας παραγωγής i που αντιστοιχεί στο μέγιστο κέρδος $TP(i)$, της μονάδας παραγωγής i σε όλη τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειωθεί ότι αν οδηγηθούμε σε κάποια ενδιάμεση ή τελική κατάσταση με περισσότερες από μία διαδρομές, τότε με βάση την αρχή του βέλτιστου των Bellman και Dreyfus [19], μόνο η διαδρομή με το μέγιστο συνολικό όφελος πρέπει να κρατηθεί, ενώ οι άλλες μπορούν να αφαιρεθούν.

4.2.1 Μοντελοποίηση των περιορισμών $T^{up}(i)$ και $T^{down}(i)$

Εφόσον ληφθούν υπόψη οι περιορισμοί $T^{up}(i)$ και $T^{down}(i)$, ο αθροιστικός χρόνος λειτουργίας (ή κρατήματος), $X(i,t)$ συνδέεται με την κατάσταση, $I(i,t)$ της μονάδας παραγωγής i τη χρονική στιγμή t με την ακόλουθη σχέση:

$$X(i,t) = \begin{cases} X(i,t-1) & \text{αν } X(i,t-1) = T^{up}(i) \text{ και } I(i,t) = 1 \\ X(i,t-1)+1 & \text{αν } X(i,t-1) \geq 1 \text{ και } I(i,t) = 1 \\ 1 & \text{αν } X(i,t-1) = -T^{down}(i) \text{ και } I(i,t) = 1 \\ X(i,t-1) & \text{αν } X(i,t-1) = -T^{down}(i) \text{ και } I(i,t) = 0 \\ X(i,t-1)-1 & \text{αν } X(i,t-1) \leq -1 \text{ και } I(i,t) = 0 \\ -1 & \text{αν } X(i,t-1) = T^{up}(i) \text{ και } I(i,t) = 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

4.2.2 Μοντελοποίηση των περιορισμών $R^{up}(i)$ και $R^{down}(i)$

Ο μέγιστος απαιτούμενος αριθμός ωρών $Y^{max}(i)$ για τη μονάδα παραγωγής i να μειώσει την έξοδό της από $P^{max}(i)$ σε 0 MW υπολογίζεται μέσα από τα ακόλουθα τέσσερα βήματα:

1. Ξεκίνημα με $Y^{max}(i)=0$ και $R_{limit}^{down} = P^{max}(i)$.
2. $R_{limit}^{down} = R_{limit}^{down} - R^{down}(i)$ και $Y^{max}(i) = Y^{max}(i)+1$.
3. Αν $R_{limit}^{down} > P^{\min}(i)$ πηγαίνουμε στο βήμα 2, αλλιώς πηγαίνουμε στο βήμα 4.
4. Αν $R_{limit}^{down} > 0$ τότε $Y^{max}(i) = Y^{max}(i)+1$, αλλιώς σταματάμε.

Ο αριθμός ωρών $Y(i,t)$ μέχρι η μονάδα παραγωγής i τη χρονική στιγμή t να κρατηθεί υπολογίζεται ως εξής:

$$Y(i,t) = \begin{cases} Y^{max}(i) & \text{αν } Y(i,t-1) = 0 \text{ και } I(i,t) = 1 \\ Y(i,t-1) & \text{αν } Y(i,t-1) = Y^{max}(i) \text{ και } V(i,t) = 0 \\ Y(i,t-1)-1 & \text{αν } Y(i,t-1) = Y^{max}(i) \text{ και } V(i,t) = 1 \\ Y(i,t-1)-1 & \text{αν } Y(i,t-1) < Y^{max}(i) \\ 0 & \text{αν } I(i,t) = 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

όπου $V(i,t)=1$ είναι η απόφαση για κράτηση σε $Y^{max}(i)-1$ ώρες. Οι καταστάσεις Y πρέπει να ληφθούν υπόψη μόνο αν μία κατάσταση X είναι μεταξύ $Y^{max}(i)-1$ ωρών για να ικανοποιήσει τον περιορισμό του ελάχιστου χρόνου ένταξης, δηλαδή αν:

$$X(i,t) \geq T^{up}(i) - Y^{max}(i) + 1 \quad (4.17)$$

Το όριο αύξησης της εξόδου της μονάδας παραγωγής i κατά την ένταξη $R_{i,limit}^{up}[X(i,t)]$ σαν συνάρτηση της κατάστασης $X(i,t)$ υπολογίζεται ως εξής [20-21]:

$$R_{i, \text{limir}}^{up} [X(i, t) + 1] = \begin{cases} \max [R^{up}(i), P^{\min}(i)] & \text{αν } X(i, t) = 0 \\ \min [P^{\max}(i), R_{i, \text{limir}}^{up} [X(i, t)] + R^{up}(i)] & \text{αν } X(i, t) \geq 1 \end{cases} \quad (4.18)$$

Το όριο μείωσης της εξόδου της μονάδας παραγωγής i κατά την κράτηση $R_{i, \text{limir}}^{down} [Y(i, t)]$ σαν συνάρτηση της κατάστασης $Y(i, t)$ υπολογίζεται ως εξής [20-21]:

$$R_{i, \text{limir}}^{down} [Y(i, t)] = \begin{cases} P^{\max}(i) & \text{αν } Y(i, t) = Y^{\max}(i) \\ \max [P^{\min}(i), R_{i, \text{limir}}^{down} [Y(i, t) + 1] - R^{down}(i)] & \text{αν } 0 < Y(i, t) < Y^{\max}(i) \\ 0 & \text{αν } Y(i, t) = 0 \end{cases} \quad (4.19)$$

Η έξοδος, $P(i, t)$, πρέπει να ικανοποιεί τις ακόλουθες σχέσεις:

$$P(i, t) \leq R_{i, \text{limir}}^{up} [X(i, t)] \quad \text{αν } R_{i, \text{limir}}^{up} [X(i, t)] < R_{i, \text{limir}}^{down} [Y(i, t)] \quad (4.20)$$

$$R_{i, \text{limir}}^{down} [Y(i, t)] \leq P(i, t) \leq R_{i, \text{limir}}^{up} [X(i, t)] \quad \text{αν } R_{i, \text{limir}}^{up} [X(i, t)] \geq R_{i, \text{limir}}^{down} [Y(i, t)] \quad (4.21)$$

4.1 Ένταξη N μονάδων παραγωγής με δυναμικό προγραμματισμό

Στην αποκεντρωμένη αγορά ηλεκτρικής ενέργειας το πρόβλημα της ένταξης N μονάδων παραγωγής αναλύεται σε N υποπροβλήματα ένταξης ένα για κάθε μονάδα παραγωγής ξεχωριστά. Κάθε ένα από τα N υποπροβλήματα επιλύεται με βάση τη μεθοδολογία δυναμικού προγραμματισμού που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη υποενότητα. Το διάγραμμα ροής για την επίλυση του προβλήματος της ένταξης N μονάδων παραγωγής φαίνεται στο Σχήμα 3.

5. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

5.1 Ένταξη μίας μονάδας παραγωγής

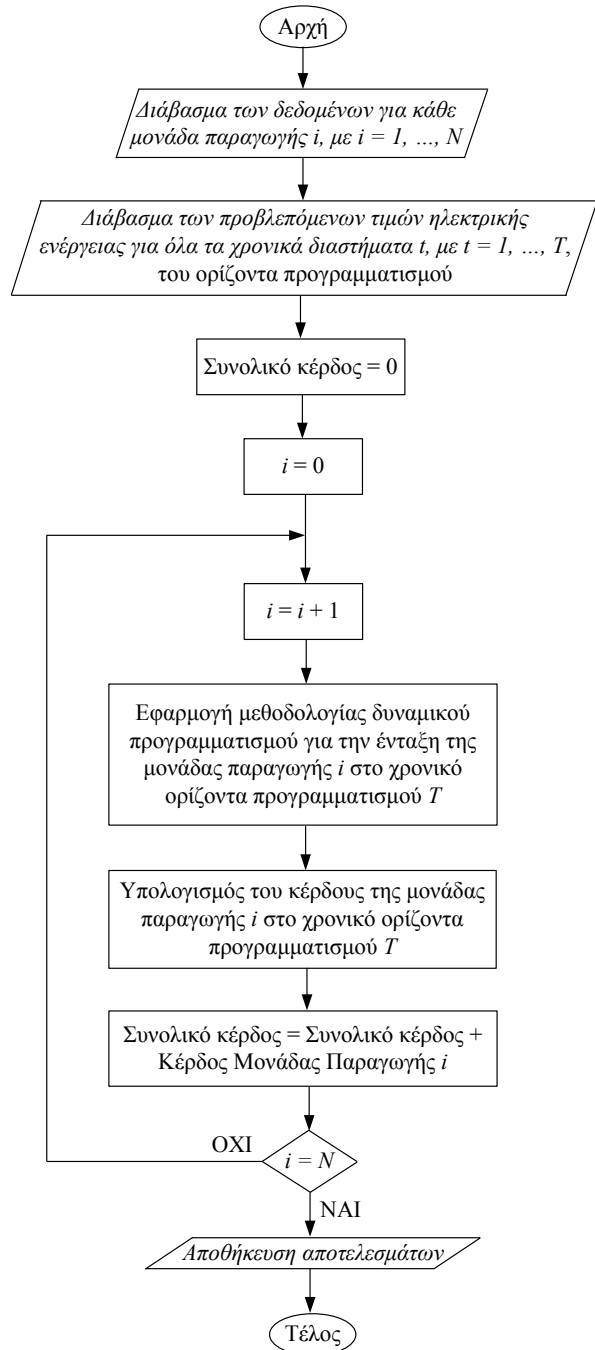
Στον Πίνακα 1 φαίνονται τα δεδομένα μίας μονάδας παραγωγής και στον Πίνακα 2 παρουσιάζονται οι τιμές της ηλεκτρικής ενέργειας για χρονική περίοδο έξι ωρών. Ζητείται να επιλυθεί το πρόβλημα της ένταξης της μονάδας αυτής με στόχο τη μεγιστοποίηση του κέρδους σε χρονικό ορίζοντα έξι ωρών.

Πίνακας 1: Δεδομένα μονάδας παραγωγής.

Table 1: Unit Data.

Παράμετρος	Τιμή
i	1
$P^{\min}(i)$	100 MW
$P^{\max}(i)$	600 MW
$A(i)$	0.002 €/MWh
$B(i)$	10 €/MWh
$C(i)$	500 €/h
$T^{up}(i)$	1 h

$T^{down}(i)$	1 h
$X^0(i)$	-1 h
$SU(i)$	500 €/h
$SD(i)$	0 €/h



Σχήμα 3: Διάγραμμα ροής για την επίλυση του προβλήματος της ένταξης N μονάδων παραγωγής με δυναμικό προγραμματισμό.

Figure 3: Flowchart for the solution of the unit commitment problem for a generating company with N production units using dynamic programming.

Πίνακας 2: Προβλεπόμενες τιμές ηλεκτρικής ενέργειας.
Table 2: Forecasted electricity market prices.

Ωρα, t	Τιμή ηλεκτρικής ενέργειας, $p_{gm}(t)$ [€/MWh]
1	10.70
2	12.00
3	13.80
4	15.20
5	14.60
6	11.50

Με τη βοήθεια των σχέσεων (4.1) έως (4.6) υπολογίζονται οι παράμετροι της τμηματικά γραμμικής συνάρτησης κόστους καυσίμου και τα αποτελέσματα των υπολογισμών φαίνονται στον Πίνακα 3.

Πίνακας 3: Παράμετροι τμηματικά γραμμικής καμπύλης κόστους καυσίμου.

Table 3: Parameters of the piecewise linear fuel cost curve.

Παράμετρος	Τιμή
$e_1(i)$	267 MW
$e_2(i)$	433 MW
$inc_1(i)$	10.733 €/MWh
$inc_2(i)$	11.400 €/MWh
$inc_3(i)$	12.067 €/MWh
$nl_1(i)$	446.867 €/h
$nl_2(i)$	268.778 €/h
$nl_3(i)$	-20.033 €/h

Για κάθε ώρα t , αν $I(i,t)=0$, τότε $P(i,t)=0$ και $F(i,t)=0$, δηλαδή αν η μονάδα παραγωγής είναι κρατημένη, τότε η έξοδος της είναι μηδέν, όπως και το κέρδος της για αυτή την ώρα t .

Για κάθε ώρα t , αν $I(i,t)=1$, τότε επειδή είναι γνωστή η τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας με τη βοήθεια της σχέσης (4.14) υπολογίζεται η έξοδος, $P(i,t)$ της μονάδας παραγωγής i για κάθε χρονική στιγμή t και έτσι συμπληρώνεται η δεύτερη στήλη του Πίνακα 4. Για παράδειγμα, για την ώρα $t=1$, είναι $p_{gm}(1)=10.70$ €/MWh και επειδή $p_{gm}(1) < inc_1(i)$, δηλαδή επειδή $10.70 < 10.733$, από τη σχέση (4.14) προκύπτει ότι $P(i,1)=P^{min}(i)$, δηλαδή $P(i,1)=100$ MW.

Στη συνέχεια, από τη σχέση (4.7) υπολογίζεται το κόστος καυσίμου. Για παράδειγμα για την ώρα $t=1$ είναι $P(i,1)=P^{min}(i)$, οπότε το κόστος καυσίμου υπολογίζεται με τη βοήθεια του πρώτου κλάδου της σχέσης (4.7):

$$FC(i,1) = nl_1(i) + inc_1(i) \cdot P(i,1) = 446.877 + 10.733 \cdot 100 \Rightarrow FC(i,1) = 1520.17 \text{ €/h.}$$

Όπως έχει ήδη αναφερθεί στην ενότητα 4.2, για τον υπολογισμό του κέρδους τα κόστη έναρξης και κράτησης υπολογίζονται τελευταία (όταν σχεδιάζεται το διάγραμμα καταστάσεων), δηλαδή στη φάση αυτή γίνεται η θεώρηση ότι το συνολικό κόστος είναι ίσο με το κόστος καυσίμου, οπότε, για παράδειγμα, για την ώρα $t=1$, είναι:

$$Cost(i,1) = 1520.17 \text{ €/h.}$$

Το εισόδημα υπολογίζεται από τη σχέση (3.2), οπότε, για παράδειγμα, για την ώρα $t=1$, είναι:

$$Rvn(i,1) = p_{gm}(1) \cdot P(i,1) \cdot I(i,1) = 10.70 \cdot 100 \cdot 1 \Rightarrow Rvn(i,1) = 1070 \text{ €/h.}$$

Το κέρδος υπολογίζεται από τη σχέση (3.1), οπότε, για παράδειγμα, για την ώρα $t=1$, είναι:

$$F(i,1) = Rvn(i,1) - Cost(i,1) = 1070 - 1520.17 \Rightarrow F(i,1) = -450.17 \text{ €/h.}$$

Με τον τρόπο αυτό συμπληρώνεται ο Πίνακας 4.

Πίνακας 4: Παραγωγή και κέρδος για $I(i,t)=1$.

Table 4: Production and profit for $I(i,t)=1$.

Ωρα, t	P(i,t) [MW]	F(i,t) [€/MWh]
1	100.00	-450.17
2	433.00	-8.98
3	600.00	1059.83
4	600.00	1899.83
5	600.00	1539.83
6	433.00	-225.48

Στο Σχήμα 4 φαίνεται πώς υλοποιείται ο αλγόριθμος του δυναμικού προγραμματισμού για την ένταξη της μονάδας παραγωγής. Το κόστος εκκίνησης αφαιρείται από το κέρδος στα χρονικά διαστήματα, όπου η μονάδα παραγωγής εκκινεί. Στο Σχήμα 4, διακρίνουμε τις καταστάσεις και τις διαδρομές. Κάθε κατάσταση συμβολίζεται με ένα κύκλο και μέσα στον κάθε κύκλο υπάρχουν δύο αριθμητικές πληροφορίες:

α) η κατάσταση $I(i,t)$ της μονάδας παραγωγής i τη χρονική στιγμή t ($1 =$ εκκίνηση, $0 =$ κράτηση) και

β) το συνολικό κέρδος, $\sum_{t=0}^t F(i,t)$ της μονάδας παραγωγής i

από τη χρονική στιγμή 0 μέχρι τη χρονική στιγμή t .

Κάθε διαδρομή συνδέει μία κατάσταση της προηγούμενης ώρας με μία κατάσταση της επόμενης ώρας. Κάθε διαδρομή συμβολίζεται με ένα βέλος και πάνω σε κάθε βέλος υπάρχει ένας αριθμός, ο οποίος αναπαριστά το συνολικό κέρδος από τη χρονική στιγμή 0 μέχρι τη χρονική στιγμή t για τη μετάβαση από την προηγούμενη στην επόμενη κατάσταση. Για παράδειγμα, έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε το συνολικό κέρδος για τη μετάβαση από την κατάσταση $I(i,0)=0$ της ώρας $t=0$, στην κατάσταση $I(i,1)=1$ της ώρας $t=1$. Το κέρδος την ώρα 0 είναι $F(i,0)=0$, επειδή η μονάδα παραγωγής είναι κρατημένη. Το κέρδος την ώρα 1 είναι $F(i,1)=-€450.17$, όπως φαίνεται από τον Πίνακα 4. Επειδή την ώρα 1 η μονάδα παραγωγής εκκινεί, θα πρέπει στον υπολογισμό του κέρδους να ληφθεί υπόψη το κόστος εκκίνησης. Έτσι, το συνολικό κέρδος για τη μετάβαση από την κατάσταση 0 της ώρας 0 , στην κατάσταση 1 της ώρας 1 είναι:

$$\sum_{t=0}^1 F(i,t) = F(i,0) + F(i,1) - SU = 0 - 450.17 - 500 \Rightarrow$$

$$\sum_{t=0}^1 F(i,t) = -950.17 \text{ €.}$$

Στο Σχήμα 4, κάποιες διαδρομές έχουν διαγραφεί και αυτό φαίνεται με ένα σύμβολο ‘X’ πάνω στη διαδρομή. Αυτό οφείλεται στην εφαρμογή της αρχής του βέλτιστου των Bellman και Dreyfus. Για παράδειγμα, η διαδρομή από την κατάσταση 1 της ώρας 1 στην κατάσταση 1 της ώρας 2 έχει διαγραφεί για τον λόγο ότι στην κατάσταση 1 της ώρας 2 μπορούμε να φτάσουμε μέσα από δύο διαδρομές: α) από την κατάσταση 0 της ώρας 1 με συνολικό κέρδος -€508.98, και β) από την κατάσταση 1 της ώρας 1 με συνολικό κέρδος -€959.15. Επειδή η δεύτερη διαδρομή έχει μικρότερο κέρδος από την πρώτη (-959.15 < -508.98), συνεπάγεται ότι η δεύτερη διαδρομή διαγράφεται.

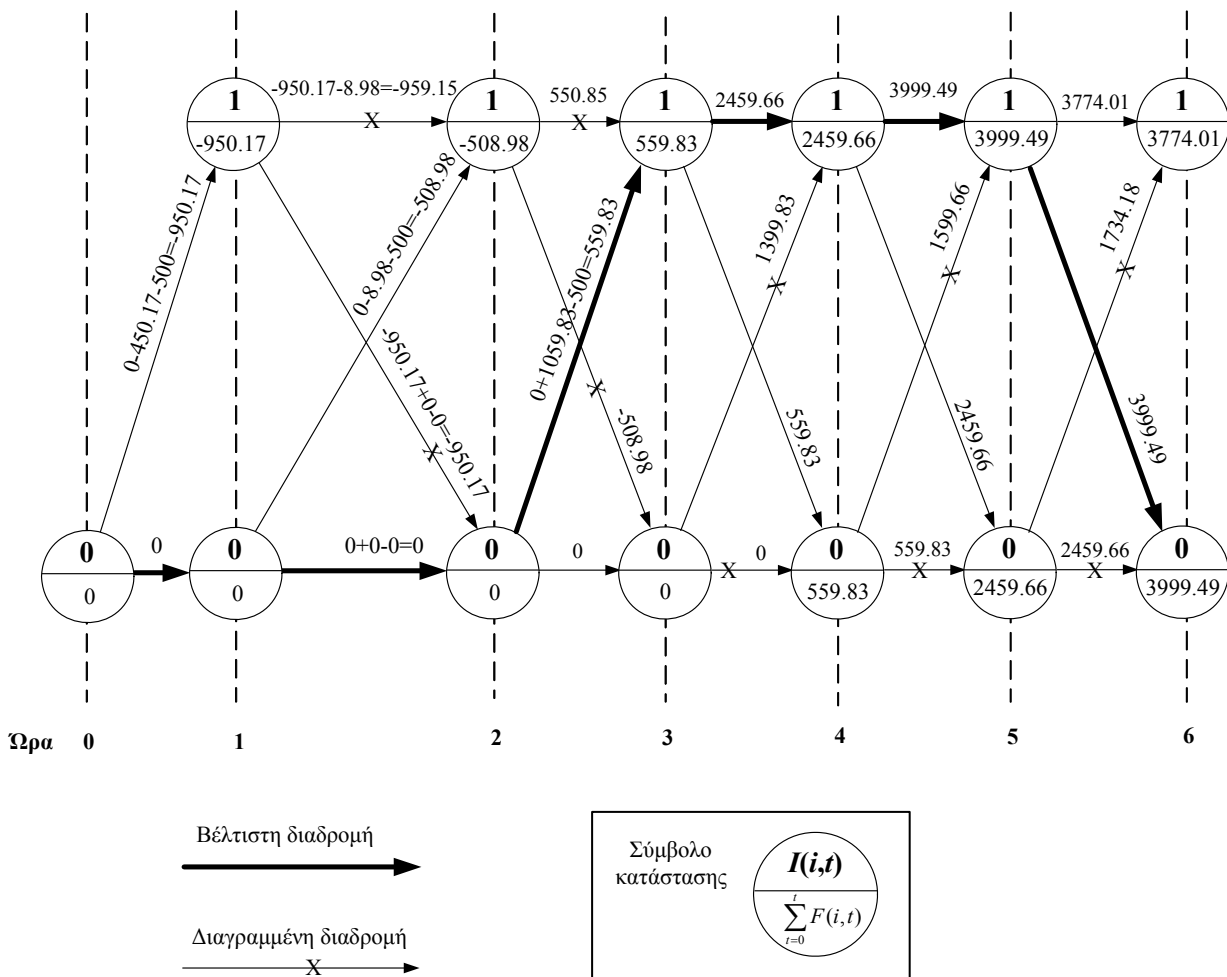
Από το Σχήμα 4 φαίνεται ότι την ώρα 6 το μέγιστο κέρδος είναι: α) €3774.01, εφόσον η μονάδα παραγωγής είναι στην κατάσταση 1, ή β) €3999.49, εφόσον η μονάδα παραγωγής είναι στην κατάσταση 0 (κρατημένη). Επειδή η δεύτερη περίπτωση έχει μεγαλύτερο κέρδος από την πρώτη, προκύπτει ότι την ώρα 6 η μονάδα παραγωγής θα πρέπει να είναι κρατημένη. Στη συνέχεια, ξεκινώντας από την κατά-

σταση της τελευταίας ώρας (ώρας 6) και γυρνώντας προς την αρχή, μία ώρα κάθε φορά, μπορεί να βρεθεί η βέλτιστη διαδρομή, η οποία συμβολίζεται με την ‘έντονη’ διαδρομή στο Σχήμα 4. Η βέλτιστη διαδρομή καθορίζει τη βέλτιστη λύση του προβλήματος της ένταξης της μονάδας παραγωγής στη διάρκεια των 6 ωρών. Τα χαρακτηριστικά της βέλτιστης λύσης φαίνονται στον Πίνακα 5.

Πίνακας 5: Βέλτιστη λύση για το πρόβλημα της μίας μονάδας παραγωγής.

Table 5: Optimal solution for the one unit problem.

Ωρα, t	I(i,t)	P(i,t) [MW]	F(i,t) [€/MWh]
1	0	0.00	0.00
2	0	0.00	0.00
3	1	600.00	559.83
4	1	600.00	1899.83
5	1	600.00	1539.83
6	0	0.00	0.00
Συνολικό κέρδος (€)			3999.49



Σχήμα 4: Δυναμικός προγραμματισμός για την ένταξη μίας μονάδας παραγωγής.
Figure 4: Dynamic programming for the unit commitment of a single unit.

5.2 Ένταξη είκοσι μονάδων παραγωγής

Στον Πίνακα 6 φαίνονται τα δεδομένα των 20 μονάδων παραγωγής μίας επιχείρησης παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Στον Πίνακα 6 η στήλη X^0 δίνει τον αρχικό χρόνο λειτουργίας (σε ώρες) της κάθε μονάδας παραγωγής:

- Αν $X^0(i) > 0$, τότε η μονάδα παραγωγής i λειτουργεί για $X^0(i)$ ώρες, πριν από την έναρξη της περιόδου προγραμματισμού.
- Αν $X^0(i) < 0$, τότε η μονάδα παραγωγής i είναι κρατημένη για διάστημα $-X^0(i)$ ωρών, πριν από την έναρξη της περιόδου προγραμματισμού.

Στο Σχήμα 5 φαίνονται οι τιμές της ηλεκτρικής ενέργειας για χρονική περίοδο 24 ωρών. Ζητούμενο είναι η βέλτιστη ένταξη των μονάδων παραγωγής με στόχο τη μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους στην περίοδο των 24 ωρών.

Επειδή οι μονάδες παραγωγής έχουν περιορισμούς αναρρίχησης κατά την εκκίνηση και μείωσης εξόδου κατά την κράτηση, θα εφαρμοστεί η μοντελοποίηση της ενότητας 3.2.2. Με εφαρμογή των σχέσεων της ενότητας 3.2.2 προκύπτουν τα αποτελέσματα του Πίνακα 7, όπου δίνονται οι τιμές των ακόλουθων παραμέτρων:

- Ο μέγιστος απαιτούμενος αριθμός ωρών, $Y^{max}(i)$, για τη μονάδα παραγωγής i προκειμένου να μειώσει την εξόδο της από $P^{max}(i)$ σε 0 MW.
- Το όριο αύξησης της εξόδου της μονάδας παραγωγής i κατά την ένταξη $R_{i,limit}^{up}[X(i,t)]$, σαν συνάρτηση της κατάστασης $X(i,t)$.
- Το όριο μείωσης της εξόδου της μονάδας παραγωγής i κατά την κράτηση $R_{i,limit}^{down}[Y(i,t)]$, σαν συνάρτηση της κατάστασης $Y(i,t)$.

Για παράδειγμα, από τον Πίνακα 7 φαίνεται ότι για να εκκινήσει η μονάδα παραγωγής 7 την πρώτη ώρα η παραγωγή της είναι το πολύ 12 MW, τη δεύτερη ώρα 24 MW και την τρίτη ώρα μπορεί να φθάσει τη μέγιστη ισχύ της, δηλαδή τα 30 MW. Επίσης, από τον Πίνακα 7 φαίνεται ότι όταν η μονάδα παραγωγής 7 βρίσκεται στη μέγιστη ισχύ της και πρόκειται να σταματήσει, αυτό μπορεί να γίνει ως εξής: την επόμενη ώρα μπορεί να μειώσει την παραγωγή της έως τα 15 MW και τη μεθεπόμενη ώρα μπορεί να μηδενίσει την παραγωγή της.

Πίνακας 6: Δεδομένα 20 μονάδων παραγωγής μίας επιχείρησης παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας.

Table 6: Data for a generation company with 20 production units.

Δείκτης μονάδας, i	Όνομα μονάδας	$P^{min}(i)$ [MW]	$P^{max}(i)$ [MW]	$A(i)$ (€/MW ² h)	$B(i)$ (€/MWh)	$C(i)$ (€/h)	$T^{up}(i)$ (h)	$T^{down}(i)$ (h)	$X^0(i)$ (h)	$D(i)$ (€/h)	$E(i)$ (€/h)	$CT(i)$ (h)	$R^{up}(i)$ (MW/h)	$R^{down}(i)$ (MW/h)	Shut-down cost (€)
1	U18a	3.6	18	0.04175	15.7463	19.01	0	0	-1	0	0	1	6	5	0
2	U18b	3.6	18	0.04239	15.8712	19.04	0	0	-1	0	0	1	6	5	0
3	U18c	3.6	18	0.04411	16.0311	19.27	0	0	-1	0	0	1	6	5	0
4	U18d	3.6	18	0.04513	16.1724	19.44	0	0	-1	0	0	1	6	5	0
5	U30a	6	30	0.06975	26.2541	31.72	0	0	-1	30	30	2	12	15	0
6	U30b	6	30	0.07012	26.3911	31.74	0	0	-1	30	30	2	12	15	0
7	U30c	6	30	0.07237	26.5259	31.94	0	0	-1	30	30	2	12	15	0
8	U114a	22.8	114	0.01459	20.3148	11.57	3	2	-3	75	75	3	23	23	0
9	U114b	22.8	114	0.01567	20.4512	11.59	3	2	-3	75	75	3	23	23	0
10	U114c	22.8	114	0.01704	20.6219	11.77	3	2	-3	75	75	3	23	30	0
11	U150a	37.5	150	0.01921	26.7302	15.22	4	2	-3	105	105	4	38	38	0
12	U150b	37.5	150	0.02062	26.9095	15.25	4	2	-3	105	105	4	45	45	0
13	U150c	37.5	150	0.02242	27.1341	15.49	4	2	-3	105	105	4	45	45	0
14	U230a	80	230	0.00563	15.2835	44.85	5	3	-5	225	225	6	150	150	0
15	U230b	80	230	0.00575	15.2911	44.93	5	3	-5	225	225	6	225	150	0
16	U295a	103	295	0.01088	12.8875	6.78	5	4	-4	300	300	8	290	375	0
17	U295b	103	295	0.01133	12.8913	6.89	5	4	-4	300	300	8	290	375	0
18	U350a	140	350	0.00301	10.7601	32.96	8	5	-10	500	500	8	200	300	0
19	U400a	100	400	0.01059	8.3391	64.16	8	5	-10	500	500	8	250	250	0
20	U400b	100	400	0.01123	8.4511	64.36	8	5	-10	500	500	10	250	250	0

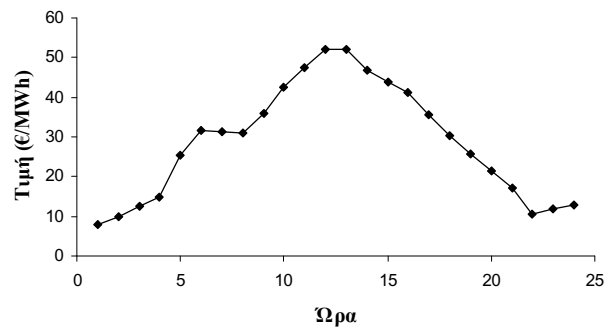
Πίνακας 7: Όρια αναρρίχησης κατά την εκκίνηση, $R_{i,limit}^{up}[X(i,t)]$, και μείωσης εξόδου κατά την κράτηση, $R_{i,limit}^{down}[Y(i,t)]$.
 Table 7: Ramp-up limit, $R_{i,limit}^{up}[X(i,t)]$, and ramp-down limit, $R_{i,limit}^{down}[Y(i,t)]$.

Δείκτης μονάδας, i	Όνομα μονάδας	$Y^{max}(i)$	$R_{i,limit}^{up}[X(i,t)]$						$R_{i,limit}^{down}[Y(i,t)]$						
			$X(i,t)=5$	$X(i,t)=4$	$X(i,t)=3$	$X(i,t)=2$	$X(i,t)=1$	$X(i,t)=0$	$Y(i,t)=5$	$Y(i,t)=4$	$Y(i,t)=3$	$Y(i,t)=2$	$Y(i,t)=1$	$Y(i,t)=0$	
1	U18a	4				18	12	6		18	13	8	3.6	0	
2	U18b	4				18	12	6		18	13	8	3.6	0	
3	U18c	4				18	12	6		18	13	8	3.6	0	
4	U18d	4				18	12	6		18	13	8	3.6	0	
5	U30a	2				30	24	12				30	15	0	
6	U30b	2				30	24	12				30	15	0	
7	U30c	2				30	24	12				30	15	0	
8	U114a	5	114	92	69	46	23		114	91	68	45	22.8	0	
9	U114b	5	114	92	69	46	23		114	91	68	45	22.8	0	
10	U114c	4	114	92	69	46	23		114	84	54	24	22.8	0	
11	U150a	4			150	114	76	38			150	112	74	37.5	0
12	U150b	4			150	135	90	45			150	105	60	37.5	0
13	U150c	4			150	135	90	45			150	105	60	37.5	0
14	U230a	2					230	150					230	80	0
15	U230b	2					230	225					230	80	0
16	U295a	1					295	290						295	0
17	U295b	1					295	290						295	0
18	U350a	2					350	200					350	140	0
19	U400a	2					400	250					400	150	0
20	U400b	2					400	250					400	150	0

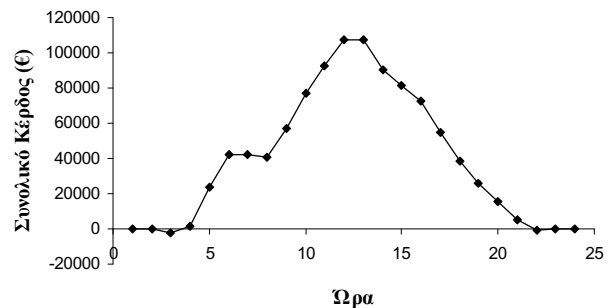
Πίνακας 8: Πλάνο εκκίνησης/κράτησης των 20 μονάδων παραγωγής.

Table 8: 20 units ON/OFF schedule.

Μονάδα	Πλάνο εκκίνησης/κράτησης για τις ώρες 0 έως 24
1	0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
2	0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
3	0 0 0 0 1 0 0 0 0
4	0 0 0 0 1 0 0 0 0
5	0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0
6	0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
7	0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
8	0 0 0 1 0 0 0
9	0 0 0 1 0 0
10	0 0 0 1 0 0
11	0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0
12	0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0
13	0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0
14	0 0 0 0 1 0 0 0
15	0 0 0 0 0 1 0 0 0
16	0 0 0 0 0 1 0 0 0
17	0 0 0 0 0 1 0 0 0
18	0 0 0 1 0 0
19	0 0 0 1 0 0
20	0 0 0 1 0 0



Σχήμα 5: Ωριαίες τιμές ηλεκτρικής ενέργειας.
 Figure 5: Hourly market prices for energy.



Σχήμα 6: Συνολικό κέρδος ανά ώρα για τις 20 μονάδες παραγωγής.
 Figure 6: Total profit per hour for the 20 units.

6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο άρθρο αυτό διατυπώθηκε το πρόβλημα της ένταξης μονάδων παραγωγής με βάση το κέρδος για εταιρείες παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας που λειτουργούν σε ανταγωνιστικό περιβάλλον. Προτάθηκε μία μεθοδολογία δυναμικού προγραμματισμού για την επίλυση του προβλήματος ένταξης μονάδων παραγωγής με βάση το κέρδος. Η προτεινόμενη μέθοδος δυναμικού προγραμματισμού είναι πολύ γρήγορη υπολογιστικά, επειδή μεγιστοποιεί το κέρδος κάθε μονάδας παραγωγής ξεχωριστά στη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού. Παρουσιάστηκαν εφαρμογές της μεθόδου σε ηλεκτρική επιχείρηση με μία, καθώς και με είκοσι μονάδες παραγωγής. Τα κυριότερα συμπεράσματα από τις εφαρμογές αυτές είναι: α) οι μονάδες παράγουν το μέγιστο κέρδος τις ώρες όπου η τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας είναι υψηλή και οι μονάδες παράγουν τη μέγιστη ισχύ τους, β) οι μονάδες παραγωγής είναι κρατημένες κατά τις ώρες όπου η τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας είναι χαμηλή, γ) όσο αυξάνει το πλήθος των περιορισμών λειτουργίας των μονάδων παραγωγής, τόσο μειώνονται τα κέρδη τους, δ) η ένταξη μίας μονάδας παραγωγής μπορεί να έχει ζημία κατά την ώρα ένταξης, που, όμως, μπορεί να αντισταθμιστεί γρήγορα τις επόμενες ώρες και ε) για δοσμένες μονάδες παραγωγής και συνθήκες της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας οι μονάδες παραγωγής με τα χαμηλότερα οριακά κόστη (σε σχέση με τις τιμές της ηλεκτρικής ενέργειας), με χαμηλά κόστη εκκίνησης και με υψηλή ικανότητα παραγωγής δίνουν τα μεγαλύτερα συνολικά κέρδη.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Π. Σ. Γεωργιλιάκης, "Εφαρμογή γενετικών αλγορίθμων στην παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας," *Τεχνικά Χρονικά, III*, τόμος 24, τεύχος 1-2, σελ. 41-50, 2004.
2. A. J. Wood and B. F. Wollenberg, *Power Generation, Operation and Control*, 2nd ed., Wiley, New York, 1996.
3. G. B. Shebli and G. N. Fahd, "Unit commitment literature synopsis," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 1, pp. 128-135, Feb. 1994.
4. W. L. Snyder, H. D. Powell Jr., and J. C. Rayburn, "Dynamic programming approach to unit commitment," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 2, pp. 339-350, May 1987.
5. F. Zhuang and F. D. Galiana, "Toward a more rigorous and practical unit commitment by Lagrangian relaxation," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 3, pp. 763-770, May 1988.
6. A. I. Cohen and M. Yoshimura, "A branch-and-bound algorithm for unit commitment," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 102, no. 2, pp. 444-451, Feb. 1983.
7. L. F. B. Baptistella and J. C. Geromel, "A decomposition approach to problem of unit commitment schedule for hydrothermal systems," *Proceedings of IEE, Part C*, vol. 127, no. 6, p. 250, Nov. 1980.
8. F. Zhuang and F. D. Galiana, "Unit commitment by simulated annealing," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, no. 1, pp. 311-318, Feb. 1990.
9. C. Wang and S. M. Shahidehpour, "A decomposition approach to non-linear multi-area generation scheduling with tie-line constraints using expert systems," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, pp. 1409-1418, Nov. 1992.
10. H. Sasaki, M. Watanabe, and R. Yokoyama, "A solution method of unit commitment by artificial neural networks," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, pp. 974-981, Aug. 1992.
11. S. A. Kazarlis, A. G. Bakirtzis, and V. Petridis, "A genetic algorithm solution to the unit commitment problem," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, no. 1, pp. 83-92, Feb. 1996.
12. M. Shahidehpour, H. Yamin, and Z. Li, *Market Operations in Electric Power Systems*, Wiley, New York, 2002.
13. B. F. Hobbs, M. H. Rothkopf, R. P. O'Neill, and Hung-po Chao, *The next generation of electric power unit commitment models*, Kluwer, Norwell, MA, 2001.
14. E. Allen and M. Ilic, *Price-Based Commitment Decisions in the Electricity Market*, Springer, New York, 1999.
15. S. Takriti, B. Krasenbrink, and L. Wu, "Incorporating fuel constraints and electricity spot prices into the stochastic unit commitment problem," *Operational Research*, vol. 48, pp. 268-280, Mar.-Apr. 2000.
16. J. M. Arroyo and A. J. Conejo, "Optimal response of a thermal unit to an electricity spot market," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, no. 3, pp. 1098-1104, Aug. 2000.
17. J. M. Arroyo and A. J. Conejo, "Optimal response of a power generator to energy, AGC, and reserve pool-based markets," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, no. 2, pp. 404-410, May 2002.
18. T. Li and M. Shahidehpour, "Price-based unit commitment: a case of Lagrangian relaxation versus mixed integer programming," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 4, pp. 2015-2025, Nov. 2005.
19. R. E. Bellman and S. E. Dreyfus, *Applied Dynamic Programming*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1962.
20. A. I. Cohen and V. R. Sherkat, "Optimization-based methods for operations scheduling," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 2, no. 12, pp. 1574-1581, Dec. 1987.
21. A. I. Cohen, "Modeling unit ramp limitations in unit commitment," *Proceedings of the 10th Power Systems Computations Conference*, Graz, Austria, Aug. 19-24, 1990, pp. 1107-1114.

Extended summary

Methodology for Profit Maximization of Electrical Energy Production in Competitive Market

PAVLOS S. GEORGILAKIS

Assistant Professor, Technical University of Crete

Abstract

This paper proposes a dynamic programming solution to the price-based unit commitment problem. All the usual unit constraints are considered. Limits on a generating unit's ramping capability as well as the minimum up time and minimum down time constraints are included in the problem formulation. Test results for one unit and twenty units are presented and conclusions are drawn.

1. INTRODUCTION

In the regulated or state monopoly electricity markets, unit commitment (UC) refers to optimizing generation resources over a daily to weekly time horizon to satisfy load demand with the lowest operational cost while satisfying prevailing constraints. Since the related objective would be to minimize the operational cost, UC is commonly referred to as cost-based unit commitment (CBUC). The optimal solution to the CBUC problem can be obtained by complete enumeration, which is prohibitive in practice owing to its excessive computational resource requirements. The need for practical, cost-effective UC solutions led to the development of various UC algorithms that produce suboptimal, but efficient scheduling for real sized power systems comprising hundreds of generators. CBUC methods include priority list methods, dynamic programming, Lagrangian relaxation (LR), branch-and-bound, and Bender's decomposition. Recently, simulated annealing, expert systems, artificial neural networks, and genetic algorithms have also been used for the solution of the CBUC problem.

On the other hand, in the deregulated electricity markets, the UC used by each generating company (GENCO) refers to optimizing generation resources in order to maximize the GENCO's profit. In this new paradigm, the signal that would enforce a unit's on/off status would be the price, including the fuel purchase price and the energy sale price. This UC has a different objective than that of CBUC and is referred to as price-based unit commitment (PBUC). The PBUC is a large-scale, nonconvex, nonlinear, mixed-integer optimization

Submitted: July 28, 2006 Accepted: Mar. 8, 2007

problem. Because electricity markets are changing rapidly, there is great interest in how new UC models are solved and what purposes they serve. Given market prices, LR was employed to solve the PBUC problem. In a bilateral market, the PBUC was studied by considering the uncertainty of market price. In a pool market, the PBUC problem was solved using LR, stochastic dynamic programming, and Bender's decomposition. The PBUC for a price-taker thermal unit was modeled as a mixed integer programming (MIP) problem. The PBUC for a GENCO with thermal, combined-cycle, cascaded-hydro, and pumped-storage units was modeled as an MIP problem.

In this paper, a dynamic programming (DP) methodology is proposed for the solution of the PBUC problem in a decentralized electricity market. All the usual unit constraints are considered. Limits on a generating unit's ramping capability as well as the minimum up time and minimum down time constraints are included in the problem formulation. The proposed DP methodology is computationally efficient, since it is reduced to a one-unit dynamic programming algorithm, i.e. each unit is considered separately. Test results for one unit and for twenty units are presented and conclusions are drawn.

2. UNIT COMMITMENT IN A POOL-BASED AND DECENTRALIZED MARKET

Figure 1 shows how the Lagrangian relaxation method is used to solve the UC problem in a pool-based market. In this method, the system operator sends a set of Lagrange multipliers to each generating unit. Each unit then tries to minimize its total production cost based on the fixed values of the Lagrange multipliers.

In a decentralized electricity market, the aim is not to minimize the total production cost of a particular generating utility company, but to maximize its total profit. This can be achieved by considering each generating unit separately and

maximizing its profit independently of the other units. Rather than using the Lagrange multipliers as shadow prices, the best estimate of the prices over the scheduling period is used as an input to the optimization of the schedule of this single unit.

3. PROBLEM FORMULATION

The price-based unit commitment problem in a decentralized electricity market can be stated as follows: for a GENCO with N generating units, and given a certain market price profile of energy, it is required to determine the start-up/shut-down times and the power output of all the generating units at each time interval t over a specified scheduling period T , so that the generator's total profit is maximized, subject to the unit constraints.

The objective of the PBUC problem for the GENCO operating in the competitive environment is to maximize, during the scheduling horizon, the total profit for all its generating units, equation (3.6), subject to the constraints (3.7) to (3.13). These constraints are the unit generation limits, minimum up time, minimum down time, ramp-up and ramp-down constraints.

4. PROPOSED METHODOLOGY

The PBUC problem is solved in a bottom-up manner. In particular, it is proposed that dynamic programming can solve the single unit PBUC problem. This means that the optimal schedule of each unit for a given electricity price profile is calculated first using DP. Next, the individual maximum total profits are summed over all the units in the GENCO to give its maximum total profit for a given price profile.

4.1 Piecewise linear cost function

The second-order polynomial production cost function of equation (3.4) can be alternatively represented by the piecewise linear cost function of equation (4.7).

4.2 Single unit PBUC with dynamic programming

For the single unit PBUC problem, the objective is to maximize the total profits for a unit i over the scheduling period. The aim is to find the maximum of the function defined by equation (4.9). This is formulated as a single unit dynamic programming problem. The optimal output of each

unit is determined by equation (4.14), if the unit ramp rates are non-binding, i.e. in cases where the ramp-up and ramp-down rates are very large.

Otherwise, the generation must comply strictly with the ramping constraints, regardless of the profit or loss level, to avoid shortening the life of the turbine due to excessive ramp rates.

4.2.1 Modeling the effects of $T^{up}(i)$ and $T^{down}(i)$

The effects of $T^{up}(i)$ and $T^{down}(i)$ are modeled using the equation (4.15).

4.2.2 Modeling the effects of $R^{up}(i)$ and $R^{down}(i)$

The effects of $R^{up}(i)$ and $R^{down}(i)$ are modeled using the equations (4.16) to (4.21).

5. CASE STUDIES

5.1 PBUC for one unit

This section shows how a single unit DP is used to maximize the profit for a one-unit GENCO over a trading period of 6 hours. Table 1 gives the data of the unit and Table 2 presents the forecasted electricity prices for the 6 hours. Figure 4 illustrates how to apply dynamic programming for the solution of the PBUC problem. Table 5 presents the optimal solution for the one-unit problem.

5.2 PBUC for twenty units

This section shows how DP is used to maximize the profit for a twenty-unit GENCO over a trading period of 24 hours. Table 6 presents the data for the 20-unit problem set and Figure 5 shows the 24-hour price profile for energy.

Table 8 presents the 20-units ON/OFF schedule obtained by the dynamic programming and Table 9 shows the corresponding generation schedule. It is concluded from Table 8 that all 20 units are ON from hour 6 to hour 18, where the market price for energy is over 30 €/MWh, as Figure 5 shows. It is concluded from Figure 6 that the maximum profit, i.e. €107706, is obtained during hour 12, where the energy price has its maximum value (52.2 €/MWh), while the profit is zero during hours 1, 2, 23, and 24, since all units are OFF during these hours. From Figure 7 it can be seen that, among the 20 units, the unit U400a produces the highest profit, i.e. €158341,

which corresponds to 16.3% of the total profit (€972214) of all the units during the 24-h scheduling period.

From Figure 7 and Table 6, the following conclusions can be drawn:

- In general, the higher the number of unit constraints imposed, the smaller the total profits.
- Starting up a unit can sometimes give rise to negative profits due to its time-dependent start-up cost. In many cases, however, the gains in subsequent time intervals are often large enough to offset this loss so that the unit can still make a net total profit.
- Given a portfolio of units subject to the same market conditions, those with low incremental costs (relative to the prices), low no-load costs, and/or high generating capacities will always yield higher total profits.

6. CONCLUSIONS

This paper proposes a dynamic programming solution to the price-based unit commitment problem. The proposed DP is computationally efficient, since it maximizes the profit of each unit separately during the scheduling horizon. Case studies for one unit and for 20 units are presented. The main conclusions are that the units produce their maximum profit during hours where the electricity prices are high. On the other hand, units are OFF during hours of low prices.

