

**Μάθημα: Εισαγωγή στην Βελτιστοποίηση
Συστημάτων****Τετάρτη, 5/12/2012**Διδάσκοντες: Μ.Γ. Καρλαύτης, Αναπληρωτής Καθηγητής
Ν.Δ. Λαγαρός, Λέκτορας**3^η Σειρά ασκήσεων-Γραμμικός Προγραμματισμός**

Για τα παρακάτω προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού, να γίνει η διατύπωση του προβλήματος (αλγόριθμος) και να γίνει επίλυση αυτών μέσω matlab (**optimtool**, **lingprog**):

1. Ο Έκτορας έχει στην κατοχή του μια μοτοσικλέτα Harley Davidson κι ένα φορτηγάκι. Με την μοτοσικλέτα διανύει κατά μέσο όρο 45 μίλια χρησιμοποιώντας ένα γαλόνι βενζίνης 93 οκτανίων που κοστίζει \$1.35 το γαλόνι, ενώ με το φορτηγάκι διανύει 26 μίλια με ένα γαλόνι βενζίνης 89 οκτανίων που κοστίζει \$1.17 το γαλόνι. Επιπλέον, για κάθε 5000 μίλια που διανύονται, η μοτοσικλέτα χρειάζεται συντήρηση που απαιτεί χρόνο 15 ωρών. Ο αντίστοιχος χρόνος για το φορτηγάκι είναι 10 ώρες. Ο Έκτορας κάνει μόνος του τη συντήρηση, αλλά δεν θέλει να αφιερώνει περισσότερες από 100 ώρες το χρόνο γι' αυτήν. Ο Έκτορας προβλέπει ότι τον επόμενο χρόνο θα διανύσει τουλάχιστον 45000 μίλια, από τα οποία τα 5000 τουλάχιστον θα ήθελε να τα κάνει με την Harley (για να την κρατά σε καλή κατάσταση και επειδή του αρέσει κιόλας). Πόσα μίλια πρέπει να διανύσει ο Έκτορας με τη μοτοσικλέτα και πόσα με το φορτηγάκι έτσι ώστε το ετήσιο κόστος σε καύσιμα να είναι το ελάχιστο δυνατόν; Να γίνει και γραφική απεικόνιση της εφικτής περιοχής.
2. Μια εταιρεία προτίθεται να επενδύσει 80 εκατομμύρια νομισματικές μονάδες σε κοινές και σε προνομιούχες μετοχές εταιρειών εισηγμένων στο χρηματιστήριο, καθώς και σε ομόλογα του δημοσίου. Η αναμενόμενη ετήσια απόδοση των τριών αυτών τύπων επένδυσης είναι, κατά σειρά, 15%, 17% και 12%. Δεδομένου ότι οι επενδύσεις σε κοινές και προνομιούχες μετοχές κρίνονται υψηλού κινδύνου, η εταιρεία έχει αποφασίσει να επενδύσει σε τέτοιες μετοχές όχι παραπάνω από το 25% του επενδυόμενου συνολικά κεφαλαίου. Επιπλέον, το επενδυόμενο ποσό σε προνομιούχες μετοχές δεν πρέπει να υπερβαίνει το 75% της συνολικής επένδυσης σε μετοχές, ενώ τουλάχιστον το 20% του επενδυόμενου κεφαλαίου πρέπει να είναι σε ομόλογα του δημοσίου. Η εταιρεία ενδιαφέρεται να επιλέξει εκείνο το επενδυτικό σχήμα που μεγιστοποιεί την απόδοση του κεφαλαίου της.
3. Μια αεροπορική εταιρία έχει δύο τύπους αεροσκαφών, τύπου Α και τύπου Β. Τα αεροσκάφη τύπου Α έχουν μεταφορική ικανότητα 40 επιβατών και 30 τόνων φορτίου. Τα αεροσκάφη τύπου Β έχουν μεταφορική ικανότητα 60 επιβατών και 15 τόνων φορτίου. Η εταιρία μπορεί να αναλάβει την μεταφορά το πολύ 480 επιβατών και 180 τόνων φορτίου κάθε ημέρα. Αν το συνολικό κέρδος μεταφοράς με αεροσκάφος τύπου Α είναι 500 χρηματικές μονάδες και με αεροσκάφος τύπου Β είναι 600 χρηματικές μονάδες, ποιος συνδυασμός αεροσκαφών των δύο τύπων μεγιστοποιεί το κέρδος της εταιρίας; Να γίνει και γραφική απεικόνιση της εφικτής περιοχής.
4. Ένα τμήμα ενός μεγάλου εργοστασίου κατασκευάζει δύο μέρη που χρειάζονται στο τελικό προϊόν του εργοστασίου. Το τμήμα διαθέτει 4 γραμμές παραγωγής που είναι δυνατό να κατασκευάζουν τα δύο μέρη χρησιμοποιώντας διαφορετικά ποσά εργασίας και δύο είδη πρώτης ύλης, την Α και την Β. Ο πίνακας 1 που ακολουθεί παρουσιάζει τις εισροές-εκροές της κάθε γραμμής παραγωγής για λειτουργία μιας ώρας:

Πίνακας 1

Γραμμή	ΕΙΣΡΟΗ			ΕΚΡΟΗ	
	Εργασία (Ανθρ-ώρες)	Πρώτη Ύλη Α (Kg)	Πρώτη Ύλη Β (Kg)	Μονάδες Μέρους 1	Μονάδες Μέρους 2
1	20	160	30	35	55
2	30	100	35	45	42
3	10	200	60	70	0
4	25	75	80	0	90

Το τμήμα πρέπει να κατασκευάζει 2100 μονάδες του μέρους 1 την εβδομάδα και 1800 μονάδες του μέρους 2 την εβδομάδα. Στη διάθεση του τμήματος βρίσκονται κάθε εβδομάδα 4 τόνοι της πρώτης ύλης Α, 2 τόνοι της πρώτης ύλης Β και 1000 ανθρωποώρες εργασίας. Το κόστος της Α είναι 3 €/Kg και της Β 7 €/Kg. Το κόστος του εργατικού δυναμικού είναι δοσμένο (σταθερό) ακόμη κι αν δεν χρησιμοποιηθούν οι διαθέσιμες ανθρωποώρες. Περιγράψτε το πρόβλημα ως γραμμικού προγραμματισμού (ΠΓΠ) αν ζητείται το ελάχιστο κόστος παραγωγής.

5. Θεωρούμε μια βιομηχανική μονάδα, η οποία για την παραγωγή τεσσάρων προϊόντων Π_1 , Π_2 , Π_3 και Π_4 διαθέτει τρεις μηχανές M_1 , M_2 και M_3 . Στον Πίνακα 2 παρουσιάζεται ο χρόνος που απαιτείται για την επεξεργασία μιας μονάδας από το κάθε προϊόν σε κάθε μηχανή, ο διαθέσιμος ημερήσιος χρόνος κάθε μηχανής και το κέρδος ανά μονάδα προϊόντος (σε νομισματικές μονάδες). Τα μηδενικά στοιχεία του Πίνακα 2 υποδηλώνουν ότι τα προϊόντα Π_2 και Π_4 δεν υφίστανται επεξεργασία στη μηχανή M_3 .

Πίνακας 2

Μηχανή	Χρόνος επεξεργασίας μιας μονάδας κάθε προϊόντος στις διάφορες μηχανές (min)				Διαθέσιμος ημερήσιος χρόνος κάθε μηχανής (min)
	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	
M_1	5	2	3	1	300
M_2	1	2	1	2	200
M_3	1	0	1	0	100
Κέρδος ανά μονάδα προϊόντος	6	4	2	1	

Η επιχείρηση θέλει να αξιοποιήσει το διαθέσιμο χρόνο των μηχανών κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο, ρυθμίζοντας την ημερήσια παραγωγή κάθε προϊόντος σε τέτοιο ύψος ώστε η απόδοση του συστήματος, όπως εκφράζεται από το συνολικό κέρδος που αποφέρει η πώληση των προϊόντων αυτών, να μεγιστοποιείται. Θα υποθέσετε ότι όλες οι παραγόμενες ποσότητες απορροφούνται από τη αγορά.

6. Να επιλυθεί το ακόλουθο πρόβλημα:

$$\begin{aligned}
 &\max \quad 200x_1 + 300x_2 \\
 &\text{s.t.} \quad x_1 + 2x_2 \leq 30 \\
 &\quad \quad x_1 + x_2 \leq 20 \\
 &\quad \quad 2x_1 + x_2 \leq 36 \\
 &\quad \quad x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

Να γίνει και γραφική απεικόνιση της εφικτής περιοχής.

Παρατηρήσεις:

- Μέσα σε παρένθεση (...) αναγράφεται παραπάνω η εντολή (ή οι εντολές) του Matlab η οποία πρέπει να χρησιμοποιηθεί σε κάθε περίπτωση.
- Για οποιαδήποτε απορία ή διευκρίνηση, μη διστάσετε να στείλετε email στις παρακάτω διευθύνσεις mgk@mail.ntua.gr, nlagaros@central.ntua.gr. Θα σας δοθεί πολύ σύντομα απάντηση με email για να προχωρήσετε!