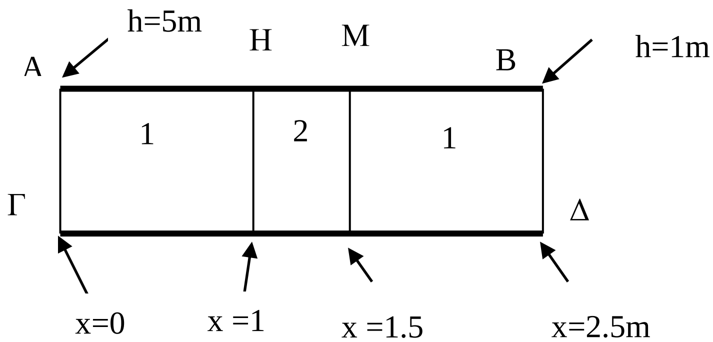
Περιβαλλοντική Γεωτεχνική
Άσκηση εξάσκησης ροής

ΕΚΦΩΝΗΣΗ

Για το πεδίο ροής που εικονίζεται στο Σχήμα 1, να υπολογιστεί η παροχή (για επιφάνεια κάθετη στην –οριζόντια– διεύθυνση ροής ίση με 1 m^2) όταν η υδραυλική αγωγιμότητα είναι 8640 m/ημ και 432 m/ημ για τα στρώματα 1 και 2, αντίστοιχα. Επίσης, να υπολογιστεί το υδραυλικό φορτίο στα σημεία Η και Μ. Οι επιφάνειες ΑΒ και ΓΔ είναι αδιαπέρατες (συνοριακή συνθήκη: γνωστή, σταθερή παροχή, Q = 0), ενώ οι επιφάνειες ΑΓ και ΒΔ είναι ισοδυναμικές επιφάνειες (συνοριακή συνθήκη: γνωστό –όπως δίνεται στο σχήμα– σταθερό υδραυλικό φορτίο)



Σχήμα 1: Ανομοιογενές εδαφικό στρώμα και συνοριακές συνθήκες πεδίου ροής.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Η ανομοιογένεια του εδάφους δεν επιτρέπει να χρησιμοποιήσουμε απ'ευθείας την εξίσωση για την παροχή για όλο το πεδίο ροής, αλλά μπορούμε να την χρησιμοποιήσουμε για κάθε στρώμα ξεχωριστά. Ξεκινάμε παρατηρώντας ότι η συνολική πτώση υδραυλικού φορτίου μεταξύ των επιφανειών ΑΓ και ΒΔ, ή ισοδύναμα μεταξύ των σημείων Α και Β αφού στο πρόβλημά μας οι κατακόρυφες επιφάνειες είναι και ισοδυναμικές γραμμές, ισούται με το άθροισμα της πτώσης υδραυλικού φορτίου σε κάθε ένα στρώμα:

$$\Delta h_{AH} + \Delta h_{HM} + \Delta h_{MB} = h_A - h_B = 4m$$

Παρατηρούμε επίσης ότι, λόγω συνέχειας, από κάθε στρώμα περνάει η ίδια παροχή, Q:

$$Q = Q_{AH} = Q_{HM} = Q_{MB}$$

Στη συνέχεια, γράφουμε την έκφραση που δίνει την παροχή για κάθε στρώμα ξεχωριστά:

$$Q_{AH} = k_1 \cdot \frac{h_A - h_H}{L_{AH}} \cdot A = Q_{HM} = k_2 \cdot \frac{h_H - h_M}{L_{HM}} \cdot A$$

$$\rightarrow \frac{k_1}{k_2} \times \frac{0.5m}{1m} \times \left(h_A - h_H\right) = h_H - h_M \rightarrow 10 \times \left(5m - h_H\right) = h_H - h_M \rightarrow 50m + h_M = 11h_H \qquad (1)$$

$$Q_{HM} = k_2 \cdot \frac{h_H - h_M}{L_{HM}} \cdot A = Q_{MB} = k_1 \cdot \frac{h_M - h_B}{L_{MB}} \cdot A$$

$$\rightarrow h_H - h_M = \frac{k_1}{k_2} \times \frac{0.5m}{1m} \times \left(h_M - h_B\right) \rightarrow h_H - h_M = 10h_M - 10m = \rightarrow h_H = 11h_M - 10m \qquad (2)$$

Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2), βρίσκουμε h_M = 1.33m και h_H = 4.67m.

Σημειώνεται ότι η μεγαλύτερη πτώση υδραυλικού φορτίου (δηλαδή η μεγαλύτερη απώλεια ενέργειας) λαμβάνει χώρα στο στρώμα χαμηλότερης υδραυλικής αγωγιμότητας. Οι συνοριακές συνθήκες σε αυτό το πρόβλημα αναγκάζουν το νερό να περάσει με την ίδια ταχύτητα (αφού η παροχή πρέπει να μείνει σταθερή και η διατομή είναι σταθερή) από όλα τα στρώματα, με αποτέλεσμα να παρατηρείται η μεγάλη απώλεια ενέργειας στο χαμηλότερης περατότητας στρώμα. Αντίθετα, σε ένα πιο ρεαλιστικά ανομοιογενές, διδιάστατο ή τριδιάστατο πρόβλημα, το νερό θα κινηθεί κυρίως διαμέσου των πιο περατών στρώσεων, “αποφεύγοντας” τις λιγότερο περατές στρώσεις.

Για τη συνολική παροχή, αρκεί να υπολογίσουμε την παροχή σε ένα στρώμα:

$$Q_{AH} = k_1 \cdot \frac{h_A - h_H}{L_{AH}} \cdot A = 8640m/\eta\mu \times \frac{5m - 4.67m}{1m} \times 1m^2 \rightarrow Q = 2880m^3/\eta\mu$$

Εναλλακτικά, αν μας είχαν ζητήσει να υπολογίσουμε μόνο την παροχή, θα ήταν πιο βολικό να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση που δίνει την ισοδύναμη υδραυλική αγωγιμότητα για ροή κάθετη στη στρωματογραφία, K_p, δηλαδή την υδραυλική αγωγιμότητα που δίνει την ίδια παροχή (με το ανομοιογενές πεδίο) για ένα υποθετικό «ισοδύναμο» (ως προς την παροχή) ομοιογενές πεδίο, ίδιου συνολικού πάχους, με υδραυλική αγωγιμότητα K_p.

$$K_p = \frac{\sum_{i=1}^{m} d_i}{\sum_{i=1}^{m} d_i / K_i} = \frac{2.5m}{2 \cdot \frac{1m}{8640m/\eta\mu} + \frac{0.5m}{432m/\eta\mu}} = 1800m/\eta\mu$$

Η συνολική παροχή υπολογίζεται με την υπολογισμένη K_p και την υδραυλική κλίση του ισοδύναμου ομοιογενούς πεδίου, i_{AB} = 4m/2.5m=1.6.

$$Q = K_p \times i_{AB} \times A = 1800m/\eta\mu \times 1.6 \times 1m^2 = 2880m^3/\eta\mu$$