

Μεταφορά **διαλυμένου** ρύπου σε **κορεσμένο** έδαφος: Μαθηματική περιγραφή

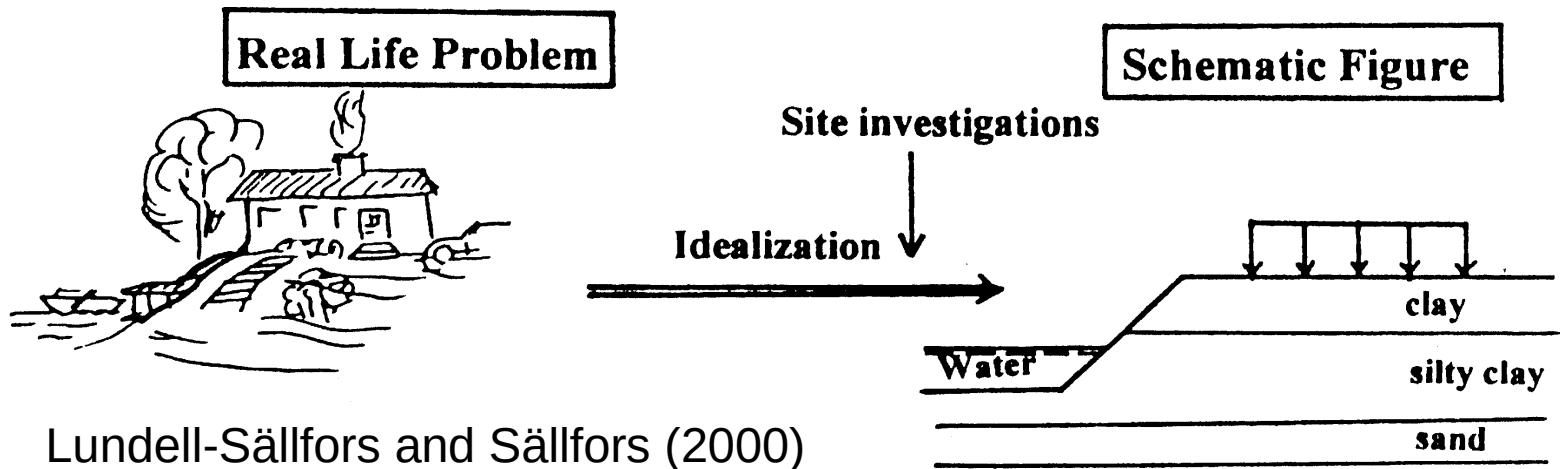
Βασικό ερώτημα:
Πού θα πάει ο ρύπος;

Παρουσίαση 3 από 4
Τρία **λυμένα** παραδείγματα
& **μαθησιακοί στόχοι** (έως τώρα)

Τρία ερωτήματα μεταφοράς

Που πρέπει να γίνουν «άσκηση»,
και να λυθεί η άσκηση για να
απαντηθεί το ερώτημα...

Ερώτημα → Άσκηση



Τι μπορώ να «πετάξω»;

Πού πρέπει να εστιάσω;

Ερώτημα —————> Άσκηση

Έχω κάποια λίγα στοιχεία

Πώς θα τα συμπληρώσω;

Το ερώτημα είναι διατυπωμένο
με λόγια

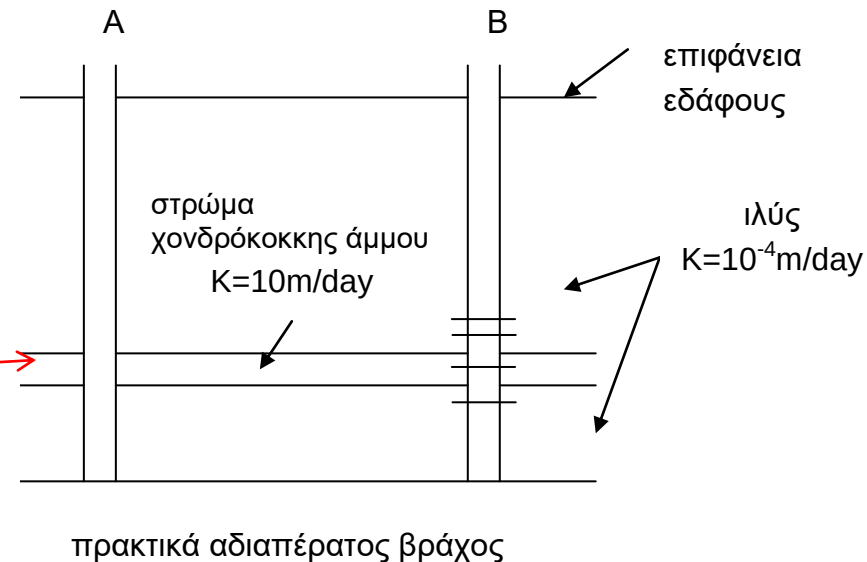
Πώς θα το μετατρέψω σε
σχήμα;

1. Πόσο γρήγορα θα φτάσει ο ρύπος σε σημείο ενδιαφέροντος

- Διερευνητική γεώτρηση A διανοίγεται από λάθος διαμέσου της κορεσμένης ζώνης σε μια περιοχή ρυπασμένη με τριχλωροαιθέριο σε μη υδατική φάση
- Έτσι το τριχλωροαιθέριο βρίσκει εύκολη δίοδο μέσα από τη γεώτρηση και διηθείται έως το βραχώδες στρώμα
- **Δώστε μια συντηρητική** (σε αυτό το επίθετο, και σε αυτήν την άσκηση, **επανερχόμαστε με περισσότερη γνώση**) **εκτίμηση του χρόνου στον οποίον αναμένεται να επηρεαστεί πηγάδι B σε απόσταση 500 μέτρων στα κατάντη**

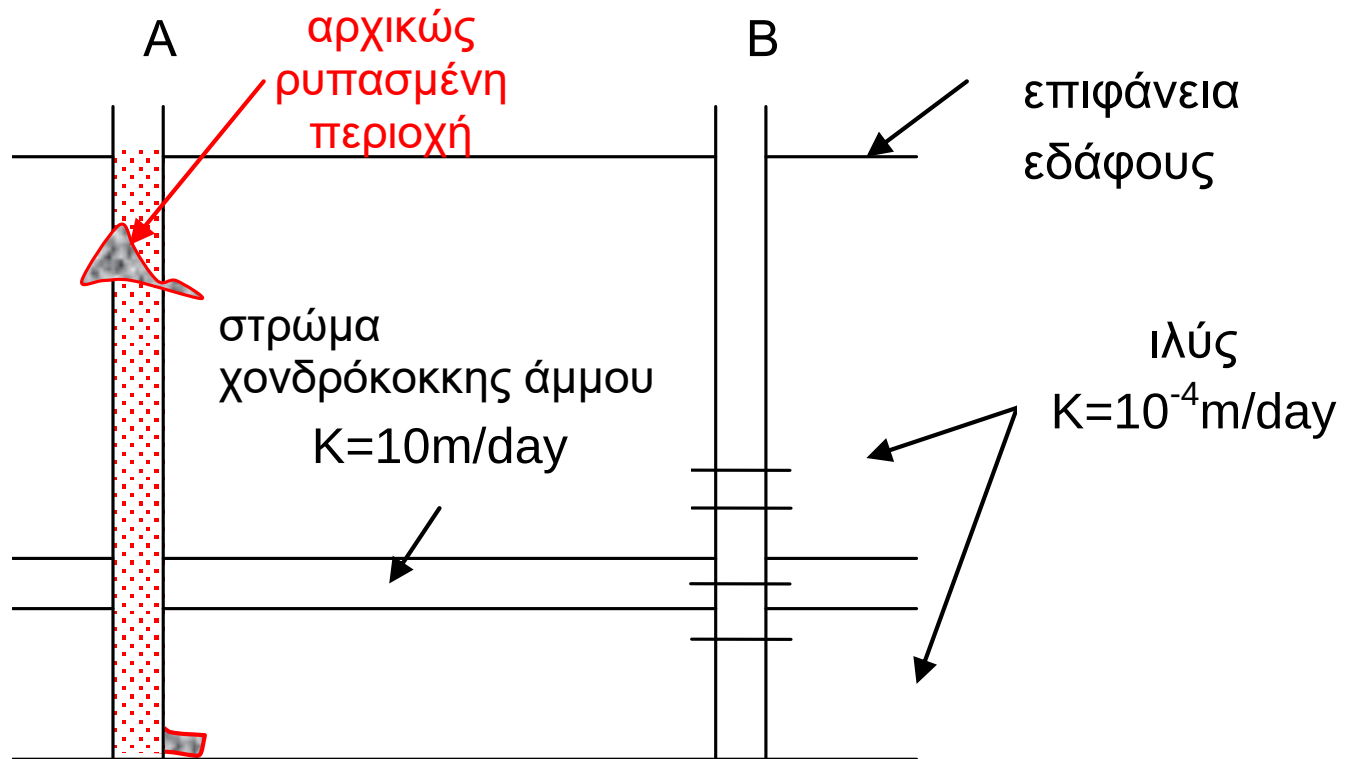
Επιπλέον στοιχεία:

- ο υδροφόρος ορίζοντας βρίσκεται πολύ κοντά στην επιφάνεια του εδάφους
- ο υδροφορέας αποτελείται κυρίως από ιλύ όπου παρεμβάλλεται συνεχές στρώμα άμμου
- η ροή του υπόγειου νερού είναι κυρίως οριζόντια με μέση υδραυλική κλίση 0.001.



Τι συμβαίνει εδώ;

- περιγράψω με σχήμα τις άμεσες συνέπειες του πρόβληματος



πρακτικά αδιαπέρατος βράχος

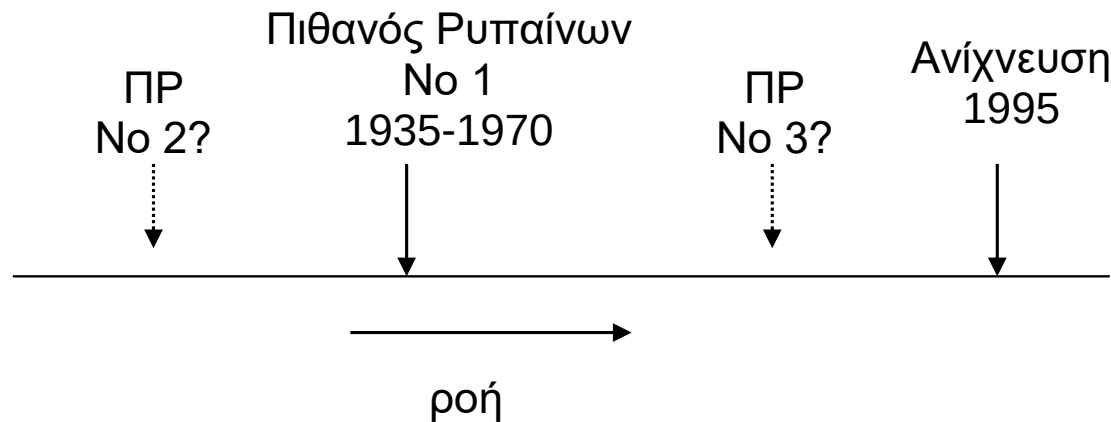
Ερώτημα: πότε θα επηρεαστεί το πηγάδι B;

Σύγκριση διαφορετικών λύσεων

- Σε προηγούμενη παρουσίαση, είδαμε:
 - τις παραδοχές στις οποίες στηρίχθηκε η επίλυση του 1D προβλήματος «με το χέρι», όπου λάβαμε υπόψη μόνο τον πρώτο όρο της λύσης της εξίσωσης μεταφοράς
 - τη διαφορά επίλυσης θεωρώντας μεταγωγή+διασπορά – μόνο μεταγωγή
- Στο αρχείο με τη λύση του προβλήματος επιπλέον συγκρίνονται:
 - αποτελέσματα της λύσης με τον ένα όρο και της πλήρους λύσης: υπολογίζουμε μικρότερο χρόνο άφιξης της ίδιας συγκέντρωσης με την πλήρη λύση
 - αποτελέσματα της 1D επίλυσης με αποτελέσματα από μια επίλυση 2D, για πηγή που εκτείνεται σε μεγάλο βάθος z , για διαρκώς μειούμενα πλάτη πηγής: όσο μικραίνει το πλάτος πηγής, τόσο μειώνεται η συγκέντρωση που φτάνει στη γεώτρηση B στον ίδιο χρόνο

2. Ποιος ο πιθανός ρυπαίνων; – συνηθισμένο πρόβλημα

- Στην προσπάθεια να αποδοθούν ευθύνες (για να μοιραστεί αντίστοιχα το κόστος αποκατάστασης) διερευνάται κατά πόσον ο «Πιθανός Ρυπαίνων No 1» μπορεί να ευθύνεται (αποκλειστικά) για ανίχνευση ρύπου στα κατάντη.



Άσκηση: ποια η επίπτωση στα κατόντη πιθανού ρυπαίνοντος;



Πιθανός ρυπαίνων - άσκηση

- Το 1995 ανιχνεύεται ρύπος σε δειγματοληπτικό φρέαρ σε συγκέντρωση 3500 $\mu\text{g/l}$
- Σε απόσταση 1830m ανάντη του φρέατος βρίσκεται εργοστάσιο – μπορεί να φταίει αυτό;
- Στοιχεία για τη λειτουργία του εργοστασίου (χαρακτηριστικά πηγής):
 - το εργοστάσιο λειτουργεί από το 1935
 - από το 1970 ελήφθησαν μέτρα ασφαλείας που καθιστούν ελάχιστα πιθανή τη διαρροή του ρύπου στο υπέδαφος
 - το χρονικό διάστημα 1935-1970 υποθέτουμε μια σταθερή, μέση συγκέντρωση ρύπου στο υπόγειο νερό στη θέση της πηγής ίση με $C_0 = 5000 \mu\text{g/l}$
- Δίνονται εκτιμήσεις για τις παραμέτρους ροής – μεταφοράς:

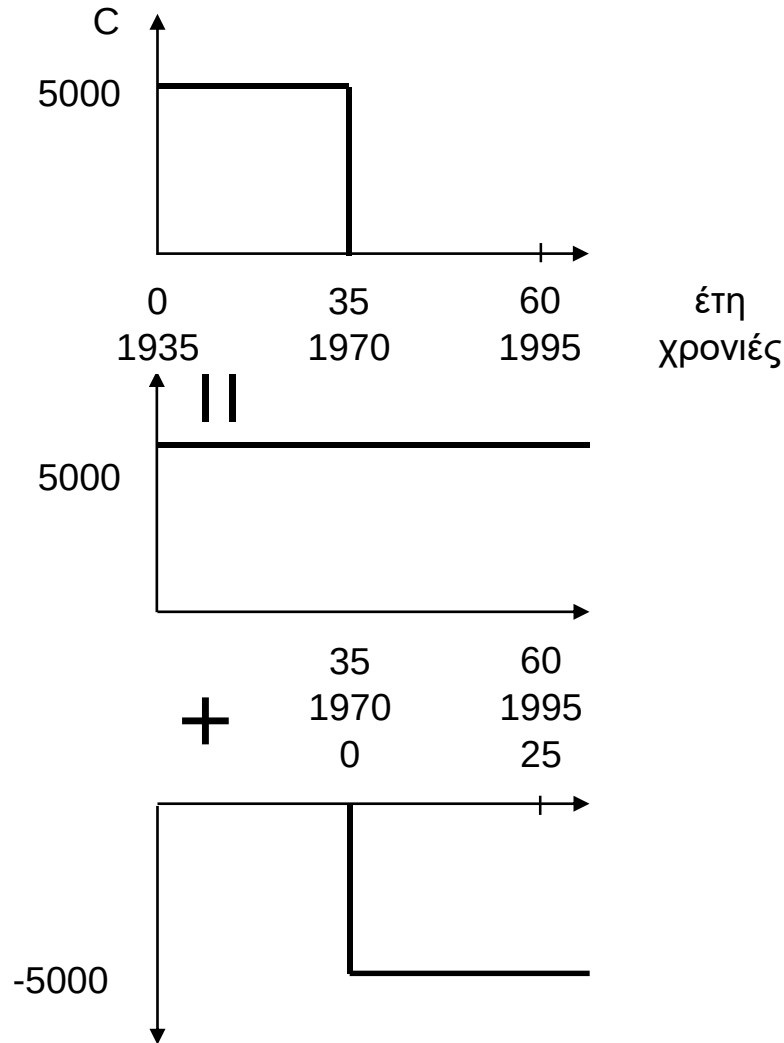
$$\bar{v}^* = \frac{\bar{v}}{R} = 0.21 \frac{m}{\eta\mu} = 78 \frac{m}{\varepsilon\tau\omicron\varsigma}$$

$$D^* = \frac{D}{R} = 7 \frac{m^2}{\eta\mu} = 2543 \frac{m^2}{\varepsilon\tau\omicron\varsigma}$$

Πιθανός ρυπαίνων 1: πηγή ρύπανσης πεπερασμένης διάρκειας



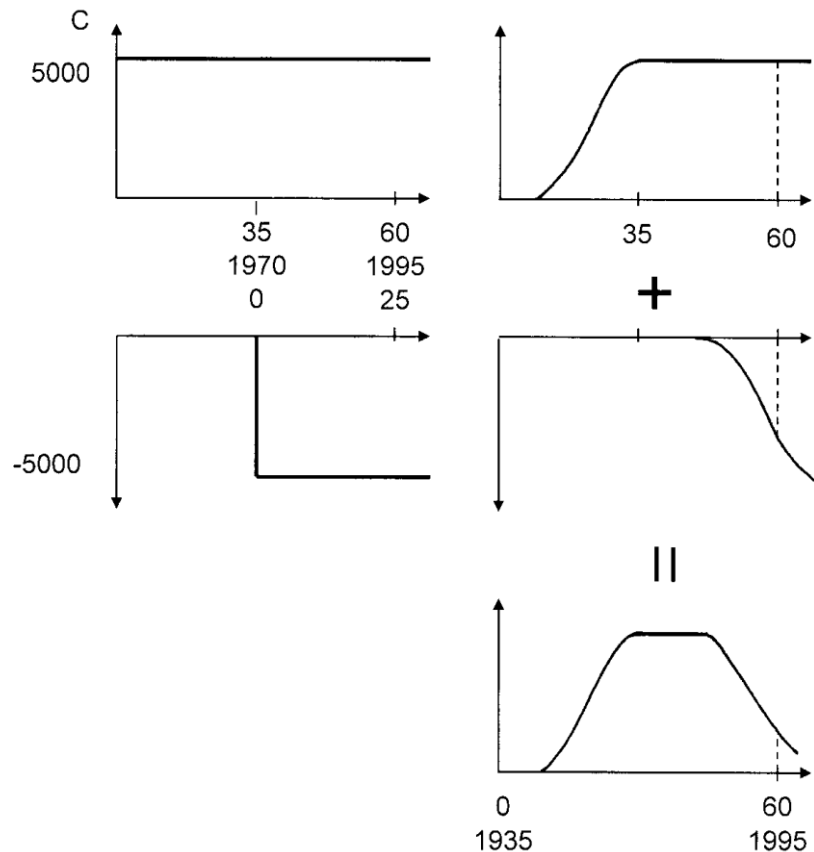
Ε: Πώς βρίσκω αναλυτικά την επίπτωση πηγής πεπερασμένης διάρκειας; Α: Θεωρώ επαλληλία



Μαθηματικό
κόλπο: θεωρώ
την κατανομή
της
συγκέντρωσης
στην πηγή της
ρύπανσης ως
αποτέλεσμα
επαλληλίας
δύο πηγών

Λύση της διαφορικής εξίσωσης → Επαλληλία δύο λύσεων

Συγκέντρωση
στην πηγή:
επαλληλία δύο
πηγών



Συγκέντρωση στο
πεδίο σε
απόσταση 1830m
από την πηγή:
επαλληλία δύο
λύσεων

3. Διαρροή TCE – το ερώτημα

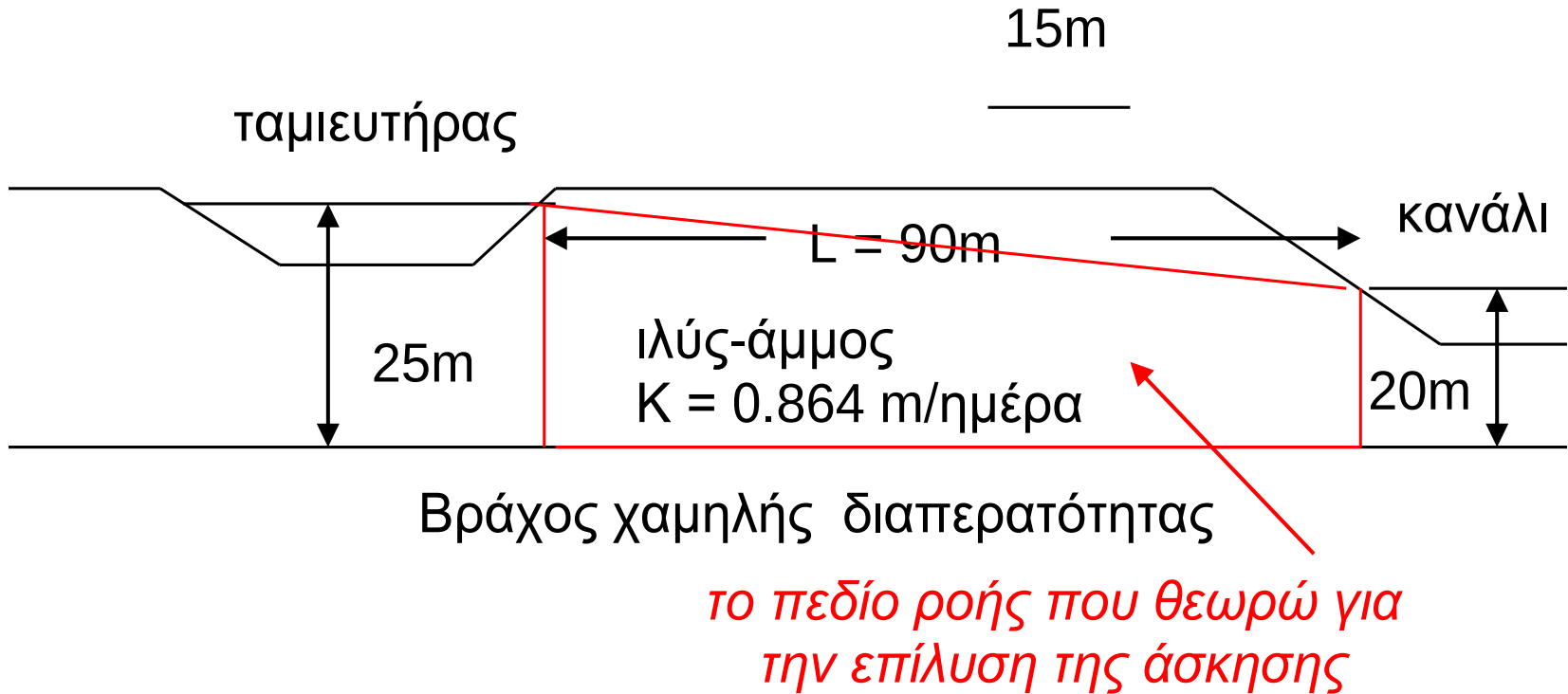
- Μετά από ατύχημα, ρύπος (τριχλωροαιθέριο διαλυμένο στο νερό) διαρρέει σε ταμιευτήρα. Υπάρχει ανησυχία για το πόσο γρήγορα θα επηρεαστεί κανάλι στα κατόντη αν δεν ληφθούν μέτρα.



Θυμάμαι τον οδηγό επιλογής μοντέλου

9. Μήπως μπορώ να κάνω κάποιες απλοποιήσεις; Να προσεγγίσω κάτι; Να αγνοήσω κάτι;
- **Να απλοποιήσω ή να αγνοήσω κάποιο φαινόμενο;** (2)
 - Να προσεγγίσω/εκτιμήσω/αγνοήσω κάποια παράμετρο; (3)
 - **Να αγνοήσω κάποια μεταβολή μιας μεταβλητής** (π.χ. ως προς το χρόνο, ως προς μία κατεύθυνση του χώρου); (4)
 - Να αγνοήσω κάποια περιοχή; (6)
 - **Να απλοποιήσω τη γεωμετρία** (6); (βλέπε και απλοποίηση μεταβλητής)
 - **Να απλοποιήσω κάποια μαθηματική σχέση;** (5,8)
 - Να απλοποιήσω τη μέθοδο επίλυσης; (8)

3. Διαρροή TCE – το μοντέλο ροής



3. Διαρροή TCE – η άσκηση

- Η διαρροή ενός ρύπου (τριχλωροαιθένιου διαλυμένου στο νερό) έχει μόλις αρχίσει από ταμιευτήρα. Υποθέτοντας σταθερό ρυθμό διαρροής (με σταθερή συγκέντρωση στον ταμιευτήρα ίση με C_0), πορώδες του εδαφικού στρώματος 0,3, συντελεστή διάχυσης (σε διάλυμα) $2 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$, και συντελεστή διαμήκους μηχανικής διασποράς $\alpha_L = 1\text{m}$, απαντήστε στα εξής:
 - (α) Ποιος είναι ο χρόνος άφιξης στο κανάλι συγκέντρωσης ίσης με $0,5C_0$;
 - (β) Πότε θα είναι η συγκέντρωση ίση με $0,01C_0$ στο ίδιο σημείο που θεωρήσατε στο ερώτημα (α);
 - (γ) Πώς αλλάζει η απάντηση στα ερωτήματα (α) και (β) αν $\alpha_L = 0,1\text{m}$;

Απλοποιήσεις

ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ (4)

- Υποθέτω μονοδιάστατη ροή μεταξύ ταμιευτήρα-καναλιού (ροή μόνο στον οριζόντιο, x άξονα), αγνοώντας την κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας.

ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ – ΠΕΡΙΟΧΗΣ ΠΟΥ ΜΕ ΕΝΔΙΑΦΕΡΕΙ (6)

- Θεωρώ ότι έχω ροή κυρίως = μόνο στο εδαφικό υλικό, δηλ. όχι στον βράχο
- Για να προσδιορίσω το μήκος ροής, θεωρώ τη μικρότερη απόσταση μεταξύ ταμιευτήρα-καναλιού (παραδοχή υπέρ της ασφάλειας – γιατί;), $L = 90\text{m}$

ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ (2)

- Αγνοώ ρόφηση, δηλαδή $K_p = 0$ και $R = 1$ (παραδοχή υπέρ της ασφάλειας – γιατί;)

ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΜΕΤΑΓΩΓΗΣ – ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ (8)

- Ελέγχω $\frac{vx}{D} = \frac{0,16 \cdot 90}{0,16} = 90 \approx 100$ Άρα μπορώ να αγνοήσω τον δεύτερο όρο.

Επίλυση άσκησης ροής

Καθορίζω το πεδίο ροής (κόκκινο τραπέζιο)

$$i = \Delta H / \Delta L = 25\text{m} - 20\text{m} / 90\text{m} = 0,055$$

$$v = K i = 0,864 \text{ m} / \text{ημέρα} \times 0,055 = 0,048 \text{ m} / \text{ημέρα}$$

$$\bar{v} = v/n = 0,048 \text{ m} / \text{ημέρα} / 0,3 = 0,16 \text{ m} / \text{ημέρα}$$

Η άσκηση μεταφοράς

- Θα χρησιμοποιήσω τη λύση της εξίσωσης μεταγωγής-διάχυσης/διασποράς, για συνοριακές συνθήκες (1) $C = C_0$, $x = 0$, $t \geq 0$, (2) $C = 0$, $t = 0$, $x > 0$, (3) $C = 0$, $t \geq 0$, $x = \infty$, όπου C_0 είναι η συγκέντρωση στον ταμιευτήρα:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erfc} \left(\frac{x - \bar{v}t}{2\sqrt{Dt}} \right) + e^{\frac{\bar{v}x}{D}} \operatorname{erfc} \left(\frac{x + \bar{v}t}{2\sqrt{Dt}} \right) \right\} \quad (1)$$

- Δύο είναι οι βασικές παράμετροι που πρέπει να υπολογίσω, η μέση γραμμική ταχύτητα κίνησης του υπόγειου νερού, ή ταχύτητα μεταγωγής $\bar{v}$, και ο συντελεστής υδροδυναμικής διασποράς D .

Υπολογισμός παραμέτρων μεταφοράς

- Υπολογισμός συντελεστή διάχυσης/διασποράς

$$D = \alpha_L \bar{v} + D_e = 1\text{m} \times 0,16 \text{ m} / \text{ημέρα} + 1,21 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{ημέρα} = 0,16 \text{ m}^2 / \text{ημέρα}$$

$$D_e = \omega D_\delta = 0,7 \times 2 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s} = 1,21 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{ημέρα}$$

Εκ των υστέρων (δηλ. αφού κάνω τις πράξεις), βλέπω ότι θα μπορούσα να είχα αγνοήσει τη διάχυση στο συγκεκριμένο πρόβλημα.

Υπολογισμός χρόνων άφιξης συγκέντρωσης $0,5C_0$ και $0,01C_0$

(α) Επειδή ο όρος $\frac{\bar{v}x}{D}$ είναι αρκετά μεγάλος, ο χρόνος άφιξης της $C/C_0 = 0,5$ είναι περίπου ίσος με το χρόνο άφιξης ρύπου λόγω μεταγωγής. Άρα,

$$t = L / \bar{v} = 90 \text{ m} / 0,16 \text{ m} / \text{ημέρα} = 563 \text{ ημέρες} \approx \underline{1,5 \text{ χρόνια}}$$

$$(\beta) C/C_0 = 0,01 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \frac{90 - 0,16t}{2\sqrt{0,16t}}$$

$$\text{Για } \operatorname{erfc} = 0,02 \rightarrow \frac{90 - 0,16t}{2\sqrt{0,16t}} \approx 1.65 \Rightarrow t = 398 \text{ ημέρες} \approx \underline{1,1 \text{ χρόνια}}$$

ΠΡΟΣΟΧΗ! Λύνω τη δευτεροβάθμια εξίσωση για τη μεταβλητή $T = \sqrt{t}$

**Αν αγνοήσω την υδροδυναμική διασπορά δεν
κάνω μια συντηρητική υπόθεση!**

Τι γίνεται για μικρότερη διασπορά;

$$\begin{aligned}(\gamma) D &= \alpha_L \bar{v} + D_e = 0,1 \text{ m} \times 0,16 \text{ m} / \text{ημέρα} + 1,21 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{ημέρα} \\ &= 0,016 \text{ m}^2 / \text{ημέρα}\end{aligned}$$

$$C/C_o = 0,01 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \frac{90 - 0,16t}{2\sqrt{0,016t}}$$

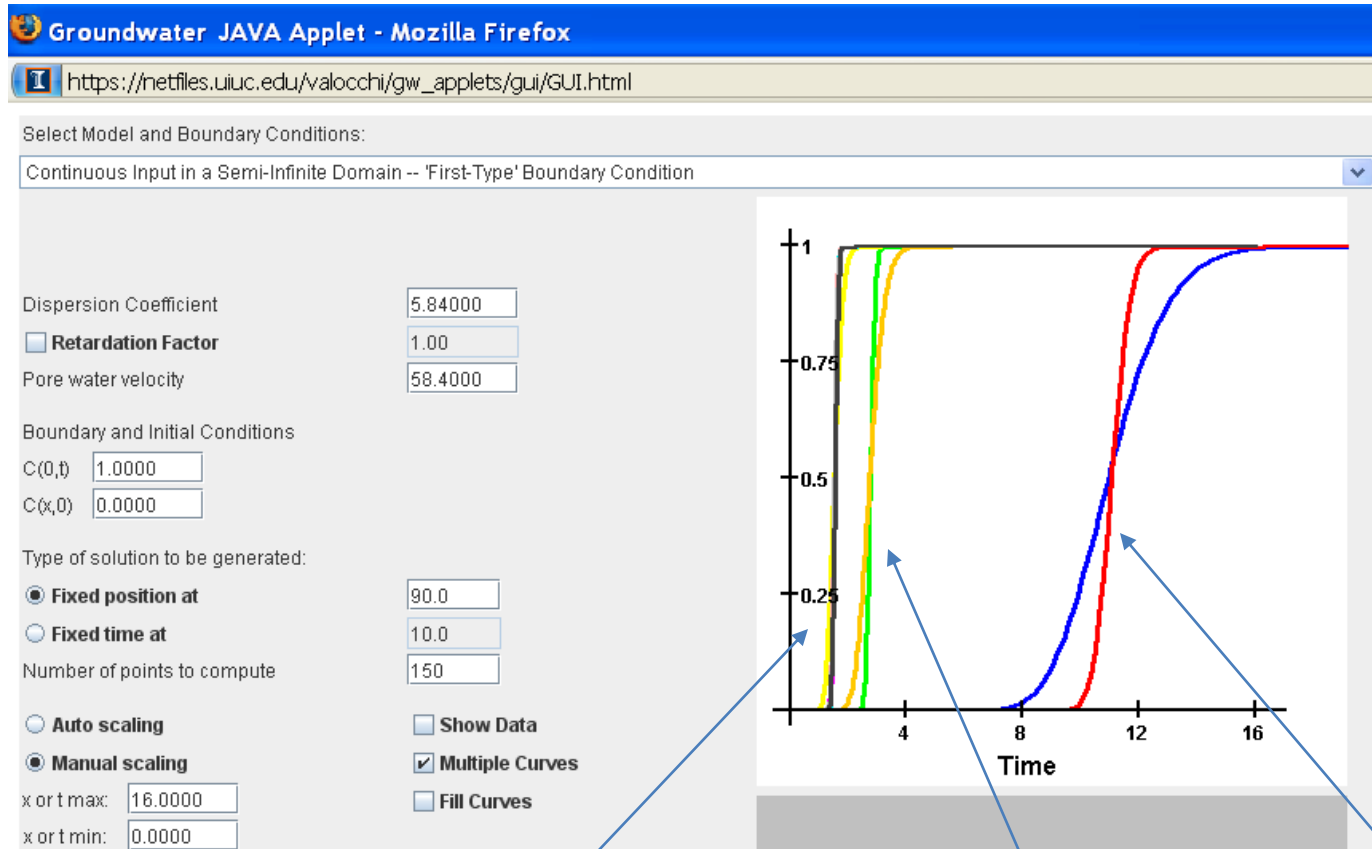
$$\text{Για } \operatorname{erfc} = 0,02 \rightarrow \frac{90 - 0,16t}{2\sqrt{0,016t}} \approx 1.65 \Rightarrow t = 504 \text{ ημέρες} \approx \underline{1,4 \text{ χρόνια}}$$

Ο ρύπος καθυστερεί να φτάσει = η ίδια συγκέντρωση φτάνει στο ίδιο σημείο σε μεγαλύτερο χρόνο!

Επίδραση παραμέτρων

- Με τη βοήθεια της εκπαιδευτικής εφαρμογής, διερευνώ την επίδραση της υδροδυναμικής διασποράς D και του συντελεστή διαχωρισμού K_p . Όπως φαίνεται στην επόμενη διαφάνεια:
 - η αύξηση συντελεστή διαχωρισμού K_p επιβραδύνει σημαντικά την εξάπλωση του ρύπου (γι' αυτό προτιμάμε διαρροή ρύπου με μικρή κινητικότητα, δηλ. μεγάλο K_p)
 - μεγαλύτερη διασπορά σημαίνει πιο γρήγορη άφιξη μικρών συγκεντρώσεων και πιο αργή άφιξη μεγάλων συγκεντρώσεων
 - η επίδραση της διασποράς μεγενθύνεται όσο περνάει ο χρόνος (για ίδια τιμή συντελεστή διαμήκους μηχανικής διασποράς α_L , η καμπύλη της συγκέντρωσης δεν μετατοπίζεται απλώς παράλληλα, αλλά ταυτόχρονα «ανοίγει» κι όλος)

Επίδραση παραμέτρων ($D, K_p \rightarrow R$)



χωρίς υστέρηση: $K_p=0, R=1$

$K_p=1\text{L/Kg}, R=7.2$

$K_p=K_{oc} f_{oc}, f_{oc}=0.1\% \rightarrow K_p=0.13\text{ L/Kg}, R=1.8$

Με όσα έμαθα, τι μπορώ να κάνω; (ποιοι οι μαθησιακοί στόχοι **έως τώρα;**)

- Έως τώρα έχω μελετήσει μόνο τη λύση της μονοδιάστατης μεταφοράς
- Μπορώ να εκτιμήσω τη σχετική συμβολή των φαινομένων μεταφοράς για συγκεκριμένους συνδυασμούς ρύπων, εδαφών και χαρακτηριστικών πεδίων ροής & μεταφοράς
- Έχω εξοικείωση με αναζητήσεις στη βιβλιογραφία για τις τιμές των παραμέτρων του προβλήματος μεταφοράς
- Μπορώ να προτείνω τεκμηριωμένα τις τιμές των παραμέτρων που απαιτεί η επίλυση του προβλήματος μεταφοράς
- ...