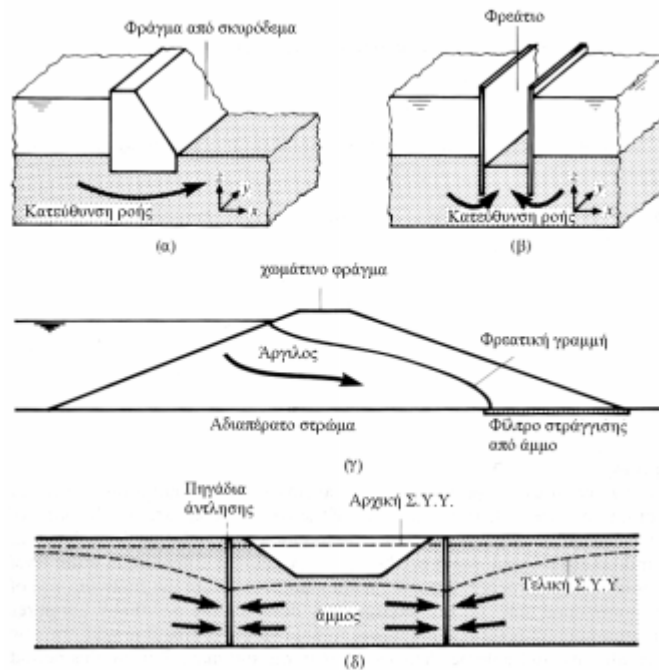


Σημειώσεις Εδαφομηχανικής - Θεμελιώσεων

- Διαπερατότητα στα εδάφη - Διήθηση - Υπόγεια Ροή
- Στερεοποίηση



Μ.Γ. Σακελλαρίου, Σ. Κοζάνης

Αθήνα 1999

1. Διαπερατότητα στα εδάφη - Διήθηση - Υπόγεια Ροή

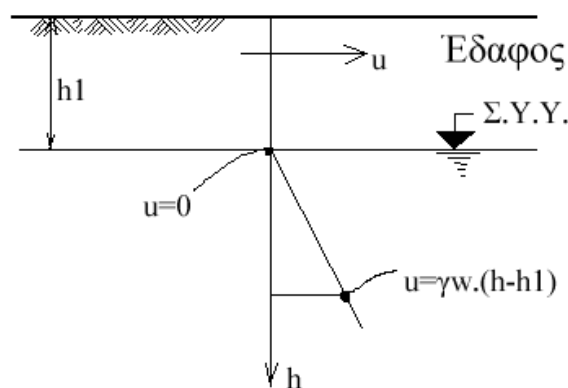
Το εδαφικά υλικά ως γνωστόν αποτελούνται από μικρά κλάσματα, τους κόκκους. Μεταξύ των κόκκων υπάρχουν κενά τα οποία μπορούν να περιέχουν αέρα ή νερό. Έτσι το έδαφος είναι ένα υλικό που μπορεί να επιτρέψει στο νερό να πραγματοποιήσει ροή μέσα από τους πόρους του. Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναφερθούμε στην διαπερατότητα των εδαφών και στην ροή του νερού μέσα από το έδαφος. Η αναφορά γίνεται φυσικά σε κορεσμένα εδάφη.

Όπως θα δούμε υπάρχουν δύο διαφορετικές καταστάσεις για το νερό που περιέχεται στους πόρους του εδάφους. Η **υδροστατική κατάσταση** κατά την οποία δεν πραγματοποιείται ροή του νερού και η πίεση των πόρων μεταβάλλεται γραμμικά με το βάθος και η **κατάσταση μόνιμης ροής** κατά την οποία το νερό ρέει μέσα από τους πόρους του εδάφους και η πίεση των πόρων εξαρτάται από το πεδίο ροής. Κατά συνέπεια οι *ενεργές τάσεις* του εδάφους επηρεάζονται άμεσα από την κατάσταση του νερού.

1.1 Υδροστατική κατάσταση

Αυτή είναι η πιο απλή κατάσταση του νερού από πλευράς κατανομής πίεσης στα υπόγεια ύδατα. Το έδαφος αποτελείται εν γένει από τρεις φάσεις: στερεά - αέρια και υγρή. Είναι δυνατόν όμως οι πόροι του εδάφους να είναι γεμάτοι με νερό οπότε εκλείπει η αέρια φάση και το έδαφος είναι κορεσμένο.

Σε μια τομή εδάφους όπως στην παρακάτω βλέπουμε ένα έδαφος στο οποίο μέχρι το βάθος h_1 δεν είναι κορεσμένο. Από το βάθος h_1 και κάτω το έδαφος καθίσταται κορεσμένο. Αυτό το σημείο ως συνήθως ονομάζεται στάθμη υπογείων υδάτων (ΣΥΥ).



Σχήμα 1.1 Μεταβολή υδροστατικής πίεσης ανάλογα το βάθος

Μέχρι το βάθος h_1 (Σ.Υ.Υ.) η πίεση των πόρων u είναι μηδενική. Στην πραγματικότητα το νερό που είναι λιγότερο από το σημείο κορεσμού προσκολλάται πάνω στα στερεά στοιχεία του εδάφους λόγω τριχοειδών φαινομένων με κάποια αρνητική πίεση. Από το Σ.Υ.Υ. και κάτω η πίεση των πόρων μεταβάλλεται με τον υδροστατικό νόμο:

$$u = \gamma_w \cdot (h - h_1) \quad (1.1)$$

Μπορούμε για απλοποίηση της σχέσης (1) να θέσουμε $h=0$ στο Σ.Υ.Υ. οπότε η σχέση γίνεται:

$$u = \gamma_w \cdot h \quad (1.2)$$

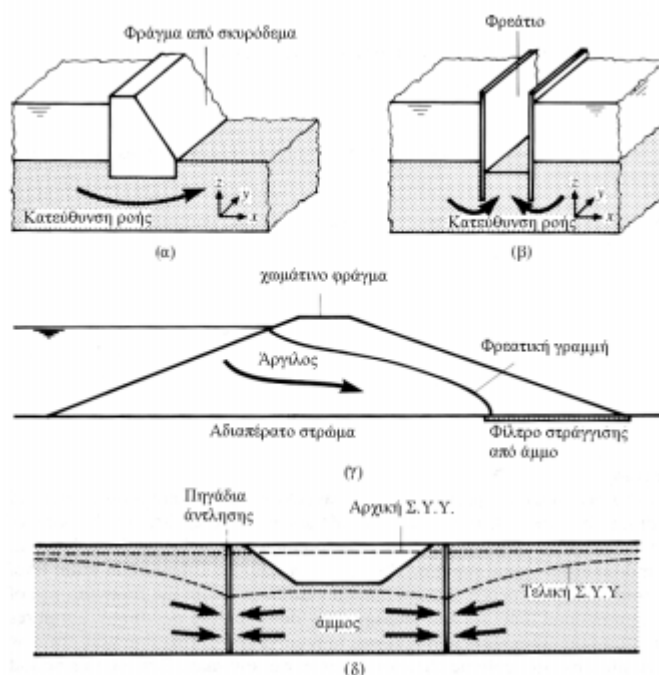
Στην ειδική περίπτωση του πυθμένα θάλασσας ή λίμνης όπου το βάθος του πυθμένα είναι h_0 , τότε η πίεση των πόρων στον πυθμένα είναι:

$$u = \gamma_w \cdot h_0 \quad (1.3)$$

ενώ κάτω από τον πυθμένα η κατανομή της πίεσης των πόρων εξακολουθεί να είναι γραμμική. Αποδεικνύεται δε ότι οι ενεργές τάσεις στο έδαφος του πυθμένα είναι ανεξάρτητες από την στάθμη της θάλασσας.

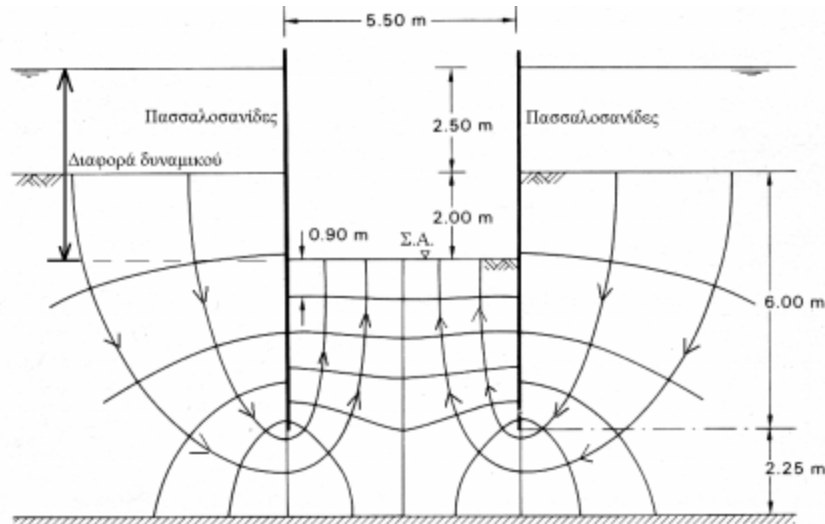
1.2 Κατάσταση μόνιμης ροής

Στην προηγούμενη παράγραφο εξετάσαμε την υδροστατική κατάσταση. Η υδροστατική κατάσταση υφίσταται όταν οι γραμμές δυναμικού είναι οριζόντιες και η Σ.Υ.Υ. είναι οριζόντια οπότε αποτελεί μια ισοδυναμική επιφάνεια. Στην περίπτωση που οι γραμμές δυναμικού δεν είναι οριζόντιες τότε πραγματοποιείται ροή μέσα από το εδαφικό υλικό με γραμμές ροής κάθετες στις γραμμές δυναμικού. Εν γένει οι γραμμές δυναμικού δεν είναι οριζόντιες όταν έχουμε διαφορετικά επίπεδα Σ.Υ.Υ. όπως ανάντη και κατάντη ενός φράγματος (Σχ. 1.2α και 1.2γ), στην περίπτωση άντλησης (Σχ. 1.2β), στην περίπτωση φρεατίου μέσα στην θάλασσα (Σχ. 1.2δ) και σε πολλές άλλες περιπτώσεις.



Σχήμα 1.2

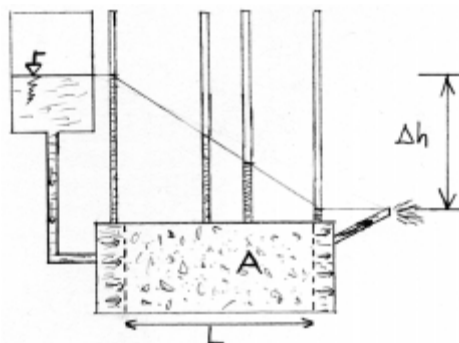
Η υπόγεια ροή εξαρτάται όπως αναφέρθηκε από τις διαφορές δυναμικού που παρουσιάζονται μέσα στο έδαφος. Οι διαφορές δυναμικού προκαλούν και ένα πεδίο ροής όπως αυτό του σχήματος 1.3. Ένας ακόμα παράγοντας που επηρεάζει την ροή είναι ο συντελεστής διαπερατότητας του εδάφους ο οποίος εξαρτάται κυρίως από την διαβάθμιση των κόκκων του εδάφους.



Σχήμα 1.3

1.2.1 Μονοδιάστατη ροή – συντελεστής υδατοπερατότητας

Θα εξετάσουμε την ροή του νερού μέσα από το έδαφος όπως γίνεται στην διάταξη του σχήματος 1.4. Σε αυτή την διάταξη το νερό ρέει ομοιόμορφα μέσα από το έδαφος με γραμμές ροής παράλληλες μεταξύ τους. Στο εδαφικό δείγμα ασκείται σταθερή υδραυλική πίεση. Κατά τη ροή του νερού μέσα από το δείγμα όπως θα δούμε η πίεση μειώνεται γραμμικά, οπότε οι γραμμές δυναμικού αναπαριστούν αυτή την πτώση της πίεσης.



Σχήμα 1.4

Από τις εξισώσεις της μόνιμης ροής γνωρίζουμε, ότι κατά την ομοιόμορφη ροή ρευστού παρουσιάζονται γραμμικές απώλειες κατά το μήκος της ροής τόσο στην πίεση όσο και στην δυναμική ενέργεια. Η έκφραση των γραμμικών απωλειών για την ροή ρευστού σε πορώδες μέσο είναι η εξίσωση του Darcy. Δεδομένου ότι έχουμε μικρές ταχύτητες, η πιεζομετρική γραμμή και η γραμμή ενέργειας ταυτίζονται κατά προσέγγιση. Η Εξίσωση του Darcy για εδαφικό δείγμα σταθερής διατομής A και

μήκους L μέσω του οποίου πραγματοποιείται μονοδιάστατη ροή με παροχή Q γράφεται:

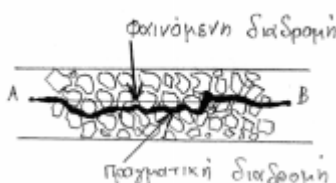
$$Q = k A (\Delta h / L) \quad (1.4)$$

Όπου Δh είναι η πτώση της πίεσης κατά μήκος της ροής λόγω των γραμμικών απωλειών. Ο λόγος $i = \Delta h / L$ ονομάζεται υδραυλική κλίση ή κλίση της πιεζομετρικής γραμμής. Ο συντελεστής k που έχει μονάδες ταχύτητας (όπως m/s) ονομάζεται συντελεστής διαπερατότητας και χαρακτηρίζει το εδαφικό υλικό. Ο συντελεστής αυτός είναι μεγάλος για κάποιο υλικό που χαρακτηρίζεται ως εντόνως διαπερατό ενώ είναι μικρός για κάποιο υλικό που χαρακτηρίζεται ως λίγο διαπερατό. Τυπικές τιμές για τον συντελεστή k σε m/s :

Τύπος εδάφους	k (m/s)
Χάλικες	$1 - 10^{-2}$
Καθαρές άμμοι	$10^{-2} - 10^{-5}$
Λεπτόκοκκες άμμοι, ιλύώδεις άμμοι	$10^{-5} - 10^{-8}$
ιλύες, αργιλώδεις ιλύες	$10^{-6} - 10^{-9}$
Άργιλοι	$10^{-9} - 10^{-11}$

Το μέγεθος $v = Q/A$ δεν είναι η ταχύτητα ροής του νερού μέσω των εδαφικών πόρων εφόσον η διαδρομή του νερού μέσω των πόρων δεν είναι ευθύγραμμη με μήκος L , αλλά ακανόνιστη και με μεγαλύτερο μήκος (Σχ. 1.5). Το μέγεθος αυτό ονομάζεται φαινόμενη ταχύτητα v . Με την βοήθεια της ταχύτητας v και της υδραυλικής κλίσης i μπορούμε να γράψουμε την σχέση Darcy ως :

$$v = k \cdot i \quad (1.5)$$



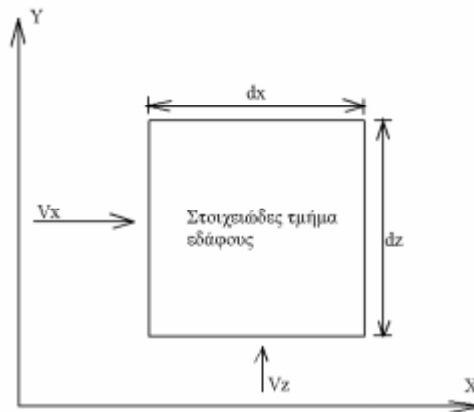
Σχήμα 1.5 Φαινόμενη και πραγματική διαδρομή ρευστού

Η μονοδιάστατη ροή παρουσιάζεται μόνο στο πείραμα της διαπερατότητας. Στα πραγματικά προβλήματα η ροή γίνεται σε τρεις διαστάσεις (μπορούμε να την θεωρήσουμε σε δύο διαστάσεις όταν δεν υπάρχει ροή σε μία από τις τρεις) και μόνο τοπικά μπορούμε να παρατηρήσουμε μονοδιάστατη ροή.

1.2.2 Διήθηση (seepage) σε δύο διαστάσεις

Στην προηγούμενη παράγραφο είδαμε τον νόμο του Darcy για την ροή του νερού σε μία διάσταση. Ο νόμος αυτός εκφράζεται μέσω της σχέσης (1.5). Σε αυτή την παράγραφο θα εξετάσουμε την υπόγεια ροή σε δύο διαστάσεις. Θεωρούμε ότι έχουμε ροή στο επίπεδο xz , δηλαδή καθ' ύψος και κατά μήκος. Οι συνιστώσες της ταχύτητας είναι οι v_x και v_y . Ακόμα θεωρούμε ότι η διαπερατότητα κατά μήκος του εδάφους

είναι k_x ενώ καθ' ύψος είναι k_z . Στο σχήμα 1.6 βλέπουμε ένα στοιχειώδες τμήμα του εδάφους στο οποίο πραγματοποιείται ροή.



Σχήμα 1.6

Κατά την ροή μέσα από το στοιχειώδες τμήμα έχουμε πτώση της πίεσης (πτώση του δυναμικού) άρα υδραυλική κλίση. Η υδραυλική κλίση έχει δύο συνιστώσες την i_x και την i_y και αν h είναι το συνολικό υδραυλικό φορτίο τότε:

$$\begin{aligned} i_x &= \frac{\partial h}{\partial x} \\ i_y &= \frac{\partial h}{\partial y} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Σε αυτό το σημείο θυμίζουμε ότι το συνολικό υδραυλικό φορτίο εκφράζεται από την σχέση:

$$h = h_{el} + h_p + h_v \quad (1.7)$$

όπου h_{el} είναι το φορτίο του ύψους, h_p το φορτίο της πίεσης του νερού και h_v το φορτίο από την ταχύτητα. Τα h_p και h_v δίνονται από τους τύπους:

$$h_p = u/\gamma_w \text{ και } h_v = v^2/(2 \cdot g) \quad (g = 9.81 \text{ m/s}^2)$$

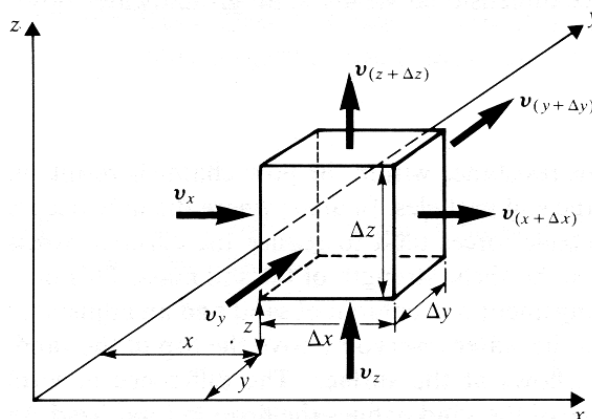
Επειδή δε οι ταχύτητες ροής μέσα στο έδαφος είναι πολύ μικρές ο όρος h_v μπορεί αν παραληφθεί από την σχέση (1.7). Τελικά η σχέση (1.7) γράφεται:

$$h = h_{el} + h_p = z + u/\gamma_w \quad (1.8)$$

Ο νόμος του Darcy (1.5) στις δύο διαστάσεις μπορεί να γραφθεί:

$$\begin{aligned} v_x &= k_x i_x = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} \\ v_z &= k_z i_z = -k_z \frac{\partial h}{\partial z} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Κατά την ροή του νερού μέσα από το στοιχειώδες τμήμα πρέπει να ικανοποιείται και η εξίσωση συνέχειας. Εξετάζουμε το τμήμα του σχήματος 1.7



Σχήμα 1.7

Ο όγκος του νερού που εισέρχεται στη μονάδα του χρόνου είναι:

$$v_x dydz + v_z dxdy \quad (1.10)$$

Ο όγκος του νερού που εξέρχεται στη μονάδα του χρόνου αντίστοιχα είναι:

$$(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx) dydz + (v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz) dxdy \quad (1.11)$$

Εφόσον το ρευστό μας είναι ασυμπίεστο και ισχύει η συνέχεια οι σχέσεις (1.10) και (1.11) πρέπει να είναι ίσες και η διαφορά τους να είναι μηδέν. Αφαιρώνοντας τις δύο σχέσεις και εξισώνοντας με το μηδέν προκύπτει:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1.12)$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των v_x , v_y της σχέσης (1.12) με τις τιμές από τον νόμο Darcy (1.9) προκύπτει:

$$\frac{\partial}{\partial x} [-k_x \frac{\partial h}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial z} [-k_z \frac{\partial h}{\partial z}] = 0 \quad (1.13)$$

οπότε:

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (1.14)$$

Στην περίπτωση που το έδαφος είναι ισότροπο και ισχύει $k_x = k_z$, τότε η σχέση (1.14) γράφεται:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (1.15)$$

Η (1.15) είναι εξίσωση Laplace. Οπότε η υπόγεια ροή ικανοποιεί την **εξίσωση Laplace** στην περίπτωση ισότροπου εδάφους. Στην περίπτωση ανισότροπου εδάφους μπορούμε να μετασχηματίσουμε τους άξονες x, z ώστε να χρησιμοποιούμε την σχέση (1.15). Από εδώ και πέρα θα ασχοληθούμε μόνο με ισότροπα εδάφη.

1.2.2.1 Γραμμές δυναμικού – γραμμές ροής

Για την υπόγεια ροή στο επίπεδο z είδαμε ότι η εξίσωση συνέχεια εκφράζεται με την σχέση:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1.16)$$

Οι ταχύτητες v_x και v_z μπορούν να συσχετιστούν με δύο συναρτήσεις: Την συνάρτηση δυναμικού Φ και την συνάρτηση ροής Ψ .

Η συνάρτηση δυναμικού Φ

Στην περίπτωση υπόγειας ροής σε δύο διαστάσεις μέσα από ισότροπο έδαφος μπορούμε να εκφράσουμε τον νόμο Darcy ως:

$$v_x = -k \frac{\partial h}{\partial x}, \quad v_z = -k \frac{\partial h}{\partial z} \quad (1.17)$$

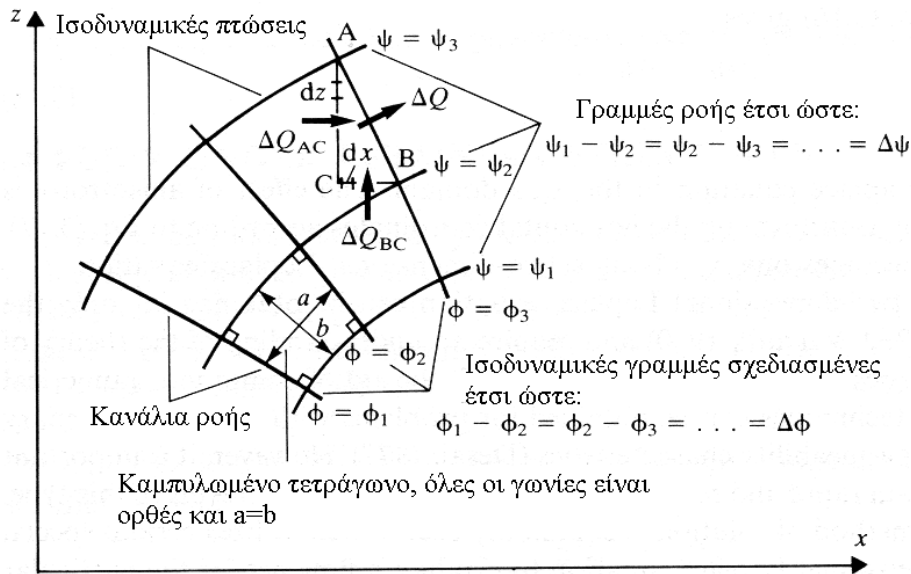
η σχέση (1.16) μπορεί να γραφτεί και ως:

$$v_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad v_z = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (1.18)$$

όπου $\Phi = kh$ και συσχετίζεται με το δυναμικό. Η Φ είναι ευθέως ανάλογη με το συνολικό υδραυλικό φορτίο h . Αντικαθιστώντας την (1.17) στην (1.16) λαμβάνουμε:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1.19)$$

η οποία είναι μια διδιάστατη **εξίσωση Laplace** σε όρους του δυναμικού Φ . Η επίλυση αυτής της εξίσωσης μας επιτρέπει να σχεδιάσουμε τις καμπύλες για σταθερό Φ στο επίπεδο xz οι οποίες είναι ισοδυναμικές γραμμές. Μεταξύ αυτών των καμπύλων έχουμε πτώση ή αύξηση του δυναμικού άρα και του υδραυλικού φορτίου. Ως συνήθως σχεδιάζουμε τις καμπύλες για ίσες διαφορές των Φ τους. Στο σχήμα 1.8 βλέπουμε καμπύλες στις οποίες το δυναμικό είναι σταθερό και ισαπέχουν.



Σχήμα 1.8

Η συνάρτηση ροής Ψ

Οι ταχύτητες ροής στην υπόγεια ροή όπως αναφέραμε είναι πολύ μικρές οπότε η ροή είναι στρωτή. (μικρός αριθμός Reynolds). Η συνθήκη για την στρωτή ροή είναι:

$$\frac{\partial u_z}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial z} = 0 \quad (1.20)$$

Η σχέση αυτή προκύπτει διαφορίζοντας τις ταχύτητες της σχέσης (1.17) και εξισώνοντας τα διαφορικά. Ορίζουμε μια συνάρτηση Ψ τέτοια ώστε:

$$v_x = -\frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad v_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (1.21)$$

Αντικαθιστώντας την (1.21) στην (1.20) προκύπτει:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = 0 \quad (1.22)$$

Η συνάρτηση Ψ λοιπόν είναι επίσης **εξίσωση Laplace** και μετά την επίλυση της εξίσωσης μπορούμε να σχεδιάσουμε καμπύλες σταθερού Ψ . Οι καμπύλες αυτές ονομάζονται γραμμές ροής και έχουν την ιδιότητα να εφάπτονται σε κάθε σημείο με το διάνυσμα ταχύτητας της ροής. Αποδεικνύεται ότι οι γραμμές ροής και η γραμμές δυναμικού στα σημεία που διασταυρώνονται, διασταυρώνονται υποχρεωτικά **κάθετα**. Στο σχήμα 1.8 μπορούμε να δούμε τέτοιες γραμμές ροής που διασταυρώνονται κάθετα με τις γραμμές δυναμικού.

Στο σχήμα 1.8 βλέπουμε διάφορες γραμμές ροής που μεταξύ τους σχηματίζονται κανάλια ροής στα οποία η ροή γίνεται με σταθερή παροχή ΔQ . Για κάθε κανάλι ροής π.χ. για αυτό που ορίζεται από τα σημεία AB μπορεί να υπολογιστεί εύκολα η παροχή από τον παρακάτω τύπο:

$$\Delta Q = \oint_{AB} \bar{v} \cdot ds \quad (1.23)$$

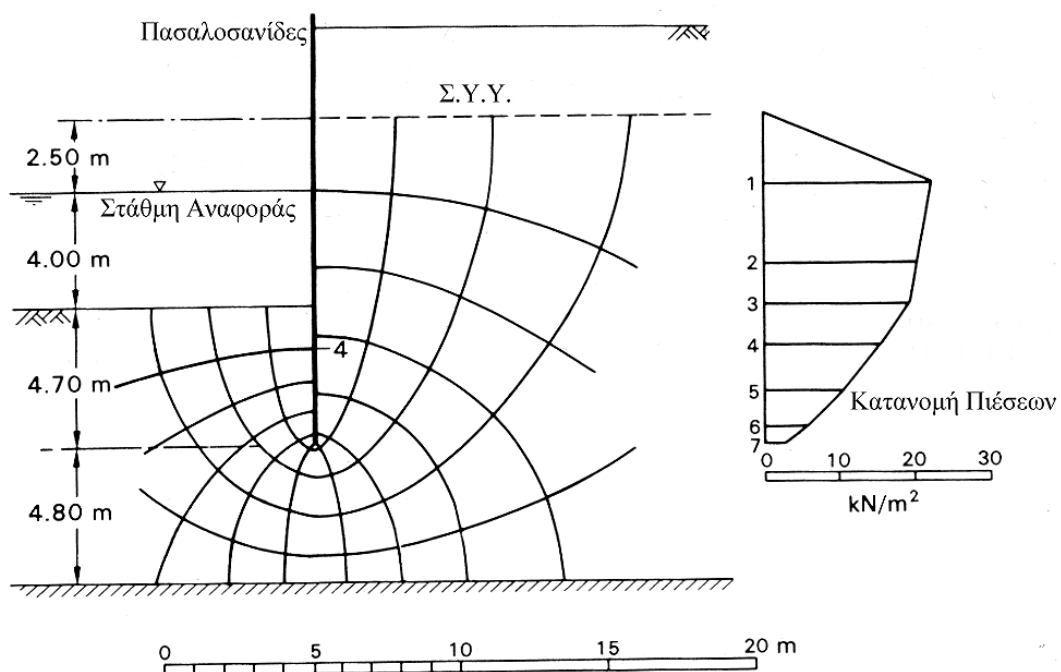
το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα μπορεί να απλοποιηθεί σε ορισμένα ολοκληρώματα και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (1.21) υπολογίζουμε το ΔQ συναρτήσει των τιμών της Ψ στα σημεία A και B (Ψ_2 και Ψ_3).

Τα προβλήματα της υπόγειας ροής λύνονται ως συνήθως αριθμητικά με την βοήθεια Η.Υ. και εν γένει με προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων. Υπάρχει βέβαια δυνατότητα να δοθεί γραφική λύση αρκεί να έχουν σχεδιαστεί οι γραμμές ροής και οι γραμμές δυναμικού. Ο σχεδιασμός αυτών των γραμμών γίνεται με εμπειρικούς κανόνες και με βασικό κριτήριο την κάθετη διασταύρωση των γραμμών δυναμικού και των γραμμών ροής. Στην επόμενη παράγραφο παρουσιάζονται δύο παραδείγματα γραφικής επίλυσης.

1.3 Παραδείγματα γραφικής επίλυσης του προβλήματος της διήθησης

Παράδειγμα 1ο

Στο σχήμα 1.9 βλέπουμε μια πασσαλοσανίδα. Αριστερά της πασσαλοσανίδας έχουμε νερό το οποίο φτάνει σε βάθος 4 μέτρα από τον πυθμένα. Δεξιά της πασσαλοσανίδας έχουμε υπόγεια ύδατα τα οποία βρίσκονται 2.5 μέτρα ψηλότερα από την επιφάνεια του νερού αριστερά της πασσαλοσανίδας.



Σχήμα 1.9

Επειδή υπάρχει διαφορά δυναμικού (το νερό δεξιά βρίσκεται ψηλότερα του νερού αριστερά), πραγματοποιείται ροή από δεξιά (ανάντη) προς αριστερά

(κατάντη). Στο σχήμα βλέπουμε τις γραμμές ροής και τις γραμμές δυναμικού της αποκαταστημένης ροής (μόνιμης ροής). Οι γραμμές ροής είναι κάθετες και στον πυθμένα καθώς και στη Σ.Υ.Υ. (στάθμη υπογείων υδάτων). Κάθετα στις γραμμές ροής, σχεδιάζονται οι γραμμές δυναμικού.

Στην περίπτωση που δεν θα είχαμε ροή του νερού, τότε η κατανομή των πιέσεων θα ήταν υδροστατική και θα εκφραζόταν από την εξίσωση $u = \gamma_w \cdot z$. Στην περίπτωση μας όμως έχουμε ροή οπότε δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις της υδροστατικής και θα εργαστούμε με τον παρακάτω τρόπο:

Στην περίπτωση υδροστατικών πιέσεων οι αποστάσεις μεταξύ των γραμμών δυναμικού είναι ίσες εφόσον ισχύει η γνωστή γραμμική σχέση $u = \gamma_w \cdot z$. Στην περίπτωση όμως που έχουμε ροή όπως μπορούμε να δούμε και στο σχήμα, οι αποστάσεις μεταξύ των γραμμών δυναμικού δεν είναι ίσες. Θα εκμεταλλευτούμε αυτήν την ιδιότητα για να υπολογίσουμε τις υδατικές πιέσεις δεξιά της πασσαλοσανίδας.

Αρχικά επιλέγουμε ως στάθμη αναφοράς το επίπεδο της επιφάνειας του νερού κατάντη. Το συνολικό υδραυλικό φορτίο στο Σ.Υ.Υ. είναι 2.5m (πίεση $u/\gamma_w = 0\text{m}$, ύψος $h = 2.5\text{m}$, φορτίο $h = u/\gamma_w + z = 2.5\text{m}$). Το δε φορτίο στην επιφάνεια του εδάφους κατάντη (ο πυθμένας) είναι 0 ($u/\gamma_w = 4\text{m}$, $p = -4\text{m}$, $h = 0\text{m}$). Παρατηρώντας τις γραμμές δυναμικού μπορούμε να δούμε ότι υπάρχουν 12 πτώσεις δυναμικού. Οπότε στη Σ.Υ.Υ. έχουμε φορτίο 2.5m, στην αμέσως επόμενη γραμμή έχουμε πτώση κατά 2.5/12m οπότε το φορτίο θα είναι $2.5 - 0.21 = 2.3\text{m}$ κ.ο.κ

Επειδή ισχύει $h = u/\gamma_w + z$ μπορούμε να υπολογίσουμε τις υδατικές πιέσεις ως $u = \gamma_w \cdot (h - z)$. Στο παράδειγμα επειδή θέλουμε να υπολογίσουμε τις συνολικές πιέσεις του νερού που προέρχονται και από αριστερά και από δεξιά της πασσαλοσανίδας, υπολογίζουμε χωριστά τις πιέσεις ανάντη u_a και κατάντη u_k , με την βοήθεια των φορτίων ανάντη h_a και κατάντη h_k . Οι υπολογισμοί συγκεντρώνονται στον παρακάτω πίνακα:

Στάθμη	z (m)	h_a (ανάντη) (m)	h_k (κατάντη) (m)	u_a/γ_w (ανάντη) (m)	u_k/γ_w (m)	$u_a - u_k$ (KN/m ²)
1	0	2.30	0	2.30	0	22.6
2	-2.70	2.10	0	4.80	2.70	20.6
3	-4.00	2.00	0	6.00	4.00	19.6
4	-5.50	1.83	0.21	7.33	5.71	15.9
5	-7.10	1.68	0.50	8.78	7.60	11.6
6	-8.30	1.51	0.84	9.81	9.14	6.6
7	-8.70	1.21	1.04	9.95	9.74	2.1

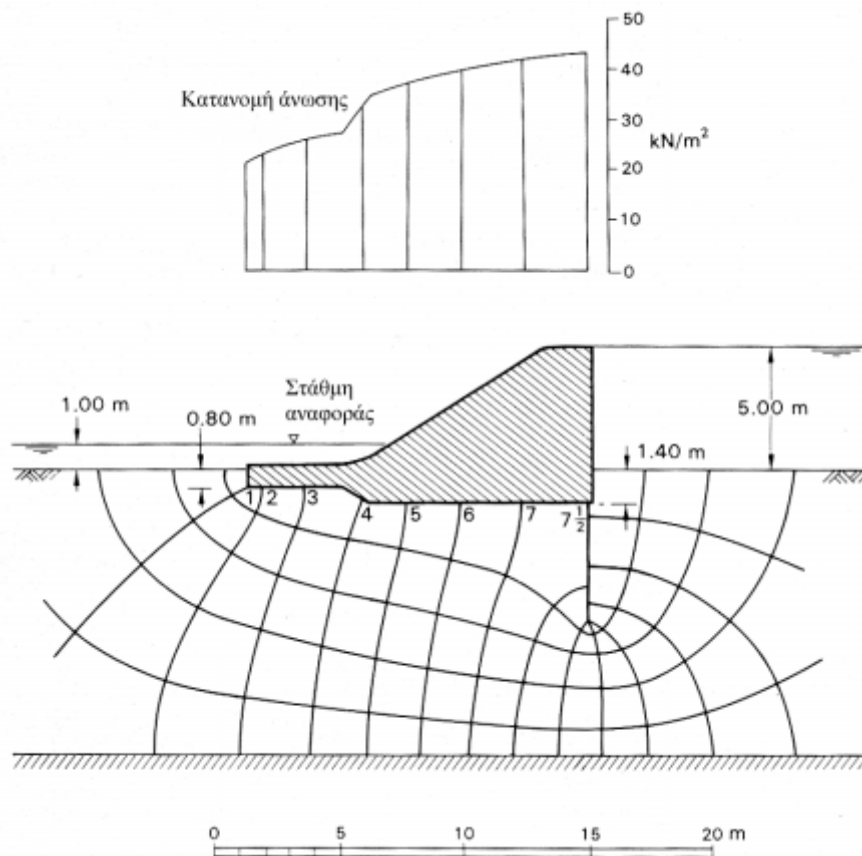
Χρησιμοποιώντας τις τιμές της τελευταίας στήλης, σχεδιάζουμε την κατανομή των πιέσεων όπως φαίνεται και στο σχήμα.

Παράδειγμα 2ο

Θα ασχοληθούμε με τον υπολογισμό των ανώσεων από το νερό κάτω από ένα αδιαπέρατο φράγμα. Κάθε αντικείμενο που είναι βυθισμένο στο νερό δέχεται δυνάμεις άνωσης και μάλιστα ως γνωστόν η δύναμη αυτή είναι ίση με το βάρος του εκτοπιζόμενου νερού. Αυτή είναι μια αρχή που μπορούμε να εφαρμόσουμε σε ένα υδροστατικό πρόβλημα. Στην περίπτωση μας όμως όπως μπορούμε να δούμε στο σχήμα, έχουμε ροή νερού, οπότε για να υπολογίσουμε την άνοση, πρέπει να εργαστούμε με τρόπο παρόμοιο όπως στο προηγούμενο παράδειγμα. Το φράγμα όπως φαίνεται και στο σχήμα διαθέτει στην βάση του διάφραγμα το οποίο εμποδίζει την ροή του νερού σε ένα βάθος περίπου 5 μέτρων.

Επιλέγουμε για στάθμη αναφοράς την επιφάνεια του νερού κατάντη. Η ροή πραγματοποιείται από δεξιά προς τα αριστερά λόγω διαφοράς δυναμικού, οπότε έχουμε και αντίστοιχη πτώση του υδραυλικού φορτίου. Για την ευκολία των υπολογισμών αριθμούμε τις γραμμές δυναμικού ξεκινώντας από το σημείο πλησιέστερα στην στάθμη αναφοράς.

Το φορτίο είναι 0m ($h=u_w+z$) στον πυθμένα κατάντη και αυξάνεται σε κάθε γραμμή δυναμικού πηγαίνοντας προς ανάντη. Η διαφορά δυναμικού που προκαλεί τη ροή είναι 4m (διαφορά στις στάθμες των υδάτων). Παρατηρώντας δε το σχήμα έχουμε 15 πτώσεις δυναμικού οπότε κάθε πτώση δυναμικού είναι $4/15=0.27\text{m}$.



Σχήμα 1.10

Ακόμα χρησιμοποιώντας τον τύπο:

$$q = kh \frac{N_f}{N_d}$$

μπορούμε να υπολογίσουμε την παροχή της ροής, N_f και N_d είναι το πλήθος των γραμμών ροής και των γραμμών δυναμικού αντίστοιχα. k είναι ο συντελεστής διαπερατότητας και h είναι η συνολική πτώση δυναμικού.

Στην περίπτωση του παραδείγματος έχουμε:

$N_d=15$ (πτώσεις δυναμικού)

$N_f=4.7$ (κανάλια ροής)

$k=2.5 \cdot 10^{-5}$ m/s

οπότε $q=3.1 \cdot 10^{-5}$ m³/s (για κάθε τρέχον μέτρο πλάτους)

Εργαζόμενοι όπως στο προηγούμενο παράδειγμα μπορούμε να υπολογίσουμε τις ανώσεις. Βάση των τιμών από τον πίνακα, σχεδιάζεται και το διάγραμμα των ανώσεων που φαίνεται στο σχήμα 1.10

Σημείο	H (m)	z (m)	h-z (m)	u= $\gamma_w(h-z)$ (KN/m ²)
1	0.27	-1.80	2.07	20.3
2	0.53	-1.80	2.33	22.9
3	0.80	-1.80	2.60	25.5
4	1.07	-2.10	3.17	31.1
5	1.33	-2.40	3.73	36.6
6	1.60	-2.40	4.00	39.2
7	1.87	-2.40	4.27	41.9
7.5	2.00	-2.40	4.40	43.1

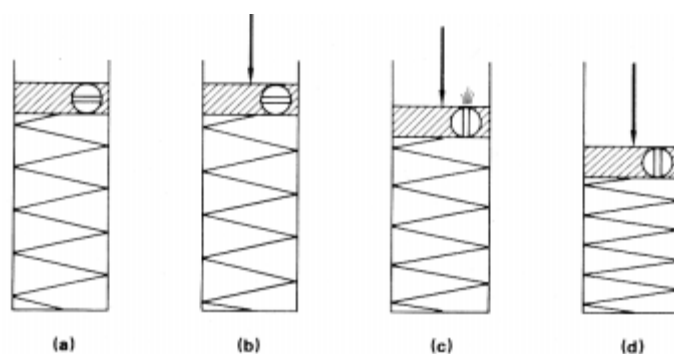
2. Στερεοποίηση

2.1 Το φαινόμενο της στερεοποίησης

Η στερεοποίηση είναι το φαινόμενο της βραδείας παραμόρφωσης εδαφικών στρωμάτων το οποίο έχει σχέση με την μεταβολή του λόγου κενών του εδάφους. Η παραμόρφωση προκαλείται από διάφορα αίτια όπως επιβολή εξωτερικών φορτίων, εκσκαφή ή επίχωση, αναβιβασμός ή καταβιβασμός των υπογείων υδάτων (π.χ. με άντληση). Ο μηχανισμός του φαινομένου είναι η μεταβολή του όγκου κενών του εδαφικού υλικού η οποία γίνεται αργά εξ' αιτίας της ροής του νερού μέσω των πόρων. Το νερό καθώς προσπαθεί να ρεύσει μέσω των πόρων προκαλεί υπερπιέσεις οι οποίες εκτονώνονται χρονικά.

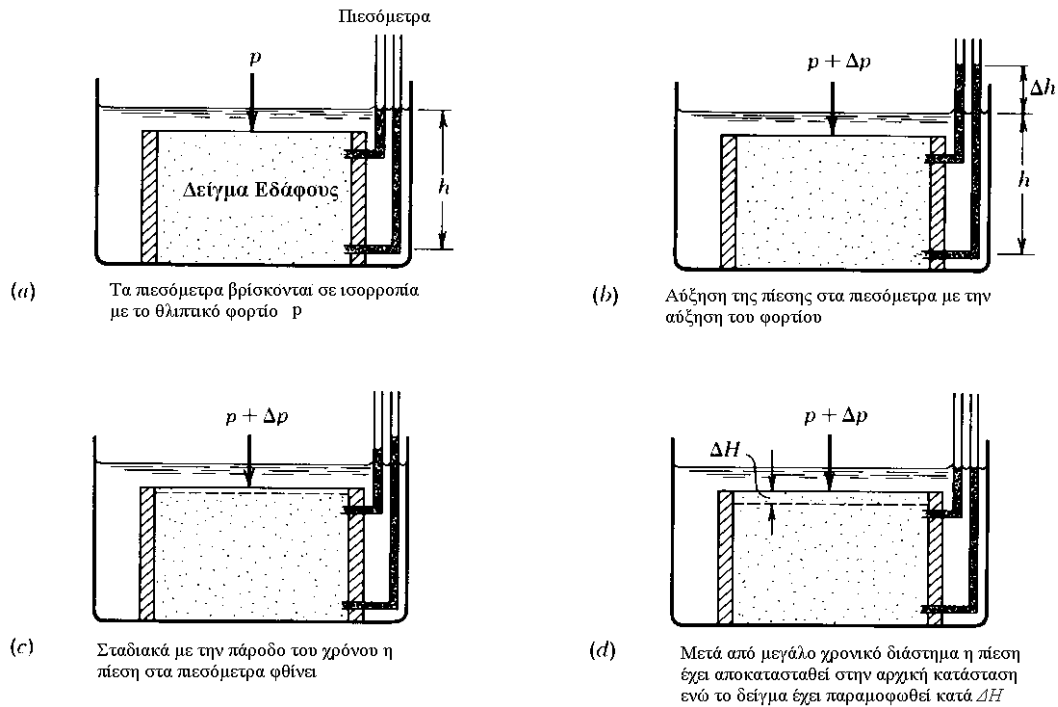
Το φαινόμενο παρατηρείται σε κορεσμένα στρώματα και κυρίως σε λεπτόκοκκα εδάφη όπου η ροή του νερού γίνεται δύσκολα. Έτσι σε τύπους εδαφών όπως άμμος η παραμόρφωση λόγω της επιβολής εξωτερικών αιτιών εκδηλώνεται άμεσα ενώ σε λεπτόκοκκα εδάφη όπως η άργιλος η παραμόρφωση εκδηλώνεται σε διάστημα μηνών ή και ετών.

Στο παρακάτω σχήμα μπορούμε να δούμε το μηχανικό ανάλογο της στερεοποίησης:



Σχήμα 2.1 Μηχανικό ανάλογο Στερεοποίησης

Στο εδαφικό στρώμα ασκείται ένα φορτίο, αρχικά το φορτίο αναλαμβάνεται πλήρως από το νερό προκαλώντας υπερπίεση (b), ο εδαφικός σκελετός αρχίζει να παραμορφώνεται ενώ το νερό διαφεύγει από τους πόρους και η υπερπίεση μειώνεται (c), τελικά ο εδαφικός σκελετός παίρνει την τελική παραμόρφωση του μετά την πάροδο αρκετού χρόνου και οι υπερπιέσεις μηδενίζονται (d). Παρουσιάζουμε και το αντίστοιχο πειραματικό ανάλογο σε δείγμα εδάφους:



Σχήμα 2.2 Πειραματικό ανάλογο στερεοποίησης

Το φαινόμενο της στερεοποίησης το εξετάζουμε από 2 σκοπιές:

1. Από την σκοπιά των παραμορφώσεων
2. Από την χρονική διάσταση του φαινομένου

Οι παραμορφώσεις όπως αναφέρθηκε οφείλονται στην μεταβολή του λόγου κενών. Είμαστε δε σε θέση να μπορούμε να εκτιμήσουμε τις τελικές παραμορφώσεις από την επιβολή του εξωτερικού αιτίου. Οι τελικές παραμορφώσεις βέβαια εκδηλώνονται σε μεγάλο χρόνο από την επιβολή του εξωτερικού αιτίου.

Για την χρονική διάσταση του φαινομένου ορίζουμε το ποσοστό στερεοποίησης U (%). Όταν τείνει να ολοκληρωθεί το φαινόμενο το U τείνει στο 100%. Οι παραμορφώσεις του εδαφικού σκελετού μπορούν να εκφραστούν ως:

$$\delta h(t) = \delta H_{\text{τελ.}} \cdot U(t)$$

Το U μπορεί να οριστεί με την συνάρτηση της υπερπίεσης των πόρων. Αν u_i είναι η αρχική υπερπίεση των πόρων και u η υπερπίεση των πόρων σε μια χρονική στιγμή t μετά την έναρξη του φαινομένου, τότε:

$$U = 1 - u/u_i$$

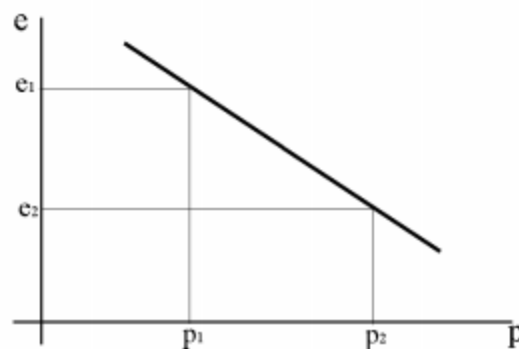
Δηλαδή στην αρχή του φαινομένου όπου $u = u_i$ το $U = 0\%$ ενώ όταν οι υπερπίεσεις τείνουν να μηδενιστούν το U τείνει στο 100%.

Αρχικά θα υπολογίσουμε την χρονική κατανομή του φαινομένου και έπειτα σε άλλο κεφάλαιο θα δείξουμε πως υπολογίζονται οι παραμορφώσεις. Ο υπολογισμός της χρονικής κατανομής γίνεται σύμφωνα με τον Terzaghi. Αρχικά θα υπολογιστεί η χρονική κατανομή της υπερπίεσης των πόρων και έπειτα θα υπολογιστεί το U . Θα δοθούν τελικοί τύποι καθώς και διαγράμματα και πίνακες.

2.2 Θεωρία στερεοποίησης κατά Terzaghi (Taylor 1948)

Αρχικές παραδοχές:

1. Αναφερόμαστε σε ομογενές έδαφος.
2. Το έδαφος είναι πλήρως κορεσμένο ($s=100\%$).
3. Αμελητέα συμπίεστικότητα εδαφικών κόκκων και νερού.
4. Συμπεριφορά απειροστής ποσότητας μάζας αντιπροσωπευτική της συμπεριφοράς μεγάλων μαζών.
5. Μονοδιάστατη θλίψη.
6. Μονοδιάστατη ροή.
7. Ισχύει ο νόμος του Darcy.
8. Σταθερές τιμές ορισμένων εδαφικών παραμέτρων, οι οποίες πράγματι αλλάζουν με την πίεση.
9. Ισχύει η εξιδανικευμένη σχέση πιέσεων – e (λόγος κενών) του σχήματος:



Σχήμα 2.3 Ιδανική σχέση πίεσης – λόγου κενών

2.2.1 Θεμελιώδης εξίσωση

Ο ρυθμός μεταβολής του όγκου του νερού δίνεται από την έκφραση:

$$\left(k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) dx dy dz \quad (\text{παραδοχή 1-4\&7})$$

Για μονοδιάστατη ροή:

$$k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} dx dy dz \quad (2.1)$$

Ο όγκος του στοιχείου είναι $dx dy dz$, ενώ ο όγκος των κενών είναι $dx dy dz \frac{e}{1+e}$ και καθώς όλες οι μεταβολές του όγκου πρέπει να είναι μεταβολές του όγκου των κενών, μπορεί να γραφεί μια δεύτερη έκφραση για το ρυθμό μεταβολής του όγκου:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(dx dy dz \frac{e}{1+e} \right) \quad (2.2)$$

Καθώς μάλιστα $dx dy dz \frac{1}{1+e}$ είναι ο σταθερός όγκος των στερεών η σχέση (2.2) μπορεί να γραφεί:

$$\frac{dx dy dz}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (2.3)$$

Εξισώνοντας τις (1), (3) έχουμε:

$$k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (2.4)$$

Καθώς στην εξεταζόμενη περίπτωση, το υδραυλικό φορτίο είναι πλεονάζουσα υδροστατική πίεση, το h αντικαθίσταται από το u/γ_w και καταλήγουμε στην σχέση:

$$\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (2.5)$$

Είναι δυνατόν να υπάρχουν πρόσθετες στατικές πιέσεις στο νερό οι οποίες όμως δεν λαμβάνονται υπόψη καθώς δεν τείνουν να προκαλέσουν ροή.

Επειδή δε $dp = -du$ (η μεταβολή της ορθής ενεργής τάσης ισούται με την μεταβολή της υπερπίεσης των πόρων) και χρησιμοποιώντας τον «συντελεστή συμπίεστότητας» του εδάφους: α ($\alpha = \frac{de}{dp}$), η σχέση (2.5) γίνεται:

$$\left[\frac{k(1+e)}{\alpha \gamma_w} \right] \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2.6)$$

Ορίζοντας τον συντελεστή μονοδιάστατης στερεοποίησης c_v , όπου $c_v = \frac{k(1+e)}{\alpha \gamma_w}$, η σχέση (2.5) γίνεται:

$$c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2.7)$$

Η σχέση (2.7) είναι η διαφορική εξίσωση της μονοδιάστατης στερεοποίησης. Είναι μια παραβολική διαφορική εξίσωση με μερικές παραγώγους και η λύση της δίνει την χρονική εξέλιξη του φαινομένου της στερεοποίησης. Η διαφορική εξίσωση μπορεί να λυθεί αν θέσουμε συνοριακές συνθήκες

2.2.2 Συνοριακές συνθήκες

1. Πλήρης στράγγιση στην κορυφή του στρώματος
2. Πλήρης στράγγιση στη βάση του δείγματος
3. Η αρχική πλεονάζουσα υδροστατική πίεση u_i είναι ίση με την αύξηση της πίεσης $p_2 - p_1$.

Μαθηματικά οι πιο πάνω συνθήκες εκφράζονται ως εξής:

1. Όταν $z=0$, $u=0$ για $t>0$
2. Όταν $z=2H$, $u=0$ για $t>0$
3. Όταν $t=0$, $u= u_i$ για $0 \leq z \leq 2H$, θεωρώντας H το μισό πάχος του στρώματος.

2.2.3 Λύση της Διαφορικής εξίσωσης της στερεοποίησης (Μέθοδος χωριζομένων μεταβλητών).

Έστω ότι u είναι γινόμενο κάποιας συνάρτησης του z και κάποιας συνάρτησης του t , δηλαδή:

$$u = F(z) \Phi(t) \quad (2.8)$$

Χρησιμοποιώντας την (2.8), η εξίσωση (2.7) γράφεται:

$$c_v \Phi(t) F''(z) = F(z) \Phi'(t) \quad \text{ή}$$

$$\frac{F''(z)}{F(z)} = \frac{\Phi'(t)}{c_v \Phi(t)} \quad (2.9)$$

Παρατηρούμε ότι καθώς η μεταβλητή z περιέχεται μόνον στον αριστερό όρο και η μεταβλητή t μόνον στον δεξιό όρο, μια μεταβολή τους δεν επηρεάζει τον άλλον όρο. Άρα, θα πρέπει κάθε ένας όρος να ισούται με μια σταθερά, έστω $-A^2$, έτσι έχουμε ότι:

$$F''(z) = -A^2 F(z) \Rightarrow F(z) = C_1 \cos Az + C_2 \sin Az \quad \text{και}$$

$$\Phi''(t) = -A^2 c_v \Phi(t) \Rightarrow \Phi(t) = C_3 e^{-A^2 c_v t}$$

Έτσι η εξίσωση (2.8) γίνεται:

$$u = (C_4 \cos Az + C_5 \sin Az) e^{-A^2 c_v t} \quad (2.10)$$

όπου $C_4 = C_1 \cdot C_3$, $C_5 = C_2 \cdot C_3$

2.2.4 Προσδιορισμός σταθερών

Από την 1η συνοριακή συνθήκη έχουμε ότι $C_4=0$, άρα

$$u = C_5 (\sin Az) e^{-A^2 c_v t} \quad (2.11)$$

Από την 2η συνθήκη έχουμε ότι:

$2AH=n\pi$, άρα:

$$u = C_5 \left(\sin \frac{n\pi z}{2H} \right) e^{-(n\pi)^2 c_v t / 4H^2} \quad (2.12)$$

Η (2.12) μπορεί να αναπτυχθεί σε σειρά:

$$u = \sum_{n=1}^{n=\infty} \beta_n \sin \frac{n\pi z}{2H} e^{-n^2 \pi^2 c_v t / 4H^2} \quad (2.13)$$

Από την τρίτη συνοριακή συνθήκη έχουμε ότι:

$$u_i = \sum_{n=1}^{n=\infty} \beta_n \sin \frac{n\pi z}{2H} \quad (2.14)$$

Η οποία είναι ένα ανάπτυγμα Fourier.

2.2.5 Τελική λύση

Η τελική λύση (υπολογίζοντας τις σταθερές β_n) είναι:

$$u = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2u_i}{n\pi} (1 - \cos n\pi) \left(\sin \frac{n\pi z}{2H} \right) e^{-n^2 \pi^2 c_v t / 4H^2} \quad (2.15)$$

Όταν το n είναι ζυγός αριθμός: $(1 - \cos n\pi)=0$, ενώ όταν το n είναι μονός αριθμός: $(1 - \cos n\pi)=2$. Άρα υπάρχουν όροι μόνο για μονά n οπότε μπορούμε να κάνουμε την αντικατάσταση:

$$n=2m+1$$

και

$$M=\pi/2 (2m + 1)$$

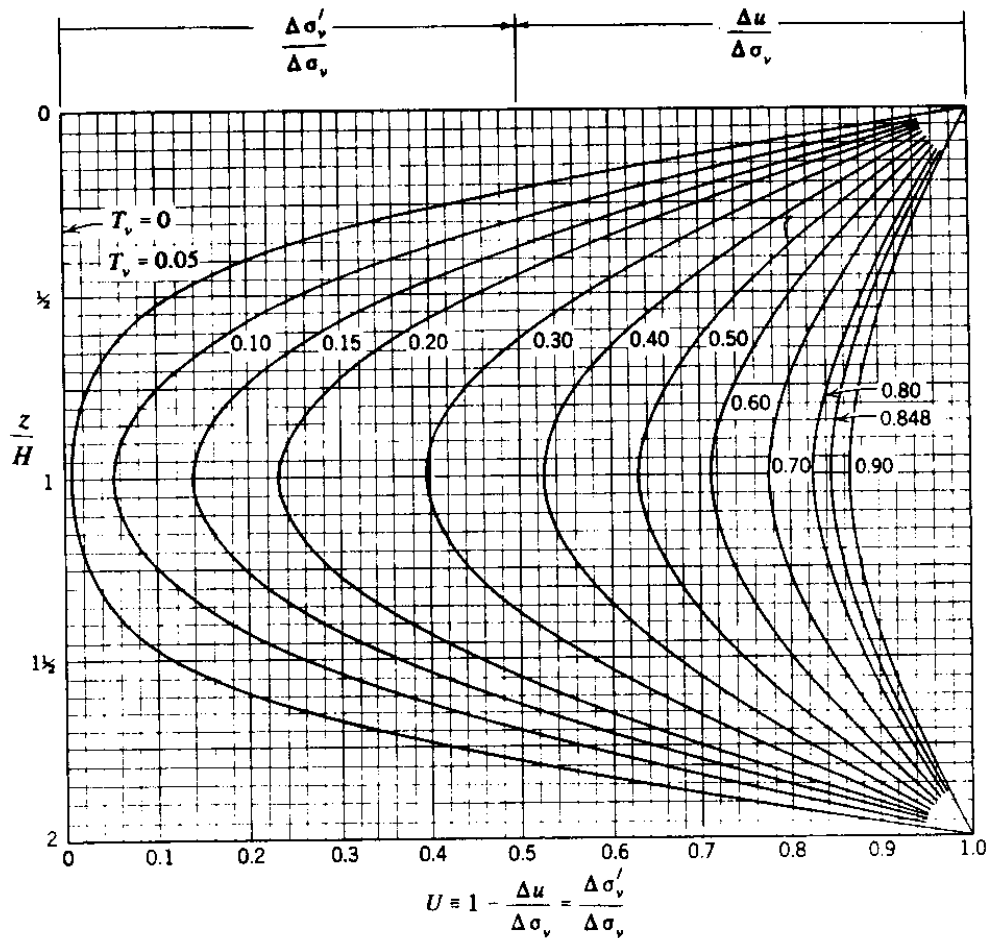
Ακόμα ορίζουμε την χρονική παράμετρο της στερεοποίησης (ένας αδιάστατος αριθμός):

$$T_v = \frac{c_v t}{H^2} \quad (H \text{ το μισό πάχος του στρώματος}) \quad (2.16)$$

Οπότε η λύση (2.15) μπορεί να γίνει:

$$u = \sum_{m=1}^{m=\infty} \frac{2u_i}{M} \left(\sin \frac{Mz}{H} \right) e^{-M^2 T_v} \quad (2.17)$$

Η (2.17) είναι η κατανομή της υπερπίεσης των πόρων καθ' ύψος (z) συναρτήσει του χρονικής παραμέτρου T_v η οποία είναι συνάρτηση του χρόνου t . Η γραφική λύση είναι η παρακάτω:



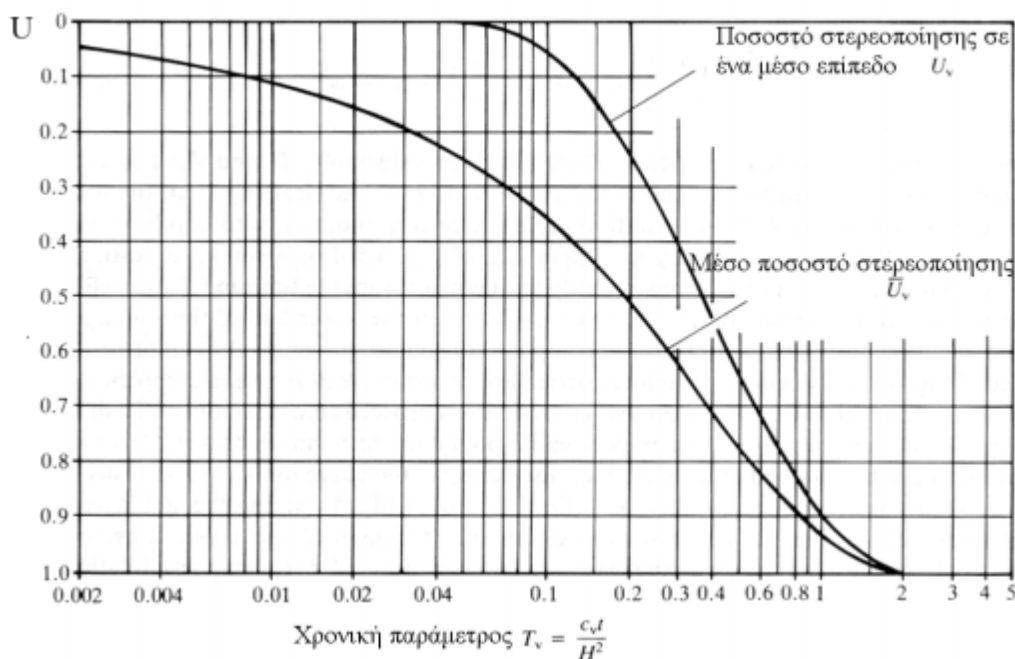
Για να υπολογίσουμε το ποσοστό στερεοποίησης U_z σε κάποιο βάθος, αρκεί να αφαιρέσουμε τον λόγο της (2.17) προς την αρχική υπερπίεση από την μονάδα:

$$U_z = 1 - \sum_{m=1}^{m=\infty} \frac{2}{M} \left(\sin \frac{Mz}{H} \right) e^{-M^2 T_v} \quad (2.18)$$

Για να υπολογίσουμε μια μέση τιμή της U για όλο το στρώμα, αρκεί να ολοκληρώσουμε για z από 0 έως $2H$:

$$U = 1 - \frac{\frac{1}{2d} \int_0^{2H} u dz}{u_i} = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-M^2 T_v} \quad (2.19)$$

Επειδή είναι δύσκολο να υπολογίζουμε αυτόν τον τύπο για τις πρακτικές εφαρμογές, παραθέτουμε το διάγραμμα που προκύπτει από την (2.19), καθώς και έναν πίνακα και έναν εμπειρικό τύπο που προσεγγίζει την (2.19).



Σχήμα 2.4 Καμπύλη στερεοποίησης

Η κάτω καμπύλη αναφέρεται στην μέση τιμή που υπολογίζεται από την (2.19), ενώ η πάνω καμπύλη είναι το U στην θέση $z=H$.

Η λύση μπορεί να προσεγγιστεί με πολύ καλή ακρίβεια από τον παρακάτω τύπο:

$$\begin{aligned} \text{Για } U < 0.60, T_v &= (\pi/4)U^2 \\ \text{Για } U > 0.60, T_v &= -0.933 \log_{10}(1-U) - 0.085 \quad (2.20) \\ (\log_{10} \text{ είναι το σύμβολο του δεκαδικού λογάριθμου}) \end{aligned}$$

Ενώ λύνοντας ως προς U :

$$\begin{aligned} \text{Για } T_v < 0.283, U &= \sqrt{\frac{4T_v}{\pi}} \\ \text{Για } T_v > 0.283, U &= 1 - 10^{-\frac{T_v + 0.085}{0.933}} \quad (2.21) \end{aligned}$$

Με τις σχέσεις (2.20) και (2.21) επιλύουμε τις πρακτικές εφαρμογές, μπορούμε να φτιάξουμε και έναν πίνακα με τις τιμές των T_v , U :

U (%)	T_v
0	0
5	0.00196
10	0.00785
15	0.0177
20	0.0314
25	0.0491
30	0.0707
35	0.0962
40	0.126
45	0.159
50	0.196
55	0.238
60	0.284
65	0.340
70	0.403
75	0.477
80	0.567
85	0.684
90	0.848
95	1.123
100	∞

Πίνακας: Τιμές U , T_v

2.2.6 Περίπτωση μονής στράγγισης

Εξετάσαμε την περίπτωση όπου το στρώμα στραγγίζεται πάνω και κάτω, στην περίπτωση όπου έχουμε στράγγιση μόνο πάνω ή μόνο κάτω από το στρώμα τότε στους υπολογισμούς χρησιμοποιούμε αντί $H \rightarrow 2 \bullet H$ διότι η στράγγιση γίνεται δυσκολότερα διότι το νερό οφείλει να κάνει μεγαλύτερη διαδρομή για να στραγγίσει. Οπότε επιγραμματικά:

- Στην περίπτωση στράγγισης πάνω – κάτω το H είναι το μισό πάχος
- Στην περίπτωση στράγγισης μόνο πάνω ή μόνο κάτω, το H είναι όλο το πάχος του στρώματος.

2.3 Παραμορφώσεις

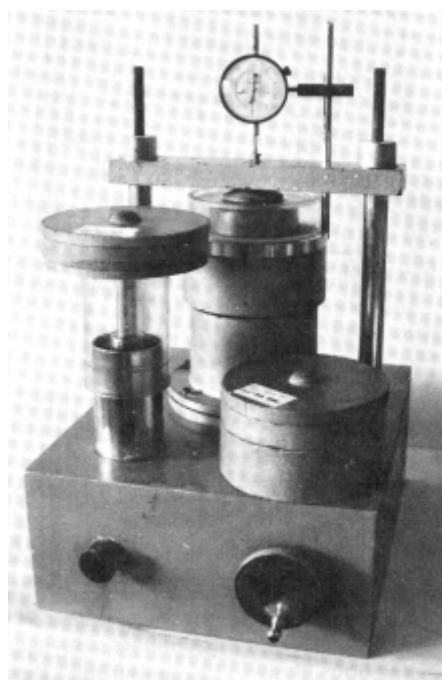
Για τον υπολογισμό των παραμορφώσεων χρησιμοποιείται ο παρακάτω τύπος:

$$\Delta h = h \frac{C_c}{1 + e_0} \log_{10} \frac{p_0 + \Delta p}{p_0} \quad (2.22)$$

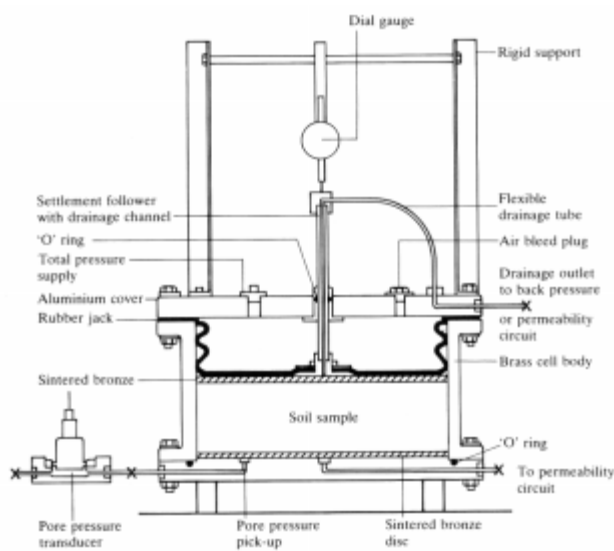
Όπου h είναι το πάχος του στρώματος, C_c ο δείκτης συμπίεσης του εδάφους, e_0 ο αρχικός λόγος κενών, p_0 οι αρχικές τάσεις και Δp η μεταβολή των τάσεων. Ο δείκτης συμπίεσης C_c είναι αδιάστατος αριθμός.

Εν γένει οι p_0 είναι οι επί τόπου τάσεις οι οποίες μεταβάλλονται με το βάθος. Οπότε για τον υπολογισμό της παραμόρφωσης ενός στρώματος χρησιμοποιούμε μια μέση τιμή της ή χωρίζουμε το στρώμα σε περισσότερα υποστρώματα, μέθοδος η οποία δίνει καλύτερη ακρίβεια.

Ο δείκτης συμπίεσης C_c καθώς και ο συντελεστής μονοδιάστατης στερεοποίησης c_v προσδιορίζονται πειραματικά από πείραμα μονοδιάστατης στερεοποίησης. Το όργανο που χρησιμοποιείται (οιδήμετρο) για αυτά τα πειράματα φαίνεται στα παρακάτω σχήματα.



Σχήμα 2.5 Φωτογραφία κλασικού οιδήμετρου

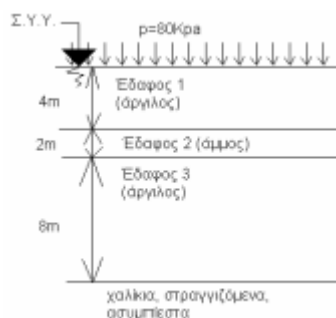


Σχήμα 2.6 Σχέδιο υδραυλικού οιδήμετρου

2.4 Αριθμητικό Παράδειγμα

Πρόκειται να κατασκευαστεί έργο το οποίο θα εδράζεται στο έδαφος και θα το φορτίζει με φορτίο $p=80\text{Kpa}$. Ζητείται ο υπολογισμός της ολικής (τελικής) καθίζησης λόγω της επιβολής του φορτίου από το έργο από την στερεοποίηση των αργίλων, καθώς και οι χρόνοι που απαιτούνται για να γίνουν τα 50%, 70% και 90% των ολικών καθιζήσεων. Τέλος υπολογίστε την επιπλέον καθίζηση σε περίπτωση που έχουμε υποβάθμιση του υπογείου ορίζοντα κατά 4m (στο άνω επίπεδο της άμμου).

Πριν κατασκευαστεί το έργο γίνεται γεώτρηση στο έδαφος. Με τη βοήθεια της γεώτρησης σχεδιάστηκε η παρακάτω στρωματογραφία. Στην στρωματογραφία φαίνεται και το φορτίο που πρόκειται να επιβληθεί.



Από τα 3 διαφορετικά στρωματά εδαφικού υλικού λήφθηκαν δείγματα στα οποία έγιναν εργαστηριακές δοκιμές και προσδιορίστηκαν οι παρακάτω παράμετροι:

Αρ. Δείγματος	Τύπος Εδάφους	γ (KN/m ³)	γ' (KN/m ³)	e_o
Δείγμα 1	Άργιλος	16	6.5	1.3
Δείγμα 2	Άμμος	20	10.4	-
Δείγμα 3	Άργιλος	16	7.4	1.2

Στα δείγματα της αργίλου επιπλέον έγιναν εργαστηριακές δοκιμές μονοδιάστατης στερεοποίησης με τις οποίες προσδιορίζονται οι τιμές των συντελεστών C_c και c_v .

Αρ. Δείγματος	C_c	c_v (m ² /s)
Δείγμα 1 (άργιλος)	0.6	$4 \cdot 10^{-8}$
Δείγμα 3 (άργιλος)	0.6	$2 \cdot 10^{-8}$

Ι. Υπολογισμός επιτόπου τάσεων

Αρχικά πρέπει να υπολογίσουμε τις επιτόπου τάσεις πριν την φόρτιση που προέρχεται από το έργο. Τις επιτόπου τάσεις τις χρειαζόμαστε για να υπολογίσουμε τις καθιζήσεις. Οι επιτόπου τάσεις μεταβάλλονται γραμμικά με το βάθος, οπότε για να υπολογίσουμε τις καθιζήσεις από την στερεοποίηση πρέπει να υπολογίσουμε αντιπροσωπευτικές επιτόπου τάσεις για κάθε στρώμα. Η πιο αντιπροσωπευτική τιμή για την τάση για κάθε στρώμα είναι αυτή στη μέση κάθε στρώματος. Έτσι για το πάνω στρώμα αργίλου είναι $z=2\text{m}$ και για το κάτω στρώμα $z=10\text{m}$. Για καλύτερη ακρίβεια μάλιστα, κάθε στρώμα πρέπει να χωρίζεται σε περισσότερα στρώματα και να υπολογίζεται χωριστά η καθίζηση για κάθε ένα από αυτά τα στρώματα, χρησιμοποιώντας τις επιτόπου τάσεις στην μέση κάθε στρώματος.

Για το πρώτο στρώμα έχουμε :

$\gamma=16\text{KN/m}^3$, οπότε $\sigma_{\text{ολ}}=\gamma \cdot z = 16 \cdot 2 = 32 \text{ KPa (KN/m}^2\text{)}$

Η πίεση των πόρων είναι : $u=9.81 \cdot 2 = 19.62 \text{ KPa}$

Οπότε $\sigma'=\sigma_{\text{ολ}}-u = \underline{12.38 \text{ KPa}}$

Για το τρίτο στρώμα έχουμε αντίστοιχα :

$\sigma_{\text{ολ}}=\gamma_1 \cdot h_1 + \gamma_2 \cdot h_2 + \gamma_3 \cdot (z - h_1 - h_2) = 16 \cdot 4 + 20 \cdot 2 + 16 \cdot 4 = 168 \text{ KPa}$

Η πίεση των πόρων είναι : $u=9.81 \cdot 10 = 98.1 \text{ KPa}$

Οπότε $\sigma'=\sigma_{\text{ολ}}-u = \underline{69.9 \text{ KPa}}$

Για το δεύτερο στρώμα (άμμος), δεν χρειάζεται να υπολογίσουμε επιτόπου τάση, εφόσον η καθίζηση από στερεοποίηση είναι πρακτικά μηδενική, και δεν την υπολογίζουμε.

II.Υπολογισμός καθιζήσεων

Η καθίζηση λόγω της στερεοποίησης υπολογίζεται με την βοήθεια του τύπου :

$$\Delta h = \frac{h}{1 + e_0} Cc \log\left(1 + \frac{\Delta \sigma'}{\sigma'}\right)$$

όπου σ' είναι η επιτόπου (ενεργός) τάση πριν την επιβολή του φορτίου, $\Delta \sigma'$ είναι το επιβαλλόμενο φορτίο (στην περίπτωση μας είναι τα 80 KPa από το τεχνικό έργο)

Έτσι για το στρώμα 1 :

$h=4\text{m}$, $e_0=1.3$, $Cc=0.6$, $\Delta \sigma=80\text{KPa}$ και $\sigma=12.38 \text{ KPa}$

οπότε : $\underline{\Delta h_1=0.91 \text{ m}}$

ενώ για το στρώμα 2 :

$h=8\text{m}$, $e_0=1.2$, $Cc=0.6$, $\Delta \sigma=80\text{KPa}$ και $\sigma=69.0 \text{ KPa}$

οπότε : $\underline{\Delta h_2=0.73 \text{ m}}$

Η συνολική καθίζηση θα είναι $\underline{\Delta h=1.64 \text{ m}}$

III.Υπολογισμός του χρόνου για να γίνει το 50% των καθιζήσεων

Κατά την φόρτιση τα στρώματα καθιζάνουν. Η καθίζηση γίνεται λόγω της στερεοποίησης, όπου το νερό των πόρων διαφεύγει από τους πόρους εφόσον μειώνονται τα κενά. Έτσι στο κάτω στρώμα της αργίλου το νερό μπορεί να φύγει και από το μεσαίο στρώμα (άμμος) και από το κατώτατο στρώμα (χαλίκια). Οπότε για το κάτω στρώμα $H_2=h_2/2=4\text{m}$ (H : μέγιστη απόσταση που πρέπει να διανύσει το νερό).

Για το πάνω στρώμα εξαρτάται αν θεωρούμε ότι το τεχνικό έργο εμποδίζει την ροή του νερού ή όχι (ή αλλιώς στράγγιση του στρώματος). Στην πρώτη περίπτωση ισχύει $H_1=h_1=4\text{m}$ ενώ στην δεύτερη $H_1=h_1/2=2\text{m}$.

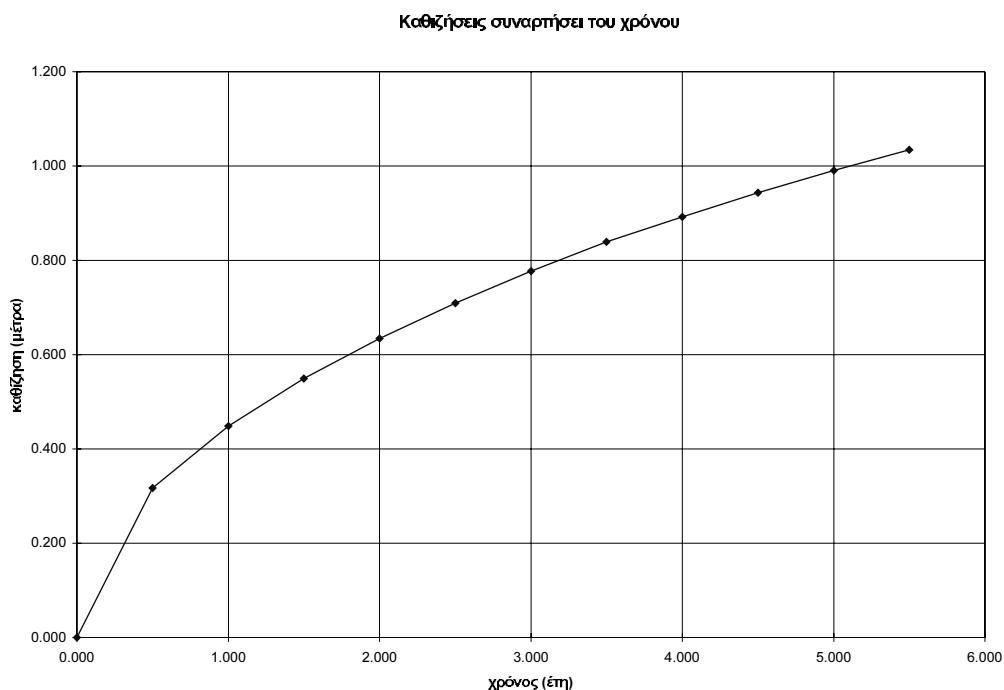
Αρχικά ας εξετάσουμε την περίπτωση που $H_1=h_1=4\text{m}$ (το τεχνικό έργο εμποδίζει την στράγγιση) :

Στη σελίδα 161 του βιβλίου υπάρχει πίνακας που δίνει το ποσοστό των καθιζήσεων συναρτήσει της χρονικής παραμέτρου T_v , και τον χρησιμοποιούμε για την λύση της άσκησης.

Για $t=0$ τότε $u_{1,2}=0\%$ και $\Delta h=0$. Θα υπολογίσουμε τις καθιζήσεις για βήμα 0.5 έτη με τον εξής τρόπο : Θέτουμε κάποιο t , υπολογίζουμε τα T_v , τα u_1 & u_2 (με γραμμική παρεμβολή από τον πίνακα του βιβλίου) και το $\Delta h_{ti}=u_1*\Delta h_1+ u_2*\Delta h_2$. Τα αποτελέσματα τοποθετούνται στον παρακάτω πίνακα :

t (χρόνια)	Tv1	Tv2	u1	u2	Δh
0	0	0	0	0	0
0.5	0.039	0.019	0.222	0.157	0.317
1	0.078	0.039	0.315	0.222	0.449
1.5	0.117	0.058	0.385	0.272	0.550
2	0.156	0.078	0.445	0.315	0.635
2.5	0.194	0.097	0.498	0.352	0.710
3	0.233	0.117	0.545	0.385	0.777
3.5	0.272	0.136	0.589	0.416	0.840
4	0.311	0.156	0.624	0.445	0.892
4.5	0.350	0.175	0.658	0.472	0.943
5	0.389	0.194	0.689	0.498	0.991
5.5	0.428	0.214	0.718	0.522	1.034

Το δε 50% των καθιζήσεων είναι $1.64 / 2 = 0.82$ m. Με γραμμική παρεμβολή βρίσκουμε ότι $t_{50\%}=3.34$ χρόνια. Παρουσιάζουμε και το διάγραμμα χρόνου-καθιζήσεων :



Τώρα θα εξετάσουμε την περίπτωση $H_1=h_1/2=2\text{m}$ (η στράγγιση επιτρέπεται και πάνω και κάτω από το στρώμα της αργίλου – το τεχνικό έργο δεν εμποδίζει την στράγγιση):

Δουλεύοντας με τον ίδιο τρόπο καταστρώνουμε τον παρακάτω πίνακα :

t (χρόνια)	Tv1	Tv2	u1	u2	Δh
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.500	0.156	0.019	0.445	0.157	0.520
1.000	0.311	0.039	0.624	0.222	0.730
1.500	0.467	0.058	0.744	0.272	0.876
2.000	0.622	0.078	0.825	0.315	0.981
2.500	0.778	0.097	0.881	0.352	1.059
3.000	0.933	0.117	0.919	0.385	1.118
3.500	1.089	0.136	0.945	0.416	1.164
4.000	1.244	0.156	0.962	0.445	1.201
4.500	1.400	0.175	0.974	0.472	1.231
5.000	1.555	0.194	0.983	0.498	1.257
5.500	1.711	0.214	0.988	0.522	1.280

Με γραμμική παρεμβολή βρίσκουμε ότι $t_{50\%}=1.31$ χρόνια. Το δε διάγραμμα χρόνου καθιζήσεων:

