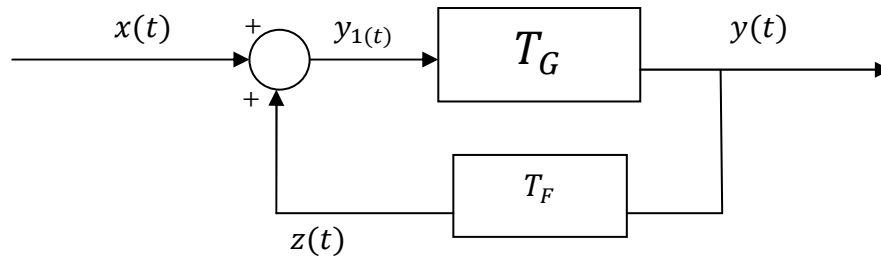


Έστω ένα ΓΧΑ σύστημα T_G μίας εισόδου $x(t)$ και μίας εξόδου $y(t)$, με συνάρτηση μεταφοράς $G(s)$. Για ένα κλάδο ανάδρασης που έχει ένα ΓΧΑ σύστημα T_F με συνάρτηση μεταφοράς $F(s)$, δημιουργούμε ένα κύκλωμα κλειστού βρόχου **με θετική ανάδραση**, που παρουσιάζεται κατωτέρω.



Το γραμμικό, χρονικά αναλλοίωτο σύστημα T_G έχει κρουστική απόκριση $g(t)$ ενώ το γραμμικό, χρονικά αναλλοίωτο σύστημα T_F έχει κρουστική απόκριση $f(t)$. Τότε ισχύει

$$y(t) = g(t) * y_1(t)$$

και

$$z(t) = f(t) * y(t)$$

Συνεπώς έχουμε

$$y_1(t) = x(t) + z(t) \Leftrightarrow y_1(t) = x(t) + f(t) * y(t)$$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει

$$y(t) = g(t) * (x(t) + f(t) * y(t)) \Leftrightarrow y(t) = g(t) * x(t) + g(t) * f(t) * y(t) \Leftrightarrow$$

$$y(t) - g(t) * f(t) * y(t) = g(t) * x(t)$$

Μετασχηματίζοντας κατά Laplace την τελευταία σχέση λαμβάνουμε

$$\mathcal{L}\{y(t) - g(t) * f(t) * y(t)\} = \mathcal{L}\{g(t) * x(t)\} \Leftrightarrow$$

$$Y(s) - \mathcal{L}\{g(t) * f(t) * y(t)\} = G(s)X(s) \Leftrightarrow$$

$$Y(s) - G(s)F(s)Y(s) = G(s)X(s) \Leftrightarrow$$

$$Y(s)(1 - G(s)F(s)) = G(s)X(s) \Leftrightarrow$$

$$Y(s) = \frac{G(s)X(s)}{1-G(s)F(s)}$$

Θέτοντας
$$H(s) = \frac{G(s)}{1-G(s)F(s)}$$

παρατηρούμε ότι το πηλίκο $\frac{Y(s)}{X(s)}$ παραμένει ίσο με $H(s)$ ανεξαρτήτως του $X(s)$. Άρα είναι εύλογο να υποθέσουμε ότι το όλο σύστημα είναι γραμμικό με συνάρτηση μεταφοράς $H(s)$ και κρουστική απόκριση $h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}$.

Εάν οι συναρτήσεις μεταφοράς $F(s)$ και $G(s)$ είναι ρητές πολυωνυμικές συναρτήσεις, τότε όντως το σύστημα κλειστού βρόχου είναι ΓΧΑ. Η απόδειξη είναι εντελώς ανάλογη με αυτήν της αρνητικής ανάδρασης.