ΔΥΝΑΜΙΚΑ

$\vec{A}, \phi_e$: $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$, $\vec{E} = -\nabla \phi_e - \dfrac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ $\Leftrightarrow$ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ MAXWELL (ακίνητα-$\vec{v}=0$-μέσα)

$$\Box^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}_{o\lambda} + \nabla\left(\nabla \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \phi_e}{\partial t}\right)$$

$$\nabla^2 \phi_e = -\frac{\rho_{o\lambda}}{\varepsilon_0} - \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \vec{A})$$

κλίση, απόκλιση

με $\Box^2 \equiv \nabla^2 - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}$, $c^2 \equiv \dfrac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$, $\nabla^2 \equiv \nabla(\nabla \cdot (\cdots)) - \nabla \times (\nabla \times (\cdots))$

διανυσματική συνάρτηση

και $\nabla^2 \equiv \nabla \cdot (\nabla (\cdots))$

απόκλιση κλίση βαθμωτή συνάρτηση

Σημ: σε καρτεσιανές συντεταγμένες

$\nabla^2 \equiv \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ (τόσο για διανυσματικές, όσο και για βαθμωτές συναρτήσεις)

$$\vec{J}_{o\lambda} \equiv \vec{J}_u + \vec{J}_p + \vec{J}_M \ , \ \vec{J}_p \equiv \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}, \ \vec{J}_M \equiv \nabla \times \vec{M}$$

$$\rho_{o\lambda} \equiv \rho_u + \rho_p \ , \ \rho_p \equiv -\nabla \cdot \vec{P}$$

Συνθήκη Lorentz

Αν $\nabla \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$ (επιλογή μας) τότε:

$$\Box^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}_{ολ} \quad \text{και} \quad \Box^2 \phi = -\frac{\rho_{ολ}}{\varepsilon_0}$$

Στις περιπτώσεις εκείνες που $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$, $\vec{B} = \mu \vec{H}$ με ε, μ: σταθερές η συνθήκη Lorentz δίνει:

$$\boxed{\mu}^2 \vec{A} = -\mu \vec{J}_{u} \quad \text{και} \quad \boxed{\mu}^2 \phi = -\frac{\rho_u}{\varepsilon} \quad \text{όπου τώρα:}$$

$$\boxed{\mu}^2 \equiv \nabla^2 - \frac{1}{c_\mu^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad c_\mu^2 \equiv \frac{1}{\varepsilon\mu} \quad \text{και } \nabla^2 \text{ όπως και πριν.}$$

Συνθήκη Coulomb

Αν $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ (πάλι επιλογή μας) τότε:

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}_{ολ} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{και} \quad \nabla^2 \phi = -\frac{\rho_{ολ}}{\varepsilon_0} \quad \left(\text{επίσης: } \vec{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right)$$

(Σημ: όταν έχουμε στατικά προβλήματα $-\partial/\partial t = 0-$ τότε: $\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}_{ολ}$
$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho_{ολ}}{\varepsilon_0}$
όπου τώρα φυσικά $\vec{J}_{ολ} = \vec{J}_u + \vec{J}_M$ μιά και $\vec{J}_p = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = 0$)

Με τη συνθήκη Coulomb έχουμε γενικά επίσης ότι $\nabla \cdot \left(-\mu_0 \vec{J}_{ολ} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) = 0$ δηλαδή η απόκλιση του δεξιού μέρους της εξίσωσης για το $\vec{A}$ είναι μηδενική.

ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΗ – ΜΑΓΝΗΤΟΣΤΑΤΙΚΗ

Η/Σ: $\nabla \times \vec{E} \simeq 0$ (δηλ. $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \simeq 0$)

Μ/Σ: $\nabla \times \vec{H} \simeq \vec{J}_u$ (δηλ. $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \simeq 0$)

Οι προσεγγίσεις αυτές ισχύουν για συστήματα διαστάσεων L και χρόνου μέτρησής τους L, για τα οποία $\frac{L}{T} \ll c_\mu$ με c_μ την ταχύτητα διάδοσης του φωτός στα συστήματα αυτά.