

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

	ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΕΣ	ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΕΣ	ΣΦΑΙΡΙΚΕΣ
ΜΟΝΑΔΙΑΙΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ $\hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2, \hat{\xi}_3$	$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$	$\hat{r}, \hat{\varphi}, \hat{z}$	$\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\varphi}$
ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ξ_1, ξ_2, ξ_3	x, y, z	r, φ, z	r, θ, φ
ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ h_1, h_2, h_3	1,1,1	1, r, 1	1, r, r sin θ

ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΟΓΚΟΥ

$$dV = h_1 h_2 h_3 d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3$$

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ ΣΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ

$$d\mathbf{S}_i = \hat{\mathbf{n}}_i h_j h_k d\xi_j d\xi_k, \quad i \neq j \neq k : 1, 2, 3, \quad \hat{\mathbf{n}}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}_j = \delta_{ij}$$

ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΙ ΤΕΛΕΣΤΕΣ

Για

$$\mathbf{F} = [F_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3), F_2(\xi_1, \xi_2, \xi_3), F_3(\xi_1, \xi_2, \xi_3)]$$

$$\psi = \psi(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$$

έχουμε:

$$\text{grad } \psi \equiv \nabla \psi = \frac{\hat{\xi}_1}{h_1} \frac{\partial \psi}{\partial \xi_1} + \frac{\hat{\xi}_2}{h_2} \frac{\partial \psi}{\partial \xi_2} + \frac{\hat{\xi}_3}{h_3} \frac{\partial \psi}{\partial \xi_3}$$

$$\text{div } \mathbf{F} \equiv \nabla \cdot \mathbf{F} \equiv \lim_{\delta V \rightarrow 0, \oint_{\delta S(\delta V)} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \rightarrow 0} \left[\frac{\oint_{\delta S(\delta V)} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS}{\delta V} \right]_{\hat{\mathbf{n}}: \text{ προς τα έξω}} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial \xi_1} (F_1 h_2 h_3) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} (h_1 F_2 h_3) + \frac{\partial}{\partial \xi_3} (h_1 h_2 F_3) \right]$$

$$\text{div}(\text{grad } \psi) \equiv \nabla^2 \psi \equiv \Delta \psi = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial \psi}{\partial \xi_1} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left(\frac{h_1 h_3}{h_2} \frac{\partial \psi}{\partial \xi_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left(\frac{h_1 h_2}{h_3} \frac{\partial \psi}{\partial \xi_3} \right) \right]$$

και

$$\text{curl}\mathbf{F} \equiv \text{rot}\mathbf{F} \equiv \nabla \times \mathbf{F} \equiv \lim_{\substack{\hat{\mathbf{n}}\delta S \rightarrow \hat{\mathbf{n}}0, \\ \oint_{\delta C(\delta S)} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{l}} d\ell \rightarrow 0}} \left[\frac{\oint_{\delta C(\delta S)} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{l}} d\ell}{\delta S} \right]_{\text{δεξιόστροφα}} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{bmatrix} h_1 \hat{\xi}_1 & h_2 \hat{\xi}_2 & h_3 \hat{\xi}_3 \\ \frac{\partial}{\partial \xi_1} & \frac{\partial}{\partial \xi_2} & \frac{\partial}{\partial \xi_3} \\ h_1 F_1 & h_2 F_2 & h_3 F_3 \end{bmatrix},$$

$\hat{\mathbf{n}}$: μοναδιαίο που δείχνει άνω για δεξιόστροφη διαγραφή του δC και με $\hat{\mathbf{n}} \cdot (\nabla \times \mathbf{F}) = |\nabla \times \mathbf{F}|$

$\hat{\mathbf{l}}$: μοναδιαίο επί του δεξιόστροφα διαγραφόμενου δC

$$\nabla^2 \mathbf{F} \equiv \text{grad}(\text{div}\mathbf{F}) - \text{rot}(\text{rot}\mathbf{F}) \equiv \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) - \nabla \times (\nabla \times \mathbf{F})$$