

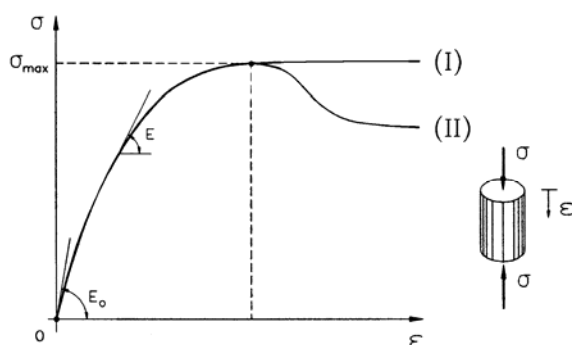
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΑΝΤΟΧΗ ΤΩΝ ΕΔΑΦΩΝ

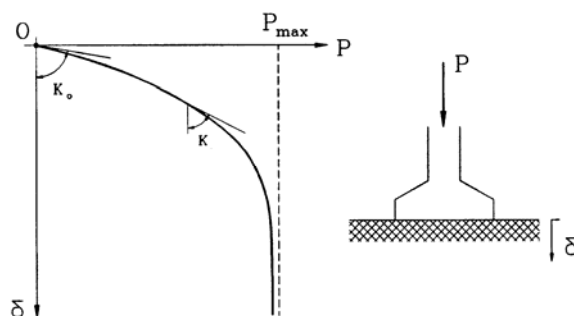
9.1 Εισαγωγή

Όταν σε ένα εδαφικό υλικό (όπως και σε οποιοδήποτε άλλο υλικό) επιβληθούν εξωτερικά φορτία, αναπτύσσονται εσωτερικές τάσεις και παραμορφώσεις. Το Σχήμα 9.1 παρουσιάζει τη μορφή μιας τυπικής καμπύλης τάσεων-παραμορφώσεων που προκύπτει κατά τη μοναξονική θλίψη ενός κυλινδρικού δοκιμίου αργίλου. Η καμπύλη είναι όμοια με αντίστοιχες καμπύλες άλλων υλικών όπως το σκυρόδεμα, ο χάλυβας, τα πλαστικά υλικά κλπ. Το αρχικό τμήμα της είναι πρακτικά ευθύγραμμο με μέτρο ελαστικότητας E_0 , ενώ στη συνέχεια η θλιπτική τάση αυξάνει με βαθμιαία **μειούμενο** ρυθμό, οπότε το μέτρο ελαστικότητας E μικραίνει. Με περαιτέρω αύξηση της παραμόρφωσης, το υλικό φθάνει σε μία κατάσταση στην οποία η παραμόρφωση δεν συνοδεύεται πλέον από αντίστοιχη αύξηση της τάσης, αλλά είτε η τάση παραμένει σταθερή (I) είτε βαθμιαία μειώνεται (II). Η κατάσταση αυτή ονομάζεται **κατάσταση αστοχίας** και αντιστοιχεί στη μέγιστη φόρτιση που μπορεί να αναληφθεί από το υλικό. Η κατάσταση αστοχίας του εδάφους έχει καταστροφικές συνέπειες στα έργα Πολιτικού Μηχανικού, επειδή συνοδεύεται από σημαντικές παραμορφώσεις που υπερβαίνουν τις ανοχές των συνήθων κατασκευών.

Το Σχήμα 9.2 παρουσιάζει την καμπύλη φορτίου-υποχώρησης ενός θεμελίου με αξονική φόρτιση το οποίο εδράζεται σε αμμώδες εδαφικό υλικό. Η μορφή της καμπύλης είναι όμοια με την καμπύλη τάσεων-παραμορφώσεων του Σχήματος 9.1. Με την αύξηση του φορτίου η υποχώρηση αυξάνει με συνεχώς αυξανόμενο ρυθμό, δηλαδή η κλίση K της καμπύλης μειώνεται. Όταν τελικά το φορτίο φθάσει την τιμή P_{max} , το έδαφος θεμελίωσης **αστοχεί**, δηλαδή η υποχώρηση αυξάνει ανεξέλεγκτα και το θεμέλιο "βυθίζεται" στο έδαφος. Στο πρώτο παράδειγμα (Σχήμα 9.1) η αστοχία αφορά ένα εδαφικό στοιχείο στο οποίο επιβάλλεται μία ορισμένη εντατική κατάσταση ($\sigma'_{zz} = \sigma_{max}$, $\sigma'_{xx} = \sigma'_{yy} = \sigma'_{xy} = \sigma'_{yz} = \sigma'_{xz} = 0$) ή, ακριβέστερα, η αστοχία αφορά όλα τα εδαφικά στοιχεία του δοκιμίου επειδή έχουν την ίδια εντατική κατάσταση. Στο δεύτερο παράδειγμα (Σχήμα 9.2) η φόρτιση του θεμελίου προκαλεί την ανάπτυξη τάσεων στο έδαφος κάτω από το θεμέλιο, αλλά η ένταση των αναπτυσσόμενων τάσεων ποικίλει από θέση σε θέση. Στην περίπτωση αυτή η αστοχία του εδάφους συνδέεται με την



Σχ. 9.1: Καμπύλη φόρτισης αργίλου



Σχ. 9.2: Καμπύλη φορτίου-υποχώρησης θεμελίου

αστοχία πολλών εδαφικών στοιχείων σε μια εκτεταμένη περιοχή κάτω από το θεμέλιο. Τα στοιχεία αυτά έχουν διαφορετικές εντατικές καταστάσεις, οι οποίες όμως είναι όλες καταστάσεις αστοχίας, δηλαδή κάθε εδαφικό στοιχείο στη ζώνη αστοχίας δεν μπορεί να αναλάβει μεγαλύτερες τάσεις αλλά παραμορφώνεται απεριόριστα με το συγκεκριμένο συνδυασμό τάσεων της κατάστασης στην οποία ευρίσκεται.

Από τα προηγούμενα προκύπτει ότι για κάθε (εδαφικό) υλικό υπάρχουν ορισμένοι συνδυασμοί τάσεων που οδηγούν σε απεριόριστες παραμορφώσεις. Οι συνδυασμοί αυτοί ονομάζονται **εντατικές καταστάσεις αστοχίας**. Το σύνολο των εντατικών καταστάσεων αστοχίας (δηλαδή το σύνολο των σημείων στον εξαδιάστατο χώρο των τάσεων) σχηματίζει μία "επιφάνεια" που ονομάζεται περιβάλλουσα των καταστάσεων αστοχίας ή, απλά, **περιβάλλουσα αστοχίας**. Είναι προφανές ότι, εφόσον οι καταστάσεις αστοχίας συνδέονται με την παραμόρφωση του εδάφους, πρέπει να εκφράζονται ως προς τις **ενεργές τάσεις**, σύμφωνα με την αρχή των ενεργών τάσεων που αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 6. Έτσι, οι εντατικές καταστάσεις αστοχίας εκφράζονται από συνδυασμούς των ενεργών τάσεων.

Ο προσδιορισμός του συνόλου των εντατικών καταστάσεων αστοχίας ενός εδαφικού υλικού είναι πολύ σημαντικός για την ασφάλεια των έργων, επειδή η σύγκριση των εντατικών καταστάσεων που αναπτύσσονται στο έδαφος λόγω των επιβαλλόμενων φορτίων με τις αντίστοιχες καταστάσεις αστοχίας δίνει το **βαθμό ασφαλείας** του έργου, δηλαδή τα περιθώρια ασφαλείας του έργου σε σχέση με την κατάσταση αστοχίας.

Θα πρέπει να τονισθεί ότι υπάρχουν συνδυασμοί τάσεων **που δεν οδηγούν σε αστοχία**, όσο και αν αυξηθούν οι τάσεις. Ένα τέτοιο παράδειγμα αποτελεί η **ισότροπη συμπίεση**, δηλαδή η κατάσταση κατά την οποία:

$$\sigma'_{xx} = \sigma'_{yy} = \sigma'_{zz} = p \quad , \quad \sigma'_{xy} = \sigma'_{zx} = \sigma'_{yz} = 0$$

Στην περίπτωση αυτή, όσο και αν αυξηθεί η ισότροπη πίεση p , το υλικό δεν αστοχεί (δηλαδή δεν παραμορφώνεται απεριόριστα). Μία άλλη εντατική κατάσταση που δεν οδηγεί σε αστοχία είναι η μονοδιάστατη συμπίεση, που μελετήθηκε σε προηγούμενο Κεφάλαιο. Στην περίπτωση αυτή με την αύξηση του φορτίου το υλικό "σκληραίνει" (η παραμορφωσιμότητά του μειώνεται) και δεν αστοχεί. Αντίθετα, η μοναξονική θλίψη αλλά και άπειροι άλλοι συνδυασμοί τάσεων οδηγούν σε αστοχία, όταν οι τάσεις αυξηθούν "επαρκώς".

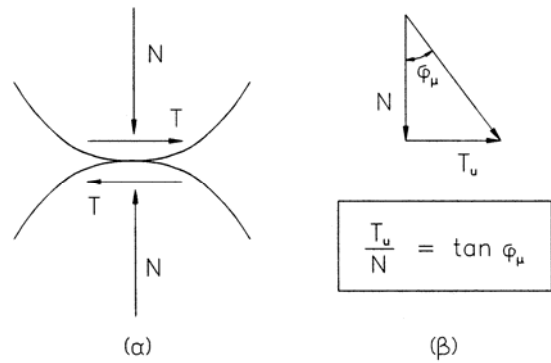
Στα επόμενα εδάφια μελετώνται οι συνδυασμοί των (ενεργών) τάσεων που οδηγούν σε αστοχία και προσδιορίζεται ποσοτικά η "επαρκής" ένταση που αναφέρθηκε προηγουμένως.

9.2 Οι Νόμοι της Τριβής και η Εφαρμογή τους στα Κοκκώδη Εδαφικά Υλικά

Τα κοκκώδη εδαφικά υλικά αποτελούνται από ασύνδετους ή χαλαρά συνδεδεμένους στερεούς κόκκους που σχηματίζουν τον εδαφικό σκελετό. Τα εξωτερικώς επιβαλλόμενα φορτία αναλαμβάνονται από τον εδαφικό σκελετό με την ανάπτυξη ορθών και διατμητικών δυνάμεων μεταξύ των κόκκων και οδηγούν σε παραμορφώσεις που κυρίως οφείλονται σε ολισθήσεις και κυλίσσεις μεταξύ των κόκκων. Είναι προφανές ότι η **τριβή** μεταξύ των κόκκων επηρεάζει σημαντικά την παραμόρφωση των εδαφικών υλικών. Ένας άλλος παράγοντας που επίσης συντελεί στην παραμόρφωση των εδαφών είναι η **πραγματική συνοχή**, η "συγκόλληση" δηλαδή των κόκκων λόγω ηλεκτροχημικών ή άλλων δυνάμεων. Στα αμμώδη εδαφικά υλικά η τριβή αποτελεί τον κύριο παράγοντα παραμορφώσεων, επειδή η επιρροή της

πραγματικής συνοχής είναι αμελητέα, με εξαίρεση τις λεγόμενες "σιμεντωμένες" άμμους.

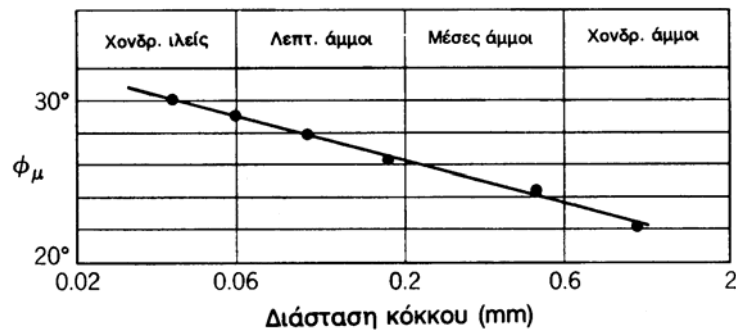
Το Σχήμα 9.3α παρουσιάζει την επαφή μεταξύ δύο κόκκων αμώδους υλικού και τις ορθές (N) και διατμητικές (T) δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των κόκκων. Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής τριβής καθορίζει ότι για κάθε τιμή της ορθής δύναμης (N) ορίζεται η **διατμητική αντοχή** (T_u) της επαφής μεταξύ των κόκκων από τη σχέση:



Σχ. 9.3: Δυνάμεις μεταξύ των κόκκων

$$T_u = N \cdot \tan \phi_\mu$$

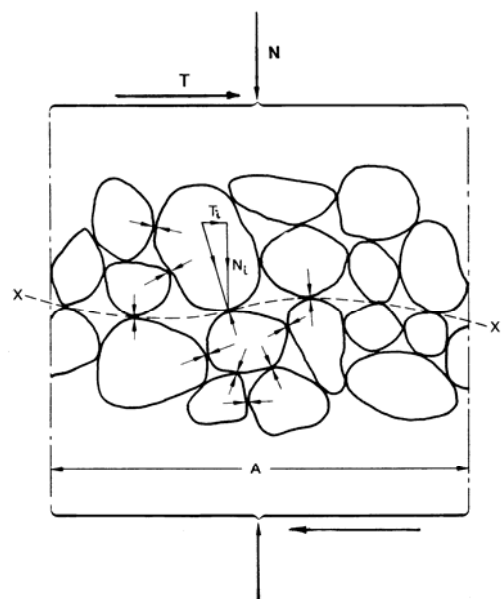
έτσι ώστε, αν η πραγματική διατμητική δύναμη (T) είναι μικρότερη από τη διατμητική αντοχή (T_u), η επαφή μεταξύ των κόκκων είναι ευσταθής, ενώ, αν $T = T_u$, παρατηρείται **ολίσθηση** μεταξύ των κόκκων (υπέρβαση της διατμητικής αντοχής) και αναδιάταξή τους σε μία νέα δομή στην οποία η διατμητική δύναμη είναι μικρότερη από τη διατμητική αντοχή. Ο συντελεστής ($\tan \phi_\mu$) είναι σταθερά, χαρακτηριστική του υλικού των κόκκων, η οποία εξαρτάται από τον τύπο και την ομαλότητα της επιφάνειας επαφής μεταξύ των κόκκων και η γωνία ϕ_μ ονομάζεται **πραγματική**



Σχ. 9.4: Γωνία τριβής υλικού κόκκων

γωνία τριβής του υλικού των κόκκων (Σχήμα 9.3β). Εργαστηριακές μετρήσεις αποδεικνύουν ότι η πραγματική γωνία τριβής του υλικού των κόκκων εξαρτάται και από το μέγεθος των κόκκων. Το Σχήμα 9.4 παρουσιάζει τυπικές τιμές της πραγματικής γωνίας τριβής χαλαζιακών κόκκων ως προς τη διάσταση των κόκκων.

Εάν σε ένα δοκίμιο κοκκώδους εδαφικού υλικού (που αποτελείται από πολλούς κόκκους) επιβληθούν εξωτερικά μία ορθή δύναμη (N) και μία διατμητική δύναμη (T) (βλέπε Σχήμα 9.5), στις επαφές μεταξύ των κόκκων θα αναπτυχθούν ορθές δυνάμεις (N_i) και διατμητικές δυνάμεις (T_i). Το μέγεθος των δυνάμεων N_i και T_i είναι διαφορετικό σε κάθε θέση και ικανοποιεί (προφανώς) τις

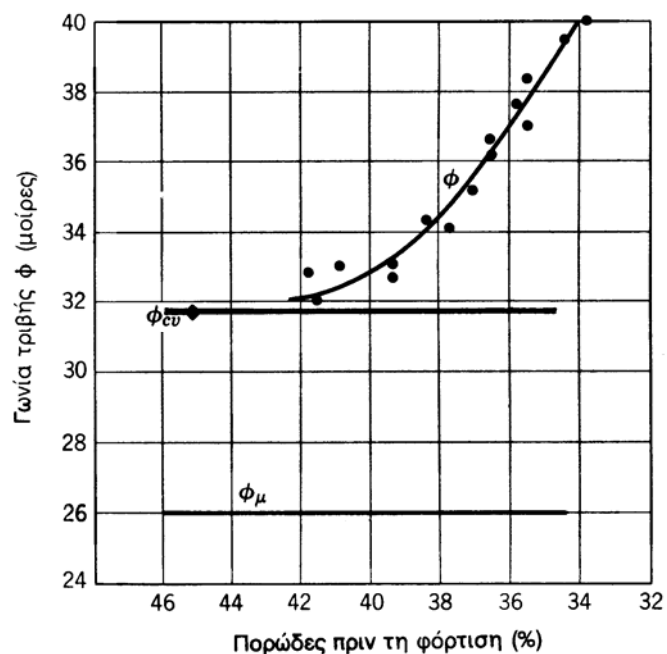


Σχ. 9.5: Δυνάμεις μεταξύ των κόκκων

στερεοστατικές συνθήκες ισορροπίας σε οποιοδήποτε τμήμα του δοκιμίου. Λόγω της ποικιλίας των σχημάτων και μεγεθών των κόκκων του εδαφικού υλικού, στις επαφές μεταξύ των κόκκων αναπτύσσονται ορθές και διατμητικές δυνάμεις ακόμη και στην περίπτωση που εξωτερικά επιβάλλεται **μόνον** ορθή δύναμη (N). Βεβαίως, όσο μεγαλύτερη είναι η εξωτερικώς επιβεβλημένη ορθή δύναμη (N) τόσο αυξάνει ο μέσος όρος των ορθών δυνάμεων μεταξύ των κόκκων, όπως επίσης όσο μεγαλύτερη είναι η εξωτερικώς επιβεβλημένη διατμητική δύναμη (T) τόσο αυξάνει ο μέσος όρος των διατμητικών δυνάμεων μεταξύ των κόκκων. Εάν, λοιπόν, η εξωτερικώς επιβεβλημένη διατμητική δύναμη είναι αρκετά μεγάλη, τότε κάποιες από τις διατμητικές δυνάμεις μεταξύ των κόκκων θα υπερβούν τη διατμητική αντοχή της επαφής μεταξύ των κόκκων. Κατά συνέπεια, το **ποσοστό** των επαφών μεταξύ των κόκκων στις οποίες η διατμητική δύναμη υπερβαίνει τη διατμητική αντοχή της επαφής (δηλαδή: $T_i/N_i = \tan\phi_\mu$) αυξάνει όσο αυξάνει ο λόγος T/N . Σύμφωνα με τα προηγούμενα, ακόμη και στην περίπτωση της ισότροπης συμπίεσης (οπότε $T=0$), σε κάποιο (μικρό) ποσοστό επαφών κόκκων συμβαίνει υπέρβαση της διατμητικής αντοχής του υλικού και, συνεπώς, ολισθήσεις. Οι ολισθήσεις αυτές, αν και διατμητικές σε μικροσκοπική κλίμακα, μακροσκοπικά (δηλαδή στη διάσταση του δοκιμίου) εμφανίζονται με τη μορφή ισότροπης συμπίεσης του εδαφικού υλικού. Με την αύξηση του λόγου T/N , το ποσοστό των επαφών των κόκκων που ολισθαίνουν αυξάνει και η παραμόρφωση του εδάφους μακροσκοπικά παρουσιάζει μία ισότροπη συνιστώσα (συμπίεση) και μία διατμητική συνιστώσα (στρέβλωση), η συμμετοχή της οποίας διαρκώς αυξάνεται. Τελικά, για κάποια τιμή του λόγου T/N ολισθαίνει ένα σημαντικό ποσοστό των επαφών μεταξύ των κόκκων, ώστε η μακροσκοπική παραμόρφωση του υλικού να εμφανίζεται σαν μια γενικευμένη ολίσθηση (απεριόριστη διατμητική παραμόρφωση). Στην κατάσταση αυτή το δοκίμιο δεν μπορεί να αναλάβει μεγαλύτερη διατμητική δύναμη, έχει δηλαδή **αστοχήσει μακροσκοπικά**. Η εξωτερικώς επιβεβλημένη διατμητική δύναμη (T_u) στην κατάσταση αστοχίας ονομάζεται **διατμητική αντοχή του υλικού** και εξαρτάται από την ορθή δύναμη (N). Πειραματικές μετρήσεις δείχνουν ότι ο λόγος T_u/N κατά την αστοχία είναι **σταθερός** και μπορεί να γραφεί με τη μορφή:

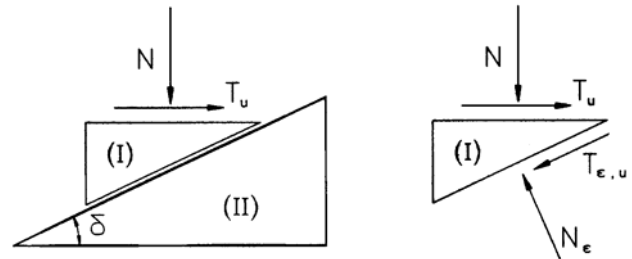
$$T_u = N \cdot \tan\phi$$

όπου η γωνία ϕ ονομάζεται (μακροσκοπική) **γωνία τριβής του εδαφικού υλικού**. Αξίζει να σημειωθεί ότι η γωνία τριβής (ϕ) εξαρτάται από την πραγματική γωνία τριβής του υλικού των κόκκων (ϕ_μ), χωρίς όμως γενικά να ισούται με αυτή. Ειδικότερα, όσο μεγαλύτερη είναι η πραγματική γωνία τριβής του υλικού των κόκκων (ϕ_μ), τόσο μεγαλύτερη είναι και η γωνία τριβής του εδαφικού υλικού (ϕ) όταν οι υπόλοιπες συνθήκες είναι ίδιες. Τέλος, η γωνία (ϕ) **δεν** είναι ιδιότητα του υλικού επειδή εξαρτάται και από την επιτόπου



Σχ. 9.6: Γωνία τριβής ως προς το πορώδες

κατάσταση του υλικού: π.χ. αυξάνει, όταν αυξάνει η σχετική πυκνότητα (D_r) ή, ισοδύναμα, όταν μειώνεται το πορώδες του κοκκώδους εδαφικού υλικού. Το Σχήμα 9.6 παρουσιάζει τη μεταβολή της γωνίας τριβής (ϕ) με το πορώδες για μια μεσόκοκκη άμμο. Στο ίδιο σχήμα σημειώνονται η πραγματική γωνία τριβής του υλικού των κόκκων



Σχ. 9.7: Μηχανικό ανάλογο της γωνίας τριβής

(ϕ_μ) και η **χαρακτηριστική γωνία τριβής** (ϕ_{cv}) που αντιστοιχεί στη χαλαρότερη δυνατή διάταξη των κόκκων (δηλαδή στη μέγιστη τιμή του πορώδους). Το μηχανικό ανάλογο που παρουσιάζεται στο Σχήμα 9.7 καθιστά σαφή τη διαφορά μεταξύ των γωνιών (ϕ) και (ϕ_μ): σε δύο "τριγωνικούς κόκκους" επιβάλλονται οι εξωτερικές δυνάμεις (N) και (T_u), έτσι ώστε να επιτευχθεί μακροσκοπική αστοχία του υλικού, οπότε:

$$T_u = N \cdot \tan \phi \quad (9.1)$$

όπου ϕ είναι η γωνία τριβής του "εδαφικού υλικού". Στο μηχανικό ανάλογο του σχήματος η αστοχία εκφράζεται με ολίσθηση κατά μήκος της κεκλιμένης επιφάνειας επαφής μεταξύ των κόκκων, οπότε:

$$T_{\varepsilon,\mu} = N_\varepsilon \cdot \tan \phi_\mu \quad (9.2)$$

όπου ϕ_μ είναι η πραγματική γωνία τριβής του υλικού των κόκκων. Επιπλέον, οι στερεοστατικές εξισώσεις ισορροπίας του κόκκου (I) υπό την επίδραση των δυνάμεων N , T_u , N_ε , $T_{\varepsilon,\mu}$ δίνουν:

$$N_\varepsilon = N \cos \delta + T_u \sin \delta \quad (9.3a)$$

$$T_{\varepsilon,\mu} = T_u \cos \delta - N \sin \delta \quad (9.3b)$$

και με απαλοιφή των N_ε , $T_{\varepsilon,\mu}$ μεταξύ των σχέσεων (9.2) και (9.3) προκύπτει:

$$T_u = N \cdot \tan(\phi_\mu + \delta) \quad (9.4)$$

Τελικώς, οι σχέσεις (9.1) και (9.4) δίνουν:

$$\phi = \phi_\mu + \delta \quad (9.5)$$

δηλαδή η (μακροσκοπική) γωνία τριβής του εδαφικού υλικού (ϕ) ισούται με το άθροισμα της πραγματικής γωνίας τριβής του υλικού των κόκκων (ϕ_μ) και της γωνίας δ (κλίση της πραγματικής επιφάνειας ολίσθησης ως προς το επίπεδο της εξωτερικώς επιβεβλημένης διατμητικής δύναμης). Στην προκειμένη περίπτωση $\delta > 0$, οπότε η μακροσκοπική διατμητική αντοχή του υλικού είναι μεγαλύτερη από την πραγματική διατμητική αντοχή της επαφής μεταξύ των κόκκων. Στην περίπτωση που η επιφάνεια ολίσθησης είναι οριζόντια ($\delta = 0$) τότε: $\phi = \phi_\mu$, ενώ αν η επιφάνεια ολίσθησης έχει αρνητική κλίση ($\delta < 0$) τότε: $\phi < \phi_\mu$. Η εξίσωση (9.5) έχει την ακόλουθη ενεργειακή εξήγηση: κατά την ολίσθηση του κόκκου (I) ως προς τον (II) η σχετική κίνηση γίνεται κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου (με γωνία δ). Στην περίπτωση αυτή η οριζόντια δύναμη (T_u) παράγει έργο και η κατακόρυφη δύναμη (N) απορροφά έργο, ενώ αν η κίνηση γινόταν σε οριζόντιο επίπεδο έργο θα παρήγαγε μόνον η οριζόντια δύναμη (T_u). Η κίνηση σε κεκλιμένο επίπεδο προκαλεί εκτός από την ολίσθηση (διατμητική παραμόρφωση) και **διόγκωση του εδαφικού στοιχείου** (αύξηση του ύψους του), κατά την οποία η ορθή δύναμη (N) απορροφά έργο. Το πρόσθετο έργο της ορθής δύναμης λόγω διόγκωσης του εδαφικού στοιχείου εκφράζεται με την αυξημένη (κατά δ) γωνία τριβής. Αντίθετα, αν η γωνία (δ) είναι αρνητική τότε το ύψος του δοκιμίου

μειώνεται, δηλαδή το δοκίμιο συμπιέζεται και η ορθή δύναμη παράγει έργο. Στην περίπτωση αυτή η συμπίεση του δοκιμίου εκφράζεται με μείωση (κατά δ) της γωνίας τριβής.

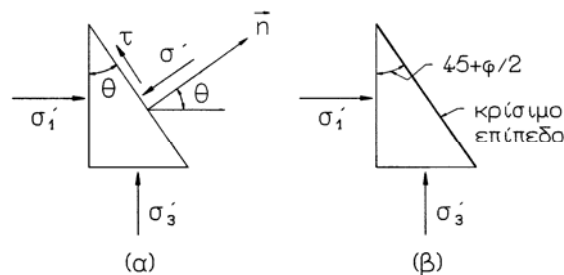
Στα προηγούμενα θεωρήθηκε ότι ο λόγος T_u/N είναι σταθερός, δηλαδή ότι η γωνία τριβής (ϕ) των κοκκωδών εδαφών είναι ανεξάρτητη από την επιβαλλόμενη ορθή δύναμη (N). Τούτο είναι ακριβές για μικρές μεταβολές της ορθής δύναμης (τάσης), ενώ για μεγαλύτερες μεταβολές εργαστηριακές μετρήσεις αποδεικνύουν ότι η γωνία (ϕ) μειώνεται ελαφρά με την αύξηση της ορθής τάσης. Η μείωση αυτή πρέπει να οφείλεται (τουλάχιστον μερικώς) σε αντίστοιχη μείωση της πραγματικής γωνίας τριβής (ϕ_μ), λόγω εξομάλυνσης των επαφών μεταξύ των κόκκων (θραύσης των γωνιών) στις υψηλότερες ορθές τάσεις. Η ανωτέρω μείωση της γωνίας (ϕ) είναι μικρή στο εύρος των ορθών τάσεων που συνήθως εμφανίζονται στα πρακτικά προβλήματα και κατά συνέπεια μπορεί να αμεληθεί στις περισσότερες περιπτώσεις.

9.3 Νόμοι Αστοχίας των Εδαφικών Υλικών

Στα επόμενα εξετάζεται χωριστά η συμπεριφορά των κοκκωδών (αμμωδών) και των συνεκτικών (αργίλικών) εδαφών.

9.3.1 Κοκκώδη εδάφη

Στο εδάφιο αυτό προσδιορίζονται οι κρίσιμοι συνδυασμοί των τάσεων που αντιστοιχούν σε καταστάσεις αστοχίας στα κοκκώδη εδάφη. Στα εδάφη αυτά η αστοχία συμβαίνει με γενικευμένη ολίσθηση μεταξύ των κόκκων και μακροσκοπικά εμφανίζεται σαν σχετική ολίσθηση (κίνηση) σε κάποιο επίπεδο, το οποίο ονομάζεται **επίπεδο αστοχίας**. Το Σχήμα 9.8 παρουσιάζει την κατάσταση αστοχίας ενός εδαφικού στοιχείου. Εάν σ' είναι η ενεργός ορθή τάση στο επίπεδο αστοχίας και τ η αντίστοιχη διατμητική τάση, σε αναλογία με τα προηγούμενα (εξίσωση 9.1) μπορεί να γραφεί ο ακόλουθος **νόμος αστοχίας** (νόμος Coulomb), που καθορίζει τους κρίσιμους συνδυασμούς αστοχίας των ενεργών τάσεων:



Σχ. 9.8: Αστοχία κοκκωδών εδαφών

Εάν σ' είναι η ενεργός ορθή τάση στο επίπεδο αστοχίας και τ η αντίστοιχη διατμητική τάση, σε αναλογία με τα προηγούμενα (εξίσωση 9.1) μπορεί να γραφεί ο ακόλουθος **νόμος αστοχίας** (νόμος Coulomb), που καθορίζει τους κρίσιμους συνδυασμούς αστοχίας των ενεργών τάσεων:

$$\tau = \sigma' \cdot \tan \phi \quad (9.6)$$

όπου ϕ είναι η γωνία τριβής του εδαφικού υλικού. Συνεπώς, αν σε **όλα** τα επίπεδα του εδαφικού στοιχείου οι ορθές και διατμητικές τάσεις σ' , τ είναι τέτοιες ώστε:

$$\tau - \sigma' \cdot \tan \phi < 0$$

το εδαφικό στοιχείο **δεν** αστοχεί. Αν, αντίθετα, σε **κάποιο** επίπεδο του εδαφικού στοιχείου ισχύει:

$$\tau - \sigma' \cdot \tan \phi = 0$$

το εδαφικό στοιχείο αστοχεί και μάλιστα η αστοχία (γενικευμένη ολίσθηση) συμβαίνει στο επίπεδο αυτό. Τέλος, η περίπτωση $\tau - \sigma' \cdot \tan \phi > 0$ δεν είναι δυνατόν να συμβεί, επειδή το υλικό θα έχει ήδη αστοχήσει.

Κατά το νόμο του Coulomb (εξίσωση 9.6) η αστοχία των κοκκωδών εδαφών διέπεται από τα γνωστά χαρακτηριστικά των νόμων της μηχανικής τριβής. Ειδικότερα, σε κάθε επίπεδο του εδαφικού στοιχείου ορίζεται η διαθέσιμη **διατμητική αντοχή** (τ_u) στο επίπεδο αυτό από τη σχέση:

$$\tau'_u = \sigma' \cdot \tan \phi$$

οπότε το εδαφικό στοιχείο αστοχεί όταν σε κάποιο επίπεδο (το επίπεδο αστοχίας) η διατμητική τάση (τ) γίνει ίση με τη διαθέσιμη διατμητική αντοχή (τ_u). Η αστοχία του εδάφους εκδηλώνεται με τη μορφή γενικευμένης ολίσθησης κατά μήκος του συγκεκριμένου επιπέδου αστοχίας. Αντίθετα, ένα εδαφικό στοιχείο **δεν** αστοχεί όταν σε **όλα** τα επίπεδα η διαθέσιμη διατμητική αντοχή είναι μεγαλύτερη από την υπάρχουσα διατμητική τάση. Θα πρέπει να τονισθεί ότι, κατά το νόμο του Coulomb για τα κοκκώδη εδάφη, το έδαφος **δεν** αστοχεί κατά μήκος του επιπέδου στο οποίο αναπτύσσεται η **μέγιστη διατμητική τάση** (όπως ίσως θα αναμενόταν) αλλά κατά μήκος ενός επιπέδου στο οποίο ο λόγος της διατμητικής τάσης (τ) προς την ορθή τάση (σ') έχει μια ορισμένη τιμή (είναι ίσος με $\tan \phi$).

Μία άλλη συνέπεια του νόμου του Coulomb για τα κοκκώδη εδάφη είναι ότι η διατμητική τους αντοχή μηδενίζεται όταν μηδενισθεί η ορθή τάση. Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο Κεφάλαιο, κατά τη ρευστοποίηση των κοκκωδών εδαφών οι ενεργές τάσεις μηδενίζονται οπότε μηδενίζεται και η διατμητική τους αντοχή και συνεπώς τα ρευστοποιημένα εδάφη συμπεριφέρονται σαν ρευστά (δεν μπορούν να αναλάβουν διατμητικές τάσεις).

Η μορφή του νόμου αστοχίας που δίνεται από τη σχέση (9.6) δεν είναι πρακτική επειδή κατά τον έλεγχο της αστοχίας απαιτεί τον υπολογισμό των ορθών και διατμητικών τάσεων σε όλες τις διευθύνσεις επιπέδων του εδαφικού στοιχείου. Στα επόμενα δίνεται μια περισσότερο εύχρηστη έκφραση του νόμου αστοχίας του Coulomb. Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάστηκαν οι σχέσεις που εκφράζουν την ορθή και διατμητική τάση σε τυχόν επίπεδο που σχηματίζει γωνία θ ως προς το επίπεδο της μέγιστης κύριας τάσης (σ'_1) (βλέπε Σχήμα 9.8α) και είναι παράλληλο με τον άξονα της σ'_2 . Οι σχέσεις αυτές είναι:

$$\sigma'(\theta) = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} + \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} \cos 2\theta$$

$$\tau(\theta) = \frac{1}{2} (\sigma'_1 - \sigma'_3) \sin 2\theta$$

οπότε:

$$f(\theta) \equiv \tau - \sigma' \cdot \tan \phi = \left(\frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} \right) (\sin 2\theta - \cos 2\theta \cdot \tan \phi) - \left(\frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} \right) \tan \phi \quad (9.7)$$

Το δυσμενέστερο επίπεδο για να συμβεί ολίσθηση (αστοχία) είναι εκείνο στο οποίο η τιμή της f γίνεται **μέγιστη**, δηλαδή εκείνο στο οποίο:

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = 0$$

Με παραγωγή της σχέσης (9.7) προκύπτει η εξίσωση:

$$1 + \tan 2\theta \cdot \tan \phi = 0$$

η οποία επιλύεται ως προς θ και δίνει:

$$\theta = \theta_{cr} = 45 + \frac{\phi}{2}$$

δηλαδή το δυσμενέστερο επίπεδο για να αστοχήσει είναι αυτό που σχηματίζει γωνία $45 + \phi/2$ ως προς το επίπεδο της σ'_1 (Σχήμα 9.8β). Στο επίπεδο αυτό η τιμή της f υπολογίζεται από τη σχέση (9.7) και είναι:

$$f(\theta_{cr}) = \frac{1}{2} \left\{ (\sigma'_1 - \sigma'_3) \frac{1}{\cos \phi} - (\sigma'_1 + \sigma'_3) \right\}$$

Αστοχία στο επίπεδο αυτό συμβαίνει, αν $f = 0$, δηλαδή αν:

$$\frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{\sigma'_1 + \sigma'_3} = \cos \phi$$

ή, ισοδύναμα:

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 \cdot \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) \quad (9.8)$$

Η σχέση αυτή εκφράζει τους κρίσιμους συνδυασμούς των κύριων ενεργών τάσεων που οδηγούν σε αστοχία και είναι ισοδύναμη με το νόμο αστοχίας του Coulomb (εξίσωση 9.6).

Η γραφική παράσταση του νόμου αστοχίας του Coulomb φαίνεται στο Σχήμα 9.9, είναι ευθεία με κλίση ϕ και ονομάζεται **περιβάλλουσα Coulomb** ή περιβάλλουσα αστοχίας. Από την εξίσωση (9.8) προκύπτει ότι, όταν ο κύκλος Mohr που παριστάνει την εντατική κατάσταση σε ένα σημείο του εδάφους εφάπτεται στην περιβάλλουσα αστοχίας (όπως ο κύκλος II), τότε η εντατική κατάσταση στο σημείο αυτό είναι κατάσταση αστοχίας. Πράγματι, το επίπεδο που αντιστοιχεί στο σημείο A του κύκλου Mohr έχει ορθές και διατμητικές τάσεις σ'_A, τ_A , τέτοιες ώστε:

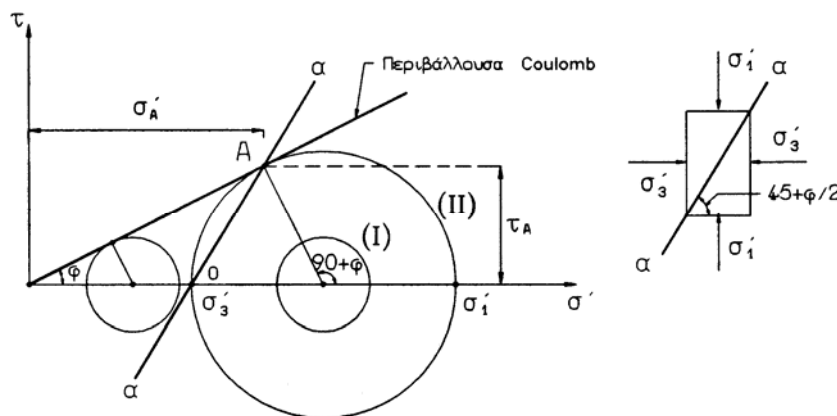
$$\tau_A = \sigma'_A \cdot \tan \phi$$

δηλαδή τάσεις που ικανοποιούν το νόμο αστοχίας του Coulomb. Η διατμητική τάση (τ_A) στο επίπεδο αστοχίας κατά την αστοχία του εδαφικού στοιχείου ονομάζεται **διατμητική αντοχή στο επίπεδο αστοχίας**.

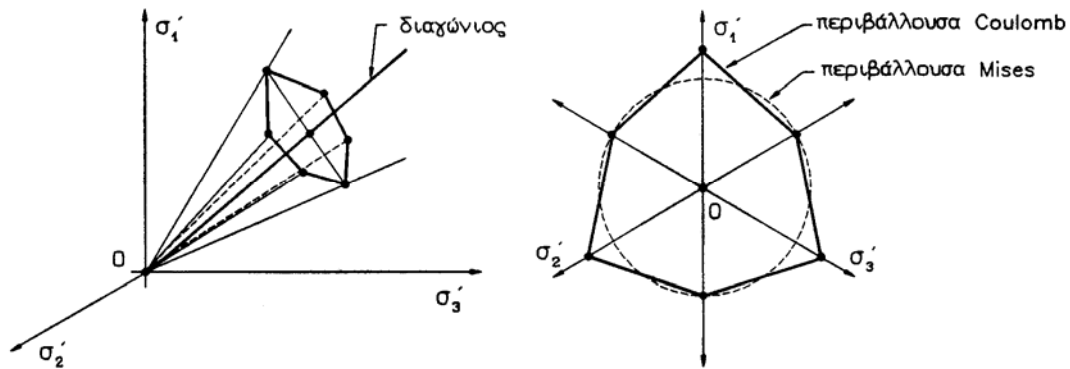
Γενικότερα, η περιβάλλουσα Coulomb έχει τις εξής ιδιότητες:

1. Όταν η εντατική κατάσταση σε ένα σημείο του εδάφους (εδαφικό στοιχείο) παριστάνεται με κύκλο Mohr που δεν τέμνει την περιβάλλουσα αστοχίας (όπως π.χ. ο κύκλος I), τότε η κατάσταση του εδαφικού στοιχείου είναι ευσταθής.
2. Όταν η εντατική κατάσταση σε ένα σημείο του εδάφους παριστάνεται με κύκλο Mohr που εφάπτεται στην περιβάλλουσα αστοχίας (όπως ο κύκλος II), τότε το εδαφικό στοιχείο αστοχεί και μάλιστα η ολίσθηση συμβαίνει κατά μήκος ενός επιπέδου (α) που παριστάνεται στον κύκλο Mohr με το σημείο (A), το σημείο επαφής του κύκλου με την περιβάλλουσα αστοχίας.
3. Εντατική κατάσταση κατά την οποία ο κύκλος Mohr τέμνει την περιβάλλουσα είναι ανέφικτη, επειδή αντιστοιχεί σε διατμητικές τάσεις μεγαλύτερες από τη διατμητική αντοχή του εδάφους στα επίπεδα που παριστάνονται με σημεία του κύκλου Mohr πάνω από την περιβάλλουσα.

Η εξίσωση (9.8), που εκφράζει τη συνθήκη αστοχίας κατά Coulomb, προέκυψε μόνο με τη θεώρηση επιπέδων που είναι παράλληλα προς τον άξονα της σ'_2 και συνεπώς



Σχ. 9.9: Περιβάλλουσα αστοχίας Coulomb σε άμμους



Σχ. 9.10: Κριτήριο αστοχίας Coulomb σε άμμους

η μαθηματική της έκφραση δεν περιλαμβάνει την ενδιάμεση συνιστώσα των τάσεων σ'_2 . Εφόσον η τάση σ'_2 έχει τιμή μεταξύ των σ'_1 και σ'_3 , η ανωτέρω παραδοχή είναι ακριβής. Στη γενική, όμως, περίπτωση κατά την οποία δεν γίνεται καμία παραδοχή ως προς τα σχετικά μεγέθη των κυρίων τάσεων, οι κρίσιμοι συνδυασμοί αστοχίας παριστάνονται γραφικά στον τριδιάστατο χώρο των κυρίων τάσεων $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ με τη στρεβλή εξάπλευρη πυραμίδα που έχει κορυφή στην αρχή των αξόνων και φαίνεται στο Σχήμα 9.10. Από το σχήμα αυτό προκύπτει ότι τα εδαφικά υλικά δεν μπορούν να οδηγηθούν σε αστοχία με ισότροπη συμπίεση. Πράγματι, η τασική διαδρομή της ισότροπης συμπίεσης αντιστοιχεί στη διαγώνιο του χώρου των κυρίων τάσεων ($\sigma'_1 = \sigma'_2 = \sigma'_3$), η οποία **δεν** τέμνει την περιβάλλουσα αστοχίας του Coulomb.

Τέλος, η αντοχή των κοκκωδών εδαφών εξαρτάται αποκλειστικά από την ύπαρξη ορθών ενεργών τάσεων και συνεπώς μηδενίζεται όταν οι ενεργές τάσεις μηδενισθούν. Πράγματι, μία άμμος δεν μπορεί να δημιουργήσει κατακόρυφο πρσανές επειδή στο μέτωπό του η ορθή πίεση είναι μηδέν (ατμοσφαιρική), οπότε η αντοχή του είναι μηδέν και το πρσανές καταρρέει. Το φαινόμενο αυτό παρατηρείται σε ξηρές άμμους και σε πλήρως κορεσμένες άμμους (π.χ. κάτω από τη στάθμη της θάλασσας). Αντίθετα, μια υγρή άμμος συχνά μπορεί να σταθεί με κατακόρυφο μέτωπο (παράδειγμα: οι παιδικοί πύργοι στην άμμο της παραλίας). Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στις τριχοειδείς δυνάμεις που δημιουργούν οι μηνίσκοι του νερού στα κενά της μερικώς κορεσμένης άμμου. Η πίεση του νερού (u) στο εσωτερικό των μηνίσκων είναι αρνητική και, επειδή η ολική τάση είναι μηδέν (ατμοσφαιρική), κατά τον ορισμό των ενεργών τάσεων: $\sigma' = \sigma - u = -u = 0$, δηλαδή η ενεργός τάση είναι θετική και μάλιστα ίση και αντίθετη με την αρνητική πίεση του νερού των μηνίσκων (η οποία μπορεί να είναι πολύ μεγάλη ιδιαίτερα σε λεπτόκοκκες άμμους). Η ενεργός αυτή τάση προσδίνει διατμητική αντοχή στην άμμο και έτσι μπορεί να στέκεται σε κατακόρυφο μέτωπο. Όταν όμως η άμμος ξηρανθεί, οι μηνίσκοι εξαφανίζονται, οπότε η ενεργός τάση μηδενίζεται και μαζί της μηδενίζεται και η διατμητική αντοχή (οι πύργοι στην άμμο καταρρέουν...).

9.3.2 Συνεκτικά εδάφη

Στα συνεκτικά ή αργιλικά εδάφη η διατμητική αντοχή οφείλεται αφενός μεν στη μηχανική τριβή μεταξύ των κόκκων, αφετέρου δε στην πραγματική συγκόλληση (συνοχή) των κόκκων. Η συνοχή αυτή αναπτύσσεται είτε λόγω της πραγματικής σιμέντωσης μεταξύ των κόκκων είτε, γενικότερα, λόγω ηλεκτροχημικών δυνάμεων συνάφειας μεταξύ των προσροφημένων διπλών στρώσεων και των αργιλικών πλακιδίων. Αντίθετα, στα κοκκώδη εδάφη η διατμητική αντοχή οφείλεται αποκλειστικά στη μηχανική τριβή μεταξύ των κόκκων. Από τα ανωτέρω εξηγείται και η διαφορετική

συμπεριφορά των άμμων και των αργίλων κατά την αστοχία. Ειδικότερα, η διατμητική αντοχή των αμμωδών εδαφών εξαρτάται αποκλειστικά από την ύπαρξη ορθής ενεργού τάσης (πίεσης), οπότε όταν η τάση αυτή μηδενισθεί μηδενίζεται και η αντοχή τους. Αντίθετα, τα αργιλικά εδάφη παρουσιάζουν (όχι όμως πάντοτε, όπως θα αναφερθεί στα επόμενα) **πραγματική συνοχή** και έτσι εμφανίζουν διατμητική αντοχή ακόμη και όταν η ορθή τάση είναι μηδέν (παραδείγματα: τα κατακόρυφα πρηνή ύψους αρκετών μέτρων σε αργιλικά εδάφη κατά τις εκσκαφές για την κατασκευή υπογείων χώρων).

Εργαστηριακές μετρήσεις της διατμητικής αντοχής συνεκτικών εδαφών (όπως π.χ. τα κλασσικά πειράματα του Hvorslev στην άργιλο Wiener Tegel) οδηγούν στην ακόλουθη έκφραση του **νόμου αστοχίας** των αργιλικών εδαφών:

$$\tau = c + \sigma' \cdot \tan \phi \tag{9.9}$$

όπου ϕ είναι η **γωνία τριβής** και c η **πραγματική συνοχή** του υλικού. Η γωνία τριβής και η συνοχή ονομάζονται **παράμετροι διατμητικής αντοχής**. Όπως η γωνία τριβής έτσι και η πραγματική συνοχή **δεν** είναι ιδιότητα του υλικού και, συνεπώς, δεν είναι σταθερή αλλά εξαρτάται από την προϊστορία των φορτίσεων και άλλους παράγοντες (όπως θα αναφερθεί στα επόμενα). Όπως στις άμμους έτσι και στις αργίλους, όταν η διατμητική τάση (τ) σε **όλα** τα επίπεδα ενός εδαφικού στοιχείου είναι μικρότερη από την αντίστοιχη διαθέσιμη διατμητική αντοχή ($\tau_u \equiv c + \sigma' \cdot \tan \phi$), το εδαφικό στοιχείο δεν αστοχεί. Αντίθετα, αν σε **κάποιο** επίπεδο του εδαφικού στοιχείου η διατμητική τάση είναι ίση με τη διαθέσιμη διατμητική αντοχή (δηλαδή ικανοποιείται η εξίσωση 9.9), τότε το εδαφικό στοιχείο αστοχεί και μάλιστα η αστοχία εκδηλώνεται με ολίσθηση κατά μήκος του επιπέδου αυτού (επίπεδο αστοχίας). Ανάλογη διαδικασία με αυτήν που αναπτύχθηκε προηγουμένως για τα αμμώδη υλικά οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η συνάρτηση:

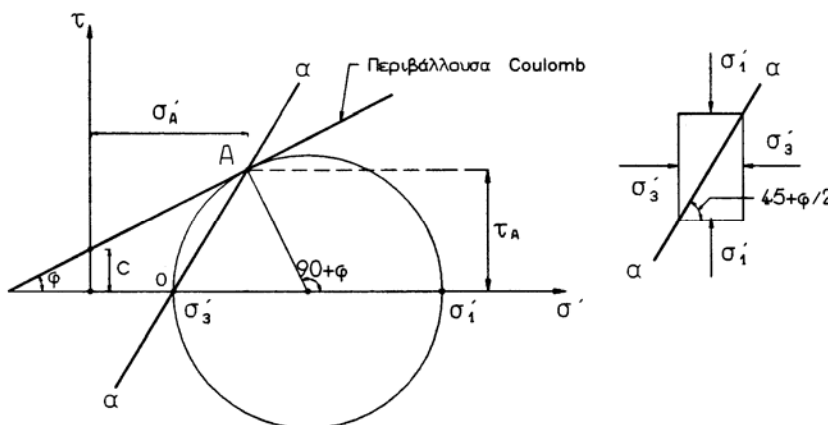
$$f(\theta) = \tau - \{c + \sigma' \cdot \tan \phi\}$$

έχει και πάλι μέγιστη τιμή, όταν:

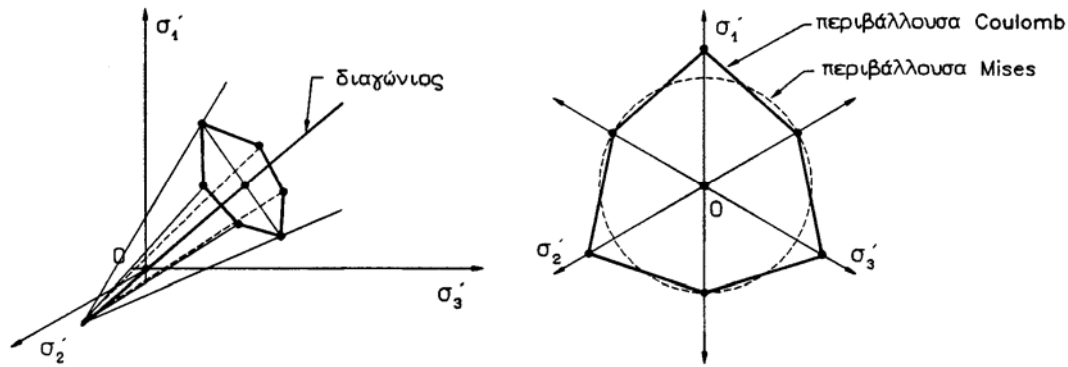
$$\theta = \theta_{cr} = 45 + \frac{\phi}{2}$$

δηλαδή το κρίσιμο επίπεδο (επίπεδο αστοχίας) σχηματίζει και πάλι γωνία θ_{cr} ως προς το επίπεδο της μέγιστης κύριας τάσης. Τέλος, η εξίσωση $f(\theta_{cr}) = 0$ καταλήγει στην έκφραση του νόμου αστοχίας ως προς τις κύριες τάσεις (για την περίπτωση επιπέδων παράλληλων προς τον άξονα της σ'_2):

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 \cdot \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) + 2c \cdot \tan \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) \tag{9.10}$$



Σχ. 9.11: Περιβάλλουσα αστοχίας Coulomb σε αργίλους



Σχ. 9.12: Κριτήριο αστοχίας Coulomb σε αργίλους

η οποία είναι ισοδύναμη με την (9.9). Η γραφική παράσταση του νόμου αστοχίας για συνεκτικά εδάφη φαίνεται στο Σχήμα 9.11 (περιβάλλουσα Coulomb). Στο ίδιο σχήμα φαίνεται και ο κύκλος Mohr που παριστάνει την εντατική κατάσταση στο εδαφικό στοιχείο. Ο κύκλος Mohr εφάπτεται στην περιβάλλουσα αστοχίας και συνεπώς το εδαφικό στοιχείο αστοχεί. Συγκεκριμένα, στο επίπεδο (αα), που παριστάνεται από το σημείο A του κύκλου Mohr, αναπτύσσεται ο κρίσιμος συνδυασμός ορθής και διατμητικής τάσης που ικανοποιεί τις σχέσεις (9.9) και (9.10) και συνεπώς το επίπεδο αυτό είναι επίπεδο αστοχίας.

Όπως και στην περίπτωση των αμμωδών εδαφών, η σχέση (9.10) που εκφράζει το νόμο αστοχίας συναρτήσεως των κυρίων τάσεων αναφέρεται μόνο σε επίπεδα παράλληλα προς τον άξονα της σ_2' , επειδή θεωρεί ότι η τάση σ_2' είναι η ενδιάμεση κύρια τάση. Για την περίπτωση τυχαίας διάταξης των κυρίων τάσεων η γενική έκφραση του νόμου αστοχίας παριστάνεται γραφικά με τη στρεβλή εξάπλευρη πυραμίδα που φαίνεται στο Σχήμα 9.12. Η κορυφή της πυραμίδας συνήθως ταυτίζεται με την αρχή των αξόνων, επειδή τα αργιλικά εδάφη συνήθως εμφανίζουν συνοχή. Και στην περίπτωση των αργιλικών εδαφών ένα στοιχείο δεν αστοχεί όταν καταπονηθεί σε ισότροπη συμπίεση (τασική διαδρομή κατά μήκος της διαγωνίου).

Όσον αφορά τις τιμές των παραμέτρων διατμητικής αντοχής των αργιλικών εδαφών, δηλαδή της γωνίας τριβής και της συνοχής, παρατηρούνται τα εξής:

1. Οι κανονικά στερεοποιημένες άργιλοι, οι άργιλοι δηλαδή που δεν έχουν υποστεί στο παρελθόν μεγαλύτερη "συμπύεση" από αυτή στην οποία υποβάλλονται κατά τη δοκιμή προσδιορισμού των παραμέτρων διατμητικής αντοχής, συνήθως δεν εμφανίζουν συνοχή ($c = 0$), οπότε η περιβάλλουσα αστοχίας των υλικών αυτών είναι ευθύγραμμη και διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Η κλίση της περιβάλλουσας αστοχίας είναι σταθερή ϕ_{NC} και ονομάζεται **γωνία τριβής της κανονικά στερεοποιημένης άργιλου**.
2. Οι υπερστερεοποιημένες άργιλοι, οι άργιλοι δηλαδή που έχουν υποβληθεί στο παρελθόν σε "συμπύεση" (τάση προστερεοποίησης) μεγαλύτερη από αυτή στην οποία υποβάλλονται κατά τη δοκιμή προσδιορισμού των παραμέτρων διατμητικής αντοχής, εμφανίζουν μη-μηδενική συνοχή και γωνία τριβής ϕ_{OC} μικρότερη από τη γωνία ϕ_{NC} του ίδιου υλικού. Η γωνία ϕ_{OC} είναι πρακτικά σταθερή για μια συγκεκριμένη άργιλο, δηλαδή ανεξάρτητη της τιμής της τάσης προστερεοποίησης. Αντίθετα, η συνοχή εξαρτάται από τον εκάστοτε δείκτη πόρων (e) (ή ισοδύναμα τη φυσική υγρασία) και μάλιστα αυξάνει όσο μειώνεται ο δείκτης πόρων. Ειδικότερα, ο Hvorslev πρότεινε μια σχέση της μορφής:

$$c = c(e) = a \cdot \exp\left(\frac{e_0 - e}{\lambda}\right)$$

όπου α , e_0 , λ είναι σταθερές του υλικού. Η σχέση αυτή παριστάνεται με μία ευθεία σε διάγραμμα (e , $\log c$). Θα πρέπει να σημειωθεί ότι, λόγω της μικρής συμπιεστότητας των υπερστερεοποιημένων αργίλων, το εύρος διακύμανσης των τιμών του δείκτη πόρων (e) είναι μικρό και συνεπώς η συνοχή δεν μεταβάλλεται σημαντικά. Δεδομένης δε και της τυχαίας μεταβλητότητας των εδαφικών υλικών στις συνήθεις εφαρμογές, συχνά θεωρείται ότι η συνοχή είναι σταθερή.

Συνοψίζοντας, στις πρακτικές εφαρμογές συνήθως γίνονται οι εξής παραδοχές:

α) Κανονικά στερεοποιημένες άργιλοι: $c = 0$, $\phi = \phi_{NC} = \text{σταθ.}$

β) Υπερστερεοποιημένες άργιλοι: $c = \text{σταθ.}$, $\phi = \phi_{OC} = \text{σταθ.}$

όπου: $\phi_{OC} < \phi_{NC}$.

9.4 Εργαστηριακές Δοκιμές Μέτρησης της Διατμητικής Αντοχής των Εδαφών

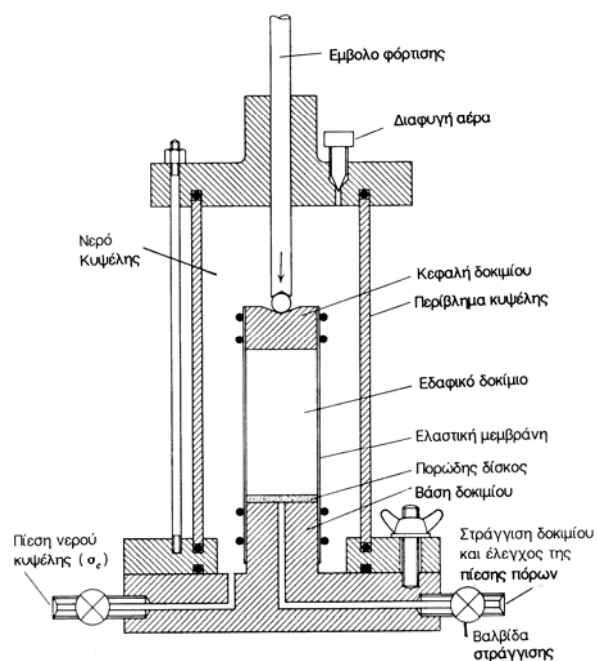
9.4.1 Εισαγωγή

Στο εδάφιο αυτό περιγράφονται συνοπτικά οι κυριότερες εργαστηριακές δοκιμές που χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση των παραμέτρων διατμητικής αντοχής των εδαφών. Επειδή κατά τις δοκιμές αυτές καταγράφεται και η συμπεριφορά των δοκιμίων πριν από την αστοχία, προσδιορίζονται συνήθως και τα χαρακτηριστικά παραμορφωσιμότητας των εδαφών, όπως η συμπιεστότητα και οι παράμετροι της στερεοποίησης. Οι κυριότερες δοκιμές μέτρησης της διατμητικής αντοχής των εδαφών είναι:

1. Η κυλινδρική τριαξονική φόρτιση.
2. Η δοκιμή απευθείας διάτμησης.
3. Η δοκιμή απλής διάτμησης.

9.4.2 Η δοκιμή της Κυλινδρικής Τριαξονικής Φόρτισης

Το Σχήμα 9.13 παρουσιάζει μια τυπική διάταξη για την εκτέλεση της δοκιμής κυλινδρικής τριαξονικής φόρτισης. Το κυλινδρικό εδαφικό δοκίμιο περιβάλλεται με μια (αδιαπέρατη) ελαστική μεμβράνη, ενώ στη βάση και στην κεφαλή του είναι τοποθετημένοι άκαμπτοι πορώδεις δίσκοι. Το δοκίμιο τοποθετείται στο εσωτερικό μιας κυλινδρικής κυψέλης, η οποία στη συνέχεια πληρώνεται με νερό που μπορεί να τεθεί υπό ελεγχόμενη πίεση. Τέλος, το έμβολο στο κέντρο της κυψέλης μπορεί να κινηθεί στην κατακόρυφη διεύθυνση και να συμπίεσει το δοκίμιο, αν του επιβληθεί μια κατάλληλη εξωτερική φόρτιση. Αν z είναι ο κατακόρυφος άξονας του



Σχ. 9.13: Συσσκευή κυλινδρικής τριαξονικής φόρτισης

συστήματος, στο κυλινδρικό εδαφικό δοκίμιο μπορεί να επιβληθεί η εξής εντατική κατάσταση:

1. Στην περιφέρεια του δοκιμίου ασκείται η πίεση του νερού της κυψέλης (ορθή τάση), δηλαδή $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_c$, όπου σ_c είναι η πίεση του νερού της κυψέλης.
2. Η εξωτερική δύναμη που ασκείται στο έμβολο (αλλά και η πίεση του νερού της κυψέλης, η οποία εφαρμόζεται και στην κεφαλή του δοκιμίου) επιβάλλουν στο δοκίμιο μια κατακόρυφη ορθή τάση σ_z ($\sigma_z \geq \sigma_c$).

Σύμφωνα με τα παραπάνω, υπό ορισμένες προϋποθέσεις¹, η εντατική κατάσταση στο δοκίμιο είναι ομοιόμορφη και αξονοσυμμετρική και οι κύριοι άξονες των τάσεων (αλλά και των παραμορφώσεων) είναι παράλληλοι με τους άξονες του δοκιμίου. Επιπλέον, οι συνθήκες φόρτισης στο έμβολο είναι τέτοιες, ώστε η μέγιστη κύρια τάση (σ_1) είναι κατακόρυφη (δηλαδή ασκείται σε οριζόντιο επίπεδο), ενώ οι δύο άλλες κύριες τάσεις είναι ίσες μεταξύ τους ($\sigma_2 = \sigma_3$) και ασκούνται σε κατακόρυφα επίπεδα.

Ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό της δοκιμής της κυλινδρικής τριαξονικής φόρτισης είναι ο **έλεγχος της στράγγισης και της υδατικής πίεσης στο εσωτερικό του δοκιμίου**. Στο Σχήμα 9.13 φαίνεται ο αγωγός που συνδέει τον πορώδη δίσκο στη βάση του δοκιμίου διαμέσου της βάσης της κυψέλης με τον εξωτερικό χώρο (αγωγός στράγγισης). Ο αγωγός αυτός μπορεί να συνδεθεί με ένα σύστημα επιβολής πίεσης, οπότε η υδατική πίεση στο εσωτερικό του δοκιμίου (πίεση πόρων) μπορεί να ελέγχεται. Σε ορισμένες περιπτώσεις ο αγωγός στράγγισης επικοινωνεί ελεύθερα με τον εξωτερικό χώρο χωρίς την παρεμβολή ειδικού συστήματος επιβολής υδατικής πίεσης. Και στην περίπτωση, όμως, αυτή η πίεση στο σύστημα στράγγισης ελέγχεται, δεδομένου ότι στην ουσία διατηρείται σταθερή και ίση με την ατμοσφαιρική πίεση. Τέλος, η κεφαλή του δοκιμίου μπορεί επίσης να συνδεθεί με σύστημα επιβολής πίεσης διαμέσου κατάλληλου εύκαμπτου σωληνίσκου, οπότε και η υδατική πίεση στην κεφαλή του δοκιμίου ελέγχεται είτε ανεξάρτητα είτε με το ίδιο σύστημα που ελέγχει την πίεση πόρων στη βάση του δοκιμίου.

Ειδικότερα:

1. Εάν η βαλβίδα στράγγισης που επιτρέπει την επικοινωνία του εσωτερικού του δοκιμίου με το σύστημα ελέγχου της πίεσης πόρων είναι **κλειστή**, παρεμποδίζεται η διαφυγή νερού από το εσωτερικό του δοκιμίου (ή η εισρόφηση νερού από το δοκίμιο), οπότε η παραμόρφωση του εδάφους γίνεται υπό σταθερό όγκο. Ο τύπος αυτός της φόρτισης ονομάζεται **αστράγγιστη φόρτιση** ή φόρτιση υπό αστράγγιστες συνθήκες, επειδή η στράγγιση του δοκιμίου παρεμποδίζεται. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι, εφόσον κατά τη δοκιμή παρεμποδίζεται η στράγγιση του δοκιμίου, η υδατική πίεση πόρων στο εσωτερικό του δοκιμίου μεταβάλλεται ώστε να ικανοποιηθεί η συνθήκη της μή-μεταβολής του όγκου. Ο αγωγός στράγγισης συνήθως συνδέεται με ένα καταγραφέα της υδατικής πίεσης (pore pressure transducer), με τον οποίο μετράται η μεταβαλλόμενη υδατική πίεση στο εσωτερικό του δοκιμίου. Η μέτρηση της υδατικής πίεσης είναι απαραίτητη για τον υπολογισμό των ενεργών τάσεων του δοκιμίου ($\sigma'_i = \sigma_i - u$) από τις οποίες, ως γνωστόν, εξαρτάται η διατμητική αντοχή.
2. Εάν η βαλβίδα στράγγισης διατηρείται **ανοικτή**, το σύστημα επιβολής της υδατικής πίεσης βρίσκεται σε ελεύθερη επικοινωνία με το εσωτερικό του δοκιμίου και έτσι μπορεί να διατηρεί οποιαδήποτε σταθερή πίεση στο εσωτερικό του

¹κατακορυφότητα του δοκιμίου, κεντρική εφαρμογή του αξονικού φορτίου, περιορισμένη τριβή μεταξύ δοκιμίου και πορωδών δίσκων και τέλος, αρχικώς ισότροπη συμπεριφορά του εδαφικού δείγματος ή τουλάχιστον ανισότροπη με τους κύριους άξονες ανισοτροπίας παράλληλους με τους άξονες του δοκιμίου

δοκιμίου. Ο μόνος περιορισμός (εκτός προφανώς από τους περιορισμούς μηχανικής αντοχής των υλικών του συστήματος κυψέλης, αγωγών κλπ.) είναι ότι η επιβαλλόμενη υδατική πίεση στο εσωτερικό του δοκιμίου πρέπει να είναι μικρότερη από την πίεση του νερού της κυψέλης (σ_c), αλλιώς η ελαστική μεμβράνη που περιβάλλει το δοκίμιο θα φουσκώσει, επειδή στο εσωτερικό της επιβάλλεται πίεση μεγαλύτερη απ' ό,τι στο εξωτερικό της. Στην περίπτωση επιβολής σταθερής υδατικής πίεσης στη βάση (ή/και την κεφαλή) του δοκιμίου, η διαφυγή νερού από το δοκίμιο ή η είσοδος νερού στο δοκίμιο διαμέσου του αγωγού στράγγισης δεν παρεμποδίζονται. Ειδικότερα, αν κατά τη φόρτιση του δοκιμίου το εδαφικό υλικό τείνει να **συμπιεσθεί** (δηλαδή να μειωθεί ο όγκος του), εφόσον το δοκίμιο είναι κορεσμένο, η μείωση του όγκου θα συνοδευθεί από τη διαφυγή ίσου όγκου νερού των πόρων διαμέσου του αγωγού στράγγισης προς τον εξωτερικό χώρο. Στην περίπτωση που η φόρτιση είναι αρκετά ταχεία και δεν διατίθεται επαρκής χρόνος για τη διαφυγή του νερού των πόρων, οι υδατικές πιέσεις στο εσωτερικό του δοκιμίου θα αυξηθούν, με συνέπεια η στράγγιση του δοκιμίου να μην είναι πλήρης. Αν, αντίθετα, κατά τη φόρτιση του δοκιμίου το εδαφικό υλικό τείνει να **διογκωθεί** (δηλαδή να αυξηθεί ο όγκος του), τότε το δοκίμιο θα εισροφήσει νερό από τον εξωτερικό χώρο διαμέσου του αγωγού στράγγισης. Και στην περίπτωση αυτή, αν η φόρτιση είναι αρκετά ταχεία, θα δημιουργηθούν υποπίεσεις στο εσωτερικό του δοκιμίου με συνέπεια την ανεπαρκή εισρόφηση νερού. Όταν η φόρτιση του δοκιμίου είναι αρκετά αργή, ώστε σε όλη τη διάρκεια της δοκιμής η πίεση πόρων στο εσωτερικό του δοκιμίου να είναι ίση με την εξωτερικώς επιβαλλόμενη στη βάση (ή/και την κεφαλή) του δοκιμίου, η φόρτιση ονομάζεται **πλήρως στραγγισμένη**.

Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις η μεταβολή του όγκου του δοκιμίου ισούται με τον όγκο του νερού που διαφεύγει ή εισρέει στο δοκίμιο, εφόσον το δοκίμιο είναι πλήρως κορεσμένο. Η μεταβολή του όγκου του δοκιμίου μετράται με κατάλληλο σύστημα συνδεδεμένο με τον αγωγό στράγγισης του δοκιμίου.

Συνοψίζοντας, τα συστήματα ελέγχου της δοκιμής κυλινδρικής τριαξονικής φόρτισης είναι :

1. Το σύστημα επιβολής της πλευρικής πίεσης ή **πίεσης κυψέλης** (σ_c).
2. Το σύστημα επιβολής της υδατικής πίεσης πόρων ή **αντιπίεσης πόρων** (u) στο εσωτερικό του δοκιμίου καθώς και το σύστημα μέτρησης της μεταβολής του όγκου του δοκιμίου με τη **μέτρηση του όγκου** (ΔV) του νερού που εισρέει στο δοκίμιο ή διαφεύγει από αυτό.
3. Το σύστημα επιβολής φόρτισης στο κατακόρυφο έμβολο που επιβάλλει είτε συγκεκριμένο φορτίο είτε συγκεκριμένη μετακίνηση. Κατά τη φόρτιση μετράται η **μετακίνηση του εμβόλου**, που ισούται με τη μεταβολή του μήκους του δοκιμίου, καθώς και το **φορτίο του εμβόλου**.

Η συνήθης διαδικασία εκτέλεσης της δοκιμής κυλινδρικής τριαξονικής φόρτισης είναι η εξής:

9.4.2.1 Κορεσμός του Δοκιμίου

Μετά την τοποθέτηση του εδαφικού δοκιμίου στο εσωτερικό της κυψέλης και την πλήρωση της κυψέλης με νερό, επιχειρείται ο κορεσμός του δοκιμίου, δηλαδή η πλήρωση των πόρων του με νερό. Τούτο επιτυγχάνεται συνήθως με την αύξηση της πίεσης του νερού των πόρων και τη **διάλυση** της (μικρής γενικά) ποσότητας του αέρα που υπάρχει στους πόρους, επειδή η διαλυτότητα των αερίων στο νερό αυξάνει σημαντικά με την αύξηση της πίεσης (όπως στο παράδειγμα των αεριούχων αναψυκτικών που το εν διαλύσει αέριο διαφεύγει αμέσως μόλις ανοιχθεί το μπουκάλι

και μειωθεί η εσωτερική πίεση). Προφανώς, η αύξηση της αντιπίεσης πόρων πρέπει να συνοδεύεται και από ισόποση αύξηση της πίεσης της κυψέλης, για να αποφευχθεί η διόγκωση της μεμβράνης που περιβάλλει το δοκίμιο. Έτσι, η πίεση της κυψέλης και η αντιπίεση πόρων αυξάνονται βαθμιαία και ισόποσα, μέχρι να επιτευχθεί ο κορεσμός του δοκιμίου.

Ο έλεγχος του βαθμού κορεσμού που έχει επιτευχθεί γίνεται με τη **μέθοδο του συντελεστή B** . Η μέθοδος αυτή βασίζεται στη μεγάλη διαφορά συμπιεστότητας μεταξύ του νερού των πόρων και του εδαφικού σκελετού, με συνέπεια, όταν σε ένα κορεσμένο εδαφικό δοκίμιο αυξηθεί ισότροπα η επιβαλλόμενη ολική πίεση (κατά $\Delta\sigma$) χωρίς μεταβολή του όγκου, η πίεση πόρων να αυξάνει ισόποσα, δηλαδή: $\Delta u = \Delta\sigma$. Όταν το δοκίμιο δεν είναι πλήρως κορεσμένο, η αναπτυσσόμενη υπερπίεση πόρων είναι μικρότερη, δηλαδή $\Delta u < \Delta\sigma$. Με βάση τα ανωτέρω μπορεί να θεωρηθεί ότι ο συντελεστής:

$$B \equiv \frac{\Delta u}{\Delta\sigma}$$

συνδέεται με το βαθμό κορεσμού (S) του δοκιμίου, με την έννοια ότι όταν το δοκίμιο είναι πλήρως κορεσμένο (δηλαδή $S = 1$) τότε $B = 1$, ενώ όσο μικρότερη είναι η μετρούμενη τιμή του B τόσο μικρότερος είναι και ο βαθμός κορεσμού. Βεβαίως, τα ανωτέρω ισχύουν σε μαλακά σχετικά εδάφη, όπου πράγματι η συμπιεστότητα του εδαφικού σκελετού είναι πολύ μεγαλύτερη από τη συμπιεστότητα του νερού των πόρων. Σε σκληρά εδάφη (ημιβράχους, σκληρές αργίλους κλπ.), στα οποία η διαφορά συμπιεστότητας σκελετού-νερού δεν είναι πολύ μεγάλη, ο συντελεστής B είναι μικρότερος της μονάδος ακόμη και όταν είναι πλήρως κορεσμένα.

Συνοψίζοντας, η μέτρηση του B γίνεται με αύξηση της πίεσης του νερού της κυψέλης κατά $\Delta\sigma_c$, ενώ διατηρείται κλειστή η βαλβίδα στράγγισης (αστράγγιστες συνθήκες) και μετράται η αναπτυσσόμενη υπερπίεση πόρων Δu , οπότε:

$$B = \frac{\Delta u}{\Delta\sigma_c}$$

"Πλήρης" κορεσμός θεωρείται ότι έχει επιτευχθεί στα συνήθη εδάφη για τιμές του B πάνω από 0.95.

9.4.2.2 Στερεοποίηση του Δοκιμίου

Αναφέρθηκε σε προηγούμενο εδάφιο ότι η διατμητική αντοχή των εδαφών εξαρτάται από τις επιβαλλόμενες ενεργές τάσεις. Συνεπώς, ένας από τους σκοπούς της δοκιμής της κυλινδρικής τριαξονικής φόρτισης είναι η μέτρηση της διατμητικής αντοχής για διάφορες τιμές των ενεργών τάσεων. Με τη μέθοδο αυτή προκύπτουν περισσότεροι του ενός κύκλοι (Mohr) αστοχίας, οπότε η περιβάλλουσα αστοχίας μπορεί να προσδιορισθεί σαν η κοινή τους εφαπτομένη.

Συχνά επίσης είναι επιθυμητός ο προσδιορισμός της διατμητικής αντοχής σε κάποιο βάθος κάτω από την επιφάνεια του εδάφους. Στην περίπτωση αυτή λαμβάνονται εδαφικά δείγματα από το συγκεκριμένο βάθος (δειγματοληψία), στα οποία γίνονται εργαστηριακές δοκιμές. Κατά τη δειγματοληψία, όμως, οι ολικές τάσεις που ασκούνται στο δοκίμιο μηδενίζονται και συνεπώς τούτο αποφορτίζεται. Δεν θα ασχοληθούμε στο σημείο αυτό με τα προβλήματα που μπορεί να δημιουργηθούν από την αναγκαστική αποφόρτιση του δοκιμίου (στερεοποίηση, μεταβολή των ενεργών τάσεων, μεταβολή του ποσοστού υγρασίας κλπ.) ούτε με τη διατάραξη που κατ' ανάγκη γίνεται κατά τη μόρφωση του κυλινδρικού δοκιμίου και τους χειρισμούς για την τοποθέτησή του στην τριαξονική κυψέλη. Πάντως, είναι επιθυμητό να επιβληθούν στο δοκίμιο οι ενεργές τάσεις που υπήρχαν στο έδαφος πριν από τη

δειγματοληψία, ώστε να προκύψει μια αντιπροσωπευτική τιμή της διατμητικής αντοχής του εδάφους. Οι τάσεις αυτές, γεωστατικές ως επί το πλείστον, είναι άνισες και ως γνωστόν, ίσες με:

$$\sigma_v = \rho'gh \quad , \quad \sigma'_h = K_o \cdot \sigma'_v$$

Η επιβολή διαφορετικής κατακόρυφης και οριζόντιας τάσης είναι δυνατή στην τριαξονική κυψέλη, δεν είναι όμως ευχερής επειδή απαιτεί ταυτόχρονο έλεγχο του αξονικού φορτίου και της πίεσης του νερού της κυψέλης μέσω ειδικού συστήματος ανάδρασης (feedback control) ώστε να εξασφαλίζεται μηδενική πλευρική παραμόρφωση του δοκιμίου (μονοδιάστατη συμπίεση). Λόγω των δυσχερειών αυτών συνήθως επιβάλλονται ίσες κατακόρυφες και οριζόντιες τάσεις (ισότροπη φόρτιση) με αύξηση της πίεσης του νερού της κυψέλης. Ειδικότερα, επιβάλλεται μια πίεση κυψέλης (σ_c), τέτοια ώστε η αντίστοιχη ισότροπη ενεργός τάση: $\sigma'_c = \sigma_c - u$ να είναι η επιθυμητή (π.χ. ο μέσος όρος των γεωστατικών τάσεων που ασκούνται στο έδαφος).

Κατά την (απότομη) αύξηση της πίεσης της κυψέλης αναπτύσσονται υπερπίεσεις πόρων, οι οποίες βαθμιαία εκτονώνονται με τη στράγγιση του δοκιμίου (διαφυγή νερού των πόρων) από τη βάση του δοκιμίου ή/και από την κεφαλή του, εφόσον οι βαλβίδες στράγγισης διατηρούνται ανοικτές. Αυτό σημαίνει ότι λαμβάνει χώρα στερεοποίηση του εδαφικού δείγματος με ροή στην κατακόρυφη διεύθυνση και δυνατότητα στράγγισης είτε από το ένα σύνορο είτε και από τα δύο. Η ανάλυση των μετρήσεων της μεταβολής του όγκου του δοκιμίου συναρτήσει του χρόνου και ο προσδιορισμός των χαρακτηριστικών στερεοποίησης (συντελεστής στερεοποίησης c_v) γίνονται με τρόπο όμοιο με αυτόν που αναπτύχθηκε στην περίπτωση της μονοδιάστατης συμπίεσης. Με το πέρας του φαινομένου της στερεοποίησης, η υδατική πίεση στο εσωτερικό του δοκιμίου επανέρχεται στην αρχική της τιμή (ίση με την εξωτερικώς επιβαλλόμενη αντιπίεση πόρων, u_o), οπότε η ισότροπη ενεργός τάση που ασκείται στο δοκίμιο είναι:

$$\sigma'_c = \sigma_c - u_o$$

9.4.2.3 Αξονική Φόρτιση και Θραύση του Δοκιμίου

Μετά τη (συνήθως) ισότροπη στερεοποίηση του δοκιμίου, ακολουθεί το στάδιο της αξονικής φόρτισης του (διάτμησης) μέχρι τη θραύση (αστοχία). Με τον τρόπο αυτό μπορεί να προσδιορισθεί η διατμητική αντοχή του δοκιμίου που αντιστοιχεί στην τάση της ισότροπης στερεοποίησης (σ'_c) που προηγήθηκε. Κατά το στάδιο αυτό η πίεση της κυψέλης διατηρείται σταθερή ($\sigma_c = \sigma_3$), ενώ ταυτόχρονα το έμβολο κινείται προς τα κάτω, συμπιέζει το δοκίμιο και του επιβάλλει την αποκλίνουσα τάση ($\sigma_1 - \sigma_3$). Το αξονικό φορτίο συνήθως επιβάλλεται με μια διάταξη που κινεί το έμβολο προς τα κάτω με **σταθερή ταχύτητα**, προκαλώντας σταθερή ταχύτητα αξονικής παραμόρφωσης του δοκιμίου. Κατά τη διάρκεια της φόρτισης μετράται το φορτίο (P) του εμβόλου, οπότε η αξονική τάση (σ_1) υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\sigma_1 = \frac{P}{A} + \sigma_c \left(1 - \frac{a}{A} \right)$$

όπου (A) είναι η διατομή του δοκιμίου και (a) η διατομή του εμβόλου. Αξίζει να σημειωθεί ότι το έμβολο δέχεται και την πίεση του νερού της κυψέλης, που ισοδυναμεί με δύναμη ($F = \sigma_c \cdot a$) (με διεύθυνση προς τα άνω), ακόμη και στην περίπτωση που δεν βρίσκεται σε επαφή με το δοκίμιο.

Η αξονική φόρτιση του δοκιμίου μέχρι τη θραύση μπορεί να γίνει είτε υπό **αστράγγιστες** είτε υπό **πλήρως στραγγισμένες** συνθήκες, όπως περιγράφεται στα επόμενα.

Κατά την **αστράγγιστη** φόρτιση η βαλβίδα στράγγισης διατηρείται κλειστή και έτσι η φόρτιση του δοκιμίου γίνεται υπό σταθερό όγκο. Αν το δοκίμιο έχει τάση για μείωση του όγκου, αναπτύσσονται (θετικές) υπερπιέσεις πόρων και οι ενεργές τάσεις μειώνονται. Αν, αντίθετα, το δοκίμιο έχει τάση για διόγκωση, αναπτύσσονται (αρνητικές) υποπιέσεις πόρων και οι ενεργές τάσεις αυξάνουν. Η ταχύτητα της αξονικής παραμόρφωσης κατά την αστράγγιστη φόρτιση δεν υπόκειται σε άλλο περιορισμό παρά μόνο πρέπει να είναι αρκετά μικρή, ώστε οι υπερπιέσεις πόρων που αναπτύσσονται στο εσωτερικό του δοκιμίου να είναι ομοιόμορφες και οι τυχόν διαφορές τους από θέση σε θέση (λόγω τριβών στα άκρα, ανομοιομορφίας του εδαφικού υλικού κλπ.) να εξισώνονται με την κίνηση του νερού των πόρων στο εσωτερικό του δοκιμίου από θέσεις μεγαλύτερης πίεσης προς θέσεις μικρότερης πίεσης.

Κατά την **πλήρως στραγγισμένη** φόρτιση η βαλβίδα στράγγισης διατηρείται ανοικτή και ο όγκος του δοκιμίου μεταβάλλεται με την ελεύθερη διαφυγή νερού των πόρων ή την εισροή νερού στους πόρους. Η φόρτιση του δοκιμίου πρέπει να είναι αρκετά αργή, ώστε οι υπερπιέσεις πόρων που τείνουν να αναπτυχθούν να εκτονώνονται με στερεοποίηση του δοκιμίου και πλήρη στράγγιση του νερού των πόρων διαμέσου της βαλβίδας στράγγισης. Στην περίπτωση που επιτυγχάνεται πλήρης στράγγιση του δοκιμίου, η πίεση πόρων (u) στο εσωτερικό του δοκιμίου είναι σταθερή και ίση με την εξωτερικώς επιβαλλόμενη αντιπίεση πόρων (u_o), οπότε ισχύει:

$$\sigma'_1 = \sigma_{11} - u_o \quad , \quad \sigma'_2 = \sigma'_3 = \sigma'_c = \sigma_c - u_o$$

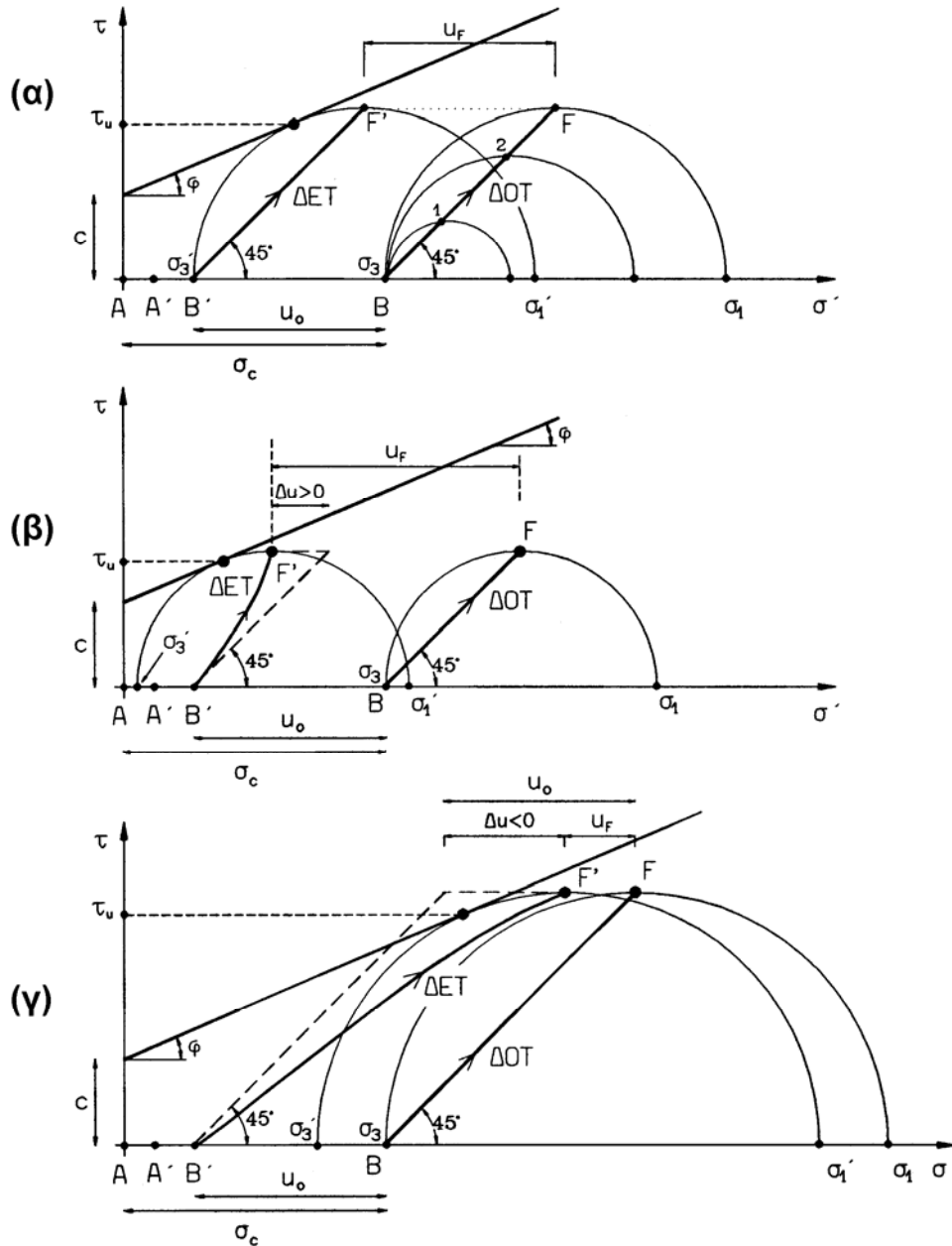
Αν η ταχύτητα φόρτισης δεν είναι αρκετά μικρή, στο εσωτερικό του δοκιμίου αναπτύσσονται υπερπιέσεις πόρων, το μέγεθος των οποίων δεν είναι γνωστό λόγω μερικής μόνο στράγγισης του δοκιμίου, ενώ στη βάση του δοκιμίου συνεχίζει να επιβάλλεται η γνωστή αντιπίεση πόρων. Επομένως, οι ενεργές τάσεις δεν μπορούν να υπολογισθούν και η δοκιμή δεν είναι ερμηνεύσιμη.

Τόσο κατά την αστράγγιστη όσο και κατά την πλήρως στραγγισμένη φόρτιση η αξονική τάση σ_1 αυξάνει με την παραμόρφωση του δοκιμίου με βαθμιαία, όμως, μειούμενο ρυθμό και τελικώς το δοκίμιο παραμορφώνεται χωρίς περαιτέρω αύξηση της σ_1 (και συχνά με μείωση της σ_1), όπως ποιοτικά παρουσιάζεται στο Σχήμα 9.1. Η κατάσταση στην οποία επιτυγχάνεται η μέγιστη τιμή της σ_1 ορίζεται συμβατικά ως η **κατάσταση αστοχίας** του δοκιμίου. Οι μετρήσεις που λαμβάνονται κατά τη διάρκεια της αξονικής φόρτισης του δοκιμίου μπορούν να παρασταθούν γραφικά με τη μορφή των εξής καμπύλων:

1. Διατμητική τάση ($\sigma_1 - \sigma_3$) ως προς την αξονική παραμόρφωση (ε_1).
2. Υπερπίεση πόρων (Δu) ως προς την αξονική παραμόρφωση (ε_1) στην περίπτωση της αστράγγιστης φόρτισης ή ογκομετρική παραμόρφωση ($\Delta \varepsilon_{vol}$) ως προς την αξονική παραμόρφωση (ε_1) στην περίπτωση της πλήρως στραγγισμένης φόρτισης.

Η μορφή των παραπάνω καμπύλων εξαρτάται από το είδος του εδαφικού υλικού (κοκκώδες ή συνεκτικό), την κατάστασή του (σχετική πυκνότητα ή συνεκτικότητα) και, τέλος, από το είδος της δοκιμής (αστράγγιστη ή στραγγισμένη). Τυπικές μορφές των ανωτέρω καμπύλων για διάφορους τύπους εδαφών παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 10.

Το Σχήμα 9.14 παρουσιάζει τις διαδρομές ενεργών τάσεων (ΔET), τις διαδρομές ολικών τάσεων (ΔOT) και τούς κύκλους Mohr ολικών και ενεργών τάσεων κατά την αστοχία για (α) μια πλήρως στραγγισμένη φόρτιση, (β) μια αστράγγιστη



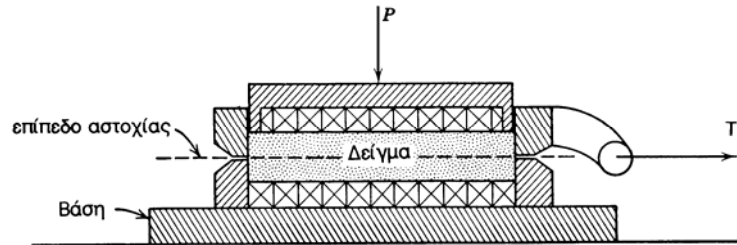
Σχ. 9.14: Διαδρομές τάσεων κατά την τριαξονική δοκιμή

φόρτιση κατά την οποία αναπτύσσονται (θετικές) υπερπίεσεις πόρων και (γ) μια αστράγγιστη φόρτιση κατά την οποία αναπτύσσονται (αρνητικές) υποπίεσεις πόρων. Σε όλες τις περιπτώσεις τα σημεία A αντιστοιχούν στην κατάσταση του δοκιμίου πριν τοποθετηθεί στην κυψέλη, τα σημεία B στην κατάσταση μετά το τέλος της ισότροπης στερεοποίησης (πίεση κυψέλης σ_c , αντιπίεση πόρων u_0) και τέλος, τα σημεία F αντιστοιχούν στην κατάσταση αστοχίας. Τα τονούμενα σημεία αντιστοιχούν στην κατάσταση των ενεργών τάσεων, ενώ τα άτονα σημεία αντιστοιχούν στην κατάσταση των ολικών τάσεων. Και στα τρία σχήματα θεωρήθηκε η ίδια περιβάλλουσα αστοχίας και η ίδια αρχική κατάσταση του δοκιμίου, ώστε οι ΔET να είναι συγκρίσιμες. Παρά ταύτα, η διατμητική αντοχή (που εκφράζεται από τη διατμητική τάση τ_u στο επίπεδο αστοχίας) είναι διαφορετική στις τρεις δοκιμές και μάλιστα είναι μέγιστη στη δοκιμή (γ) και ελάχιστη στη δοκιμή (β). Τούτο οφείλεται στο διαφορετικό μέγεθος των πιέσεων πόρων (u_F) κατά την αστοχία και συγκεκριμένα, η διατμητική αντοχή είναι μέγιστη

όταν η πίεση πόρων κατά την αστοχία είναι ελάχιστη (επειδή τότε οι ενεργές τάσεις είναι μέγιστες).

9.4.3 Η Δοκιμή Απευθείας Διάτμησης

Το Σχήμα 9.15 παρουσιάζει μία τυπική διάταξη για την εκτέλεση της δοκιμής απευθείας διάτμησης. Το εδαφικό δείγμα τετραγωνικής ή κυκλικής διατομής και μικρού πάχους (π.χ. 19 mm) τοποθετείται στο εσωτερικό δύο μεταλλικών δακτυλίων



Σχ. 9.15: Δοκιμή απευθείας διάτμησης

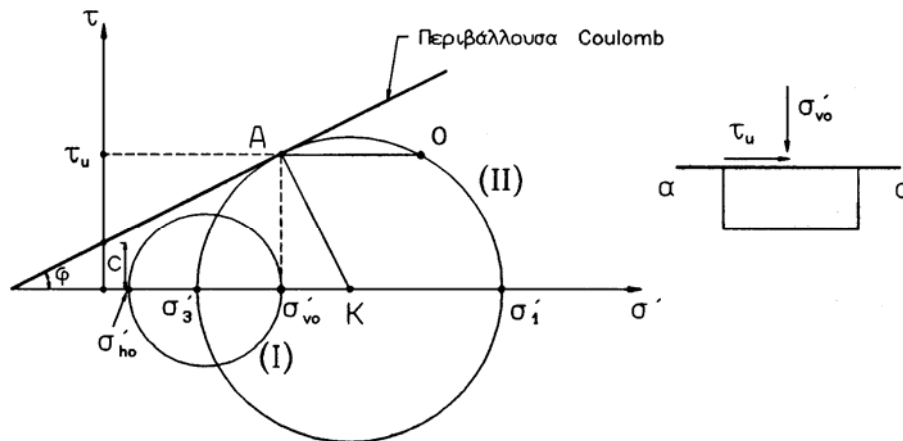
μεταξύ πορωδών δίσκων. Η συσκευή επιτρέπει την εφαρμογή ενός κατακόρυφου φορτίου (P) στο δοκίμιο καθώς και τη σχετική κίνηση του άνω δακτυλίου σε σχέση με τον κάτω στην οριζόντια διεύθυνση με την εφαρμογή οριζόντιας δύναμης (T). Η συσκευή πληρούται με νερό, ώστε το δοκίμιο να είναι εμβαπτισμένο. Το νερό, όμως, έχει την ατμοσφαιρική πίεση επειδή δεν υπάρχει δυνατότητα επιβολής αντιπίεσης πόρων όπως στην τριαξονική δοκιμή. Κατά συνέπεια, οι υδατικές πιέσεις στο εσωτερικό του δοκιμίου δεν ελέγχονται και δεν μπορεί να εξασφαλισθεί ο κορεσμός του δοκιμίου ούτε να ελεγχθούν οι συνθήκες στράγγισης.

Μετά την τοποθέτηση του δοκιμίου στη συσκευή, εφαρμόζεται το κατακόρυφο φορτίο (P), οπότε το δοκίμιο υφίσταται μοναξονική συμπίεση (στερεοποίηση) με παρεμπόδιση της πλευρικής παραμόρφωσης, επειδή ο δακτύλιος είναι ανένδοτος στην οριζόντια διεύθυνση. Μετά το τέλος της στερεοποίησης, το εδαφικό δείγμα υπόκειται σε γεωστατική εντατική κατάσταση με μηδενική πίεση πόρων (ατμοσφαιρική) και κύριες τάσεις:

$$\sigma_{vo} = \sigma'_{vo} \quad , \quad \sigma_{ho} = \sigma'_{ho} = K_o \cdot \sigma'_{vo}$$

όπου $\sigma_{vo} = P/A$ και A είναι η διατομή του δοκιμίου. Στη συνέχεια, επιβάλλεται μια σχετική μετακίνηση των δύο δακτυλίων με την εφαρμογή βαθμιαίως αυξανόμενης οριζόντιας δύναμης (T), που προκαλεί διάτμηση του δοκιμίου κατά μήκος του οριζόντιου επιπέδου που διέρχεται από τη διεπιφάνεια των δύο δακτυλίων. Οι συνοριακές συνθήκες επιβολής του οριζόντιου φορτίου στο δοκίμιο είναι ιδιαίτερα πολύπλοκες και κατά συνέπεια, **η εντατική κατάσταση που αναπτύσσεται στο δοκίμιο είναι ανομοιόμορφη**. Για το λόγο αυτό η καμπύλη της διατμητικής τάσης ως προς τη σχετική ολίσθηση δεν είναι εύκολα ερμηνεύσιμη (π.χ. για τον προσδιορισμό του μέτρου διάτμησης G). Επιπλέον, κατά τη διάτμηση είναι γνωστές **μόνον** οι ολικές τάσεις που αναπτύσσονται στο οριζόντιο επίπεδο: η ορθή τάση (σ_{vo}) που είναι ίση με το κατακόρυφο φορτίο ανά μονάδα επιφανείας του δοκιμίου και η διατμητική τάση (τ) που είναι ίση με την οριζόντια δύναμη που επιβάλλεται στον άνω δακτύλιο ανά μονάδα επιφανείας του δοκιμίου. Αν η φόρτιση είναι αρκετά βραδεία ώστε οι υπερπιέσεις πόρων που τείνουν να αναπτυχθούν να εκτονώνονται πλήρως, η υδατική πίεση πόρων είναι συνεχώς μηδέν και έτσι είναι γνωστές και οι ενεργές τάσεις στο οριζόντιο επίπεδο. Επειδή είναι γνωστές οι τάσεις **μόνο σε ένα επίπεδο**, δεν είναι δυνατόν να σχεδιασθεί η τασική διαδρομή ούτε οι αντίστοιχοι κύκλοι Mohr κατά τη διάρκεια της δοκιμής.

Παρά τα ανωτέρω μειονεκτήματα, η δοκιμή της απευθείας διάτμησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό της περιβάλλουσας αστοχίας. Πράγματι,



Σχ. 9.16: Κύκλοι Mohr - Απευθείας διάτμηση

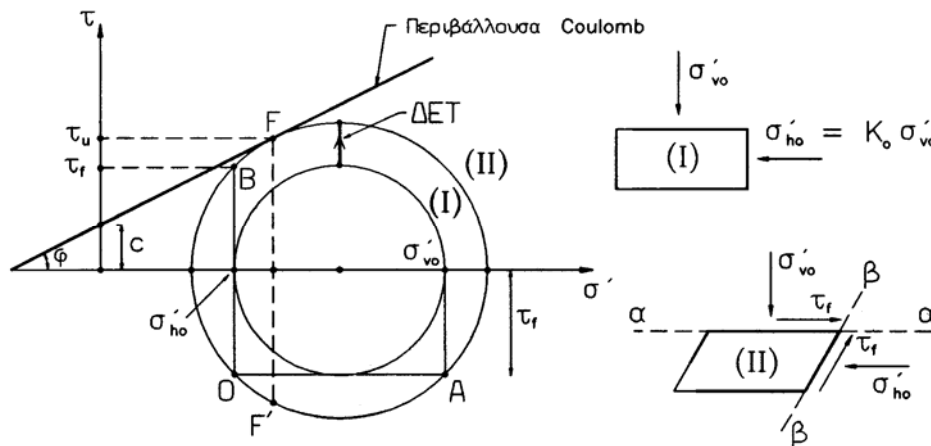
κατά την αστοχία² είναι γνωστή η ορθή τάση (σ'_{vo}) και η διατμητική τάση (τ_u) στο οριζόντιο επίπεδο, που όμως είναι και το επίπεδο αστοχίας, οπότε το "σημείο αστοχίας" (σ'_{vo}, τ_u) ανήκει στην περιβάλλουσα αστοχίας (Σχήμα 9.16). Αν, λοιπόν, εκτελεστούν μερικές δοκιμές απευθείας διάτμησης σε όμοια δοκίμια, τα οποία όμως έχουν στερεοποιηθεί σε διαφορετικές κατακόρυφες ορθές τάσεις (σ'_{vo}), τα "σημεία αστοχίας" ορίζουν την περιβάλλουσα αστοχίας Coulomb. Μετά τον προσδιορισμό της περιβάλλουσας αστοχίας, ο κύκλος Mohr κατά την αστοχία μπορεί πλέον να κατασκευασθεί, εφόσον το κέντρο του K ανήκει στην κάθετο προς την περιβάλλουσα αστοχίας στο σημείο A. Έτσι, κατά τη δοκιμή της απευθείας διάτμησης είναι γνωστοί οι κύκλοι Mohr μετά τη στερεοποίηση (I) και κατά την αστοχία (II) αλλά όχι και η εξέλιξή τους (δηλαδή η διαδρομή των ενεργών τάσεων).

Τέλος, θα πρέπει να αναφερθεί ότι η δοκιμή της απευθείας διάτμησης θα πρέπει να γίνεται με επαρκώς αργό ρυθμό ώστε οι υπερπιέσεις πόρων που τείνουν να αναπτυχθούν να εκτονώνονται πλήρως. Μερικές φορές αναφέρεται ότι, αν η δοκιμή εκτελεσθεί με ταχύ ρυθμό, επιτυγχάνονται αστράγγιστες συνθήκες φόρτισης και συνεπώς μπορεί να προσδιορισθεί η **αστράγγιστη διατμητική αντοχή του εδάφους** (βλέπε εδάφιο 9.5). Τούτο δεν αληθεύει, επειδή το πάχος του δοκιμίου είναι πολύ μικρό και έτσι, ακόμη και στην περίπτωση που η δοκιμή εκτελεσθεί με μεγάλη ταχύτητα, συμβαίνει μερική στράγγιση του δοκιμίου, οι υπερπιέσεις πόρων εκτονώνονται μερικώς και **δεν** πραγματοποιούνται οι αστράγγιστες συνθήκες.

9.4.4 Η Δοκιμή της Απλής Διάτμησης

Η δοκιμή αυτή είναι παρόμοια με τη δοκιμή της απευθείας διάτμησης με την (ουσιώδη) διαφορά ότι επιβάλλει (κατά το δυνατόν) ομοιόμορφη, ελεγχόμενη και γνωστή εντατική κατάσταση στο δοκίμιο. Το κυλινδρικό εδαφικό δείγμα περιβάλλεται με ειδική μεμβράνη που είναι ανένδοτη στην οριζόντια διεύθυνση, ώστε να παρεμποδίζεται η πλευρική ορθή παραμόρφωση αλλά να επιτρέπονται οι διατμητικές παραμορφώσεις. Η διαδικασία εκτέλεσης της δοκιμής είναι παρόμοια με αυτήν της απευθείας διάτμησης. Το δοκίμιο κατ' αρχήν στερεοποιείται με μοναξονική συμπίεση στην κατακόρυφη διεύθυνση και στη συνέχεια υποβάλλεται σε διάτμηση με την εφαρμογή οριζόντιας διατμητικής τάσης. Το Σχήμα 9.17 παρουσιάζει την εντατική κατάσταση του δοκιμίου μετά τη στερεοποίηση (I) και κατά την αστοχία (II) καθώς και τους αντίστοιχους κύκλους Mohr. Οι κύκλοι Mohr κατά τη διάρκεια της δοκιμής είναι

² δηλαδή όταν η εφαρμοζόμενη διατμητική τάση σε οριζόντιο επίπεδο γίνει μέγιστη



Σχ. 9.17: Κύκλοι Mohr - Απλή διάτμηση

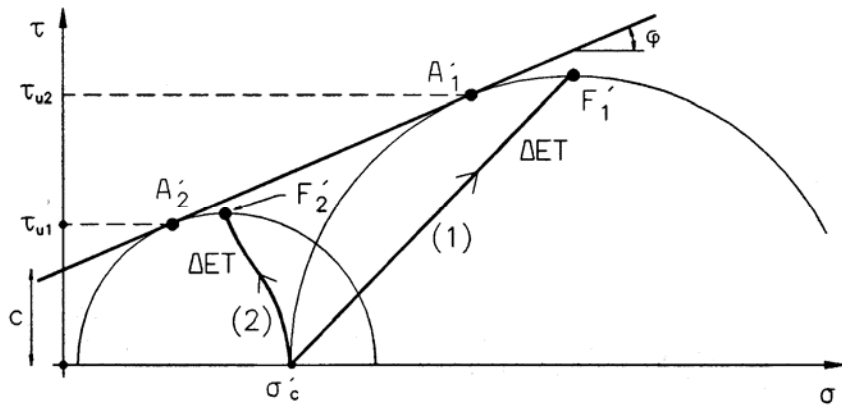
ομόκεντροι προς τον αρχικό και συνεπώς η διαδρομή των ενεργών τάσεων (ΔΕΤ) είναι κατακόρυφη προς τα άνω μέχρι την αστοχία του δοκιμίου, που επέρχεται όταν ο κύκλος Mohr έρθει σε επαφή με την περιβάλλουσα αστοχίας. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το επίπεδο αστοχίας κατά τη δοκιμή της απλής διάτμησης δεν είναι οριζόντιο (όπως στη δοκιμή της απευθείας διάτμησης). Πράγματι, όπως φαίνεται στο Σχήμα 9.17, οι διευθύνσεις των επιπέδων αστοχίας είναι οι OF και OF' (όπου O είναι ο πόλος του κύκλου Mohr κατά την αστοχία). Επιπλέον, η διατμητική τάση (τ_f) στο οριζόντιο επίπεδο κατά την αστοχία είναι διαφορετική από τη διατμητική αντοχή (τ_u), που είναι ίση με τη διατμητική τάση στο επίπεδο αστοχίας.

Στη δοκιμή της απλής διάτμησης (όπως και στη δοκιμή της απευθείας διάτμησης) οι συνθήκες στράγγισης του δοκιμίου δεν μπορούν να ελεγχθούν, επειδή δεν εφαρμόζεται αντιπίεση πόρων αλλά απλώς το δοκίμιο είναι βυθισμένο στο νερό. Κατά συνέπεια, η δοκιμή πρέπει να εκτελείται με πολύ αργό ρυθμό ώστε να εξασφαλίζεται πλήρης στράγγιση. Σε διαφορετική περίπτωση αναπτύσσονται (άγνωστες) υπερπίεσεις πόρων, οπότε οι ενεργές τάσεις δεν ελέγχονται και ο κύκλος Mohr των ενεργών τάσεων δεν μπορεί να σχεδιασθεί ούτε κατά τη διάρκεια της δοκιμής ούτε κατά την αστοχία. Παρά ταύτα, επειδή το ύψος του δοκιμίου στη δοκιμή της απλής διάτμησης είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το ύψος του δοκιμίου στη δοκιμή της απευθείας διάτμησης, αν η φόρτιση γίνει με ταχύ ρυθμό, μπορεί να θεωρηθεί (με επαρκή ακρίβεια) ότι εξασφαλίζονται **αστράγγιστες συνθήκες** (υπενθύμιση: για τριπλάσιο ύψος δοκιμίου ο απαιτούμενος χρόνος στράγγισης είναι εννεαπλάσιος). Στην περίπτωση αυτή μπορεί να προσδιορισθεί η **αστράγγιστη διατμητική αντοχή** του εδαφικού δείγματος (βλέπε επόμενο εδάφιο), χωρίς όμως να είναι δυνατός ο προσδιορισμός της περιβάλλουσας αστοχίας, των κύκλων Mohr ενεργών τάσεων κλπ, επειδή οι αναπτυσσόμενες υπερπίεσεις πόρων δεν μπορούν να μετρηθούν.

9.5 Αστράγγιστη Διατμητική Αντοχή των Εδαφών - Η Έννοια του " $\phi = 0$ "

Αναφέρθηκε προηγουμένως ότι η διατμητική αντοχή ενός εδαφικού υλικού³ δεν είναι σταθερή αλλά εξαρτάται από το είδος του υλικού και τον τύπο και τρόπο εκτέλεσης της δοκιμής μέτρησης της διατμητικής αντοχής. Έτσι, π.χ. δύο όμοια

³ που εξ ορισμού είναι ίση με τη διατμητική τάση που αναπτύσσεται στο επίπεδο ολίσθησης κατά την αστοχία



Σχ. 9.18: ΔΕΤ αστράγγιστης και στραγγισμένης δοκιμής

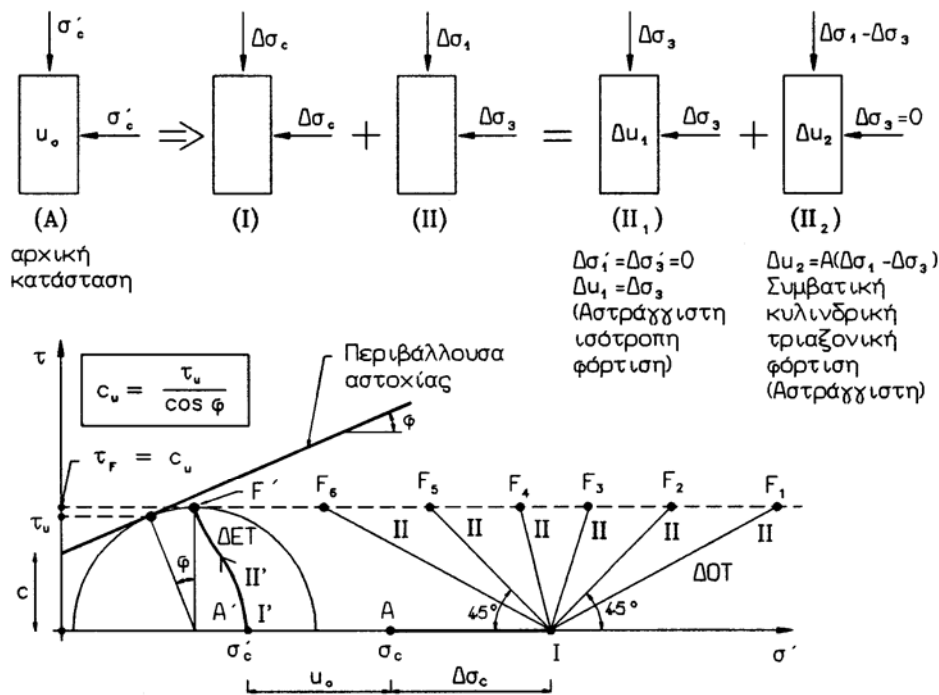
δοκίμια εμφανίζουν διαφορετική διατμητική αντοχή, αν στο ένα εκτελεσθεί μια τριαξονική φόρτιση υπό στραγγισμένες συνθήκες ενώ στο άλλο υπό αστράγγιστες συνθήκες. Οι διαφορετικές τιμές της διατμητικής αντοχής οφείλονται στις διαφορετικές διαδρομές ενεργών τάσεων, που μελετήθηκαν στο Σχήμα 9.14 και παρουσιάζονται επίσης στο Σχήμα 9.18, για μια πλήρως στραγγισμένη (1) και μια αστράγγιστη τριαξονική δοκιμή (2) με τις ίδιες αρχικές συνθήκες (ισότροπη στερεοποίηση σε τάση σ'_c). Η διατμητική αντοχή της στραγγισμένης δοκιμής (τ_{u1}) είναι σημαντικά μεγαλύτερη από αυτήν της αστράγγιστης δοκιμής (τ_{u2}). Στα επόμενα θα συγκριθούν οι τιμές της διατμητικής αντοχής που προκύπτουν από διάφορες **αστράγγιστες** δοκιμές και θα αποδειχθεί ότι, υπό ορισμένες προϋποθέσεις, όλες οι αστράγγιστες δοκιμές δίνουν την ίδια τιμή της διατμητικής αντοχής.

Το Σχήμα 9.19 παρουσιάζει ένα εδαφικό δοκίμιο, το οποίο έχει στερεοποιηθεί στην κυλινδρική τριαξονική συσκευή με πίεση κυψέλης (σ_c), αντιπίεση πόρων (u_o) και συνεπώς, ισότροπη ενεργό τάση (σ'_c). Η κατάσταση των ολικών τάσεων του δοκιμίου παριστάνεται από το σημείο A και η αντίστοιχη κατάσταση των ενεργών τάσεων από το σημείο A'. Ακολουθώντας, στο δοκίμιο επιβάλλεται μια ισότροπη αύξηση της πίεσης της κυψέλης κατά $\Delta \sigma_c$ υπό **αστράγγιστες συνθήκες** (φόρτιση I) και, στη συνέχεια, η αξονική τάση (σ_1) και η πλευρική τάση (σ_3) αυξάνουν ταυτόχρονα κατά $\Delta \sigma_1$ και $\Delta \sigma_3$ αντίστοιχα, υπό αστράγγιστες επίσης συνθήκες, με σταθερό λόγο $\Delta \sigma_1 / \Delta \sigma_3$ (φορτίσεις II).⁴

Κατά τη φόρτιση (I) το σημείο που παριστάνει την εντατική κατάσταση των ολικών τάσεων μετακινείται από το A στο I, ενώ η αντίστοιχη κατάσταση των ενεργών τάσεων δεν μεταβάλλεται, δηλαδή $A' \equiv I'$, επειδή μια ισότροπη συμπίεση υπό αστράγγιστες συνθήκες οδηγεί σε ισόποση αύξηση των πιέσεων πόρων χωρίς μεταβολή των ενεργών τάσεων.

Κατά τις φορτίσεις τύπου (II) οι διαδρομές των ολικών τάσεων είναι ευθύγραμμες (επειδή $\Delta \sigma_1 / \Delta \sigma_3 = \text{σταθ.}$), με κλίση που εξαρτάται από την τιμή του λόγου $\Delta \sigma_1 / \Delta \sigma_3$. Έτσι, π.χ. η διαδρομή (I, F₂) αντιστοιχεί στη φόρτιση με $\Delta \sigma_3 = 0$ ($\Delta \sigma_1 / \Delta \sigma_3 = \infty$), δηλαδή στη συμβατική τριαξονική φόρτιση, ενώ η διαδρομή (I, F₅) αντιστοιχεί στη φόρτιση με $\Delta \sigma_1 = 0$ ($\Delta \sigma_1 / \Delta \sigma_3 = 0$), δηλαδή σε αύξηση της πλευρικής τάσης χωρίς μεταβολή της κατακόρυφης τάσης. Στα επόμενα θα προσδιορισθεί η μορφή της διαδρομής των **ενεργών** τάσεων κατά τις φορτίσεις τύπου (II) και οι

⁴ Προφανώς, δεν είναι δυνατόν όλες οι φορτίσεις τύπου II να γίνουν στο ίδιο εδαφικό δοκίμιο. Απλώς, θεωρείται ότι χρησιμοποιείται μια σειρά από **όμοια** δοκίμια.



Σχ. 9.19: Αστράγγιστες τριαξονικές δοκιμές

αντίστοιχες τιμές της διατμητικής αντοχής. Η διαδρομή των ενεργών τάσεων κατά τις φορτίσεις τύπου (II) μπορεί να εκτιμηθεί, αν η φόρτιση (II) αναλυθεί σε δύο συνιστώσες, όπως φαίνεται στο Σχήμα 9.19: μια ισότροπη αστράγγιστη συμπίεση με αύξηση της τάσης κατά $\Delta\sigma_3$ (φόρτιση II₁) και μια αστράγγιστη αξονική φόρτιση με τάση $(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$ χωρίς μεταβολή της πλευρικής τάσης (φόρτιση II₂). Η φόρτιση (II₁) δεν προκαλεί μεταβολή των ενεργών τάσεων (επειδή $\Delta u_1 = \Delta\sigma_3$), ενώ η φόρτιση (II₂) είναι μια συμβατική αστράγγιστη κυλινδρική τριαξονική φόρτιση. Κατά τη φόρτιση (II₂) η αναπτυσσόμενη υπερπίεση πόρων εξαρτάται προφανώς από το μέγεθος της τάσης $\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3$ και μπορεί να γραφεί με τη μορφή:

$$\Delta u_2 = (A \Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$$

όπου A είναι ένας συντελεστής, όχι κατ' ανάγκη σταθερός. Επειδή η φόρτιση (II₁) δεν προκαλεί μεταβολή των ενεργών τάσεων, η διαδρομή ενεργών τάσεων κάθε φόρτισης τύπου (II) είναι ίδια με τη διαδρομή ενεργών τάσεων της φόρτισης (II₂), δηλαδή οι ΔΕΤ όλων των (αστράγγιστων) φορτίσεων τύπου (II) ταυτίζονται με τη ΔΕΤ της (αστράγγιστης) συμβατικής κυλινδρικής τριαξονικής φόρτισης (κατά την οποία $\Delta\sigma_3 = 0$). Κατά συνέπεια, η αστοχία όλων των δοκιμών με φόρτιση τύπου (II) θα συμβεί στην ίδια διατμητική τάση με την αστοχία της συμβατικής κυλινδρικής τριαξονικής φόρτισης, δηλαδή η διατμητική αντοχή όλων των φορτίσεων τύπου (II) είναι ίδια και ίση με τ_u (βλέπε Σχήμα 9.19). Αλλά, οι φορτίσεις τύπου (II) αποτελούν το σύνολο των αστράγγιστων φορτίσεων που μπορούν να εκτελεστούν στην κυλινδρική τριαξονική συσκευή. Με βάση τα ανωτέρω, προκύπτει ότι:

"Όλες οι αστράγγιστες κυλινδρικές τριαξονικές δοκιμές σε όμοια δείγματα ενός εδαφικού υλικού δίνουν την ίδια διατμητική αντοχή".

Το συμπέρασμα αυτό έχει σημαντικές συνέπειες στην Εδαφομηχανική, μερικές από τις οποίες αναφέρονται στα επόμενα:

(1) **Η έννοια του " $\phi = 0$ "**

Εφόσον η διατμητική αντοχή που προκύπτει από όλες τις αστράγγιστες κυλινδρικές τριαξονικές δοκιμές σε όμοια δοκίμια ενός εδαφικού υλικού είναι η ίδια, τα

τελικά σημεία (F) όλων των διαδρομών **ολικών** τάσεων θα βρίσκονται σε μια οριζόντια ευθεία (βλέπε Σχήμα 9.19). Τα σημεία, όμως, αυτά είναι οι κορυφές των κύκλων Mohr των ολικών τάσεων. Συνεπώς, **όλοι** οι κύκλοι Mohr των **ολικών τάσεων** κατά την αστοχία υπό αστράγγιστες συνθήκες εφάπτονται σε μια οριζόντια ευθεία, που θα μπορούσε να θεωρηθεί σαν "η περιβάλλουσα αστοχίας ολικών τάσεων" (Σχήμα 9.20). Οι τιμές των "παραμέτρων" της ευθείας αυτής είναι:

$$\phi_u = 0 \quad , \quad c_u \equiv \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\tau_u}{\cos \phi}$$

όπου τ_u είναι η διατμητική αντοχή (Σχήμα 9.19) και ϕ η γωνία τριβής του εδαφικού υλικού. Η παράμετρος c_u συχνά ονομάζεται **αστράγγιστη διατμητική αντοχή** του εδαφικού υλικού και θεωρείται σταθερή (ιδιότητα του υλικού). Οι λέξεις "περιβάλλουσα αστοχίας" και "παραμέτροι" έχουν τεθεί σε εισαγωγικά, επειδή αναφέρονται σε κύκλους **ολικών τάσεων** και δεν αφορούν πραγματικές παραμέτρους αντοχής (που ως γνωστόν εξαρτώνται από τις **ενεργές τάσεις**) αλλά πλασματικές τιμές που απλώς διευκολύνουν τους υπολογισμούς. Η "περιβάλλουσα αστοχίας ολικών τάσεων" προσδιορίζεται εύκολα, δεδομένου ότι αρκεί **ένας** μόνον κύκλος Mohr ολικών τάσεων. Η απλούστερη αστράγγιστη κυλινδρική τριαξονική δοκιμή είναι η δοκιμή ανεμπόδιστης θλίψης, κατά την οποία ένα κυλινδρικό εδαφικό δείγμα φορτίζεται με ταχύ ρυθμό στην κατακόρυφη διεύθυνση χωρίς πλευρική ένταση ($\sigma_3 = 0$) και χωρίς έλεγχο της πίεσης πόρων. Η δοκιμή αυτή εκτελείται με μία απλή διάταξη επιβολής κατακόρυφης φόρτισης. Επιπλέον, επειδή το δοκίμιο φορτίζεται με ταχύ ρυθμό και έχει σχετικά μεγάλες διαστάσεις, μπορεί να θεωρηθεί ότι η δοκιμή γίνεται υπό αστράγγιστες συνθήκες και, συνεπώς, πληρούνται οι προϋποθέσεις για την εκτίμηση του c_u . Στην περίπτωση αυτή ισχύει:

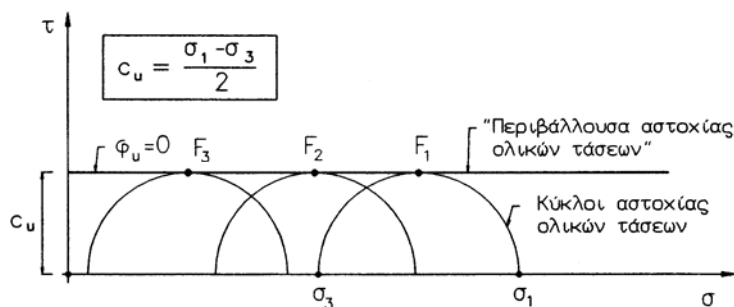
$$c_u = \frac{1}{2} q_u$$

όπου q_u είναι η τιμή της αξονικής (ολικής) τάσης σ_1 κατά την αστοχία (αντοχή κατά την ανεμπόδιστη θλίψη).

Μετά τον προσδιορισμό της "περιβάλλουσας αστοχίας ολικών τάσεων", η κατάσταση αστοχίας σε διάφορα πρακτικά προβλήματα (π.χ. φόρτιση θεμελίων, ευστάθεια πρανών) μπορεί να αναλυθεί και **ως προς τις ολικές τάσεις** με παραμέτρους αντοχής του εδάφους (ϕ_u, c_u). Η μέθοδος αυτή ονομάζεται **ανάλυση τύπου $\phi = 0$** , επειδή η "περιβάλλουσα αστοχίας ολικών τάσεων" έχει μηδενική φαινόμενη γωνία τριβής ($\phi = 0$). Παραδείγματα εφαρμογής της ανωτέρω μεθόδου δίνονται στο Κεφάλαιο 12.

(2) Η "αστράγγιστη διατμητική αντοχή" των εδαφών

Αποδείχθηκε προηγουμένως ότι "η διατμητική αντοχή που προκύπτει από οποιαδήποτε **αστράγγιστη δοκιμή στην κυλινδρική τριαξονική κυψέλη** (σε όμοια εδαφικά δείγματα) είναι σταθερή και αποτελεί ιδιότητα του υλικού". Το συμπέρασμα



Σχ. 9.20: Περιβάλλουσα αστοχίας ολικών τάσεων

αυτό συχνά επεκτείνεται και σε **άλλες** αστράγγιστες δοκιμές, **που δεν επιβάλλουν συνθήκες κυλινδρικής τριαξονικής έντασης**. Έτσι, π.χ. χρησιμοποιούνται δοκιμές απευθείας διάτμησης, απλής διάτμησης και άλλες δοκιμές (οι οποίες εκτελούνται με ταχύ ρυθμό φόρτισης ώστε να μπορούν να θεωρηθούν αστράγγιστες) και θεωρείται ότι η διατμητική τάση στο επίπεδο αστοχίας κατά την αστοχία (τ_u) είναι ίση με την αστράγγιστη διατμητική αντοχή (c_u). Συχνά, επίσης, χρησιμοποιούνται και επιτόπου δοκιμές (όπως η Δοκιμή Πτερυγίου και η Δοκιμή Δείσδυσης Κώνου, που περιγράφονται στο Κεφάλαιο 11), οι οποίες επίσης θεωρείται ότι εκτιμούν την αστράγγιστη διατμητική αντοχή του εδάφους.

Οι παραπάνω γενικεύσεις εμπεριέχουν σφάλματα ή "παραδοχές" (όπως συχνά ονομάζονται τα σφάλματα άγνοιας και παρερμηνείας), όπως:

1. Η ταχεία εκτέλεση της δοκιμής απλής διάτμησης, της απευθείας διάτμησης καθώς και πολλών από τις επιτόπου δοκιμές προσδιορισμού της αστράγγιστης διατμητικής αντοχής **δεν εξασφαλίζουν αστράγγιστες συνθήκες**, όπως απαιτεί η μέθοδος, λόγω μερικής στράγγισης.
2. Με τις δοκιμές απλής και απευθείας διάτμησης υπολογίζεται η διατμητική τάση (τ_u) που επιβάλλεται στο οριζόντιο επίπεδο κατά την αστοχία. Η τάση αυτή δεν είναι ίση με την αστράγγιστη διατμητική αντοχή (c_u), αλλά συνδέεται με αυτήν ως εξής:

$$\tau_u = c_u \cdot \cos \phi$$

όπου ϕ είναι η γωνία τριβής του εδαφικού υλικού (η πραγματική γωνία τριβής, όχι η ϕ_u). Η γωνία τριβής του υλικού, όμως, δεν είναι γνωστή (διότι αν ήταν, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στις αναλύσεις η πραγματική περιβάλλουσα αστοχίας των ενεργών τάσεων) και έτσι, η διόρθωση του $\cos \phi$ δεν μπορεί να γίνει. Βεβαίως, το σφάλμα δεν είναι πολύ μεγάλο, επειδή για τυπικές τιμές της γωνίας ϕ (π.χ. $\phi = 25^\circ$) το $\cos \phi$ δεν απέχει σημαντικά από τη μονάδα ($\cos 25^\circ = 0.90$).

3. Τα εδαφικά υλικά είναι συχνά ανισότροπα και συνεπώς, η "αστράγγιστη διατμητική αντοχή" που υπολογίζεται κατά την κυλινδρική τριαξονική δοκιμή δεν είναι ίδια με αυτήν που υπολογίζεται κατά την απλή ή την απευθείας διάτμηση, επειδή η εντατική κατάσταση στις δοκιμές αυτές είναι διαφορετική. Τούτο ισχύει και για τις επιτόπου δοκιμές, όπου, επιπλέον, η εντατική κατάσταση είναι ανομοιόμορφη και εξαιρετικά σύνθετη (περιλαμβάνει στροφές των κυρίων επιπέδων κλπ).
4. Τέλος, δεν θα πρέπει να αμεληθούν η επιρροή της διαταραχής του δοκιμίου κατά τη δειγματοληψία, μόρφωση και τοποθέτηση στη συσκευή καθώς και η επιρροή της ταχύτητας φόρτισης, επειδή στα εδαφικά υλικά η αντοχή μεταβάλλεται με τη μεταβολή της ταχύτητας φόρτισης).

Από όλα τα προηγούμενα προκύπτει ότι οι συνήθεις μέθοδοι προσδιορισμού της "αστράγγιστης διατμητικής αντοχής" των εδαφών εμπεριέχουν σημαντικά σφάλματα. Ευτυχώς, ορισμένα από τα σφάλματα τείνουν να αυξήσουν την εκτιμώμενη τιμή, ενώ άλλα τείνουν να τη μειώσουν και θεωρείται ότι τελικώς τα σφάλματα αλληλοαναιρούνται. Πάντως, παρά τις ανωτέρω αβεβαιότητες η χρήση της "αστράγγιστης διατμητικής αντοχής" είναι πολύ διαδεδομένη και συχνά θεωρείται ότι αποτελεί "ιδιότητα του εδαφικού υλικού". Στην πραγματικότητα, όμως, η "αστράγγιστη διατμητική αντοχή" είναι μια χρήσιμη έννοια για την απλοποίηση των υπολογισμών στην Εδαφομηχανική και, εάν είναι γνωστές οι παραδοχές της, τα πιθανά σφάλματα μπορούν να ελεγχθούν με τη χρήση κατάλληλων **Συντελεστών Ασφαλείας** σε συνδυασμό με επιτόπου μετρήσεις της συμπεριφοράς του εδάφους κατά την κατασκευή των έργων.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 9.1

Δύο όμοια δοκίμια αργιλικού εδαφικού υλικού υποβλήθηκαν στις εξής εργαστηριακές δοκιμές, υπό συνθήκες πλήρους στράγγισης:

- Κυλινδρική τριαξονική συμπίεση με πίεση κυψέλης $\sigma_c = 340$ kPa και σταθερή πίεση πόρων $u_o = 200$ kPa. Η τιμή της πρόσθετης αξονικής τάσης κατά την αστοχία μετρήθηκε ίση με: $\Delta\sigma_d = 213$ kPa.
- Δοκιμή απευθείας διάτμησης με κατακόρυφη ορθή τάση $\sigma_n = 100$ kPa. Κατά την αστοχία, η διατμητική τάση σε οριζόντιο επίπεδο ήταν ίση με $\tau_a = 69$ kPa.

Ζητούνται:

- Να σχεδιασθούν οι κύκλοι Mohr των ενεργών τάσεων κατά την αστοχία των δύο εδαφικών δοκιμών και να προσδιορισθούν οι παράμετροι διατμητικής αντοχής της αργίλου.
- Εάν ένα δοκίμιο του ίδιου αργιλικού υλικού υποβληθεί σε δοκιμή απλής διάτμησης υπό συνθήκες πλήρους στράγγισης με κατακόρυφη ορθή τάση $\sigma_v = 218$ kPa, να προσδιορισθεί η τιμή της διατμητικής τάσης (τ_h) σε οριζόντιο επίπεδο κατά την αστοχία. Θεωρήσατε ότι: $K_o = 0.50$.
- Στην κατάσταση αστοχίας της ανωτέρω δοκιμής απλής διάτμησης, να σχεδιασθεί ο κύκλος Mohr και να προσδιορισθούν οι διευθύνσεις των κυρίων τάσεων και των επιπέδων αστοχίας.

Λύση:

- Κατά την κυλινδρική τριαξονική συμπίεση, στην κατάσταση αστοχίας ισχύει:

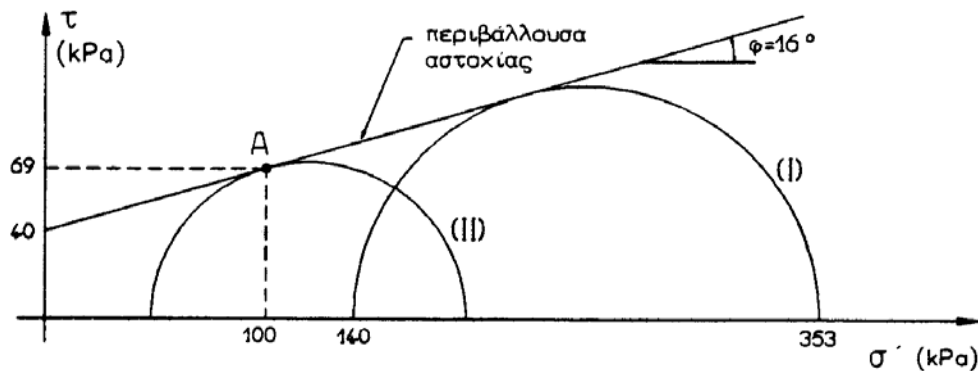
$$\sigma'_3 = \sigma'_c = \sigma_c - u = 340 - 200 = 140 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_1 = (\sigma_c + \Delta\sigma_d) - u_o = 340 + 213 - 200 = 353 \text{ kPa}$$

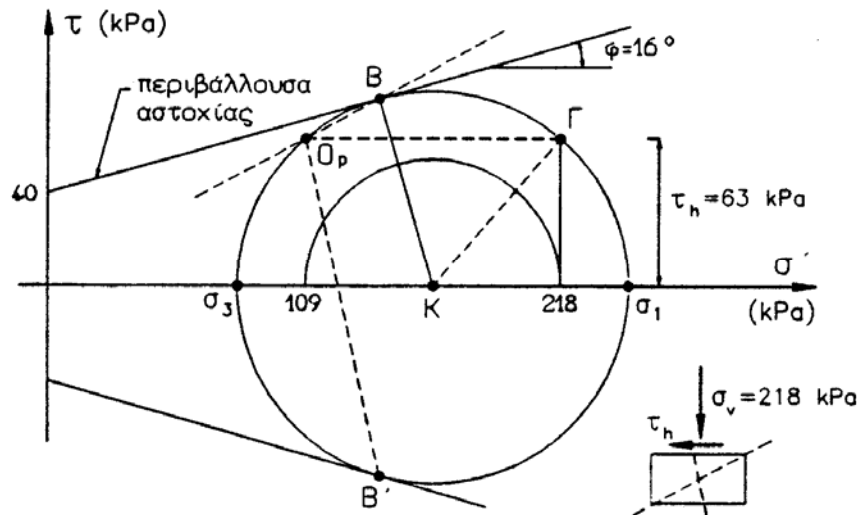
Σχεδιάζεται ο κύκλος Mohr της δοκιμής κυλινδρικής τριαξονικής συμπίεσης στην κατάσταση αστοχίας (I), και από το σημείο A (που αντιστοιχεί στο επίπεδο αστοχίας της δοκιμής απευθείας διάτμησης, δηλαδή $\sigma' = 100$ kPa, $\tau = 69$ kPa) φέρεται εφαπτόμενη στον κύκλο (I). Η ευθεία αυτή είναι η περιβάλλουσα αστοχίας του αργιλικού υλικού (βλέπε Σχήμα 9.1-1). Στη συνέχεια, σχεδιάζεται ο κύκλος Mohr II (κύκλος αστοχίας της δοκιμής απευθείας διάτμησης) ως εφαπτόμενος στην περιβάλλουσα αστοχίας στο σημείο A. Οι παράμετροι διατμητικής αντοχής της αργίλου προσδιορίζονται γραφικά και είναι:

$$c = 40 \text{ kPa}, \phi = 16^\circ$$

Οι παράμετροι διατμητικής αντοχής της αργίλου μπορούν να υπολογισθούν και αναλυτικά από τις επόμενες σχέσεις:



Σχήμα 9.1-2: Παράδειγμα 9.1



Σχήμα 9.1-2: Παράδειγμα 9.1

(α) Για την κυλινδρική τριαξονική συμπίεση, στην κατάσταση αστοχίας ισχύει:

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 \cdot \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right) + 2c \cdot \tan\left(45 + \frac{\phi}{2}\right)$$

(β) Για τη δοκιμή απευθείας διάτμησης, στην κατάσταση αστοχίας ισχύει:

$$\tau_a = c + \sigma_n \cdot \tan \phi$$

όπου $\sigma'_1 = 353$ kPa, $\sigma'_3 = 140$ kPa, $\sigma_n = 100$ kPa, και $\tau_a = 69$ kPa. Η επίλυση των ανωτέρω σχέσεων ως προς c , ϕ δίνει τις ίδιες τιμές, όπως και η γραφική επίλυση.

2. Κατά τη δοκιμή απλής διάτμησης, πριν από την επιβολή της διατμητικής τάσης, η κατάσταση αστοχίας είναι γεωστατική και συνεπώς ο κύκλος Mohr έχει ως αντιδιαμετρικά σημεία τα $\sigma'_1 = 218$ kPa και $\sigma'_3 = 0.50 \times 218 = 109$ kPa (βλέπε Σχήμα 9.1-2). Κατά την αστοχία, ο κύκλος Mohr είναι ομόκεντρος του αρχικού και εφάπτεται στην περιβάλλουσα αστοχίας που είχε προσδιορισθεί προηγουμένως. Γραφικά υπολογίζεται η διατμητική τάση (τ_h) σε οριζόντιο επίπεδο κατά την αστοχία, που είναι ίση με 63 kPa.
3. Ο πόλος (O_p) του κύκλου Mohr κατά την αστοχία, στη δοκιμή απλής διάτμησης, προσδιορίζεται αν από το σημείο Γ χαραχθεί ευθεία παράλληλη με το οριζόντιο επίπεδο (δηλαδή οριζόντια) που τέμνει ξανά τον κύκλο στο O_p . Οι διευθύνσεις των κυρίων τάσεων είναι οι $O_p\sigma_1$ και $O_p\sigma_3$ (δεν έχουν χαραχθεί για την ευκρίνεια του Σχήματος 9.1-2). Οι διευθύνσεις των επιπέδων αστοχίας είναι οι O_pB και O_pB' .

Παράδειγμα 9.2

Στην επιφάνεια γραμμικώς ελαστικού εδάφους επιβάλλεται ορθή φόρτιση $q = 200$ kN/m, με τη μορφή λωριδατού θεμελίου μεγάλου μήκους και μικρού πλάτους (ας θεωρηθεί απειρομήκης λωρίδα με μηδενικό πλάτος). Εάν οι παράμετροι διατμητικής αντοχής του εδάφους είναι: $c = 20$ kPa, $\phi = 30^\circ$ και η φόρτιση επιβάλλεται ταχέως (ώστε να μπορεί να θεωρηθεί ότι επικρατούν αστράγγιστες συνθήκες), να προσδιορισθεί η περιοχή κάτω από το θεμέλιο που έχει αστοχήσει. Ο υπολογισμός να επαναληφθεί σε περίπτωση που η φόρτιση αυξηθεί σε $q = 400$ kN/m.

Να προσδιορισθεί το εύρος της περιοχής αστοχίας κάτω από το θεμέλιο για τις ίδιες εντάσεις της εξωτερικής φόρτισης (200 kN/m και 400 kN/m), εάν η φόρτιση επιβάλλεται με αρκετά βραδύ ρυθμό, ώστε να επικρατούν πλήρως στραγγισμένες συνθήκες.

Σε ποια από τις δύο περιπτώσεις επιβολής της φόρτισης (αστράγγιστη-στραγγισμένη) η περιοχή που έχει αστοχήσει είναι μικρότερη; Ισοδύναμα, ποια από τις δύο περιπτώσεις επιβολής της φόρτισης είναι περισσότερο επικίνδυνη να οδηγήσει σε αστοχία του θεμελίου;

Λύση:

Στο Παράδειγμα 8.2 προσδιορίστηκαν οι (ολικές) κύριες τάσεις και η υπερπίεση πόρων, λόγω του απειρομήκουσ λωριδωτού φορτίου (q), από τις σχέσεις:

$$\sigma_1 = \frac{2q}{\pi} \frac{z}{y^2 + z^2}, \quad \sigma_3 = 0, \quad u = \frac{q}{\pi} \frac{z}{y^2 + z^2}$$

Συνεπώς, οι ενεργές κύριες τάσεις λόγω του φορτίου q είναι:

$$\sigma'_1 = \frac{q}{\pi} \frac{z}{y^2 + z^2}, \quad \sigma'_3 = -\sigma'_1 \quad (9.2-1)$$

Στις τάσεις αυτές πρέπει να προστεθούν και οι ενεργές τάσεις λόγω του ιδίου βάρους του εδάφους (γεωστατικές τάσεις): $\sigma'_{vo} = \gamma'z$, $\sigma'_{ho} = K_o \sigma'_{vo}$. Θα πρέπει να σημειωθεί, όμως, ότι η επαλληλία των ενεργών τάσεων λόγω της φόρτισης q (σ'_1 , σ'_3) και των ενεργών τάσεων λόγω ιδίου βάρους του εδάφους (σ'_{vo} , σ'_{ho}) **δεν μπορεί να γίνει με αλγεβρική πρόσθεση** των ανωτέρω μεγεθών, επειδή οι τάσεις αυτές δεν ασκούνται στα ίδια επίπεδα. Πράγματι, οι γεωστατικές τάσεις ασκούνται στο οριζόντιο και στο κατακόρυφο επίπεδο, ενώ οι τάσεις σ'_1 , σ'_3 λόγω της φόρτισης (q) ασκούνται στο ακτινικό επίπεδο και στο κάθετο προς αυτό (βλέπε και Παράδειγμα 8.2). Συνεπώς, θα πρέπει να υπολογισθούν οι τιμές των γεωστατικών τάσεων στο ακτινικό επίπεδο και στο κάθετο προς αυτό, και οι τιμές αυτές να προστεθούν στις τάσεις σ'_1 , σ'_3 λόγω της φόρτισης (q), ώστε να προστίθενται αλγεβρικά εντατικά μεγέθη που ασκούνται στο ίδιο επίπεδο.

Ο ανωτέρω υπολογισμός, όμως, δυσχεραίνει σημαντικά τις αριθμητικές πράξεις χωρίς να αυξάνει ουσιαστικά την πρακτική αξία των αποτελεσμάτων, επειδή οι γεωστατικές τάσεις στα βάθη που μας ενδιαφέρουν είναι μικρές σε σχέση με τις πρόσθετες τάσεις λόγω της εξωτερικής φόρτισης. Κατά συνέπεια, η συνεισφορά των γεωστατικών τάσεων μπορεί να παραληφθεί, χωρίς σημαντικό σφάλμα στην εκτίμηση του εύρους της περιοχής που έχει αστοχήσει.

Η συνθήκη αστοχίας κατά Coulomb για συνεκτικά εδάφη είναι:

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 N_\phi + 2c\sqrt{N_\phi} \quad (9.2-2)$$

όπου: $N_\phi = \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right)$.

Για το συγκεκριμένο παράδειγμα φόρτισης, ο συνδυασμός των σχέσεων (1) και (2) δίνει:

$$\frac{q}{\pi} \frac{z}{y^2 + z^2} = \sigma'_1 = \frac{2c\sqrt{N_\phi}}{1 + N_\phi}$$

ή, ισοδύναμα:

$$y = \pm \sqrt{\left(\frac{q(1 + N_\phi)}{2\pi c\sqrt{N_\phi}} - z\right)z} \quad (9.2-3)$$

Όταν $q = 200$ kN/m, $\phi = 30^\circ$, $c = 20$ kPa, η ανωτέρω σχέση δίνει ($N_\phi = 3$):

$$y = \pm \sqrt{(3.68 - z)z}$$

ενώ, όταν $q = 400$ kN/m, δίνει:

$$y = \pm \sqrt{(7.35 - z)z}$$

Οι ανωτέρω σχέσεις ορίζουν το σύνορο των εδαφικών περιοχών που έχουν αστοχήσει, για ένταση της εξωτερικής φόρτισης 200 kN/m και 400 kN/m αντιστοίχως και αστράγγιστη επιβολή της φόρτισης. Οι τιμές των y , z από τις σχέσεις αυτές φαίνονται στον Πίνακα 9.2-1 (μόνον τα θετικά y). Οι περιοχές αστοχίας για φόρτιση $q = 200$ kN/m και 400 kN/m παριστάνονται γραφικά στο Σχήμα 9.2-1. Είναι σαφής η διεύρυνση της περιοχής αστοχίας με την αύξηση της έντασης του φορτίου q . Η αστοχία του θεμελίου επέρχεται όταν η περιοχή αστοχίας στο έδαφος επεκταθεί αρκετά ώστε οι υποχωρήσεις να γίνουν "μεγάλες", δηλαδή να αποκτήσουν μέγεθος που προκαλεί βλάβες στην ανωδομή.

Σε περίπτωση που η φόρτιση επιβάλλεται με αργό ρυθμό ώστε να επικρατούν στραγγισμένες συνθήκες (δηλαδή οι τυχόν αναπτυσσόμενες υπερπιέσεις πόρων να εκτονώνονται πλήρως), ισχύει:

$$\sigma'_1 = \sigma_1 = \frac{2q}{\pi} \frac{z}{y^2 + z^2}, \quad \sigma'_3 = \sigma_3 = 0 \quad (9.2-4)$$

Ας σημειωθεί ότι στις ανωτέρω σχέσεις έχουν αμεληθεί οι υδροστατικές πιέσεις πόρων, επειδή για τα βάθη που μας ενδιαφέρουν οι τιμές των υδροστατικών πιέσεων είναι μικρές σε σχέση με τις τάσεις που αναπτύσσονται λόγω της εξωτερικής φόρτισης q .

Ο συνδυασμός των σχέσεων (2) και (4) δίνει:

$$\frac{2q}{\pi} \frac{z}{y^2 + z^2} = \sigma'_1 = 2c\sqrt{N_\phi}$$

ή, ισοδύναμα:

$$y = \pm \sqrt{\left(\frac{q}{\pi c \sqrt{N_\phi}} - z \right) z} \quad (9.2-5)$$

Η σχέση (5) για $q = 200$ kN/m δίνει:

$$y = \pm \sqrt{(1.84 - z)z}$$

ενώ, όταν $q = 400$ kN/m, δίνει:

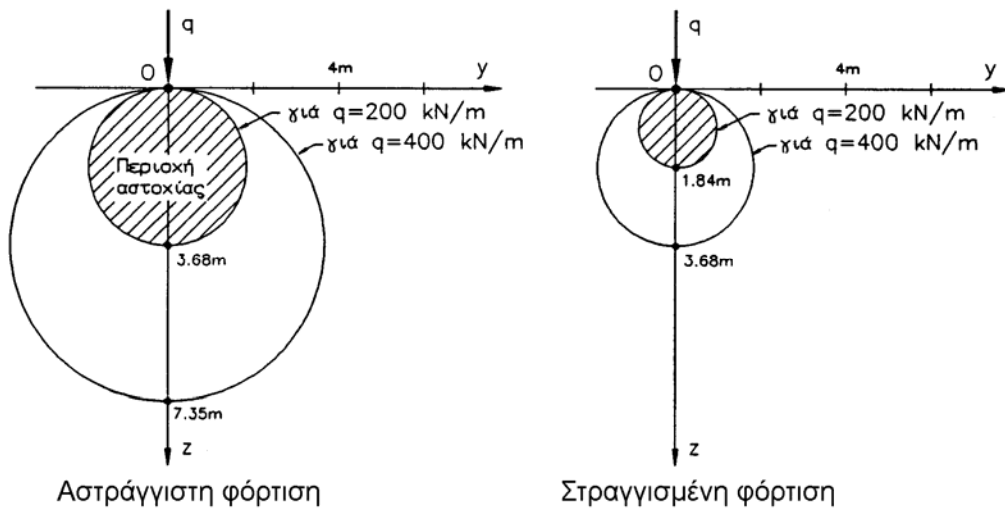
$$y = \pm \sqrt{(3.68 - z)z}$$

Οι σχέσεις αυτές ορίζουν το σύνορο των εδαφικών περιοχών που έχουν αστοχήσει, για πλήρως στραγγισμένη επιβολή της φόρτισης. Οι τιμές των y , z από τις σχέσεις αυτές φαίνονται στον Πίνακα 9.2-1. Οι περιοχές αστοχίας παριστάνονται γραφικά στο Σχήμα 9.2-1.

Στην περίπτωση της πλήρως στραγγισμένης φόρτισης, η περιοχή που αστοχεί είναι πολύ μικρότερη. Ειδικότερα, για τις συγκεκριμένες εδαφικές ιδιότητες, το εύρος της περιοχής αστοχίας υπό στραγγισμένες συνθήκες και φόρτιση $q = 400$ kN/m είναι ίσο με το εύρος της περιοχής αστοχίας υπό αστράγγιστες συνθήκες και φόρτιση $q = 200$ kN/m. Τούτο σημαίνει ότι η επιβολή της φόρτισης του θεμελίου με ταχύ ρυθμό (αστράγγιστες συνθήκες) είναι πιο επικίνδυνη να οδηγήσει σε αστοχία, απ' ό,τι η επιβολή της ίδιας φόρτισης με βραδύ ρυθμό (πλήρως στραγγισμένες συνθήκες). Ισοδύναμα, η πιο επικίνδυνη κατάσταση κατά τη φόρτιση ενός θεμελίου είναι αμέσως μετά την κατασκευή του, επειδή με την πάροδο του χρόνου οι υπερπιέσεις πόρων εκτονώνονται και η ασφάλεια έναντι αστοχίας αυξάνει.

ΠΙΝΑΚΑΣ 9.2-1

z (m)	Αστράγγιστη φόρτιση		Στραγγισμένη φόρτιση	
	y (m) για			
	q = 200 kN/m	q = 400 kN/m	q = 200 kN/m	q = 400 kN/m
0	0	0	0	0
0.50	1.26	1.85	0.82	1.26
1.00	1.64	2.52	0.92	1.64
1.50	1.81	2.96	0.71	1.81
1.84	1.82	3.12	0	1.84
2.00	1.83	3.27	-	1.83
2.50	1.72	3.48	-	1.72
3.00	1.43	3.61	-	1.43
3.68	0	3.67	-	0
4.00	-	3.66	-	-
5.00	-	3.43	-	-
6.00	-	2.85	-	-
7.00	-	1.57	-	-
7.35	-	0	-	-



Σχήμα 9.2-1: Παράδειγμα 9.2

