

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΣΤΕΡΕΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΕΔΑΦΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

7.1 Εισαγωγή

Σε προηγούμενο Κεφάλαιο παρουσιάσθηκε η αρχή του φαινομένου της στερεοποίησης των εδαφών και αναφέρθηκε ότι οφείλεται στην πολυφασικότητά τους και, ειδικότερα, στη μεγάλη διαφορά συμπιεστότητας μεταξύ του εδαφικού σκελετού και του νερού των πόρων και στη μικρή τους διαπερατότητα. Στο Κεφάλαιο αυτό μελετάται αναλυτικά το φαινόμενο της στερεοποίησης και διατυπώνονται οι μαθηματικές σχέσεις που το διέπουν.

Ας θεωρηθεί ένα κορεσμένο εδαφικό στοιχείο, στο οποίο οι ολικές τάσεις μεταβάλλονται κατά $\Delta\sigma_{xx}$, $\Delta\sigma_{yy}$, $\Delta\sigma_{zz}$, $\Delta\sigma_{xy}$, $\Delta\sigma_{yz}$, $\Delta\sigma_{zx}$ λόγω της επιβολής μιας πρόσθετης φόρτισης. Οι τάσεις αυτές τείνουν να παραμορφώσουν το εδαφικό στοιχείο, δηλαδή να το στρεβλώσουν και να του μεταβάλουν τις διαστάσεις και τον όγκο. Όπως είναι γνωστό, η μεταβολή του όγκου ενός κορεσμένου εδαφικού στοιχείου πρέπει να συνοδεύεται από ισόποση διαφυγή ή εισρόφηση νερού, επειδή οι στερεοί κόκκοι και το νερό των πόρων είναι πρακτικά ασυμπίεστα. Λόγω, όμως, της περιορισμένης διαπερατότητας των εδαφικών υλικών, η κίνηση του νερού διαμέσου των πόρων απαιτεί χρόνο. Εάν, λοιπόν, η φόρτιση του εδάφους γίνει ταχύτερα από τη διαφυγή του νερού (αστράγγιστη φόρτιση), το έδαφος θα παραμορφωθεί **υπό σταθερό όγκο**, δηλαδή $\Delta\varepsilon_{vol} = 0$. Η συνθήκη αυτή οδηγεί σε κάποια σχέση μεταξύ των συνιστωσών των ενεργών τάσεων, η οποία αναπτύσσεται στα επόμενα. Η γενική μορφή του καταστατικού νόμου τάσεων-παραμορφώσεων:

$$\Delta\varepsilon_{ij} = f_{ij}(\Delta\sigma'_{kl}) \quad (7.1)$$

σε συνδυασμό με τη συνθήκη παραμόρφωσης υπό σταθερό όγκο:

$$0 = \Delta\varepsilon_{vol} \equiv \Delta\varepsilon_{xx} + \Delta\varepsilon_{yy} + \Delta\varepsilon_{zz}$$

οδηγεί στη ζητούμενη σχέση μεταξύ των μεταβολών των ενεργών τάσεων:

$$g(\Delta\sigma'_{kl}) = 0 \quad (7.2)$$

Στη συνέχεια, ο ορισμός των ενεργών τάσεων δίνει:

$$\Delta\sigma'_{kl} = \Delta\sigma_{kl} - \Delta u \cdot \delta_{kl} \quad (7.3)$$

όπου δ_{kl} είναι ο μοναδιαίος τανυστής β' τάξης (δέλτα του Kronecker). Αντικαθιστώντας από τη σχέση (7.3) στη σχέση (7.2) και επιλύοντας ως προς Δu , προκύπτει μια σχέση της μορφής:

$$\Delta u = g'(\Delta\sigma_{kl})$$

η οποία δίνει την αναπτυσσόμενη υπερπίεση πόρων συναρτήσει των (γνωστών) μεταβολών των ολικών τάσεων κατά την αστράγγιστη φόρτιση. Μετά τον υπολογισμό της υπερπίεσης πόρων, οι μεταβολές των ενεργών τάσεων προκύπτουν από τις σχέσεις (7.3).

Οι ανωτέρω γενικές θεωρήσεις μπορούν να εξειδικευθούν στην περίπτωση αστράγγιστης φόρτισης εδαφικών υλικών με γραμμική ισότροπη συμπεριφορά, οπότε

η παραμόρφωση υπό σταθερό όγκο ($\Delta \varepsilon_{vol} = 0$) οδηγεί στη σχέση (βλέπε εξίσωση 6.3):

$$\Delta \sigma' \equiv \frac{1}{3} (\Delta \sigma'_{xx} + \Delta \sigma'_{yy} + \Delta \sigma'_{zz}) = 0$$

και στην (βλέπε εξίσωση 6.6):

$$\Delta u = \frac{1}{3} (\Delta \sigma_{xx} + \Delta \sigma_{yy} + \Delta \sigma_{zz}) \quad (7.4)$$

δηλαδή, η υπερπίεση πόρων (που αναπτύσσεται για να ικανοποιηθεί η συνθήκη της μή-μεταβολής του όγκου του εδαφικού στοιχείου) ισούται με το μέσο όρο των μεταβολών των ορθών ολικών τάσεων.

Στα προηγούμενα εξετάσθηκε η περίπτωση ενός εδαφικού στοιχείου στο οποίο αναπτύσσονται πρόσθετες τάσεις λόγω κάποιας επιβαλλόμενης εξωτερικής φόρτισης. Κατά τη φόρτιση ενός εκτεταμένου εδαφικού σχηματισμού (ο οποίος αποτελείται από πολλά εδαφικά στοιχεία) η κατάσταση θα είναι ανάλογη: θα αναπτυχθούν, δηλαδή, υπερπίεσεις πόρων $\Delta u = \Delta u(x, y, z)$, διαφορετικές γενικά από θέση σε θέση, έτσι ώστε σε όλα τα στοιχεία του εδάφους η παραμόρφωση να γίνεται υπό σταθερό όγκο, δηλαδή χωρίς να συμβαίνει μετακίνηση του νερού των πόρων (στράγγιση). Η κατανομή των υπερπίεσεων πόρων που προσδιορίσθηκε με την προηγούμενη μέθοδο είναι γενικά **ασυμβίβαστη** με τις υδραυλικές συνοριακές συνθήκες του προβλήματος, σύμφωνα με τις οποίες: (i) η πίεση πόρων στην ελεύθερη υδατική επιφάνεια (στάθμη υπόγειου ορίζοντα) πρέπει να είναι μηδέν και (ii) στα αδιαπέρατα (στεγανά) σύνορα, εφόσον δεν υπάρχει ροή κάθετα στο σύνορο, θα πρέπει η πιεζομετρική συνάρτηση να έχει μηδενική παράγωγο στην κάθετη διεύθυνση προς το σύνορο, δηλαδή:

$$\frac{\partial h}{\partial n} = \vec{n} \cdot \vec{\nabla} h = \vec{n} \cdot \vec{i} = 0$$

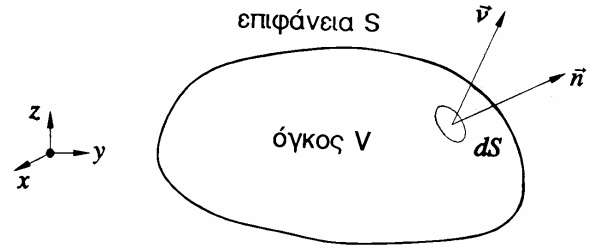
όπου \vec{n} είναι η κάθετη διεύθυνση στο αδιαπέρατο σύνορο και \vec{i} το διάνυσμα της υδραυλικής κλίσης. Επειδή, λοιπόν, οι υπερπίεσεις πόρων που αναπτύσσονται κατά την αστράγγιστη φόρτιση των εδαφών δεν ικανοποιούν γενικά τις συνοριακές συνθήκες, **θα υπάρξει ροή** και οι υδατικές πιέσεις θα μεταβληθούν ώστε να συμβιβάζονται με τις συνοριακές συνθήκες του προβλήματος. Κατά τη διάρκεια της ροής η αναγκαία μεταφορά μάζας νερού από τη μια θέση στην άλλη προκαλεί μεταβολή του όγκου των πόρων, δηλαδή ογκομετρικές παραμορφώσεις του εδάφους και συνεπώς μεταβολές των ενεργών τάσεων (κατά την αρχή των ενεργών τάσεων). Το σύνθετο αυτό φαινόμενο της υδατικής ροής διαμέσου των πόρων, της μεταβολής του όγκου του εδάφους και της εξ' αυτού μεταβολής των ενεργών τάσεων ονομάζεται **στερεοποίηση**.

Στα επόμενα παρουσιάζεται η μαθηματική διατύπωση των σχέσεων που διέπουν το φαινόμενο της στερεοποίησης με τις εξής παραδοχές:

1. Το εδαφικό υλικό είναι πλήρως κορεσμένο.
2. Οι στερεοί κόκκοι και το νερό των πόρων είναι ασυμπίεστα.
3. Ο εδαφικός σκελετός συμπεριφέρεται σαν γραμμικό, ισότροπο, ελαστικό υλικό.
4. Η υδατική ροή διαμέσου των πόρων του εδάφους διέπεται από το νόμο του Darcy με ισότροπη και σταθερή διαπερατότητα.
5. Οι παραμορφώσεις του εδάφους θεωρούνται απειροστές και κατά συνέπεια μπορούν να εφαρμοσθούν οι γνωστοί ορισμοί της παραμόρφωσης.

Η μελέτη του φαινομένου της στερεοποίησης των εδαφών χωρίς τις ανωτέρω (απλοποιητικές) παραδοχές υπερβαίνει το σκοπό του συγγράμματος αυτού.

Η διατύπωση των εξισώσεων που διέπουν το φαινόμενο της στερεοποίησης προκύπτει με θεώρηση ανάλογη με αυτήν που εφαρμόστηκε στη μελέτη της μόνιμης υδατικής ροής διαμέσου του εδάφους (Κεφάλαιο 3), δηλαδή θεωρείται και πάλι όγκος εδάφους V , που περικλείεται από την επιφάνεια S (βλέπε Σχήμα 7.1). Ο όγκος αυτός είναι συνδεδεμένος με τον εδαφικό σκελετό και τον παρακολουθεί κατά την παραμόρφωση. Η αρχή διατήρησης της μάζας καθορίζει ότι η καθαρή εκροή νερού από τον όγκο V , διαμέσου της επιφάνειας S , είναι ίση και αντίθετη με την αύξηση της μάζας του νερού των πόρων στο εσωτερικό του όγκου V , δηλαδή:



Σχ. 7.1: Ροή διαμέσου της επιφάνειας όγκου V

όπου V_v είναι ο όγκος των πόρων και ρ_w η πυκνότητα του νερού. Η παραπάνω σχέση, με εφαρμογή του θεωρήματος της απόκλισης, δίνει:

$$-\int_S \rho_w \vec{v} \cdot \vec{n} dS = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho_w dV_v$$

Αλλά:

$$-\int_V \operatorname{div}(\rho_w \vec{v}) dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho_w dV_v \quad (7.5)$$

Αλλά:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho_w dV_v = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho_w e dV_s = \int_V \rho_w \frac{\partial e}{\partial t} dV_s = \int_V \rho_w \frac{\partial e}{\partial t} \frac{1}{1+e} dV \quad (7.6)$$

και τελικά οι σχέσεις (7.5) και (7.6) δίνουν:

$$-\int_V \rho_w \cdot \operatorname{div}(\vec{v}) dV = \int_V \rho_w \frac{\partial e}{\partial t} \frac{1}{1+e} dV$$

Εφόσον ο όγκος V είναι τυχαίος, το ολοκλήρωμα απαλείφεται και η τελευταία σχέση δίνει:

$$\operatorname{div}(\vec{v}) = \frac{-1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon_{vol}}{\partial t} \quad (7.7)$$

που εκφράζει την αρχή διατήρησης της μάζας του νερού στους πόρους του εδάφους. Περαιτέρω αξιοποίηση της σχέσης αυτής μπορεί να γίνει με χρήση του νόμου Darcy και των σχέσεων της ελαστικότητας. Έτσι:

1. Νόμος Darcy: $\vec{v} = -k \cdot \vec{\nabla} h$, όπου $h \equiv z + \frac{u}{\gamma_w}$

2. Σχέσεις ελαστικότητας: $\frac{\partial \varepsilon_{vol}}{\partial t} = \frac{1}{K} \frac{\partial \sigma'}{\partial t}$, όπου σ' είναι η μέση ορθή ενεργός τάση.

Αντικατάσταση των παραπάνω σχέσεων στην εξίσωση (7.7) δίνει:

$$k \cdot \nabla^2 h = -\frac{1}{K} \frac{\partial \sigma'}{\partial t}$$

ή, ισοδύναμα:

$$\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 u = -\frac{1}{K} \left(\frac{\partial \sigma'}{\partial t} \right)$$

όπου γ_w είναι το ειδικό βάρος του νερού, K το ελαστικό μέτρο ισότροπης συμπίεσης του εδαφικού σκελετού και k ο συντελεστής διαπερατότητας του εδάφους. Θέτοντας:

$$c \equiv \frac{k \cdot K}{\gamma_w} \tag{7.8}$$

όπου ο συντελεστής c ονομάζεται **συντελεστής στερεοποίησης**, η τελευταία σχέση δίνει:

$$c \cdot \nabla^2 u = -\frac{\partial \sigma'}{\partial t} \tag{7.9}$$

Η εξίσωση (7.9), που αποτελεί και την τελική μορφή της εξίσωσης που διέπει το φαινόμενο της στερεοποίησης, δείχνει ότι ο προσδιορισμός της ζητούμενης υδατικής πίεσης u εξαρτάται και από τη μέση ορθή ενεργό τάση σ' , η οποία, όμως, γενικά μεταβάλλεται κατά την εξέλιξη του φαινομένου της στερεοποίησης. Το γεγονός αυτό περιπλέκει την επίλυση της εξίσωσης (7.9) και απαιτεί τη χρήση και των εξισώσεων ισορροπίας. Όπως ήδη θα έχει γίνει αντιληπτό, το φαινόμενο της στερεοποίησης είναι σύνθετο και η μαθηματική του επίλυση είναι πολύπλοκη ακόμη και σε περιπτώσεις απλών γεωμετρικών συνθηκών και καταστατικών νόμων τάσεων-παραμορφώσεων. Η επίλυση της απλούστερης περίπτωσης στερεοποίησης, που είναι η μονοδιάστατη στερεοποίηση ενός γραμμικού, ισότροπου, ελαστικού εδάφους, έγινε από τον K.Terzaghi και περιγράφεται στο επόμενο εδάφιο.

7.2 Μονοδιάστατη Στερεοποίηση Ισότροπου Γραμμικού Εδάφους

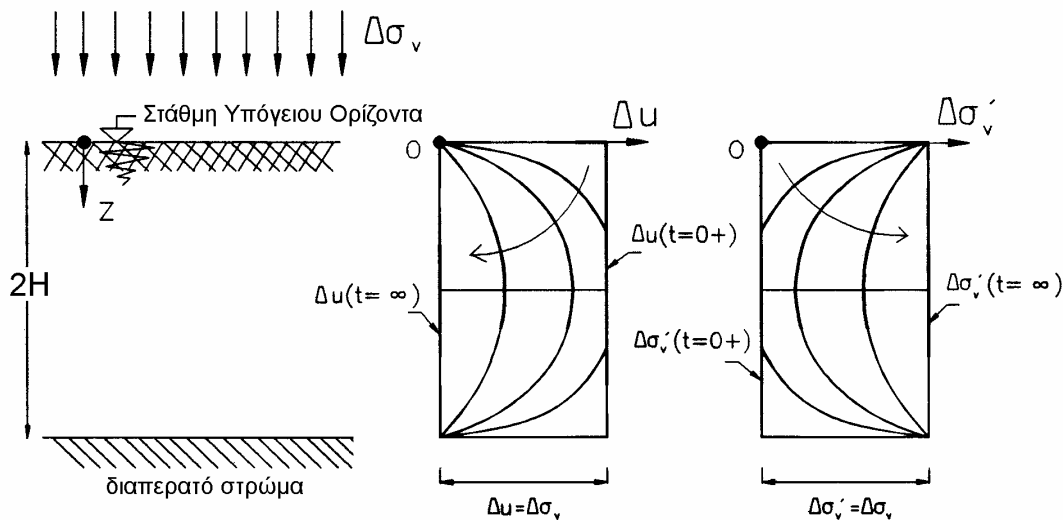
Στο εδάφιο αυτό παρουσιάζεται η θεωρία Terzaghi για τη μονοδιάστατη στερεοποίηση ενός κορεσμένου εδαφικού στρώματος. Το Σχήμα 7.2 παρουσιάζει ένα εδαφικό στρώμα πάχους $2H$, με στάθμη υπόγειου οριζοντα στην επιφάνεια (διαπερατό σύνορο) και με διαπερατό σύνορο στη βάση του. Το εδαφικό στρώμα θεωρείται ομοιόμορφο σε μεγάλη έκταση και κατά συνέπεια, η παραμόρφωσή του λόγω της επιβολής ενός εκτεταμένου κατακόρυφου φορτίου (που αντιστοιχεί σε μεταβολή της κατακόρυφης ολικής τάσης κατά $\Delta\sigma_v$) είναι μονοδιάστατη συμπίεση.

Κατά τη μονοδιάστατη συμπίεση ενός ισότροπου, γραμμικού εδάφους ισχύει:

$$\Delta \varepsilon_{vol} = \frac{\Delta \sigma'}{K} = \frac{\Delta \sigma'_v}{D} = \frac{1}{D} (\Delta \sigma_v - \Delta u)$$

ή:

$$\frac{\partial \sigma'}{\partial t} = \frac{K}{D} \left(\frac{\partial \sigma_v}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} \right)$$



Σχ. 7.2: Μονοδιάστατη στερεοποίηση εδαφών

Αλλά η κατακόρυφη ολική τάση σ_v παραμένει σταθερή κατά την εξέλιξη του φαινομένου της στερεοποίησης, επειδή το βάρος των υπερκείμενων γαιών δεν μεταβάλλεται και η επιφόρτιση $\Delta\sigma_v$ παραμένει αμετάβλητη. Κατά συνέπεια:

$$\frac{\partial \sigma'}{\partial t} = -\frac{K}{D} \frac{\partial u}{\partial t}$$

και, συνδυάζοντας την παραπάνω σχέση με την εξίσωση (7.9), προκύπτει η εξίσωση της μονοδιάστατης στερεοποίησης:

$$c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (7.10)$$

όπου:

$$c_v \equiv \frac{k \cdot D}{\gamma_w}$$

είναι ο **συντελεστής μονοδιάστατης στερεοποίησης**. Σε αντίθεση με τη γενική εξίσωση της στερεοποίησης (σχέση 7.9), η διαφορική εξίσωση (7.10) που διέπει τη μονοδιάστατη στερεοποίηση περιλαμβάνει μόνο την πίεση πόρων και, συνεπώς, μπορεί να επιλυθεί με κατάλληλες συνοριακές και αρχικές συνθήκες.

Οι **συνοριακές συνθήκες** του προβλήματος καθορίζουν την τιμή της υπερπίεσης πόρων στο άνω σύνορο ($z=0$) και στο κάτω σύνορο ($z=2H$) σε όλους τους χρόνους ($t > 0$) και είναι:

$$\Delta u(0, t) = 0 = \Delta u(2H, t)$$

Οι **αρχικές συνθήκες** του προβλήματος αφορούν την αρχική ($t=0$) κατανομή των υδατικών υπερπιέσεων που αναπτύσσονται κατά την ταχεία (αστράγγιστη) επιβολή της κατακόρυφης φόρτισης $\Delta\sigma_v$. Στα προηγούμενα αποδείχθηκε ότι κατά την αστράγγιστη φόρτιση ενός ισότροπου γραμμικού εδάφους: $\Delta\sigma' = 0$ και, επιπλέον, κατά τη μονοδιάστατη συμπίεση: $\Delta\sigma' = (K/D)\Delta\sigma'_v$, οπότε κατά την αστράγγιστη μονοδιάστατη συμπίεση ισχύει: $\Delta\sigma'_v = 0$, δηλαδή $\Delta u = \Delta\sigma_v$. Συνεπώς, η αρχική υπερπίεση πόρων ισούται με την επιβαλλόμενη κατακόρυφη ολική τάση, η οποία όμως είναι σταθερή σε όλο το πάχος του εδαφικού στρώματος. Αρα, η αρχική υπερπίεση πόρων (Δu) είναι σταθερή και ίση με $\Delta\sigma_v$ σε όλο το πάχος του στρώματος, δηλαδή:

$$\Delta u(z, 0^+) = \Delta\sigma_v$$

Η επίλυση της εξίσωσης της μονοδιάστατης στερεοποίησης (εξίσωση 7.10), με τις παραπάνω συνοριακές και αρχικές συνθήκες, γίνεται με τη μέθοδο του χωρισμού μεταβλητών, δηλαδή αναζητείται λύση της μορφής:

$$\Delta u(z, t) = F(z) \cdot G(t)$$

η οποία, όταν αντικατασταθεί στην (7.10), δίνει:

$$\frac{F''(z)}{F(z)} = \frac{1}{c_v} \frac{G'(t)}{G(t)} = \text{σταθ.} = -A^2$$

οπότε:

$$F(z) = C_1 \cos(Az) + C_2 \sin(Az)$$

$$G(t) = C_3 e^{-A^2 c_v t}$$

ή συνολικά:

$$\Delta u(z, t) = [C_4 \cos(Az) + C_5 \sin(Az)] e^{-A^2 c_v t} \quad (7.11a)$$

Οι σταθερές C_4, C_5, A προσδιορίζονται από τις συνοριακές και αρχικές συνθήκες, ως εξής:

1. Η συνοριακή συνθήκη στο άνω όριο δίνει: $C_4 = 0$
2. Η συνοριακή συνθήκη στο κάτω όριο δίνει $C_5 \sin(2AH) = 0$, δηλαδή:
 $2AH = n\pi$, $n = 1, 2, 3, \dots$

Αντικατάσταση των ανωτέρω τιμών των σταθερών C_4, A στην εξίσωση (7.11α) δίνει:

$$\Delta u(z, t) = C_5 \sin\left[\frac{n\pi z}{2H}\right] \exp\left[-\frac{n^2 \pi^2 c_v t}{4H^2}\right] \quad (7.11\beta)$$

η οποία, όμως, δεν είναι δυνατόν να ικανοποιήσει την αρχική συνθήκη: $\Delta u(z, 0^+) = \Delta \sigma_v$. Για το λόγο αυτό, αναζητείται λύση της διαφορικής εξίσωσης (7.10) με τη μορφή σειράς από όρους του τύπου (7.11β), δηλαδή λύση της μορφής:

$$\Delta u(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ C_n \sin\left[\frac{n\pi z}{2H}\right] \exp\left[-\frac{n^2 \pi^2 c_v t}{4H^2}\right] \right\} \quad (7.12)$$

η οποία, προφανώς, ικανοποιεί τη διαφορική εξίσωση και τις συνοριακές συνθήκες, ενώ η αρχική συνθήκη δίνει:

$$\Delta \sigma_v = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin\left[\frac{n\pi z}{2H}\right]$$

Η ανωτέρω εξίσωση είναι μία σειρά Fourier, της οποίας οι συντελεστές δίνονται από τη σχέση:

$$C_n = \frac{1}{H} \int_0^{2H} \Delta \sigma_v \sin\left(\frac{n\pi z}{2H}\right) dz = \frac{2}{n\pi} [1 - \cos(n\pi)] \Delta \sigma_v$$

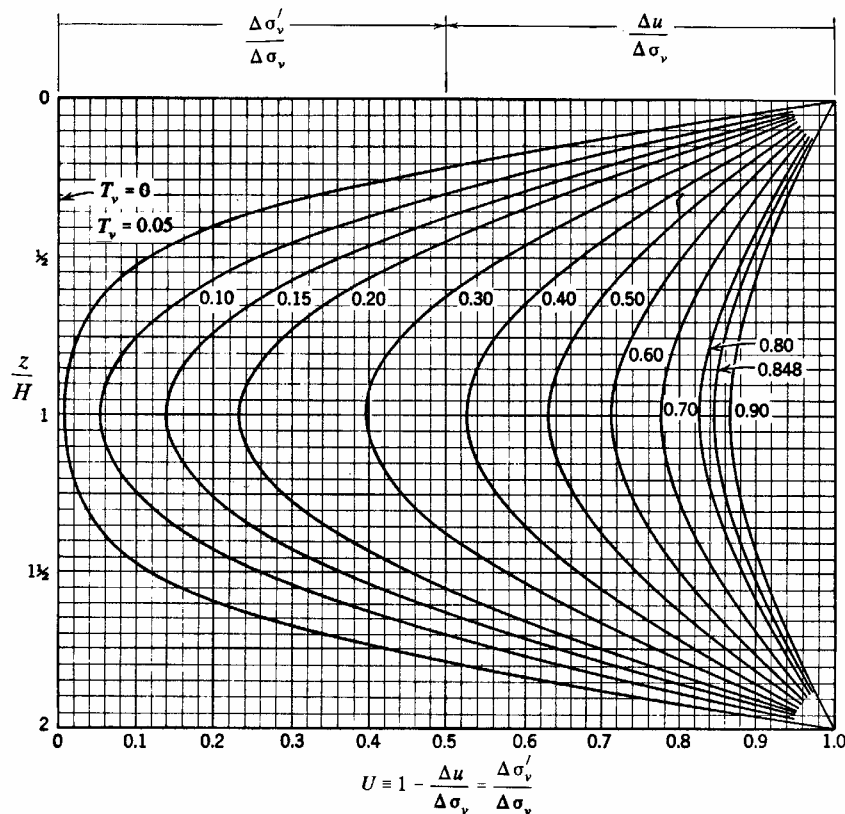
οπότε η σχέση (7.12) δίνει:

$$\Delta u(z, t) = \Delta \sigma_v \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{2}{M} \sin\left(\frac{Mz}{H}\right) \exp(-M^2 T_v) \right] \quad (7.13)$$

όπου $M = (2m+1)\pi/2$ και $T_v = c_v t / H^2$. Ο συντελεστής T_v , που εκφράζει το χρόνο με αδιάστατη μορφή, ονομάζεται **χρονικός παράγων** και καθορίζει τη χρονική κλίμακα εξέλιξης του φαινομένου της στερεοποίησης.

Η γραφική παράσταση της λύσης της εξίσωσης μονοδιάστατης στερεοποίησης (σχέση 7.13) φαίνεται στο Σχήμα 7.3, που παρουσιάζει τις ισόχρονες καμπύλες της υπερπίεσης πόρων. Αμέσως μετά την επιβολή της φόρτισης ($t = T_v = 0$), η υπερπίεση πόρων είναι σταθερή και ίση με $\Delta \sigma_v$ ($\Delta u / \Delta \sigma_v = 1$). Με την πάροδο του χρόνου (ή ισοδύναμα του αδιάστατου χρόνου T_v), η υπερπίεση μειώνεται βαθμιαία και πρακτικά μηδενίζεται όταν $T_v \approx 1$ (θεωρητικά μηδενίζεται σε άπειρο χρόνο). Αντίστοιχα, επειδή $\Delta \sigma'_v = \Delta \sigma_v - \Delta u$, η πρόσθετη κατακόρυφη ενεργός τάση αρχικά είναι μηδέν και βαθμιαία αυξάνει μέχρι της τελικής τιμής $\Delta \sigma'_v = \Delta \sigma_v$, όταν η υπερπίεση πόρων μηδενισθεί, όταν δηλαδή έχει συντελεσθεί το φαινόμενο της στερεοποίησης. Από το Σχήμα 7.3 συμπεραίνονται ακόμη τα εξής:

1. Στην αρχή του φαινομένου της στερεοποίησης, δηλαδή για μικρές τιμές του χρονικού παράγοντα, οι κλίσεις του διαγράμματος των υπερπίεσεων πόρων κοντά στα άνω και κάτω όρια (δηλαδή κοντά στα όρια στράγγισης) είναι πολύ μεγάλες, με συνέπεια οι ταχύτητες ροής στις περιοχές αυτές να είναι πολύ μεγάλες. Αντίθετα, στην περιοχή περί το μέσον του στρώματος οι κλίσεις είναι μικρές σε όλους τους χρόνους (και μάλιστα, ακριβώς στο μέσον η κλίση είναι συνεχώς μηδέν), που σημαίνει ότι στις περιοχές αυτές η ταχύτητα ροής είναι μικρή (ακριβώς στο μέσον η ταχύτητα ροής είναι μηδέν λόγω συμμετρίας).



Σχ. 7.3: Λύσεις της εξίσωσης μονοδιάστατης στερεοποίησης

2. Στις περιοχές κοντά στα όρια στράγγισης οι υπερπίεσεις πόρων μειώνονται ραγδαία και, κατά συνέπεια, οι ενεργές τάσεις αυξάνονται με τους ίδιους ταχείς ρυθμούς, δηλαδή οι περιοχές κοντά στα όρια στράγγισης συμπιέζονται πρώτες, ενώ κοντά στο μέσον η συμπίεση είναι ακόμη πολύ μικρή (μεγάλες τιμές της υπερπίεσης πόρων Δu). Με την πάροδο του χρόνου συμπιέζονται και οι περιοχές περί το μέσον του στρώματος και, τελικά, η συμπίεση του στρώματος γίνεται ομοιόμορφη και ίση με $\Delta \varepsilon_v = \frac{\Delta \sigma'_v}{D} = \frac{\Delta \sigma_v}{D}$.

3. Για τιμές του χρονικού παράγοντα $T_v > 0.3$, οι ισόχρονες καμπύλες είναι με πολύ καλή προσέγγιση ημιτονοειδείς, επειδή μόνον ο πρώτος όρος της σειράς (7.13) συνεισφέρει στο άθροισμα, δεδομένου ότι οι ανώτεροι όροι έχουν πρακτικά μηδενισθεί λόγω του εκθετικού παράγοντα.

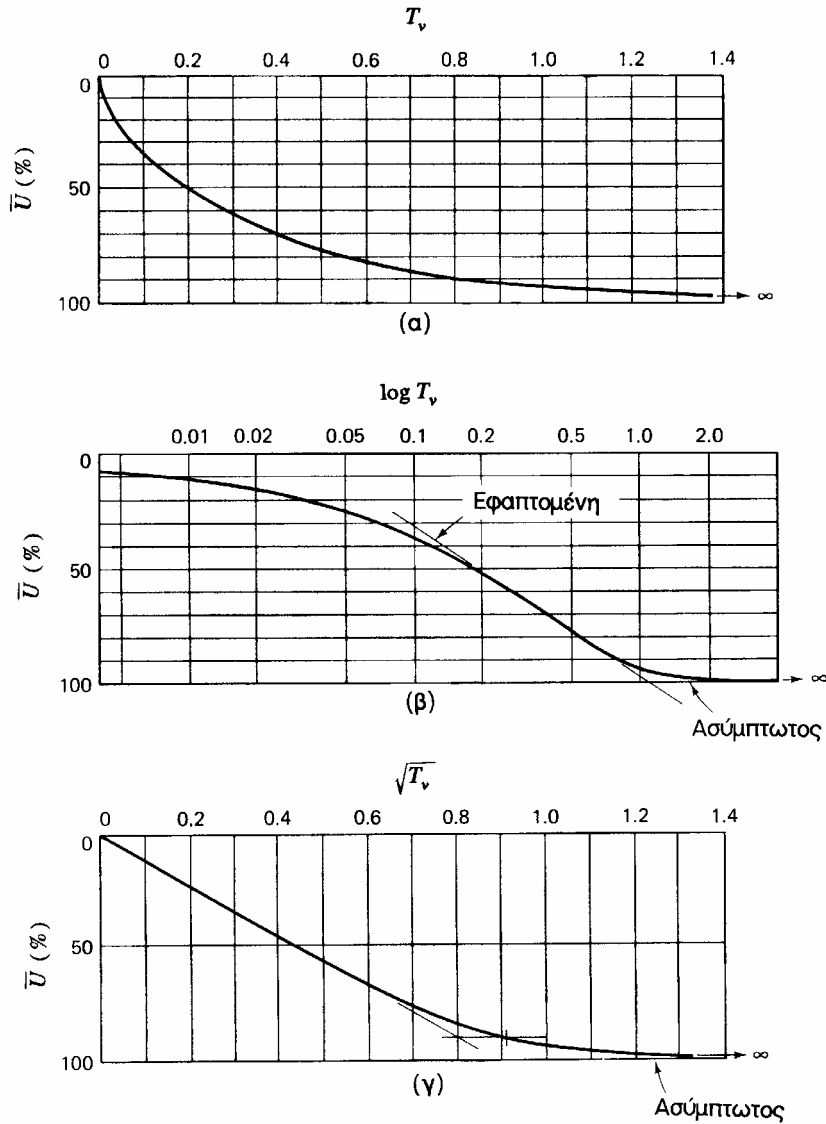
Με βάση τη χωρική και χρονική κατανομή των υπερπίεσεων πόρων (εξίσωση 7.13 και Σχήμα 7.3), υπολογίζεται η υποχώρηση της επιφάνειας του εδαφικού στρώματος από τη σχέση:

$$\delta(t) = \int_0^{2H} \frac{1}{D} \Delta \sigma'_v(z, t) dz = 2H \frac{\Delta \sigma_v}{D} - \frac{1}{D} \int_0^{2H} \Delta u(z, t) dz$$

της οποίας η τελική τιμή (δηλαδή μετά την πλήρη εκτόνωση των υπερπίεσεων πόρων) είναι $\delta(\infty) = 2H \cdot \Delta \sigma_v / D$.

Η χρονική εξέλιξη των υποχωρήσεων της επιφάνειας του εδάφους παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.4 με την αδιάστατη μορφή του **βαθμού στερεοποίησης** \bar{U} , που ορίζεται από τη σχέση:

$$\bar{U}(t) \equiv \frac{\delta(t)}{\delta(\infty)}$$



Σχ. 7.4: Βαθμός στερεοποίησης ως προς το χρόνο

Ο άξονας του χρόνου στο Σχήμα 7.4 έχει την αδιάστατη μορφή του χρονικού παράγοντα T_v και παρουσιάζεται σε γραμμική κλίμακα, σε λογαριθμική κλίμακα και με τη μορφή της τετραγωνικής ρίζας του χρόνου. Ο ρυθμός εξέλιξης των υποχωρήσεων της επιφάνειας είναι ταχύς στην αρχή της στερεοποίησης (μικρά T_v) και βαθμιαία μειώνεται για μεγαλύτερους χρόνους. Ο ακόλουθος Πίνακας παρουσιάζει μερικές χαρακτηριστικές τιμές της σχέσης $\bar{U} = f(T_v)$.

\bar{U}	T_v
0	0
0.1	0.01
0.2	0.031
0.3	0.071
0.4	0.126
0.5	0.197
0.6	0.287
0.7	0.403
0.8	0.567
0.9	0.848
1	∞

Αποδεικνύεται ότι στα αρχικά στάδια του φαινομένου της στερεοποίησης (για $T_v < 0.5$), ο βαθμός στερεοποίησης μπορεί με καλή προσέγγιση να εκφρασθεί από τη σχέση:

$$\bar{U} = 2\sqrt{\frac{T_v}{\pi}}$$

που σημαίνει ότι ο βαθμός στερεοποίησης (δηλαδή και η υποχώρηση της επιφάνειας) είναι ανάλογος της τετραγωνικής ρίζας του χρόνου. Τούτο φαίνεται και από το αρχικό ευθύγραμμο τμήμα της καμπύλης στο διάγραμμα του βαθμού στερεοποίησης ως προς την τετραγωνική ρίζα του χρονικού παράγοντα (Σχήμα 7.4γ).

Επειδή η χρονική εξέλιξη του φαινομένου της μονοδιάστατης στερεοποίησης εξαρτάται από τον αδιάστατο χρονικό παράγοντα:

$$T_v \equiv \frac{c_v}{H^2} t = \frac{k \cdot D}{\gamma_w H^2} t$$

συμπεραίνονται τα εξής:

1. Ο ρυθμός εξέλιξης της στερεοποίησης είναι ανάλογος του συντελεστή διαπερατότητας και του μέτρου μονοδιάστατης συμπίεσης του εδάφους. Αυτό σημαίνει ότι σε εδάφη με μεγάλη διαπερατότητα (π.χ. αμμώδη) και μεγάλο μέτρο συμπίεσης (π.χ. με πυκνή δομή) το φαινόμενο της στερεοποίησης εξελίσσεται ραγδαία και η εκτόνωση των υπερπίεσεων πόρων συντελείται σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα. Αντίθετα, σε εδάφη με μικρή διαπερατότητα και μικρό μέτρο συμπίεσης (π.χ. μαλακές αργίλους) η στερεοποίηση διαρκεί επί μεγάλο χρονικό διάστημα.
2. Ο ρυθμός εξέλιξης της στερεοποίησης είναι αντιστρόφως ανάλογος του τετραγώνου του πάχους της συμπιεστής στρώσης. Έτσι, αν διπλασιασθεί το πάχος της συμπιεστής στρώσης, τετραπλασιάζεται ο χρόνος που απαιτείται για να συντελεσθεί η στερεοποίηση.

Σαν παράδειγμα εφαρμογής, ας θεωρηθεί μία αμμώδης στρώση πάχους $2H = 10$ m με ελεύθερη στράγγιση και στις δύο επιφάνειες και ιδιότητες $k = 10^{-5}$ m/sec, $D = 30$ Mpa, $\gamma_w = 10$ kN/m³. Το υλικό αυτό έχει συντελεστή στερεοποίησης $c_v = k D / \gamma_w = 0.03$ m²/sec, οπότε ο χρόνος που απαιτείται για την πρακτική περάτωση της στερεοποίησης ($T_v \approx 1$) είναι $t_\infty = H^2 T_v / c_v = 833$ sec ≈ 14 min. Αν, στη συνέχεια, θεωρηθεί αργιλική στρώση με το ίδιο πάχος και ιδιότητες $k = 10^{-10}$ m/sec, $D = 10$ MPa, τότε ο συντελεστής στερεοποίησης είναι $c_v = 10^{-7}$ m²/sec και ο χρόνος που απαιτείται για την πρακτική περάτωση της στερεοποίησης είναι $t_\infty = 25 \times 10^7$ sec = 8 έτη. Από τα παραπάνω φαίνεται η τεράστια διαφορά στο χρόνο που απαιτείται για την περάτωση του φαινομένου της στερεοποίησης σε άμμους και αργίλους.

Θα πρέπει, τέλος, να γίνει κάποια αναφορά στο νόημα του "ημιπάχους" H της συμπιεστής στρώσης (βλέπε Σχήμα 7.2):

1. Στην περίπτωση που και τα δύο όρια της συμπιεστής στρώσης επιτρέπουν ελεύθερη στράγγιση (όπως στα προηγούμενα παραδείγματα), τότε το H είναι το ήμισυ του πάχους της στρώσης.
2. Στην περίπτωση που το ένα όριο της στρώσης επιτρέπει ελεύθερη στράγγιση αλλά το άλλο όριο είναι αδιαπέρατο, τότε το H είναι ίσο με ολόκληρο το πάχος της συμπιεστής στρώσης. Τούτο προκύπτει επειδή, στην περίπτωση εδαφικής στρώσης με δύο όρια ελευθέρως στραγγιζόμενα, το μέσον της στρώσης αποτελεί στην ουσία αδιαπέρατο όριο (μηδενική ταχύτητα ροής λόγω συμμετρίας).

7.3 Η Εργαστηριακή Δοκιμή του Συμπιεσομέτρου

Λόγω των πολλών εφαρμογών της μονοδιάστατης συμπίεσης αλλά και της σχετικά εύκολης επιβολής του τρόπου αυτού φόρτισης στο εργαστήριο, αναπτύχθηκε η εργαστηριακή δοκιμή του συμπιεσομέτρου (ή οιδημέτρου), που περιγράφηκε στο εδάφιο 6.5 για την περίπτωση ξηρών εδαφικών σχηματισμών. Μία τυπική εργαστηριακή διάταξη για την επιβολή της μονοδιάστατης συμπίεσης παρουσιάστηκε στο Σχήμα 6.8. Στην περίπτωση κορεσμένων εδαφικών σχηματισμών, ένα κατά το δυνατόν αδιατάρακτο δείγμα της συμπιεστής εδαφικής στρώσης κόβεται προσεκτικά και τοποθετείται στον κυλινδρικό δακτύλιο που φαίνεται στο Σχήμα 6.8. Ο δακτύλιος αυτός είναι αρκετά άκαμπτος, ώστε κατά την κατακόρυφη φόρτιση του δοκιμίου να εξασφαλίζεται η μή-παραμόρφωσή του στην οριζόντια διεύθυνση. Πάνω και κάτω από το δοκίμιο τοποθετούνται πορώδεις δίσκοι, οι οποίοι επιτρέπουν την ελεύθερη στράγγιση από το πάνω και κάτω σύνορο, εξασφαλίζουν δηλαδή συνθήκες παρόμοιες με αυτές που μελετήθηκαν αναλυτικά στο προηγούμενο εδάφιο. Στη συνέχεια, το δοκίμιο φορτίζεται στην κατακόρυφη διεύθυνση με διαδοχικά βήματα επιβολής φορτίου, σε καθένα από τα οποία το φορτίο διατηρείται σταθερό επί αρκετό χρόνο ώστε να περατωθεί το φαινόμενο της στερεοποίησης. Μία τυπική αλληλουχία φορτίσεων είναι: 5 kPa (αρχική φόρτιση), 12, 25, 50, 100, 200, 400, 800 kPa και κατόπιν αποφόρτιση στα 400, 200, 100, 50 kPa. Κατά τη δοκιμή μονοδιάστατης συμπίεσης μετρούνται:

1. Οι αρχικές διαστάσεις και το βάρος του δοκιμίου, η πυκνότητα των στερεών κόκκων και το αρχικό ποσοστό υγρασίας. Από τις τιμές αυτές υπολογίζεται ο αρχικός δείκτης πόρων (e) από τη σχέση:

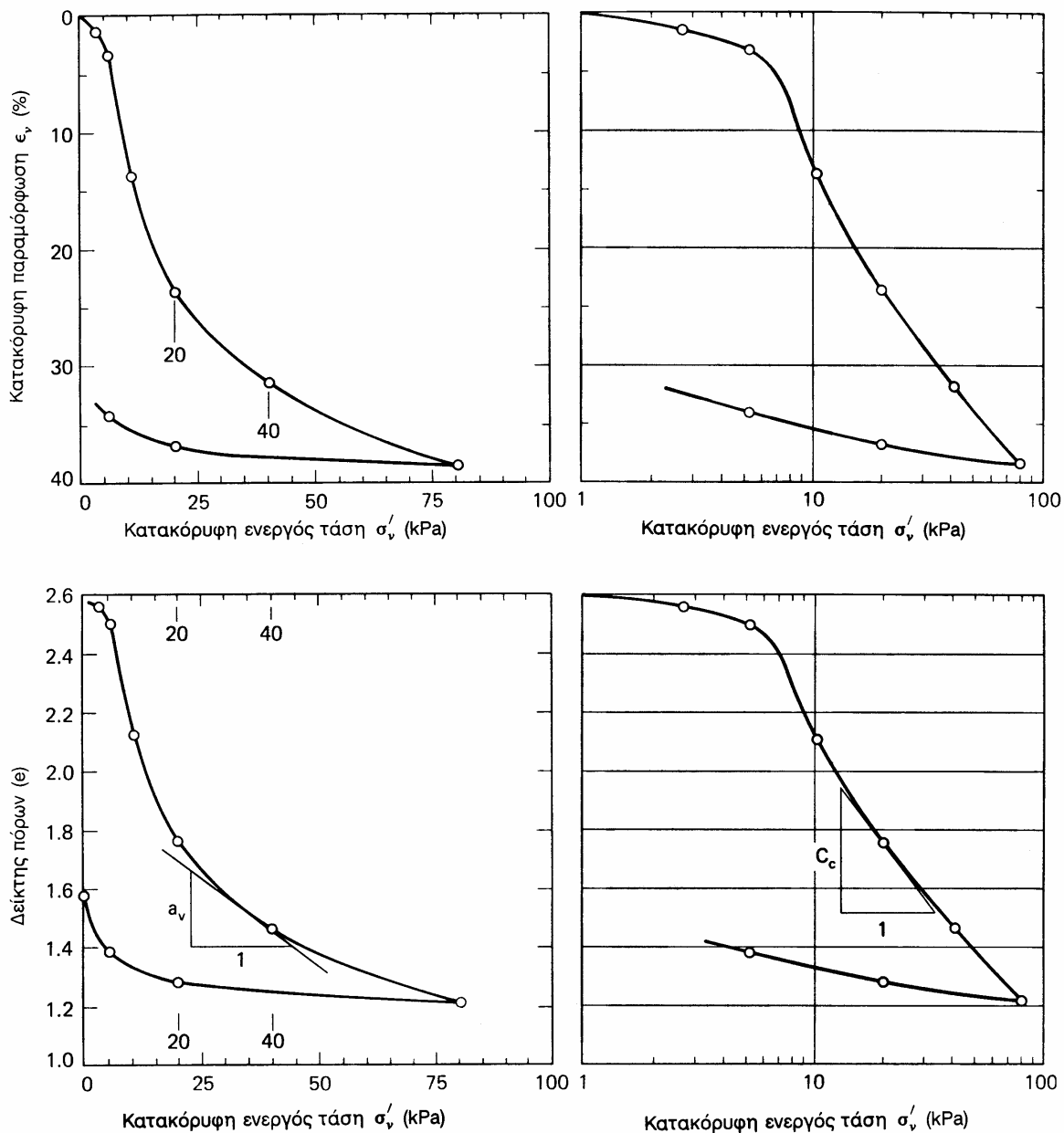
$$\frac{M}{V} = \rho = \rho_s \left(\frac{1+w}{1+e} \right)$$

2. Σε κάθε βήμα επιβολής νέας φόρτισης μετράται η υποχώρηση του δοκιμίου σε διάφορους χρόνους (15 sec, 30 sec, 1 min, 2, 4, 8, 16 min, ...) κατά την εξέλιξη της στερεοποίησης.

Από την υποχώρηση του δοκιμίου στο **τέλος** κάθε βήματος επιβολής φόρτισης, δηλαδή στο τέλος της στερεοποίησης, υπολογίζεται η ογκομετρική παραμόρφωση

του δοκιμίου: $\Delta \varepsilon_{vol} = \Delta \varepsilon_z = -\frac{\Delta H}{H_o}$, η μεταβολή του δείκτη πόρων: $\Delta e = -(1+e_o) \cdot \Delta \varepsilon_{vol}$

και σχεδιάζεται το διάγραμμα φορτίου (σ'_v) - ογκομετρικής παραμόρφωσης (ε_{vol}) ή φορτίου - δείκτη πόρων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.5, που παρουσιάζει τυπικά αποτελέσματα μιάς μαλακής αργίλου. Στα διαγράμματα η κατακόρυφη τάση μετράται σε γραμμική κλίμακα και σε λογαριθμική κλίμακα. Η αλληλουχία των τάσεων που επιβλήθηκε στο συγκεκριμένο δοκίμιο είναι: 1 kPa, 2.5, 5, 10, 20, 40, 80, 20, 5 kPa. Στο διάγραμμα με τη λογαριθμική κλίμακα της κατακόρυφης τάσης παρατηρείται ότι η συμπιεστότητα του δοκιμίου αυξάνει απότομα για κατακόρυφη τάση περί τα 6 kPa. Η ίδια απότομη αύξηση της συμπιεστότητας μπορεί να παρατηρηθεί και στο διάγραμμα με τη γραμμική κλίμακα, εάν η περιοχή αυτή των τάσεων μεγεθυνθεί. Η απότομη αύξηση της συμπιεστότητας συμβαίνει όταν το δοκίμιο φορτισθεί με τάση ίση με τη μέγιστη τάση που του έχει επιβληθεί στο παρελθόν (τη λεγόμενη **τάση προφόρτισης**). Πράγματι, εάν ένα εδαφικό δοκίμιο, που στη φύση υφίσταται κάποια κατακόρυφη τάση (6 kPa στην προκειμένη περίπτωση), αφαιρεθεί από το έδαφος (οπότε αποφορτίζεται), τοποθετηθεί στη συσκευή του συμπιεσομέτρου και επαναφορτισθεί, τότε κατά την επαναφόρτιση η συμπιεστότητά του είναι μικρή μέχρις ότου η κατακόρυφη τάση φθάσει την προηγούμενη μέγιστη τάση (την τάση προφόρτισης). Με την περαιτέρω αύξηση της κατακόρυφης τάσης, η συμπιεστότητα

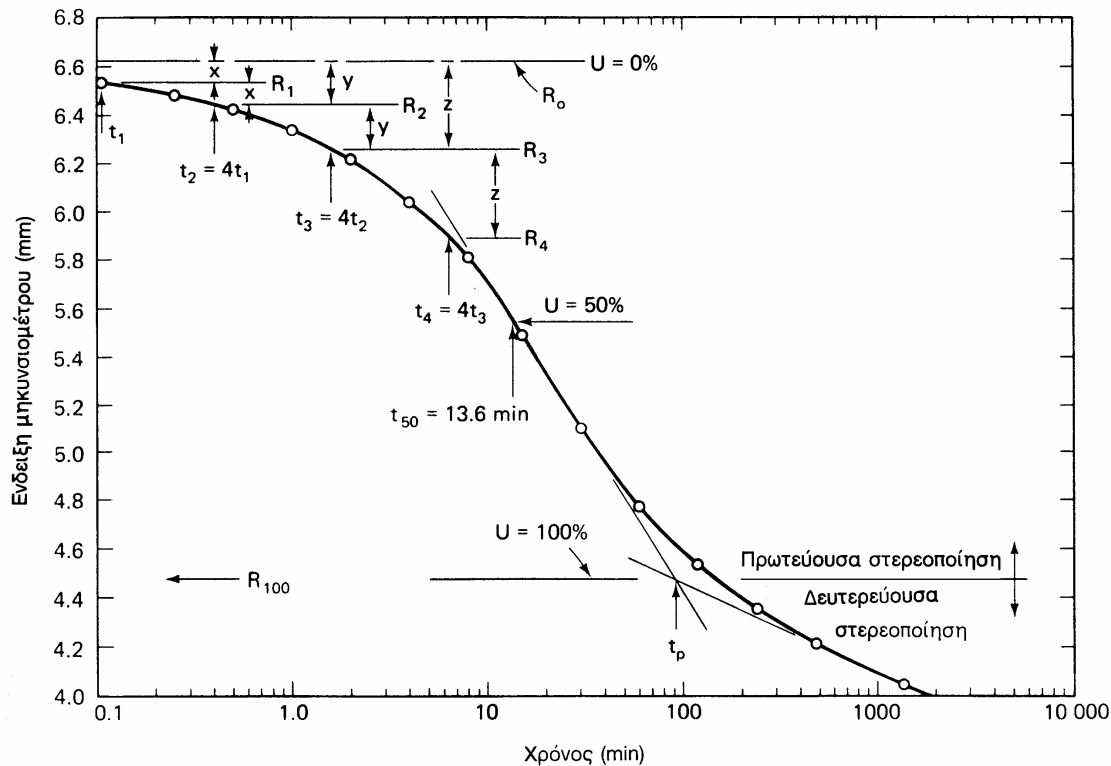


Σχ. 7.5: Μονοδιάστατη συμπίεση μαλακής αργίλου

του δοκιμίου αυξάνει απότομα και, στη συνέχεια, η καμπύλη φόρτισης ακολουθεί τον κλάδο της μονοδιάστατης συμπίεσης, ο οποίος παρουσιάζει τα γνωστά χαρακτηριστικά σκλήρυνσης που αναφέρθηκαν στο εδάφιο 6.5 και φαίνονται στο Σχήμα 7.5. Από τις καμπύλες τάσεων-παραμορφώσεων ορίζονται το γνωστό μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης (D), ο **δείκτης συμπίεσιότητας** $a_v = -\Delta e / \Delta \sigma'_v$ και ο **συντελεστής συμπίεσιότητας**:

$$C_c = \frac{-\Delta e}{\Delta \log \sigma'_v}$$

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, οι καμπύλες του Σχήματος 7.5 παρουσιάζουν τις καταστάσεις του δοκιμίου στο τέλος της στερεοποίησης για κάθε βήμα της φόρτισης, όταν δηλαδή το συνολικό επιβεβλημένο φορτίο έχει αναληφθεί από τον εδαφικό σκελετό, οπότε $\Delta u = 0$. Περαιτέρω αξιοποίηση της δοκιμής συμπίεσομέτρου γίνεται με τις μετρήσεις που λαμβάνονται κατά τη διάρκεια της



Σχ. 7.6: Καμπύλη στερεοποίησης

στερεοποίησης σε κάθε βήμα της φόρτισης. Το Σχήμα 7.6 παρουσιάζει ένα τέτοιο διάγραμμα και συγκεκριμένα τις ενδείξεις του μηκυνσιομέτρου ως προς το χρόνο σε λογαριθμική κλίμακα, ενώ το Σχήμα 7.7 παρουσιάζει τις ίδιες ενδείξεις του μηκυνσιομέτρου ως προς την τετραγωνική ρίζα του χρόνου. Στα Σχήματα αυτά το ύψος του δοκιμίου μειώνεται με την πάροδο του χρόνου και η μείωσή του ισούται με την αύξηση των ενδείξεων του μηκυνσιομέτρου. Έτσι, όταν η ένδειξη του μηκυνσιομέτρου μεταβάλλεται από 6.0 mm σε 5.0 mm, το ύψος του δοκιμίου μειώνεται κατά 1 mm. Στο Σχήμα 7.6 φαίνεται η χαρακτηριστική σιγμοειδής καμπύλη της υποχώρησης ως προς το λογάριθμο του χρόνου. Η μορφή της καμπύλης είναι όμοια με αυτήν του Σχήματος 7.4β, όπου παρουσιάζεται η θεωρητική πρόβλεψη του βαθμού στερεοποίησης (δηλαδή της αδιάστατης υποχώρησης) ως προς το λογάριθμο του χρονικού παράγοντα (δηλαδή του αδιάστατου χρόνου). Στο Σχήμα 7.6 παρουσιάζεται επίσης ένας συνήθης τρόπος για την εκτίμηση του χρόνου (t_p) που απαιτείται για την περάτωση της στερεοποίησης καθώς και του χρόνου t_{50} που αντιστοιχεί σε βαθμό στερεοποίησης 50% (μέθοδος Casagrande). Αφού προσδιορισθεί ο χρόνος t_{50} , ο συντελεστής μονοδιάστατης στερεοποίησης μπορεί να υπολογισθεί από την (προφανή) σχέση:

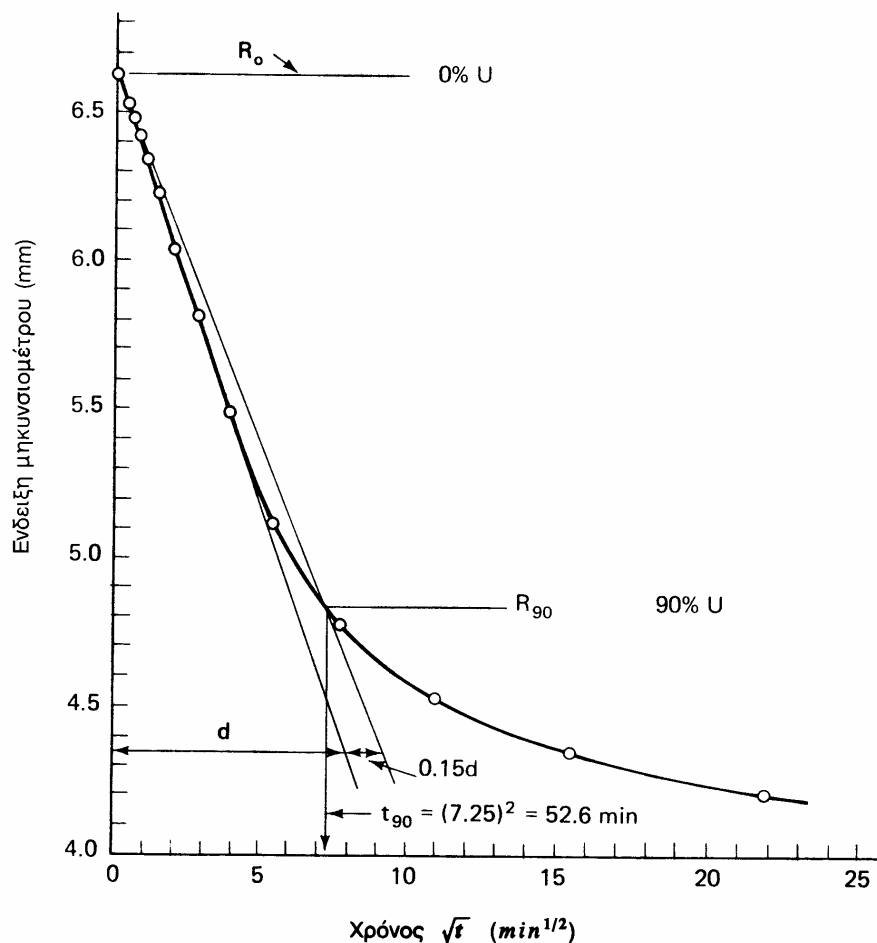
$$c_v = \frac{T_{50} \cdot H_d^2}{t_{50}} = \frac{0.197 \times H_d^2}{t_{50}}$$

όπου H_d είναι το ήμισυ του ύψους του δοκιμίου. Μία εναλλακτική μέθοδος προσδιορισμού του c_v (η λεγόμενη μέθοδος Taylor) παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.7 και προκύπτει από τη θεωρητική πρόβλεψη που φαίνεται στην καμπύλη του Σχήματος 7.4γ. Στα Σχήματα αυτά το αρχικό τμήμα της καμπύλης στερεοποίησης ως προς την τετραγωνική ρίζα του χρόνου είναι ευθύγραμμο. Πράγματι, όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο εδάφιο, για $T_v < 0.50$ ισχύει $\bar{U} \approx 2\sqrt{T_v/\pi}$, δηλαδή

ευθεία γραμμή ως προς $\sqrt{T_v}$. Στο Σχήμα 7.7 φαίνεται η μέθοδος υπολογισμού του t_{90} (δηλαδή του χρόνου που απαιτείται για να συντελεσθεί το 90% της στερεοποίησης), οπότε ο υπολογισμός του συντελεστή στερεοποίησης γίνεται από τη σχέση:

$$c_v = \frac{T_{90} \cdot H_d^2}{t_{90}} = \frac{0.848 \times H_d^2}{t_{90}}$$

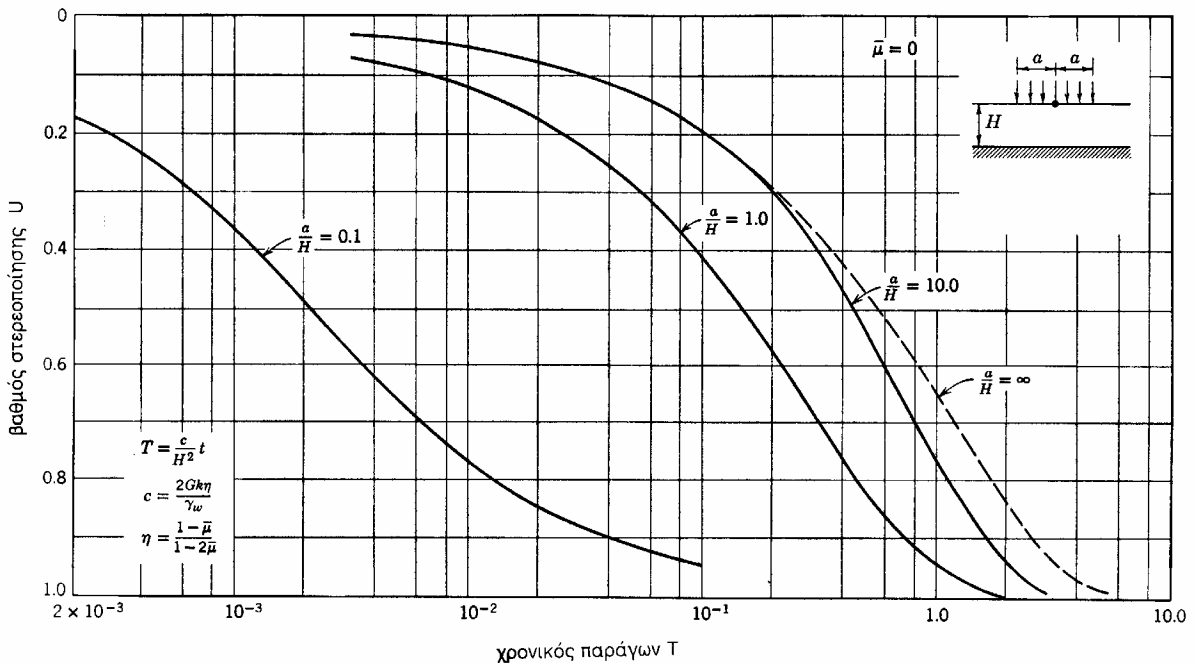
Όπως είναι φυσικό, αν στις μετρήσεις μιάς δοκιμής συμπιεσομέτρου εφαρμοσθούν και οι δύο μέθοδοι υπολογισμού του c_v (Casagrande και Taylor), τα αποτελέσματα συνήθως δεν συμπίπτουν, επειδή οι μέθοδοι αυτές θεωρούν ισότροπη και γραμμική συμπεριφορά του εδάφους, πράγμα που δεν είναι γενικά ακριβές. Επιπλέον, θα πρέπει να αναφερθεί ότι ο συντελεστής στερεοποίησης μπορεί να υπολογισθεί από τα αποτελέσματα ενός μόνον βήματος επιβολής φορτίου. Αν οι παραπάνω μέθοδοι χρησιμοποιηθούν σε όλα τα βήματα επιβολής φορτίου, θα υπολογισθούν διαφορετικές τιμές του c_v σε κάθε βήμα. Αν το υλικό είχε γραμμική συμπεριφορά, η τιμή του c_v θα ήταν σταθερή (ιδιότητα του υλικού). Στα συνήθη εδάφη, όμως, η τιμή του c_v μεταβάλλεται με την αύξηση του φορτίου. Τούτο πρέπει να αναμένεται, επειδή το c_v είναι ανάλογο του μέτρου συμπίεσης, το οποίο μειώνεται απότομα όταν η τάση υπερβεί την τάση προφόρτισης και, στη συνέχεια, αυξάνει βαθμιαία με τη σκλήρυνση του υλικού. Βεβαίως, το φαινόμενο είναι πιο σύνθετο, επειδή το c_v εξαρτάται και από το συντελεστή διαπερατότητας, ο οποίος μειώνεται συνεχώς με την αύξηση του φορτίου, επειδή μειώνεται ο δείκτης πόρων, δηλαδή η τυπική διάσταση των κενών.



Σχ. 7.7: Καμπύλη στερεοποίησης

7.4 Διδιάστατη και Τριδιάστατη Στερεοποίηση

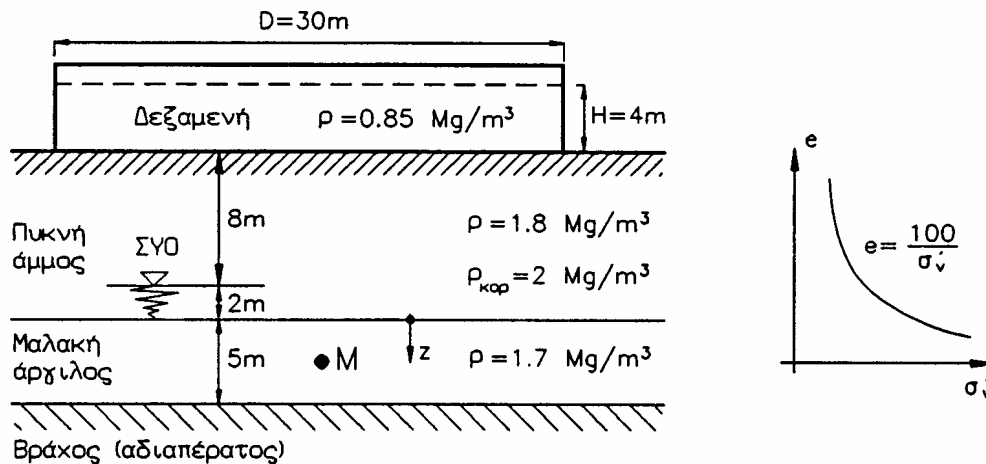
Στην περίπτωση που η εξωτερικώς επιβαλλόμενη φόρτιση ασκείται σε μικρή μόνον επιφάνεια (σε σχέση με το πάχος της συμπιεστής στρώσης) καθώς και σε περιπτώσεις πολύπλοκης γεωμετρίας ή συντοκικών συνθηκών στράγγισης, το φαινόμενο της στερεοποίησης είναι πολυδιάστατο, επειδή η στράγγιση γίνεται σε δύο (ή γενικότερα σε τρεις) διαστάσεις. Στις περιπτώσεις αυτές η επίλυση της γενικής εξίσωσης της στερεοποίησης (εξίσωση 7.9) δεν είναι εφικτή με αναλυτικές μεθόδους και απαιτείται η χρήση αριθμητικών μεθόδων (π.χ. Πεπερασμένων Διαφορών ή Πεπερασμένων Στοιχείων) και η αριθμητική ολοκλήρωση στο χρόνο. Η περιγραφή των μεθόδων αυτών υπερβαίνει το σκοπό του παρόντος συγγράμματος. Ενδεικτικά, στο Σχήμα 7.8 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της στερεοποίησης εδαφικού στρώματος πάχους (H), χωρίς στράγγιση στη βάση, λόγω φόρτισης από επιφανειακό θεμέλιο ακτίνας (a). Στο σχήμα φαίνονται οι καμπύλες μεταβολής του βαθμού στερεοποίησης ως προς το χρονικό παράγοντα που αντιστοιχούν σε διάφορες τιμές του λόγου (a/H). Η καμπύλη που αντιστοιχεί στο ($a/H = \infty$) είναι η γνωστή καμπύλη της μονοδιάστατης στερεοποίησης, επειδή η επιφάνεια επιβολής της φόρτισης είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με το πάχος της συμπιεστής στρώσης. Οι διαφορετικές τιμές της σχέσης $U = U(T)$ σε σχέση με την αντίστοιχη καμπύλη του Σχήματος 7.4β οφείλονται στον ελαφρά διαφορετικό ορισμό του χρονικού παράγοντα, ο οποίος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.8, εκφράζεται συναρτήσει του μέτρου διάτμησης G αντί του μέτρου μονοδιάστατης συμπίεσης D . Αξίζει να σημειωθεί, επίσης, η δραστική μείωση του χρόνου που απαιτείται για να συντελεσθεί η στερεοποίηση με τη μείωση του εύρους της φορτιζόμενης επιφάνειας. Τούτο οφείλεται στην ενεργοποίηση και του μηχανισμού στράγγισης στην οριζόντια διεύθυνση εκτός από τη (γνωστή) στράγγιση στην κατακόρυφη διεύθυνση.



Σχ. 7.8: Αξονοσυμμετρική στερεοποίηση

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 7.1



Σχήμα 7.1-1: Παράδειγμα 7.1

Δεξαμενή υγρών καυσίμων (πυκνότητα καυσίμου 0.85 Mg/m^3) διαμέτρου 30 μέτρων και ωφέλιμου ύψους 4 μέτρων πρόκειται να εδρασθεί στο έδαφος που φαίνεται στο Σχήμα 7.1-1. Η επιφανειακή στρώση πυκνής άμμου, πάχους 10 μέτρων, θεωρείται πρακτικώς ασυμπίεστη σε σχέση με την υποκείμενη στρώση της μαλακής αργίλου, πάχους 5 μέτρων. Κάτω από την άργιλο βρίσκεται το σταθερό βραχώδες υπόβαθρο, το οποίο μπορεί να θεωρηθεί ως αδιαπέρατο. Η στάθμη του υπογείου υδροφόρου ορίζοντα βρίσκεται σε βάθος 8 μέτρων από την επιφάνεια του εδάφους. Η παραμορφωσιμότητα της μαλακής αργίλου κατά τη μονοδιάστατη συμπίεση μπορεί να περιγραφεί από τη σχέση: $e = 100 / \sigma'_v$, όπου e είναι ο δείκτης πόρων και σ'_v η αντίστοιχη κατακόρυφη ενεργός τάση σε (kPa). Ζητούνται:

1. Να υπολογισθεί η υποχώρηση της επιφάνειας του εδάφους λόγω του βάρους της πλήρους δεξαμενής, αφού συντελεσθεί η στερεοποίηση της αργίλου. Να θεωρηθεί ως αντιπροσωπευτικό όλης της αργιλικής στρώσης το σημείο M στο μέσον της.
2. Να υπολογισθεί η ως άνω υποχώρηση "ακριβώς", δηλαδή με αναλυτική ολοκλήρωση των παραμορφώσεων καθ' όλο το ύψος της αργιλικής στρώσης. Να συγκριθούν τα αποτελέσματα της προσεγγιστικής μεθόδου (ερώτημα 1) με την "ακριβή" μέθοδο.
3. Για την εκτίμηση της χρονικής εξέλιξης των υποχωρήσεων της αργιλικής στρώσης, εκτελέστηκε δοκιμή συμπίεσομέτρου σε αδιατάρακτο εδαφικό δείγμα (που λήφθηκε από τη θέση M), ύψους $h = 19 \text{ mm}$ (στράγγιση του δείγματος άνω και κάτω). Στο δείγμα επιβλήθηκε αρχική τάση 200 kPa, η οποία στη συνέχεια αυξήθηκε κατά 100 kPa (δηλαδή από 200 σε 300 kPa). Κατά τη στερεοποίηση του δείγματος λόγω της επιβολής της πρόσθετης τάσης των 100 kPa, μετρήθηκαν οι υποχωρήσεις που φαίνονται στον πίνακα 7.1-1 στους αντίστοιχους χρόνους από την επιβολή της φόρτισης. Να εκτιμηθεί ο συντελεστής στερεοποίησης (c_v) με τη μέθοδο του λογαρίθμου του χρόνου (μέθοδος Casagrande) και με τη μέθοδο της τετραγωνικής ρίζας του χρόνου (μέθοδος Taylor). Εάν οι δύο τιμές του c_v είναι διαφορετικές, να δικαιολογηθεί η διαφορά.
4. Να σχεδιασθεί η χρονική εξέλιξη της υποχώρησης της επιφάνειας του εδάφους λόγω του βάρους της πλήρους δεξαμενής.
5. Να σχεδιασθεί η χρονική εξέλιξη της πίεσης πόρων στο μέσον M της αργιλικής στρώσης κατά τη στερεοποίηση.

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.1-1

Χρόνος	Υποχώρηση (mm)	Χρόνος	Υποχώρηση (mm)
0	0	30 min 15 sec	1.9962
5 sec	0.4572	36 min	2.0268
15 sec	0.6246	42 min 15 sec	2.0424
35 sec	0.7926	49 min	2.0574
1 min	0.9144	56 min 15 sec	2.0724
2 min 15 sec	1.2042	64 min	2.0880
4 min	1.4478	72 min 20 sec	2.1030
6 min 15 sec	1.6308	81 min	2.1186
9 min	1.7676	90 min 15 sec	2.1336
12 min 15 sec	1.8438	100 min	2.1336
16 min	1.8900	121 min	2.1486
20 min 15 sec	1.9356	144 min	2.1642
25 min	1.9662		

Λύση:

1. Η ενεργός κατακόρυφη τάση στο σημείο M, πριν από την κατασκευή της δεξαμενής είναι: $\sigma'_{VM0} = 1.8 \times 10 \times 8 + (2-1) \times 10 \times 2 + (1.7-1) \times 10 \times 2.5 = 181.5$ kPa και ο αντίστοιχος δείκτης πόρων: $e_o = 100 / 181.5 = 0.551$.

Η ενεργός κατακόρυφη τάση στο σημείο M, μετά τη στερεοποίηση του εδάφους λόγω του βάρους της πλήρους δεξαμενής είναι: $\sigma'_{VM} = 181.5 + 0.85 \times 10 \times 4 = 181.5 + 34 = 215.5$ kPa και ο αντίστοιχος δείκτης πόρων: $e = 100 / 215.5 = 0.464$.

Συνεπώς, η ογκομετρική παραμόρφωση στο σημείο M υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\Delta \varepsilon_v = \Delta \varepsilon_{vol} = \frac{-\Delta e}{1+e_o} = \frac{e_o - e}{1+e_o} = \frac{0.551 - 0.464}{1 + 0.551} = 5.61\%$$

και η υποχώρηση της στρώσης είναι:

$$\delta_\infty = \Delta \varepsilon_v \cdot H = 5.61 \times 10^{-2} \times 500 = 28 \text{ cm}$$

2. Η "ακριβής" υποχώρηση της αργιλικής στρώσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\delta_\infty = \int_0^H \varepsilon_v(z) dz \quad (7.1-1)$$

όπου η κατακόρυφη παραμόρφωση $\varepsilon_v(z)$ κατά τη μεταβολή του δείκτη πόρων από e_o σε e δίνεται από τη σχέση:

$$\varepsilon_v(z) = \frac{e_o(z) - e(z)}{1 + e_o(z)} \quad (7.1-2)$$

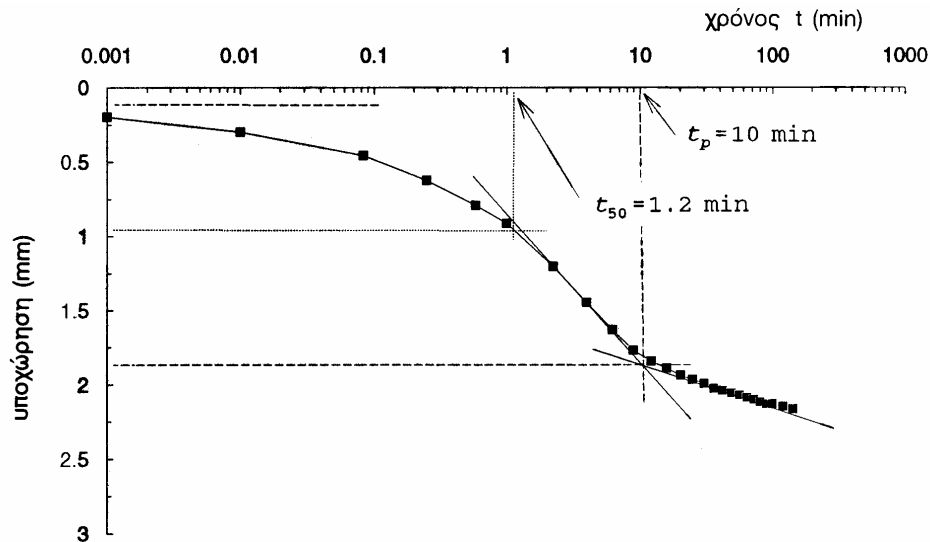
Η αρχική κατακόρυφη ενεργός τάση στο άνω σύνορο της μαλακής αργίλου είναι $8 \times 18 + 2 \times 10 = 164$ kPa, οπότε η κατακόρυφη ενεργός τάση σε τυχόν σημείο της αργιλικής στρώσης με τεταγμένη (z) πριν από την κατασκευή της δεξαμενής είναι: $\sigma'_{vo} = 164 + 7 \cdot z$ (σε kPa) και ο αντίστοιχος δείκτης πόρων είναι: $e_o(z) = 100 / \sigma'_{vo}$. Η κατακόρυφη ενεργός τάση στο ίδιο σημείο μετά το πέρας της στερεοποίησης λόγω του βάρους της δεξαμενής είναι: $\sigma'_{vo} = 164 + 7 \cdot z + 34$ (σε kPa) και ο αντίστοιχος δείκτης πόρων: $e(z) = 100 / \sigma'_v$.

Αντικατάσταση των ανωτέρω στη σχέση 7.1-2 και στη συνέχεια στη σχέση 7.1-1 δίνει:

$$\delta_\infty = 3400 \cdot \int_0^5 \frac{dz}{(198 + 7z) \cdot (264 + 7z)} = \frac{3400}{198 \times 7 - 7 \times 264} \cdot \left[\ln \frac{264 + 7z}{198 + 7z} \right]_0^5$$

άρα: $\delta_\infty = 0.282 \text{ m} = 28.2 \text{ cm}$

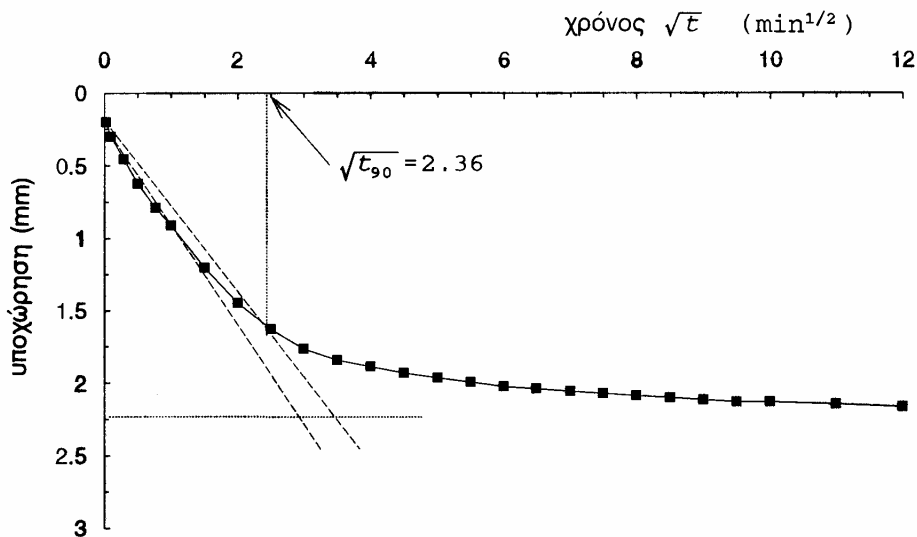
Σύγκριση της ανωτέρω "ακριβούς" τιμής της υποχώρησης με την υποχώρηση που εκτιμήθηκε κατά προσέγγιση στο προηγούμενο ερώτημα (28 cm) δείχνει την επιτυχία της προσεγγιστικής μεθόδου που βασίζεται στην παραμόρφωση του μέσου της αργιλικής στρώσης.



Σχήμα 7.1-2: Μέθοδος Casagrande

3. Η εκτίμηση του c_v με τη μέθοδο Casagrande φαίνεται στο Σχήμα 7.1-2 και δίνει:

$$c_v = \frac{0.197 \times H_d^2}{t_{50}} = \frac{0.197 \times (19/2)^2 \text{ mm}^2}{1.2 \text{ min}} = 14.82 \text{ mm}^2/\text{min} = 7.8 \text{ m}^2/\text{έτος}.$$



Σχήμα 7.1-3: Μέθοδος Taylor

Η εκτίμηση του c_v με τη μέθοδο Taylor φαίνεται στο Σχήμα 7.1-3 και δίνει:

$$c_v = \frac{0.848 \times H_d^2}{t_{90}} = \frac{0.848 \times (19/2)^2 \text{ mm}^2}{(2.36)^2 \text{ min}} = 13.74 \text{ mm}^2/\text{min} = 7.2 \text{ m}^2/\text{έτος}.$$

Οι δύο μέθοδοι δίνουν ελαφρώς διαφορετικά αποτελέσματα. Τούτο οφείλεται κυρίως στο ότι η συμπεριφορά του εδαφικού δείγματος δεν είναι γραμμική (όπως προϋποθέτει η ανάλυση).

4. Για την αργλική στρώση έχουμε: $H_d = 5 \text{ m}$, $c_v \approx 7.5 \text{ m}^2/\text{έτος}$ και συνεπώς:

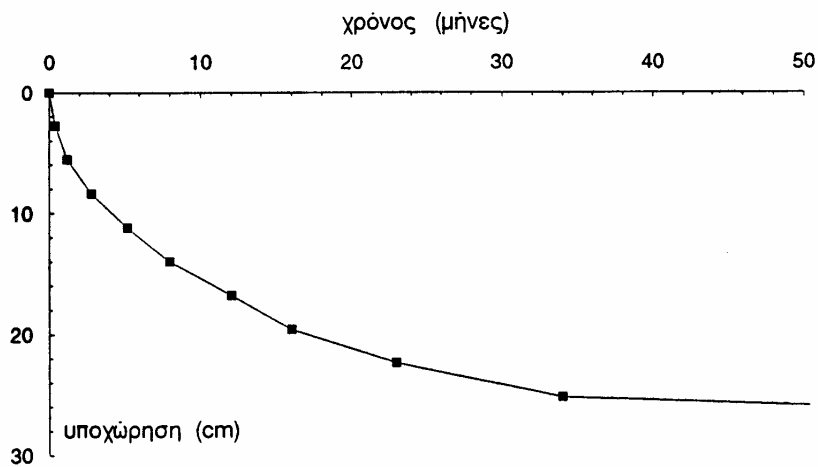
$$T_v = \frac{c_v t}{H_d^2} = 0.3 t \quad (t \text{ σε έτη})$$

Συνεπώς, χρησιμοποιώντας τη συσχέτιση $\bar{U} = f(T_v)$, που υπολογίσθηκε από τη γραμμική θεωρία της στερεοποίησης κατά Terzaghi και, επειδή η υποχώρηση (δ) σε κάποια χρονική στιγμή είναι: $\delta = \bar{U} \cdot \delta_\infty$, προκύπτουν οι τιμές της υποχώρησης της επιφάνειας του εδάφους που φαίνονται στον Πίνακα 7.1-2.

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.1-2

Χρόνος	T_v	\bar{U}	δ (cm)
0	0	0	0
12 ημέρες	0.01	0.1	2.8
36 ημέρες	0.03	0.2	5.6
2.8 μήνες	0.07	0.3	8.4
5.2 μήνες	0.13	0.4	11.2
8 μήνες	0.20	0.5	14.0
1 έτος	0.30	0.6	16.8
16 μήνες	0.40	0.7	19.6
23 μήνες	0.57	0.8	22.4
34 μήνες	0.85	0.9	25.2
∞	∞	1	28

Η χρονική εξέλιξη της υποχώρησης παρουσιάζεται γραφικά στο Σχήμα 7.1-4.



Σχήμα 7.1-4: Παράδειγμα 7.1

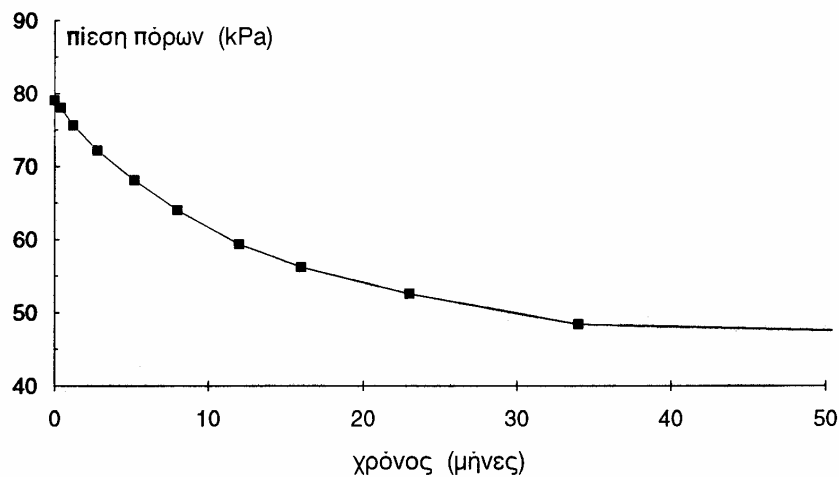
6. Το μέσον M της αργλικής στρώσης αντιστοιχεί στην τεταγμένη $z / H = 0.25$ του Σχήματος 7.3, όπου H είναι το ύψος μιας στρώσης με στράγγιση άνω και κάτω, δηλαδή το διπλάσιο του μέγιστου μήκους στράγγισης H_d (που στο συγκεκριμένο παράδειγμα είναι $H_d = 5$ m). Επιπλέον, η υδροστατική πίεση (u_o) στο σημείο M είναι $u_o = (2 + 2.5) \times 10 = 45$ kPa, ενώ η ολική πίεση πόρων σε κάποια χρονική στιγμή είναι ίση με: $u = u_o + \Delta u$, όπου Δu είναι η υπερπίεση πόρων λόγω στερεοποίησης. Τέλος, η πρόσθετη ολική τάση στην οποία οφείλεται η στερεοποίηση της αργίλου είναι: $\Delta \sigma_v = 0.85 \times 10 \times 4 = 34$ kPa. Συνεπώς, προκύπτουν οι τιμές της ολικής πίεσης πόρων που φαίνονται στον Πίνακα 7.1-3.

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.1-3

Χρόνος	T_v	$\Delta u / \Delta \sigma_v$ *	Δu (kPa)	u (kPa)
0	0	1.00	34	79
12 ημέρες	0.01	0.97	33	78
36 ημέρες	0.03	0.90	30.6	75.6
2.8 μήνες	0.07	0.80	27.2	72.2
5.2 μήνες	0.13	0.68	23.1	68.1
8 μήνες	0.2	0.56	19.0	64.0
1 έτος	0.3	0.42	14.3	59.3
16 μήνες	0.4	0.33	11.2	56.2
23 μήνες	0.57	0.22	7.5	52.5
34 μήνες	0.85	0.10	3.4	48.4
∞	∞	0	0	45

* από το Σχήμα 7.3.

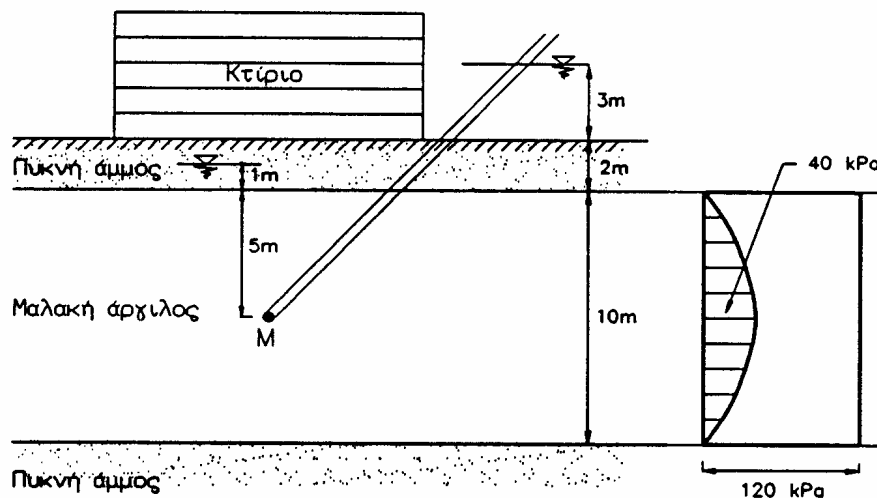
Η γραφική παράσταση της ολικής πίεσης πόρων στο σημείο Μ ως προς το χρόνο φαίνεται στο Σχήμα 7.1-5.



Σχήμα 7.1-5: Παράδειγμα 7.1

Παράδειγμα 7.2

Το οκταόροφο κτίριο του Σχήματος 7.2-1, με διαστάσεις κατόψεως 30×30 μέτρα, είναι θεμελιωμένο με μεμονωμένα πέδιλα στην επιφάνεια του εδάφους. Τέσσερα έτη μετά την κατασκευή παρατηρήθηκαν ρηγματώσεις στα επιχρίσματα τοίχων του κτιρίου. Για τη διερεύνηση των αιτιών των ζημιών, που προφανώς οφείλονται στη στερεοποίηση της μαλακής αργίλου υπό το βάρος του κτιρίου, εκτελέστηκε γεωτεχνική έρευνα, από την οποία διαπιστώθηκαν τα εξής:



Σχήμα 7.2-1: Παράδειγμα 7.2

1. Το έδαφος αποτελείται από μία επιφανειακή στρώση πυκνής άμμου πάχους δύο μέτρων, στη συνέχεια μία στρώση μαλακής αργίλου πάχους 10 m και τέλος, μία στρώση πυκνής άμμου σημαντικού πάχους. Η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα στην ευρύτερη περιοχή του έργου βρίσκεται ένα μέτρο κάτω από την επιφάνεια του εδάφους.
2. Η πυκνότητα της ανώτερης στρώσης άμμου στο τμήμα της πάνω από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα είναι 1.8 Mg/m^3 , ενώ κάτω από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα είναι 2 Mg/m^3 . Η πυκνότητα της μαλακής αργίλου είναι 1.7 Mg/m^3 .
3. Η μέση πίεση που το κτίριο ασκεί στο έδαφος είναι 120 kPa (= 15 kPa ανά όροφο × 8 ορόφους).

4. (α) Σε μία γεώτρηση, που διανοίχθηκε δίπλα στο κτίριο, λήφθηκαν αδιατάρακτα εδαφικά δείγματα από τη στρώση της μαλακής αργίλου. Σε ένα από τα δείγματα αυτά εκτελέστηκε δοκιμή συμπίεσομέτρου, από την οποία προσδιορίστηκαν οι εξής αντίστοιχες τιμές επιβεβλημένης τάσης - δείκτη πόρων.

σ'_v (kPa)	e
50	0.70
100	0.6915
200	0.6745

- (β) Σε μία κεκλιμένη γεώτρηση κάτω από το κτίριο (βλέπε Σχήμα 7.2-1) τοποθετήθηκε πιεζομετρικός σωλήνας διαμέτρου 1.5 cm, ο οποίος καταλήγει στο μέσον Μ της μαλακής αργίλου και μετρά την πίεση πόρων στο σημείο εκείνο. Παρατηρήθηκε ότι η στάθμη του νερού μέσα στο σωλήνα άρχισε να ανέρχεται και σύντομα σταθεροποιήθηκε σε ύψος τρία μέτρα πάνω από την επιφάνεια του εδάφους.

Ζητούνται:

1. Να υπολογισθεί η υποχώρηση του κτιρίου στα πρώτα τέσσερα χρόνια από την κατασκευή του (δηλαδή μέχρις ότου εμφανίσθηκαν οι ρωγμές).
2. Να εκτιμηθεί εάν οι υποχωρήσεις του κτιρίου θα συνεχισθούν. Εάν συνεχισθούν, να υπολογισθεί για πόσο χρόνο ακόμη το κτίριο θα υποχωρεί και πόση θα είναι η επιπλέον υποχώρηση που θα συμβεί.

Λύση:

Η κατακόρυφη ενεργός τάση στο σημείο Μ, πριν την κατασκευή του κτιρίου, είναι:

$$\sigma'_{v0} = 1 \times 18 + 1 \times (20 - 10) + 5 \times (17 - 10) = 63 \text{ kPa}$$

Η κατακόρυφη ενεργός τάση στο σημείο Μ, αμέσως μετά την κατασκευή του κτιρίου, είναι:

$$\sigma'_v = \sigma'_{v0} = 63 \text{ kPa}$$

ενώ, μετά το πέρας της στερεοποίησης της αργιλικής στρώσης, γίνεται:

$$\sigma'_{v\infty} = 63 + 120 = 183 \text{ kPa}$$

Συνεπώς, λόγω του βάρους του κτιρίου, η κατακόρυφη ενεργός τάση στο αντιπροσωπευτικό σημείο Μ αυξάνει από 63 kPa σε 183 kPa. Μπορεί, λοιπόν, να εκτιμηθεί η συμπίεστικότητα της αργιλικής στρώσης από τη συμπίεστικότητα του αδιατάρακτου δοκιμίου που αντιστοιχεί σε αύξηση της τάσης από 50 kPa σε 200 kPa, δηλαδή:

$$\Delta \varepsilon_v = \frac{-\Delta e}{1+e_0} = \frac{-(0.6745 - 0.70)}{1+0.70} = 0.015$$

$$\bar{D} = \frac{\Delta \sigma'}{\Delta \varepsilon_v} = \frac{200 - 50}{0.015} = 10000 \text{ kPa}$$

Συνεπώς, η ολική υποχώρηση της αργιλικής στρώσης είναι:

$$\delta_\infty = H \frac{\Delta \sigma'_v}{\bar{D}} = 1000 \times \frac{120}{10000} = 12 \text{ cm}$$

Η υποχώρηση που έχει συμβεί στα πρώτα τέσσερα χρόνια από την κατασκευή του κτιρίου θα εκτιμηθεί από την υπερπίεση του νερού στο σημείο Μ, δηλαδή από την άνοδο της στάθμης στο πιεζόμετρο, που είναι 40 kPa (= 4 μέτρα \times 10 kN/m³). Η αρχική τιμή της υπερπίεσης πόρων αμέσως μετά την κατασκευή του κτιρίου ήταν 120 kPa (που αντιστοιχεί σε άνοδο της στάθμης στο πιεζόμετρο κατά 12 μέτρα, δηλαδή 11 μέτρα πάνω από την επιφάνεια του εδάφους). Συνεπώς, $\Delta u / \Delta \sigma_v = \Delta u / \Delta u_0 = 40 / 120 = 0.33$. Για την τιμή αυτή, στο μέσον Μ της αργιλικής στρώσης (δηλαδή για $z / H = 1$), προκύπτει ότι $T_v = 0.55$ (από το Σχήμα 7.3, που παρουσιάζει την υπερπίεση πόρων ως συνάρτηση του χρόνου και του βάθους), οπότε ο μέσος βαθμός στερεοποίησης είναι $\bar{U} = 0.79$ και συνεπώς: $\delta(t) = \bar{U} \cdot \delta_\infty = 0.79 \times 12 = 9.5 \text{ cm}$,

δηλαδή, στα τέσσερα πρώτα χρόνια από την κατασκευή του κτιρίου έχει συμβεί υποχώρηση 9.5 cm και απομένει υποχώρηση 12 - 9.5 = 2.5 cm, μέχρις ότου ολοκληρωθούν οι υποχωρήσεις στερεοποίησης της αργιλικής στρώσης.

Όσον αφορά τη χρονική εξέλιξη της υποχώρησης, με βάση την υπολογισθείσα τιμή του χρονικού παράγοντα (T_v), μπορεί να υπολογισθεί ο συντελεστής στερεοποίησης της αργίλου από τη σχέση:

$$T_v = \frac{c_v t}{H_d^2} \Rightarrow 0.55 = \frac{c_v \times 4}{5^2} \Rightarrow c_v = 3.44 \text{ m}^2/\text{έτος}$$

Η υποχώρηση του κτιρίου λόγω στερεοποίησης της αργίλου ολοκληρώνεται πρακτικά όταν $T_v \approx 1$, οπότε:

$$t_\infty = \frac{T_v \cdot H_d^2}{c_v} = \frac{1 \times 5^2}{3.44} = 7.26 \text{ έτη}$$

δηλαδή 3.26 έτη μετά την πρώτη τετραετία (3 έτη και 3 μήνες περίπου). Συνεπώς, στα πρώτα 4 χρόνια το κτίριο έχει υποχωρήσει κατά 9.5 cm, ενώ στα επόμενα 3 έτη και 3 μήνες περίπου θα υποχωρήσει ακόμη 2.5 cm, λόγω στερεοποίησης της αργίλου.

Παράδειγμα 7.3

Κατά την αναλυτική επίλυση της μονοδιάστατης στερεοποίησης ισότροπου γραμμικού εδάφους, εκτός από τις συνήθεις παραδοχές ισοτροπίας, γραμμικότητας κλπ, θεωρήθηκε ότι:

1. Το έδαφος είναι ομοιόμορφο, δηλαδή ο συντελεστής στερεοποίησης c_v είναι σταθερός (ανεξάρτητος του βάθους).
2. Η αρχική υπερπίεση πόρων $\Delta u(z, 0^+)$ είναι σταθερή (ανεξάρτητη του βάθους) και ίση με το εξωτερικώς επιβεβλημένο φορτίο $\Delta \sigma_v$.
3. Η επιβαλλόμενη πίεση πόρων (αλλά και οι συνθήκες στράγγισης) στα όρια της εδαφικής στρώσης είναι ανεξάρτητες του χρόνου.

Στην περίπτωση που κάποια από τις ανωτέρω παραδοχές δεν ισχύει, η μέθοδος χωρισμού των μεταβλητών, που αναπτύχθηκε για την επίλυση της διαφορικής εξίσωσης της μονοδιάστατης στερεοποίησης:

$$c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (7.3-1)$$

δεν μπορεί να εφαρμοσθεί. Τέτοιες περιπτώσεις είναι, π.χ.:

1. Όταν το έδαφος αποτελείται από δύο (ή περισσότερες) στρώσεις με διαφορετικές τιμές του σ_v .
2. Όταν η αρχική κατανομή της υπερπίεσης πόρων είναι μεταβλητή ως προς το βάθος (π.χ. γραμμικώς αυξανόμενη), ή όταν η επιβαλλόμενη τιμή της πίεσης πόρων στα όρια μεταβάλλεται με το χρόνο.

Στις περιπτώσεις αυτές η εξίσωση (7.3-1) μπορεί να επιλυθεί αριθμητικά με διάφορες μεθόδους, μεταξύ των οποίων και με τη Μέθοδο Πεπερασμένων Διαφορών (ΜΠΔ). Στα επόμενα παρουσιάζεται συνοπτικά η επίλυση της εξίσωσης 7.3-1 με τη ΜΠΔ και δίνεται ένα αριθμητικό παράδειγμα.

Κατά την παρουσίαση της μεθόδου Πεπερασμένων Διαφορών χρησιμοποιείται ο ακόλουθος συμβολισμός: $u_{i,j} \equiv u(z_i, t_j)$ δηλαδή η μετακίνηση στη θέση $z = z_i$ κατά τη χρονική στιγμή $t = t_j$.

Επιπλέον, η προσέγγιση των παραγώγων της $u(z_i, t_j)$ κατά το θεώρημα Taylor δίνει:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} (u_{i,j+1} - u_{i,j})$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{(\Delta z)^2} (u_{i-1,j} + u_{i+1,j} - 2u_{i,j})$$

όπου: $\Delta t \equiv t_{j+1} - t_j$ και $\Delta z \equiv z_{i+1} - z_i = z_i - z_{i-1}$, δηλαδή το συνολικό πάχος της εδαφικής στρώσης διαιρείται σε "στοιχεία" σταθερού πάχους¹ Δz και η ολοκλήρωση ως προς το χρόνο γίνεται με βήματα διάρκειας Δt . Αντικατάσταση των ανωτέρω σχέσεων στη διαφορική εξίσωση (7.3-1) δίνει:

$$u_{i,j+1} = u_{i,j} + \frac{c_v \Delta t}{(\Delta z)^2} (u_{i-1,j} + u_{i+1,j} - 2u_{i,j}) \quad (7.3-2)$$

Με εφαρμογή της ανωτέρω σχέσης μπορούν να υπολογισθούν οι πιέσεις πόρων κατά τη χρονική στιγμή $t_{j+1} = t_j + \Delta t$, όταν είναι γνωστή η κατανομή της πίεσης πόρων κατά τη χρονική στιγμή t_j . Με τον τρόπο αυτό οι τιμές της πίεσης πόρων υπολογίζονται διαδοχικά σε όλες τις χρονικές στιγμές: 0^+ , (γνωστές αρχικές συνθήκες), Δt , $2\Delta t$, $3\Delta t$, ...

Για τον υπολογισμό της πίεσης πόρων $u_{i,j+1}$ στη θέση z_i από τη σχέση (7.3-2), απαιτούνται οι τιμές της πίεσης πόρων στις θέσεις z_{i-1} , z_i και z_{i+1} κατά το προηγούμενο χρονικό βήμα. Όταν το σημείο z_i ανήκει σε ένα από τα δύο σύνορα της εδαφικής στρώσης, η σχέση (7.3-2) δεν μπορεί να εφαρμοσθεί, επειδή είτε το z_{i-1} δεν ορίζεται (αν το z_i ανήκει στο άνω σύνορο) είτε το z_{i+1} δεν ορίζεται (αν το z_i ανήκει στο κάτω σύνορο). Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται με χρήση των συνοριακών συνθηκών. Πράγματι, αν η στράγγιση σε κάποιο σύνορο είναι ελεύθερη, τότε η πίεση πόρων $u_{i,j+1}$ είναι γνωστή και δεν απαιτείται η χρήση της εξίσωσης (7.3-2) για τον υπολογισμό της. Επίσης, αν το σύνορο είναι αδιαπέρατο, ισχύει: $du/dz = 0$ και συνεπώς η πίεση πόρων $u_{i,j+1}$ μπορεί να υπολογισθεί από τις εξής σχέσεις:

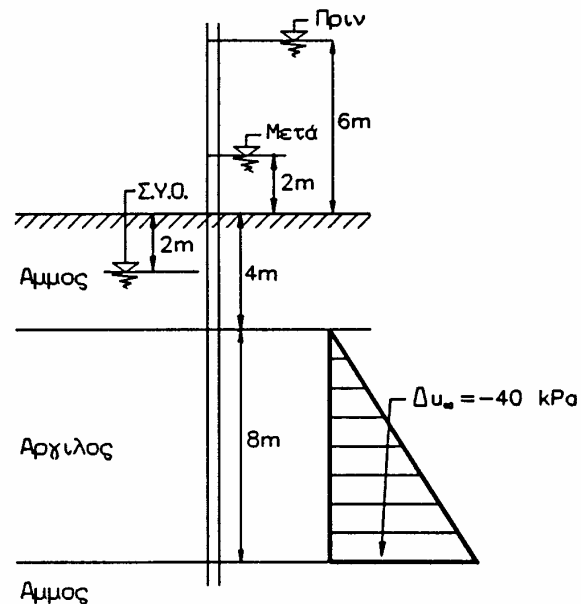
(α) Στο άνω σύνορο: $u_{i,j+1} = u_{i+1,j+1}$

(β) Στο κάτω σύνορο: $u_{i,j+1} = u_{i-1,j+1}$

οπότε και πάλι δεν απαιτείται η χρήση της σχέσης (7.3-2) για τον υπολογισμό της $u_{i,j+1}$.

Εφαρμογή:

Το εδαφικό προφίλ του Σχήματος 7.3-1 αποτελείται από μία ανώτερη στρώση πυκνής άμμου πάχους 4 m, μία στρώση αργίλου πάχους 8 m και την υποκείμενη στρώση πυκνής άμμου. Η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα στην ανώτερη στρώση άμμου είναι σε βάθος 2 m από την επιφάνεια του εδάφους, ενώ η κατώτερη άμμος έχει αρτεσιανή πίεση με πιεζομετρική στάθμη 6 m πάνω από την επιφάνεια του εδάφους. Η διαφορά της πιεζομετρικής στάθμης μεταξύ των δύο στρώσεων άμμου οφείλεται στην έλλειψη ελεύθερης υδραυλικής επικοινωνίας, λόγω της παρεμβολής της στρώσης αργίλου που έχει μικρή διαπερατότητα. Βεβαίως, η διαφορά της πιεζομετρικής στάθμης προκαλεί ροή διαμέσου της αργίλου με διεύθυνση από κάτω προς τα άνω. Όμως, λόγω της περιορισμένης διαπερατότητας της αργίλου, οι παροχές της ροής είναι μικρές και δεν



Σχήμα 7.3-1: Παράδειγμα 7.3

¹ έστω ότι ο άξονας z έχει διεύθυνση προς τα κάτω

μπορούν να οδηγήσουν σε ισορροπία των δύο πιεζομετρικών σταθμών. Συνεπώς, στην αργιλική στρώση επικρατούν συνθήκες μόνιμης ροής από κάτω προς τα άνω και οι υδατικές πιέσεις στο εσωτερικό της αργίλου δεν είναι υδροστατικές (να υπολογισθούν).

Η αργιλική στρώση έχει μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης $D = 2$ MPa και συντελεστή στερεοποίησης $c_v = 6$ m²/έτος, ενώ οι στρώσεις της πυκνής άμμου μπορούν να θεωρηθούν πρακτικώς ασυμπίεστες.

Για τις ανάγκες ύδρευσης της πόλης που εδράζεται πάνω στον εδαφικό σχηματισμό, πραγματοποιήθηκαν εκτεταμένες αντλήσεις από την κατώτερη άμμο. Δύο χρόνια μετά την έναρξη των αντλήσεων, παρατηρήθηκαν ρωγμές σε μερικά από τα κτίρια της πόλης. Οι ρωγμές αποδόθηκαν σε στερεοποίηση της αργίλου λόγω μείωσης της υδατικής πίεσης στην κατώτερη στρώση άμμου. Πράγματι, ενώ η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα στην ανώτερη άμμο δεν είχε επηρεασθεί από τις αντλήσεις, η πιεζομετρική στάθμη στην κατώτερη άμμο βρέθηκε μόνον 2 m πάνω από την επιφάνεια του εδάφους, δηλαδή, στα δύο χρόνια που μεσολάβησαν, ταπεινώθηκε κατά 4 m λόγω των αντλήσεων.

Για τον περιορισμό επέκτασης των ζημιών στα κτίρια της πόλης, οι αντλήσεις διακόπηκαν αμέσως. Με τη διακοπή των αντλήσεων, η πιεζομετρική στάθμη της κατώτερης άμμου δεν ταπεινώθηκε περαιτέρω, αλλά δεν επανήλθε στην αρχική κατάσταση, προφανώς λόγω περιορισμένης τροφοδοσίας της κατώτερης άμμου από το περιβάλλον έδαφος.

Να εκτιμηθούν:

1. Η συνολική αναμενόμενη υποχώρηση του εδάφους λόγω στερεοποίησης της αργίλου.
2. Το μέγεθος της υποχώρησης που έχει συμβεί στα πρώτα δύο χρόνια των αντλήσεων (στην οποία οφείλονται οι ζημιές στα κτίρια),
3. Η πρόσθετη υποχώρηση που θα συμβεί στον επόμενο ένα χρόνο μετά τη διακοπή των αντλήσεων.

Λύση:

1. Κατά τη διάρκεια (αλλά και μετά τη διακοπή) των αντλήσεων, οι ολικές τάσεις δεν μεταβάλλονται σε καμία θέση του εδαφικού προφίλ, επειδή τα βάρη των υπερκείμενων στρώσεων είναι σταθερά. Η υδατική πίεση στο άνω σύνορο της αργίλου παραμένει σταθερή, επειδή η Στάθμη του Υπογείου Ορίζοντα στην ανώτερη άμμο δεν μεταβάλλεται. Αντίθετα, η υδατική πίεση στη βάση της αργίλου μειώθηκε κατά $4 \times 10 = 40$ kPa κατά τη διετία των αντλήσεων, επειδή η πιεζομετρική στάθμη της κατώτερης άμμου ταπεινώθηκε κατά 4 m. Λόγω της μείωσης της υδατικής πίεσης στη βάση της αργίλου κατά 40 kPa, η υδατική πίεση βαθμιαία θα μειωθεί σε όλο το πάχος της αργίλου και, μετά από πολύ χρόνο, η μείωση της υδατικής πίεσης θα έχει την τριγωνική κατανομή που φαίνεται στο Σχήμα 7.3-1, οπότε θα αποκατασταθούν συνθήκες μόνιμης ροής στην αργιλική στρώση (με διεύθυνση από κάτω προς τα άνω).

Λόγω της βαθμιαίας μείωσης των υδατικών πιέσεων στην άργιλο, οι ενεργές τάσεις αυξάνουν ισόποσα (επειδή $\Delta\sigma_v = 0$) και συνεπώς η άργιλος συμπιέζεται και υποχωρεί (στερεοποιείται). Μετά το πέρας της στερεοποίησης, η αύξηση των ενεργών τάσεων θα έχει την τριγωνική κατανομή που φαίνεται στο Σχήμα 7.3-1 (επειδή $\Delta\sigma'_v = -\Delta u$). Συνεπώς, η μέση αύξηση της ενεργού τάσης θα είναι 20 kPa, οπότε η ολική υποχώρηση στερεοποίησης είναι:

$$\delta_\infty = H \frac{\Delta\sigma'_v}{D} = 800 \times \frac{20}{2000} = 8 \text{ cm}$$

2. Στη διετία των αντλήσεων, η πιεζομετρική στάθμη της κατώτερης άμμου ταπεινώθηκε βαθμιαία κατά 4 m, με μέσο ρυθμό 0.17 m ανά μήνα (δηλαδή η πίεση πόρων μειωνόταν κατά 1.7 kPa ανά μήνα). Συνεπώς, η συνωριακή συνθήκη στο άνω όριο της αργίλου είναι: $\Delta u = 0$ και στο κάτω όριο: $\Delta u = 1.7 \times t$, όπου t ο χρόνος σε μήνες και Δu η μεταβολή της πίεσης σε kPa.

Για την επίλυση του προβλήματος στερεοποίησης της αργιλικής στρώσης με τη ΜΠΔ, η αργιλική στρώση διαιρείται σε οκτώ "στοιχεία" μήκους 1 m έκαστο ($\Delta z = 1$ m) και χρησιμοποιείται χρονικό βήμα ενός μηνός ($\Delta t = 1/12$ έτη), οπότε:

$$\frac{c_v \cdot \Delta t}{(\Delta z)^2} = \frac{6 \times (1/12)}{1^2} = 0.50$$

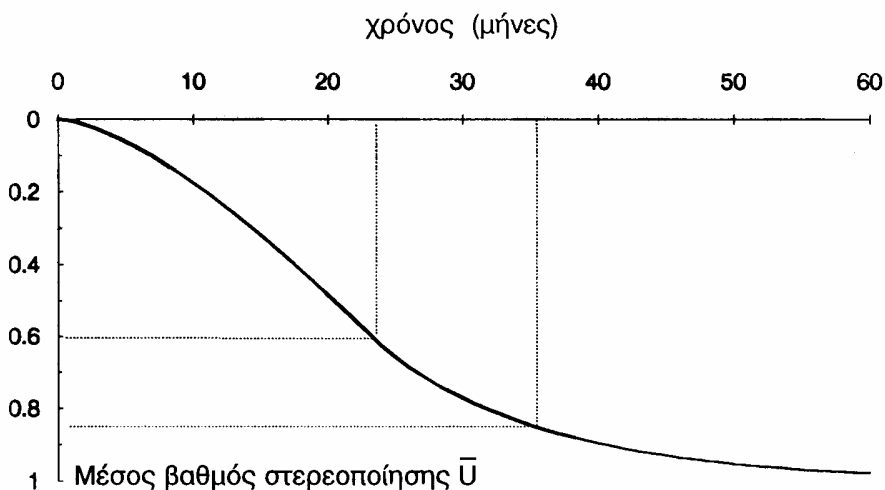
Στη συνέχεια, η επίλυση γίνεται με χρήση της σχέσης 7.3-2 και τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 7.3-1. Στον Πίνακα αυτόν, (i) είναι η θέση του στοιχείου καθ' ύψος της αργιλικής στρώσης, (j) είναι ο χρόνος σε μήνες και στη διασταύρωση γραμμών και στηλών δίνονται οι τιμές της υδατικής υπερπίεσης $\Delta u_{i,j}$ σε kPa. Στον ίδιο Πίνακα φαίνεται και ο μέσος βαθμός στερεοποίησης (\bar{U}), που ορίζεται από τη σχέση:

$$\bar{U} = \frac{\int_0^H \Delta u \cdot dz}{0.50 \cdot \Delta u_{\infty} \cdot H} = \frac{\left(\sum_i \Delta u_{i,j} \right) \Delta z}{0.50 \cdot \Delta u_{\infty} \cdot H}$$

όπου: $\Delta u_{\infty} = -40$ kPa και $H = 8$ m. Επίσης, φαίνεται η υποχώρηση σε κάθε χρονική στιγμή που υπολογίσθηκε από τη σχέση: $\delta(t) = \bar{U} \cdot \delta_{\infty}$. Στον Πίνακα παρουσιάζονται ορισμένες μόνον στήλες (επιλεκτικά) για χαρακτηριστικές τιμές του χρόνου (0, 1, 2, 3, 12, 24, 36 μήνες), οι υπολογισμοί όμως έγιναν με χρονικό βήμα ενός μηνός. Η σχέση του μέσου βαθμού στερεοποίησης ως προς το χρόνο (σε μήνες) φαίνεται γραφικά στο Σχήμα 7.3-2. Η υποχώρηση της αργιλικής στρώσης στα πρώτα δύο χρόνια είναι 5.04 cm.

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.3-1

i	$j=0$	1	2	3	12	24	36	∞
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	-0.14	-1.41	-3.28	-5
3	0	0	0	0	-0.40	-3.12	-6.83	-10
4	0	0	0	0	-0.95	-5.44	-10.83	-15
5	0	0	0	0	-1.98	-8.72	-15.48	-20
6	0	0	0	0	-3.90	-13.4	-20.79	-25
7	0	0	0	-0.4	-7.12	-19.8	-26.78	-30
8	0	0	-0.83	-1.7	-12.3	-28.5	-33.25	-35
9	0	-1.7	-3.3	-5.0	-20	-40	-40	-40
\bar{U}	0	0.005	0.016	0.029	0.23	0.63	0.86	1
$\delta(t)$	0	0.04	0.13	0.23	1.84	5.04	6.88	8.0
T_v	0	0.031	0.063	0.094	0.375	0.75	1.13	∞



Σχήμα 7.3-2: Παράδειγμα 7.3

3. Ένα χρόνο μετά τη διακοπή των αντλήσεων θα συμβεί πρόσθετη υποχώρηση: $\Delta\delta = 6.88 - 5.04 = 1.84$ cm, ενώ μέχρι το τέλος της στερεοποίησης αναμένεται πρόσθετη υποχώρηση ίση με: $8.0 - 5.04 = 2.96$ cm, δηλαδή 3 cm.

Σημειώσεις:

1. Ας σημειωθεί η διαφορετική μορφή της καμπύλης του μέσου βαθμού στερεοποίησης ως προς το χρόνο (Σχήμα 7.3-2) από την κλασική μορφή της καμπύλης $\bar{U} - T_v$, που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 7. Στην προκείμενη περίπτωση, η αρχική υστέρηση στην εξέλιξη της στερεοποίησης οφείλεται στη χρονικώς εξελισσόμενη ταπείνωση της πιεζομετρικής στάθμης στην κατώτερη άμμο κατά την πρώτη διετία.
2. Η ακρίβεια της αριθμητικής επίλυσης εξαρτάται από τη διακριτοποίηση (Δz) και κυρίως από το χρονικό βήμα (Δt). Η μέθοδος που εφαρμόστηκε για την προσέγγιση της παραγώγου ως προς το χρόνο (κεντρικές διαφορές) απαιτεί τη χρήση μικρού χρονικού βήματος για σύγκλιση του αλγορίθμου. Το βήμα που χρησιμοποιήθηκε στο συγκεκριμένο παράδειγμα ($\Delta t = 1$ μήνας) εξασφαλίζει σύγκλιση. Αν επαναληφθεί η αριθμητική ολοκλήρωση με βήμα $\Delta t = 3$ μήνες, θα διαφανεί η ταλάντωση και τελική απόκλιση της αριθμητικής ολοκλήρωσης. Για περισσότερες λεπτομέρειες ως προς την εφαρμογή της ΜΠΔ για την επίλυση προβλημάτων στερεοποίησης, ο αναγνώστης παραπέμπεται σε άλλα ειδικότερα συγγράμματα.

