

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΣΧΕΣΕΙΣ ΤΑΣΕΩΝ-ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΩΝ ΤΩΝ ΕΔΑΦΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

6.1 Εισαγωγή

Η μηχανική συμπεριφορά των υλικών εκφράζεται ποσοτικά με τους **καταστατικούς νόμους συμπεριφοράς**, οι οποίοι καθορίζουν τις σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων, δηλαδή τα μεγέθη των τάσεων που αναπτύσσονται κατά την παραμόρφωση του υλικού. Οι καταστατικοί νόμοι είναι απαραίτητοι κατά την αναλυτική ή αριθμητική επίλυση προβλημάτων που αφορούν φορτίσεις των υλικών, όπως π.χ. κατά τον υπολογισμό των μετακινήσεων (υποχωρήσεων) του εδάφους όταν επιβληθούν εξωτερικά φορτία. Σε ορισμένες περιπτώσεις η μηχανική συμπεριφορά των υλικών εξαρτάται και από το χρόνο, οπότε στους καταστατικούς νόμους περιγραφής της συμπεριφοράς υπεισέρχεται και ο χρόνος. Οι καταστατικοί νόμοι **δεν είναι φυσικοί νόμοι**, δεν έχουν δηλαδή τη γενική εφαρμογή των φυσικών νόμων, αλλά είναι συσχετίσεις που βασίζονται είτε στα θερμοδυναμικά αξιώματα (με κάποιες πρόσθετες παραδοχές), όπως π.χ. ο νόμος της γραμμικής ελαστικότητας, είτε σε φαινομενολογικές θεωρήσεις που προκύπτουν από πειραματικές κυρίως μετρήσεις της συμπεριφοράς των υλικών.

Στα εδαφικά υλικά οι καταστατικοί νόμοι θα έπρεπε να προκύψουν από τη μικροσκοπική θεώρηση των μηχανισμών παραμόρφωσης (ελαστικές και ανελαστικές παραμορφώσεις κόκκων, ολίσθηση και κύλιση μεταξύ των κόκκων κλπ.) και από τη μελέτη του τρόπου μετάδοσης των δυνάμεων μεταξύ των κόκκων. Όπως, όμως, αναφέρθηκε και σε προηγούμενο Κεφάλαιο, η μέθοδος αυτή υπερβαίνει τις σημερινές υπολογιστικές δυνατότητες (εκτός ίσως από ορισμένες πολύ απλές περιπτώσεις γεωμετρίας κόκκων) λόγω κυρίως του τεράστιου αριθμού επαφών μεταξύ των κόκκων: π.χ. σε ένα κυβικό εκατοστό λεπτόκοκκης άμμου υπάρχουν περί τα πέντε εκατομμύρια σημεία επαφής μεταξύ κόκκων, ενώ στην περίπτωση των αργιλικών εδαφών ο αριθμός αυτός είναι πολύ μεγαλύτερος. Κατά συνέπεια, στην περίπτωση των εδαφικών υλικών οι σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων που συνήθως χρησιμοποιούνται είτε είναι όμοιες με αυτές που εφαρμόζονται σε άλλα τεχνικά υλικά (π.χ. ο νόμος της γραμμικής ελαστικότητας) είτε προκύπτουν από γενικεύσεις των αποτελεσμάτων πειραματικών μετρήσεων σε δείγματα εδαφικών υλικών (άμμων, αργίλων κλπ).

Λόγω της πολυφασικότητας των εδαφικών υλικών και κυρίως λόγω της παρουσίας νερού στους πόρους το οποίο αλληλεπιδρά με τον εδαφικό σκελετό (όπως π.χ. κατά τη στερεοποίηση), οι καταστατικές σχέσεις των εδαφικών υλικών αναφέρονται στον **εδαφικό σκελετό**, δηλαδή συσχετίζουν τις παραμορφώσεις του εδαφικού σκελετού (που, όμως, ταυτίζονται με τις μακροσκοπικές παραμορφώσεις του εδάφους) με τις **ενεργές τάσεις**, τις τάσεις δηλαδή που αναλαμβάνονται από τον εδαφικό σκελετό. Έτσι, στα επόμενα, **όπου αναφέρονται "τάσεις", θα θεωρούνται οι ενεργές τάσεις**. Τέλος, θα πρέπει να αναφερθεί ότι στις πρακτικές εφαρμογές ζητείται ο υπολογισμός των τάσεων (και των παραμορφώσεων) που προκαλούνται από κάποια εξωτερική φόρτιση (π.χ. από την κατασκευή ενός κτιρίου). Επειδή, όμως,

τα εδάφη είναι συνήθως φορτισμένα και πριν από την επιβολή της συγκεκριμένης εξωτερικής φόρτισης (τυπικά υπόκεινται στις τάσεις λόγω του βάρους των υπερκείμενων εδαφικών σχηματισμών), στην πραγματικότητα ζητείται η σχέση μεταξύ της **μεταβολής των ενεργών τάσεων** και της αντίστοιχης **μεταβολής των παραμορφώσεων** που οφείλονται στην εξωτερική φόρτιση. Για τους λόγους αυτούς, οι σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων που περιγράφονται στα επόμενα εδάφια παρουσιάζονται με τη μορφή συσχετίσεων μεταξύ των μεταβολών των ενεργών τάσεων ($\Delta \sigma'_{ij}$) και των αντίστοιχων μεταβολών των συνιστωσών των παραμορφώσεων ($\Delta \varepsilon_{kl}$).

6.2 Η Γραμμική Ισότροπη Ελαστικότητα

Ο απλούστερος καταστατικός νόμος συμπεριφοράς των εδαφών περιγράφεται από τις σχέσεις της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας. Κατά τη θεωρία αυτή, οι σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων εξαρτώνται από δύο θεμελιώδεις παραμέτρους (ιδιότητες του υλικού), το **μέτρο Ελαστικότητας** (E) και το **λόγο του Poisson** (ν). Διάφορα άλλα παράγωγα μεγέθη προκύπτουν με συνδυασμό των ανωτέρω, όπως:

$$\text{Το μέτρο διάτμησης: } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\text{Το μέτρο ισότροπης συμπίεσης: } K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

$$\text{Το μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης: } D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

Οι καταστατικές σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας έχουν την ακόλουθη μορφή:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E} [\Delta \sigma'_{xx} - \nu(\Delta \sigma'_{yy} + \Delta \sigma'_{zz})] \\ \Delta \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E} [\Delta \sigma'_{yy} - \nu(\Delta \sigma'_{zz} + \Delta \sigma'_{xx})] \\ \Delta \varepsilon_{zz} &= \frac{1}{E} [\Delta \sigma'_{zz} - \nu(\Delta \sigma'_{xx} + \Delta \sigma'_{yy})] \\ \Delta \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \Delta \sigma'_{xy} \\ \Delta \gamma_{yz} &= \frac{1}{G} \Delta \sigma'_{yz} \\ \Delta \gamma_{zx} &= \frac{1}{G} \Delta \sigma'_{zx} \end{aligned} \quad (6.1)$$

Οι συνέπειες των ανωτέρω σχέσεων αναφέρονται στα επόμενα:

(1) Με άθροιση κατά μέλη των τριών πρώτων εξισώσεων προκύπτει:

$$\Delta \varepsilon_{vol} = \frac{1}{K} \frac{\Delta \sigma'_{xx} + \Delta \sigma'_{yy} + \Delta \sigma'_{zz}}{3} \quad (6.2)$$

Η σχέση αυτή έχει σαν συνέπεια ότι στην περίπτωση της αστράγγιστης φόρτισης κορεσμένων εδαφικών υλικών (δηλαδή στην περίπτωση που το νερό των πόρων δεν μπορεί να διαφύγει), οπότε $\Delta \varepsilon_{vol} = 0$, η μέση ορθή ενεργός τάση δεν μεταβάλλεται, δηλαδή:

$$\Delta \sigma' \equiv \frac{1}{3} (\Delta \sigma'_{xx} + \Delta \sigma'_{yy} + \Delta \sigma'_{zz}) = 0 \quad (6.3)$$

οπότε, κατά τον ορισμό των ενεργών τάσεων:

$$\Delta\sigma \equiv \frac{1}{3}(\Delta\sigma_{xx} + \Delta\sigma_{yy} + \Delta\sigma_{zz}) = \Delta u \quad (6.4)$$

δηλαδή η αύξηση της πίεσης πόρων ισούται με τη μέση αύξηση των ορθών ολικών τάσεων.

- (2) Οι σχέσεις της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας υποδηλώνουν την έλλειψη συσχέτισης μεταξύ των ορθών τάσεων και των διατμητικών παραμορφώσεων, καθώς και μεταξύ των διατμητικών τάσεων και των ορθών παραμορφώσεων, επειδή οι εξισώσεις (6.1) συσχετίζουν τις ορθές τάσεις μόνον με τις ορθές παραμορφώσεις και τις διατμητικές τάσεις μόνον με τις διατμητικές παραμορφώσεις. Κατά συνέπεια, η γραμμική ισότροπη ελαστικότητα προβλέπει ότι στη δοκιμή της απλής διάτμησης, κατά την οποία αυξάνει βαθμιαία η διατμητική τάση που επιβάλλεται στο δοκίμιο χωρίς να μεταβάλλονται οι ορθές τάσεις, οι ορθές συνιστώσες της παραμόρφωσης είναι μηδέν, οπότε δεν μεταβάλλεται ούτε ο όγκος του δοκιμίου.

Η μηχανική συμπεριφορά των εδαφικών υλικών απέχει σημαντικά από τις προβλέψεις της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας. Έτσι, π.χ. η καμπύλη τάσεων-παραμορφώσεων των εδαφικών υλικών δεν είναι ευθύγραμμη (δηλαδή το μέτρο ελαστικότητας δεν είναι σταθερό). Επιπλέον, η επιβολή μόνον διατμητικών τάσεων προκαλεί ορθές παραμορφώσεις (π.χ. μεταβολή του όγκου) στις στραγγιζόμενες δοκιμές και μεταβολή της πίεσης πόρων στις αστράγγιστες δοκιμές. Παρά ταύτα, η υπόθεση της ισότροπης γραμμικής ελαστικότητας χρησιμοποιείται ευρύτατα στα εδαφικά υλικά. Η ευρύτατη χρήση της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας, αν και εκ πρώτης όψεως φαίνεται αδικαιολόγητη, οφείλεται στους εξής λόγους:

1. Με την υπόθεση της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας έχουν επιλυθεί πολλά συνήθη προβλήματα της Εδαφομηχανικής, όπως π.χ. η κατανομή των τάσεων στο έδαφος κάτω από κυκλικό θεμέλιο, λωριδωτό θεμέλιο κλπ, για τα οποία δεν υπάρχει αναλυτική λύση με άλλους πιο πολύπλοκους καταστατικούς νόμους.
2. Στα γραμμικώς ελαστικά υλικά ισχύει η αρχή της επαλληλίας, η οποία χρησιμοποιείται ευρύτατα για την ανάλυση σύνθετων φορτίσεων σε άλλες απλούστερες, για τις οποίες υπάρχει αναλυτική λύση. Έτσι, π.χ. η κατανομή των τάσεων στο έδαφος από το σύνολο των μεμονωμένων πεδίων ενός κτιρίου μπορεί να θεωρηθεί σαν άθροισμα των τάσεων που οφείλονται σε ένα έκαστο των πεδίων, περίπτωση για την οποία υπάρχει αναλυτική λύση όταν το έδαφος θεωρηθεί ισότροπο και γραμμικώς ελαστικό.
3. Με τη γραμμική ελαστικότητα αποφεύγονται θεωρητικά προβλήματα, όπως η ύπαρξη μοναδικής λύσης, η πολλαπλότητα λύσεων ανάλογα με την αλληλουχία εφαρμογής των φορτίων, καθώς ορισμένα προβλήματα, καθώς επίσης και τα προβλήματα σύγκλισης των αριθμητικών μεθόδων ανάλυσης.
4. Σε πολλές περιπτώσεις συνήθων φορτίσεων η επίλυση με τη θεωρία ελαστικότητας δεν απέχει σημαντικά από επιλύσεις με "ακριβέστερους" καταστατικούς νόμους, τουλάχιστον όσον αφορά τις κατανομές των τάσεων στο έδαφος. Τούτο οφείλεται στο ότι οι κατανομές των τάσεων που προκύπτουν με βάση τη θεωρία ελαστικότητας είναι, για ορισμένους τύπους φορτίσεων, **ανεξάρτητες του μέτρου ελαστικότητας του εδάφους**, δηλαδή οι κατανομές τάσεων δεν μεταβάλλονται για διαφορετικές τιμές του μέτρου ελαστικότητας. Βεβαίως, δεν θα ισχύει η ίδια κατανομή τάσεων, εάν το έδαφος έχει μή-γραμμική συμπεριφορά. Στις περιπτώσεις αυτές οι κατανομές τάσεων είναι ανεξάρτητες του μέτρου ελαστικότητας, υπό την προϋπόθεση ότι το υλικό είναι ισότροπο και γραμμικώς ελαστικό και ότι το μέτρο ελαστικότητας είναι σταθερό και ομοιόμορφο

σε ολόκληρη την εδαφική μάζα, δηλαδή δεν μεταβάλλεται από θέση σε θέση ούτε με τη μεταβολή της φόρτισης. Πάντως, η παραπάνω ανεξαρτησία των τάσεων από το μέτρο ελαστικότητας μειώνει, γενικά, τα σφάλματα που προκύπτουν κατά την εκτίμηση των τάσεων σε εδαφικά υλικά με θεώρηση γραμμικής ελαστικότητας, ακόμη και στις περιπτώσεις που η συμπεριφορά του εδάφους απέχει σημαντικά από την ελαστικότητα.

5. Τέλος, ένας ακόμη σημαντικός λόγος της ευρείας χρήσης της θεωρίας ελαστικότητας στα εδαφικά υλικά είναι ότι μέχρι σήμερα δεν έχει επιτευχθεί η διατύπωση ενός άλλου καταστατικού νόμου, ο οποίος **αποδεδειγμένα** να δίνει ακριβέστερες προβλέψεις σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων της Εδαφομηχανικής και για μια ποικιλία εδαφικών υλικών, παρά τις έντονες προσπάθειες των ερευνητών στον τομέα αυτό.

Η έκφραση των σχέσεων ελαστικότητας ως προς τις ολικές τάσεις

Αναφέρθηκε προηγουμένως ότι οι σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων ενός εδαφικού υλικού περιγράφουν τη συμπεριφορά του **εδαφικού σκελετού** και κατά συνέπεια συσχετίζουν τις παραμορφώσεις ($\Delta \varepsilon_{ij}$) με τις αντίστοιχες μεταβολές των **ενεργών** τάσεων ($\Delta \sigma'_{kl}$).

Στην περίπτωση της **πλήρως στραγγιζόμενης φόρτισης**, στην περίπτωση δηλαδή που η φόρτιση είναι επαρκώς αργή ώστε οι τυχόν αναπτυσσόμενες υπερπιέσεις πόρων να εκτονώνονται πλήρως ($\Delta u = 0$), το σύνολο των εξωτερικώς επιβεβλημένων φορτίων αναλαμβάνεται από τις ενεργές τάσεις, οπότε ισχύει:

$$\Delta \sigma'_{ij} = \Delta \sigma_{ij}$$

δηλαδή οι μεταβολές των ολικών και των ενεργών τάσεων είναι ίσες. Κατά συνέπεια, μπορεί να θεωρηθεί ότι οι γνωστές σχέσεις ελαστικότητας (δηλαδή με την ίδια ακριβώς μορφή) συσχετίζουν τις παραμορφώσεις με τις μεταβολές των **ολικών** τάσεων.

Στην περίπτωση της **αστράγγιστης φόρτισης**, στην περίπτωση δηλαδή που η φόρτιση είναι πολύ ταχεία ώστε το νερό των πόρων να μην προλαβαίνει να διαφύγει, το έδαφος παραμορφώνεται διατηρώντας σταθερό όγκο, ενώ ταυτόχρονα αναπτύσσονται υπερπιέσεις πόρων. Στην περίπτωση αυτή οι σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων **δεν** μπορούν να εκφραστούν απευθείας ως προς τις μεταβολές των ολικών τάσεων. Στα επόμενα περιγράφονται οι αναγκαίοι μετασχηματισμοί, ώστε οι γνωστές σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων της ισότροπης γραμμικής ελαστικότητας να εκφραστούν συναρτήσει των μεταβολών των ολικών τάσεων.

Κατά την αστράγγιστη φόρτιση ενός ισότροπου ελαστικού εδάφους, η συνθήκη της μή-μεταβολής του όγκου οδηγεί στη σχέση (βλέπε εξίσωση 6.3):

$$\Delta \sigma'_{xx} + \Delta \sigma'_{yy} + \Delta \sigma'_{zz} = 0 \quad (6.5)$$

ή, ισοδύναμα:

$$\Delta u = \frac{1}{3} (\Delta \sigma_{xx} + \Delta \sigma_{yy} + \Delta \sigma_{zz}) \quad (6.6)$$

Εάν, στη συνέχεια, στην (τυπική) σχέση της ισότροπης ελαστικότητας που έχει τη μορφή:

$$\Delta \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\Delta \sigma'_{xx} - \nu (\Delta \sigma'_{yy} + \Delta \sigma'_{zz})] \quad (6.7)$$

αντικατασταθούν οι μεταβολές των ενεργών τάσεων ($\Delta \sigma'_{ii}$) από τις σχέσεις:

$$\Delta \sigma'_{ii} = \Delta \sigma_{ii} - \Delta u$$

προκύπτει η σχέση:

$$\Delta \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\Delta \sigma_{xx} - \nu (\Delta \sigma_{yy} + \Delta \sigma_{zz}) - (1 - 2\nu) \Delta u] \quad (6.8)$$

και με χρήση της σχέσης (6.6) προκύπτει ότι:

$$\Delta \varepsilon_{xx} = \frac{2(1+\nu)}{3E} \left[\Delta \sigma_{xx} - \frac{1}{2} (\Delta \sigma_{yy} + \Delta \sigma_{zz}) \right] \quad (6.9)$$

ή, ισοδύναμα:

$$\Delta \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E_u} [\Delta \sigma_{xx} - \nu_u (\Delta \sigma_{yy} + \Delta \sigma_{zz})] \quad (6.10)$$

όπου:

$$E_u \equiv \frac{3E}{2(1+\nu)} \quad (6.11\alpha)$$

$$\nu_u \equiv 1/2 \quad (6.11\beta)$$

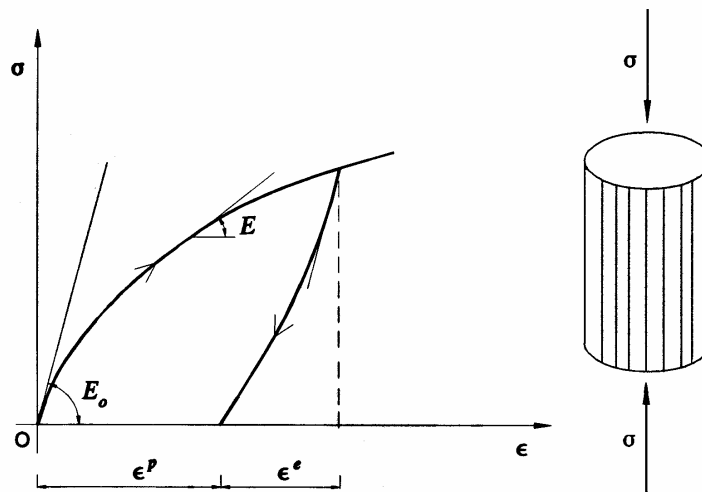
και E, ν είναι οι παράμετροι ελαστικότητας του εδαφικού σκελετού.

Κατά συνέπεια, στην περίπτωση της αστράγγιστης φόρτισης οι γνωστές σχέσεις ελαστικότητας μπορούν να γραφούν και ως προς τις μεταβολές των ολικών τάσεων (σχέσεις 6.10) με την ίδια μορφή που γράφονται ως προς τις μεταβολές των ενεργών τάσεων (σχέσεις 6.7), αρκεί να αντικατασταθεί το E με το E_u και το ν με το ν_u , όπου τα E_u και ν_u δίνονται από τις σχέσεις (6.11). Για μία τυπική τιμή του λόγου Poisson του εδαφικού σκελετού $\nu = 0.25$, η σχέση 6.11α δίνει: $E_u = 1.20E$, δηλαδή το "αστράγγιστο μέτρο ελαστικότητας" είναι 20% περίπου μεγαλύτερο από το μέτρο ελαστικότητας του εδαφικού σκελετού.

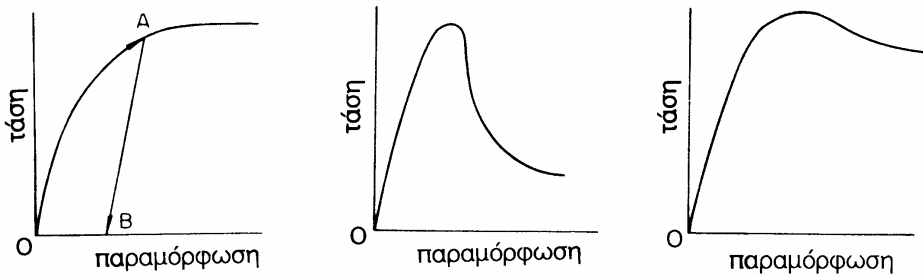
Σε ενδιαμέσες καταστάσεις μεταξύ της πλήρως στραγγιζόμενης και της αστράγγιστης φόρτισης, οι σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων μπορούν να γραφούν με τη μορφή των σχέσεων (6.8), χωρίς όμως να είναι δυνατόν να απαλειφθεί η υπερπίεση πόρων Δu .

6.3 Μη-Γραμμικές Σχέσεις Τάσεων-Παραμορφώσεων

Εκτεταμένες μετρήσεις της μηχανικής συμπεριφοράς εδαφικών σχηματισμών στο εργαστήριο, αλλά και σε φυσική κλίμακα, αποδεικνύουν ότι η καμπύλη τάσεων-παραμορφώσεων των εδαφικών υλικών είναι έντονα μή-γραμμική. Επιπλέον, ένα σημαντικό τμήμα της παραμόρφωσης είναι ανελαστικό, δηλαδή δεν αναιρείται με την



Σχ. 6.1: Ελαστικές και ανελαστικές παραμορφώσεις εδαφών



Σχ. 6.2: Τυπικές μορφές καμπύλων τάσεων-παραμορφώσεων

αφαίρεση του φορτίου (Σχήμα 6.1). Τυπικές μορφές των καμπύλων τάσεων-παραμορφώσεων εδαφικών υλικών φαίνονται στο Σχήμα 6.2 και δείχνουν την πολυπλοκότητα της μηχανικής συμπεριφοράς των υλικών αυτών.

Η πολυπλοκότητα της συμπεριφοράς των εδαφών επιτείνεται και από τα ακόλουθα χαρακτηριστικά τους:

1. Η συμπεριφορά των κοκκωδών εδαφών είναι διαφορετική από τη συμπεριφορά των αργιλικών εδαφών. Αλλά, ακόμη και η συμπεριφορά ενός συγκεκριμένου τύπου εδάφους ποικίλει ανάλογα με την κατάσταση στην οποία ευρίσκεται. Έτσι, μια άμμος με χαλαρή δομή έχει διαφορετική συμπεριφορά από την ίδια άμμο σε πυκνή δομή και το ίδιο ισχύει για τη συμπεριφορά μαλακών και σφιγρών αργίλων.
2. Η συμπεριφορά των εδαφικών υλικών εξαρτάται από την προϊστορία των φορτίσεων, δηλαδή από την αλληλουχία των εντατικών καταστάσεων που έχουν προηγηθεί της συγκεκριμένης φόρτισης.
3. Η συμπεριφορά των εδαφών εξαρτάται από τον τρόπο μεταβολής των συνιστωσών των τάσεων, δηλαδή παρουσιάζει έντονη ανισοτροπία. Έτσι, π.χ. εάν δύο όμοια εδαφικά δοκίμια (που συνίστανται από το ίδιο υλικό και έχουν υποστεί την ίδια προϊστορία φορτίσεων) υποβληθούν το μεν πρώτο στην ακόλουθη μεταβολή των τάσεων:

$$\Delta \sigma'_{xx} = a \quad , \quad \Delta \sigma'_{yy} = \Delta \sigma'_{zz} = \Delta \sigma'_{xz} = \Delta \sigma'_{yz} = \Delta \sigma'_{xy} = 0$$

ενώ το δεύτερο σε:

$$\Delta \sigma'_{yy} = a \quad , \quad \Delta \sigma'_{xx} = \Delta \sigma'_{zz} = \Delta \sigma'_{xz} = \Delta \sigma'_{yz} = \Delta \sigma'_{xy} = 0$$

η συμπεριφορά τους θα είναι, γενικά, διαφορετική. Η συγκεκριμένη αλληλουχία μεταβολών των τάσεων στην οποία υποβάλλεται ένα εδαφικό στοιχείο ονομάζεται **διαδρομή των τάσεων** και μελετάται στο επόμενο εδάφιο.

4. Η συμπεριφορά των εδαφικών υλικών επηρεάζεται από την ύπαρξη δομικών δεσμών μεταξύ των κόκκων τους, λόγω π.χ. σιμέντωσης ή θιζοτροπίας. Τέτοιοι δεσμοί μπορούν να αναπτυχθούν στο μακρόχρονο διάστημα που έχει μεσολαβήσει από τη γένεσή τους μέχρι σήμερα. Συνέπεια της ανάπτυξης δεσμών μεταξύ των κόκκων των εδαφικών υλικών είναι ότι το ίδιο υλικό σε αδιατάρακτη μορφή (δηλαδή όπως συναντάται στην φύση) παρουσιάζει τελείως διαφορετική συμπεριφορά απ' ότι μετά από αναμόχλευση και καταστροφή των δεσμών, ακόμη και εάν μετά την αναμόχλευση υποβληθεί στην προϊστορία φορτίσεων του αδιατάρακτου υλικού.
5. Τέλος, η συμπεριφορά των περισσότερων εδαφικών υλικών εξαρτάται από την ταχύτητα επιβολής της φόρτισης και παρουσιάζει χαρακτηριστικά ερπυσμού (δηλαδή παραμόρφωση υπό σταθερές ενεργές τάσεις) ανεξάρτητα από το φαινόμενο της στερεοποίησης.

Λόγω της πολυπλοκότητας της μηχανικής συμπεριφοράς των εδαφών, η επιτυχία γενικών καταστατικών νόμων στην ποσοτική πρόβλεψη της συμπεριφοράς τους είναι

περιορισμένη. Έτσι, η μελέτη της συμπεριφοράς των εδαφών βασίζεται συχνά σε πειραματικές μετρήσεις που γίνονται στο εργαστήριο. Επειδή, όμως, η παραμόρφωση των εδαφών εξαρτάται από το μέγεθος και τον τρόπο της μεταβολής των τάσεων, **θα πρέπει να επιβληθούν στο εργαστήριο οι ίδιες μεταβολές τάσεων που εκτιμάται ότι θα επιβληθούν και στη φύση** κατά τη φόρτιση του εδάφους. Η παραπάνω απαίτηση εισάγει πρόσθετες (και πολλές φορές ανυπερέβλητες) δυσκολίες στην ήδη πολύπλοκη μελέτη της μηχανικής συμπεριφοράς των εδαφών. Ειδικότερα:

1. Οι μεταβολές των τάσεων που θα επιβληθούν στη φύση, γενικά, δεν είναι γνωστές. Πράγματι, ενώ τα εξωτερικώς επιβεβλημένα φορτία (π.χ. το φορτίο ενός υποστηλώματος) είναι συνήθως γνωστά, οι τάσεις που τα φορτία αυτά προκαλούν σε ένα εδαφικό στοιχείο στο εσωτερικό του εδάφους δεν είναι επακριβώς γνωστές. Ακόμη, όμως, και στην περίπτωση που οι αναπτυσσόμενες τάσεις είναι γνωστές, τα εδαφικά στοιχεία είναι άπειρα και αναγκαστικά θα πρέπει να γίνει επιλογή των εδαφικών στοιχείων που θα δοκιμασθούν στο εργαστήριο.
2. Οι δυνατότητες επιβολής τάσεων στις εργαστηριακές διατάξεις είναι περιορισμένες. Έτσι, είναι πρακτικά αδύνατον να επιβληθούν στο εργαστήριο οι γενικές τριαξονικές εντατικές καταστάσεις που θα συμβούν στη φύση και συνεπώς θα πρέπει να απλουστευθούν ώστε να μπορούν να επιβληθούν από τις διαθέσιμες εργαστηριακές διατάξεις.
3. Αν στα παραπάνω προστεθούν οι δυσκολίες λόγω της ανομοιομορφίας του εδάφους, της διατάραξης των δειγμάτων κατά τη δειγματοληψία και της αδυναμίας, πολλές φορές, λήψης δειγμάτων από τις θέσεις που είναι επιθυμητό, το πρόβλημα της μελέτης των μηχανικών ιδιοτήτων του εδάφους καθίσταται ιδιαίτερα πολύπλοκο.

Έτσι, κατ' ανάγκη, ο Γεωτεχνικός Μηχανικός προβαίνει σε παραδοχές, επιλογές και απλοποιήσεις, η επιτυχία των οποίων καθορίζει και την επιτυχία του Γεωτεχνικού σχεδιασμού του έργου. Οι επιτυχείς αποφάσεις στα παραπάνω προβλήματα απαιτούν γνώση των μηχανισμών που διέπουν τις συνθήκες φόρτισης, κατανόηση των αρχών της μηχανικής συμπεριφοράς των εδαφών, γνώση των αναλυτικών και υπολογιστικών δυνατοτήτων **αλλά και σημαντική εμπειρία σε παρόμοια έργα και παρόμοια εδάφη**. Στο τελευταίο, ίσως, οφείλεται συχνά και ο χαρακτηρισμός της Εδαφομηχανικής σαν Τέχνης μάλλον παρά σαν Επιστήμης. Από όσα αναφέρθηκαν στα προηγούμενα αλλά και από όσα ακολουθήσουν, θα καταστεί σαφές ότι στην πραγματικότητα πρόκειται για ένα συνδυασμό Επιστήμης και Τέχνης.

6.4 Η Έννοια της Διαδρομής των Τάσεων

Αναφέρθηκε προηγουμένως ότι η μηχανική συμπεριφορά των εδαφών εξαρτάται από την αλληλουχία των τάσεων που τους επιβάλλονται. Η **διαδρομή των τάσεων** είναι ένας γραφικός τρόπος για την περιγραφή της αλληλουχίας των επιβεβλημένων τάσεων.

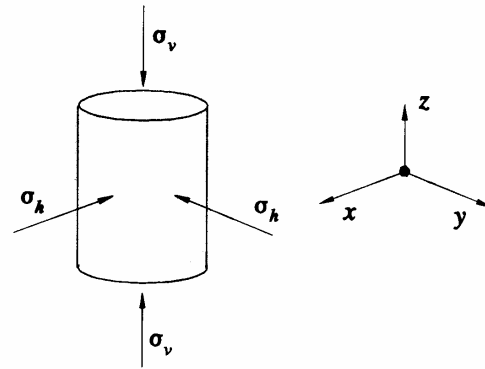
Ας θεωρηθεί ένα εδαφικό στοιχείο, στο οποίο επιβάλλονται ολικές τάσεις σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , σ_{xy} , σ_{xz} , σ_{yz} και έχει αναπτυχθεί πίεση πόρων u , οπότε οι αντίστοιχες ενεργές τάσεις ορίζουν την εντατική κατάσταση του στοιχείου, που είναι:

$$\begin{aligned} \sigma'_{xx} &= \sigma_{xx} - u, & \sigma'_{yy} &= \sigma_{yy} - u, & \sigma'_{zz} &= \sigma_{zz} - u \\ \sigma'_{xy} &= \sigma_{xy}, & \sigma'_{xz} &= \sigma_{xz}, & \sigma'_{yz} &= \sigma_{yz} \end{aligned}$$

Οι ανωτέρω τάσεις μπορούν να παρασταθούν γραφικά σε έναν **εξαδιάστατο** χώρο (στον οποίο οι άξονες αντιστοιχούν στις έξι συνιστώσες των τάσεων) από ένα

σημείο (M) που αντιστοιχεί στη διατεταγμένη εξάδα $(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz})$ και ένα σημείο (M') που αντιστοιχεί στη διατεταγμένη εξάδα $(\sigma'_{xx}, \sigma'_{yy}, \sigma'_{zz}, \sigma'_{xy}, \sigma'_{xz}, \sigma'_{yz})$. Το σημείο (M) παριστάνει την κατάσταση των ολικών τάσεων του εδαφικού στοιχείου ενώ το σημείο (M') την αντίστοιχη κατάσταση των ενεργών τάσεων. Αν οι τάσεις που ασκούνται στο εδαφικό στοιχείο μεταβληθούν, τότε τα σημεία M και M' μετακινούνται διαγράφοντας μια τροχιά (διαδρομή) που περιγράφει την αλληλουχία των εντατικών καταστάσεων στις οποίες υποβάλλεται το εδαφικό στοιχείο μεταξύ της αρχικής και της τελικής εντατικής κατάστασης. Η διαδρομή που διαγράφεται από το σημείο (M) των ολικών τάσεων ονομάζεται **διαδρομή ολικών τάσεων** (ΔΟΤ), ενώ η διαδρομή που διαγράφεται από το σημείο (M') των ενεργών τάσεων ονομάζεται **διαδρομή ενεργών τάσεων** (ΔΕΤ).

Σε ειδικές περιπτώσεις διαδρομών τάσεων όπου ορισμένες από τις συνιστώσες των τάσεων είναι μηδέν, οι διαδρομές των τάσεων μπορούν να παρασταθούν γραφικά σε χώρους με λιγότερες από έξι διαστάσεις. Μια αρκετά συνηθής τέτοια περίπτωση είναι η λεγόμενη "τριαξονική" ένταση (Σχήμα 6.3), κατά την οποία το εδαφικό στοιχείο υποβάλλεται στην ακόλουθη αξονοσυμμετρική ένταση:



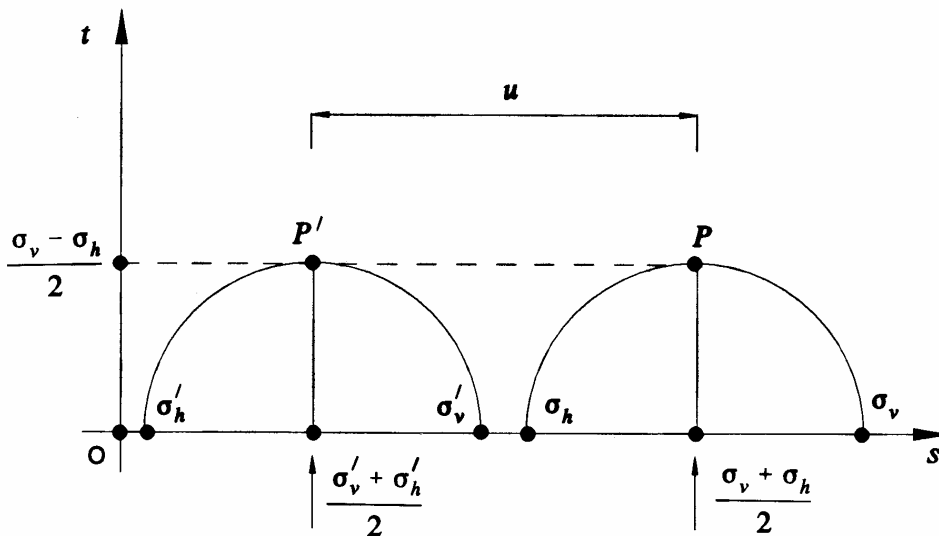
Σχ. 6.3: "Τριαξονική" ένταση

$$\begin{aligned} \sigma_{zz} &= \sigma_v \\ \sigma_{xx} &= \sigma_{yy} = \sigma_h \\ \sigma_{xy} &= \sigma_{zx} = \sigma_{yz} = 0 \end{aligned}$$

οπότε οι ανεξάρτητες (μή-μηδενικές) συνιστώσες των τάσεων είναι δύο και συνεπώς οι διαδρομές τάσεων μπορούν να παρασταθούν σε ένα διδιάστατο χώρο (π.χ. σ_v, σ_h). Στην περίπτωση αυτή συχνά χρησιμοποιείται ένας διδιάστατος χώρος, ο οποίος ορίζεται από τα εντατικά μεγέθη:

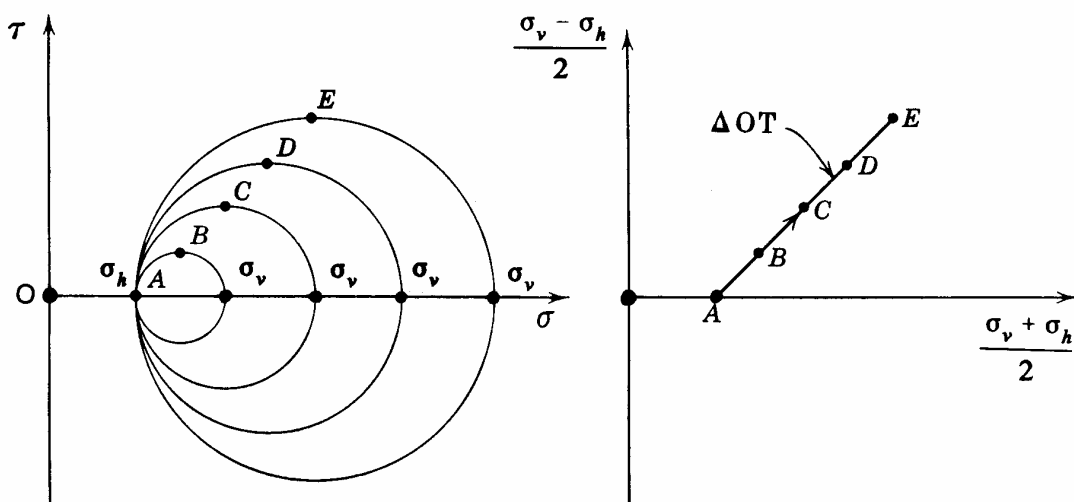
$$s = \frac{\sigma_v + \sigma_h}{2} \tag{6.12\alpha}$$

$$t = \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} \tag{6.12\beta}$$

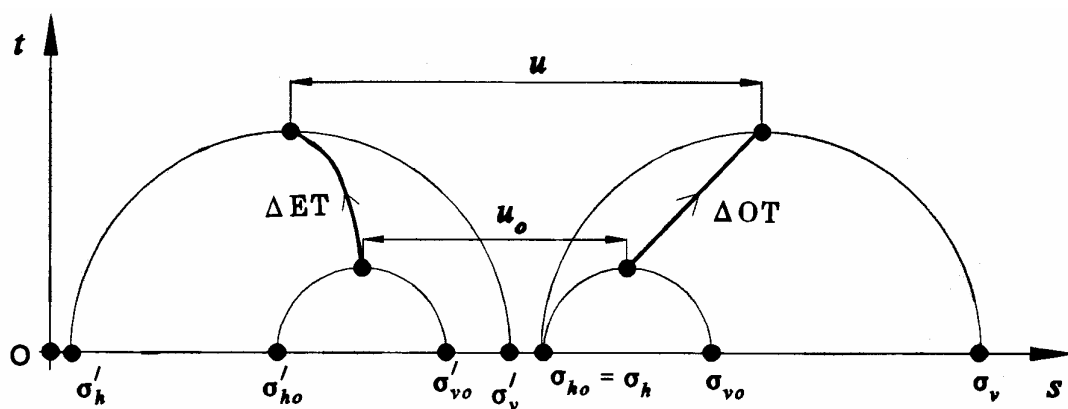


Σχ. 6.4: Χώρος τάσεων s, t

Στο Σχήμα 6.4 φαίνεται ο χώρος (s, t) και τα σημεία των ολικών τάσεων (P) και ενεργών τάσεων (P') για κάποια εντατική κατάσταση. Τα σημεία P και P' αποτελούν τις κορυφές των κύκλων Mohr που αντιστοιχούν στις ολικές και ενεργές τάσεις, βάσει του ορισμού των μεγεθών s και t . Στην ιδιότητα αυτή έγκειται και η χρήση του χώρου (s, t) αντί του (σ_v, σ_h) για τη γραφική παράσταση των διαδρομών τάσεων. Πράγματι, εάν είναι γνωστή η θέση του σημείου P , μπορεί εύκολα να σχεδιασθεί ο κύκλος Mohr των ολικών τάσεων που αντιστοιχεί στην κατάσταση αυτή (το ίδιο ισχύει και με το σημείο P'). Έτσι, η διαδρομή των ολικών τάσεων αντιστοιχεί στην τροχιά που διαγράφει η κορυφή του κύκλου Mohr των ολικών τάσεων, και η διαδρομή των ενεργών τάσεων αντιστοιχεί στην τροχιά που διαγράφει η κορυφή του κύκλου Mohr των ενεργών τάσεων. Είναι προφανές ότι οι κύκλοι των ολικών και ενεργών τάσεων έχουν ίση διάμετρο (επειδή $\sigma_v - \sigma_h = \sigma'_v - \sigma'_h$) και η (οριζόντια) απόστασή τους ισούται με την εκάστοτε πίεση πόρων, δηλαδή: $(P'P) = u$. Το Σχήμα 6.5 παρουσιάζει την εξέλιξη των κύκλων Mohr σε μία "τριαξονική" εντατική κατάσταση κατά την οποία η κατακόρυφη τάση (σ_v) αυξάνει, ενώ η οριζόντια τάση (σ_h) παραμένει σταθερή. Στο ίδιο σχήμα φαίνεται και η αντίστοιχη διαδρομή των ολικών τάσεων (ΔOT). Τέλος, το Σχήμα 6.6 παρουσιάζει μια τυπική διαδρομή ολικών τάσεων (ΔOT) και την αντίστοιχη διαδρομή ενεργών τάσεων (ΔET). Η απόσταση μεταξύ των δύο διαδρομών εκφράζει, ως γνωστόν, το εκάστοτε μέγεθος της πίεσης πόρων.



Σχ. 6.5: Διαδρομές τάσεων



Σχ. 6.6: Διαδρομές τάσεων

6.5 Μονοδιάστατη Συμπίεση των Εδαφών

Μονοδιάστατη συμπίεση είναι η φόρτιση ενός εδαφικού στοιχείου κατά την οποία του επιβάλλεται ορθή παραμόρφωση στον κατακόρυφο άξονα (z) με ταυτόχρονη παρεμπόδιση των ορθών παραμορφώσεων στους άξονες (x, y) καθώς και όλων των διατμητικών παραμορφώσεων, δηλαδή:

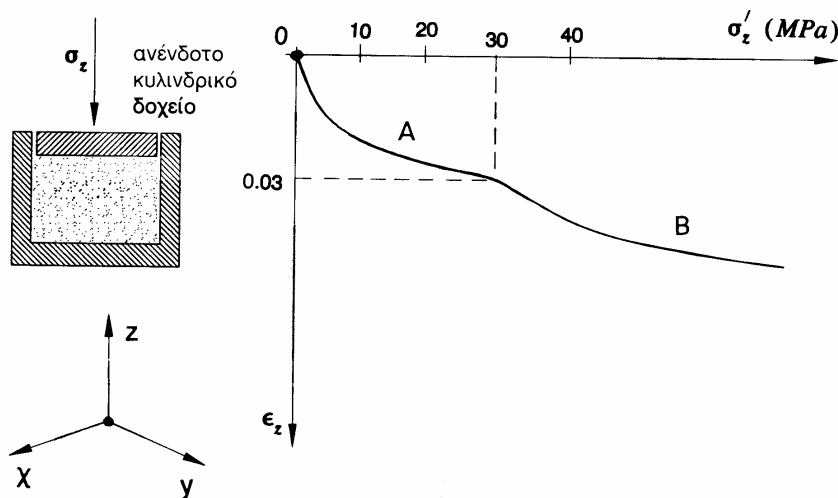
$$\varepsilon_{zz} \neq 0 \quad , \quad \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \gamma_{xy} = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

Η μονοδιάστατη συμπίεση είναι συνήθης τρόπος παραμόρφωσης των εδαφικών υλικών, επειδή π.χ. συμβαίνει κατά την ιζηματογένεση. Πράγματι, η απόθεση των εδαφικών υλικών στους πυθμένες των θαλασσών γίνεται σε οριζόντιες στρώσεις μεγάλης έκτασης, οπότε με τη συνεχιζόμενη απόθεση των υπερκείμενων ιζημάτων οι υποκείμενες εδαφικές αποθέσεις συμπιέζονται στην κατακόρυφη διεύθυνση. Επιπλέον, λόγω της μεγάλης έκτασης των αποθέσεων αυτών η παραμόρφωση στο οριζόντιο επίπεδο παρεμποδίζεται, με συνέπεια να πληρούνται οι προϋποθέσεις της μονοδιάστατης συμπίεσης. Ο τύπος αυτός της παραμόρφωσης είναι αρκετά συνήθης και στα τεχνικά έργα, επειδή κατακόρυφες φορτίσεις μεγάλης έκτασης σε οριζόντιες εδαφικές στρώσεις οδηγούν σε μονοδιάστατη συμπίεση, όπως π.χ. επιχώματα οδοποιίας μεγάλου πλάτους, δεξαμενές υγρών καυσίμων μεγάλης διαμέτρου, κτίρια με μεγάλη επιφάνεια κάτοψης εδραζόμενα σε πλάκα θεμελίωσης (γενική κοιτόστρωση) αλλά ακόμη και θεμελιώσεις με μεμονωμένα πέδιλα σε εδαφικές στρώσεις μικρού πάχους (σε σχέση με τη διάσταση του πεδίου). Λόγω των εκτεταμένων πρακτικών εφαρμογών αλλά και της δυνατότητας επιβολής της στο εργαστήριο με απλές σχετικά διατάξεις, η μονοδιάστατη συμπίεση αποτελεί τη συνηθέστερη δοκιμή Εδαφομηχανικής.

Εάν θεωρηθεί ότι το έδαφος είναι ισότροπο και έχει γραμμική συμπεριφορά, η εφαρμογή των γνωστών σχέσεων ελαστικότητας οδηγεί στους ακόλουθους τύπους για τη μονοδιάστατη συμπίεση:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma'_{zz} &= D \cdot \Delta \varepsilon_{zz} \\ \Delta \sigma'_{xx} = \Delta \sigma'_{yy} &= \frac{\nu}{1-\nu} \Delta \sigma'_{zz} \\ \Delta \sigma'_{xy} = \Delta \sigma'_{yz} = \Delta \sigma'_{zx} &= 0 \\ \Delta \varepsilon_{vol} &= \Delta \varepsilon_{zz} \\ \Delta \sigma' &= K \cdot \Delta \varepsilon_{zz} \end{aligned} \tag{6.13}$$

όπου D είναι το μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης και $\Delta \sigma'$ η μέση αύξηση των ορθών



Σχ. 6.7: Μονοδιάστατη συμπίεση άμμου

ενεργών τάσεων:

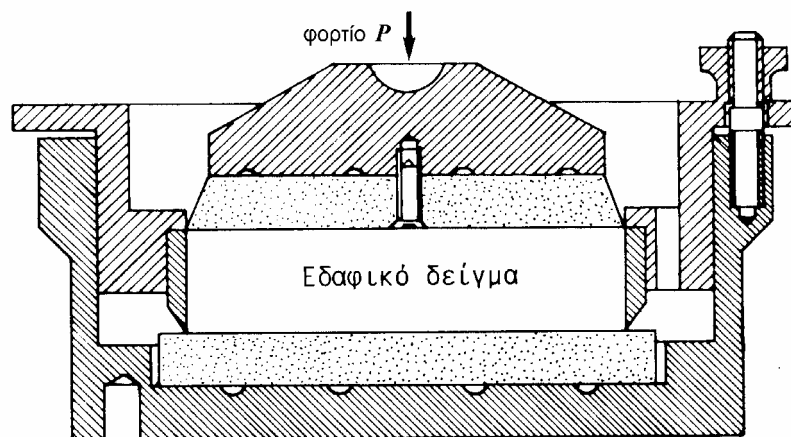
$$\Delta\sigma' \equiv \frac{1}{3}(\Delta\sigma'_{xx} + \Delta\sigma'_{yy} + \Delta\sigma'_{zz})$$

Από τις προηγούμενες σχέσεις προκύπτει ότι η γραμμική ελαστικότητα προβλέπει ευθύγραμμη σχέση μεταξύ της αξονικής τάσης (σ'_{zz}) και της αξονικής παραμόρφωσης (ε_{zz}).

Το Σχήμα 6.7 παρουσιάζει τυπικά αποτελέσματα πειραματικών μετρήσεων της αξονικής ενεργού τάσης (σ'_{zz}) και της αντίστοιχης αξονικής παραμόρφωσης κατά τη μονοδιάστατη συμπίεση μιας ομοιόμορφης χονδρόκοκκης χαλαζιακής άμμου στην εργαστηριακή διάταξη που φαίνεται στο Σχήμα 6.8. Η θετική διεύθυνση του άξονα της παραμόρφωσης είναι προς τα κάτω και αντιστοιχεί σε συμπίεση του εδάφους, δηλαδή σε μείωση του αρχικού ύψους του δοκιμίου. Επειδή η άμμος είναι ξηρή, οι ολικές τάσεις είναι ίσες με τις ενεργές τάσεις. Θα πρέπει, όμως, να αναφερθεί ότι η συμπεριφορά θα είναι η ίδια και στην περίπτωση που η άμμος είναι υγρή ή κορεσμένη με νερό αλλά η **φόρτιση αρκετά αργή, ώστε το νερό των πόρων να διαφεύγει ελεύθερα** κατά τη συμπίεση της άμμου, χωρίς να αυξάνονται οι υδατικές πιέσεις (δηλαδή $u = 0$ κατά τη διάρκεια της φόρτισης).

Η καμπύλη φόρτισης του Σχήματος 6.7 δεν είναι ευθύγραμμη, όπως προβλέπει η γραμμική ελαστικότητα, αλλά κατά ποιοτική θεώρηση αποτελείται από τρεις κλάδους:

1. Για τάσεις μέχρι περίπου 25 MPa, η καμπύλη στρέφει τα κοίλα προς τα άνω, δηλαδή η άμμος γίνεται προοδευτικά περισσότερο "δύσκαμπτη" (παρουσιάζει συμπεριφορά σκλήρυνσης ή κράτυνσης) με την αύξηση του κατακόρυφου φορτίου. Η συμπεριφορά αυτή είναι αναμενόμενη, επειδή με την αύξηση του φορτίου και την επακόλουθη συμπίεση η άμμος γίνεται πυκνότερη (το πορώδες μειώνεται) και συνεπώς λιγότερο παραμορφώσιμη. Πράγματι, όπως αναφέρθηκε στα προηγούμενα, η σχετική ολίσθηση και κύλιση μεταξύ των κόκκων, στην οποία οφείλονται κυρίως οι παραμορφώσεις των αμμωδών εδαφών, είναι ευκολότερη στα χαλαρά απ' ό,τι στα πυκνά εδάφη.
2. Για τάσεις μεταξύ 25 και 35 MPa, η καμπύλη τάσεων-παραμορφώσεων παρουσιάζει ανάστροφη καμπυλότητα (στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω), καθώς η άμμος προοδευτικά γίνεται πιά "εύκαμπτη". Το φαινόμενο αυτό, που ονομάζεται *διαρροή*, οφείλεται σε θρυμματισμό κόκκων και επιτρέπει νέες ολισθήσεις μεταξύ των κόκκων, δηλαδή συμπίεση της άμμου. Κατά τη φάση αυτή της συμπίεσης ακούγονται και χαρακτηριστικοί ήχοι που υποδηλώνουν τη θραύση κόκκων.



Σχ. 6.8: Εργαστηριακή διάταξη μονοδιάστατης συμπίεσης

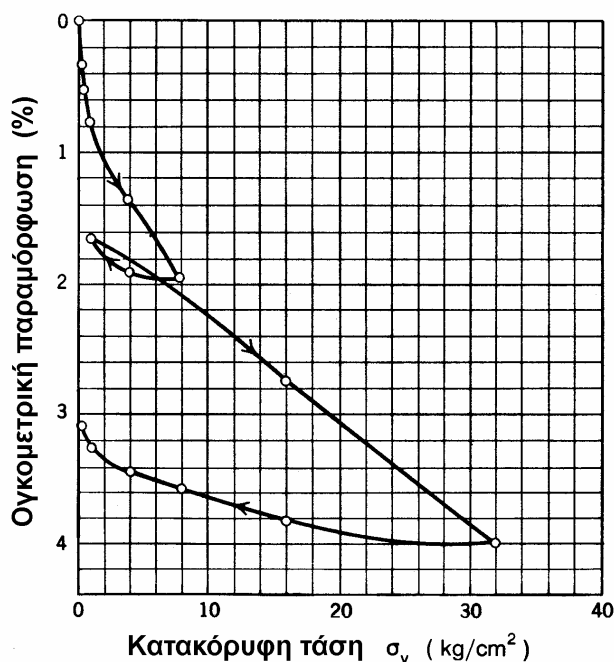
Επιπλέον, κοκκομετρικές αναλύσεις πριν και μετά τη δοκιμή αποδεικνύουν ότι η διαβάθμιση της άμμου έχει μεταβληθεί με αύξηση του ποσοστού του λεπτόκοκκου κλάσματος.

3. Για τάσεις μεγαλύτερες των 35 MPa, οι θραύσεις των κόκκων μειώνονται σημαντικά και εμφανίζεται πάλι συμπεριφορά κράτυνσης, με βαθμιαία αύξηση της "δυσκαμψίας" της άμμου και μείωση της συμπιεστότητας. Οι παραμορφώσεις οφείλονται και πάλι σε σχετικές ολισθήσεις μεταξύ των κόκκων, οι οποίες με τη μεταβολή της κοκκομετρικής διαβάθμισης λόγω των θραύσεων κόκκων αρχικά αυξήθηκαν αλλά προοδευτικά μειώνονται και πάλι.

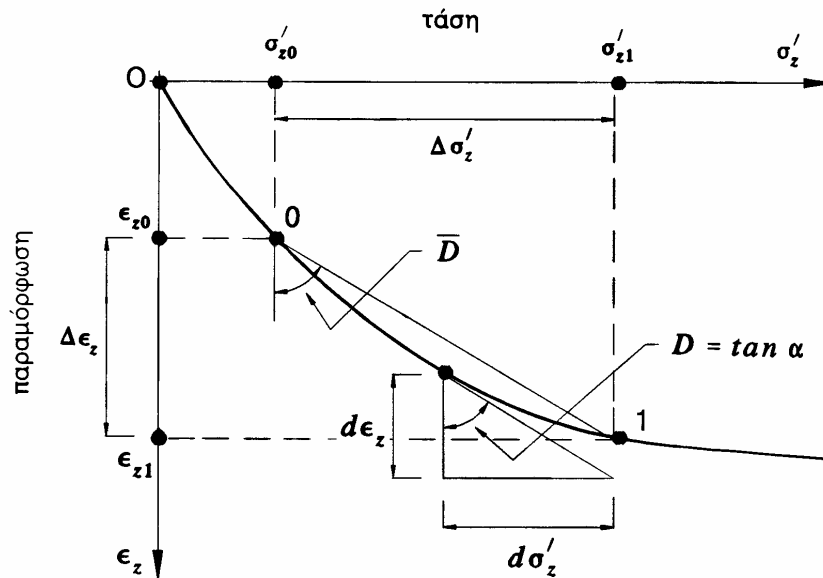
Η διαδικασία που περιγράφηκε προηγουμένως λαμβάνει χώρα κατά τη μονοδιάστατη συμπίεση όλων των κοκκωδών εδαφών, ίσως χωρίς πλήρη διάκριση μεταξύ των τριών φάσεων, όπως στην ομοιόμορφη χονδρόκοκκη χαλαζιακή άμμο. Τα κύρια χαρακτηριστικά, όμως, της συμπεριφοράς, που είναι η βαθμιαία μείωση της συμπιεστότητας και η έναρξη του θρυμματισμού των κόκκων με την υπέρβαση κάποιας κρίσιμης τάσης, εμφανίζονται σε όλα τα κοκκώδη υλικά. Η κρίσιμη τάση, στην οποία εμφανίζεται θραύση κόκκων, είναι μικρότερη στις χονδρόκοκκες άμμους απ' ό,τι στις λεπτόκοκκες καθώς επίσης στις χαλαρές άμμους, σε άμμους με γωνιώδεις κόκκους, σε άμμους με ομοιόμορφους κόκκους και σε άμμους με κόκκους από υλικό μικρής αντοχής. Όλοι οι παραπάνω λόγοι (πλην του τελευταίου) συντελούν στη μείωση του αριθμού των επαφών μεταξύ των κόκκων (ανά μονάδα όγκου του υλικού), δηλαδή στην αύξηση της πραγματικής τάσης που ασκείται μεταξύ των κόκκων.

Στα περισσότερα πρακτικά προβλήματα οι τάσεις που ασκούνται μεταξύ των κόκκων είναι αρκετά μικρές, ώστε η συνεισφορά της θραύσης των κόκκων στην παραμόρφωση του εδάφους να είναι αμελητέα. Τάσεις μεγαλύτερες από την κρίσιμη εμφανίζονται σε περιπτώσεις υψηλών λιθόρριπτων φραγμάτων από εύθρυπτα υλικά και σε περιπτώσεις υποχωρήσεων του εδάφους λόγω σημαντικού και εκτεταμένου καταβιβασμού της στάθμης των υπόγειων υδάτων (αντλήσεις για ύδρευση, άρδευση κλπ), η οποία προκαλεί αύξηση των ενεργών τάσεων.

Το Σχήμα 6.9 παρουσιάζει την καμπύλη τάσεων-παραμορφώσεων μιας καλά διαβαθμισμένης άμμου κατά την αρχική συμπίεση, την επακόλουθη αποφόρτιση, την επαναφόρτιση σε μια τάση μεγαλύτερη της αρχικής και τελικά μια δεύτερη αποφόρτιση. Οι κλάδοι φόρτισης παρουσιάζουν βαθμιαία κράτυνση του υλικού με μείωση της συμπιεστότητας. Οι κλάδοι αποφόρτισης αναιρούν μικρό μόνο μέρος της συμπίεσης, δηλαδή η άμμος παρουσιάζει σημαντικές ανελαστικές (πλαστικές) παραμορφώσεις. Τούτο εξηγείται επειδή οι μηχανισμοί ολίσθησης και κύλισης μεταξύ των κόκκων, στους οποίους οφείλεται το μεγαλύτερο ποσοστό της παραμόρφωσης των κοκκωδών εδαφών, είναι μή-αντιστρεπτοί. Τέλος, οι καμπύλες τάσεων-παραμορφώσεων δείχνουν ότι ο



Σχ. 6.9: Καμπύλη τάσεων-παραμορφώσεων άμμου



Σχ. 6.10: Ορισμός μέτρου συμπίεσης

κλάδος επαναφόρτισης του υλικού ακολουθεί πρακτικά την καμπύλη αποφόρτισης μέχρι τη μέγιστη τάση φόρτισης και κατόπιν συνεχίζει στην προέκταση του προηγούμενου κλάδου φόρτισης. Έτσι, κατά ποιοτική θεώρηση μπορεί να θεωρηθεί ότι οι κλάδοι αποφόρτισης και επαναφόρτισης μέχρι την προηγούμενη μέγιστη τάση προκαλούν κυρίως ελαστικές παραμορφώσεις, ενώ ο κλάδος της αρχικής φόρτισης και οι κλάδοι επαναφόρτισης πέραν της μέγιστης τάσης προκαλούν τόσο ελαστικές όσο και (κυρίως) πλαστικές παραμορφώσεις.

Λόγω της έντονης καμπυλότητας του διαγράμματος τάσεων-παραμορφώσεων κατά τη μονοδιάστατη συμπίεση των κοκκωδών εδαφών, ο ορισμός του (σταθερού) μέτρου μονοδιάστατης συμπίεσης D πρέπει να αναθεωρηθεί. Το μέτρο D μπορεί, πλέον, να ορισθεί από την εφαπτόμενη της καμπύλης σε κάποια θέση (βλέπε Σχήμα 6.10) ως:

$$D \equiv \frac{d \sigma'_z}{d \varepsilon_z} \tag{6.14}$$

Το μέτρο D αυξάνει με την αύξηση της κατακόρυφης τάσης, καθώς η συμπίεστικότητα του υλικού μειώνεται. Η έννοια του εφαπτομενικού (στιγμιαίου) μέτρου συμπίεσης έχει θεωρητική κυρίως χρησιμότητα, καθώς στις πρακτικές εφαρμογές ενδιαφέρει η συμπίεστικότητα του εδαφικού υλικού μεταξύ της αρχικής κατακόρυφης τάσης (σ'_{z0}) και της τελικής ($\sigma'_{z1} = \sigma'_{z0} + \Delta \sigma'_z$). Αν οι παραπάνω τιμές των ενεργών τάσεων αντιστοιχούν σε παραμορφώσεις ε_{z0} και ε_{z1} , τότε η συμπίεστικότητα του υλικού εκφράζεται από την πρόσθετη παραμόρφωση $\Delta \varepsilon_z = \varepsilon_{z1} - \varepsilon_{z0}$, δηλαδή από το **μέσο** μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης:

$$\bar{D} = \frac{\Delta \sigma'_z}{\Delta \varepsilon_z}$$

Με βάση τον ορισμό του μέσου μέτρου μονοδιάστατης συμπίεσης, η υποχώρηση δ της επιφάνειας ενός εδαφικού στρώματος πάχους H , λόγω της μεταβολής της κατακόρυφης τάσης κατά $\Delta \sigma'_z$, δίνεται από τη σχέση:

$$\delta = \Delta \varepsilon_z \cdot H = H \cdot \Delta \sigma'_z / \bar{D} \tag{6.15}$$

Προφανώς, επειδή η τιμή του \bar{D} δεν εξαρτάται μόνον από τη μεταβολή $\Delta \sigma'_z$ της κατακόρυφης τάσης αλλά και από την αρχική της τιμή σ'_{z0} , η υποχώρηση εξαρτάται

και από την αρχική τάση. Κατά συνέπεια, η υποχώρηση ενός εδαφικού στρώματος είναι μικρότερη όταν η κατακόρυφη τάση αυξηθεί από 300 kPa σε 400 kPa ($\Delta \sigma'_z = 100$ kPa), παρά όταν αυξηθεί από 150 kPa σε 250 kPa ($\Delta \sigma'_z = 100$ kPa και πάλι).

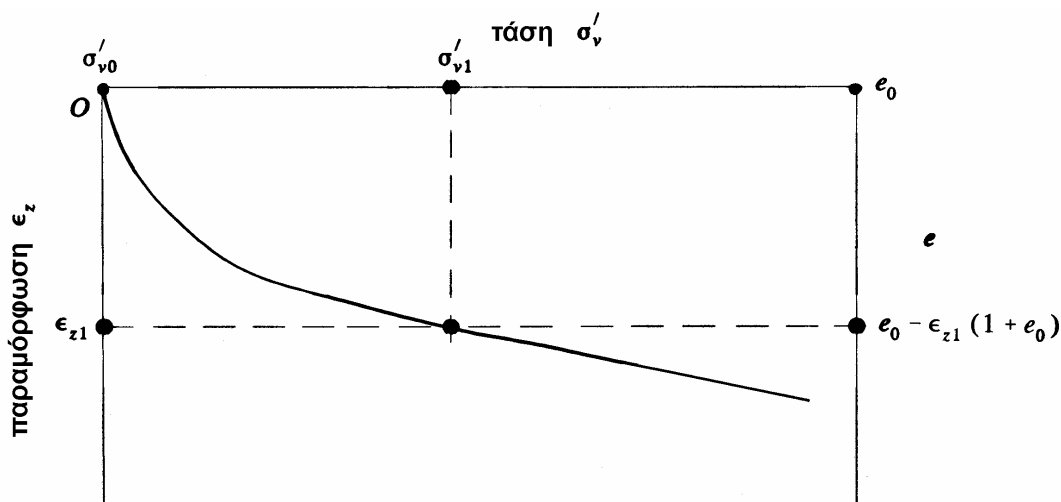
Τα αποτελέσματα της δοκιμής μονοδιάστατης συμπίεσης παρουσιάζονται συχνά σε διάγραμμα που εμφανίζει το δείκτη πόρων (e) αντί της αξονικής παραμόρφωσης (βλέπε Σχήμα 6.11). Αποδεικνύεται ότι:

$$\Delta \varepsilon_z = \Delta \varepsilon_{vol} = -\frac{\Delta e}{1 + e_0} \quad (6.16)$$

Η μονοδιάστατη συμπίεση των συνεκτικών (αργιλικών) εδαφών είναι ποιοτικώς όμοια με των κοκκωδών εδαφών. Οι κυριότερες διαφορές συμπεριφοράς των δύο τύπων εδαφών κατά τη δοκιμή της μονοδιάστατης συμπίεσης είναι:

1. Στα αργιλικά εδάφη δεν εμφανίζεται συνήθως το φαινόμενο της θραύσης των κόκκων, δηλαδή απουσιάζει ο Β' κλάδος της διαρροής, επειδή ο μηχανισμός παραμόρφωσης των αργιλικών εδαφών είναι διαφορετικός από αυτόν των κοκκωδών εδαφών: οι παραμορφώσεις των αργιλικών εδαφών οφείλονται κυρίως σε καμπτικές παραμορφώσεις των πλακιδίων, μεταβολή του πάχους των διπλών στρώσεων και σχετικές ολισθήσεις μεταξύ των διπλών στρώσεων. Κατά συνέπεια, η καμπύλη τάσεων-παραμορφώσεων των αργιλικών εδαφών στρέφει διαρκώς τα κοίλα προς τα άνω με συνεχώς μειούμενη συμπιεστότητα.
2. Οι άργιλοι, γενικά, έχουν μεγαλύτερο ποσοστό κενών απ' ό,τι οι άμμοι και κατά συνέπεια είναι περισσότερο συμπιεστές. Επιπλέον, οι άργιλοι παρουσιάζουν μεγάλες διαφορές συμπιεστότητας για διαφορετικές τιμές της φυσικής υγρασίας. Τυπικά, μία άργιλος παρουσιάζει δεκαπλάσια (ή και μεγαλύτερη) συμπιεστότητα στο όριο υδαρότητας απ' ό,τι στο όριο πλαστιμότητας.
3. Τέλος, στις άργιλους η συμπίεση απαιτεί χρόνο για να συντελεσθεί (λόγω του φαινομένου της στερεοποίησης), ενώ στις άμμους συμβαίνει πρακτικά ακαριαία. Βεβαίως, η διαφορά αυτή δεν οφείλεται σε διαφορετικά χαρακτηριστικά συμπιεστότητας του εδαφικού σκελετού αλλά στο υδρο-μηχανικό φαινόμενο της στερεοποίησης, το οποίο μελετάται στο επόμενο Κεφάλαιο.

Μέχρι στιγμής, κατά τη μελέτη του φαινομένου της μονοδιάστατης στερεοποίησης των εδαφικών υλικών, εξετάσθηκε η κατακόρυφη (κύρια) τάση και η σχέση της με την αντίστοιχη κατακόρυφη παραμόρφωση. Η παραμόρφωση αυτή είναι η μόνη μη-μηδενική συνιστώσα της παραμόρφωσης. Όσον αφορά όμως τις τάσεις, εκτός από την κατακόρυφη τάση, αναπτύσσονται και οριζόντιες τάσεις στα παράπλευρα



Σχ. 6.11: Καμπύλη τάσεων-παραμορφώσεων

επίπεδα, όπου η παραμόρφωση παρεμποδίζεται από τα ανένδοτα τοιχώματα του δοχείου. Είναι λογικό ότι, με την αύξηση της κατακόρυφης τάσης και τη συμπίεση στην κατακόρυφη διεύθυνση, το έδαφος τείνει να διογκωθεί πλευρικά. Επειδή, όμως, η πλευρική διογκωση παρεμποδίζεται, αναπτύσσονται οριζόντιες θλιπτικές τάσεις σ'_h , οι οποίες αυξάνουν με την αύξηση της κατακόρυφης τάσης σ'_v (ή σ'_z). Μεγάλος αριθμός εργαστηριακών μετρήσεων αποδεικνύει ότι ο λόγος σ'_h/σ'_v παραμένει σταθερός κατά τη φόρτιση και λαμβάνει τιμές μεταξύ 0.40 και 0.60 για διαφόρους τύπους εδαφών, όπου οι μεγαλύτερες τιμές αντιστοιχούν στα αργιλικά υλικά και οι μικρότερες στα αμμώδη. Ο λόγος αυτός συμβολίζεται με:

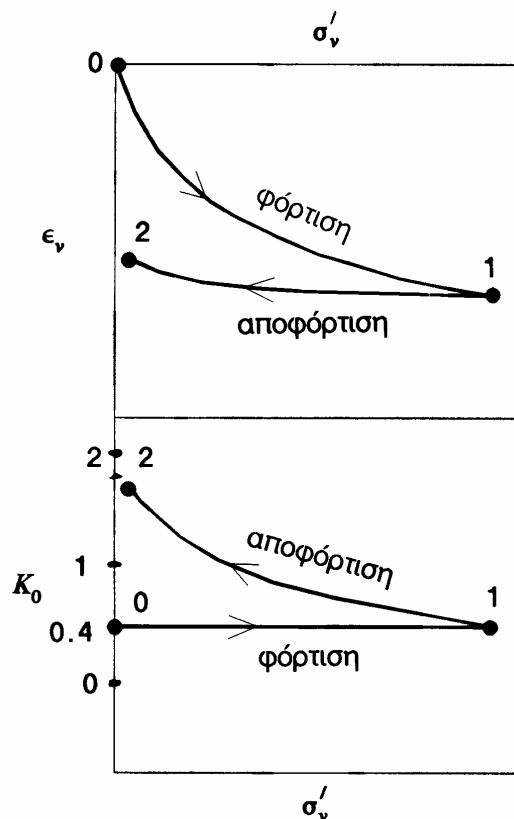
$$K_o \equiv \sigma'_h/\sigma'_v \quad (6.17)$$

και ονομάζεται συντελεστής οριζόντιας ώθησης με παρεμπόδιση της πλευρικής παραμόρφωσης. Σύμφωνα με τη θεωρία της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας, η τιμή του K_o είναι:

$$K_o = \frac{\nu}{1-\nu} \quad (6.18)$$

και λαμβάνει τιμές: $K_o = 0.33 - 0.67$ για τιμές του λόγου Poisson $\nu = 0.25 - 0.40$.

Εργαστηριακές μετρήσεις της οριζόντιας τάσης σ'_h κατά την αποφόρτιση των εδαφικών υλικών δείχνουν ότι η οριζόντια τάση μειώνεται αλλά με ρυθμό πολύ **βραδύτερο** από τη μείωση της κατακόρυφης τάσης, με συνέπεια ο λόγος K_o να **αυξάνει**. Το Σχήμα 6.12 παρουσιάζει ένα τυπικό διάγραμμα φόρτισης και αποφόρτισης και τις αντίστοιχες τιμές του λόγου K_o . Η μικρή μείωση του σ'_h κατά την αποφόρτιση οφείλεται στο γεγονός ότι οι ολισθήσεις και κυλίσεις μεταξύ των κόκκων είναι στο μεγαλύτερό τους ποσοστό μή-αντιστρεπτές.



Σχ. 6.12: Μεταβολή της οριζόντιας τάσης κατά την αποφόρτιση

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 6.1

1. Να αποδειχθεί ότι σε ένα ισότροπο, γραμμικώς ελαστικό υλικό, το μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης δίνεται από τη σχέση:

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

2. Να αποδειχθεί ότι σε ένα ισότροπο, γραμμικώς ελαστικό υλικό, ο συντελεστής οριζόντιας ώθησης με παρεμπόδιση της πλευρικής παραμόρφωσης δίνεται από τη σχέση:

$$K_o = \frac{\nu}{1-\nu}$$

Λύση:

Για μονοδιάστατη συμπίεση κατά τον άξονα z ισχύει: $\sigma'_z = \sigma'_v$, $\sigma'_x = \sigma'_y = \sigma'_h$ και $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$, οπότε οι σχέσεις της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας δίνουν:

$$0 = \varepsilon_x = \frac{1}{E} \{ \sigma'_h - \nu(\sigma'_h + \sigma'_v) \} \quad (6.1-1\alpha)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \{ \sigma'_v - \nu(\sigma'_h + \sigma'_v) \} \quad (6.1-1\beta)$$

Η σχέση (1α) δίνει:

$$\sigma'_h = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma'_v \quad (6.1-2)$$

και, επειδή $K_o \equiv \sigma'_h / \sigma'_v$, προκύπτει ότι:

$$K_o = \frac{\nu}{1-\nu}$$

Η σχέση (1β), σε συνδυασμό με τη (2), δίνει:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} \sigma'_v$$

και, επειδή $D \equiv \sigma'_v / \varepsilon_z$, προκύπτει ότι:

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

Εφαρμογή:

Εάν $\nu = 0.30$, τότε $K_o = 0.43$, $D = 1.35 E$, δηλαδή το D είναι μεγαλύτερο από το μέτρο Ελαστικότητας E κατά 35%.

Παράδειγμα 6.2

Η καμπύλη της κατακόρυφης τάσης (σ'_v) ως προς την αξονική παραμόρφωση (ε_v) κατά τη δοκιμή της μονοδιάστατης συμπίεσης στρέφει τα κοίλα προς τα άνω (π.χ. Σχήμα 6.10), επειδή η παραμορφωσιμότητα του εδάφους μειώνεται με την αύξηση της κατακόρυφης τάσης. Μία καλή προσέγγιση της καμπύλης αυτής λαμβάνεται με την αναλυτική σχέση:

$$\varepsilon_v = \frac{C_c}{1+e_o} \log \left(\frac{\sigma'_v}{\sigma'_{v0}} \right) \quad (6.2-1)$$

η οποία δίνει την κατακόρυφη παραμόρφωση (ε_v) για αύξηση της τάσης από σ'_{v0} σε σ'_v (log είναι ο δεκαδικός λογάριθμος). Ο συντελεστής C_c ονομάζεται **συντελεστής συμπίεστότητας** και e_o είναι ο δείκτης πόρων που αντιστοιχεί στην αρχική τάση σ'_{v0} . Ας σημειωθεί επίσης ότι,

επειδή (βλέπε εξίσωση 6.16): $\varepsilon_v = (e_o - e)/(1 + e_o)$, όπου e είναι ο δείκτης πόρων που αντιστοιχεί στην τάση σ'_v , η σχέση 6.2-1 δίνει:

$$e = e_o - C_c \log(\sigma'_v / \sigma'_{v_o}) \quad (6.2-2)$$

Οι σχέσεις (6.2-1) και (6.2-2) υποδηλώνουν ότι οι καμπύλες (ε_v ως προς $\log \sigma'_v$) και (e ως προς $\log \sigma'_v$) είναι ευθείες, δηλαδή ότι οι καμπύλες συμπίεστος κατά τη μονοδιάστατη συμπίεση των εδαφών είναι ευθύγραμμες, όταν η τάση παρασταθεί γραφικά σε λογαριθμική κλίμακα.

Ζητούνται:

1. Να υπολογισθεί το μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης (D) ως συνάρτηση της κατακόρυφης τάσης σ'_v .
2. Σε ένα εδαφικό δείγμα, που υποβλήθηκε σε δοκιμή μονοδιάστατης συμπίεσης, μετρήθηκαν τα εξής:
 - (α) Για αρχική κατακόρυφη τάση $\sigma'_v = 10$ kPa, ο δείκτης πόρων ήταν $e_o = 0.96$.
 - (β) Όταν η τάση αυξήθηκε στα 100 kPa, η κατακόρυφη παραμόρφωση ήταν 6%.
 Να προσδιορισθεί ο συντελεστής συμπίεστος C_c και το μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης D σε τάση 10 kPa και 100 kPa.
3. Να προσδιορισθεί η παραμόρφωση του δοκιμίου, όταν η τάση αυξηθεί από 100 kPa σε 400 kPa.

Λύση:

1. Η σχέση (6.2-1) επιλύεται ως προς σ'_v :

$$\sigma'_v = \sigma'_{v_o} \cdot \exp\left\{\frac{1 + e_o}{0.434 C_c} \varepsilon_v\right\}$$

η οποία με παραγωγή δίνει:

$$D \equiv \frac{d \sigma'_v}{d \varepsilon_v} = \frac{1 + e_o}{0.434 C_c} \sigma'_v \quad (6.2-3)$$

Συνεπώς, το μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης είναι ανάλογο της κατακόρυφης τάσης, δηλαδή η δυσκαμψία του δοκιμίου αυξάνει γραμμικά με την αύξηση της τάσης.

2. Η σχέση (6.2-1) δίνει:

$$0.06 = \frac{C_c}{1 + 0.96} \log\left(\frac{100}{10}\right) \Rightarrow C_c = 0.118$$

Το μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης σε τάση 10 kPa είναι (σχέση 6.2-3):

$$D = \frac{1 + 0.96}{0.434 \times 0.118} \times 10 = 382.7 \text{ kPa}$$

ενώ σε τάση 100 kPa:

$$D = \frac{1 + 0.96}{0.434 \times 0.118} \times 100 = 3827 \text{ kPa}$$

Είναι σαφές η αύξηση του D με την αύξηση της κατακόρυφης τάσης.

3. Η παραμόρφωση του δοκιμίου για αύξηση της τάσης από 10 kPa σε 400 kPa είναι:

$$\varepsilon_v = \frac{0.118}{1.96} \log\left(\frac{400}{10}\right) = 9.64\%$$

ενώ η παραμόρφωση για αύξηση της τάσης από 10 kPa σε 100 kPa ήταν 6%. Συνεπώς, η παραμόρφωση για αύξηση της τάσης από 100 kPa σε 400 kPa θα είναι:

$$\Delta \varepsilon_v = 9.64\% - 6\% = 3.64\%$$

Παρατηρείστε ότι για μεταβολή της τάσης κατά 90 kPa (από 10 σε 100 kPa) η παραμόρφωση ήταν 6%, ενώ για μεταβολή της τάσης κατά 300 kPa (από 100 σε 400 kPa) η παραμόρφωση

είναι μόλις 3.64%. Τούτο επίσης δηλώνει τη μείωση της παραμορφωσιμότητας του δείγματος με την αύξηση της τάσης κατά τη δοκιμή της μονοδιάστατης συμπίεσης.

Παράδειγμα 6.3

Προσδιορισμός των ελαστικών σταθερών (E , ν) ενός εδαφικού υλικού με βάση τα αποτελέσματα δοκιμών κυλινδρικής τριαξονικής συμπίεσης.

Στα περισσότερα τεχνικά υλικά (π.χ. χάλυβας, σκυρόδεμα, συνθετικά υλικά), ο προσδιορισμός των ελαστικών σταθερών γίνεται με μία δοκιμή μοναξονικής θλίψης ή εφελκυσμού στην κατακόρυφη διεύθυνση (z), κατά την οποία: $\Delta\sigma_{xx} = \Delta\sigma_{yy} = 0$, και μετρώνται η επιβαλλόμενη κατακόρυφη πίεση ($\Delta\sigma_{zz}$), η αντίστοιχη παραμόρφωση ($\Delta\varepsilon_{zz}$) και η παραμόρφωση στην οριζόντια διεύθυνση ($\Delta\varepsilon_{xx} = \Delta\varepsilon_{yy}$), οπότε:

$$E = \frac{\Delta\sigma_{zz}}{\Delta\varepsilon_{zz}} \quad , \quad \nu = -\frac{\Delta\varepsilon_{xx}}{\Delta\varepsilon_{zz}}$$

Στα περισσότερα εδαφικά υλικά, όμως, η δοκιμή της μοναξονικής θλίψης είτε δεν είναι πραγματοποιήσιμη (π.χ. δοκίμια άμμου δεν μπορούν να μορφωθούν χωρίς πλευρική υποστήριξη) είτε δεν δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα, επειδή οι αναπτυσσόμενες πιέσεις πόρων δεν μπορούν να μετρηθούν. Για τους λόγους αυτούς, οι ελαστικές σταθερές των εδαφικών υλικών προσδιορίζονται συχνά από δοκιμές κυλινδρικής τριαξονικής συμπίεσης. Στο παράδειγμα αυτό, περιγράφεται η μέθοδος υπολογισμού των E , ν από αστράγγιστες και στραγγισμένες δοκιμές κυλινδρικής τριαξονικής συμπίεσης.

1. Στραγγισμένη δοκιμή κυλινδρικής τριαξονικής συμπίεσης

Κατά τη δοκιμή αυτή, η οριζόντια ολική τάση σ_h διατηρείται σταθερή ($\Delta\sigma_h = 0$), δεν αναπτύσσονται υπερπίεσεις πόρων ($\Delta u = 0$), λόγω της ελεύθερης στράγγισης του δοκιμίου, και μετράται η αποκλίνουσα τάση $t \equiv (\sigma_v - \sigma_h)/2$ και η ογκομετρική παραμόρφωση ε_{vol} , για διάφορες τιμές της αξονικής παραμόρφωσης ε_v . Από τις σχέσεις της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας (εξισώσεις 6.1 και 6.2), προκύπτει ότι:

$$\Delta\varepsilon_v = \frac{1}{E} \Delta\sigma'_v \Rightarrow E = 2 \frac{\Delta t}{\Delta\varepsilon_v}$$

$$\Delta\varepsilon_{vol} = \frac{1}{K} \frac{\Delta\sigma'_v}{3} = \frac{1}{K} \frac{E \Delta\varepsilon_v}{3} = (1 - 2\nu) \Delta\varepsilon_v$$

οπότε:

$$\nu = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\Delta\varepsilon_{vol}}{\Delta\varepsilon_v} \right)$$

δηλαδή, οι ελαστικές σταθερές του υλικού προσδιορίζονται από τις κλίσεις των καμπύλων $t - \varepsilon_v$ και $\varepsilon_{vol} - \varepsilon_v$. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι τα συνήθη εδαφικά υλικά δεν είναι γραμμικώς ελαστικά, οπότε οι κλίσεις των καμπύλων αυτών δεν είναι σταθερές (οι καμπύλες δεν είναι ευθείες). Συνεπώς, και οι ελαστικές παράμετροι (E , ν) δεν είναι σταθερές αλλά εξαρτώνται από την επιβαλλόμενη παραμόρφωση. Στις πρακτικές εφαρμογές, λοιπόν, εκτιμάται η μέση αναμενόμενη παραμόρφωση του εδάφους (με βάση την εμπειρία ή με δοκιμές) και επιλέγονται οι ελαστικές "σταθερές" που αντιστοιχούν στην παραμόρφωση αυτή.

2. Αστράγγιστη δοκιμή κυλινδρικής τριαξονικής συμπίεσης

Κατά τη δοκιμή αυτή, η οριζόντια ολική τάση σ_h διατηρείται σταθερή ($\Delta\sigma_h = 0$) και μετράται η αποκλίνουσα τάση $t \equiv (\sigma_v - \sigma_h)/2$ και η αναπτυσσόμενη υπερπίεση πόρων Δu , για διάφορες τιμές της αξονικής παραμόρφωσης ε_v . Από τις σχέσεις της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας ως προς τις ολικές τάσεις (σχέσεις 6.6, 6.10 και 6.11), προκύπτει:

$$\Delta \varepsilon_v = \frac{1}{E_u} \Delta \sigma_v \Rightarrow E_u = 2 \frac{\Delta t}{\Delta \varepsilon_v}$$

$$\Delta u = \frac{1}{3} \Delta \sigma_v = \frac{1}{3} E_u \Delta \varepsilon_v \Rightarrow E_u = 3 \frac{\Delta u}{\Delta \varepsilon_v}$$

και, ως γνωστόν: $E = \frac{2(1+\nu)}{3} E_u$.

Αξίζει να σημειωθεί ότι κατά την αστράγγιστη δοκιμή κυλινδρικής τριαξονικής συμπίεσης υπολογίζεται μόνον το E_u και δεν μπορεί να υπολογισθεί ο λόγος του Poisson (ν), ο οποίος απαιτείται για τον υπολογισμό του E με βάση την τιμή του E_u . Επίσης, από τις ανωτέρω σχέσεις προκύπτει ότι: $\Delta t / \Delta \varepsilon_v = 1.5 \times (\Delta u / \Delta \varepsilon_v)$, δηλαδή οι κλίσεις των καμπύλων $t - \varepsilon_v$ και $\Delta u_l - \varepsilon_v$ είναι άμεσα συσχετισμένες. Τούτο είναι αποτέλεσμα της παραδοχής της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας και συχνά δεν επαληθεύεται από τα πειραματικά αποτελέσματα.

Παράδειγμα 6.4

Όπως έχει αναφερθεί, η μηχανική συμπεριφορά των εδαφικών υλικών σπανίως περιγράφεται ικανοποιητικά με το "ισότροπο γραμμικώς ελαστικό" μοντέλο, το οποίο περιλαμβάνει δύο μόνον ελαστικές σταθερές: (E, ν). Οι λόγοι της ευρύτατης χρήσης του ισότροπου γραμμικώς ελαστικού μοντέλου στις πρακτικές εφαρμογές περιγράφηκαν λεπτομερώς στα προηγούμενα και βασίζονται κυρίως στη **γραμμικότητα** του μοντέλου, η οποία επιτρέπει την επαλληλία φορτίσεων, την εξασφάλιση μοναδικής λύσης στα προβλήματα κλπ. Η **ισοτροπία** χρησιμοποιείται ως απλοποιητική παραδοχή μόνο για τον περιορισμό των ελαστικών σταθερών σε δύο (E, ν), χωρίς όμως να προσφέρει άλλα ουσιαστικά πλεονεκτήματα κατά την αριθμητική επίλυση των προβλημάτων. Αντίθετα, η παραδοχή της ισότροπης συμπεριφοράς δημιουργεί τα εξής δύο προβλήματα (που έχουν σημαντικές συνέπειες):

1. Η ογκομετρική παραμόρφωση εξαρτάται μόνον από τη μέση μεταβολή των ενεργών τάσεων:

$$\Delta \varepsilon_{vol} = \frac{1}{K} \frac{\Delta \sigma'_{xx} + \Delta \sigma'_{yy} + \Delta \sigma'_{zz}}{3}$$

ή, ισοδύναμα, κατά την αστράγγιστη φόρτιση, η αναπτυσσόμενη υπερπίεση πόρων είναι ίση με τη μέση μεταβολή των ολικών τάσεων:

$$\Delta u = \frac{1}{3} (\Delta \sigma_{xx} + \Delta \sigma_{yy} + \Delta \sigma_{zz})$$

Τούτο σημαίνει ότι, εάν σε ένα εδαφικό υλικό επιβληθούν διατμητικές τάσεις, η ισότροπη ελαστικότητα προβλέπει ότι ο όγκος του δεν μεταβάλλεται κατά τις στραγγισμένες δοκιμές και ότι δεν αναπτύσσονται υπερπίεσεις πόρων κατά τις αστράγγιστες δοκιμές. Τα ανωτέρω δεν συμφωνούν με τα συνήθη πειραματικά δεδομένα, σύμφωνα με τα οποία οι διατμητικές τάσεις προκαλούν μεταβολή του όγκου ή υπερπίεσεις πόρων στα εδαφικά υλικά.

2. Η κλίση της καμπύλης τάσεων-παραμορφώσεων ($t - \varepsilon_l$) συνδέεται με την κλίση της καμπύλης υπερπίεσεων πόρων - παραμορφώσεων ($\Delta u - \varepsilon_l$) κατά την αστράγγιστη τριαξονική φόρτιση των εδαφών. Πράγματι, όπως αναφέρεται στο Κεφάλαιο 10, με την παραδοχή γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας ισχύει (να αποδειχθεί):

$$\frac{d(\Delta u)}{d \varepsilon_l} = \frac{2}{3} \frac{dt}{d \varepsilon_l} = E_u$$

γεγονός που δεν επαληθεύεται από τα συνήθη πειραματικά δεδομένα.

Λόγω του τρόπου γένεσης (απόθεσης), τα εδαφικά υλικά είναι ανισότροπα. Πράγματι, η απόθεσή τους με κατακόρυφη καταβύθιση στους πυθμένες των θαλασσών και λιμνών (διεύθυνση της βαρύτητας) οδηγεί σε ομοιόμορφη συμπεριφορά των εδαφικών υλικών προς όλες τις διευθύνσεις του οριζοντίου επιπέδου (ισοτροπία στο οριζόντιο επίπεδο) αλλά διαφορετική συμπεριφορά κατά την κατακόρυφη διεύθυνση. Η ανισοτροπία είναι εντονότερη στις αργίλους απ' ότι στις άμμους και οφείλεται κυρίως στο πλακοειδές σχήμα των αργιλικών κόκκων, οι οποίοι κατά την απόθεση και την επακόλουθη στερεοποίηση υπό το βάρος των υπερκειμένων γαιών προσανατολίζονται παράλληλα προς το οριζόντιο επίπεδο.

Η ανισότροπη, γραμμικώς ελαστική συμπεριφορά με (κατακόρυφο) άξονα συμμετρίας (transversely anisotropic) έχει ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά, αναιρεί πολλά από τα προβλήματα του ισότροπου μοντέλου, ενώ παράλληλα, επειδή είναι γραμμική, διατηρεί τα γνωστά πλεονεκτήματα των γραμμικών μοντέλων (π.χ. δυνατότητα επαλληλίας φορτίσεων, ύπαρξη μοναδικής λύσης, άμεση σύγκλιση των αλγορίθμων των αριθμητικών επιλύσεων κλπ). Το ανισότροπο μοντέλο με (κατακόρυφο) άξονα συμμετρίας περιγράφεται στα επόμενα:

Το μοντέλο αυτό περιλαμβάνει **πέντε** ελαστικές σταθερές, τις E_1 , ν_1 , E_2 , ν_2 και G_1 , και περιγράφεται από τις εξής σχέσεις ενεργών τάσεων - παραμορφώσεων (z είναι ο κατακόρυφος άξονας):

$$\begin{aligned}\Delta \varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E_2} [\Delta \sigma'_{xx} - \nu_2 \Delta \sigma'_{yy}] - \frac{\nu_1}{E_1} \Delta \sigma'_{zz} \\ \Delta \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E_2} [\Delta \sigma'_{yy} - \nu_2 \Delta \sigma'_{xx}] - \frac{\nu_1}{E_1} \Delta \sigma'_{zz} \\ \Delta \varepsilon_{zz} &= \frac{1}{E_1} [\Delta \sigma'_{zz} - \nu_1 (\Delta \sigma'_{xx} + \Delta \sigma'_{yy})] \\ \Delta \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\nu_2)}{E_2} \Delta \sigma'_{xy} \quad , \quad \Delta \gamma_{yz} = \frac{I}{G_1} \Delta \sigma'_{yz} \quad , \quad \Delta \gamma_{zx} = \frac{I}{G_1} \Delta \sigma'_{zx}\end{aligned}$$

Από τις ανωτέρω σχέσεις προκύπτει ότι η ογκομετρική παραμόρφωση είναι:

$$\Delta \varepsilon_{vol} = \frac{3(1-\nu_1-\nu_2)}{E_2} \cdot \left[\frac{\Delta \sigma'_{xx} + \Delta \sigma'_{yy} + \Delta \sigma'_{zz}}{2} \right] + \left\{ \frac{1-2\nu_1}{E_1} - \frac{1-\nu_1-\nu_2}{E_2} \right\} \cdot \Delta \sigma'_{zz}$$

δηλαδή, η ογκομετρική παραμόρφωση δεν εξαρτάται **μόνον** από τη μέση αύξηση των ενεργών τάσεων $(\Delta \sigma'_{xx} + \Delta \sigma'_{yy} + \Delta \sigma'_{zz}) / 3$, όπως στο ισότροπο μοντέλο.

Στην περίπτωση που η φόρτιση γίνεται υπό αστράγγιστες συνθήκες, οπότε $\Delta \varepsilon_{vol} = 0$, η ανωτέρω σχέση (σε συνδυασμό με τον ορισμό των ενεργών τάσεων) δίνει:

$$\Delta u = \frac{1}{A} \left\{ \frac{3(1-\nu_1-\nu_2)}{E_2} \cdot \left[\frac{\Delta \sigma_{xx} + \Delta \sigma_{yy} + \Delta \sigma_{zz}}{3} \right] + \left(\frac{1-2\nu_1}{E_1} - \frac{1-\nu_1-\nu_2}{E_2} \right) \cdot \Delta \sigma_{zz} \right\}$$

όπου:

$$A = \frac{2(1-\nu_1-\nu_2)}{E_2} + \frac{1-2\nu_1}{E_1}$$

δηλαδή, η αναπτυσσόμενη υπερπίεση πόρων δεν εξαρτάται **μόνον** από τη μέση αύξηση των ολικών τάσεων, όπως στο ισότροπο μοντέλο. Συνεπώς, το ανωτέρω ανισότροπο μοντέλο προβλέπει (ορθώς) ότι κατά την εφαρμογή διατμητικών τάσεων αναπτύσσεται ογκομετρική παραμόρφωση (ή, ισοδύναμα, υπερπίεση πόρων).

Στην περίπτωση της κυλινδρικής τριαξονικής συμπίεσης ($\Delta \sigma_{xx} = \Delta \sigma_{yy} = 0$), οι ανωτέρω σχέσεις δίνουν:

(α) Κατά τη στραγγισμένη φόρτιση ($\Delta u = 0$):

$$\Delta \varepsilon_{vol} = \frac{1-2\nu_1}{E_1} \Delta \sigma'_{zz}$$

(β) Κατά την αστράγγιστη φόρτιση ($\Delta \varepsilon_{vol} = 0$):

$$\Delta u = \frac{1}{A} \frac{1-2\nu_1}{E_1} \Delta \sigma_{zz}$$

και:

$$\frac{d(\Delta u)}{d \varepsilon_1} = \frac{1-2\nu_1}{A \cdot E_1} \frac{d(\Delta \sigma_{zz})}{d \varepsilon_1} = \frac{2(1-2\nu_1)}{A \cdot E_1} \frac{dt}{d \varepsilon_1}$$

αντί της σχέσης: $\frac{d(\Delta u)}{d \varepsilon_1} = \frac{2}{3} \frac{dt}{d \varepsilon_1}$ που ισχύει στο ισότροπο μοντέλο.

Συνεπώς, οι κλίσεις των καμπύλων τάσεων - παραμορφώσεων ($t - \varepsilon_1$) και υπερπίεσης πόρων - παραμορφώσεων ($\Delta u - \varepsilon_1$) συσχετίζονται μέσω των ελαστικών σταθερών του υλικού και όχι μέσω σταθεράς (2/3), όπως στο ισότροπο μοντέλο.

Τέλος, στην περίπτωση της μονοδιάστατης συμπίεσης ($\Delta \varepsilon_{xx} = \Delta \varepsilon_{yy} = 0$, $\Delta \sigma'_{xx} = \Delta \sigma'_{yy} \equiv \Delta \sigma'_h$, $\Delta \sigma'_{zz} \equiv \Delta \sigma'_v$), από τις σχέσεις ορισμού του ανισότροπου μοντέλου προκύπτει ότι:

$$K_o \equiv \frac{\Delta \sigma'_h}{\Delta \sigma'_v} = \frac{E_2}{E_1} \frac{\nu_1}{1-\nu_2}$$

αντί της σχέσης: $K_o = \nu/(1-\nu)$, που ισχύει στο ισότροπο μοντέλο.

