

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΜΟΝΙΜΗ ΥΔΑΤΙΚΗ ΡΟΗ ΔΙΑΜΕΣΟΥ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

4.1 Εισαγωγή

Το πρόβλημα της υδατικής ροής διαμέσου του εδάφους ενδιαφέρει ιδιαίτερα το Γεωτεχνικό Μηχανικό. Σε ορισμένες περιπτώσεις η υδατική ροή διαμέσου του εδάφους είναι επιθυμητή (π.χ. αντλήσεις για προμήθεια νερού από τον υπόγειο ορίζοντα), ενώ σε άλλες όχι (π.χ. υδατική ροή διαμέσου του πυρήνα φράγματος).

Όλα τα εδαφικά υλικά είναι **διαπερατά**, αφού οι πόροι τους επικοινωνούν και σχηματίζουν συνεχείς διόδους. Οι διαφορές που εμφανίζουν τα διάφορα εδαφικά υλικά ως προς τη διαπερατότητά τους είναι καθαρά ποσοτικές, δηλαδή άλλα υλικά έχουν μεγάλη διαπερατότητα (π.χ. χαλίκια και χονδρόκοκκες άμμοι), ενώ άλλα έχουν πολύ μικρή διαπερατότητα (π.χ. άργιλοι). Αντικείμενο του Κεφαλαίου αυτού είναι η αναλυτική μελέτη της υδατικής ροής στα εδαφικά υλικά.

Ορισμένα από τα προβλήματα στα οποία υπεισέρχεται η ανάλυση της υδατικής ροής σε εδαφικά υλικά, είναι:

1. Η υδατική ροή διαμέσου της περιμέτρου ενός ταμιευτήρα και του σώματος του φράγματος.
2. Ο βαθμός σφράγισης (στεγάνωσης) ταμιευτήρων στους οποίους αποθηκεύονται τοξικά απόβλητα. Ιδιαίτερα ενδιαφέρουν οι τρόποι στεγάνωσης, οι πιθανές απώλειες κατά τη συνήθη λειτουργία και οι συνέπειες από την ατελή λειτουργία της σφραγιστικής στρώσης (π.χ. μόλυνση του υπόγειου ορίζοντα, μεταφορά των αποβλήτων με τα υπόγεια νερά προς τα κατάντη, μόλυνση κατάντη πηγών και λοιπές περιβαλλοντικές επιπτώσεις). Ειδική περίπτωση τέτοιων ταμιευτήρων είναι οι υπόγειοι αποθηκευτικοί χώροι πυρηνικών αποβλήτων. Στην περίπτωση αυτή το πρόβλημα είναι περισσότερο πολύπλοκο, λόγω της θερμότητας που εκλύεται και συνεπώς του φαινομένου ταυτόχρονης ροής ρευστών και διάχυσης θερμότητας.
3. Η ποσότητα του νερού που διηθείται προς το εσωτερικό εκσκαφών κάτω από το φρεάτιο ορίζοντα. Στην περίπτωση αυτή τα διηθούμενα νερά, εκτός από το γεγονός ότι παρεμποδίζουν τις εργασίες στο εσωτερικό της εκσκαφής, χαλαρώνουν το έδαφος, με συνέπεια να εμφανίζονται καταπτώσεις των παρειών της εκσκαφής, χαλάρωση του πυθμένα κλπ.
4. Ο σχεδιασμός συστημάτων αντλήσεων για την προμήθεια νερού από υπόγειους φυσικούς ταμιευτήρες, την αποστράγγιση λιμνών και ελών και, τέλος, για τον καταβιβασμό της στάθμης των υπογείων υδάτων σε περιπτώσεις εκσκαφών κάτω από τον υπόγειο ορίζοντα. Στις περιπτώσεις αυτές ζητείται να σχεδιασθούν τα απαραίτητα έργα (διάμετρος, βάθος και απόσταση των φρεάτων, ισχύς των αντλιών κλπ.), ώστε να κατέλθει η στάθμη του υπόγειου ορίζοντα ή να αντληθεί ορισμένη ποσότητα νερού.
5. Η βελτίωση του βαθμού ευστάθειας φυσικών πρानών ή πρानών εκσκαφών με τον καταβιβασμό της Στάθμης του Υπόγειου Ορίζοντα.

6. Η εκτίμηση της χρονικής εξέλιξης των υποχωρήσεων των κατασκευών στα κορεσμένα εδάφη. Όπως αναφέρεται στα επόμενα, η υποχώρηση των κατασκευών που προκύπτει από τη συμπίεση του εδάφους απαιτεί τη μείωση του όγκου των κενών. Επειδή, όμως, τα κενά είναι πληρωμένα με νερό, η μείωση του όγκου τους δημιουργεί την ανάγκη διαφυγής του νερού, άρα υδατική ροή.

Η υδατική ροή διαμέσου του εδάφους μπορεί να έχει ποικίλα χαρακτηριστικά. Στην περίπτωση π.χ. της πρώτης πλήρωσης του ταμιευτήρα που δημιουργείται με την κατασκευή ενός φράγματος, το νερό διεισδύει στους πόρους του υλικού του φράγματος και βαθμιαία εκτοπίζει τον αέρα από τους πόρους. Συγχρόνως, όμως, η στάθμη του ταμιευτήρα ανέρχεται, οι υδατικές πιέσεις στο φράγμα αυξάνονται και ταυτόχρονα αυξάνονται οι ποσότητες του διηθούμενου νερού. Το πρόβλημα στην περίπτωση αυτή είναι ιδιαίτερα πολύπλοκο για τους ακόλουθους λόγους:

1. Λόγω της άγνωστης και χρονικά μεταβαλλόμενης θέσης της ελεύθερης υδατικής επιφάνειας της ροής στο εσωτερικό του φράγματος.
2. Λόγω της αποθήκευσης νερού στο εσωτερικό του φράγματος (στους πόρους), με συνέπεια το νερό που εξέρχεται από την κατάντη παρειά του φράγματος να είναι λιγότερο από αυτό που διηθείται από τον ταμιευτήρα προς το εσωτερικό του φράγματος.
3. Λόγω της άγνωστης κατανομής των υδατικών πιέσεων στο εσωτερικό του φράγματος. Οι πιέσεις προσαρμόζονται διαρκώς στις χρονικά μεταβαλλόμενες συνθήκες ροής στο εσωτερικό του φράγματος και στις ανάντη συνοριακές συνθήκες (μεταβαλλόμενη στάθμη ταμιευτήρα).
4. Επειδή, με τη μεταβολή των υδατικών πιέσεων στο εσωτερικό του φράγματος (χωρίς να μεταβάλλονται πάντοτε εξίσου και οι ολικές τάσεις), μεταβάλλονται οι ενεργές τάσεις που αναπτύσσονται στο εσωτερικό του φράγματος. Η μεταβολή των ενεργών τάσεων προκαλεί ογκομετρικές παραμορφώσεις του υλικού του φράγματος (διόγκωση ή συμπίεση), δηλαδή μεταβολές του όγκου των πόρων του εδαφικού υλικού, με συνέπεια την πρόσθετη αποθήκευση νερού (ή τη μείωση του αποθηκευμένου όγκου νερού) στους πόρους του υλικού του φράγματος.
5. Λόγω της εναλλαγής πολύ διαπερατών με λιγότερο διαπερατές εδαφικές στρώσεις, της παρουσίας διόδων του νερού μέσα από ρωγμές στο εσωτερικό του φράγματος, της δημιουργίας φαινομένων διασωλήνωσης (ripping) στο κατάντη πρανές του φράγματος κλπ.

Από όλα τα προηγούμενα καθίσταται σαφής η πολυπλοκότητα του προβλήματος της υδατικής ροής διαμέσου του εδάφους και η ανάγκη απλοποιητικών παραδοχών για την ανάλυσή του. Η κυριότερη παραδοχή που γίνεται στο Κεφάλαιο αυτό είναι η **μονιμότητα** της ροής, δηλαδή ότι η ταχύτητα της υδατικής ροής σε οποιοδήποτε σημείο του εδάφους **δεν μεταβάλλεται χρονικά**. Η κατάσταση της μόνιμης ροής είναι αρκετά συνήθης στη φύση: αν οι συνοριακές συνθήκες παραμείνουν αμετάβλητες για αρκετό χρονικό διάστημα, η υδατική ροή στο έδαφος βαθμιαία θα προσεγγίσει ικανοποιητικά τις συνθήκες μόνιμης ροής (ιδιαίτερα στην περίπτωση ροής χωρίς ελεύθερη επιφάνεια, η προσαρμογή στις συνθήκες μόνιμης ροής είναι ταχεία).

4.2 Μονοδιάστατη Ροή – Νόμος Darcy – Συντελεστής Διαπερατότητας

Το Σχήμα 4.1 παρουσιάζει τη μονοδιάστατη υδατική ροή διαμέσου εδαφικού στρώματος μήκους L . Εφόσον η στάθμη στις ανάντη και κατάντη δεξαμενές παραμείνει σταθερή, σε μικρό σχετικά χρόνο θα αποκατασταθούν συνθήκες μόνιμης

ροής στο εσωτερικό του εδαφικού στρώματος. Το ζητούμενο στην περίπτωση αυτή είναι η **διηθούμενη παροχή** Q (η ποσότητα του νερού που διηθείται στη μονάδα του χρόνου, μετρούμενη σε m^3/sec) και η εξάρτηση της από τη διαφορά της στάθμης Δh των δύο δεξαμενών, το μήκος L και το εμβαδόν A της διατομής του εδαφικού στρώματος. Το πρόβλημα αυτό μελετήθηκε για αμμώδεις εδαφικούς σχηματισμούς από το Γάλλο Μηχανικό D' Arcy, που κατέληξε στην έκφραση (νόμος Darcy):

$$Q = kA \frac{\Delta h}{L} \quad (4.1)$$

Η ποσότητα $i \equiv \Delta h / L$ ονομάζεται **υδραυλική κλίση** ή **κλίση της πιεζομετρικής συνάρτησης**. Ο συντελεστής k (που έχει μονάδες ταχύτητας, π.χ. m/sec) ονομάζεται **συντελεστής διαπερατότητας** και χαρακτηρίζει το εδαφικό υλικό. Ειδικότερα, όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής διαπερατότητας, τόσο μεγαλύτερη είναι η παροχетеυτικότητα του εδαφικού υλικού, δηλαδή τόσο μεγαλύτερη παροχή θα διέλθει διαμέσου του εδαφικού υλικού αν τα υπόλοιπα μεγέθη διατηρηθούν σταθερά. Προφανώς, ο συντελεστής διαπερατότητας εξαρτάται από το μέγεθος των πόρων του εδαφικού υλικού και συνεπώς δεν αποτελεί ιδιότητα του υλικού αλλά μεταβάλλεται όταν μεταβάλλεται ο βαθμός συμπύκνωσής του. Για παράδειγμα, μια συγκεκριμένη άμμος έχει πολύ μεγαλύτερη διαπερατότητα όταν είναι χαλαρή παρά αφού συμπυκνωθεί και αποκτήσει πολύ πυκνή δομή.

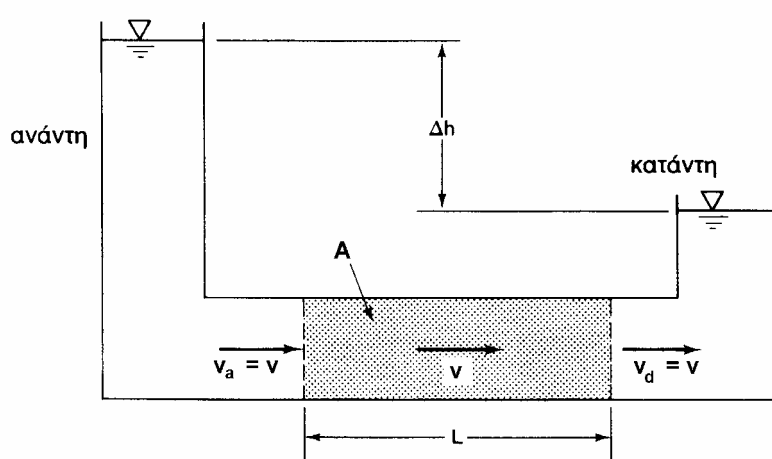
Ο συντελεστής διαπερατότητας εξαρτάται από το είδος του εδαφικού υλικού και τη σχετική πυκνότητα (ή συμπύκνωσή) του. Τυπικές τιμές του συντελεστή διαπερατότητας για διάφορους εδαφικούς σχηματισμούς δίνονται στον επόμενο Πίνακα:

ΤΥΠΟΣ ΕΔΑΦΟΥΣ	k (m/sec)
χάλικες	$1 - 10^{-2}$
καθαρές άμμοι	$10^{-2} - 10^{-5}$
λεπτόκοκκες άμμοι, ιλυώδεις άμμοι	$10^{-5} - 10^{-8}$
ιλείς, αργιλώδεις ιλείς	$10^{-6} - 10^{-9}$
άργιλο	$10^{-8} - 10^{-11}$

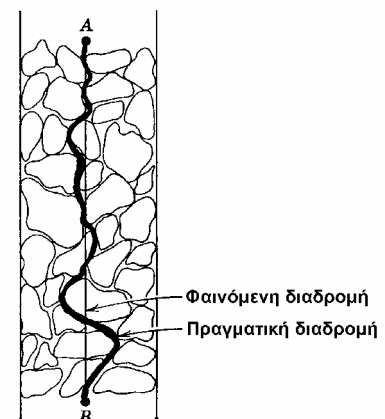
Η ποσότητα:

$$v \equiv Q/A \quad (4.2)$$

(με διαστάσεις ταχύτητας, π.χ. m/sec) ονομάζεται **φαινόμενη ταχύτητα ροής** και εκφράζει την **ευθύγραμμη** απόσταση που διανύεται από τη ροή. Η πραγματική ταχύτητα της υδατικής ροής διαμέσου του εδάφους είναι μεγαλύτερη από τη



Σχ. 4.1: Μονοδιάστατη ροή διαμέσου του εδάφους



Σχ. 4.2: Διαδρομή ροής διαμέσου του εδάφους

φαινόμενη ταχύτητα, επειδή η πραγματική διαδρομή της ροής δεν είναι ευθύγραμμη και συνεπώς έχει μεγαλύτερο μήκος (βλέπε Σχήμα 4.2). Αν θεωρηθεί ότι, κατά προσέγγιση, η επιφάνεια A_v των πόρων σε μία διατομή (εμβαδού A) του εδαφικού υλικού είναι:

$$A_v = nA \quad (4.3)$$

όπου (n) είναι το πορώδες και ότι ο λόγος της πραγματικής προς τη φαινόμενη διαδρομή της ροής ισούται με το λόγο A/A_v , τότε η πραγματική ταχύτητα της ροής $v_r = Q/A_v$ συνδέεται με τη φαινόμενη ταχύτητα ως εξής:

$$v_r = v/n \quad (4.4)$$

Ας σημειωθεί ότι $v_r > v$, επειδή $n < 1$.

Μια άλλη μορφή του νόμου Darcy που προκύπτει με συνδυασμό των προηγούμενων σχέσεων είναι η:

$$v = ki \quad (4.5)$$

Ο ορισμός της υδραυλικής κλίσης (i) που δόθηκε προηγουμένως πρέπει να γενικευθεί, ώστε να μπορεί να εφαρμοσθεί και σε περισσότερο πολύπλοκες συνθήκες ροής, όπως στη μελέτη της πολυδιάστατης ροής. Ορίζεται, λοιπόν, η **πιεζομετρική συνάρτηση** (που έχει διαστάσεις μήκους, δηλαδή στάθμης):

$$h(x, y, z) \equiv z + \frac{u}{\rho_w g} \quad (4.6)$$

όπου z είναι η κατακόρυφη απόσταση (ύψος ή στάθμη) από τυχόν αλλά συγκεκριμένο οριζόντιο **επίπεδο αναφοράς**, u είναι η υδατική πίεση, ρ_w η πυκνότητα του νερού και g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Στη συνέχεια, ορίζεται η κλίση (gradient) της συνάρτησης h :

$$\vec{i} \equiv \vec{\nabla} h \quad (4.7)$$

που είναι επίσης συνάρτηση της θέσης (x, y, z). Ο νόμος του Darcy στη γενική του μορφή γράφεται:

$$\vec{v} = -\mathbf{k} \cdot \vec{i} \quad (4.8)$$

για την περίπτωση ανισότροπης (τανυστικής) διαπερατότητας \mathbf{k} , ή ειδικότερα:

$$\vec{v} = -k \vec{i} \quad (4.9)$$

για την περίπτωση ισότροπης (βαθμωτής) διαπερατότητας k .

Όταν το νερό στους πόρους του εδάφους ηρεμεί (οπότε η ταχύτητα ροής είναι μηδέν), οι υδατικές πιέσεις είναι υδροστατικές, η πιεζομετρική συνάρτηση είναι **σταθερή** (ίση με τη στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας) και συνεπώς η υδραυλική κλίση είναι μηδέν, τιμή που ικανοποιεί το νόμο Darcy.

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι ο νόμος Darcy δεν είναι φυσικός νόμος (δηλαδή νόμος με γενική εφαρμογή) αλλά μια απλή προσέγγιση της πραγματικής συμπεριφοράς, δηλαδή ένας **καταστατικός νόμος**. Ειδικότερα, λόγω της γραμμικής του μορφής είναι ο απλούστερος καταστατικός νόμος για τη ροή διαμέσου ενός εδαφικού υλικού.

4.3 Παράδειγμα Εφαρμογής

Το Σχήμα 4.3α παρουσιάζει μια διάταξη για τη μελέτη της μονοδιάστατης ροής διαμέσου του εδάφους. Όταν η βαλβίδα είναι κλειστή, δεν υπάρχει ροή και οι υδατικές πιέσεις στο εσωτερικό του εδάφους είναι υδροστατικές. Το Σχήμα 4.3β παρουσιάζει τις κατανομές της πιεζομετρικής συνάρτησης (h), της υδροστατικής πίεσης (u), της ολικής κατακόρυφης τάσης (σ) και της ενεργού τάσης (σ') ως προς το βάθος. Η

υδατική (υδροστατική) πίεση αυξάνει γραμμικά με το βάθος από τη χαμηλή ελεύθερη στάθμη του νερού (προφανώς, η υψηλή ελεύθερη στάθμη δεν επηρεάζει τη συμπεριφορά, επειδή η βαλβίδα είναι κλειστή) και δίνεται από τη σχέση:

$$u = \rho_w g y \tag{4.10\alpha}$$

Η ολική κατακόρυφη τάση στο εσωτερικό της εδαφικής στρώσης ($y_1 < y < y_1 + L$) υπολογίζεται από το βάρος των υπερκείμενων υλικών και δίνεται από τη σχέση:

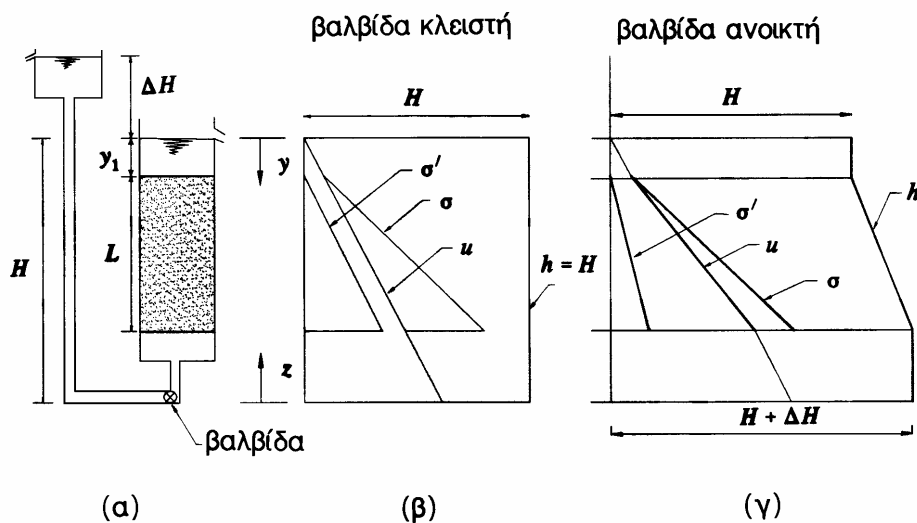
$$\sigma = \rho g(y - y_1) + \rho_w g y_1 \tag{4.10\beta}$$

δηλαδή $\sigma > u$ σε κάθε βάθος, επειδή $\rho > \rho_w$. Η ενεργός κατακόρυφη τάση υπολογίζεται από τη διαφορά μεταξύ της ολικής τάσης και της υδατικής πίεσης, αυξάνει γραμμικά με το βάθος από την επιφάνεια του εδάφους και δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma' = \rho'g(y - y_1) \tag{4.10\gamma}$$

Προφανώς, η ενεργός τάση στο νερό πάνω και κάτω από το έδαφος είναι μηδέν (επειδή $\sigma = u$). Η πιεζομετρική συνάρτηση είναι σταθερή τόσο στο εσωτερικό του εδάφους όσο και στο νερό πάνω και κάτω από το έδαφος ($h = H = ct.$), που αποτελεί και την αναγκαία και ικανή συνθήκη για την ηρεμία (έλλειψη ροής) του νερού. Πράγματι, η υδραυλική κλίση (i) είναι μηδέν, στην περίπτωση που η πιεζομετρική συνάρτηση είναι σταθερή, (επειδή το i ισούται με την παράγωγο του h) και, δεδομένου ότι η φαινόμενη ταχύτητα ροής είναι ανάλογη του i ($v = -ki$), το v είναι επίσης μηδέν, δηλαδή δεν υπάρχει ροή.

Το Σχήμα 4.3γ παρουσιάζει τις κατανομές των σ , u , σ' , h , όταν η βαλβίδα είναι ανοικτή και έχουν αποκατασταθεί συνθήκες μόνιμης ροής στο εσωτερικό της εδαφικής στρώσης. Στην περίπτωση αυτή η ροή είναι μονοδιάστατη με κατακόρυφη διεύθυνση προς τα άνω. Η υδατική πίεση στο νερό που βρίσκεται πάνω από το έδαφος είναι (πρακτικά) υδροστατική, επειδή η κίνηση (ροή) στο ελεύθερο νερό είναι πολύ αργή και οι διαστάσεις του δοχείου αρκετά μεγάλες, με συνέπεια οι τριβές που δημιουργούν αποκλίσεις από την υδροστατική κατάσταση να είναι πρακτικά αμελητέες. Έτσι, στη θέση $y = y_1$, η υδατική πίεση είναι $u = \rho_w g y_1$. Με αντίστοιχο σκεπτικό, η υδατική πίεση στη βάση της εδαφικής στρώσης καθορίζεται από την ελεύθερη στάθμη του νερού στην υψηλή δεξαμενή και είναι επίσης υδροστατική, δηλαδή για $y = y_1 + L$ η υδατική πίεση είναι $u = \rho_w g (y_1 + L + \Delta H)$. Με γνωστές πλέον



Σχ. 4.3: Μονοδιάστατη ροή διαμέσου του εδάφους

τις στάθμες (z) και τις υδατικές πιέσεις στη βάση και στην άνω επιφάνεια της εδαφικής στρώσης, μπορούν να προσδιορισθούν οι τιμές της πιεζομετρικής συνάρτησης στα σημεία αυτά από την εξίσωση (4.6). Έτσι, στην άνω επιφάνεια: $h = H$ και στην κάτω επιφάνεια: $h = H + \Delta H$. Οι τιμές αυτές είναι αναμενόμενες, επειδή, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η πιεζομετρική συνάρτηση στην άνω επιφάνεια του εδάφους καθορίζεται από τη χαμηλή ελεύθερη στάθμη ($h = H$), ενώ η πιεζομετρική συνάρτηση στη βάση της εδαφικής στρώσης καθορίζεται από την υψηλή ελεύθερη στάθμη ($h = H + \Delta H$). Στην περίπτωση αυτή η πιεζομετρική συνάρτηση στο εσωτερικό της εδαφικής στρώσης δεν είναι σταθερή, οπότε η υδραυλική κλίση είναι μή-μηδενική και υπάρχει ροή προς τα άνω. Ειδικότερα, επειδή το έδαφος είναι ομοιογενές, είναι λογικό να θεωρηθεί ότι η μεταβολή της πιεζομετρικής συνάρτησης στο εσωτερικό του είναι ομοιόμορφη και, συνεπώς, η κατανομή του h είναι ευθύγραμμη, δηλαδή:

$$i = \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{\Delta H}{L}$$

και συνεπώς:

$$v = -ki = -k \frac{\Delta H}{L}$$

Το αρνητικό πρόσημο της v δηλώνει ότι η διεύθυνση της ταχύτητας ροής είναι κατά τη διεύθυνση του αρνητικού άξονα y , δηλαδή προς τα άνω. Η ευθύγραμμη κατανομή της πιεζομετρικής συνάρτησης:

$$h = H + \frac{\Delta H}{L}(y - y_1) \quad (4.11\alpha)$$

στο εσωτερικό της εδαφικής στρώσης οδηγεί (με βάση την εξίσωση 4.6) σε αντίστοιχη γραμμική κατανομή των υδατικών πιέσεων στο εσωτερικό του εδάφους:

$$u = \rho_w g \left\{ y + \frac{\Delta H}{L}(y - y_1) \right\} \quad (4.11\beta)$$

δηλαδή σε υδατικές πιέσεις μεγαλύτερες από αυτές που επικρατούσαν όταν η βαλβίδα ήταν κλειστή (βλέπε εξίσωση 4.10α).

Η κατανομή των ολικών κατακόρυφων τάσεων (σ) είναι ίδια με αυτή που επικρατούσε στην κατάσταση (β) (βλέπε εξίσωση 4.10β), επειδή το βάρος των υπερκείμενων υλικών δεν έχει μεταβληθεί. Η ενεργός κατακόρυφη τάση, όμως, έχει **μειωθεί** ως προς την κατάσταση (β) (βλέπε εξίσωση 4.10γ), επειδή η υδατική πίεση έχει αυξηθεί. Συγκεκριμένα επειδή $\sigma' = \sigma - u$, ισχύει:

$$\sigma' = \rho'g(y - y_1) - \rho_w g(y - y_1) \frac{\Delta H}{L} \quad (4.11\gamma)$$

Από την ανωτέρω σχέση φαίνεται ότι όσο μεγαλύτερη είναι η υψομετρική διαφορά ΔH μεταξύ των σταθμών στις δύο δεξαμενές τόσο μικρότερη είναι η ενεργός τάση, δηλαδή τόσο μικρότερες είναι οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των κόκκων. Στην ειδική περίπτωση που: $\Delta H = (\rho' / \rho_w)L$, οπότε $i = \rho' / \rho_w$, **οι ενεργές τάσεις μηδενίζονται**, οπότε οι κόκκοι απλώς αιωρούνται στο νερό χωρίς να ασκούνται μεταξύ τους δυνάμεις, δηλαδή η συμπεριφορά του εδάφους είναι παρόμοια με τη συμπεριφορά ενός **υγρού** με πυκνότητα ρ . Η κατάσταση αυτή ονομάζεται **ρευστοποίηση** και έχει καταστροφικές συνέπειες στα τεχνικά έργα που είναι θεμελιωμένα στο ρευστοποιημένο έδαφος, επειδή **η αντοχή του είναι μηδέν**. Θα πρέπει να τονισθεί ότι η κατάσταση της ρευστοποίησης μπορεί να επιτευχθεί σχετικά εύκολα, δεδομένου ότι, όπως φαίνεται από τη σχέση (4.11γ), οι ενεργές τάσεις μηδενίζονται όταν η υψομετρική διαφορά (ΔH) γίνει περίπου ίση με το πάχος της

εδαφικής στρώσης (L), επειδή $\rho' \approx \rho_w$. Κατάσταση ρευστοποίησης επικρατεί και στην "κινούμενη άμμο", που συχνά παρουσιάζεται στα κινηματογραφικά έργα (ερώτηση: Μπορεί ο άνθρωπος να βυθιστεί στην κινούμενη άμμο;).

4.4 Εργαστηριακές Μέθοδοι Μέτρησης της Διαπερατότητας

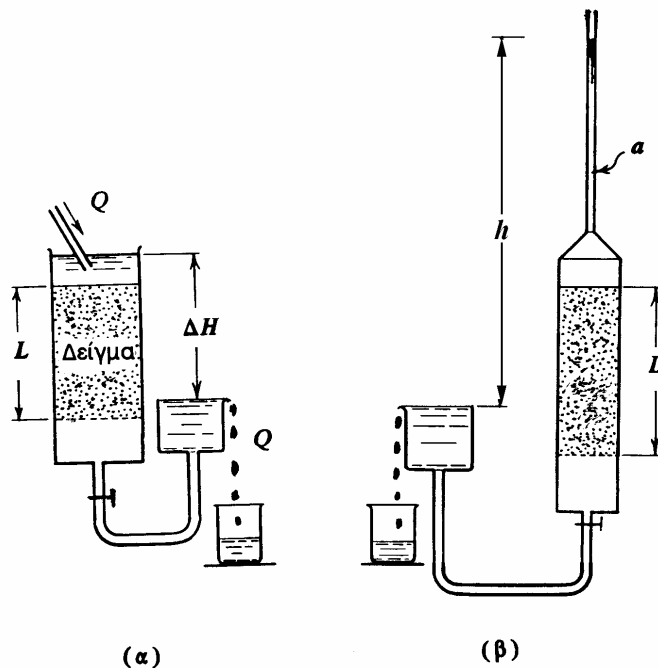
Η εργαστηριακή μέτρηση του συντελεστή διαπερατότητας γίνεται με τα **διαπερατόμετρα**, που είναι δύο τύπων: το διαπερατόμετρο **σταθερού φορτίου** και το διαπερατόμετρο **μειούμενου φορτίου**. Το διαπερατόμετρο σταθερού φορτίου φαίνεται σχηματικά στο Σχήμα 4.4α. Κατά τη δοκιμή αυτή οι ελεύθερες στάθμες στις δύο δεξαμενές με υψομετρική διαφορά ΔH παραμένουν σταθερές και μετράται η σταθερή παροχή διήθησης (Q), οπότε κατά το νόμο του Darcy ο συντελεστής διαπερατότητας υπολογίζεται από τη σχέση:

$$k = \frac{Q \cdot L}{A \cdot \Delta H} \quad (4.12)$$

όπου A είναι η διατομή του εδαφικού δείγματος και L το μήκος του. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται κυρίως σε εδάφη με σημαντική διαπερατότητα (χάλικες και άμμους), ώστε η παροχή Q να είναι εύκολα μετρήσιμη. Σε εδάφη με μικρή διαπερατότητα χρησιμοποιείται κυρίως το διαπερατόμετρο μειούμενου φορτίου, που φαίνεται σχηματικά στο Σχήμα 4.4β. Στη διάταξη αυτή η χαμηλή ελεύθερη στάθμη διατηρείται σταθερή, ενώ η υψηλή μειώνεται με ρυθμό που εξαρτάται από τη διηθούμενη παροχή. Η συνθήκη αυτή καθορίζει και τη μαθηματική έκφραση της λειτουργίας του διαπερατόμετρου:

$$-dh \cdot a = Q(t) \cdot dt = k \cdot A \frac{h}{L} \cdot dt$$

Η ολοκλήρωση ως προς το χρόνο της ανωτέρω διαφορικής εξίσωσης δίνει τη σχέση που χρησιμοποιείται στον υπολογισμό του συντελεστή διαπερατότητας:



Σχ. 4.4: Τύποι διαπερατομέτρων

$$k = \frac{a \cdot L}{t \cdot A} \ln\left(\frac{h_0}{h}\right) \quad (4.13)$$

όπου h_0 είναι η αρχική τιμή της διαφοράς στάθμης των δύο δεξαμενών και h η αντίστοιχη διαφορά μετά από την πάροδο χρόνου t .

4.5 Πολυδιάστατη Μόνιμη Ροή διαμέσου του εδάφους

Στα προηγούμενα εδάφια μελετήθηκε η περίπτωση της μόνιμης μονοδιάστατης ροής διαμέσου του εδάφους. Στο εδάφιο αυτό εξετάζεται η γενικότερη περίπτωση της πολυδιάστατης (διδιάστατης και τριδιάστατης) μόνιμης ροής. Το Σχήμα 4.5 παρουσιάζει ένα τυχόντα όγκο V στο εσωτερικό του εδάφους που ορίζεται από την επιφάνεια S . Η **αρχή διατήρησης της μάζας** ορίζει ότι η μάζα του νερού που εισέρχεται στον όγκο αυτόν διαμέσου της επιφάνειας του πρέπει να ισούται με τη μάζα που εξέρχεται από αυτόν, δηλαδή απαιτεί η καθαρή εισροή να είναι μηδέν, οπότε:

$$\int_S dm = 0 \quad (4.14)$$

Η μάζα του νερού dm , που διηθείται στη μονάδα του χρόνου διαμέσου της στοιχειώδους επιφάνειας dS (με κάθετο διάνυσμα \vec{n}) και φαινόμενη ταχύτητα διήθησης \vec{v} , δίνεται από τη σχέση:

$$dm = \rho_w \vec{v} \cdot \vec{n} dS \quad (4.15)$$

οπότε, με συνδυασμό των σχέσεων (4.14) και (4.15) και θεωρώντας ότι το νερό είναι ασυμπίεστο), προκύπτει:

$$\int_S \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (4.16)$$

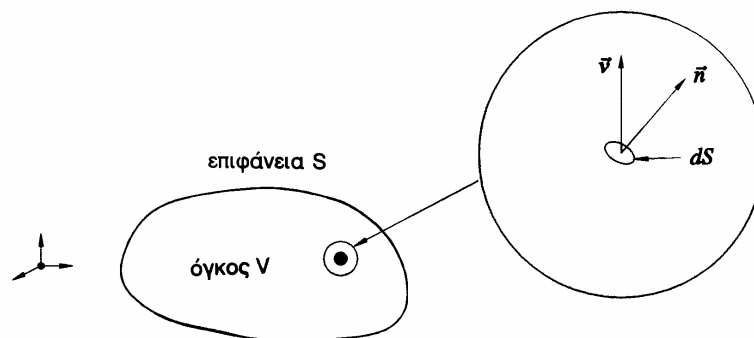
Το επιφανειακό ολοκλήρωμα της προηγούμενης σχέσης μπορεί να μετατραπεί σε ολοκλήρωμα επί του όγκου V με εφαρμογή του θεωρήματος της απόκλισης (divergence theorem), οπότε:

$$\int_V \text{div}(\vec{v}) dV = 0 \Rightarrow \text{div}(\vec{v}) \equiv \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (4.17)$$

επειδή ο όγκος V είναι τυχόντος. Η εξίσωση (4.17) είναι η γνωστή από την Υδραυλική **εξίσωση συνέχειας** και αποτελεί τη μαθηματική έκφραση της αρχής διατήρησης της μάζας. Η εξίσωση (4.17) σε καρτεσιανές συντεταγμένες έχει τη μορφή:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (4.18)$$

Η περαιτέρω αναλυτική επεξεργασία της εξίσωσης συνέχειας απαιτεί τη χρήση ενός καταστατικού νόμου συμπεριφοράς της ροής, όπως π.χ. ο νόμος του Darcy, που στην περίπτωση εδάφους με ισότροπη διαπερατότητα έχει τη μορφή (βλέπε



Σχ. 4.5: Ροή διαμέσου της επιφάνειας όγκου V

σχέσεις 4.7 και 4.9):

$$\vec{v} = -k \vec{\nabla} h \quad (4.19)$$

Συνδυασμός των σχέσεων (4.17) και (4.19) δίνει:

$$\operatorname{div}(k \vec{\nabla} h) = 0 \quad (4.20\alpha)$$

και στην περίπτωση που ο συντελεστής διαπερατότητας είναι σταθερός:

$$\operatorname{div}(\vec{\nabla} h) \equiv \nabla^2 h = 0 \quad (4.20\beta)$$

δηλαδή τη (γνωστή) εξίσωση Laplace για την πιεζομετρική συνάρτηση, που σε καρτεσιανές συντεταγμένες έχει τη μορφή:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (4.21\alpha)$$

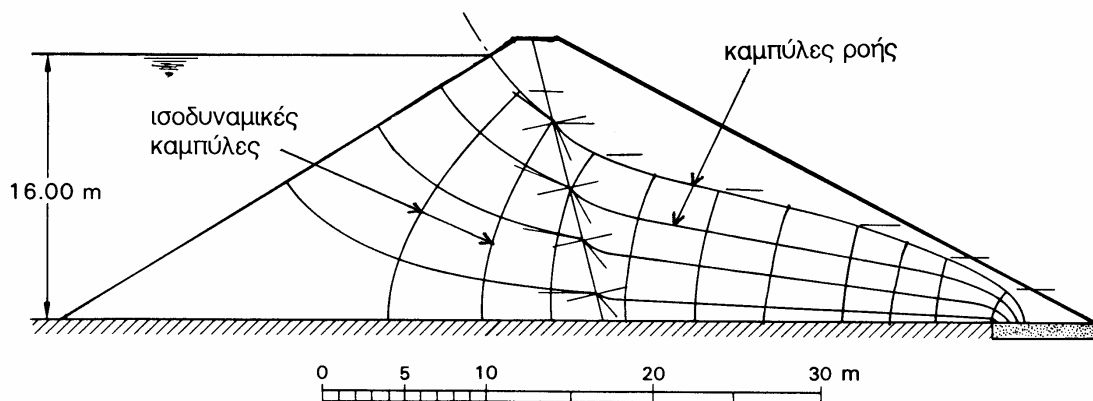
και στην περίπτωση της διδιάστατης ροής (στο επίπεδο xz):

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (4.21\beta)$$

Η ανωτέρω εξίσωση (4.21) μπορεί να επιλυθεί με τους γνωστούς τρόπους ανάλυσης της εξίσωσης Laplace (χωρισμός μεταβλητών, μετασχηματισμός Laplace) ή αριθμητικά με τη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων. Γραφικά, η εξίσωση μπορεί να επιλυθεί (προσεγγιστικά) με τη χάραξη του λεγόμενου **δικτύου ροής**, δηλαδή ενός συστήματος δύο οικογενειών ορθογωνικών καμπύλων: των **καμπύλων ροής** (καμπύλες κατά τη διεύθυνση της ταχύτητας ροής) και των **ισοδυναμικών καμπύλων** (καμπύλες σταθερής τιμής της πιεζομετρικής συνάρτησης). Οι λεπτομέρειες της μεθόδου χάραξης του δικτύου ροής υπερβαίνουν το σκοπό του παρόντος συγγράμματος. Ένα τυπικό δίκτυο ροής στον πυρήνα ενός χωμάτινου φράγματος φαίνεται στο Σχήμα 4.6.

4.6 Δύναμη Διήθησης – Γενικευμένες Εξισώσεις Ισορροπίας στην περίπτωση Μόνιμης Ροής διαμέσου του Εδάφους

Κατά την υδατική ροή διαμέσου του εδάφους το νερό διέρχεται από τους πόρους του εδάφους και, λόγω των (αναπόφευκτων) τριβών, χάνει ενέργεια η οποία εκφράζεται με τη μείωση της τιμής της πιεζομετρικής συνάρτησης (h). Η ύπαρξη τριβών, όμως, μεταξύ του νερού και των κόκκων του εδάφους έχει σαν αποτέλεσμα και την εξάσκηση δυνάμεων επί των κόκκων. Οι δυνάμεις αυτές ονομάζονται **δυνάμεις διήθησης** και προκαλούν τη μεταβολή των ενεργών τάσεων (δηλαδή των δυνάμεων που ασκούνται μεταξύ των κόκκων). Ένα παράδειγμα της μεταβολής



Σχ. 4.6: Δίκτυο ροής στο εσωτερικό φράγματος

(μείωσης) των ενεργών τάσεων αναφέρθηκε στο εδάφιο 4.3, όπου η υδατική ροή προς τα άνω οδήγησε σε μείωση των ενεργών τάσεων ή και σε μηδενισμό τους (υπό ορισμένες προϋποθέσεις). Στα επόμενα δίνεται η μαθηματική έκφραση των δυνάμεων διήθησης στη γενική περίπτωση της τριδιάστατης ροής.

Οι (γνωστές από τη Μηχανική) εξισώσεις ισορροπίας:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} &= \rho g_x \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} &= \rho g_y \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} &= \rho g_z\end{aligned}\quad (4.22\alpha)$$

μπορούν να γραφούν συνοπτικά με τη μορφή:

$$\vec{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \rho \vec{g} \quad (4.22\beta)$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του εδάφους και \vec{g} είναι ένα διάνυσμα με ένταση g και διεύθυνση κατακόρυφη προς τα κάτω (τη διεύθυνση του πεδίου βαρύτητας). Οι εξισώσεις αυτές, που ισχύουν για συνεχή υλικά σε ισορροπία, ισχύουν και για τα εδαφικά (ασυνεχή) υλικά, εάν οι τάσεις που εμφανίζονται στις εξισώσεις ισορροπίας είναι οι **ολικές τάσεις**. Επιπλέον, οι ανωτέρω εξισώσεις ισχύουν τόσο στην περίπτωση που το νερό των πόρων βρίσκεται σε ηρεμία όσο και στην περίπτωση **μόνιμης ροής** με μικρές ταχύτητες στο εσωτερικό των πόρων (δηλαδή κίνησης χωρίς επιταχύνσεις). Στα επόμενα θα εκφραστούν οι ανωτέρω εξισώσεις ισορροπίας ως προς τις **ενεργές τάσεις**, επειδή, ως γνωστόν, οι τάσεις αυτές καθορίζουν τη μηχανική συμπεριφορά των εδαφών.

Κατά την αρχή των ενεργών τάσεων:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + u \mathbf{I} \quad (4.23)$$

όπου $\boldsymbol{\sigma}'$ είναι οι ενεργές τάσεις, u η πίεση πόρων (βαθμωτό μέγεθος) και \mathbf{I} ο μοναδιαίος ταυιστής δεύτερης τάξης. Η σχέση (4.23) δίνει:

$$\vec{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \vec{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma}' + \vec{\nabla} u \quad (4.24)$$

Επιπλέον, κατά τον ορισμό της πιεζομετρικής συνάρτησης (όπου γ_w είναι το ειδικό βάρος του νερού των πόρων):

$$h = z + \frac{u}{\gamma_w}$$

από την οποία προκύπτει ότι:

$$\vec{i} \equiv \vec{\nabla} h = -\frac{1}{g} \vec{g} + \frac{1}{\gamma_w} \vec{\nabla} u$$

δηλαδή:

$$\vec{\nabla} u = \gamma_w \vec{i} + \rho_w \vec{g} \quad (4.25)$$

Αντικατάσταση των σχέσεων (4.24) και (4.25) στην (4.22β) δίνει τις εξισώσεις ισορροπίας εκφρασμένες ως προς τις ενεργές τάσεις (όπου $\rho' \equiv \rho - \rho_w$ είναι η υπό άνωση πυκνότητα του εδάφους):

$$\vec{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma}' = \rho' \vec{g} - \gamma_w \vec{i} \quad (4.26)$$

Η σχέση (4.26) έχει την ίδια μορφή με τις εξισώσεις ισορροπίας ως προς τις ολικές τάσεις (εξίσωση 4.22β) **με διαφορετικές όμως μαζικές δυνάμεις**. Ενώ, δηλαδή, στις εξισώσεις ισορροπίας ως προς τις ολικές τάσεις υπεισέρχεται η ολική πυκνότητα του εδάφους ($\rho \vec{g}$), στις εξισώσεις ισορροπίας ως προς τις ενεργές τάσεις υπεισέρχεται η

υπό άνωση πυκνότητα ($\rho' \vec{g}$) και η **δύναμη διήθησης** ($-\gamma_w \vec{i}$). Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι η διεύθυνση της δύναμης διήθησης είναι αντίρροπη προς το διάνουσμα της υδραυλικής κλίσης (\vec{i}).

Κατά συνέπεια, η ισορροπία ενός εδαφικού υλικού με μόνιμη υδατική ροή μπορεί να αναλυθεί είτε ως προς τις ολικές τάσεις είτε ως προς τις ενεργές τάσεις. Στην πρώτη περίπτωση θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι μαζικές δυνάμεις που προκύπτουν από την ολική πυκνότητα του εδαφικού υλικού, ενώ στη δεύτερη περίπτωση θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν μαζικές δυνάμεις ίσες με το άθροισμα της υπό άνωση πυκνότητας και της δύναμης διήθησης. Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί ότι, με βάση τις εξισώσεις ισορροπίας ως προς τις ενεργές τάσεις (σχέσεις 4.26), η κατάσταση της **ρευστοποίησης** προκύπτει εύκολα, αν το δεξί μέλος της εξίσωσης (4.26) μηδενισθεί. Στην περίπτωση αυτή οι μαζικές δυνάμεις μηδενίζονται και, κατά συνέπεια, μηδενίζονται και οι ενεργές τάσεις, οπότε το έδαφος αιωρείται στο νερό των πόρων χωρίς να ασκούνται δυνάμεις επαφής μεταξύ των κόκκων. Η κατάσταση της ρευστοποίησης, κατά συνέπεια, συμβαίνει όταν:

$$\rho' \vec{g} - \gamma_w \vec{i} = 0 \quad (4.27)$$

ή ισοδύναμα, εάν η υδραυλική κλίση είναι:

$$\vec{i} = \frac{\rho'}{\rho_w} \left(\frac{1}{g} \vec{g} \right) \quad (4.28)$$

όταν, δηλαδή, η υδραυλική κλίση έχει τη διεύθυνση της βαρύτητας (κατακόρυφη προς τα κάτω) και μέγεθος:

$$i_{cr} = \frac{\rho'}{\rho_w} \quad (4.29)$$

Η τιμή της υδραυλικής κλίσης (σχέση 4.29) που προκαλεί ρευστοποίηση ονομάζεται **κρίσιμη υδραυλική κλίση**. Τυπικές τιμές της κρίσιμης υδραυλικής κλίσης για συνήθη εδάφη κυμαίνονται μεταξύ 0.7 και 1.0.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 4.1

Στο παράδειγμα αυτό μελετάται η μόνιμη ροή προς ένα αντλούμενο κυλινδρικό φρέαρ. Εξετάζεται η περίπτωση ενός υδροφορέα με ελεύθερη επιφάνεια (Στάθμη Υπογείου Ορίζοντα ΣΥΟ) (βλέπε Σχήμα 4.1-1) και ενός περιορισμένου υδροφορέα χωρίς ελεύθερη επιφάνεια υπογείου ορίζοντα (βλέπε Σχήμα 4.1-2).

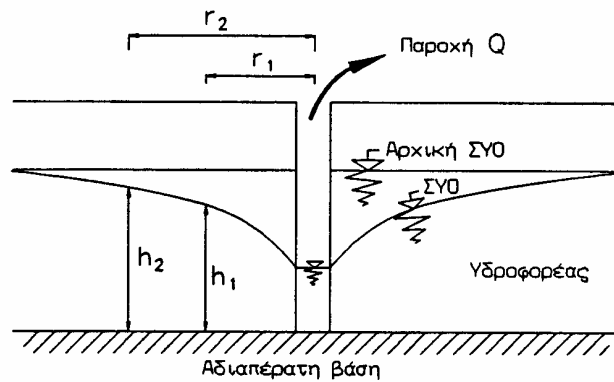
Η πρώτη περίπτωση αφορά ένα αμμώδες, ή άλλο σχετικώς διαπερατό εδαφικό στρώμα, μέσα στο οποίο δημιουργείται ελεύθερη Στάθμη Υπογείου Ορίζοντα (αρχικώς οριζόντια). Για την άντληση νερού από τον υδροφορέα κατασκευάζεται κυλινδρικό φρέαρ, το οποίο διεισδύει μέχρι τη βάση του διαπερατού στρώματος.

Η δεύτερη περίπτωση αφορά ένα αμμώδες, ή άλλο σχετικώς διαπερατό εδαφικό στρώμα, το οποίο περιορίζεται μεταξύ δύο αδιαπέρατων (π.χ. αργιλικών) στρωμάτων. Το νερό στους πόρους του διαπερατού στρώματος βρίσκεται υπό πίεση και συνεπώς, αν διατρηθεί η αδιαπέρατη στρώση που υπέρκειται του υδροφορέα, το νερό θα ανέλθει μέχρι την αρχική πιεζομετρική στάθμη, που σημειώνεται στο Σχήμα 4.1-2 (αρτεσιανός υδροφορέας).

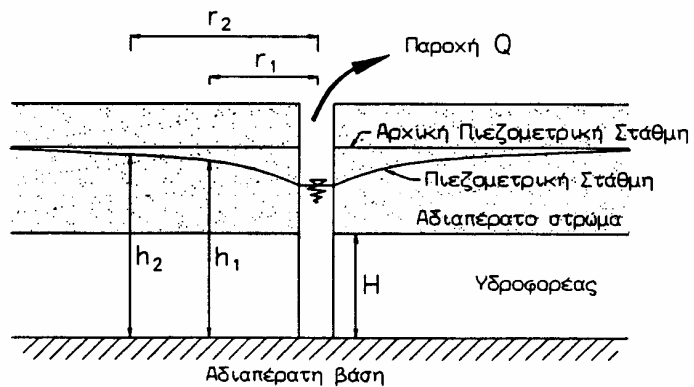
Και στις δύο περιπτώσεις, η άντληση παροχής Q στη μονάδα του χρόνου από το φρέαρ προκαλεί μείωση της πίεσης πόρων γύρω από το φρέαρ, δηλαδή ταπείνωση της στάθμης του υπογείου ορίζοντα. Η ταπείνωση αυτή μειώνεται με την απόσταση από το φρέαρ, αυξάνει σε όλες τις θέσεις με την πάροδο του χρόνου και προκαλεί μία βαθμιαία επέκταση της ζώνης γύρω από το φρέαρ που επηρεάζεται από την άντληση. Στην περίπτωση που ο υδροφορέας έχει σημαντική έκταση, η βαθμιαία ταπείνωση της στάθμης συνεχίζει να εξελίσσεται (θεωρητικώς για άπειρο χρόνο) με διαρκώς μειούμενο, όμως, ρυθμό. Συνεπώς, μπορεί να θεωρηθεί ότι μετά από κάποιο χρόνο επιτυγχάνεται πρακτικώς κατάσταση μόνιμης ροής προς το φρέαρ (χωρίς δηλαδή περαιτέρω ταπείνωση της στάθμης και χωρίς περαιτέρω επέκταση της ζώνης επιρροής). Ο ρυθμός ταπείνωσης της στάθμης του υπογείου ορίζοντα, καθώς και ο ρυθμός επέκτασης της ζώνης που επηρεάζεται από την άντληση εξαρτώνται από την αντλούμενη παροχή και το συντελεστή διαπερατότητας του εδάφους.

Όταν επιτευχθεί πρακτικώς κατάσταση μόνιμης ροής, η παροχή άντλησης από το φρέαρ είναι ίση με την παροχή που διηθείται διαμέσου οποιασδήποτε κυλινδρικής επιφάνειας σε απόσταση r από τον άξονα του φρέατος, η οποία κατά το νόμο Darcy είναι:

$$Q = k i A \quad (4.1-1)$$



Σχήμα 4.1-1: Παράδειγμα 4.1



Σχήμα 4.1-2: Παράδειγμα 4.1

όπου k είναι ο συντελεστής διαπερατότητας του εδάφους, i είναι η υδραυλική κλίση για ροή στην οριζόντια διεύθυνση και A το εμβαδόν της κατακόρυφης επιφάνειας διήθησης. Στα επόμενα αναλύεται η κατάσταση μόνιμης ροής προς αντλούμενο φρέαρ (α) στην περίπτωση ροής με ελεύθερη επιφάνεια (Σχήμα 4.1-1) και (β) στην περίπτωση ροής υπό πίεση (Σχήμα 4.1-2).

(α) Ροή με ελεύθερη επιφάνεια (Σχήμα 4.1-1)

Στην περίπτωση που η ταπεινώση της στάθμης του υπογείου ορίζοντα είναι μικρή σε σχέση με το συνολικό πάχος της διαπερατής στρώσης (κάτω από τη ΣΥΟ), η διεύθυνση της διήθησης προς το φρέαρ είναι περίπου οριζόντια, δηλαδή η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας ροής (v_z) είναι μικρή σε σχέση με την οριζόντια συνιστώσα και μπορεί να αμεληθεί. Η παραδοχή αυτή, που είναι γνωστή ως παραδοχή Dupuit, οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η υδραυλική κλίση στην κατακόρυφη διεύθυνση (i_z) είναι μηδέν. Πράγματι, κατά το νόμο Darcy: $0 = v_z = -k i_z$. Κατά συνέπεια: $i_z = \partial h / \partial r$, δηλαδή η πιεζομετρική στάθμη (h) δεν μεταβάλλεται καθ' ύψος του υδροφορέα και συνεπώς εκφράζεται από την ελεύθερη στάθμη του υπογείου ορίζοντα, δηλαδή:

$$i = dh/dr \quad (4.1-2)$$

Επιπλέον, το εμβαδόν της κατακόρυφης επιφάνειας διήθησης (A) σε απόσταση r από τον άξονα του φρέατος είναι:

$$A = 2 \pi r h \quad (4.1-3)$$

Ο συνδυασμός των ανωτέρω σχέσεων (1), (2) και (3) δίνει:

$$Q = 2\pi r h k \frac{dh}{dr}$$

ή, ισοδύναμα:

$$\frac{dr}{r} = \frac{2\pi k}{Q} h dh \quad (4.1-4)$$

Με ολοκλήρωση της ανωτέρω σχέσης μεταξύ των θέσεων r_1 και r_2 , προκύπτει:

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{2\pi k}{Q} \int_{h_1}^{h_2} h dh$$

και συνεπώς:

$$k = \frac{Q \ln(r_2/r_1)}{\pi(h_2^2 - h_1^2)} \quad (4.1-5)$$

Από την ανωτέρω σχέση μπορεί να εκτιμηθεί η διαπερατότητα ενός υδροφορέα με ελεύθερη επιφάνεια με βάση την αντλούμενη παροχή από το φρέαρ και τις μετρήσεις της στάθμης σε δύο δορυφορικές γεωτρήσεις (σε αποστάσεις r_1 και r_2 από το φρέαρ), όταν έχουν πρακτικώς επιτευχθεί συνθήκες μόνιμης ροής.

(β) Ροή υπό πίεση (Σχήμα 4.1-2)

Στην περίπτωση αυτή, η διεύθυνση της ροής είναι πράγματι οριζόντια και συνεπώς, η παραδοχή Dupuit είναι ακριβής. Επιπλέον, το εμβαδόν της επιφάνειας διήθησης είναι σταθερό και δίνεται από τη σχέση:

$$A = 2 \pi r H \quad (4.1-6)$$

όπου H είναι το ύψος του υδροφορέα. Ο συνδυασμός των σχέσεων (1), (2) και (6) δίνει:

$$Q = 2\pi r H k \frac{dh}{dr}$$

ή, ισοδύναμα:

$$\frac{dr}{r} = \frac{2\pi k}{Q} H dh \quad (4.1-7)$$

Με ολοκλήρωση της ανωτέρω σχέσης μεταξύ των θέσεων r_1 και r_2 , προκύπτει:

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{2\pi kH}{Q} \int_{h_1}^{h_2} dh$$

και συνεπώς:

$$k = \frac{Q \ln(r_2/r_1)}{2\pi H(h_2 - h_1)} \quad (4.1-8)$$

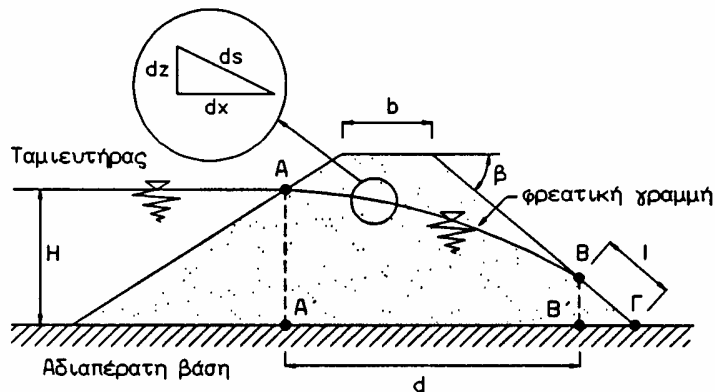
Από την ανωτέρω σχέση μπορεί να εκτιμηθεί η διαπερατότητα ενός υδροφορέα υπό πίεση, με βάση την αντλούμενη παροχή από το φρέαρ και τις μετρήσεις της πιεζομετρικής στάθμης σε δύο δορυφορικές γεωτρήσεις (σε αποστάσεις r_1 και r_2 από το φρέαρ), όταν έχουν πρακτικώς επιτευχθεί συνθήκες μόνιμης ροής.

Σημειώσεις: 1. Στην περίπτωση ροής υπό πίεση σε κορεσμένους υδροφορείς, οι συνθήκες μόνιμης ροής επιτυγχάνονται ταχέως, λόγω της μικρής συμπιεστότητας του νερού των πόρων. Αντίθετα, σε υδροφορείς με ελεύθερη επιφάνεια, οι συνθήκες μόνιμης ροής επιτυγχάνονται με βραδύτερο ρυθμό, επειδή απαιτούν στράγγιση του νερού των πόρων από την περιοχή ταπείνωσης της στάθμης του υπογείου ορίζοντα.

2. Όταν η διαπερατότητα του υδροφορέα είναι γνωστή, οι σχέσεις (5) και (8) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση της ταπείνωσης της στάθμης, που αντιστοιχεί σε συγκεκριμένη παροχή άντλησης Q .

Παράδειγμα 4.2

Στο παράδειγμα αυτό παρουσιάζεται ένας προσεγγιστικός υπολογισμός της διήθησης διαμέσου ομοιογενούς χωμάτινου φράγματος που εδράζεται σε αδιαπέρατη βάση, υπό συνθήκες μόνιμης ροής, όπως προτάθηκε από τον Casagrande (1932). Για την ανάλυση χρησιμοποιείται η παραδοχή Dupuit (που αναφέρθηκε στο προηγούμενο παράδειγμα), σύμφωνα με την



Σχήμα 4.2-1: Παράδειγμα 4.2

οποία η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα στο εσωτερικό του φράγματος (φρεατική γραμμή) ορίζει την πιεζομετρική στάθμη σε όλα τα σημεία μιάς κατακόρυφης ευθείας μέσα στο πεδίο της ροής. Συνεπώς, η υδραυλική κλίση στο πεδίο της ροής εκφράζεται από την κλίση της φρεατικής γραμμής, δηλαδή: $i = dz/dx$. Ο Casagrande πρότεινε την τροποποίηση της σχέσης αυτής και τον υπολογισμό της υδραυλικής κλίσης από την ακριβέστερη σχέση (βλέπε Σχήμα 4.2-1):

$$i = \frac{dz}{ds} \quad (4.2-1)$$

για να ληφθεί υπόψη η έντονη κλίση της φρεατικής γραμμής, λόγω της οποίας η κίνηση του νερού των πόρων γίνεται κατά μήκος του στοιχείου (ds) αντί του οριζόντιου στοιχείου (dx), δηλαδή θεώρησε ότι η κίνηση του νερού διαμέσου του φράγματος δεν είναι οριζόντια (όπως υποθέτει η παραδοχή Dupuit).

Στην περιοχή του κατάντη ποδός του φράγματος (τμήμα ΒΓ) η φρεατική γραμμή ταυτίζεται με την επιφάνεια του πρανούς και συνεπώς, στην περιοχή εκείνη (μήκους l): $i = \sin \beta$, όπου β είναι η γωνία κλίσης του κατάντη πρανούς του φράγματος. Συνεπώς, η παροχή που διηθείται διαμέσου της επιφάνειας BB' είναι:

$$Q = k \cdot i \cdot (BB') = k \cdot \sin \beta \cdot (l \sin \beta) = kl \sin^2 \beta$$

Η παροχή αυτή είναι ίση με την παροχή που διηθείται διαμέσου οποιασδήποτε κατακόρυφης επιφάνειας (λόγω της μόνιμης ροής) ύψους (z) και υδραυλικής κλίσης (dz/ds), οπότε:

$$kl \sin^2 \beta = k \frac{dz}{ds} z$$

ή, ισοδύναμα: $z dz = l \sin^2 \beta ds$. Ολοκλήρωση της ανωτέρω σχέσης στο τμήμα Β'Α' δίνει:

$$\int_{l \sin \beta}^H z dz = \int_{(BF)}^{(ABF)} (l \sin^2 \beta) ds$$

δηλαδή:

$$\frac{1}{2} (H^2 - l^2 \sin^2 \beta) = (AB) \cdot l \cdot \sin^2 \beta \quad (4.2-2)$$

όπου (AB) είναι το μήκος της φρεατικής γραμμής AB. Το μήκος (AB) μπορεί να θεωρηθεί κατά προσέγγιση ίσο με το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB, οπότε:

$$(AB) \approx \sqrt{H^2 + d^2} - l \quad (4.2-3)$$

Συνδυασμός των σχέσεων (2) και (3) και επίλυση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης ως προς l , δίνει:

$$l = \sqrt{H^2 + d^2} - \sqrt{d^2 - H^2 \cot^2 \beta} \quad (4.2-4)$$

οπότε, η παροχή διήθησης διαμέσου του φράγματος είναι:

$$Q = kl \sin^2 \beta \quad (4.2-5)$$

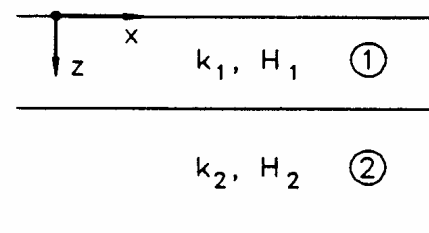
$H = 65$ m. Ύψος φράγματος: 70 m. Εύρος φράγματος: 400 m. Πλάτος στέψης $b = 6$ m.

Κλίσεις πρανών: 1 : 2.5 (1 κατακόρυφο, 2.5 οριζόντιο). Διαπερατότητα: $k = 10^{-6}$ m/sec.

Με βάση τα ανωτέρω δεδομένα: $\beta = \arctan (1 / 2.5) = 21.8$ μοίρες. Από τη γεωμετρία προκύπτει ότι: $d = 193.5$ m και συνεπώς: $l = 99.1$ m, οπότε: $Q = 1.37 \times 10^{-5}$ m³/sec ανά μέτρο εύρους του φράγματος, ή 5.5 lt/sec σε όλο το εύρος του φράγματος, ή 20 m³ ανά ώρα, ή περίπου 175000 κυβικά μέτρα το χρόνο. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η υδατική διήθηση στην περιοχή του ποδός του κατάντη πρανούς του φράγματος (περιοχή ΒΓ) μπορεί να προκαλέσει διάβρωση του ποδός και στη συνέχεια αστοχία του φράγματος. Στην προκείμενη περίπτωση, η υδραυλική κλίση εξόδου στον πόδα του φράγματος είναι: $i \approx \sin \beta = 0.37$. Λόγω του ανωτέρω κινδύνου διάβρωσης, κατά την κατασκευή χωμάτων φραγμάτων χωρίς αργιλικό πυρήνα (όπως αυτό που μελετήθηκε προηγουμένως), δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στη διαμόρφωση του ποδός με την κατασκευή στραγγιστηρίων κλπ.

Παράδειγμα 4.3

Υπολογισμός του μέσου συντελεστή διαπερατότητας ενός δίστρωτου εδαφικού σχηματισμού με συντελεστές διαπερατότητας k_1 , k_2 και αντίστοιχα πάχη H_1 , H_2 (βλέπε Σχήμα 4.3-1) για διήθηση του νερού:
(α) παράλληλα με τη στρώση, δηλαδή κατά τον άξονα x
(β) κάθετα προς τη στρώση, δηλαδή κατά τον άξονα z .



Σχέση 4.3-1: Παράδειγμα 4.3

Λύση:

Έστωσαν Q_1 , Q_2 οι παροχές που διέρχονται από

τις στρώσεις 1 και 2, H_1, H_2 τα αντίστοιχα πάχη και i_1, i_2 οι αντίστοιχες τιμές της υδραυλικής κλίσης¹. Επιπλέον, έστω Q η συνολική παροχή που διέρχεται από τον εδαφικό σχηματισμό και k η μέση τιμή της διαπερατότητας. Τότε:

(α) Για ροή παράλληλη με τον άξονα x : $Q = Q_1 + Q_2 = k_1 i_1 H_1 + k_2 i_2 H_2$. Επιπλέον, $Q = k \cdot i \cdot (H_1 + H_2)$ και $i_1 = i_2 = i$. Συνδυασμός των ανωτέρω σχέσεων δίνει:

$$k = \frac{k_1 H_1 + k_2 H_2}{H_1 + H_2} \quad (4.3-1)$$

(β) Για ροή παράλληλη με τον άξονα z , η πτώση της πιεζομετρικής στάθμης στο σύνολο του εδαφικού σχηματισμού ισούται με το άθροισμα των αντίστοιχων πτώσεων σε κάθε μία από τις στρώσεις, δηλαδή: $i(H_1 + H_2) = i_1 H_1 + i_2 H_2$ ή, ισοδύναμα:

$$\frac{Q}{k} = \frac{Q_1}{k_1} + \frac{Q_2}{k_2}$$

Αλλά, η παροχή που διέρχεται διαμέσου των εδαφικών στρώσεων είναι κοινή ($Q = Q_1 = Q_2$), οπότε:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

δηλαδή:

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (4.3-2)$$

Εφαρμογή:

Ο εδαφικός σχηματισμός αποτελείται από δύο στρώσεις ίσου πάχους: $H_1 = H_2 = 10$ m με διαπερατότητες $k_1 = 10^{-4}$ m/sec και $k_2 = 10^{-7}$ m/sec.

(α) Για ροή παράλληλη με τις στρώσεις, από τη σχέση (4.3-1) προκύπτει:

$$k = \frac{10^{-4} \times 10 + 10^{-7} \times 10}{20} \approx 5 \times 10^{-5} \text{ m/sec}$$

δηλαδή: $k \approx \frac{1}{2} k_1$. Τούτο σημαίνει ότι η διήθηση γίνεται ουσιαστικά διαμέσου της στρώσης με τη μεγαλύτερη διαπερατότητα (στρώση 1).

(β) Για ροή κάθετη προς τις στρώσεις, από τη σχέση (4.3-2) προκύπτει:

$$k = \frac{10^{-4} \cdot 10^{-7}}{10^{-4} + 10^{-7}} \approx 10^{-7} \text{ m/sec} = k_2$$

Τούτο σημαίνει ότι η στρώση με τη μικρότερη διαπερατότητα καθορίζει τη διαπερατότητα του συνολικού εδαφικού σχηματισμού.

¹ η υδραυλική κλίση σε κάθε στρώση είναι σταθερή, λόγω της ομοιομορφίας της γεωμετρίας και του συντελεστή διαπερατότητας της κάθε στρώσης

