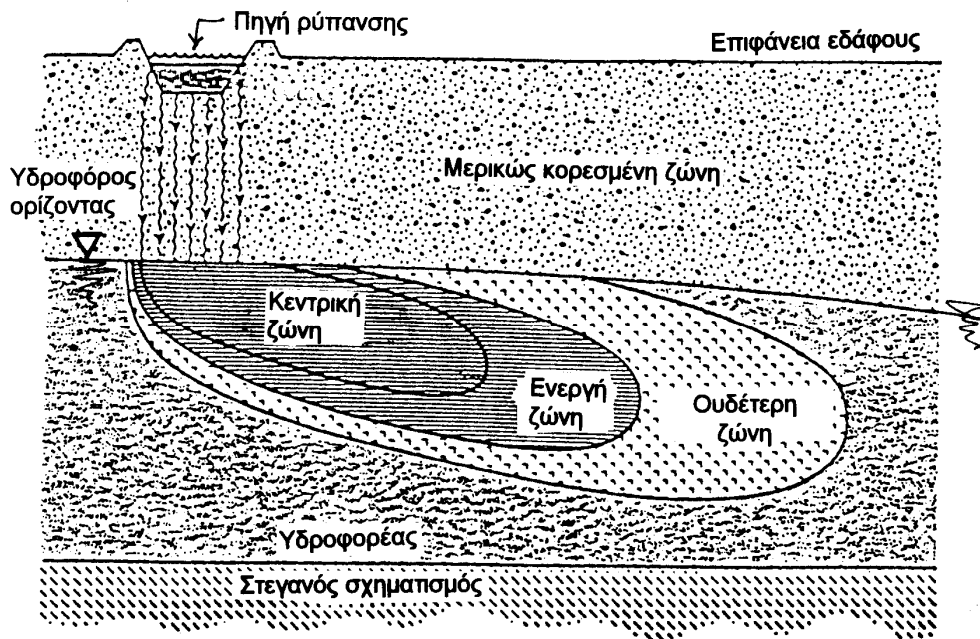


## Εξέλιξη της ρύπανσης

### 5.1 Γενικά

Όταν οι ρύποι διαφύγουν από ένα χώρο διάθεσης αποβλήτων, μια δεξαμενή αποθήκευσης ή άλλο χώρο εγκιβωτισμού (Σχήμα 5.1) κινούνται διαμέσου της μερικώς κορεσμένης ζώνης (vadose zone). Ένα μέρος των ρύπων συγκρατείται στην επιφάνεια των εδαφικών κόκκων είτε λόγω γεωχημικής εισρόφησης (δέσμευσης) είτε λόγω μηχανικής συγκράτησης μέσω τριχοειδών δυνάμεων, και το υπόλοιπο τελικώς φθάνει στον υπόγειο υδροφόρο ορίζοντα. Οι διαλυμένοι στο νερό ρύποι που φθάνουν στον υδροφόρο ορίζοντα παρασύρονται από το υπόγειο νερό κατά την κίνησή του (που καθορίζεται από την υδραυλική κλίση) και μεταφέρονται (μετάγονται) προς τα κατάντη παρακολουθώντας ουσιαστικά την κίνηση του υπόγειου νερού. Κατά την κίνησή τους οι ρύποι υπόκεινται σε ποικίλες μηχανικές, χημικές και βιολογικές διεργασίες που έχουν ως αποτέλεσμα την επέκταση της ρύπανσης, την αραιώση των ρύπων και την βαθμιαία υποβάθμιση (εξασθένιση) του ρυπαντικού φορτίου. Τα θέματα της κίνησης του υπόγειου νερού (το οποίο παρασύρει και τους ρύπους) εξετάσθηκαν στο Κεφάλαιο 3. Η αλληλεπίδραση των ρύπων με το έδαφος και οι διεργασίες υποβάθμισης του ρυπαντικού φορτίου εξετάσθηκαν στο Κεφάλαιο 4. Στο παρόν Κεφάλαιο παρουσιάζονται οι βασικές αρχές και η μαθηματική προσομοίωση της μεταφοράς των ρύπων στα εδάφη και τους υδροφορείς (contaminant transport theory).



Σχήμα 5.1: Κίνηση ρύπων εντός του εδάφους

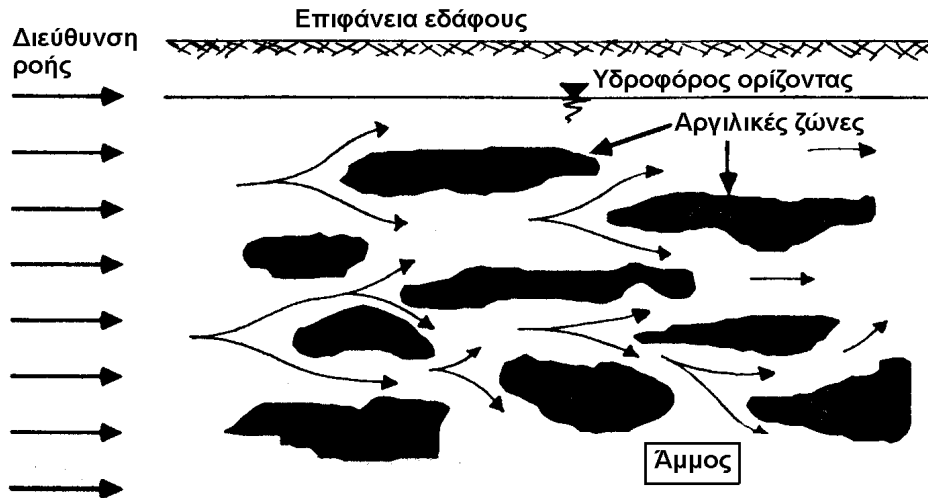
## 5.2 Φυσικοί μηχανισμοί μεταφοράς ρύπων

Στο εδάφιο αυτό εξετάζονται οι μηχανισμοί μεταφοράς των ρύπων σε κορεσμένα και μερικώς κορεσμένα εδαφικά υλικά. Η ανάπτυξη του θέματος περιορίζεται σε ρύπους που μπορούν να αναμειχθούν με το υπόγειο νερό, δηλαδή εξαιρούνται οι περιπτώσεις ρύπανσης με επιπλέοντες ρύπους (όπως π.χ. τα πετρελαιοειδή) των οποίων οι μηχανισμοί μεταφοράς διαφέρουν, καθώς και οι μηχανισμοί μεταφοράς των ρύπων εντός της μερικώς κορεσμένης ζώνης του εδάφους.

Οι ρύποι μεταφέρονται είτε σε διάλυση είτε σε αιώρηση εντός του ύδατος των εδαφικών πόρων μέσω των ακόλουθων τριών μηχανισμών:

- (1) *Μεταγωγή* (advection) ή υδραυλική μεταφορά, κατά την οποία ο ρύπος παρασύρεται από το υπόγειο νερό κατά την κίνησή του διαμέσου των πόρων λόγω υδραυλικής κλίσης (δηλαδή από περιοχές υψηλής ενέργειας προς περιοχές χαμηλής ενέργειας). Κατά τη μεταγωγή η συγκέντρωση του ρύπου σε μια συγκεκριμένη θέση γενικώς μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου, καθώς από τη θέση αυτή διέρχονται συνεχώς νέα μόρια νερού στα οποία η συγκέντρωση του ρύπου γενικώς διαφέρει. Αντίθετα, κατά τη μεταγωγή η συγκέντρωση του ρύπου σε κάποιον συγκεκριμένο όγκο νερού δεν μεταβάλλεται καθώς ο όγκος αυτός μετακινείται παρακολουθώντας τη ροή, λόγω της αρχής διατηρήσεως της μάζας του ρύπου εντός του όγκου. Τέλος, αν δεν υπάρχει ροή του υπογείου νερού (δηλαδή αν η υδραυλική κλίση είναι μηδενική), η μεταγωγή δεν προκαλεί μεταφορά του ρύπου από θέση σε θέση.
- (2) *Διάχυση* ή μοριακή διάχυση (molecular diffusion), κατά την οποία ο ρύπος διαχέεται εντός του υπογείου νερού λόγω διαφοράς συγκέντρωσης από θέση σε θέση. Συγκεκριμένα, η κίνηση του ρύπου γίνεται από περιοχές υψηλής συγκέντρωσης προς περιοχές χαμηλής συγκέντρωσης, έως ότου τελικώς οι συγκεντρώσεις εξισωθούν παντού (κατά το δεύτερο θερμοδυναμικό αξίωμα). Σύμφωνα με τον μηχανισμό αυτό, η διάχυση του ρύπου δεν εξαρτάται από την κίνηση του νερού, και συνεπώς διάχυση συμβαίνει ακόμη και στην περίπτωση που το νερό των πόρων ηρεμεί.
- (3) *Διασπορά* ή μηχανική διασπορά (mechanical dispersion), κατά την οποία η κίνηση του ρύπου οφείλεται στην παρουσία αλληλοσυνδεδεμένων πόρων του εδαφικού σκελετού με τυχαίες διευθύνσεις και σχήματα. Έτσι στη μικροκλίμακα των εδαφικών πόρων, η ταχύτητα κίνησης του νερού εντός των πόρων μεταβάλλεται ακανόνιστα με αποτέλεσμα να αποκλίνει σημαντικά από τη μέση (μακροσκοπική) ταχύτητα της υπόγειας ροής (Σχήμα 5.2). Τούτο έχει ως συνέπεια ο ρύπος που παρασύρεται από το νερό να διασπείρεται τόσο κατά μήκος όσο και εγκάρσια προς τη μέση διεύθυνση της κίνησης του υπογείου νερού. Επειδή το αποτέλεσμα της διάχυσης και της διασποράς είναι το ίδιο μακροσκοπικά (δηλαδή στην κλίμακα του πεδίου ροής), στη μαθηματική ανάλυση της μεταφοράς των ρύπων τα δύο αυτά φαινόμενα αντιμετωπίζονται από κοινού. Για το συνδυασμένο μηχανισμό της διάχυσης και της διασποράς χρησιμοποιείται ο όρος υδροδυναμική διασπορά (hydrodynamic dispersion). Πρέπει όμως να τονιστεί ότι ενώ η διάχυση είναι μοριακό φαινόμενο, η διασπορά πρόκειται ουσιαστικά για μεταγωγή σε μικροσκοπική κλίμακα (δηλαδή στην κλίμακα των εδαφικών πόρων).

Συνήθως, οι ανωτέρω μηχανισμοί δρουν ταυτοχρόνως και βέβαια μπορούν να δράσουν και ανταγωνιστικά. Το Σχήμα 5.3 παρουσιάζει μια τέτοια περίπτωση κατά την οποία ο μηχανισμός της μεταγωγής προκαλεί κίνηση του ρύπου από δεξιά προς τα αριστερά (δηλαδή από την περιοχή υψηλού υδραυλικού φορτίου προς την

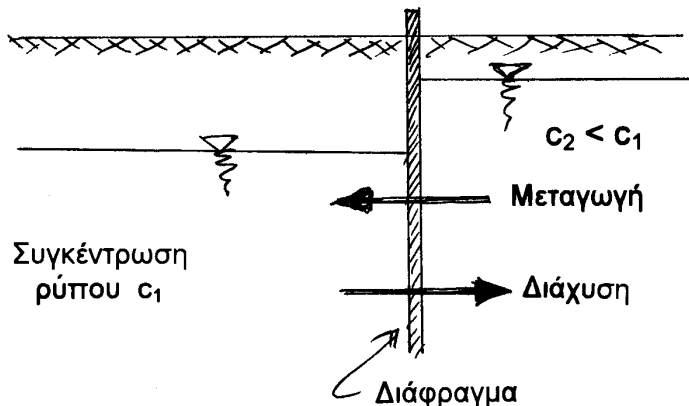


Σχήμα 5.2: Μηχανική διασπορά της ρύπανσης κατά την κίνηση του υπογείου νερού διαμέσου των εδαφικών πόρων

περιοχή χαμηλότερου υδραυλικού φορτίου), ενώ η μοριακή διάχυση προκαλεί κίνηση του ρύπου από αριστερά προς τα δεξιά (δηλαδή από την περιοχή υψηλής συγκέντρωσης του ρύπου προς την περιοχή χαμηλότερης συγκέντρωσης).

Εκτός από τους ανωτέρω φυσικούς μηχανισμούς που διέπουν τη μεταφορά των ρύπων σε πορώδη υλικά, η μεταφερόμενη μάζα των ρύπων επηρεάζεται και από άλλες μή-μηχανικές διεργασίες, που έχουν ως αποτέλεσμα τη βαθμιαία μείωση (υποβάθμιση) του ρυπαντικού φορτίου. Οι διεργασίες αυτές συνοπτικά είναι οι εξής:

1. Βιολογικές και βιοχημικές διεργασίες, όπως η αποσύνθεση των οργανικών ρύπων και η αποδόμηση ποικίλων ρύπων μέσω μικρο-οργανισμών (αερόβιων αλλά και αναερόβιων).
2. Χημικές διεργασίες, όπως η εισρόφηση ρύπων στην επιφάνεια των αργιλικών ορυκτών που αποτελούν τους εδαφικούς κόκκους, η ανταλλαγή ιόντων μεταξύ ρύπων και εδαφικών κόκκων και η καθίζηση, οξειδωση και αναγωγή ρύπων ανάλογα με τις υδρογεωχημικές συνθήκες του υπογείου νερού και των εδαφικών σχηματισμών.
3. Πυρηνικές διεργασίες, όπως η βαθμιαία διάσπαση των ραδιενεργών ισotόπων με



Σχήμα 5.3: Ανταγωνιστική δράση των μηχανισμών μεταγωγής και διάχυσης ρύπων στο υπόγειο νερό

την πάροδο του χρόνου.

### 5.3 Προσομοίωση της μεταφοράς ρύπων

#### 5.3.1 Μεταφορά ρύπων λόγω μεταγωγής

Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 3, κατά τη μεταγωγή ο ρύπος ακολουθεί την κίνηση του υπογείου νερού, η οποία διέπεται από την υδραυλική κλίση μέσω του νόμου του Darcy:

$$\mathbf{v} = \mathbf{k} \cdot (-\nabla h) \quad (5.1\alpha)$$

όπου  $\mathbf{v}$  είναι η φαινόμενη ταχύτητα του υπογείου νερού (δηλαδή η παροχή ανά μονάδα εδαφικής επιφάνειας) η οποία συχνά αναφέρεται και ως ταχύτητα Darcy,  $\mathbf{k}$  είναι η υδραυλική αγωγιμότητα (διαστάσεις: m/sec), και  $\nabla h$  είναι η κλίση της συνάρτησης του υδραυλικού φορτίου ( $h$ ). Στην περίπτωση της υπόγειας ροής το υδραυλικό φορτίο ορίζεται από τη σχέση:

$$h \equiv z + \frac{p}{\gamma} \quad (5.1\beta)$$

όπου ( $z$ ) είναι το υψόμετρο της θέσης στην οποία υπολογίζεται το υδραυλικό φορτίο, ( $p$ ) είναι η πίεση και ( $\gamma$ ) είναι το ειδικό βάρος του υπογείου νερού. Η υδραυλική αγωγιμότητα εξαρτάται τόσο από τα χαρακτηριστικά του εδαφικού σχηματισμού όσο και από τις ιδιότητες του ρευστού. Συχνά οι δύο αυτές επιρροές διαχωρίζονται ως εξής:

$$\mathbf{k} \equiv \frac{\gamma}{\mu} \mathbf{K} \quad (5.2)$$

όπου, πλέον, η πραγματική διαπερατότητα  $\mathbf{K}$  (διαστάσεις  $\text{m}^2$ ) εξαρτάται μόνον από τα χαρακτηριστικά του εδαφικού σχηματισμού, και οι ιδιότητες του ρευστού των πόρων υπεισέρχονται μέσω του ειδικού βάρους ( $\gamma$ ) (διαστάσεις  $\text{kN}/\text{m}^3$ ) και του ιξώδους ( $\mu$ ) (διαστάσεις  $\text{kN}\cdot\text{sec}/\text{m}^2$ ).

Ο προσδιορισμός της κίνησης του υπογείου νερού, δηλαδή της φαινόμενης ταχύτητας ( $\mathbf{v}$ ) που είναι συνάρτηση της θέσης και του χρόνου, συνήθως γίνεται με αναλυτικά προσομοιώματα, τα οποία διέπονται από την αρχή διατηρήσεως της μάζας του υπογείου νερού κατά την κίνησή του διαμέσου του πορώδους εδαφικού υλικού. Η εφαρμογή της αρχής διατηρήσεως της μάζας του υπόγειου νερού καταλήγει στην εξίσωση (βλέπε Κεφάλαιο 3, σχέση 3.15):

$$\nabla \cdot (\mathbf{T} \cdot \nabla h) = S \frac{\partial h}{\partial t} - w \quad (5.3)$$

όπου  $\mathbf{T} \equiv \mathbf{k} \cdot H$  είναι η διαβιβαστικότητα του υδροφορέα, ( $H$ ) είναι το πάχος του υδροφορέα στην κατακόρυφη διεύθυνση σε κάθε θέση, ( $S$ ) είναι ο συντελεστής εναποθήκευσης (που εκφράζει τη δυνατότητα του υδροφορέα να αποδίδει νερό όταν μεταβάλλεται η πίεσή του) και ( $w$ ) είναι μια (γνωστή) συνάρτηση τροφοδοσίας<sup>1</sup> του υπό μελέτη υδροφορέα (π.χ. η κατεισδύουσα βροχόπτωση, κάποιες απώλειες του υπό μελέτη υδροφορέα λόγω αντλήσεων ή λόγω διαφυγών προς βαθύτερες στάθμες, κλπ). Η διαφορική εξίσωση (5.3) μπορεί να επιλυθεί ως προς το υδραυλικό φορτίο ( $h$ ) και, στη συνέχεια, η φαινόμενη ταχύτητα κίνησης του υπογείου νερού μπορεί να προσδιορισθεί μέσω της εξίσωσης (5.1α). Σημειώνεται ότι η επίλυση της εξίσωσης (5.3), που καταλήγει στον προσδιορισμό της ταχύτητας ( $\mathbf{v}$ ), γίνεται ανεξαρτήτως της

<sup>1</sup> ή απωλειών, εάν η συνάρτηση έχει αρνητική τιμή. Η συνάρτηση αυτή εκφράζει την τροφοδοσία του υδροφορέα (δηλαδή τον όγκο του νερού που εισρέει στον υδροφορέα) ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα επιφάνειας κατόψεως.

παρουσίας ή μή ρύπων στο υπόγειο νερό. Η προσομοίωση της μεταφοράς των ρύπων στο υπόγειο νερό (η οποία προφανώς επηρεάζεται και από την κίνηση του υπόγειου νερού) γίνεται μέσω της αρχής διατηρήσεως της μάζας των ρύπων που παρουσιάζεται παρακάτω.

Η μάζα του ρύπου που παρακολουθεί την κίνηση του υπόγειου νερού λόγω μεταγωγής υπολογίζεται από τη σχέση:

$$dm' = c \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS \quad (5.4)$$

όπου  $dm'$  είναι η μάζα του ρύπου που διέρχεται ανά μονάδα χρόνου διαμέσου μιας στοιχειώδους επιφάνειας  $dS$  (με κάθετο διάνυσμα κατεύθυνσης  $\mathbf{n}$ ) και  $c$  είναι η συγκέντρωση του ρύπου σε κάθε θέση (που εκφράζεται ως η μάζα του ρύπου ανά μονάδα όγκου του νερού των πόρων). Σημειώνεται ότι, στην ανωτέρω σχέση (5.4), η ποσότητα  $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS)$  εκφράζει τον όγκο του νερού των πόρων που διέρχεται διαμέσου της στοιχειώδους επιφάνειας ( $dS$ ) ανά μονάδα χρόνου.

### 5.3.2 Μεταφορά ρύπων λόγω διάχυσης-διασποράς

Η μεταφορά ρύπων λόγω διάχυσης και διασποράς συνήθως περιγράφεται με ενιαίο τρόπο, μέσω του νόμου του Fick, ο οποίος εκφράζει ότι η μάζα  $dm''$  του ρύπου που διέρχεται (λόγω διάχυσης και διασποράς) ανά μονάδα χρόνου διαμέσου μιας στοιχειώδους επιφάνειας  $dS$  (με διάνυσμα κατεύθυνσης  $\mathbf{n}$ ) είναι ανάλογη της κλίσης της συγκέντρωσης του ρύπου  $(\nabla c)$ , δηλαδή:

$$dm'' = (-\nabla c) n (\mathbf{D}_2 + \mathbf{D}_3) \cdot \mathbf{n} dS \quad (5.5)$$

όπου  $n$  είναι το ενεργό πορώδες του εδάφους,  $\mathbf{D}_2$  είναι ο συντελεστής διάχυσης και  $\mathbf{D}_3$  ο συντελεστής διασποράς (διαστάσεις  $m^2/sec$ ). Επειδή όπως προαναφέρθηκε οι μηχανισμοί της διάχυσης και της διασποράς μοιάζουν ως προς το πώς επηρεάζουν την μεταφορά των ρύπων, συχνά στην ανωτέρω σχέση χρησιμοποιείται ένας ενιαίος συντελεστής, ο συντελεστής υδροδυναμικής διασποράς  $\mathbf{D} \equiv \mathbf{D}_2 + \mathbf{D}_3$ . Η τιμή του συντελεστή διάχυσης εξαρτάται από το είδος και την κατάσταση των ρύπων (π.χ. αν αιωρούνται ή αν είναι διαλυμένοι στο υπόγειο νερό). Η τιμή του συντελεστή διασποράς εξαρτάται από την τάξη μεγέθους της ταχύτητας κίνησης του υπόγειου νερού.

Η σχετική σημασία των ανωτέρω τριών μηχανισμών στη μεταφορά ρύπων μέσω του υπόγειου νερού εξαρτάται από την ταχύτητα μεταγωγής ( $v$ ) δηλαδή ουσιαστικά από την υδραυλική αγωγιμότητα του εδάφους και το μέγεθος της υδραυλικής κλίσης εντός του υδροφορέα. Σύμφωνα με αναλυτικές διερευνήσεις (π.χ. Rowe, 1987) της υπόγειας ροής διαμέσου αργιλικών σχηματισμών προέκυψαν τα συμπεράσματα του ακόλουθου πίνακα:

ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΙΣΜΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΡΥΠΩΝ (ΤΥΠΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ)	
Ταχύτητα μεταγωγής (m/έτος)	Σχετική σημασία μηχανισμών μεταφοράς ρύπων στο υπόγειο νερό
$v < 0.0001$	Μόνον διάχυση
$0.0001 < v < 0.02$	Διάχυση και μεταγωγή
$0.02 < v < 0.1$	Μόνον μεταγωγή
$v > 0.1$	Μεταγωγή και διασπορά

Ο πίνακας αυτός μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την απλοποίηση της ανάλυσης προβλημάτων μεταφοράς ρύπων με απαλοφή των όρων που έχουν μικρή επιρροή

στο αποτέλεσμα (δηλαδή των όρων μεταγωγής  $\mathbf{v}$ , διάχυσης  $\mathbf{D}_2$  ή διασποράς  $\mathbf{D}_3$  κατά περίπτωση).

### 5.3.3 Αρχή διατηρήσεως της μάζας του ρύπου

Με βάση τις εξισώσεις (5.4) και (5.5), η συνολική μάζα του ρύπου που διέρχεται ανά μονάδα χρόνου διαμέσου μιας στοιχειώδους επιφάνειας λόγω συνδυασμένης μεταγωγής, διάχυσης και διασποράς δίνεται από τη σχέση:

$$d\dot{m} = [c\mathbf{v} - (\nabla c) \cdot n\mathbf{D}] \cdot \mathbf{n} dS \quad (5.6)$$

Οι ανωτέρω θεωρήσεις, που αφορούν τη μαθηματική περιγραφή της μεταφοράς ρύπων σε κορεσμένα εδάφη, μπορούν να γενικευθούν και για την ανάλυση της μεταφοράς ρύπων στη μερικώς κορεσμένη ζώνη (δηλαδή πάνω από τη στάθμη του υπογείου ορίζοντα) με κατάλληλη τροποποίηση (δηλαδή μείωση) του συντελεστή υδροδυναμικής διασποράς ( $\mathbf{D}$ ) και της ταχύτητας Darcy ( $\mathbf{v}$ ), των οποίων οι τιμές στην περίπτωση αυτή θα εξαρτώνται και από το βαθμό κορεσμού σε κάθε θέση.

Όσον αφορά τις διεργασίες υποβάθμισης του ρυπαντικού φορτίου, έστω ( $f$ ) η όποια (γνωστή) συνάρτηση απομείωσης της μάζας του ρύπου ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα όγκου του εδάφους λόγω φυσικών, χημικών, γεωχημικών και βιολογικών διεργασιών και ( $g$ ) η αντίστοιχη απομείωση της μάζας του ρύπου λόγω πυρηνικής διάσπασης. Η μάζα του ρύπου ανά μονάδα όγκου του εδάφους<sup>2</sup> είναι:

$$m = n c \quad (5.7)$$

όπου  $n$  είναι το ενεργό πορώδες (δηλαδή το ποσοστό του όγκου του εδάφους διαμέσου του οποίου κινείται το υπόγειο νερό). Ο ρυθμός των πυρηνικών διασπάσεων συνήθως θεωρείται ότι είναι εκθετικός. Σύμφωνα με τα ανωτέρω, ο ρυθμός απομείωσης της μάζας του ρύπου ανά μονάδα όγκου του εδάφους είναι:

$$-d\dot{m} = f + g = f + \lambda m = f + \lambda n c \quad (5.8)$$

όπου  $\lambda$  είναι ένας συντελεστής πυρηνικών διασπάσεων (διαστάσεις  $\text{sec}^{-1}$ ).

Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 4, η εισρόφηση εκφράζεται μέσω του συντελεστή υστερήσεως ( $R_d > 1$ ) ο οποίος απομειώνει τις τιμές του συντελεστή διάχυσης-διασποράς (ή υδροδυναμικής διασποράς) και της ταχύτητας στην εξίσωση (5.6) και δίνει την αντίστοιχη σχέση:

$$d\dot{m} = \frac{1}{R_d} [c \mathbf{v} - (\nabla c) \cdot n\mathbf{D}] \cdot \mathbf{n} dS$$

Τούτο συμβαίνει επειδή το αποτέλεσμα των μηχανισμών αυτών είναι η καθυστέρηση της προώθησης του μετώπου της ρύπανσης, καθώς μέρος του διαλυμένου ρύπου μεταφέρεται στη στερεά φάση του εδάφους και δεν παρακολουθεί την κίνηση του υπογείου νερού. Οι τιμές του συντελεστή υστερήσεως για τις διάφορες περιπτώσεις αντιδράσεων των ρύπων περιγράφονται αναλυτικά από τους Goode & Konikow, 1989. Για την περίπτωση γραμμικής εισρόφησης, ο συντελεστής υστερήσεως δίνεται από τη σχέση:

$$R_d = 1 + \frac{\rho_d K_p}{n}$$

<sup>2</sup> στην περίπτωση που το έδαφος είναι κορεσμένο με διάλυμα του ρύπου. Στην περίπτωση μερικώς κορεσμένου εδάφους στην ανωτέρω σχέση υπεισέρχεται και ο βαθμός κορεσμού του εδάφους.

όπου,  $\rho_d$  είναι η (ξηρή) πυκνότητα του εδάφους.

Ο συντελεστής διάχυσης ( $D_2$ ) ρύπων στο νερό είναι της τάξεως του  $D_2 = 10^{-9}$   $m^2/sec$ . Στην περίπτωση διάχυσης ρύπων εντός του κορεσμένου εδάφους, ο συντελεστής υστερήσεως ( $R_d$ ) είναι της τάξεως του:  $R_d = 10 \div 100$ .

Ο συντελεστής διασποράς ( $D_3$ ) εξαρτάται από την ταχύτητα του υπόγειου νερού. Για μονοδιάστατη ροή ( $v_y=v_z=0$ ), οι τρεις συντελεστές διασποράς προσδιορίζονται από τις σχέσεις  $D_{3x} = \alpha_L \frac{v_x}{n} = \alpha_L \bar{v}_x$  και  $D_{3y} = D_{3z} = \alpha_T \frac{v_x}{n} = \alpha_T \bar{v}_x$ , όπου  $\alpha_L$  είναι ο συντελεστής της διαμήκου μηχανικής διασποράς (longitudinal dispersivity) και  $\alpha_T$  είναι ο συντελεστής της εγκάρσιας μηχανικής διασποράς (transverse dispersivity). Εργαστηριακά πειράματα σε άμμους έδειξαν πως ο συντελεστής  $\alpha_T$  κυμαίνεται μεταξύ του 1/20 έως 1/5 του συντελεστή  $\alpha_L$ . Ο συντελεστής  $\alpha_L$  εξαρτάται από την κλίμακα του πεδίου ροής (μεγαλώνει όσο μεγαλώνει το μήκος του πεδίου ροής).

Με βάση τα ανωτέρω, η προσομοίωση της κίνησης των ρύπων στο έδαφος και το υπόγειο νερό γίνεται με τη διατύπωση της μαθηματικής σχέσης που εκφράζει τη διατήρηση της μάζας του ρύπου κατά την κίνησή του διαμέσου του εδάφους. Θεωρείται ένας σταθερός όγκος εδάφους ( $V$ ), που περιβάλλεται από την κλειστή επιφάνεια ( $S$ ), και παρακολουθείται η μάζα του ρύπου εντός του όγκου αυτού. Η διατήρηση της μάζας του ρύπου απαιτεί όπως η συνολική μείωση της μάζας του ρύπου εντός του όγκου ( $V$ ) ισούται με το άθροισμα:

- (1) της μάζας του ρύπου που εξέρχεται του όγκου ( $V$ ) διαμέσου της επιφάνειάς του ( $S$ ),
- (2) της μείωσης της μάζας του ρύπου εντός του όγκου ( $V$ ) λόγω των διαδικασιών υποβάθμισης που εξετάστηκαν ανωτέρω και
- (3) της μείωσης της μάζας του ρύπου εντός του όγκου ( $V$ ) λόγω αφαίρεσης ρύπου με μεθόδους τεχνητής απορρύπανσης (π.χ. με άντληση).

Σύμφωνα με τα ανωτέρω:

- (α) Η συνολική μείωση της μάζας του ρύπου εντός του όγκου ( $V$ ) ανά μονάδα χρόνου είναι (με χρήση της εξίσωσης 5.7):

$$A \equiv -\frac{\partial}{\partial t} \int_V d\dot{m} = -\int_V \frac{\partial(n c)}{\partial t} dV \quad (5.9\alpha)$$

- (β) Η μάζα του ρύπου που εξέρχεται του όγκου ( $V$ ) διαμέσου της επιφάνειάς του ανά μονάδα χρόνου είναι (με χρήση της εξίσωσης 5.6):

$$B \equiv \int_S d\dot{m} = \int_S \frac{1}{R_d} [c \mathbf{v} - (\nabla c) \cdot n \mathbf{D}] \cdot \mathbf{n} dS$$

και με χρήση του θεωρήματος Green για τη μετατροπή του επιφανειακού ολοκληρώματος σε ολοκλήρωμα όγκου:

$$B = \int_V \nabla \cdot \left[ \frac{1}{R_d} c \mathbf{v} - \frac{1}{R_d} (\nabla c) \cdot n \mathbf{D} \right] dV \quad (5.9\beta)$$

- (γ) Η μείωση της μάζας του ρύπου εντός του όγκου ( $V$ ) λόγω των διαδικασιών υποβάθμισης ανά μονάδα χρόνου είναι (με χρήση της εξίσωσης 5.8):

$$\Gamma \equiv \int_V (-d\dot{m}) = \int_V f dV + \int_V \lambda n c dV \quad (5.9\gamma)$$

(δ) Τέλος, η μείωση της μάζας του ρύπου εντός του όγκου ( $V$ ) ανά μονάδα χρόνου, λόγω αφαίρεσης ρύπου με μεθόδους τεχνητής απορρύπανσης (π.χ. άντληση), είναι:

$$\Delta \equiv \int_V c \, q \, dV \quad (5.9\delta)$$

όπου  $q$  είναι η ειδική παροχή της άντλησης (όγκος αντλούμενου νερού ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα όγκου του εδάφους).

Με τηρήση των ανωτέρω σχέσεων (5.9), η αρχή διατήρησης της μάζας του ρύπου δίνει ότι  $A = B + \Gamma + \Delta$ , δηλαδή:

$$n \frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot \left[ \frac{1}{R_d} (\nabla c) \cdot n \mathbf{D} \right] - \nabla \cdot \left( \frac{1}{R_d} c \mathbf{v} \right) - f - \lambda n c - c q \quad (5.10\alpha)$$

Στην περίπτωση ισότροπης συμπεριφοράς του ρύπου σε διάχυση και διασπορά (δηλαδή αν το  $\mathbf{D}$  είναι ισότροπο και έχει μέγεθος  $D$ ), η ανωτέρω σχέση δίνει:

$$n \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{nD}{R_d} (\nabla^2 c) - \nabla \cdot \left( \frac{c}{R_d} \mathbf{v} \right) - f - \lambda n c - c q \quad (5.10\beta)$$

Στη γενική περίπτωση όπου η συγκέντρωση ( $c$ ) εξαρτάται από τη θέση ( $x, y, z$ ) και το χρόνο ( $t$ ), η ανωτέρω διαφορική εξίσωση ως προς  $c$  μπορεί να επιλυθεί αριθμητικά με τη μέθοδο των Πεπερασμένων Διαφορών ή των Πεπερασμένων Στοιχείων. Σε ορισμένες ειδικές περιπτώσεις γεωμετρίας και οριακών συνθηκών, η διαφορική εξίσωση απλοποιείται αρκετά και μπορεί να επιλυθεί και αναλυτικά. Μερικές από τις περιπτώσεις αυτές εξετάζονται στο επόμενο εδάφιο.

## 5.4 Μονοδιάστατη κίνηση ρύπων στο έδαφος

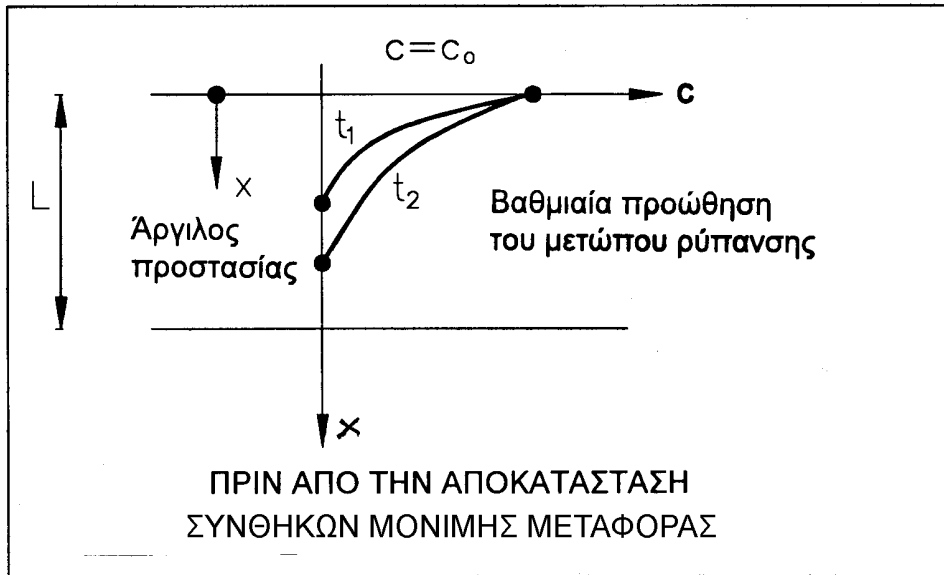
Κατά τη μονοδιάστατη κίνηση ρύπου (μόνον κατά τον άξονα  $x$ ) και με την πρόσθετη παραδοχή ότι η φαινόμενη ταχύτητα ( $v$ ) του υπογείου νερού είναι πρακτικώς σταθερή κατά μήκος του άξονα  $x$ , η σχέση (5.10) γράφεται:

$$n \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{nD}{R_d} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{v}{R_d} \frac{\partial c}{\partial x} - (\lambda n + q) c - f \quad (5.11)$$

η οποία μπορεί να επιλυθεί και αναλυτικά σε αρκετές περιπτώσεις. Ορισμένες από τις περιπτώσεις αυτές έχουν σημαντικές πρακτικές εφαρμογές και για το λόγο αυτό εξετάζονται στα επόμενα μέσω παραδειγμάτων.

Το Σχήμα 5.4 παρουσιάζει ένα χώρο ταφής αστικών απορριμμάτων διαστάσεων κατόψεως  $300 \times 300$  μέτρα, του οποίου η βάση προστατεύεται με στεγανωτική στρώση συμπυκνωμένης αργίλου πάχους  $L = 2$  m, ενεργού πορώδους  $\eta = 30\%$  και υδαταγωγιμότητας  $k = 3 \times 10^{-9}$  m/sec. Η στεγανωτική αργιλική στρώση έχει κατασκευασθεί για να περιορίσει τη μεταγωγή, διάχυση και διασπορά της ρύπανσης προς τον υποκείμενο υδροφόρο. Πάνω από την αργιλική στρώση έχει κατασκευασθεί στρώση στραγγίσης για τη συλλογή και απομάκρυνση του στραγγίσματος των απορριμμάτων. Ανάλυση του στραγγίσματος έδειξε ότι τούτο περιέχει αμμωνία ( $\text{NH}_4$ ) με συγκέντρωση ιόντων ελευθέρου αζώτου  $c_o = 20$  mg ανά λίτρο στραγγίσματος. Η συγκέντρωση των ιόντων αζώτου στο κατώτερο όριο της αργιλικής στρώσης μπορεί να θεωρηθεί ίση με μηδέν ( $c = 0$ ), επειδή οι όποιες διηθήσεις διαπερνούν την αργιλική στεγανωτική στρώση κινούνται πρακτικώς ελεύθερα διαμέσου της μερικώς κορεσμένης ζώνης του υποκείμενου σχετικώς διαπερατού εδάφους προς τον υδροφόρο ορίζοντα. Αναλύσεις έδειξαν ότι, κατά τη διάχυση και διασπορά του ρύπου διαμέσου της αργιλικής στρώσης, ο ενιαίος συντελεστής διάχυσης/διασποράς είναι  $D = 0.001$  cm<sup>2</sup>/sec, ενώ για απλοποίηση

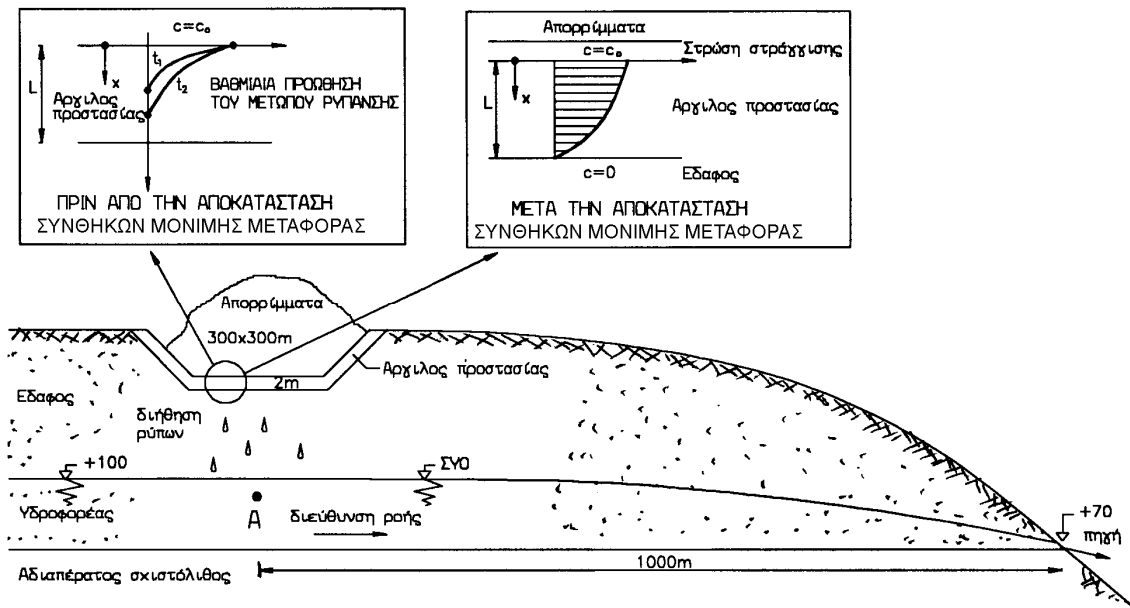




Σχήμα 5.5: Βαθμιαία προώθηση του μετώπου ρύπανσης πριν από την αποκατάσταση συνθηκών μόνιμης μεταφοράς

θεωρείται ότι ο συντελεστής υστερήσεως ( $R_d$ ) είναι ίσος με τη μονάδα. Το νερό του υδροφόρου ορίζοντα κινείται στην οριζόντια διεύθυνση προς τις κατάντη πηγές, των οποίων η μέση παροχή είναι  $250 \text{ m}^3/\text{ώρα}$ . Στα επόμενα :

(α) Αναλύεται η κατακόρυφη κίνηση του ρύπου διαμέσου της αργιλικής στρώσης και εκτιμάται η διηθούμενη παροχή, δηλαδή η μάζα του ρύπου που τελικώς τροφοδοτεί τον υδροφόρο ορίζοντα.



Σχήμα 5.4: Γεωμετρία του παραδείγματος ρύπανσης ενός υδροφορέα και των κατάντη πηγών από το στράγγισμα των απορριμμάτων που διηθείται διαμέσου της αργιλικής προστατευτικής στρώσης

(β) Αναλύεται η οριζόντια κίνηση του ρύπου που τροφοδοτεί τον υδροφορέα προς τις κατάντη πηγές. Υπολογίζεται η χρονική εξέλιξη της ρύπανσης των πηγών για σταθερή τροφοδοσία στραγγίσματος από το χώρο απορριμμάτων αλλά και για την περίπτωση που κάποια χρονική στιγμή διακόπτεται η περαιτέρω τροφοδοσία του υδροφορέα με ρυπαντικό φορτίο (λόγω μηδενισμού της διήθησης του στραγγίσματος).

Κατά την ανάλυση της μονοδιάστατης κίνησης του ρύπου στην κατακόρυφη διεύθυνση διαμέσου της αργιλικής στρώσης διακρίνονται δύο περιπτώσεις:

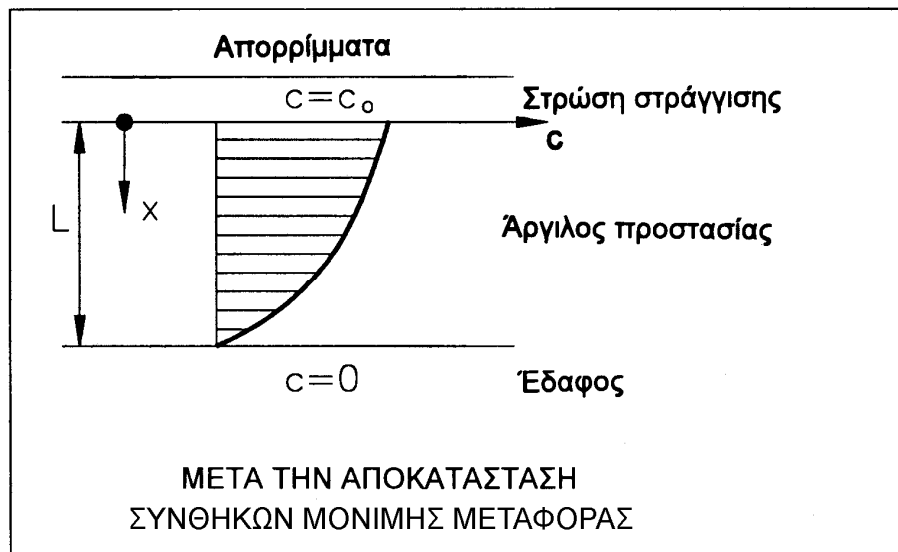
(α) Για κάποιο χρονικό διάστημα από την έναρξη της λειτουργίας του χώρου ταφής απορριμμάτων, ο ρύπος κινείται διαμέσου της αργιλικής στρώσης με βαθμιαία προώθηση του μετώπου ρύπανσης προς τα κάτω (Σχήμα 5.5). Κατά το χρονικό αυτό διάστημα, ο ρύπος εισέρχεται στην αργιλική στρώση από το ανώτερο όριο χωρίς πρακτικά να εξέρχεται από το κατώτερο όριο. Η ισορροπία της μάζας του ρύπου ικανοποιείται με εναποθήκευση του ρύπου εντός των πόρων της αργιλικής στρώσης.

(β) Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα, το μέτωπο ρύπανσης φθάνει το κατώτερο όριο της αργιλικής στρώσης και αποκαθίστανται συνθήκες μόνιμης ροής λόγω της επιβαλλόμενης συνοριακής συνθήκης στο κάτω όριο της αργιλικής στρώσης ( $c = 0$  για  $x = L$ ). Μετά την αποκατάσταση μόνιμης ροής, η μάζα του ρύπου που εισέρχεται στην αργιλική στρώση ανά μονάδα χρόνου ισούται με αυτήν που εξέρχεται (Σχήμα 5.6).

Στις αναλύσεις που ακολουθούν θεωρείται ότι κατά τη μεταφορά του ο ρύπος είναι *συντηρητικός*, δηλαδή δεν διασπάται ( $\lambda = 0$ ) ούτε κατ' άλλον τρόπο υποβαθμίζεται ( $f = 0$ ) και ότι δεν αφαιρείται με τεχνητά μέσα κάποια μάζα ρύπου εντός της αργιλικής στρώσης ( $q = 0$ ). Συνεπώς, η εξίσωση της κίνησης του ρύπου πριν από την αποκατάσταση μόνιμης ροής είναι (βλέπε εξίσωση 5.11):

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \left( \frac{v}{n} \right) \frac{\partial c}{\partial x} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \bar{v} \frac{\partial c}{\partial x} \quad (5.12)$$

όπου  $\bar{v} = v/n = (k \cdot i)/n$  είναι η μέση γραμμική ταχύτητα του υπόγειου νερού, η οποία αναφέρεται και σαν ταχύτητα μεταγωγής, και ( $i$ ) είναι η υδραυλική κλίση σε



Σχήμα 5.6: Κατανομή της συγκέντρωσης του ρύπου εντός της αργιλικής στρώσης μετά την αποκατάσταση συνθηκών μόνιμης μεταφοράς

κάθε θέση. Για προβλήματα όπου το νερό διηθείται στην κατακόρυφη διεύθυνση πάνω από τη μόνιμη Στάθμη του Υδροφόρου Ορίζοντα (ΣΥΟ), γίνεται συχνά η παραδοχή ότι η υδραυλική κλίση είναι ίση με τη μονάδα. Επιπλέον, οι συνοριακές και αρχικές συνθήκες της διαφορικής εξίσωσης (5.12) είναι: για  $x = 0$  και για κάθε χρόνο  $t$  ισχύει  $c = c_o$ . Η επίλυση της εξίσωσης (5.12) υπό τις ανωτέρω συνοριακές και αρχικές συνθήκες και με τις πρόσθετες παραδοχές ότι για κάθε  $x \neq 0$  και χρόνο  $t = 0$  ισχύει ότι  $c = 0$  όπως επίσης ότι για  $x = \infty$  και για κάθε χρόνο  $t$  ισχύει ότι  $c = 0$  δίνει:

$$c(x, t) = \frac{c_o}{2} \left\{ \operatorname{erfc} \left[ \frac{x - \bar{v}t}{2\sqrt{Dt}} \right] + \exp \left( \frac{\bar{v}x}{D} \right) \cdot \operatorname{erfc} \left[ \frac{x + \bar{v}t}{2\sqrt{Dt}} \right] \right\} \quad (5.13)$$

όπου :

$$\operatorname{erfc}(z) \equiv 1 - \operatorname{erf}(z) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m z^{2m+1}}{m!(2m+1)}$$

είναι η συμπληρωματική συνάρτηση σφάλματος (complementary error function), τιμές της οποίας δίνονται σε πίνακα στο τέλος του κεφαλαίου. Είναι χρήσιμο να σημειωθεί πως όταν ο αδιάστατος λόγος  $\left( \frac{\bar{v}x}{D} \right)$  λαμβάνει τιμές μεταξύ 10 και 100, ο

υπολογισμός μόνο του πρώτου όρου δίνει μια αρκετά καλή προσέγγιση της λύσης, ενώ όταν ξεπερνάει το 100, τότε η συμβολή του δεύτερου όρου είναι αμελητέα. Ο

λόγος  $\left( \frac{\bar{v}x}{D} \right)$ , που είναι γνωστός και σαν αριθμός Pechlet, εκφράζει τη σχετική

επιρροή του μηχανισμού μεταγωγής ως προς την επιρροή των μηχανισμών διάχυσης-διασποράς. Η σχέση (5.13) δίνει την κατανομή της συγκέντρωσης του ρύπου εντός της αργιλικής στρώσης για διάφορες χρονικές στιγμές, πριν το μέτωπο της ρύπανσης φθάσει μέχρι το κατώτερο όριο της αργιλικής στρώσης, δηλαδή πριν αποκατασταθούν συνθήκες μόνιμης ροής. Το Σχήμα 5.5 παρουσιάζει σχηματικά δύο τέτοιες καμπύλες για τις χρονικές στιγμές  $t_1$  και  $t_2$ . Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, κατά το χρονικό αυτό διάστημα η μάζα του ρύπου που εξέρχεται από την αργιλική στρώση είναι πρακτικώς μηδέν. Γενικώς, η μάζα του ρύπου (ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα επιφάνειας κάτοψης της αργιλικής στρώσης) που κινείται διαμέσου της αργιλικής στρώσης σε κάποια θέση ( $x$ ) τη χρονική στιγμή ( $t$ ) είναι (βλέπε εξίσωση 5.6):

$$J(x, t) = c v - nD \frac{\partial c}{\partial x} \quad (5.14)$$

Αφού το μέτωπο της ρύπανσης φθάσει στο κατώτερο όριο της αργιλικής στρώσης και αν υποθεθεί πως τελικώς αποκαθίστανται συνθήκες μόνιμης μεταφοράς (δηλαδή η συγκέντρωση του ρύπου παραμένει σταθερή σε όλο το πάχος του αργιλικού στρώματος), η εξίσωση της κίνησης του ρύπου είναι (βλέπε εξίσωση 5.12):

$$\left( \frac{D}{v} \right) \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \quad (5.15)$$

με συνοριακές συνθήκες:

(α) Για  $x = 0$  :  $c = c_o$

(β) Για  $x = L$  :  $c = 0$

Η εξίσωση αυτή επιλύεται αναλυτικά και δίνει:

$$c(x) = c_o \frac{\exp\left(\frac{\bar{v}}{D} L\right) - \exp\left(\frac{\bar{v}}{D} x\right)}{\exp\left(\frac{\bar{v}}{D} L\right) - 1} \quad (5.16)$$

Σύμφωνα με τη σχέση αυτή, η κατανομή της συγκέντρωσης του ρύπου ως προς το βάθος φαίνεται στο Σχήμα 5.6 (μετά την αποκατάσταση μόνιμης μεταφοράς εντός της αργιλικής στρώσης). Στην περίπτωση αυτή, η μάζα του ρύπου (ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα επιφάνειας κάτοψης της αργιλικής στρώσης) που κινείται διαμέσου της αργιλικής στρώσης είναι σταθερά (δηλαδή εισερχόμενη = εξερχόμενη) και μπορεί να υπολογισθεί από την εξίσωση (5.14), η οποία σε συνδυασμό με την εξίσωση (5.16) δίνει:

$$J = c_o v \frac{\exp\left(\frac{\bar{v}}{D} L\right)}{\exp\left(\frac{\bar{v}}{D} L\right) - 1} \quad (5.17)$$

Σημειώνεται ότι οι σχέσεις (5.16) και (5.17) ισχύουν στην περίπτωση που δρουν ταυτόχρονα οι μηχανισμοί της διάχυσης της διασποράς και της μεταγωγής (δηλαδή  $v \neq 0$ ). Στην περίπτωση που  $v = 0$ , δηλαδή όταν υπάρχει μόνον διάχυση, η λύση

της  $\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = 0$  δίνει για τις συνοριακές συνθήκες  $x = 0 : c = c_o$  και  $x = L : c = 0$  (βλέπε

Σχήμα 5.7):

$$c(x) = c_o \left(1 - \frac{x}{L}\right) \quad \text{και} \quad J = c_o \frac{nD}{L} \quad (5.18)$$

### Εφαρμογή 1:

Με χρήση των τιμών των παραμέτρων που αναφέρθηκαν προηγουμένως, η σχέση (5.17) δίνει τη μάζα του ρύπου που διηθείται διαμέσου της αργιλικής στρώσης μετά την αποκατάσταση των συνθηκών μόνιμης ροής (για  $k=3 \times 10^{-9} \text{m/sec}$ ,  $v=k=3 \times 10^{-9} \text{m/sec}$ ,  $\bar{v}=10^{-8} \text{m/sec}$ ,  $D=10^{-7} \text{m}^2/\text{sec}$ ,  $L=2 \text{m}$  και  $c_o=20 \times 10^3 \text{mg/m}^3$ ):

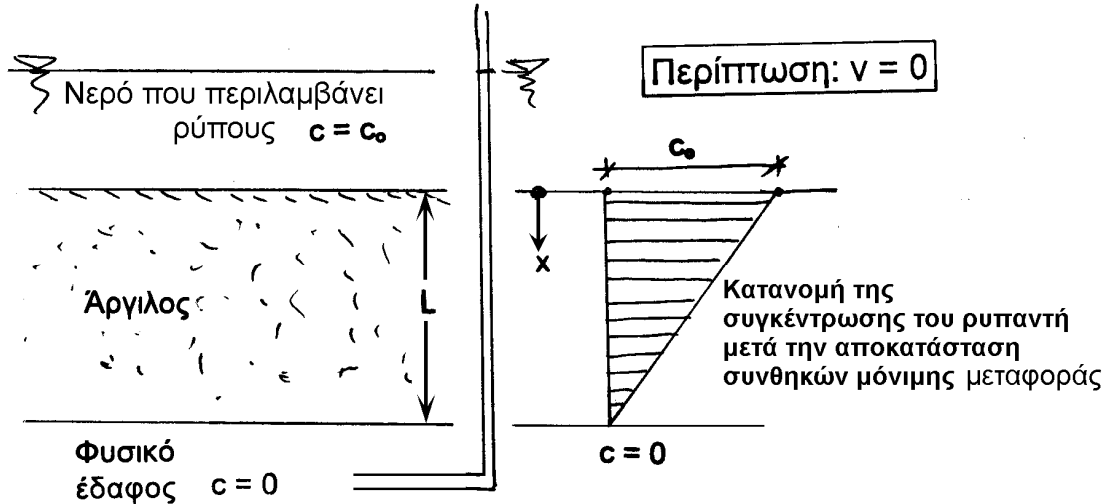
$$J = 0.00033 \frac{\text{mg}}{\text{m}^2 \cdot \text{sec}} = 28.6 \frac{\text{mg}}{\text{m}^2 \cdot \text{ημερα}}$$

και για το σύνολο της επιφάνειας του χώρου ταφής απορριμμάτων (300m x 300 m):

$$J = 2575 \text{ gr/ημέρα}$$

Η μάζα αυτή του ρύπου, στη συνέχεια, κινείται διαμέσου της μερικώς κορεσμένης ζώνης του εδάφους και φθάνει στον υποκείμενο υδροφόρα προκαλώντας τη ρύπανσή του. Αν θεωρηθεί ότι η παροχή του υδροφόρα στην περιοχή κάτω από το χώρο των απορριμμάτων είναι ίση με την παροχή των κατάντη πηγών ( $Q = 250 \text{ m}^3/\text{ώρα} = 6000 \text{ m}^3/\text{ημέρα}$ ), τότε η συγκέντρωση του ρύπου στον υδροφόρα ακριβώς κάτω από τον χώρο ταφής των απορριμμάτων θα είναι:

$$c = \frac{J}{Q} = 0.43 \text{ gr/m}^3 = 0.43 \text{ mg/l}$$



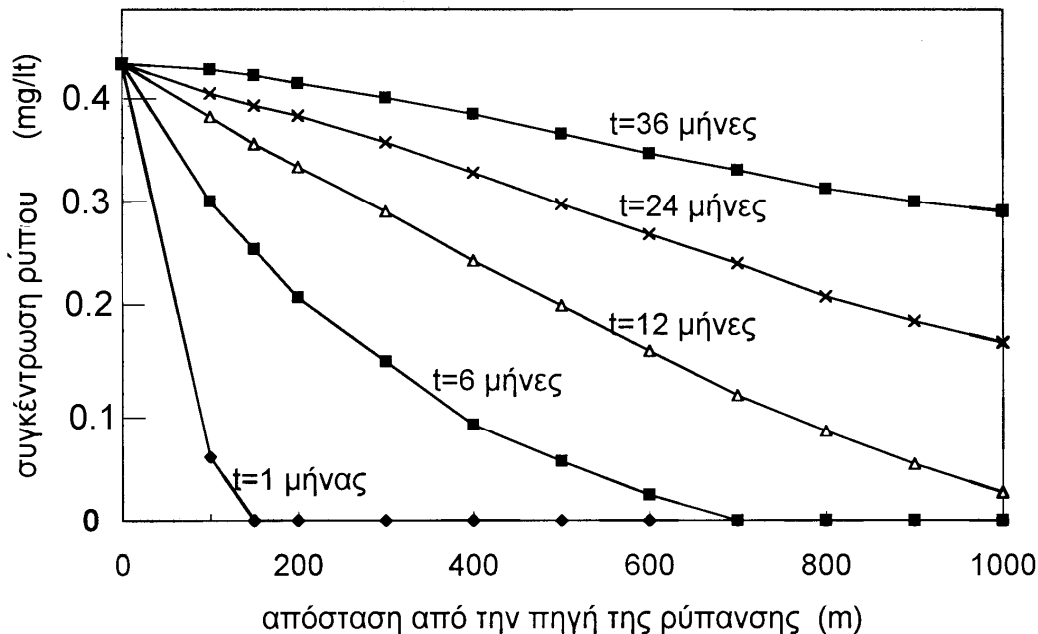
Σχήμα 5.7: Κατανομή της συγκέντρωσης του ρύπου εντός της αργιλικής στρώσης μετά την αποκατάσταση συνθηκών μόνιμης μεταφοράς (Περίπτωση μηδενικής ταχύτητας,  $v = 0$ )

Ο ρύπος που τροφοδοτεί τον υποκείμενο υδροφορέα παρασύρεται από το νερό στην οριζόντια διεύθυνση προς τα κατάντη και τελικώς φθάνει στις πηγές. Κατά την κίνηση του ρύπου στην οριζόντια διεύθυνση ενεργούν και πάλι μηχανισμοί μεταγωγής, διάχυσης και διασποράς που βαθμιαία επηρεάζουν την συγκέντρωση του ρύπου στις κατάντη πηγές. Τα φαινόμενα αυτά εξετάζονται στα επόμενα.

Η κίνηση του ρύπου στην οριζόντια διεύθυνση διέπεται και πάλι από την εξίσωση (5.12), όπου όμως τώρα ο άξονας ( $x$ ) είναι οριζόντιος, η θέση  $x = 0$  βρίσκεται ακριβώς κάτω από τον χώρο των απορριμμάτων και η θέση  $x = L = 1000\text{m}$  αντιστοιχεί στις πηγές. Η συγκέντρωση ( $c_0$ ) του ρύπου στη θέση  $x = 0$  υπολογίστηκε προηγουμένως ίση με  $0.43 \text{ mg/l}$ . Αν θεωρηθεί ότι η διαφορά της πιεζομετρικής στάθμης του υδροφορέα μεταξύ του χώρου απορριμμάτων και των πηγών είναι  $30 \text{ m}$  ( $100\text{m}-70\text{m}$ ) και ότι η υδαταγωγιμότητα του εδάφους είναι  $k = 3 \times 10^{-4} \text{ m/sec}$ , τότε η φαινόμενη ταχύτητα διήθησης είναι:

$$v = k \cdot i = k \cdot \frac{\Delta h}{L} = 3 \times 10^{-4} \times \frac{30}{1000} = 9 \times 10^{-6} \text{ m/sec} = 0.78 \text{ m/ημέρα} = 284 \text{ m/έτος}$$

και άρα η ταχύτητα μεταγωγής,  $\bar{v} = v/n$  είναι, για ενεργό πορώδες  $n = 30\%$ , ίση με  $3 \times 10^{-5} \text{ m/sec}$  ή  $946 \text{ m/έτος}$ . Όσον αφορά τις λοιπές παραμέτρους του υδροφορέα, θεωρείται ότι ο ενιαίος συντελεστής διάχυσης/διασποράς  $D = 0.0033 \text{ cm}^2/\text{sec}$  και ο συντελεστής υστερήσεως  $R_d = 1$ . Κατά την αρχική φάση εξέλιξης της ρύπανσης του υδροφορέα, δηλαδή πριν το μέτωπο της ρύπανσης φθάσει στις πηγές, η κατανομή της συγκέντρωσης του ρύπου μπορεί να υπολογισθεί όπως και προηγουμένως από τη σχέση (5.13). Το Σχήμα 5.8 παρουσιάζει τη μεταβολή της συγκέντρωσης του ρύπου κατά μήκος της οριζόντιας διαδρομής από τη θέση ρύπανσης του υδροφορέα (κάτω από το χώρο απορριμμάτων) προς τις κατάντη πηγές με την πάροδο του χρόνου. Το μέτωπο της ρύπανσης προωθείται βαθμιαία και φθάνει στις πηγές περί τους 10 μήνες μετά την έναρξη της ρύπανσης του υδροφορέα. Με βάση τον ανωτέρω χρόνο άφιξης της ρύπανσης μπορεί να εκτιμηθεί η σχετική επιρροή των μηχανισμών



Σχήμα 5.8: Βαθμιαία προώθηση του μετώπου της ρύπανσης προς τις κατάντη πηγές στη θέση  $x = 1000$  m

διάχυσης/διασποράς ως προς τη μεταγωγή. Πράγματι, εάν λειτουργούσε μόνον ο μηχανισμός μεταγωγής, ο χρόνος που θα απαιτείτο για την άφιξη του ρύπου στις πηγές θα ήταν:

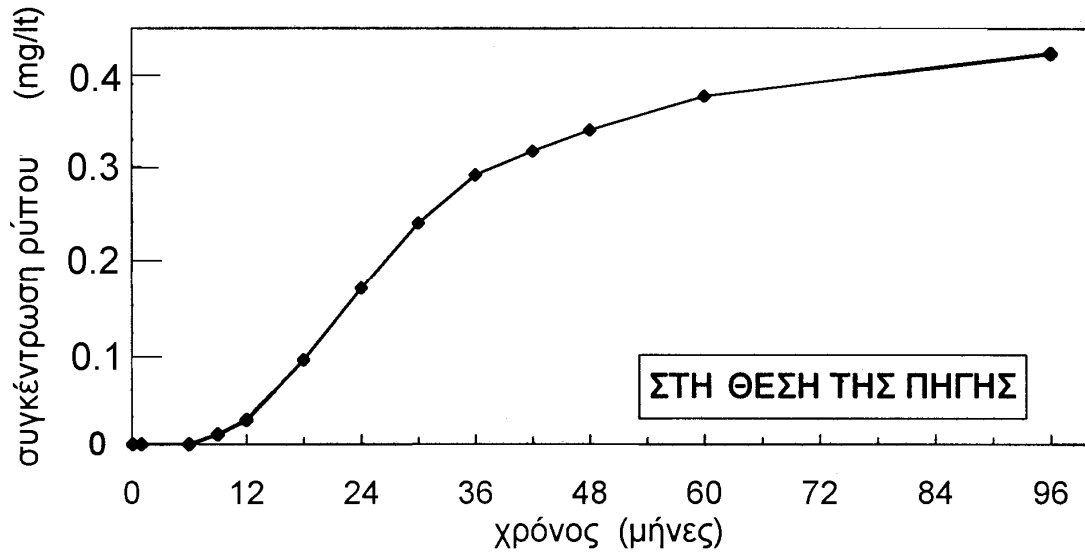
$$t = \frac{L}{v} = \frac{1000}{3 \times 10^{-5}} = 3.33 \times 10^7 \text{ sec} = 12.9 \text{ μήνες}$$

και συνεπώς η διάχυση και διασπορά επιταχύνουν τη μεταφορά της ρύπανσης κατά 25% περίπου.

Η παρουσία της πηγής στο κατάντη άκρο του υδροφορέα θεωρείται ότι δεν επιβάλλει κάποια επί πλέον συνοριακή συνθήκη στο όριο αυτό σε σχέση με το ρυπαντικό φορτίο<sup>3</sup> και συνεπώς η σχέση (5.13) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη της εξέλιξης του ρυπαντικού φορτίου των πηγών και μετά την άφιξη του μετώπου της ρύπανσης στις πηγές. Το Σχήμα 5.9 παρουσιάζει τη χρονική εξέλιξη του ρυπαντικού φορτίου των πηγών με εφαρμογή της σχέσης (5.13). Φαίνεται ο χρόνος άφιξης του μετώπου της ρύπανσης στις πηγές και στη συνέχεια η βαθμιαία αλλά συνεχής αύξηση του ρυπαντικού φορτίου των πηγών μέχρι την τελική τιμή των 0.43 mg/lt, που είναι η συγκέντρωση του ρυπαντικού φορτίου στο σημείο γένεσης της ρύπανσης του υδροφορέα (κάτω από τον χώρο των απορριμμάτων). Αξίζει να σημειωθεί ότι το ρυπαντικό φορτίο των πηγών αυξάνει συνεχώς με την πάροδο του χρόνου και συνεπώς εάν κάποια στιγμή διαπιστωθεί ότι οι πηγές παρουσιάζουν πρόβλημα ρύπανσης, οι προοπτικές για τη μελλοντική εξέλιξη της ρύπανσης είναι δυσμενείς (δηλαδή το ρυπαντικό φορτίο των πηγών θα συνεχίσει να αυξάνεται). Το συμπέρασμα αυτό ισχύει ακόμη και στην περίπτωση που αμέσως μετά την

<sup>3</sup> οι δυνατές συνοριακές συνθήκες είναι δύο τύπων:

(α) γνωστή συγκέντρωση ρυπαντικού φορτίου, (β) γνωστή ροή ρυπαντικού φορτίου



Σχήμα 5.9: Χρονική εξέλιξη του ρυπαντικού φορτίου των πηγών ως προς τον χρόνο (με αφετηρία το χρόνο έναρξης της ρύπανσης του υδροφορέα σε απόσταση 1000 μέτρων ανάντη των πηγών)

διαπίστωση της ρύπανσης των πηγών ληφθούν άμεσα μέτρα για την αναίρεση του αιτίου που προκαλεί τη ρύπανση. Το φαινόμενο αυτό εξετάζεται στο επόμενο εδάφιο.

### Εφαρμογή 1:

Προσδιορισμός της οριακής υδραυλικής κλίσης ( $i_c$ ) υδροφορέα που παρεμποδίζει την υφαλμύρυνσή του (δηλαδή τη διείσδυση θαλασσιού ύδατος εντός του υδροφορέα).

Για να παρεμποδίζεται η υφαλμύρυνση, θα πρέπει η διηθηόμενη μάζα του ρύπου ( $J$ ) να είναι πρακτικώς ίση με μηδέν. Από τη σχέση (5.14) προκύπτει η γραμμική διαφορική εξίσωση:

$$D \cdot c' - \bar{v} \cdot c = 0$$

η οποία λύνεται με συνοριακή συνθήκη  $c(0) = c_o$  και δίνει:

$$c = c_o \exp\left(\frac{\bar{v}}{D} x\right)$$

ή (επειδή  $\bar{v} = -k \Delta h/nx$ ):

$$c = c_o \exp\left(-\frac{k}{nD} \Delta h\right)$$

δηλαδή:

$$\Delta h = -\frac{nD}{k} \ln\left(\frac{c}{c_o}\right)$$

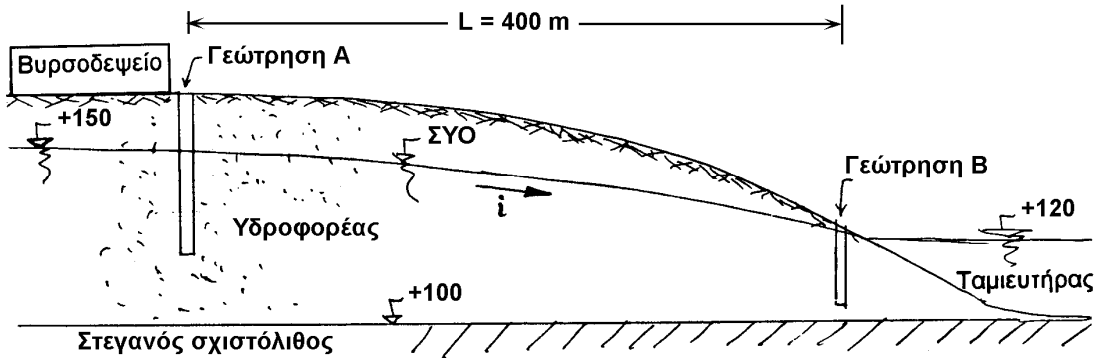
Στο παράδειγμα αυτό θεωρήθηκε για απλοποίηση των υπολογισμών ότι δεν υπάρχει η δυνατότητα ανάμειξης του γλυκού με το αλμυρό νερό. Στην πραγματικότητα, το φαινόμενο είναι αρκετά πιο σύνθετο επειδή οι πυκνότητες γλυκού και αλμυρού νερού διαφέρουν.

### Παράδειγμα:

$$k = 10^{-4} \text{ m/sec}, \quad nxD = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{sec}, \quad \frac{c}{c_o} = 0.01$$

οπότε:  $\Delta h = 0.46 \text{ m}$ , δηλαδή απαιτείται υδραυλική διαφορά στάθμης 46 cm για να περιορισθεί η συγκέντρωση του αλατιού στο 1% της συγκέντρωσης στο θαλασσινό νερό.

## Εφαρμογή 2 (Σχήμα Ε5.1)



Σχήμα Ε5.1: Παράδειγμα εφαρμογής

Λόγω της λειτουργίας του βυρσοδεψείου, στην παρακείμενη γεώτρηση Α εντοπίστηκε ρύπανση του υπόγειου νερού από ιόντα χρωμίου με συγκέντρωση  $c_o = 150$  mg/lit η οποία διατηρείται πρακτικώς σταθερή με την πάροδο του χρόνου. Για τη διερεύνηση της πιθανής επέκτασης της ρύπανσης προς τον ταμιευτήρα που βρίσκεται σε απόσταση 400 μέτρων, διανοίχθηκε κοντά στον ταμιευτήρα η γεώτρηση Β στην οποία μετρήθηκαν οι εξής συγκεντρώσεις ιόντων χρωμίου συναρτήσει του χρόνου (από την έναρξη της λειτουργίας του βυρσοδεψείου):

Χρόνος (έτη)	συγκέντρωση χρωμίου στο υπόγειο νερό (σε mg/lit)	
	γεώτρηση Α	γεώτρηση Β
0	0	0
1	147	5
3	152	48
5	150	76

Ο συντελεστής διαπερατότητας του υδροφορέα είναι ίσος με:  $k = 10^{-4}$  m/sec.

(1) Ζητείται να προσδιορισθεί ο συντελεστής  $\alpha$  της εξίσωσης:

$$c = c_o \exp\left(-\frac{x}{\alpha v t}\right)$$

που δίνει τη συγκέντρωση ( $c$ ) των ιόντων χρωμίου σε κάποια απόσταση ( $x$ ) από την πηγή της ρύπανσης τη χρονική στιγμή ( $t$ ), όπου ( $v$ ) είναι η ταχύτητα μεταγωγής του υπόγειου νερού.

- Να εκτιμηθεί η προβλεπόμενη συγκέντρωση των ιόντων χρωμίου στη γεώτρηση Β μετά 10 έτη από την έναρξη λειτουργίας του βυρσοδεψείου.
- Να προσδιορισθεί η διηθούμενη μάζα των ιόντων χρωμίου προς τον ταμιευτήρα (σε gr ανά έτος) κατά το πρώτο έτος από την έναρξη λειτουργίας του βυρσοδεψείου, κατά το τρίτο έτος, κατά το πέμπτο έτος καθώς και οι προβλέψεις για το δέκατο έτος. Δίδονται: ενεργό πορώδες  $n = 0.33$ , συντελεστής διάχυσης/διασποράς  $D = 30.3$  cm<sup>2</sup>/sec και εύρος της ζώνης ρύπανσης  $B = 200$  m (κάθετα στο επίπεδο του σχήματος).
- Να εκτιμηθεί η συνολικά διηθούμενη μάζα των ιόντων χρωμίου προς τον ταμιευτήρα στο χρονικό διάστημα των 10 ετών.
- Να εκτιμηθεί η συγκέντρωση των ιόντων χρωμίου εντός του ταμιευτήρα στο τέλος του πρώτου έτους, στο τέλος του τρίτου έτους, στο τέλος του πέμπτου έτους και στο τέλος του δέκατου έτους. Να θεωρηθεί ότι ο όγκος του ταμιευτήρα είναι  $V = 10000$  m<sup>3</sup>.
- Πως συγκρίνονται οι παραπάνω συγκεντρώσεις στον ταμιευτήρα με τα διεθνώς αποδεκτά όρια ρύπανσης;

**Λύση:**

(1) Υδραυλική κλίση:  $i = \frac{\Delta h}{L} = \frac{150 - 120}{400} = 0.075$

Ταχύτητα Darcy:  $v = k \cdot i = 10^{-4} \times 0.075 = 7.5 \times 10^{-6}$  m/sec = 236.52 m/έτος

Υπολογισμός του  $\alpha$ :



$$5 = 147 \times \exp\left(-\frac{400}{\alpha \times 236.52 \times 1}\right) \Rightarrow \alpha = 0.500$$

$$48 = 152 \times \exp\left(-\frac{400}{\alpha \times 236.52 \times 3}\right) \Rightarrow \alpha = 0.489$$

$$76 = 150 \times \exp\left(-\frac{400}{\alpha \times 236.52 \times 5}\right) \Rightarrow \alpha = 0.497$$

Άρα:  $\alpha = 0.50$

$$(2) \quad c = 150 \times \exp\left(-\frac{400}{0.50 \times 236.52 \times 10}\right) = 107 \text{ mg/l}$$

$$(3) \quad J = c v - nD \frac{\partial c}{\partial x}$$

$$\text{Αλλά: } \frac{\partial c}{\partial x} = -\frac{c}{\alpha v t}$$

$$\text{Οπότε: } J = c \left\{ v + \frac{nD}{\alpha v t} \right\}$$

όπου:  $n = 0.33$  και  $D = 30.3 \text{ cm}^2/\text{sec} = 95554 \text{ m}^2/\text{έτος}$

Οπότε, στο τέλος του πρώτου έτους:

$$J = 5 \times 10^{-3} \times \left( 236.52 + \frac{0.33 \times 95554}{0.50 \times 236.52 \times 1} \right) = 2.52 \text{ mg/m}^2 \text{ ανά έτος}$$

Ομοίως, στο τέλος του τρίτου έτους:

$$J = 48 \times 10^{-3} \times \left( 236.52 + \frac{0.33 \times 95554}{0.50 \times 236.52 \times 3} \right) = 15.62 \text{ mg/m}^2 \text{ ανά έτος}$$

Στο τέλος του πέμπτου έτους:

$$J = 76 \times 10^{-3} \times \left( 236.52 + \frac{0.33 \times 95554}{0.50 \times 236.52 \times 5} \right) = 22.03 \text{ mg/m}^2 \text{ ανά έτος}$$

Και στο τέλος του δέκατου έτους:

$$J = 107 \times 10^{-3} \times \left( 236.52 + \frac{0.33 \times 95554}{0.50 \times 236.52 \times 10} \right) = 28.16 \text{ mg/m}^2 \text{ ανά έτος}$$

Αντίστοιχα, για το σύνολο της επιφάνειας ροής με επιφάνεια  $A = B \cdot H = 200 \times 20 = 4000 \text{ m}^2$  ο συνολικός ρυθμός διήθησης του ρύπου θα είναι:  $M = J \cdot A$ , δηλαδή:

Έτος	Ρυθμός διήθησης του ρύπου στο τέλος του έτους (mg/έτος)
0	0
1	$2.52 \times 10^{-3} \times 4000 = 10.1$
3	62.50
5	88.1
10	112.7

(4) Η συνολικά διηθούμενη μάζα του ρύπου εντός του πρώτου έτους θα είναι:

$$M1 = (0 + 10.1) / 2 = 5.04 \text{ gr}$$

Η συνολική διηθούμενη μάζα του ρύπου εντός του δεύτερου και τρίτου έτους θα είναι:

$$M2 = 2 \times (10.1 + 62.50) / 2 = 72.6 \text{ gr}$$

Η συνολικά διηθούμενη μάζα του ρύπου εντός του τέταρτου και πέμπτου έτους θα είναι:

$$M3 = 2 \times (62.50 + 88.10) / 2 = 150.60 \text{ gr}$$

Τέλος, η συνολικά διηθούμενη μάζα του ρύπου από το έκτο έως το δέκατο έτος θα είναι:

$$M4 = 5 \times (88.10 + 112.7) / 2 = 502.1 \text{ gr}$$

Δηλαδή, η συνολικά διηθούμενη μάζα του ρύπου εντός των δέκα ετών θα είναι:

$$M4 = 5.04 + 72.6 + 150.6 + 502.1 = 730.3 \text{ gr}$$

(5)	Έτος	Μάζα ρύπου που έχει διηθηθεί αθροιστικά μέχρι το έτος αυτό (gr)	Συγκέντρωση του ρύπου εντός της λίμνης (μg/l)
	0	0	0
	1	5.04	0.5
	3	77.6	7.8
	5	228.2	22.8
	10	730.3	73.0

- (6) Στην Ολλανδία τα νέα (2000) μέγιστα αποδεκτά όρια ρύπανσης από ιόντα χρωμίου είναι 30 μg/l (πλαισιωμένη τιμή 200 μg/l), ενώ στις ΗΠΑ είναι 100 μg/l.

### Εφαρμογή 3: Μονοδιάστατη κίνηση ρύπων στο υπόγειο νερό

Στο παράδειγμα αυτό, οι διαφορικές εξισώσεις που διέπουν την κίνηση ρύπων στο υπόγειο νερό εξειδικεύονται στην περίπτωση μονοδιάστατης κίνησης.

- (1) Περίπτωση συντηρητικού ρύπου, δηλαδή ρύπου ο οποίος δεν προσροφάται στους εδαφικούς κόκκους ούτε υποβαθμίζεται (διασπάται).

(α) Νόμος του Fick (διάχυση-διασπορά)

$$J = -nD \frac{\partial c}{\partial x} + c v$$

όπου:

$c$  = συγκέντρωση του ρύπου στο υπόγειο νερό εκφραζόμενη ως μάζα του ρύπου ανά μονάδα όγκου του υπόγειου νερού

$n$  = ενεργό πορώδες

$D$  = συντελεστής διάχυσης-διασποράς (μονάδες: m<sup>2</sup>/sec)

$v$  = φαινόμενη ταχύτητα του υπόγειου νερού ή ταχύτητα Darcy

$J$  = ροή μάζας ρύπου, δηλαδή μάζα του ρύπου που διέρχεται από μοναδιαία επιφάνεια στη μονάδα του χρόνου

(β) Διατήρηση της μάζας του ρύπου:

$$J - \left( J + \frac{\partial J}{\partial x} dx \right) = \frac{\partial}{\partial t} (c n dx)$$

δηλαδή ότι η καθαρή εισροή (= εισροή-εκροή) του ρύπου εντός όγκου μήκους  $dx$  ισούται με την ανά μονάδα χρόνου μεταβολή της μάζας του ρύπου στον όγκο αυτό.

Από τις ανωτέρω δυο σχέσεις, και θεωρώντας ότι η φαινόμενη ταχύτητα ( $v$ ) δεν μεταβάλλεται κατά τον άξονα ( $x$ ) προκύπτει:

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial c}{\partial t}$$

Η ανωτέρω διαφορική εξίσωση μπορεί να επιλυθεί για τις εξής συνοριακές και αρχικές συνθήκες:

$$c(x=0, t > 0) = c_o = \text{σταθερά}$$

$$c(x, t=0) = 0$$

$$c(x=\infty, t \geq 0) = 0$$

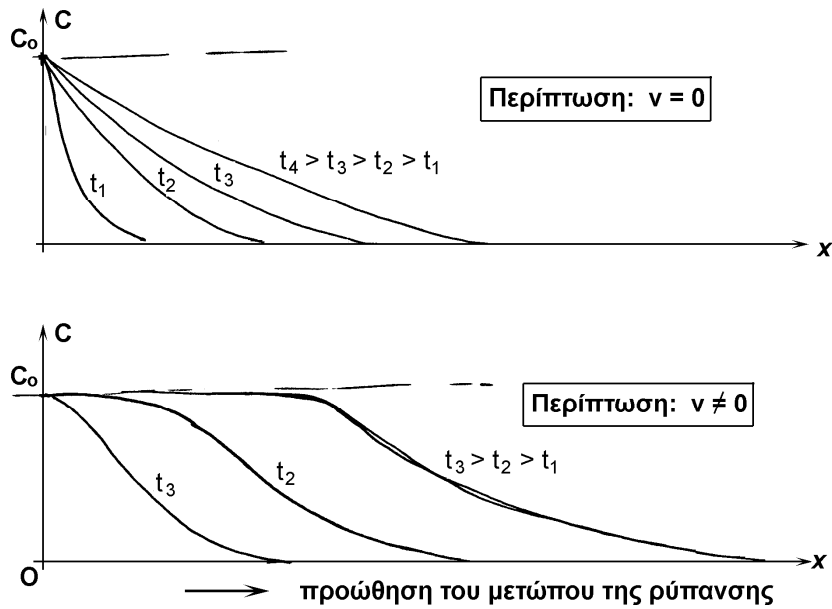
δηλαδή για επιβολή σταθερής συγκέντρωσης ρύπου ( $c = c_o$ ) στο ένα άκρο ( $x = 0$ ) μιας στρώσης στο εσωτερικό της οποίας η αρχική συγκέντρωση του ρύπου είναι μηδενική. Η επίλυση της διαφορικής εξίσωσης με τις ανωτέρω συνθήκες δίνει την 5.13 που επαναλαμβάνεται πιο κάτω:

$$c = \frac{c_o}{2} \left\{ \operatorname{erfc} \left( \frac{x - \bar{v} t}{2\sqrt{D t}} \right) + \exp \left( \frac{\bar{v} x}{D} \right) \cdot \operatorname{erfc} \left( \frac{x + \bar{v} t}{2\sqrt{D t}} \right) \right\} \quad (5.19)$$

Στην ειδική περίπτωση όπου η ταχύτητα μεταγωγής είναι μηδενική ( $\bar{v} = 0$ ) η παραπάνω σχέση δίνει:

$$c = c_o \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{D t}} \right)$$

Τα ανωτέρω αποτελέσματα φαίνονται στο Σχήμα E5.2.



Σχήμα Ε5.2: Προώθηση του μετώπου της ρύπανσης στην περίπτωση καθαρής διάχυσης ( $v = 0$ ) και στην περίπτωση διάχυσης, διασποράς και μεταγωγής ( $v \neq 0$ )

(2) Περίπτωση μή-συντηρητικού ρύπου.

Εκτός των ανωτέρω πρέπει να καθορισθεί και ο νόμος εισρόφησης του ρύπου. Εάν  $(c \times K_p)$  είναι η μάζα του ρύπου που είναι εισροφημένη σε μοναδιαία μάζα του εδάφους  $\rho dx$  (εννοείται ότι έχουμε θεωρήσει δείγμα εδάφους όγκου  $dx \cdot dy \cdot dz$ , τότε ο ρυθμός εισρόφησης του ρύπου ανά μονάδα όγκου του εδάφους είναι<sup>4</sup>:  $\frac{\partial}{\partial t}(\rho c K_p dx)$ , όπου  $\rho$  είναι η (ξηρή) πυκνότητα του εδάφους και  $K_p$  είναι ο συντελεστής διαχωρισμού (βλέπε εδάφιο 4.5.2). Συνεπώς το ισοζύγιο της μάζας του ρύπου εντός όγκου μήκους ( $dx$ ) δίνει:

$$J - \left( J + \frac{\partial J}{\partial x} dx \right) = \frac{\partial}{\partial t} (c n dx) - \frac{\partial}{\partial t} (\rho c K_p dx)$$

ή ισοδύναμα:

$$nD \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial c}{\partial t} \left( n + \rho K_p \right) \rightarrow D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \bar{v} \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial c}{\partial t} \left( 1 + \frac{\rho K_p}{n} \right) = \frac{\partial c}{\partial t} R_d$$

$$\rightarrow \frac{D}{R_d} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{\bar{v}}{R_d} \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial c}{\partial t} \tag{5.20}$$

για τη λύση της οποίας μπορεί να χρησιμοποιηθεί και πάλι η (5.19) αν αντικατασταθούν τα  $D$  και  $\bar{v}$  με  $D/R_d$  και  $\bar{v}/R_d$ , αντίστοιχα. Η εξίσωση 5.20 δείχνει καθαρά το ρόλο του συντελεστή υστέρησης ( $R_d > 1$ ), την απομείωση δηλαδή των παραμέτρων που αντιπροσωπεύουν τα φαινόμενα μεταγωγής και διάχυσης-διασποράς.

**Εφαρμογή 4:** Μονοδιάστατη διάχυση/διασπορά σε κυλινδρικές συντεταγμένες

Στο παράδειγμα αυτό συνάγεται η διαφορική εξίσωση της μονοδιάστατης διάχυσης/διασποράς ρύπου σε κυλινδρικές συντεταγμένες. Η περίπτωση αυτή αφορά τη διασπορά ρύπων γύρω από κυκλική πηγή ρύπανσης. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα θεωρείται συντηρητικός ρύπος. Επιπλέον θεωρείται

<sup>4</sup>  $\rho$  είναι η πυκνότητα του εδάφους

ότι το υπόγειο νερό δεν κινείται λόγω υδραυλικής κλίσης (δηλαδή δεν υφίσταται μεταφορά ρύπων λόγω μεταγωγής).

(α) Νόμος του Fick (όπως το προηγούμενο παράδειγμα):

$$J = -Dn \frac{\partial c}{\partial t}$$

όπου ( $r$ ) είναι η ακτινική συντεταγμένη και ( $F$ ) είναι η μάζα του ρύπου που διέρχεται από μοναδιαία επιφάνεια στη μονάδα του χρόνου.

(β) Διατήρηση της μάζας του ρύπου σε ένα στοιχείο διαστάσεων  $(r \, d\theta) \times (dr)$ :

$$J \, r \, d\theta - \left( J + \frac{\partial J}{\partial r} dr \right) (r + dr) d\theta = \frac{\partial}{\partial t} (c \, nr \, d\theta \, dr)$$

η οποία δίνει:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial c}{\partial r} + \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} \right)$$

ή ισοδύναμα:

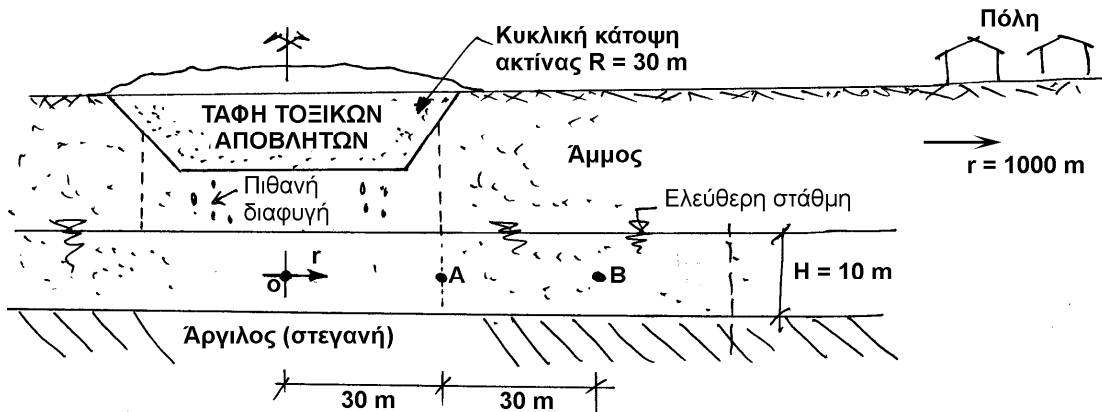
$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{D}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial c}{\partial r} \right)$$

ή ισοδύναμα:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \nabla^2 c$$

Οι ανωτέρω σχέσεις αποτελούν τη διαφορική εξίσωση που διέπει τη διάχυση/διασπορά του ρύπου στην ακτινική διεύθυνση.

### Εφαρμογή 5:



Σχήμα Ε5.3: Παράδειγμα εφαρμογής

Λόγω υποψίας περί πιθανών διαφυγών προς τον υπόγειο ορίζοντα από θέση ταφής τοξικών αποβλήτων τοποθετήθηκαν πιεζόμετρα στα σημεία Α και Β και μετρήθηκαν οι εξής συγκεντρώσεις του εντομοκτόνου DDT στο νερό:

Χρόνος	Συγκέντρωση DDT (σε mg/l)	
	στο σημείο Α	στο σημείο Β
Αρχική μέτρηση	15	10
Μετά 3 μήνες	20	14.5
Μετά 6 μήνες	25	19.5
Μετά 9 μήνες	30	24.5

Για την αναλυτική προσομοίωση του προβλήματος, η διαφορική εξίσωση διάχυσης του ρύπου στον υδροφόρο:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \cdot \nabla^2 c$$

προσεγγίσθηκε από τη σχέση:

$$c(r, t) = c_A(t) \cdot \exp\left[-\left(\frac{t_0}{t}\right)\left(\frac{r}{R}-1\right)\right] \quad (1)$$

όπου  $c(r, t)$  είναι η συγκέντρωση (mg/l) του ρύπου στη θέση ( $r$ ) τη χρονική στιγμή ( $t$ ),  $c_A(t)$  είναι η συγκέντρωση στο σημείο A,  $t_0$  είναι σταθερά, και  $R = 30\text{m}$  είναι η ακτίνα του χώρου ταφής. Λόγω της γραμμικής αύξησης της συγκέντρωσης  $c_A$  με το χρόνο, θεωρήθηκε:  $c_A(t) = \alpha \left(\frac{t}{t_0}\right)$ , όπου  $\alpha = \text{σταθερά}$ .

Η μάζα του ρύπου που διέρχεται από μια διατομή του υδροφορέα (κυλινδρική επιφάνεια ακτίνας  $r$ ) ανά μονάδα χρόνου είναι:

$$\dot{G} = J(2\pi r)H \quad \text{όπου} \quad J = -Dn \frac{\partial c}{\partial r} \quad \text{και} \quad D = \text{συντελεστής διάχυσης, } n = \text{ενεργό πορώδες}$$

$$\text{Από τις ανωτέρω σχέσεις προκύπτει: } \dot{G}(r, t) = 2\pi nDH \left(\frac{r}{R}\right) \left(\frac{t_0}{t}\right) c$$

$$\text{και για } r = R: \dot{G}(t) = 2\pi nDH\alpha = \text{σταθερά}$$

Ζητούνται:

- (1) Να εκτιμηθεί ο χρόνος κατά τον οποίο άρχισε η ρύπανση του υδροφορέα.
- (2) Να εκτιμηθούν οι παράμετροι ( $\alpha, t_0$ ) του μοντέλου.
- (3) Να υπολογισθεί η συγκέντρωση στο σημείο B (από τη σχέση 1) και να συγκριθεί με τις μετρηθείσες τιμές.
- (4) Να εκτιμηθεί η μάζα του DDT που διαφεύγει από το χώρο ταφής ανά μονάδα χρόνου.  
Υπόδειξη: Ο όγκος του νερού κάτω από το χώρο ταφής είναι:  $V_w = n \pi R^2 H$ , και  $n = 0.3$
- (5) Να εκτιμηθεί ο συντελεστής διάχυσης ( $D$ ) του υδροφορέα (από τη σχέση του  $\dot{G}_A(t)$ ).
- (6) Να εκτιμηθεί η συγκέντρωση του ρύπου κάτω από την πόλη ( $r = 1000\text{m}$ ) πέντε έτη μετά τον εντοπισμό της ρύπανσης στο σημείο A.

**Λύση:**

(1) Μετά τον εντοπισμό η συγκέντρωση του ρύπου στο A αυξάνει κατά 5 mg/l ανά 3 μήνες. Αφού κατά τον εντοπισμό ήταν 15mg/l, η ρύπανση είχε αρχίσει 9 μήνες πριν τον εντοπισμό (3 τρίμηνα).

$$(2) c_A(t) = \alpha \frac{t}{t_0} \Rightarrow 15 \text{ mg/l} = \alpha \frac{9 \text{ μήνες}}{t_0} \Rightarrow \frac{\alpha}{t_0} = \frac{15}{9}$$

Επιπλέον, στο σημείο B για  $t = 9$  μήνες:

$$c(r = 60\text{m}, t = 9 \text{ μήνες}) = 10 \text{ mg/l} = 15 \text{ mg/l} \times \exp\left[-\left(\frac{t_0}{9}\right)\left(\frac{60}{30}-1\right)\right] \Rightarrow t_0 = 3.649 \text{ μήνες}$$

$$\text{Άρα: } \alpha = \frac{15}{9} t_0 = \frac{15}{9} \times 3.649 \Rightarrow \alpha = 6.082 \text{ mg/l}$$

$$(3) c(60\text{m}, 12 \text{ μήνες}) = 20 \times \exp\left(-\frac{3.649}{12} \times 1\right) = 14.76 \approx 14.50 \text{ mg/l}$$

$$c(60\text{m}, 15 \text{ μήνες}) = 25 \times \exp\left(-\frac{3.649}{15} \times 1\right) = 19.60 \approx 19.50 \text{ mg/l}$$

$$c(60\text{m}, 18 \text{ μήνες}) = 30 \times \exp\left(-\frac{3.649}{18} \times 1\right) = 24.50 \text{ mg/l}$$

(4) Η μάζα του ρύπου κάτω από το χώρο ταφής είναι:

$$M_p = c \cdot V_w = c(n\pi R^2 \cdot H)$$

Άρα, ο ρυθμός αύξησης της μάζας είναι:

$$\frac{\partial M_p}{\partial t} = \frac{\partial c}{\partial t} n(\pi R^2 H)$$

$$\text{αλλά από τα δεδομένα } \frac{\partial c}{\partial t} = 5 \text{ mg/l} \quad \text{ανά τρεις μήνες}$$

$$\text{Άρα: } \frac{\partial M_p}{\partial t} = \frac{5}{3} \times (0.3 \times 3.14 \times 30^2 \times 10 \times 1000) = 14.1 \times 10^6 \text{ mg/μήνα} = 14.1 \text{ kg/μήνα}$$

$$(5) \quad D = \frac{\dot{G}_A(t)}{2\pi nH\alpha} = \frac{14.1 \times 10^6 / (30 \times 86400)}{2 \times 3.14 \times 0.3 \times 10 \times (6.082/10^{-3})} \Rightarrow D = 4.76 \times 10^{-2} \text{ m}^2 / \text{sec}$$

$$(6) \quad c(r=1000\text{m}, t=5 \text{ έτη}) = 6.082 \times \frac{5 \times 12}{3.649} \times \exp\left[-\left(\frac{3.649}{5 \times 12}\right)\left(\frac{1000}{30}-1\right)\right] \Rightarrow c = 14 \text{ mg/l}$$

## 5.5 Εξέλιξη του ρυπαντικού φορτίου μετά την αναίρεση του αιτίου της ρύπανσης

Η αναίρεση του αιτίου που έχει προκαλέσει τη ρύπανση είναι μια από τις συνήθειες και προφανείς επιδιώξεις στις περιπτώσεις που διαπιστώνεται αυξημένο ρυπαντικό φορτίο στο σημείο εκμετάλλευσης υδροφορέων (δηλαδή στη θέση υδροληψίας). Εκ πρώτης όψεως μάλιστα φαίνεται ότι η συγκεκριμένη μέθοδος απορρύπανσης θα είναι και ιδιαίτερα αποτελεσματική αφού “λύνει το πρόβλημα στη ρίζα του”. Παρά ταύτα, οι αναλύσεις που ακολουθούν αποδεικνύουν ότι ακόμη και η πλήρης και άμεση αναίρεση του αιτίου της ρύπανσης δεν έχει άμεση επιρροή στον περιορισμό του ρυπαντικού φορτίου στο σημείο εκμετάλλευσης και μάλιστα ότι το ρυπαντικό φορτίο στο σημείο εκμετάλλευσης συνεχίζει να αυξάνει επί μεγάλο χρονικό διάστημα μετά την αναίρεση του αιτίου της ρύπανσης. Η σημαντική αυτή υστέρηση οφείλεται στη μικρή ταχύτητα μεταφοράς του ρυπαντικού φορτίου διαμέσου του εδάφους και συνεπώς στο μεγάλο χρόνο που απαιτείται για την απόκριση του συστήματος: πηγή ρύπανσης-μέσο μεταφοράς ρύπου (έδαφος)-θέση διαπίστωσης της ρύπανσης, στις μεταβολές του ρυπαντικού φορτίου που επιβάλλονται στην πηγή της ρύπανσης.

Το πρόβλημα της εξέλιξης του ρυπαντικού φορτίου μετά την (πλήρη) αναίρεση του αιτίου της ρύπανσης διερευνάται μέσω του παραδείγματος του Σχήματος 5.4. Θεωρείται ότι αφού διαπιστωθεί η παρουσία αξιόλογου ρυπαντικού φορτίου στις κατάντη πηγές (π.χ. 24 μήνες μετά την έναρξη της ρύπανσης, οπότε η συγκέντρωση του ρύπου στις πηγές είναι 0.18 mg/l), αναγνωρίζεται ότι το αποκλειστικό αίτιο της ρύπανσης είναι οι διηθήσεις εκ του χώρου απορριμμάτων ο οποίος με κάποια μέθοδο σφραγίζεται πλήρως (με ποιά μέθοδο άραγε και με ποιό κόστος;). Θεωρείται δηλαδή ότι στο σημείο Α του υδροφορέα (ακριβώς κάτω από τον χώρο των απορριμμάτων) η συγκέντρωση του ρύπου είναι σταθερή ( $c_o = 0.43 \text{ mg/l}$ ) μέχρι κάποια χρονική στιγμή ( $\hat{t} = 24 \text{ μήνες}$ ) και στη συνέχεια μηδενίζεται ακαριαία. Ζητείται να μελετηθεί η χρονική εξέλιξη της συγκέντρωσης του ρύπου κατά μήκος της διαδρομής από το σημείο Α προς τις κατάντη πηγές και ειδικότερα στη θέση των πηγών.

Για την ανάλυση της εξέλιξης της ρύπανσης μετά το μηδενισμό της συγκέντρωσης του ρύπου στο σημείο Α δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί η σχέση (5.13), επειδή αυτή προϋποθέτει ότι η συνοριακή συνθήκη στο σημείο Α είναι σταθερή ( $c = c_o$ ). Αντίθετα, η διαφορική εξίσωση (5.12) συνεχίζει να ισχύει, θα πρέπει όμως να επιλυθεί για τη χρονικώς μεταβλητή συνοριακή συνθήκη ( $c = c_o$  για  $t < \hat{t}$ , και  $c = 0$  για  $t > \hat{t}$ ). Το πρόβλημα μπορεί να επιλυθεί αναλυτικά μόνο με τη μέθοδο της επαλληλίας. Εναλλακτικά, μπορεί να χρησιμοποιηθεί κάποια από τις αριθμητικές μεθόδους επίλυσης διαφορικών εξισώσεων. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα χρησιμοποιείται η μέθοδος των Πεπερασμένων Διαφορών, η οποία είναι

απλούστερη από τη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων στην προκείμενη περίπτωση (μονοδιάστατο πρόβλημα).

Για την εφαρμογή της μεθόδου των Πεπερασμένων Διαφορών, η εξίσωση (5.12):

$$\frac{\partial c}{\partial t} = A \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - B \frac{\partial c}{\partial x} \quad (5.21)$$

όπου:  $A \equiv D$  και  $B \equiv v/n$ , θα επιλυθεί ως προς τη συγκέντρωση  $c(x, t)$  του ρύπου και συγκεκριμένα θα υπολογισθούν οι τιμές της συγκέντρωσης  $c_{ij} \equiv c(x_i, t_j)$ , όπου:

$$\begin{aligned} x_i &= x_{i-1} + \Delta x, & x_0 &= 0 \\ t_j &= t_{j-1} + \Delta t, & t_0 &= 0 \end{aligned}$$

και  $\Delta x, \Delta t$  είναι το βήμα προχώρησης της επίλυσης κατά τον άξονα ( $x$ ) και τον χρόνο ( $t$ ). Για το σκοπό αυτό, προσεγγίζονται με πεπερασμένες διαφορές οι μερικές παράγωγοι που υπεισέρχονται στην εξίσωση (5.19) και συγκεκριμένα:

$$\frac{\partial c}{\partial t}(x_i, t_j) \approx \frac{1}{\Delta t} (c_{i,j+1} - c_{i,j}) \quad (5.22\alpha)$$

$$\frac{\partial c}{\partial x}(x_i, t_j) \approx \frac{1}{2(\Delta x)} (c_{i+1,j} - c_{i-1,j}) \quad (5.22\beta)$$

$$\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}(x_i, t_j) \approx \frac{1}{(\Delta x)^2} (c_{i-1,j} + c_{i+1,j} - 2c_{i,j}) \quad (5.22\gamma)$$

Στη συνέχεια, οι σχέσεις (5.20) αντικαθίστανται στην (5.19) και δίνουν:

$$c_{i,j+1} = c_{i,j} + \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right) \left\{ \left( \frac{A}{\Delta x} + \frac{B}{2} \right) c_{i-1,j} + \frac{2A}{\Delta x} c_{i,j} + \left( \frac{A}{\Delta x} - \frac{B}{2} \right) c_{i+1,j} \right\} \quad (5.23)$$

Η σχέση αυτή επιτρέπει τον προσδιορισμό της κατανομής της συγκέντρωσης σε κάθε θέση  $x_i$  τη χρονική στιγμή ( $t_{j+1}$ ), εάν είναι γνωστή η κατανομή της συγκέντρωσης την προηγούμενη χρονική στιγμή ( $t_j$ ). Η εφαρμογή της σχέσης (5.23) διαδοχικά για τις χρονικές στιγμές  $t_1, t_2, \dots$  επιτρέπει την πλήρη επίλυση του προβλήματος για γνωστή αρχική κατανομή της συγκέντρωσης του ρύπου (για  $t = t_0 = 0$ ):

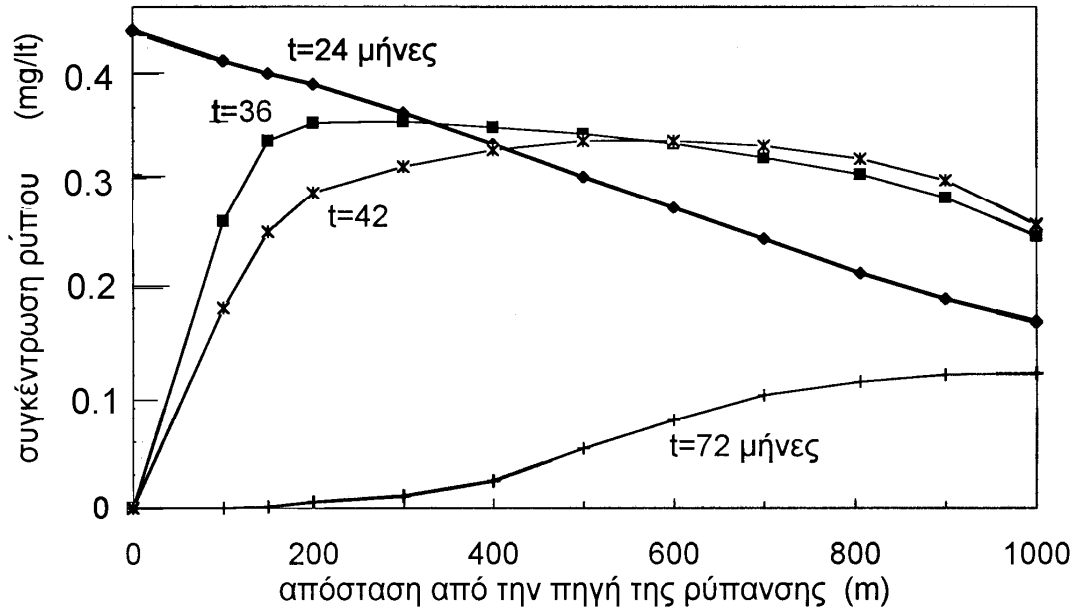
$$c_{0,0} = c_0, \quad c_{1,0} = c_{2,0} = c_{3,0} = \dots = 0$$

και τη (μεταβλητή) συνοριακή συνθήκη στη θέση  $x_0 = 0$ :

$$c_{0,0} = c_{0,1} = c_{0,2} = \dots = c_{0,n} = c_0 \quad (5.24\alpha)$$

$$c_{0,n+1} = c_{0,n+2} = c_{0,n+3} = \dots = 0 \quad (5.24\beta)$$

Στην ανωτέρω σχέση θεωρήθηκε ότι η αναίρεση του αιτίου της ρύπανσης έγινε τη χρονική στιγμή ( $t_n$ ). Τα αποτελέσματα της επίλυσης φαίνονται στα Σχήματα 5.10 και 5.11, όπου θεωρήθηκε ότι η αναίρεση του αιτίου της ρύπανσης έγινε 24 μήνες μετά την έναρξη της ρύπανσης του υδροφορέα από τα στραγγίσματα της χλωματερής.



Σχήμα 5.10: Εξέλιξη της κατανομής της συγκέντρωσης του ρύπου στην οριζόντια διεύθυνση (κατά μήκος του υδροφορέα) μετά τη διακοπή του αιτίου της ρύπανσης (που συνέβη τη χρονική στιγμή  $t = 24$  μήνες).

Το Σχήμα 5.10 παρουσιάζει την εξέλιξη της κατανομής της συγκέντρωσης κατά μήκος του υδροφορέα (μεταξύ της χωματερής και των κατάντη πηγών) για διάφορες χρονικές στιγμές μετά τη διακοπή της ρύπανσης. Ενώ η συγκέντρωση του ρυπαντικού φορτίου μειώνεται ταχέως στις περιοχές που βρίσκονται κοντά στην πηγή της ρύπανσης ( $x < 300$  m), η συγκέντρωση του ρύπου συνεχίζει να αυξάνει στις πλέον απομακρυσμένες περιοχές (και συνεπώς στην κατάντη πηγή) για αρκετό χρόνο μετά τη διακοπή της ρύπανσης (που θεωρήθηκε ότι συνέβη τη στιγμή  $t = 24$  μήνες).

Το Σχήμα 5.11 παρουσιάζει τη χρονική εξέλιξη της συγκέντρωσης του ρυπαντικού φορτίου στη θέση της κατάντη πηγής. Φαίνεται η βαθμιαία αύξηση του ρυπαντικού φορτίου που συνεχίζεται για 16 μήνες περίπου μετά την ανάρτηση του αιτίου της ρύπανσης ( $40-24 = 16$ ) οπότε το ρυπαντικό φορτίο φθάνει τη μέγιστη τιμή, που είναι αρκετά μεγαλύτερη από την τιμή της συγκέντρωσης όταν διαπιστώθηκε η ρύπανση (για  $t = 24$  μήνες). Στη συνέχεια η συγκέντρωση του ρύπου μειώνεται βαθμιαία, αλλά ο χρόνος που απαιτείται για την ουσιαστική εξάλειψη της επιρροής της ρύπανσης είναι πολύ μεγάλος (περί τα 5 έτη μετά τη διακοπή της ρύπανσης).

Από τις ανωτέρω διερευνήσεις προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- (1) Υπάρχει σημαντική χρονική υστέρηση μεταξύ της έναρξης της ρύπανσης και της εμφάνισης του ρύπου στο σημείο εκμετάλλευσης του υδροφορέα. Η υστέρηση αυτή οφείλεται στη βραδεία κίνηση του ρύπου διαμέσου του εδάφους.

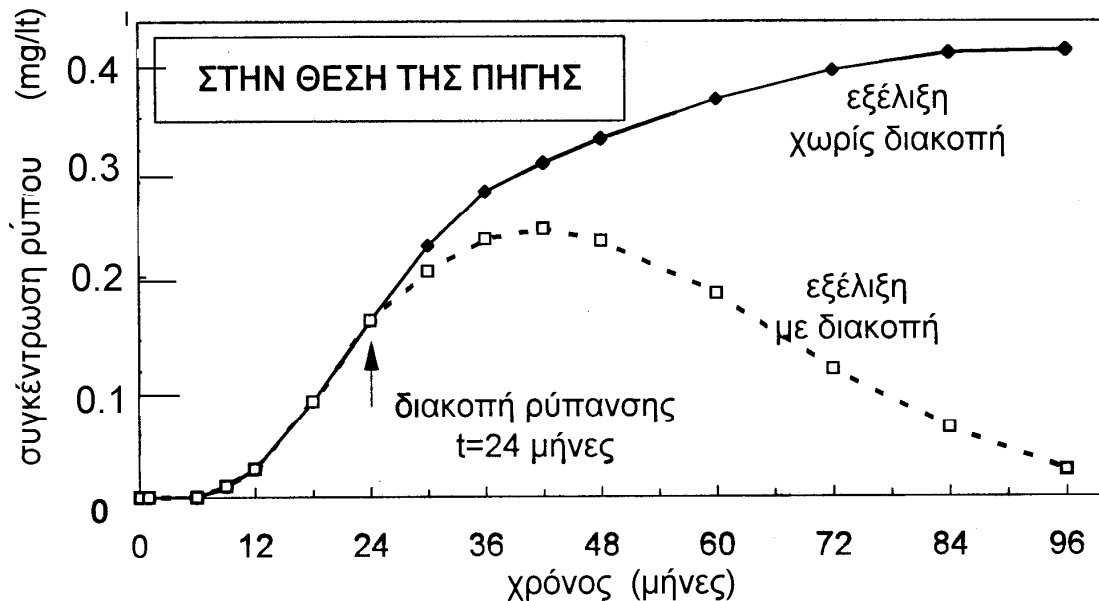


- (2) Η ανωτέρω υστέρηση επηρεάζει σημαντικά και την αποτελεσματικότητα των όποιων μέτρων απορρύπανσης. Συγκεκριμένα, αποδεικνύεται ότι ακόμη και η πλήρης και άμεση αναίρεση του αιτίου της ρύπανσης δεν έχει άμεση επιρροή στον περιορισμό του ρυπαντικού φορτίου στο σημείο εκμετάλλευσης και μάλιστα ότι το ρυπαντικό φορτίο συνεχίζει να αυξάνει επί μεγάλο χρονικό διάστημα μετά την αναίρεση του αιτίου της ρύπανσης. Η σημαντική αυτή υστέρηση οφείλεται στη μικρή ταχύτητα μεταφοράς του ρυπαντικού φορτίου διαμέσου του εδάφους και συνεπώς στο μεγάλο χρόνο που απαιτείται για την απόκριση του συστήματος: πηγή ρύπανσης-μέσο μεταφοράς ρύπου (έδαφος)-θέση διαπίστωσης της ρύπανσης στις μεταβολές του ρυπαντικού φορτίου που επιβάλλονται στην πηγή της ρύπανσης. Σημειώνεται ότι στις πρακτικές εφαρμογές, εκτός από τη χρονική υστέρηση που αναφέρθηκε παραπάνω, παρεμβαίνουν και πρόσθετοι δυσμενείς παράγοντες που περιορίζουν ακόμη περισσότερο την αποτελεσματικότητα των μέτρων απορρύπανσης, όπως η αδυναμία εντοπισμού του αιτίου και της πηγής της ρύπανσης (π.χ. όταν η πηγή της ρύπανσης είναι εκτεταμένη) ή η αδυναμία αποτελεσματικής αναίρεσης του αιτίου της ρύπανσης (π.χ. όταν δεν είναι δυνατόν να εξαλειφθούν πλήρως οι διηθήσεις από μια μεγάλη χωματερή). Για όλους αυτούς τους λόγους τα προβλήματα της απορρύπανσης είναι δυσεπίλυτα και η αποτελεσματικότητα των περισσότερων πιθανών παρεμβάσεων είναι πολύ περιορισμένη και έχει υψηλό κόστος.

## 5.6 Βιβλιογραφικές αναφορές

Bear J. and Verruijt A. (1987) "Modelling Groundwater Flow and Pollution", D. Reidel publ.

Domenico, P.A. and F.W. Schwartz (1990) "Physical and Chemical Hydrogeology", John Wiley & Sons.



Σχήμα 5.11: Χρονική εξέλιξη της συγκέντρωσης του ρύπου στην θέση της κατάντη πηγής:  
 (α) χωρίς διακοπή της τροφοδοσίας του υδροφορέα με ρυπαντικό φορτίο και  
 (β) με διακοπή του αιτίου της ρύπανσης τη χρονική στιγμή  $t = 24$  μήνες

Fetter, C.W. (1999) "Contaminant Hydrogeology", 2<sup>nd</sup> Ed., Prentice Hall.

Freeze R.A. and J.A. Cherry (1979) "Groundwater", Prentice Hall.

Konikow L.F. and Brederhoft J.D. (1978) "Techniques of Water-Resources Investigations of the United States Geological Survey: Computer Model of Two-Dimensional Solute Transport and Dispersion in Ground Water", Dept. of the Interior Book 7, Chapter C2.

Goode D.J. and Konikow L.F. (1989) "Modification of a Method-of-Characteristics Solute-Transport Model to Incorporate Decay and Equilibrium-Controlled Sorption or Ion Exchange", Scientific Software Group.

Rowe R.K. (1987) "Pollutant transport through barriers", Geotechnical Practice for Waste Disposal, Proceeding Specialty Conference, ASCE Publication, pp 159-181.

## ΤΙΜΕΣ ΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

Τιμές της συνάρτησης σφάλματος  $erf(x)$   
και της συμπληρωματικής συνάρτησης σφάλματος  $erfc(x)$ , για θετικές τιμές  $x$

$x$	$erf(x)$	$erfc(x)$	$x$	$erf(x)$	$erfc(x)$
0	0	1.0	1.1	0.880205	0.119795
0.05	0.056372	0.943628	1.2	0.910314	0.089686
0.1	0.112463	0.887537	1.3	0.934008	0.065992
0.15	0.167996	0.832004	1.4	0.952285	0.047715
0.2	0.222703	0.777297	1.5	0.966105	0.033895
0.25	0.276326	0.723674	1.6	0.976348	0.023652
0.3	0.328627	0.671373	1.7	0.983790	0.016210
0.35	0.379382	0.620618	1.8	0.989091	0.010909
0.4	0.428392	0.571608	1.9	0.992790	0.007210
0.45	0.475482	0.524518	2.0	0.995322	0.004678
0.5	0.520500	0.479500	2.1	0.997021	0.002979
0.55	0.563323	0.436677	2.2	0.998137	0.001863
0.6	0.603856	0.396144	2.3	0.998857	0.001143
0.65	0.642029	0.357971	2.4	0.999311	0.000689
0.7	0.677801	0.322199	2.5	0.999593	0.000407
0.75	0.711156	0.288844	2.6	0.999764	0.000236
0.8	0.742101	0.257899	2.7	0.999866	0.000134
0.85	0.770668	0.229332	2.8	0.999925	0.000075
0.9	0.796908	0.203092	2.9	0.999959	0.000041
0.95	0.820891	0.179109	3.0	0.999978	0.000022
1.0	0.842701	0.157299			

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\varepsilon^2} d\varepsilon$$

$$erfc(x) = 1 - erf(x)$$

$$erf(-x) = -erf(x)$$

$$erfc(-x) = 1 - erf(-x) = 1 + erf(x) = 1 + 1 - erfc(x) = 2 - erfc(x)$$