

Στοιχεία υδρογεωλογίας

3.1 Γενικές Αρχές

Η Υδρογεωλογία ασχολείται με το *υπόγειο νερό*, δηλαδή το νερό που βρίσκεται στους εδαφικούς πόρους και διακινείται υπογειώς. Το υπόγειο νερό συχνά χρησιμοποιείται για την ύδρευση οικισμών, και συνεπώς η τυχόν ρύπανσή του έχει δυσμενείς συνέπειες. Για το λόγο αυτό, η προστασία από τη ρύπανση (αλλά και η απορρύπανση) των υπογείων υδάτων αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα αντικείμενα της Περιβαλλοντικής Γεωτεχνικής.

Στις περιπτώσεις που το υπόγειο νερό καταλαμβάνει το σύνολο των εδαφικών πόρων, το έδαφος είναι πλήρως κορεσμένο¹, και συχνά δημιουργείται (υπόγειος) *υδροφόρος ορίζοντας* (water table). Στις υπόλοιπες θέσεις, όπου το νερό πληροί μέρος μόνον των εδαφικών πόρων ενώ το υπόλοιπο μέρος των εδαφικών πόρων πληρούται από αέρα, το έδαφος είναι *μερικώς κορεσμένο* (vadose zone). Στη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα, η υδραυλική πίεση του νερού των πόρων είναι μηδέν (δηλαδή ίση με την ατμοσφαιρική). Κάτω από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα, η υδραυλική πίεση του νερού των πόρων είναι θετική (δηλαδή ανώτερη της ατμοσφαιρικής). Αντίθετα, στη μερικώς κορεσμένη ζώνη η υδραυλική πίεση είναι αρνητική, λόγω των επιφανειακών τάσεων των μηνίσκων του νερού των πόρων που σχηματίζονται στα εδαφικά κενά με τη βοήθεια των τριχοειδών δυνάμεων. Στις τριχοειδείς δυνάμεις οφείλεται και η ζώνη πλήρους κορεσμού που παρατηρείται πάνω από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα και στην οποία αναπτύσσονται αρνητικές υδραυλικές πιέσεις. Αυτή η ζώνη πλήρους κορεσμού υπό αρνητική πίεση (capillary fringe), που σχηματίζεται πάνω από τον υδροφόρο ορίζοντα, μπορεί να εκτείνεται για αρκετά μέτρα στις αργίλους, ενώ στις άμμους μπορεί και να αμεληθεί μιας και είναι της τάξης των εκατοστών. Το υπόγειο νερό που καταλαμβάνει τη μερικώς κορεσμένη ζώνη δεν κινείται, εκτός εάν τού ασκηθεί μεγαλύτερη υποπίεση από την αρνητική πίεση στην οποία βρίσκεται. Την κίνηση του υπόγειου νερού, τόσο στην κορεσμένη όσο και στη μερικώς κορεσμένη (ακόρεστη) ζώνη, πραγματεύεται αναλυτικά η Υπόγεια Υδραυλική. Στοιχεία των νόμων που διέπουν την κίνηση του υπόγειου νερού παρουσιάζονται στο επόμενο εδάφιο. Τα θέματα της κίνησης του υπόγειου νερού αφορούν την Περιβαλλοντική Γεωτεχνική, επειδή το υπόγειο νερό κατά την κίνησή του παρασύρει (αλλά και διαχέει) ρύπους με συνέπεια την επέκταση της ρύπανσης και τη μεταφορά ρυπαντικών ουσιών από το σημείο γένεσης της ρύπανσης (π.χ. τη θέση ταφής επικινδύνων αποβλήτων) στο σημείο έκθεσης του πληθυσμού (π.χ. σε κατάντη πηγές ή στην περιοχή όπου το υπόγειο νερό αντλείται για την ύδρευση μιας πόλης).

Η κίνηση του υπόγειου νερού εξαρτάται άμεσα από τα χαρακτηριστικά των εδαφικών πόρων. Τα εδαφικά κενά είτε σχηματίζονται μεταξύ των εδαφικών κόκκων (πρωτεύον πορώδες) είτε εμφανίζονται με τη μορφή ρωγμών, διακλάσεων,

¹ στην περίπτωση αυτή συχνά λέγεται ότι ο βαθμός κορεσμού του εδάφους είναι 100%

ρηγματώσεων, καρστικών εγκοίλων κλπ. εντός της μάζας των πετρωμάτων (δευτερεύον πορώδες). Ποσοτικά, το πορώδες (n) εκφράζεται ως το ποσοστό των κενών² (V_v) στο σύνολο του όγκου (V) του εδάφους, δηλαδή:

$$n = \frac{V_v}{V}$$

Οι τιμές του πορώδους στους εδαφικούς σχηματισμούς ποικίλουν σημαντικά και κυμαίνονται μεταξύ 0-5% σε υγιείς κρυσταλλικούς βράχους με μικρό βαθμό κερματισμού και 45-50% σε αργιλικούς σχηματισμούς. Στην υδρογεωλογία ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει το λεγόμενο *ενεργό πορώδες* (n_e) και όχι το συνολικό πορώδες (ή απλώς πορώδες) που αναφέρθηκε παραπάνω. Το ενεργό πορώδες εκφράζεται ως το ποσοστό των κενών διαμέσου των οποίων μπορεί να κινηθεί το υπόγειο νερό ως προς το σύνολο του όγκου του εδάφους. Η διαφορά μεταξύ των δυο τύπων πορώδους που αναφέρθηκαν παραπάνω είναι ότι εδαφικά κενά (πόροι) που είναι απομονωμένα και συνεπώς δεν αποτελούν δίοδο κίνησης του υπόγειου νερού δεν συνεισφέρουν στο ενεργό πορώδες, το οποίο κατά συνέπεια είναι πάντοτε μικρότερο ή ίσο του συνολικού πορώδους. Γενικώς, το ενεργό πορώδες των χονδροκόκκων εδαφικών υλικών (άμμων, χαλίκων κλπ.) είναι πρακτικώς ίσο με το συνολικό πορώδες. Αντίθετα, το ενεργό πορώδες των πολύ λεπτοκόκκων εδαφικών υλικών (π.χ. των αργίλων) μπορεί να είναι μόνον το 10-20% του συνολικού πορώδους. Ένας άλλος όρος που συνδέεται με το πορώδες είναι ο *βαθμός κορεσμού* (S_r) που εκφράζει το ποσοστό του όγκου των εδαφικών πόρων που πληρούνται με νερό:

$$S_r = \frac{V_w}{V_v}$$

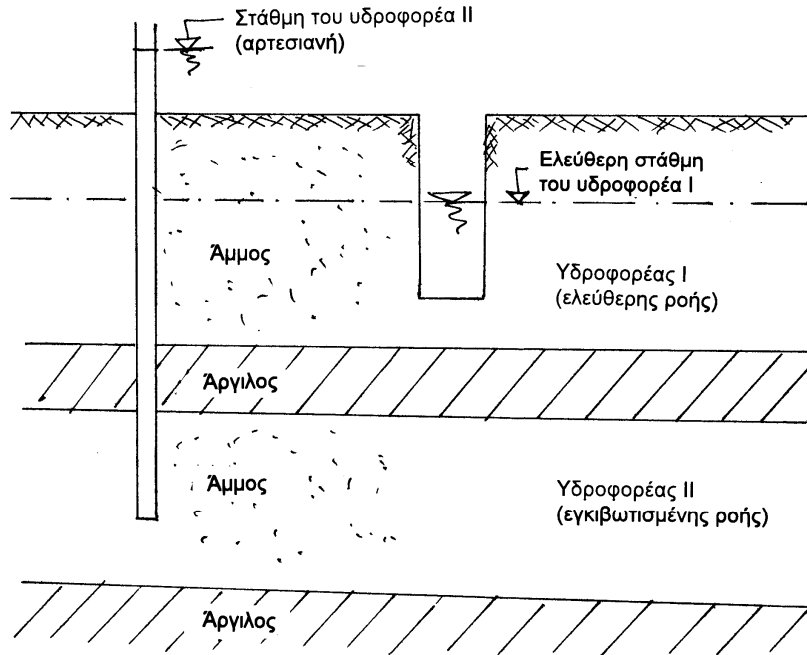
Ο βαθμός κορεσμού κάτω από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα (όπου το έδαφος είναι πλήρως κορεσμένο) είναι 100% (δηλαδή 1.0) ενώ ο βαθμός κορεσμού του εδάφους στην ακόρεστη ζώνη είναι εν γένει μικρότερος του 100% λόγω της παρουσίας αέρα στους πόρους.

Η ευχέρεια της κίνησης του υπόγειου νερού διαμέσου των εδαφικών πόρων εξαρτάται από την *υδραυλική αγωγιμότητα* (hydraulic conductivity) ή *διαπερατότητα* (permeability) του εδάφους ή γενικότερα του γεωλογικού σχηματισμού. Η υδραυλική αγωγιμότητα δεν αποτελεί ιδιότητα του κάθε συγκεκριμένου τύπου εδάφους, αλλά εξαρτάται αφενός μεν από τα χαρακτηριστικά του εδάφους (κοκκομετρική διαβάθμιση, σχετική πυκνότητα, σχήμα και χωρική κατανομή των πόρων ή των ρωγμών στη μάζα του εδάφους ή του βράχου), αφετέρου δε από τις ιδιότητες του υγρού των πόρων (πυκνότητα και ιξώδες). Ο ορισμός της υδραυλικής αγωγιμότητας παρουσιάζεται στο επόμενο εδάφιο (Υδραυλική των Υπογείων Υδάτων).

Το σύνολο σχεδόν του νερού που περιέχεται στο έδαφος (υπόγειο νερό) και τροφοδοτεί τους υδροφορείς προέρχεται από τα επιφανειακά νερά (βροχόπτωση, χιόνι, ποταμοί, λίμνες, νερό τεχνητής άρδευσης κλπ.) μέσω της *κατείσδυσης* των ατμοσφαιρικών κατακρημνισμάτων ή της *διήθησης* των συγκεντρωμένων επιφανειακών υδάτων. Ο *συντελεστής κατείσδυσης* εκφράζει το ποσοστό του όγκου των ατμοσφαιρικών κατακρημνισμάτων που κατεισδύει εντός του εδάφους. Οι τιμές του συντελεστή κατείσδυσης εξαρτώνται από το είδος των επιφανειακών εδαφικών σχηματισμών, την κλίση του αναγλύφου του εδάφους, τη βλάστηση αλλά και τη χρονική κατανομή και ένταση των ατμοσφαιρικών κατακρημνισμάτων.

Από το νερό που κατεισδύει στο έδαφος, ένα μέρος μόνον τροφοδοτεί (recharges) τους υδροφορείς. Το υπόλοιπο είτε χάνεται μέσω της εξατμισοδιαπνοής

² τα οποία μπορεί να πληρούνται είτε από αέρα είτε από το υπόγειο νερό

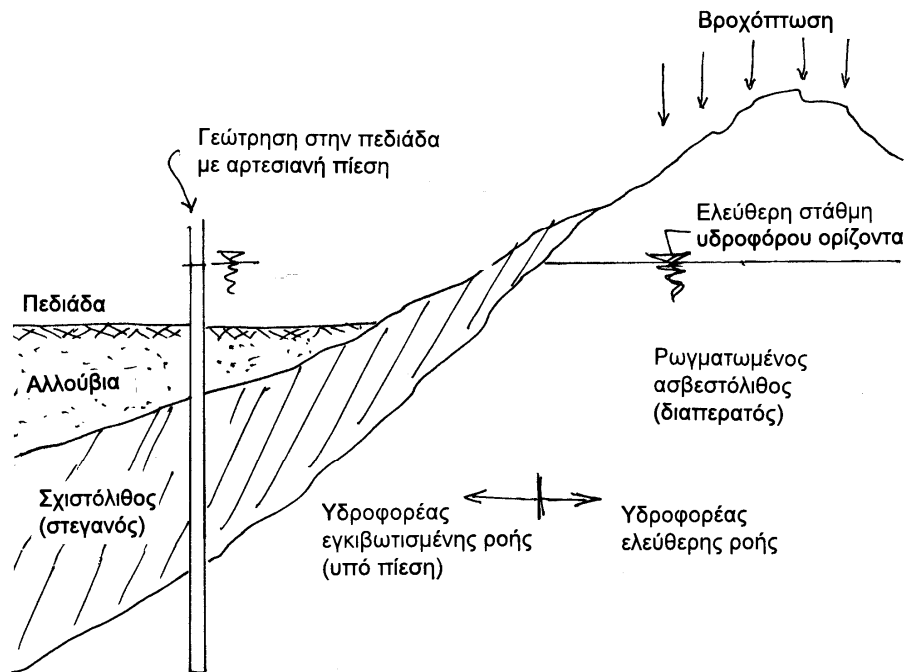


Σχήμα 3.1: Υδροφορείς ελεύθερης και εγκιβωτισμένης ροής

(εξάτμιση του νερού που συγκρατείται στις ανώτερες εδαφικές στρώσεις ή ανέρχεται μέσω της τριχοειδούς ανύψωσης, απορρόφηση από τα φυτά κλπ.), είτε χάνεται κινούμενο προς βαθύτερους υδροφόρους ορίζοντες (leakance), είτε συγκρατείται στην ανώτερη μερικώς κορεσμένη ζώνη για να αντικαταστήσει προηγούμενες απώλειες στη ζώνη αυτή λόγω εξατμισοδιαπνοής.

Από πλευράς ευχέρειας στη διήθηση του υπόγειου νερού (δηλαδή ευχέρειας στην κίνηση του νερού εντός του εδάφους) οι γεωλογικοί σχηματισμοί (χαλαρά εδαφικά υλικά και βραχώδεις σχηματισμοί), όταν βρίσκονται κάτω από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα, διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες:

1. Τους υδροφορείς (aquifers), οι οποίοι επιτρέπουν την ευχερή διήθηση του υπόγειου νερού διαμέσου της μάζας των, δηλαδή τους σχηματισμούς που έχουν υψηλή υδραυλική αγωγιμότητα. Είναι προφανές ότι η έννοια της “υψηλής” υδραυλικής αγωγιμότητας είναι σχετική και εξαρτάται από τη δυνατότητα εκμετάλλευσης του υδροφορέα. Συνεπώς, μπορεί να θεωρηθεί ότι υδροφορείς είναι οι γεωλογικοί σχηματισμοί που επιτρέπουν την εκμετάλλευση του υπόγειου νερού που διακινείται διαμέσου της μάζας τους.
2. Τους σχηματισμούς περιορισμένης υδροφορίας (aquitards), οι οποίοι επιτρέπουν την περιορισμένη κίνηση του υπόγειου νερού διαμέσου της μάζας τους, και συνεπώς δεν προσφέρονται πάντοτε για την εκμετάλλευση του υπόγειου νερού που περιέχεται στη μάζα τους. Είναι προφανές ότι η διαφορά των σχηματισμών περιορισμένης υδροφορίας με τους υδροφορείς είναι καθαρά θέμα κλίμακας. Έτσι, π.χ. ένας σχηματισμός που μπορεί να χαρακτηρίζεται ως υδροφορέας για τις ανάγκες ύδρευσης μιας μικρής κοινότητας, μπορεί να έχει ανεπαρκή παροχευτικότητα για την ύδρευση μιας μεγάλης πόλης και να χαρακτηρίζεται ως σχηματισμός περιορισμένης υδροφορίας για τη μεγάλη πόλη.

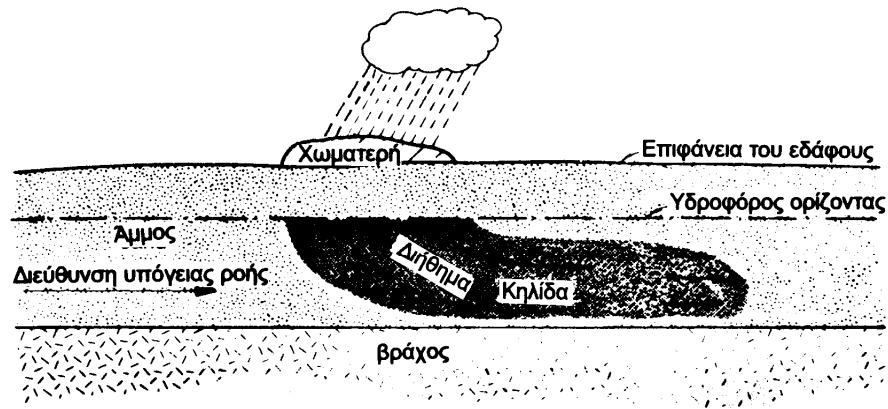


Σχήμα 3.2: Δημιουργία υδροφορέων ελεύθερης ροής και εγκιβωτισμένης ροής

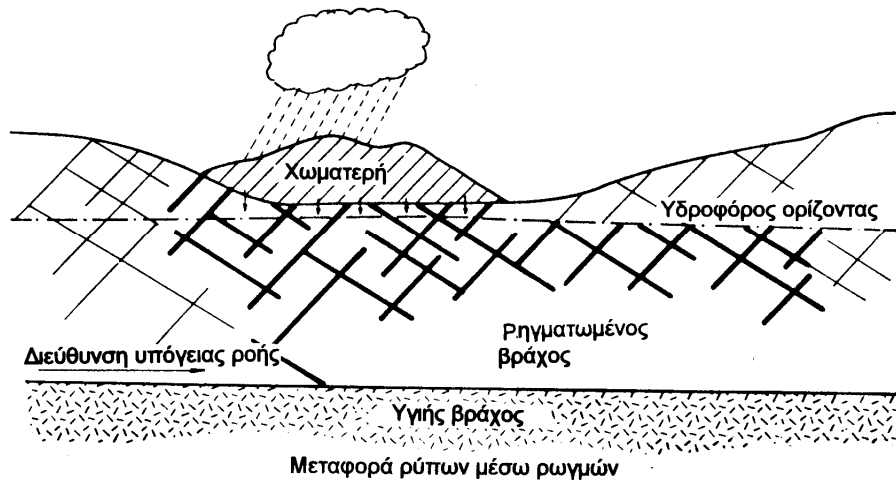
3. Τους στεγανούς σχηματισμούς (aquifuges ή aquicludes), οι οποίοι πρακτικώς δεν επιτρέπουν την κίνηση του υπόγειου νερού διαμέσου της μάζας των και συνεπώς δεν προσφέρονται για την εκμετάλλευση του υπόγειου νερού.

Οι υδροφορείς (Σχήμα 3.1) διακρίνονται περαιτέρω σε υδροφορείς ελεύθερης ροής (unconfined aquifers) και σε υδροφορείς εγκιβωτισμένης ροής³ (confined aquifers). Οι υδροφορείς ελεύθερης ροής διαθέτουν *ελεύθερη στάθμη*, δηλαδή μια επιφάνεια εντός της μάζας του υδροφορέα όπου η υδραυλική πίεση του υπόγειου νερού είναι μηδέν (δηλαδή ίση με την ατμοσφαιρική πίεση). Η επιφάνεια αυτή συνήθως ταυτίζεται με την επιφάνεια που διαχωρίζει την υποκείμενη κορεσμένη ζώνη από την υπερκείμενη μερικώς κορεσμένη ζώνη (αν και, σε περιπτώσεις λεπτοκόκκων εδαφών, η ζώνη πάνω από την ελεύθερη στάθμη του υδροφορέα μπορεί να είναι πλήρως κορεσμένη). Η εναποθήκευση ή η απώλεια υπόγειου νερού στους υδροφορείς ελεύθερης ροής γίνεται κυρίως μέσω της μεταβολής της θέσης της ελεύθερης στάθμης. Έτσι, η ανύψωση της ελεύθερης στάθμης οδηγεί σε εναποθήκευση νερού εντός της ζώνης που κορέσθηκε (λόγω της αντικατάστασης του αέρα από νερό σε τμήμα των εδαφικών πόρων), ενώ η ταπείνωση της ελεύθερης στάθμης οδηγεί σε αντίστοιχη απώλεια νερού του υδροφορέα εντός της ζώνης που μετατράπηκε σε μερικώς κορεσμένη. Λόγω της ύπαρξης ελεύθερης επιφάνειας (στάθμης), οι υδροφορείς ελεύθερης ροής συχνά ονομάζονται και *υδροφορείς με ελεύθερη επιφάνεια*.

³ οι υδροφορείς εγκιβωτισμένης ροής συχνά ονομάζονται και υδροφορείς υπό πίεση



Κηλίδα ρύπανσης σε αλλουβιακό υδροφορέα



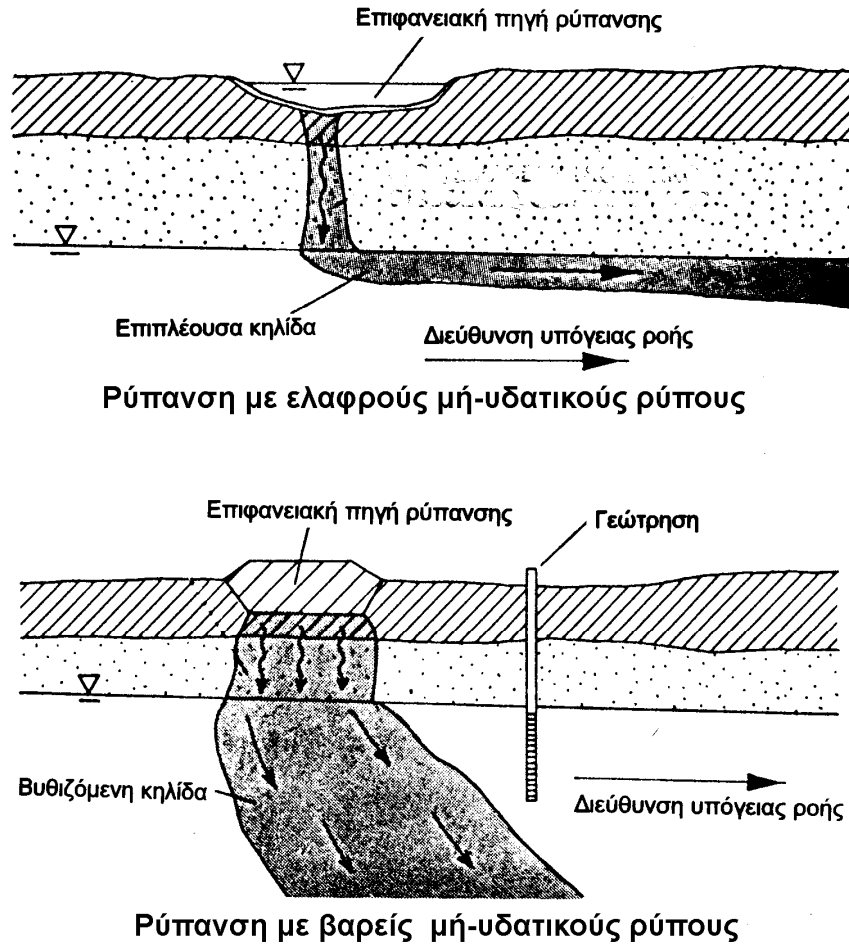
Μεταφορά ρύπων μέσω ρωγμών

Σχήμα 3.3: Μεταφορά ρύπων προς τα κατόντη διαμέσου αλλουβιακού και ρωγματωμένου βραχώδους υδροφορέα

Οι υδροφορείς εγκιβωτισμένης ροής δεν διαθέτουν ελεύθερη στάθμη, επειδή στο ανώτερο τμήμα τους περιορίζονται από άλλον γεωλογικό σχηματισμό με πολύ μικρότερη υδραυλική αγωγιμότητα. Κατά συνέπεια, δεν υπάρχουν σημεία εντός του υδροφορέα όπου η υδραυλική πίεση του υπόγειου νερού να είναι μηδέν, αλλά αντίθετα το σύνολο της μάζας του υδροφορέα βρίσκεται υπό θετική υδραυλική πίεση. Για το λόγο αυτό οι εγκιβωτισμένοι υδροφορείς συχνά ονομάζονται και υδροφορείς υπό πίεση.

Η δημιουργία υδροφορέων ελεύθερης και εγκιβωτισμένης ροής φαίνεται στο παράδειγμα του Σχήματος 3.2. Στο σχήμα αυτό, η κατεισδύουσα βροχόπτωση στους ασβεστολίθους του παρακείμενου όρους δημιουργεί υδροφορέα εγκιβωτισμένης ροής (υπό πίεση) στη γειτονική πεδιάδα, όπου μάλιστα παρουσιάζεται και αρτεσιανισμός (άνοδος του υπόγειου νερού κατά τη διάνοιξη γεωτρήσεων σε στάθμη υψηλότερη από την επιφάνεια του εδάφους).

Το υπόγειο νερό, κατά την κίνησή του εντός των υδροφορέων παρασύρει ρύπους (σε περίπτωση ρύπανσης του εδάφους ή/και του υπόγειου νερού) και τους μεταφέρει σε κατόντη περιοχές, όπου πιθανώς γίνεται εκμετάλλευση του υδροφορέα



Σχήμα 3.4: Μεταφορά ρύπων προς τα κατόντη σε περίπτωση ελαφρών (LNAPLs) και βαρέων (DNAPLs) ρύπων που δεν αναμειγνύονται με το νερό

και συνεπώς με τον τρόπο αυτό μπορεί να γίνει έκθεση του πληθυσμού στη ρύπανση. Το Σχήμα 3.3 παρουσιάζει τη μεταφορά ρύπων από ένα χώρο απόθεσης στερεών αποβλήτων (χωματερή), διαμέσου της μερικώς κορεσμένης ζώνης του εδάφους, προς τον υδροφόρο ορίζοντα και στη συνέχεια προς τα κατόντη:

(α) στην περίπτωση ενός αλλουβιακού υδροφορέα (π.χ. ενός χαλαρού εδαφικού σχηματισμού)

(β) στην περίπτωση ενός ρηγματωμένου βραχώδους σχηματισμού.

Αντίστοιχα, το Σχήμα 3.4 παρουσιάζει τους τρόπους μεταφοράς ελαφρών και βαρέων ρύπων που δεν αναμειγνύονται με το νερό (LNAPLs και DNAPLs), τόσο στην ακόρεστη όσο και στην κορεσμένη ζώνη, λόγω διαφυγών από χώρους απόθεσης.

3.2 Στοιχεία υδραυλικής των υπογείων υδάτων

3.2.1 Γενικά

Η μεταφορά ρύπων διαμέσου του εδάφους αλλά και πολλές από τις μεθόδους απορρύπανσης εδαφών και υδροφορέων βασίζονται στη ροή νερού ή άλλου ρευστού διαμέσου του εδάφους. Έτσι, στο εδάφιο αυτό μελετώνται συνοπτικά οι νόμοι της

κίνησης του υπόγειου νερού διαμέσου του εδάφους καθώς και οι πρακτικές τους συνέπειες. Η ανάπτυξη των σχετικών νόμων γίνεται με έμφαση στη ροή διαμέσου κορεσμένων εδαφών, αλλά παρουσιάζονται και στοιχεία της κίνησης του υπόγειου νερού στη μερικώς κορεσμένη ζώνη των εδαφών.

Στα επόμενα γίνεται συχνά αναφορά σε ροή νερού (με πυκνότητα ρ_w και ειδικό βάρος $\gamma_w = \rho_w g$) διαμέσου του εδάφους, επειδή η περίπτωση αυτή είναι αρκετά συνήθης. Σημειώνεται ότι οι ίδιοι νόμοι μπορούν να εφαρμοσθούν και στη ροή οποιουδήποτε άλλου ρευστού με κατάλληλη αντικατάσταση των τιμών της πυκνότητας και του ειδικού βάρους.

3.2.2 Κίνηση του υπόγειου νερού στην κορεσμένη ζώνη των εδαφών

Η κίνηση του νερού στην κορεσμένη ζώνη των εδαφών διέπεται από τη συνάρτηση του υδραυλικού φορτίου (h), η οποία εκφράζει τη μηχανική ενέργεια ανά μονάδα μάζης και ορίζεται από τη σχέση:

$$h \equiv -\frac{1}{g}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{g}) + \frac{p}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g} \quad (3.1a)$$

όπου \mathbf{g} είναι το διάνυσμα της επιτάχυνσης του πεδίου βαρύτητας (που έχει ένταση g), p είναι η συνάρτηση της πίεσης του ρευστού σε κάθε θέση που ορίζεται από το διάνυσμα θέσης: $\mathbf{r} \equiv \mathbf{OM}$ (όπου O είναι η αρχή των αξόνων των συντεταγμένων και M η θέση του σημείου στο οποίο ορίζεται η πίεση και το υδραυλικό φορτίο), γ_w είναι το ειδικό βάρος του νερού και $v \equiv \|\mathbf{v}\|$ είναι το μέτρο της ταχύτητας ροής. Στην περίπτωση της ροής διαμέσου του εδάφους, ο τελευταίος όρος της σχέσης (3.1a), που εκφράζει την ειδική κινητική ενέργεια του ρευστού, είναι συνήθως πολύ μικρός σε σχέση με τους υπόλοιπους⁴ και αμελείται, οπότε η ανωτέρω σχέση γράφεται:

$$h = -\frac{1}{g}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{g}) + \frac{p}{\gamma_w} \quad (3.1\beta)$$

Σημειώνεται ότι εάν ο άξονας (z) του καρτεσιανού συστήματος είναι κατακόρυφος με φορά προς τα άνω (δηλαδή αντίθετος με τη φορά του \mathbf{g}) ισχύει: $\mathbf{r} \cdot \mathbf{g} = -gz$, και συνεπώς η συνάρτηση του υδραυλικού φορτίου απλοποιείται ως κατωτέρω:

$$h = z + \frac{p}{\gamma_w} \quad (3.2)$$

όπου (z) είναι η υψομετρική στάθμη του σημείου στο οποίο υπολογίζεται το υδραυλικό φορτίο, που συχνά αναφέρεται και ως υψομετρικό φορτίο. Αντίστοιχα, ο όρος p/γ_w ονομάζεται πιεζομετρικό φορτίο.

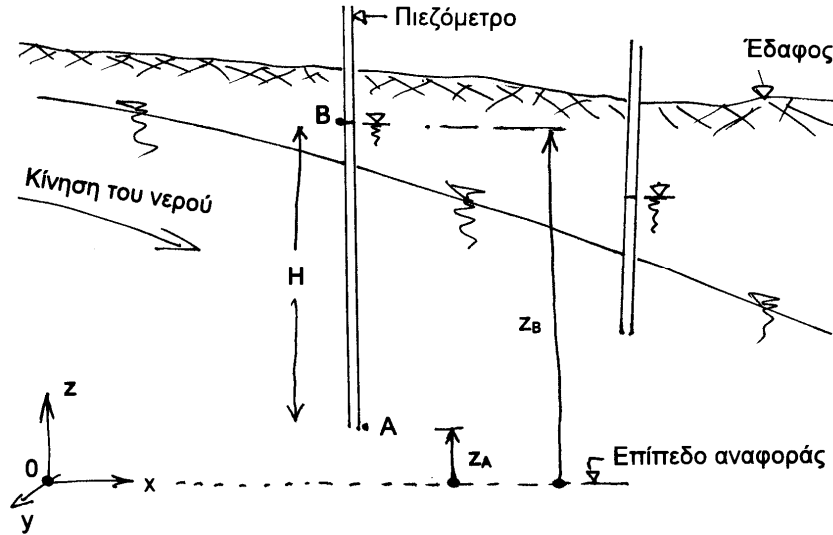
Σύμφωνα με την αρχή διατηρήσεως της ενέργειας, η κίνηση του νερού γίνεται από θέσεις υψηλού υδραυλικού φορτίου προς θέσεις χαμηλότερου υδραυλικού φορτίου. Κατά συνέπεια, μια μάζα νερού βρίσκεται σε υδροστατική ισορροπία όταν και μόνον όταν η συνάρτηση του υδραυλικού φορτίου έχει σταθερή τιμή παντού ($h = ct$). Στην περίπτωση αυτή η πίεση του νερού σε κάθε θέση ονομάζεται υδροστατική πίεση, και δίνεται από την ακόλουθη σχέση (που προκύπτει από την 3.2):

$$p = (h - z) \gamma_w$$

όπου (h) είναι η σταθερή τιμή του υδραυλικού φορτίου.

Η μέτρηση του υδραυλικού φορτίου σε κάποια θέση του εδάφους (κάτω από τη στάθμη του υπόγειου ορίζοντα) γίνεται με πιεζόμετρα. Ένας από τους συνήθεις τύπους πιεζομέτρων (βλέπε Σχήμα 3.5) αποτελείται από ένα κατακόρυφο σωλήνα

⁴ επειδή η ταχύτητα ροής διαμέσου των πόρων του εδάφους είναι πολύ μικρή



Σχήμα 3.5: Λειτουργία του πιεζομέτρου

(ανοικτό στα δύο άκρα) με τον οποίο μετράται το υδραυλικό φορτίο στη βάση του σωλήνα. Πράγματι, νερό από το έδαφος που περιβάλλει τη βάση του σωλήνα εισέρχεται στο σωλήνα, μέχρις ότου αποκατασταθεί υδροστατική ισορροπία μεταξύ του νερού στο σωλήνα και του νερού στους πόρους του εδάφους γύρω από τη βάση του σωλήνα. Λόγω της υδροστατικής ισορροπίας εντός του σωλήνα (στις θέσεις A, B):

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma_w} = h_A = h_B = z_B + \frac{p_B}{\gamma_w} = z_B + 0$$

και συνεπώς:

$$p_A = \gamma_w (z_B - z_A) = \gamma_w H$$

σχέση από την οποία υπολογίζεται η υδατική πίεση (πίεση του νερού των πόρων ή πίεση πόρων) στο σημείο A του εδάφους. Το υδραυλικό φορτίο στο σημείο A είναι τότε:

$$h_A = z_A + H = z_B$$

δηλαδή η στάθμη του νερού εντός του σωλήνα εκφράζει την τιμή του υδραυλικού φορτίου στο σημείο A του εδάφους, όταν η στάθμη μετριέται από το επίπεδο αναφοράς (π.χ. την αρχή των αξόνων). Εάν χρησιμοποιηθούν περισσότερα του ενός παρόμοια πιεζόμετρα, μπορεί να μετρηθεί η κατανομή του υδραυλικού φορτίου στον εδαφικό σχηματισμό και να διαπιστωθεί η διεύθυνση της κίνησης του νερού, δεδομένου ότι το νερό κινείται από θέσεις υψηλού υδραυλικού φορτίου προς θέσεις χαμηλού υδραυλικού φορτίου. Η μεταβολή του υδραυλικού φορτίου από θέση σε θέση αναλύεται παρακάτω μέσω του διανύσματος της κλίσης του υδραυλικού φορτίου.

Από τη σχέση (3.1β) μπορεί να υπολογισθεί το διάνυσμα της κλίσης (gradient) του υδραυλικού φορτίου:

$$\mathbf{i} \equiv \nabla h = -\frac{1}{g} \mathbf{g} + \frac{1}{\gamma_w} \nabla p \quad (3.3)$$

Κατά την υδραυλική ισορροπία (υδροστατική κατάσταση), η συνάρτηση του υδραυλικού φορτίου είναι σταθερή ($\nabla h = 0$) και συνεπώς η υδροστατική πίεση (p_s) του ρευστού προκύπτει από την ανωτέρω σχέση (3.3) ως:

$$\nabla p_s = \rho_w \mathbf{g} \quad (3.4\alpha)$$

οπότε:

$$p_s = \rho_w (\mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) + p_o \quad (3.4\beta)$$

όπου (p_o) είναι η υδροστατική πίεση στην αρχή των αξόνων (δηλ. στη θέση $\mathbf{r} = \mathbf{0}$).

Τέλος, ο συνδυασμός των σχέσεων (3.3) και (3.4α) δίνει:

$$\nabla h = \frac{1}{\gamma_w} \nabla (p - p_s) \quad (3.5)$$

δηλαδή η κλίση του υδραυλικού φορτίου είναι ανάλογη της κλίσης της πίεσης του ρευστού πέραν της υδροστατικής.

Ορίζεται επίσης το διάνυσμα *ροής μάζας* (mass flux) \mathbf{q} από τη σχέση:

$$dm = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}) ds dt \quad (3.6)$$

που δίνει τη μάζα του ρευστού (dm) που διέρχεται δια της στοιχειώδους επιφάνειας (ds) σε χρόνο (dt). Το διάνυσμα (\mathbf{n}) είναι το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια (ds).

Ορίζεται τέλος η *φαινόμενη ταχύτητα* \mathbf{v} του ρευστού από τη σχέση:

$$\mathbf{v} \equiv \frac{1}{\rho_w} \mathbf{q} \quad (3.7)$$

Στην περίπτωση ροής υπόγειου νερού, η ταχύτητα αυτή είναι διαφορετική (μικρότερη) από την πραγματική ταχύτητα ροής του ρευστού διαμέσου των κενών (πόρων) του εδαφικού σκελετού. Πρέπει να τονιστεί πως η πραγματική ταχύτητα ροής του ρευστού διαμέσου των πόρων είναι αδύνατον να υπολογιστεί και, βέβαια, διαφέρει από σημείο σε σημείο. Ακόμα, αν (v) είναι το μέτρο της φαινόμενης ταχύτητας, τότε ορίζεται ως μέση γραμμική ταχύτητα (\bar{v}) το μέγεθος που ικανοποιεί την ακόλουθη σχέση (Freeze and Cherry, 1979):

$$v = \bar{v} \cdot n_e$$

όπου (n_e) είναι το ενεργό πορώδες⁵. Από τον ορισμό της, η μέση γραμμική ταχύτητα λαμβάνει υπόψη της ότι μόνο ένα ποσοστό της συνολικής εδαφικής διατομής, αυτό που αντιστοιχεί στα εδαφικά κενά, είναι διαθέσιμο για την κίνηση του νερού.

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η κίνηση του νερού στους πόρους του εδάφους γίνεται από θέσεις υψηλού υδραυλικού φορτίου προς θέσεις χαμηλού υδραυλικού φορτίου και συνεπώς είναι λογικό να θεωρηθεί ότι η ταχύτητα (\mathbf{v}) της ροής συσχετίζεται με την κλίση του υδραυλικού φορτίου (∇h). Ο απλούστερος νόμος συσχέτισης των ανωτέρω μεγεθών είναι ο λεγόμενος *Νόμος του Darcy*, ο οποίος υποθέτει⁶ μια γραμμική σχέση μεταξύ της κλίσης του υδραυλικού φορτίου ($\mathbf{i} \equiv \nabla h$) που προκαλεί τη ροή και του αποτελέσματος δηλαδή της ταχύτητας της ροής:

$$\mathbf{v} = -\mathbf{k} \cdot (\nabla h) \quad (3.8)$$

Η σταθερά της αναλογίας \mathbf{k} ονομάζεται *υδραυλική αγωγιμότητα* (ή συντελεστής διαπερατότητας) και γενικώς αποτελεί τανυστή β' τάξεως. Στην περίπτωση που το έδαφος έχει ισότροπη αγωγιμότητα (δηλαδή ανεξάρτητη της κατευθύνσεως στο χώρο) η ανωτέρω σχέση μπορεί να γραφεί:

$$\mathbf{v} = -k \cdot (\nabla h)$$

⁵ δηλαδή το πορώδες που επιτρέπει την κίνηση του ρευστού διαμέσου του

⁶ προσοχή, ο "νόμος" του Darcy είναι μια εμπειρική σχέση, η οποία μιας και βασίζεται σε πειραματικά δεδομένα δεν έχει τη γενική ισχύ των νόμων της φύσεως

Στην περίπτωση αυτή η υδραυλική αγωγιμότητα (k) είναι βαθμωτό μέγεθος. Σημειώνεται ότι το (k) έχει διαστάσεις ταχύτητας (L/T).

Η πειραματική μέτρηση της υδραυλικής αγωγιμότητας των εδαφικών υλικών γίνεται με τις συσκευές που φαίνονται στο Σχήμα 3.6.

Το Σχήμα 3.6(α) παρουσιάζει τη συσκευή σταθερού φορτίου, στην οποία η διαφορά στάθμης (ίση με ΔH) διατηρείται σταθερή και η ροή του νερού διαμέσου του εδαφικού δοκιμίου γίνεται στην κατακόρυφη διεύθυνση με φορά από κάτω προς τα άνω. Στην περίπτωση αυτή:

$$\frac{Q}{A} = v_z = -k \frac{\partial h}{\partial z} = k \left(\frac{\Delta H}{L} \right)$$

και συνεπώς:

$$k = \frac{Q \cdot L}{A \cdot \Delta H} \quad (3.9)$$

όπου A είναι το εμβαδόν της διατομής του δοκιμίου (της κάθετης στην κατεύθυνση ροής) και Q η παροχή που διηθείται διαμέσου του δοκιμίου (όγκος νερού στη μονάδα του χρόνου).

Εφαρμογή:

$$A = 20 \text{ cm}^2, \Delta H = 36 \text{ cm}, L = 20 \text{ cm}, Q = 130 \text{ cm}^3/\text{sec}$$

$$\text{Οπότε: } k = 10^{-3} \text{ cm/sec}$$

Το Σχήμα 3.6(β) παρουσιάζει τη συσκευή μειούμενου φορτίου, στην οποία η διαφορά στάθμης $H(t)$ είναι συνάρτηση του χρόνου (με αρχική τιμή H_0 για $t=0$). Στην περίπτωση αυτή, αν (A) είναι το εμβαδόν της διατομής του δοκιμίου και (a) το εμβαδόν της διατομής του σωλήνα, η παροχή του νερού που διέρχεται διαμέσου του εδαφικού δοκιμίου είναι:

$$Q(t) = -a \left(\frac{dH}{dt} \right)$$

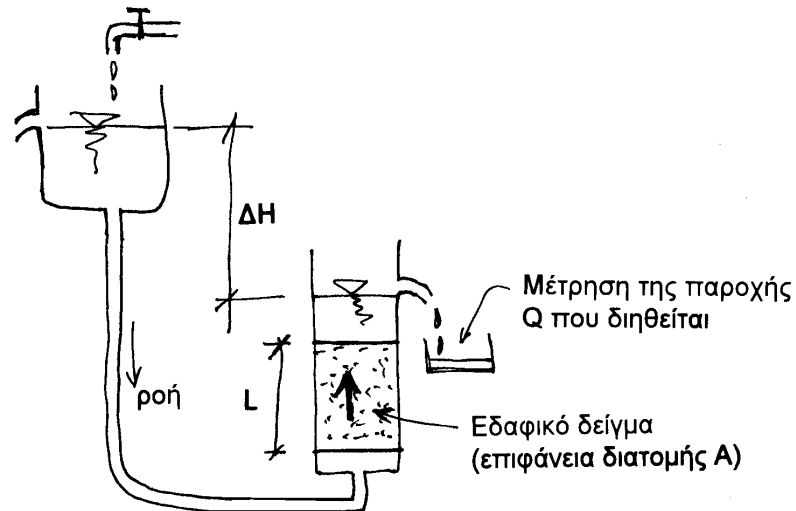
οπότε:

$$\frac{Q}{A} = v = k \left(\frac{H}{L} \right)$$

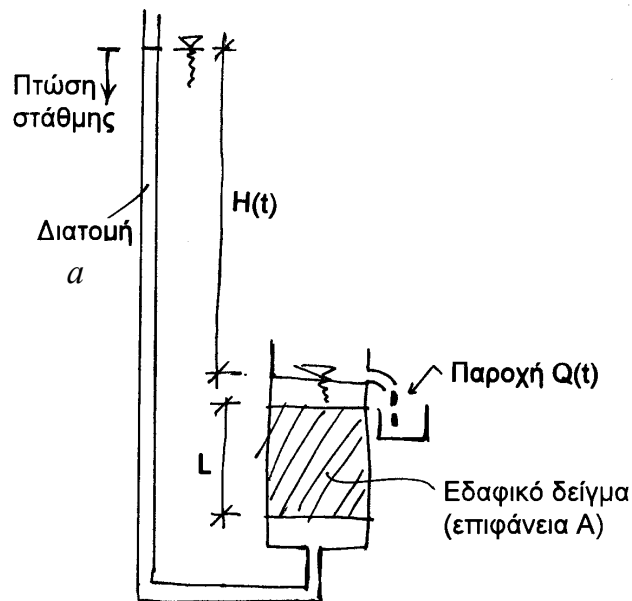
και ο συνδυασμός των ανωτέρω δίνει τη γραμμική διαφορική εξίσωση:

$$\frac{dH}{dt} + \left(\frac{A k}{a L} \right) H = 0$$

Η εξίσωση αυτή επιλύεται και δίνει:



Σχήμα 3.6α: Διαπερατόμετρο σταθερού φορτίου



Σχήμα 3.6β: Διαπερατόμετρο μειούμενου φορτίου

$$H = H_o \cdot \exp\left(-\frac{k A}{L a} t\right)$$

ή ισοδύναμα:

$$k = \frac{L \cdot a}{A \cdot t} \ln\left(\frac{H_o}{H}\right) \quad (3.10)$$

σχέση η οποία χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της υδραυλικής αγωγιμότητας συναρτήσει της μετρούμενης διαφοράς στάθμης (H) σε χρόνο (t) μετά την έναρξη της δοκιμής.

Εφαρμογή:

$$H_o = 75 \text{ cm}, A = 20 \text{ cm}^2, L = 20 \text{ cm}, a = 1 \text{ cm}^2, H = 41 \text{ cm} \text{ μετά από } t = 10 \text{ min}$$

$$\text{Οπότε: } k = \frac{20 \times 1}{20 \times 600} \ln\left(\frac{75}{41}\right) = 10^{-3} \text{ cm/sec}$$

Τυπικές τιμές της υδραυλικής αγωγιμότητας διάφορων εδαφικών σχηματισμών δίνονται στον ακόλουθο πίνακα (για ροή νερού):

ΤΥΠΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΗΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗΣ ΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΑΣ k (cm/s)	
Υλικό	k (cm/s)
Χάλικες	$10^0 - 10^{-1}$
Αμμοχάλικα	$10^0 - 10^{-3}$
Λεπτόκοκκοι άμμοι, ιλύες	$10^{-3} - 10^{-5}$
Ιλυώδεις άργιλοι, άργιλοι	$10^{-5} - 10^{-11}$
Ασβεστόλιθοι ελαφρά ρηγματωμένοι χωρίς έντονη καρστικοποίηση	$10^{-1} - 10^{-4}$
Ασβεστόλιθοι έντονα ρηγματωμένοι	$10^1 - 10^{-2}$
Ιλυόλιθοι, ψαμμίτες σχεδόν υγιείς έως λίγο ρηγματωμένοι	$10^{-3} - 10^{-8}$

Από τον ανωτέρω πίνακα καθίσταται σαφές το τεράστιο εύρος των πιθανών τιμών της υδραυλικής αγωγιμότητας των εδαφών που φθάνει τις 12 τάξεις μεγέθους (10^{12}). Επιπλέον σημειώνεται ότι μεταβλητότητα 3-4 τάξεων μεγέθους είναι αρκετά συνήθης ακόμη και στον ίδιο εδαφικό σχηματισμό.

Οι τιμές της υδραυλικής αγωγιμότητας (k) που αναφέρονται παραπάνω είναι χρήσιμες στην περίπτωση ροής νερού διαμέσου του εδάφους. Στην περίπτωση κίνησης άλλων ρευστών (ή ακόμη και νερού με μεταβαλλόμενη πυκνότητα) η υδραυλική αγωγιμότητα μεταβάλλεται επειδή εξαρτάται από την πυκνότητα του ρευστού και από το ιξώδες του. Στις περιπτώσεις αυτές εισάγεται η έννοια της πραγματικής ή απόλυτης διαπερατότητας (specific ή intrinsic ή absolute permeability) (K) η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$K = \frac{\mu k}{\rho g}$$

Η πραγματική διαπερατότητα (που έχει διαστάσεις L^2) δεν εξαρτάται από το είδος του ρευστού των πόρων αλλά μόνον από τα χαρακτηριστικά του εδαφικού σχηματισμού. Στην ανωτέρω σχέση, (ρ) είναι η πυκνότητα του ρευστού των πόρων (διαστάσεις M/L^3) και (μ) είναι το ιξώδες του ρευστού των πόρων (διαστάσεις M/LT).

Εφαρμογή:

Ο συντελεστής διαπερατότητας ενός εδαφικού σχηματισμού μετρήθηκε (για διήθηση με νερό) ίσος με:

$$k_w = 10^{-3} \text{ cm/sec}$$

Να υπολογισθεί ο συντελεστής διαπερατότητας του ίδιου σχηματισμού για διήθηση με πετρέλαιο diesel. Δίνεται: $\rho_\pi = 0.8 \text{ Mg/m}^3$, $\mu_\pi = 100 \mu_w$

Λύση:

$$K = \frac{\mu_w k_w}{\rho_w g} = \frac{\mu_\pi k_\pi}{\rho_\pi g} \Rightarrow k_\pi = \left(\frac{\rho_\pi}{\rho_w}\right) \left(\frac{\mu_w}{\mu_\pi}\right) k_w$$

οπότε:

$$k_\pi = 0.8 \times 0.01 \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-6} \text{ cm/sec}$$

Στην υδραυλική των υπόγειων υδροφορέων, συχνά αντί της υδραυλικής αγωγιμότητας (\mathbf{k}) χρησιμοποιείται η διαβιβαστικότητα (\mathbf{T}) που ορίζεται από τη σχέση:

$$\mathbf{T} \equiv \mathbf{k} \cdot H \quad (3.11)$$

όπου H είναι το κατακόρυφο ύψος (δηλ. το πάχος) του υδροφορέα. Επίσης συνήθως ορίζεται και η αποθηκευτικότητα⁷ (S) ενός εγκιβωτισμένου υδροφορέα που εκφράζει τον όγκο του νερού (ΔV_w) που μπορεί να αποθηκευθεί στον εν λόγω υδροφορέα ανά μονάδα επιφάνειας κατόψεως (A) και ανά μονάδα μεταβολής του υδραυλικού φορτίου (Δh):

$$S \equiv \frac{\Delta V_w}{A \cdot \Delta h} = \frac{\left(\frac{\partial V_w}{\partial t}\right)}{A \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)} = \frac{\left(\frac{\partial V_w}{\partial t}\right) \cdot H}{V \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)} = \frac{\left(\frac{\partial m_w}{\partial t}\right) \cdot H}{\rho_w \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)} \quad (3.12\alpha)$$

όπου:

$$m_w \equiv \frac{\rho_w V_w}{V} \quad (3.12\beta)$$

είναι η μάζα του νερού (πυκνότητας ρ_w και όγκου V_w) που περιέχεται στη μονάδα όγκου του εδάφους ($V = A \cdot H$). Η ανωτέρω σχέση (3.12) δίνει:

$$\frac{\partial m_w}{\partial t} = \left(\frac{\partial V_w}{\partial t}\right) \frac{\rho_w}{V} = -Q \frac{\rho_w}{A \cdot H} = \rho_w \frac{S}{H} \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right) \quad (3.13\alpha)$$

ή ισοδύναμα:

$$\frac{\partial M_w}{\partial t} = \rho_w S A \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right) \quad (3.13\beta)$$

που εκφράζει τη μεταβολή της συνολικής μάζας του νερού ($M_w = m_w V$) εντός του υδροφορέα λόγω μεταβολής του υδραυλικού φορτίου (h).

Η δυνατότητα εναποθήκευσης ύδατος εντός υδροφορέων με ελεύθερη επιφάνεια και υδροφορέων υπό πίεση (εγκιβωτισμένων) οφείλεται στους εξής παράγοντες:

- (1) Σε υδροφορείς με ελεύθερη επιφάνεια, η μεταβολή του υδραυλικού φορτίου προκαλεί μεταβολή της στάθμης της ελεύθερης επιφάνειας και συνεπώς εναποθήκευση στη ζώνη διακύμανσης της ελεύθερης επιφάνειας (οι πόροι του υδροφορέα πληρούνται με νερό στην προηγούμενως μερικώς κορεσμένη ζώνη). Εάν (S_{ro}) είναι ο βαθμός κορεσμού στη μερικώς κορεσμένη ζώνη του υδροφορέα (πριν την ανύψωση της στάθμης) και (n) το πορώδες τότε, η μάζα του νερού πριν την ανύψωση της στάθμης θα είναι:

$$M_{wo} = \rho_w S_{ro} n V$$

και μετά την ανύψωση της στάθμης (που αντιστοιχεί σε όγκο V):

$$M_w = \rho_w n V$$

Οπότε η μεταβολή της μάζας του νερού λόγω μεταβολής της στάθμης κατά (Δh) θα είναι:

$$\Delta M_w = \rho_w (1 - S_{ro}) n A (\Delta h)$$

ή ισοδύναμα:

$$\frac{\partial M_w}{\partial t} = \rho_w (1 - S_{ro}) n A \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)$$

όπου (A) είναι η επιφάνεια κατόψεως του υδροφορέα. Συνεπώς, ο συντελεστής εναποθήκευσης ενός υδροφορέα με ελεύθερη επιφάνεια δίνεται από τη σχέση:

$$S = (1 - S_{ro}) n \quad (3.13\gamma)$$

⁷ ή συντελεστής εναποθήκευσης

(2) Σε υδροφορείς υπό πίεση (όπου το σύνολο του υδροφορέα είναι κορεσμένο), η μεταβολή του υδραυλικού φορτίου προκαλεί μεταβολή της πίεσης των πόρων και συνεπώς μεταβολή των ενεργών τάσεων. Λόγω της μεταβολής των ενεργών τάσεων, ο όγκος του υδροφορέα μεταβάλλεται (με ισόπωση μεταβολή του όγκου των εδαφικών πόρων) και συνεπώς μεταβάλλεται και ο όγκος του ρευστού που περιέχεται εντός των πόρων με αποτέλεσμα ο υδροφορέας να αποδίδει ή να προσροφά ποσότητα ρευστού.

Σε κορεσμένους υδροφορείς υπό πίεση, ο συντελεστής εναποθήκευσης μπορεί να συσχετισθεί με το μέτρο συμπίεσης του υλικού του υδροφορέα επειδή ο όγκος του ρευστού (ΔV_w) που αποδίδεται από τον υδροφορέα λόγω μεταβολής της πίεσης πόρων (Δp) ισούται με τη μεταβολή του όγκου του υδροφορέα (ΔV). Πράγματι, εάν θεωρηθεί ότι η ολική κατακόρυφη τάση εντός του υδροφορέα παραμένει πρακτικώς σταθερή, τότε:

$$\Delta \sigma_v = 0 \Rightarrow \Delta p = -\Delta \sigma'_v$$

οπότε ο συντελεστής εναποθήκευσης μπορεί να γραφεί ως:

$$S = \frac{\Delta V_w}{A \cdot \Delta h} = \frac{\Delta V \cdot H}{V (\Delta p / \gamma_w)} = \frac{H \cdot \gamma_w}{E_s}$$

δηλαδή:

$$S = \frac{H \cdot \gamma_w}{E_s} \quad (3.13\delta)$$

όπου (H) είναι το πάχος του υδροφορέα, (γ_w) είναι το ειδικό βάρος του ρευστού των πόρων και (E_s) το μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης του υλικού του υδροφορέα.

Εφαρμογή 1:

Ο συντελεστής διαπερατότητας ενός εγκιβωτισμένου υδροφορέα (υπό πίεση) είναι $k = 10^{-3}$ cm/sec, ο συντελεστής εναποθήκευσης $S = 0.05$, οι διαστάσεις κατόψεως 500 m x 1000 m και το πάχος του είναι $H = 100$ m. Να εκτιμηθούν:

(α) Η διαβιβατικότητα του υδροφορέα

(β) Ο ρυθμός ταπείνωσης της στάθμης του υδροφορέα για άντληση $Q = 1000$ m³/ημέρα, θεωρώντας ότι δεν συμβαίνει επαναφόρτιση του υδροφορέα (από κατεισδύουσα βροχόπτωση, πλευρικές μεταγίσεις κλπ.)

Λύση:

Εφαρμογή των σχέσεων (3.11) και (3.13) δίνει:

$$T = k \cdot H = 10^{-5} \times 100 = 10^{-3} \text{ m}^2/\text{sec}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{Q}{S \cdot A} = \frac{1000}{0.05 \times 500 \times 1000} = 0.04 \text{ m/ημέρα}$$

Εφαρμογή 2:

Να εκτιμηθεί το μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης (E_s) του παραπάνω υδροφορέα.

Λύση:

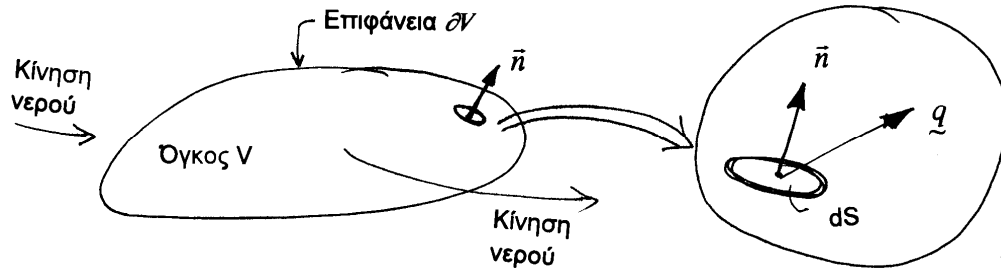
$$\Delta h = \frac{\Delta V_w}{S \cdot A} \Rightarrow \frac{1}{\gamma_w} \Delta p = \frac{\Delta V_w}{V} \cdot \frac{A \cdot H}{S \cdot A}$$

Οπότε:

$$\frac{1}{\gamma_w} \Delta \sigma'_v = \Delta \varepsilon_v \frac{H}{S}$$

και συνεπώς:

$$E_s = \frac{\Delta \sigma'_v}{\Delta \varepsilon_v} = \frac{\gamma_w}{S} H = \frac{10}{0.05} \times 100 = 20000 \text{ kPa} = 20 \text{ MPa}$$



Σχήμα 3.7: Αρχή διατηρήσεως της μάζας

Η τελευταία σχέση είναι πολύ χρήσιμη και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση της απόδοσης ενός εγκιβωτισμένου υδροφορέα (δηλαδή της παροχής νερού που μπορεί να αντληθεί) εάν είναι γνωστό το μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης (E_s) του υλικού του υδροφορέα.

3.2.3 Η αρχή διατηρήσεως της μάζας σε κορεσμένα εδάφη

Η βασική εξίσωση που περιγράφει την κίνηση του υπόγειου νερού σε κορεσμένα εδάφη προκύπτει από την εφαρμογή της αρχής διατηρήσεως της μάζας του νερού που κινείται διαμέσου του εδάφους. Η αρχή αυτή ουσιαστικά εκφράζει το γεγονός ότι η μάζα του νερού διατηρείται σταθερή και συνεπώς αν θεωρηθεί (βλέπε Σχήμα 3.7) ένας σταθερός όγκος νερού V (με σύνορο την επιφάνεια ∂V), τότε η καθαρή εισροή νερού στον όγκο V διαμέσου του συνόρου ∂V θα είναι ίση με την αποθήκευση του νερού στον όγκο αυτό συν τις τυχόν απώλειες εντός του όγκου, δηλαδή:

$$-\oint_{\partial V} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} \, ds = \frac{\partial}{\partial t} \int_V m_w \, dV + \int_V \frac{\partial m'_w}{\partial t} \, dV \quad (3.14\alpha)$$

όπου (m_w) είναι η μάζα του νερού ανά μονάδα όγκου του εδάφους και ($\partial m'_w / \partial t$) είναι ο ρυθμός παραγωγής (π.χ. λόγω εισροής νερού εντός του όγκου) μάζας νερού ανά μονάδα όγκου του εδάφους.

Εφαρμογή του θεωρήματος του Green στη σχέση (3.14α) δίνει:

$$-\nabla \cdot \mathbf{q} = \frac{\partial m_w}{\partial t} + \frac{\partial m'_w}{\partial t} \quad (3.14\beta)$$

Όμως από προηγούμενες σχέσεις συνάγεται ότι:

$$\mathbf{q} = \rho_w \mathbf{v} = -\rho_w \cdot \mathbf{k} \cdot (\nabla h) = -\frac{\rho_w}{H} \mathbf{T} \cdot (\nabla h)$$

Επιπλέον: $\frac{\partial m'_w}{\partial t} \equiv w \frac{\rho_w}{H}$, όπου (H) είναι το ύψος του υδροφορέα και (w) είναι ο όγκος των εισροών νερού ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα επιφάνειας κατόψεως του υδροφορέα. Τέλος, χρησιμοποιώντας και τη σχέση (3.13) προκύπτει:

$$S \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right) = \nabla \cdot (\mathbf{T} \cdot \nabla h) - w \quad (3.15\alpha)$$

Στην περίπτωση ισότροπης διαβιβαστικότητας:

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = T(\nabla^2 h) - w \quad (3.15\beta)$$

Η τελευταία σχέση που συνήθως ονομάζεται “εξίσωση συνέχειας” διέπει την κίνηση του νερού (δηλαδή την κατανομή του υδραυλικού φορτίου) στους υπόγειους υδροφορείς.

Αν θεωρηθεί ότι ο υδροφορέας δεν έχει δυνατότητα εναποθήκευσης (π.χ. υδροφορέας υπό πίεση με πολύ μεγάλο μέτρο ελαστικότητας) και οι απώλειες είναι μηδενικές, τότε η εξίσωση συνέχειας δίνει τη γνωστή εξίσωση Laplace:

$$\nabla^2 h = 0$$

Η ίδια σχέση προκύπτει και στην περίπτωση μόνιμης ροής, δηλαδή όταν $\partial h / \partial t = 0$, ανεξαρτήτως της τιμής του συντελεστή εναποθήκευσης.

Στο επόμενο εδάφιο, η εξίσωση συνέχειας επιλύεται αναλυτικά για απλές περιπτώσεις υδροφορέων. Σε περιπτώσεις με σύνθετη γεωμετρία η επίλυση της εξίσωσης συνέχειας γίνεται συνήθως αριθμητικά (π.χ. με πεπερασμένες διαφορές ή με πεπερασμένα στοιχεία).

3.2.4 Κίνηση του υπόγειου νερού προς αντλούμενες γεωτρήσεις

Η εξίσωση συνέχειας που περιγράφηκε στο προηγούμενο εδάφιο αποτελεί τη βάση για την ανάπτυξη αριθμητικών μοντέλων για την προσομοίωση της κίνησης του υπόγειου νερού προς αντλούμενες γεωτρήσεις. Μια από τις κλασσικές αναλυτικές επιλύσεις της εξίσωσης συνέχειας είναι η “επίλυση Theis” που περιγράφει την άντληση από έναν εγκιβωτισμένο υδροφορέα μέσω μιας γεώτρησης (βλέπε Σχήμα 3.8).

Η εξίσωση συνέχειας σε κυλινδρικές συντεταγμένες γράφεται (θεωρώντας μηδενικές απώλειες):

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = T \left\{ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial h}{\partial r} \right) \right\} \quad (3.16)$$

και έχει στην περίπτωση του Σχήματος 3.8 την εξής λύση:

$$h(r,t) = h_o - \frac{Q}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{1}{w} e^{-w} dw \quad (3.17)$$

όπου: $h_o = h(\infty, t)$ είναι το αρχικό υδραυλικό φορτίο πριν από την έναρξη των αντλήσεων,

Q είναι η παροχή αντλήσεως (m^3/sec) που ισούται με:

$$Q = 2\pi r T \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)$$

και:

$$u \equiv \frac{r^2 S}{4 T t} \text{ είναι μια βοηθητική μεταβλητή}$$

Το ολοκλήρωμα που υπεισέρχεται στην ανωτέρω σχέση μπορεί να υπολογισθεί με αριθμητική ολοκλήρωση. Ειδικά, για τιμές του $u < 0.01$ προκύπτει ότι:

$$W(u) \equiv \int_u^{\infty} \frac{1}{w} e^{-w} dw \approx \ln \left(\frac{0.5625}{u} \right)$$

Υπολογίζεται στη συνέχεια η ταπείνωση της στάθμης του υδροφορέα:

$$s(r, t) \equiv h_o - h(r, t)$$

οπότε από τη σχέση (3.17) προκύπτει η εξίσωση Jacobs:

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} W(u)$$

η οποία για $u < 0.01$ μπορεί να γραφεί:

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} \ln \left(\frac{2.25 T t}{r^2 S} \right) \quad (3.18)$$

Η τελευταία σχέση (3.18) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εκτιμηθεί η λεγόμενη ακτίνα επιρροής (R) της γεώτρησης, δηλαδή η ακτίνα της περιοχής γύρω από τη γεώτρηση όπου η ταπείνωση της στάθμης είναι σημαντική. Πράγματι, θέτοντας $s = 0$ στη σχέση (3.18) προκύπτει: $u = 0.5625$ και συνεπώς:

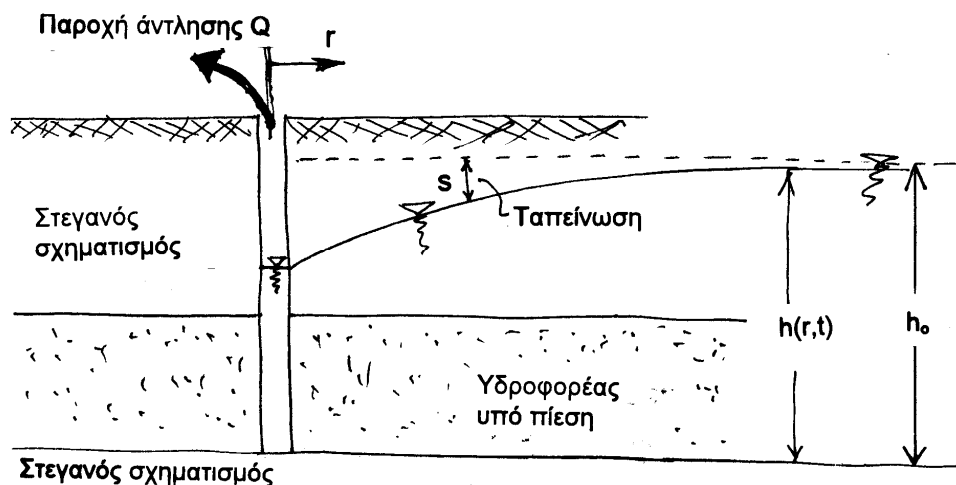
$$R = 1.5 \sqrt{\frac{T t}{S}} \quad (3.19)$$

δηλαδή η ακτίνα επιρροής της άντλησης αυξάνει με την πάροδο του χρόνου. Επιπλέον, με αντικατάσταση της σχέσης (3.19) στην εξίσωση Jacobs (σχέση 3.18) προκύπτει ότι η ταπείνωση της στάθμης του υδροφορέα δίνεται από τη σχέση:

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \ln \left(\frac{R}{r} \right) \quad (3.20)$$

Εφαρμογή:

Ένας εγκιβωτισμένος υδροφορέας αντλείται με παροχή $Q = 1500 \text{ m}^3/\text{ημέρα}$ επί ένα έτος με μια γεώτρηση διαμέτρου $d = 0.40 \text{ m}$. Η διαβιβαστικότητα του υδροφορέα είναι $T = 600 \text{ m}^2/\text{ημέρα}$ και ο συντελεστής εναποθήκευσης $S = 0.0004$. Να εκτιμηθεί η ταπείνωση της στάθμης εντός της γεώτρησης και σε απόσταση 1000 μέτρων από τη γεώτρηση.



Σχήμα 3.8: Ροή προς αντλούμενες γεωτρήσεις

Λύση:

$$u_1 = \frac{r^2 S}{4Tt} = \frac{0.2^2 \times 0.0004}{4 \times 600 \times 365} = 1.8 \times 10^{-11}$$

$$u_2 = \frac{1000^2 \times 0.0004}{4 \times 600 \times 365} = 4.6 \times 10^{-4}$$

και συνεπώς ισχύει η παραδοχή Jacob. Οπότε:

$$s(r=0.2, t=365) = \frac{1500}{4 \times 3.14 \times 600} \ln\left(\frac{0.5625}{1.8 \times 10^{-11}}\right) = 4.81 \text{ m}$$

$$s(1000, 365) = \frac{1500}{4 \times 3.14 \times 600} \ln\left(\frac{0.5625}{4.6 \times 10^{-4}}\right) = 1.41 \text{ m}$$

Η ανωτέρω σχέση μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τον υπολογισμό της διαβιβαστικότητας (T) ενός υδροφορέα εάν είναι γνωστή η ταπείνωση της στάθμης (s_1, s_2) σε δύο θέσεις που βρίσκονται σε αποστάσεις (r_1, r_2) από την αντλούμενη γεώτρηση. Πράγματι, από την (3.20) προκύπτει ότι:

$$s_2 - s_1 = \frac{Q}{2\pi T} \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$

και συνεπώς:

$$T = \frac{Q}{2\pi (s_2 - s_1)} \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right) \quad (3.21)$$

Τονίζεται ότι η ανωτέρω σχέση (3.21) ισχύει υπό την προϋπόθεση ότι $u < 0.01$ και στις δύο θέσεις 1, 2.

Εφαρμογή:

Ένας υδροφορέας υπό πίεση αντλείται με μια γεώτρηση διαμέτρου $d = 0.60$ m με παροχή $Q = 100$ m³/ώρα. Έξι μήνες μετά την έναρξη της άντλησης μετρήθηκαν οι εξής ταπεινώσεις στάθμης:

Απόσταση (m)	Ταπείνωση στάθμης (m)
150	16.2
300	13.2

Η αποθηκευτικότητα του υδροφορέα είναι $S = 0.001$. Να υπολογισθεί η διαβιβαστικότητα (T) και η ακτίνα επιρροής (R) της άντλησης στους έξι μήνες.

Λύση:

$$T = \frac{100/3600}{2 \times 3.14 \times (16.2 - 13.2)} \ln\left(\frac{300}{150}\right) = 0.001 \text{ m}^2/\text{sec}$$

$$R = 1.5 \sqrt{\frac{0.001 \times 6 \times 30 \times 86400}{0.001}} = 5915 \text{ m}$$

Η ταπείνωση της στάθμης εντός της γεώτρησης είναι:

$$s = \frac{100/3600}{2 \times 3.14 \times 0.001} \ln\left(\frac{5915}{0.3}\right) = 43.75 \text{ m}$$

3.2.5 Εκτίμηση των υδραυλικών παραμέτρων υδροφορέων μέσω δοκιμαστικών αντλήσεων

Ο προσδιορισμός των υδραυλικών παραμέτρων υδροφορέων μέσω δοκιμαστικών αντλήσεων είναι ένα πολύ συνηθισμένο εργαλείο στο σχεδιασμό συστημάτων απορρυπάνσεως υδροφορέων μέσω αντλήσεων. Η βασική αρχή της μεθόδου των δοκιμαστικών αντλήσεων είναι η άντληση με γνωστή παροχή από μια

γεώτρηση και η μέτρηση της ταπείνωσης της στάθμης σε γειτονικές γεωτρήσεις παρατηρήσεως (πιεζόμετρα).

Μια από τις συνηθέστερες μεθόδους ανάλυσης των αποτελεσμάτων των δοκιμαστικών αντλήσεων είναι η μέθοδος Jacob που βασίζεται στην ομώνυμη εξίσωση (σχέση 3.18), η οποία μπορεί να γραφεί:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \ln t + \frac{Q}{4\pi T} \ln \left(\frac{2.25 T}{r^2 S} \right)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση αυτή, το διάγραμμα (s , $\ln t$) παριστάνεται με μια ευθεία με κλίση: $Q/(4\pi T)$. Έτσι η διαβιβαστικότητα (T) υπολογίζεται από το διάγραμμα (s , $\ln t$) ως (βλέπε Σχήμα 3.9):

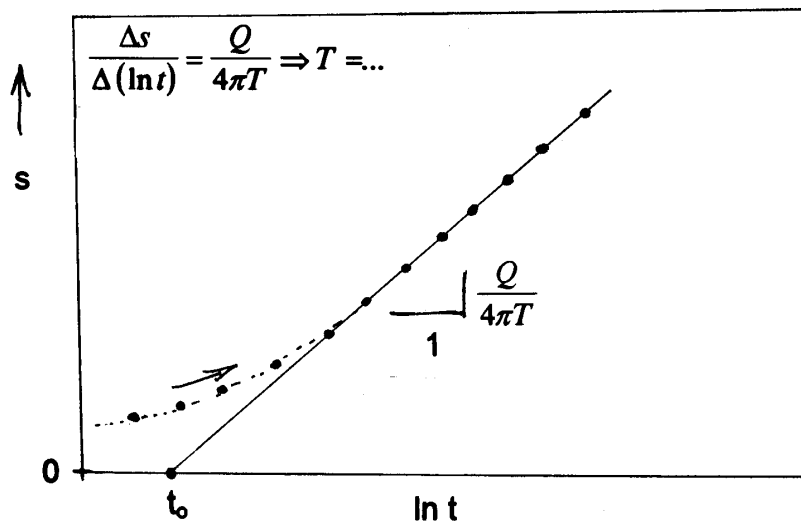
$$T = \frac{Q}{4\pi} \left(\frac{\Delta(\ln t)}{\Delta s} \right) \quad (3.22)$$

Μετά τον προσδιορισμό της διαβιβαστικότητας (T) από τα στοιχεία της βαθμιαίας ταπείνωσης της στάθμης του υδροφορέα σε δορυφορικά πιεζόμετρα, η αποθηκευτικότητα (S) υπολογίζεται από τον χρόνο t_0 που αντιστοιχεί σε μηδενική ταπείνωση στάθμης και προσδιορίζεται από το διάγραμμα $s - \ln t$. Έτσι:

$$S = \frac{2.25 T t_0}{r^2} \quad (3.23)$$

Σημειώνεται ότι τα σημεία του διαγράμματος $s - \ln t$ που αντιστοιχούν σε μικρές τιμές του χρόνου από την έναρξη της άντλησης δεν κείνται επί της ευθείας των υπόλοιπων σημείων επειδή γι' αυτά δεν ισχύει η σχέση $u < 0.01$.

Μια άλλη μέθοδος προσδιορισμού των υδραυλικών χαρακτηριστικών ενός εγκιβωτισμένου υδροφορέα βασίζεται στην αξιοποίηση των μετρήσεων της βαθμιαίας ανύψωσης της στάθμης του υδροφορέα (aquifer recovery) μετά τη διακοπή της άντλησης σε παρακείμενη γεώτρηση. Πράγματι, εάν η διάρκεια της αντλήσεως είναι Δt (από το χρόνο 0 μέχρι τον χρόνο Δt οπότε διακόπτεται η άντληση) και στη συνέχεια μετρηθεί η βαθμιαία ανύψωση της ταπεινωθείσας στάθμης τη χρονική στιγμή (t), δηλαδή σε χρόνο $t - \Delta t$ μετά τη διακοπή της άντλησης, τότε σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας η ταπείνωση της στάθμης τη χρονική στιγμή t θα δίνεται



Σχήμα 3.9: Μέθοδος Jacob για τον προσδιορισμό της διαβιβαστικότητας και της αποθηκευτικότητας υδροφορέων υπό πίεση

από τη σχέση:

$$s = s'(t) - s'(t - \Delta t)$$

όπου:

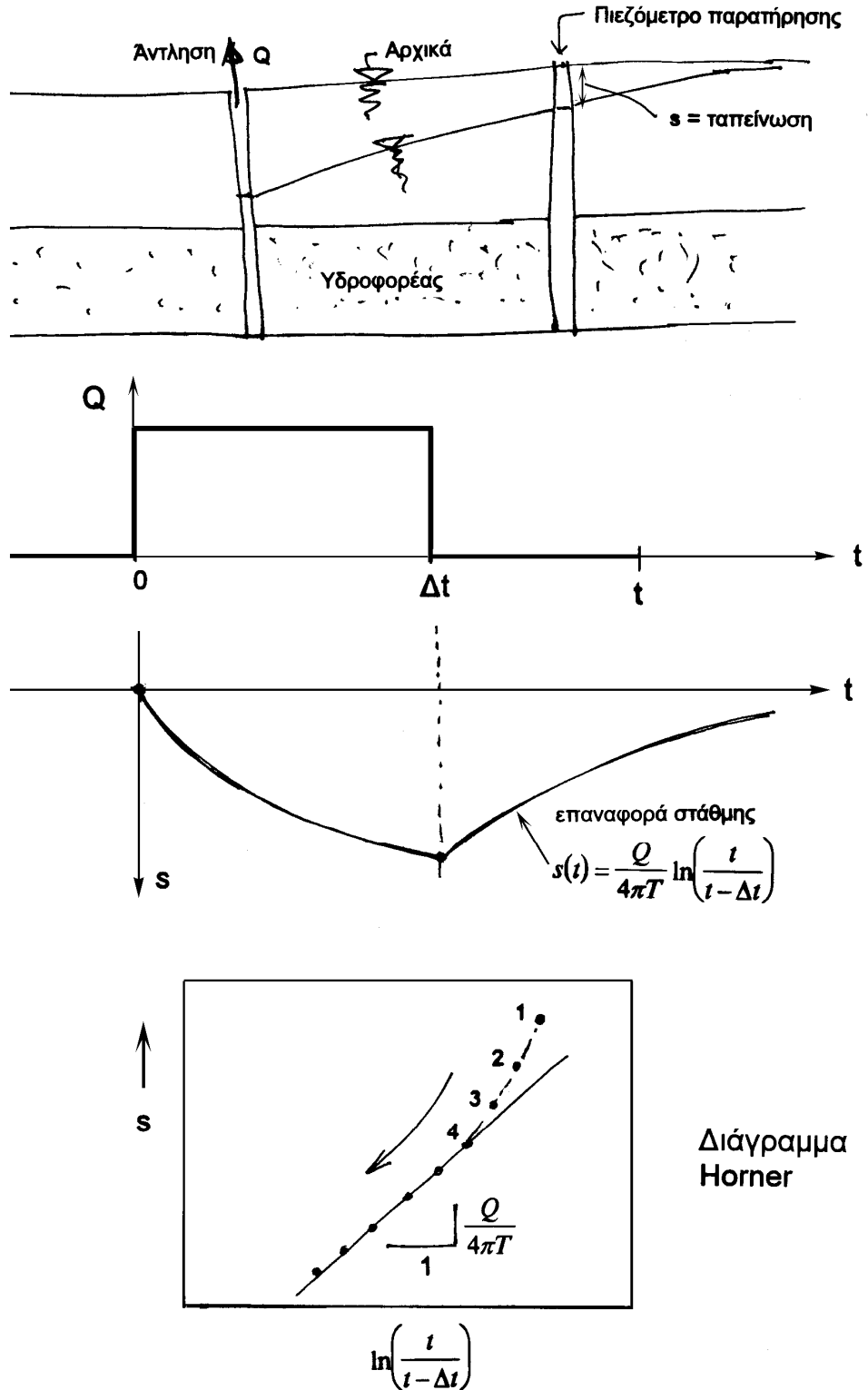
$$s'(t) = \frac{Q}{4\pi T} W\left(\frac{r^2 S}{4T t}\right)$$

$$s'(t - \Delta t) = \frac{Q}{4\pi T} W\left(\frac{r^2 S}{4T (t - \Delta t)}\right)$$

Μετά την πάροδο κάποιου χρόνου από τη διακοπή της αντλήσεως, ισχύει και πάλι η προσέγγιση της συνάρτησης $W(u)$ με το λογάριθμο (εξίσωση Jacob) οπότε:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \ln\left(\frac{t}{t - \Delta t}\right) \quad (3.24)$$

Η τελευταία σχέση χρησιμεύει για τον προσδιορισμό της διαβιβαστικότητας (T) του υδροφορέα από τα δεδομένα της βαθμιαίας ανύψωσης της στάθμης του υδροφορέα μετά τη διακοπή της άντλησης. Συγκεκριμένα, σχεδιάζεται το διάγραμμα $s - \ln(t/(t - \Delta t))$ που ονομάζεται διάγραμμα Horner και προσδιορίζεται το T από τη σχέση (3.24), όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.10.



Σχήμα 3.10: Προσδιορισμός της διαβιβαστικότητας υδροφορέων υπό πίεση με βάση τα στοιχεία επαναφοράς της στάθμης (διάγραμμα Horner)

Εφαρμογή:

Μια γεώτρηση αντλείται με παροχή $Q = 110 \text{ m}^3/\text{ώρα}$ για 500 λεπτά. Στη συνέχεια η άντληση διακόπτεται και οι μετρήσεις συνεχίζονται για 500 λεπτά ακόμη. Οι μετρήσεις ταπείνωσης της στάθμης (s) γίνονται σε μια γεώτρηση που βρίσκεται σε απόσταση 12 μέτρων από την αντλούμενη γεώτρηση. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων είναι:

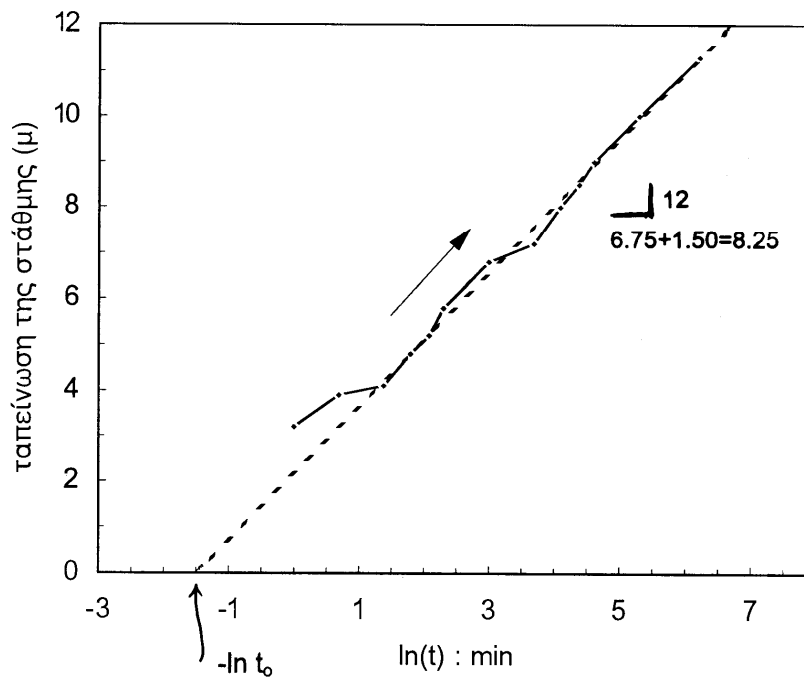
Δεδομένα κατά τη διάρκεια της αντλήσεως		Δεδομένα μετά τη διακοπή της αντλήσεως	
Χρόνος (min)	s (m)	Χρόνος (min)	s (m)
1	3.2	500	11.3
2	3.9	501	7.3
4	4.1	502	7.0
6	4.8	505	6.5
8	5.2	508	5.6
10	5.8	517	4.8
20	6.8	525	4.2
40	7.2	545	3.2
60	8.0	600	2.8
80	8.5	670	2.0
100	9.0	750	1.6
200	10.0	1000	1.1
500	11.3		

Να προσδιορισθούν οι παράμετροι T , S της γεώτρησης από τις δύο δοκιμές, με εφαρμογή των μεθόδων Jacob και Horner.

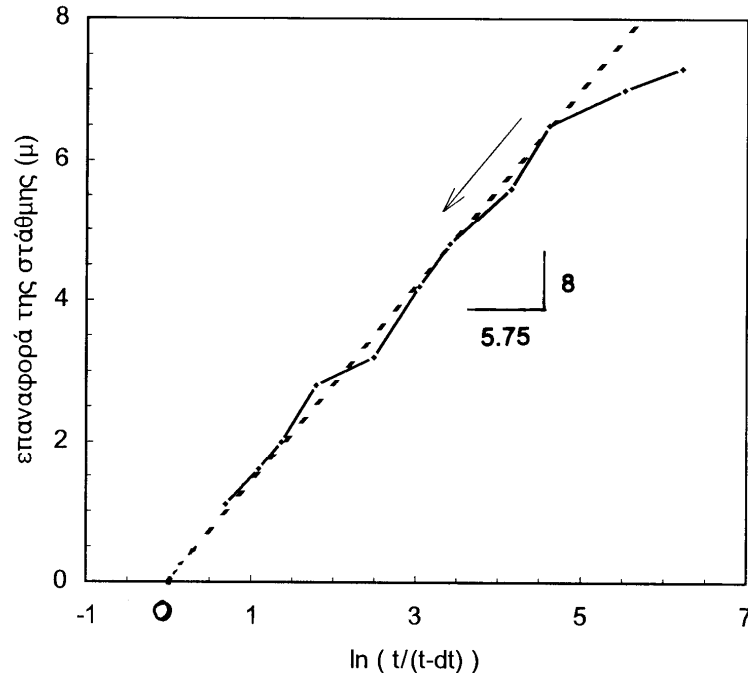
Η λύση φαίνεται στα Σχήματα 3.11 (μέθοδος Jacob) και 3.12 (μέθοδος Horner). Τα αποτελέσματα είναι:

Μέθοδος Jacob: $T = 1.67 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{sec}$, $S = 0.035\%$

Μέθοδος Horner: $T = 1.75 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{sec}$



Σχήμα 3.11: Εφαρμογή της μεθόδου Jacob



Σχήμα 3.12: Εφαρμογή της μεθόδου Horner

3.2.6 Εκμετάλλευση υδροφορέων με αντλήσεις

3.2.6.1 Η παραδοχή της μηδενικής εναποθήκευσης

Κατά την ανάλυση της συμπεριφοράς υδροφορέων μέσω αντλήσεων γίνεται συχνά η παραδοχή ότι ο συντελεστής εναποθήκευσης (S) είναι μηδέν. Η παραδοχή αυτή έχει πρακτικώς αμελητέα επιρροή στην ακρίβεια των υπολογισμών για υδροφορείς με ελεύθερη επιφάνεια, όπου η επιρροή της εναποθήκευσης λόγω μεταβολής των ενεργών τάσεων είναι μικρή σε σχέση με την εναποθήκευση υπόγειου νερού που οφείλεται στη διακύμανση της ελεύθερης στάθμης του υδροφορέα. Σε υδροφορείς υπό πίεση (εγκιβωτισμένους) η παραδοχή του μηδενικού συντελεστή εναποθήκευσης είναι ακριβής μόνον στην περίπτωση ανάλυσης της μόνιμης ροής, οπότε οι ενεργές τάσεις δεν μεταβάλλονται και συνεπώς ο όρος της εναποθήκευσης νερού εντός του υδροφορέα δεν ενεργοποιείται. Στα επόμενα, γίνεται χρήση της παραδοχής $S = 0$ για την ανάλυση των εξής περιπτώσεων αντλήσεων:

1. Αντληση υδροφορέων με μια γεώτρηση
 - 1.1 Υδροφορείς υπό πίεση
 - 1.2 Υδροφορείς με ελεύθερη επιφάνεια
2. Αντληση υδροφορέων με σειρά γεωτρήσεων επ' ευθείας
 - 2.1 Υδροφορείς υπό πίεση
 - 2.2 Υδροφορείς με ελεύθερη επιφάνεια
3. Αντληση υδροφορέων με σύστημα γεωτρήσεων σε τυχαία διάταξη

Τα αποτελέσματα των αναλύσεων αυτών έχουν εφαρμογή σε περιπτώσεις εκμετάλλευσης υδροφορέων μέσω αντλήσεων αλλά και στη χρήση συστημάτων αντλήσεων για:

- (α) Τον έλεγχο της επέκτασης της ρύπανσης, π.χ. για τη δημιουργία πεδίου υδραυλικών κλίσεων με φορά αντίθετη από τη φορά που θα προκαλούσε

επέκταση της ρύπανσης προς περιοχές ενδιαφέροντος (όπως κατοικημένες περιοχές κλπ).

(β) Την απορρύπανση υδροφορέων μέσω άντλησης, επεξεργασίας και επαναφόρτισης.

3.2.6.2 Άντληση υδροφορέων με μια γεώτρηση

3.2.6.2.1 Υδροφορείς υπό πίεση

Το Σχήμα 3.13 παρουσιάζει την ταπείνωση της στάθμης (s) εγκιβωτισμένου υδροφορέα πάχους (D) με μια γεώτρηση που αντλείται με παροχή (Q). Στην περίπτωση αυτή:

$$Q = k \cdot i \cdot A = k \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial r} \right) \cdot (2\pi r D) \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{Q}{2\pi k D} \cdot \frac{1}{r}$$

Η ολοκλήρωση της ανωτέρω σχέσης και η επιβολή της συνοριακής συνθήκης $h(R) = H$ δίνει:

$$h = H - \frac{Q}{2\pi k D} \ln\left(\frac{R}{r}\right)$$

οπότε, η ταπείνωση της στάθμης $s = H - h$ σε κάθε θέση (r) είναι:

$$s = \frac{Q}{2\pi k D} \ln\left(\frac{R}{r}\right) \quad (3.25)$$

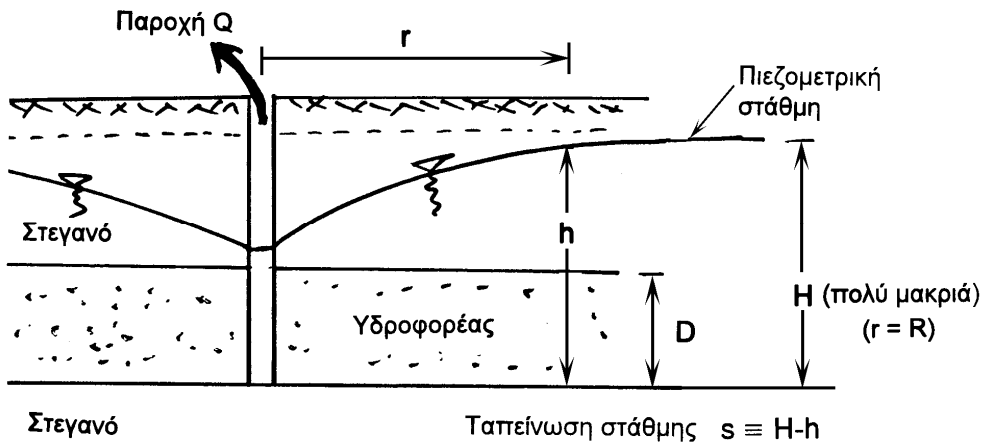
Παρατήρηση: Η εκτίμηση της ακτίνας επιρροής (R) μπορεί να γίνει από τη γενική σχέση:

$$R = 1.5 \sqrt{\frac{T \cdot t}{S}} \quad \text{όπου } T = k D$$

3.2.6.2.2 Υδροφορείς με ελεύθερη επιφάνεια

Το Σχήμα 3.14 παρουσιάζει την ταπείνωση της στάθμης (s) υδροφορέα με ελεύθερη επιφάνεια που αντλείται από μια γεώτρηση με παροχή (Q). Στην περίπτωση αυτή:

$$Q = k \cdot i \cdot A = k \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial r} \right) \cdot (2\pi r h)$$



Σχήμα 3.13: Άντληση σε υδροφορέα υπό πίεση

οπότε:

$$2h \left(\frac{\partial h}{\partial r} \right) = \frac{Q}{\pi k} \cdot \frac{1}{r}$$

Η ολοκλήρωση της παραπάνω σχέσης και η επιβολή της συνοριακής συνθήκης $h(R) = H$ δίνει:

$$h = \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi k} \ln\left(\frac{R}{r}\right)}$$

οπότε η ταπείνωση της στάθμης σε κάθε θέση είναι:

$$s = H - \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi k} \ln\left(\frac{R}{r}\right)} \quad (3.26)$$

Παρατήρηση: Η εκτίμηση της ακτίνας επιρροής (R) μπορεί και στην περίπτωση αυτή να γίνει (κατά προσέγγιση) από τη γνωστή σχέση:

$$R = 1.5 \sqrt{\frac{T \cdot t}{S}} \quad \text{όπου } T = k D$$

3.2.6.3 Αντληση υδροφορέων με σειρά γεωτρήσεων επ' ευθείας

Αν οι γεωτρήσεις είναι σε αρκετά πυκνή διάταξη, το πρόβλημα μπορεί να θεωρηθεί ως διδιάστατο στο επίπεδο που είναι κάθετο στην ευθεία των γεωτρήσεων. Εστω (Q) η παροχή των αντλήσεων σε μήκος (B) ανάπτυξης των γεωτρήσεων.

3.2.6.3.1 Υδροφορείς υπό πίεση

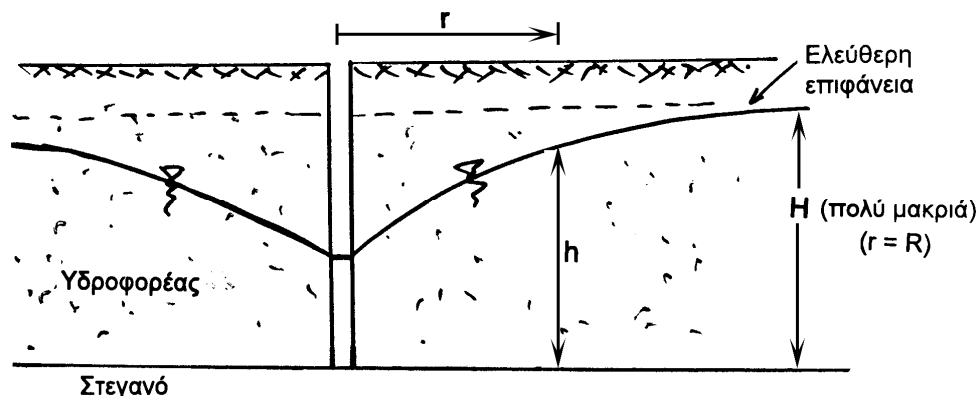
Το Σχήμα 3.13 μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στην περίπτωση αυτή, όπου όμως $r \equiv x$. Έτσι:

$$\frac{1}{2} Q = k \cdot i \cdot A = k \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) DB$$

όπου B είναι το εύρος της ζώνης των αντλήσεων (δηλαδή το μήκος στο οποίο έχουν αναπτυχθεί οι γεωτρήσεις) και (Q) είναι η συνολική παροχή των αντλήσεων στο μήκος (B). Η ολοκλήρωση της σχέσης αυτής και η επιβολή της συνοριακής συνθήκης $h(R) = H$, δίνει την ακόλουθη ταπείνωση της στάθμης του υδροφορέα:

$$s = H - h = \frac{Q}{2kDB} (R - x) \quad (3.27)$$

Παρατήρηση: Η εκτίμηση της ακτίνας επιρροής (R) μπορεί και στην περίπτωση αυτή



Σχήμα 3.14: Αντληση σε υδροφορέα με ελεύθερη ροή

να γίνει (κατά προσέγγιση) από τη γνωστή σχέση:

$$R = 1.5 \sqrt{\frac{T \cdot t}{S}} \quad \text{όπου } T = kD$$

3.2.6.3.2 Υδροφορείς με ελεύθερη επιφάνεια

Το Σχήμα 3.14 μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στην περίπτωση αυτή, όπου όμως $r \equiv x$. Έτσι:

$$\frac{1}{2}Q = k \cdot i \cdot A = k \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) B h$$

όπου B είναι το εύρος της ζώνης των αντλήσεων (δηλαδή το μήκος στο οποίο έχουν αναπτυχθεί οι γεωτρήσεις) και (Q) είναι η συνολική παροχή των αντλήσεων στο μήκος (B) . Η ολοκλήρωση της σχέσης αυτής και η επιβολή της συνοριακής συνθήκης $h(R) = H$, δίνει την ακόλουθη ταπείνωση της στάθμης του υδροφορέα:

$$s = H - h = H - \sqrt{H^2 - \frac{Q}{kB} (R - x)} \quad (3.28)$$

Παρατήρηση: Η εκτίμηση της ακτίνας επιρροής (R) μπορεί και στην περίπτωση αυτή να γίνει (κατά προσέγγιση) από τη γνωστή σχέση:

$$R = 1.5 \sqrt{\frac{T \cdot t}{S}} \quad \text{όπου } T = kD$$

3.2.6.4 Αντληση υδροφορέων με σύστημα γεωτρήσεων σε τυχαία διάταξη

Στην περίπτωση άντλησης ενός υδροφορέα με περισσότερες της μιας γεωτρήσεις, η ταπείνωση της στάθμης σε κάθε θέση μπορεί κατά προσέγγιση να υπολογισθεί με θεώρηση της επαλληλίας της επιρροής κάθε γεώτρησης στη συγκεκριμένη θέση, δηλαδή:

$$s = \sum_{i=1}^n s_i$$

όπου s_i είναι η ταπείνωση της στάθμης στη θέση (r) λόγω της γεώτρησης $i = 1, 2, \dots, n$. Έτσι, για παράδειγμα, σε περίπτωση ενός υδροφορέα υπό πίεση:

$$s = \sum_{i=1}^n s_i = \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{2\pi kD} \ln\left(\frac{R}{r_i}\right) = \frac{1}{2\pi kD} \sum_{i=1}^n Q_i \ln\left(\frac{R}{r_i}\right)$$

όπου (Q_i) είναι η παροχή άντλησης της γεώτρησης (i) , και (r_i) είναι η απόσταση της γεώτρησης (i) από τη θέση στην οποία υπολογίζεται η ταπείνωση της στάθμης.

Σημειώνεται ότι η εφαρμογή της αρχής της επαλληλίας είναι ακριβής μόνον σε γραμμικά προβλήματα, δηλαδή στις περιπτώσεις όπου η ταπείνωση της στάθμης λόγω μιας γεώτρησης δεν επηρεάζεται από την ταυτόχρονη άντληση και των υπόλοιπων γεωτρήσεων.

Εφαρμογή 1 (Σχήμα Ε3.1):

Προκειμένου να δημιουργηθεί εκσκαφή διαστάσεων κατόψεως 10m x 10m και βάθους 10 m προβλέπεται ταπείνωση της ελεύθερης στάθμης του υπογείου ορίζοντα κατά 0.60 m χαμηλότερα από τη στάθμη του πυθμένα της εκσκαφής μέσω τεσσάρων αντλούμενων γεωτρήσεων διαμέτρου 0.60 m. Για κατασκευαστικούς λόγους απαιτείται η ταπείνωση της στάθμης να επιτευχθεί εντός 24 ωρών και να διατηρηθεί επί 30 ακόμα ημέρες. Ο υδροφορέας έχει ελεύθερη επιφάνεια (στο +0.00), υδραυλική αγωγιμότητα $k = 10^{-4}$ m/sec και συντελεστή εναποθήκευσης $S = 10\%$. Να προσδιορισθούν:

1. Η αναγκαία παροχή των τεσσάρων γεωτρήσεων για την ταπείνωση της στάθμης (στις γεωτρήσεις θα τοποθετηθούν όμοιες αντλίες).
2. Η απαιτούμενη ισχύς των αντλιών.
3. Το κόστος της ηλεκτρικής ενέργειας για τις αντλήσεις (1 kWh ≈ 21 δρχ ή 0.06 λεπτά).

Λύση:

1. Αναγκαία παροχή των αντλήσεων:

$$R = 1.5 \sqrt{\frac{T \cdot t}{S}} = 1.5 \sqrt{\frac{(10^{-4} \times 20) \times (24 \times 3600)}{0.10}} = 62.35 \text{ m}$$

$$r = \frac{14\sqrt{2}}{2} = 9.90 \text{ m}$$

Η ολική ταπείνωση είναι 8.60 m και συνεπώς σε κάθε μια γεώτρηση αντιστοιχεί ταπείνωση 8.60/4 = 2.15 m. Συνεπώς, η παροχή αντλήσεως από κάθε γεώτρηση θα είναι:

$$Q_1 = \pi k \frac{H^2 - (H - s)^2}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} = 3.14 \times 10^{-4} \times \frac{20^2 - (20 - 2.15)^2}{\ln\left(\frac{62.35}{9.90}\right)} = 1.39 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{sec}$$

Άρα:

$$Q_1 = 1.39 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{sec} = 50 \text{ m}^3/\text{ώρα}$$

και συνεπώς η συνολική παροχή των αντλήσεων θα είναι 200 m³/ώρα.

Η ανωτέρω παροχή αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή 24 ώρες μετά την έναρξη των αντλήσεων και είναι η μέγιστη παροχή των αντλήσεων. Με την πάροδο του χρόνου, η ακτίνα επιρροής (R) θα αυξάνει και η απαιτούμενη παροχή των αντλήσεων για τη διατήρηση της στάθμης θα μειώνεται βαθμιαία. Κατά συνέπεια, η μέγιστη ισχύς των αντλιών θα υπολογισθεί με βάση την ανωτέρω μέγιστη παροχή, ενώ το κόστος λειτουργίας των αντλήσεων με βάση τη μέση παροχή.

2. Ισχύς των αντλιών:

Για την εκτίμηση της ισχύος των αντλιών απαιτείται να υπολογισθεί η ταπείνωση της στάθμης στο εσωτερικό κάθε γεώτρησης (ώστε να εκτιμηθεί το μέγεθος της ανύψωσης του νερού από κάθε αντλία. Η ταπείνωση της στάθμης εντός της κάθε γεώτρησης λόγω των ανωτέρω αντλήσεων θα είναι:

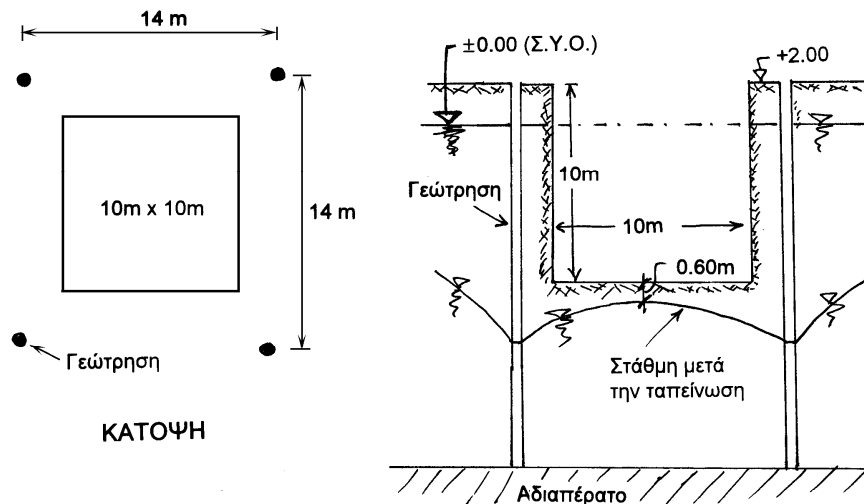
$$s = s_o + 2 s_1 + s_2 = \left\{ 20 - \sqrt{20^2 - \frac{1.39 \times 10^{-2}}{3.14 \times 10^{-4}} \ln\left(\frac{62.35}{0.30}\right)} \right\} +$$

$$+ 2 \left\{ 20 - \sqrt{20^2 - \frac{1.39 \times 10^{-2}}{3.14 \times 10^{-4}} \ln\left(\frac{62.35}{14}\right)} \right\} + \left\{ 20 - \sqrt{20^2 - \frac{1.39 \times 10^{-2}}{3.14 \times 10^{-4}} \ln\left(\frac{62.35}{14\sqrt{2}}\right)} \right\} =$$

$$= 7.20 + 2 \times 1.73 + 1.31 = 11.97 \text{ m}$$

Οπότε η ισχύς της κάθε αντλίας θα είναι:

$$P = Q \gamma_w h = 1.39 \times 10^{-2} \times 10 \times (11.97 + 2) = 1.942 \text{ kNm/sec} = 1.94 \text{ kW}$$



Σχήμα Ε3.1: Παράδειγμα εφαρμογής

3. Κόστος ηλεκτρικής ενέργειας:

Για την εκτίμηση του κόστους της ηλεκτρικής ενέργειας κατά τη διάρκεια των 30 ημερών των αντλήσεων θα πρέπει να εκτιμηθεί η ισχύς λειτουργίας των αντλιών καθ' όλο το ανωτέρω διάστημα, επειδή όπως αναφέρθηκε παραπάνω η απαιτούμενη ισχύς λειτουργίας θα μειώνεται βαθμιαία με την πάροδο του χρόνου. Για την απλοποίηση των υπολογισμών, στα επόμενα υπολογίζεται η απαιτούμενη ισχύς λειτουργίας στο τέλος των αντλήσεων (31 ημέρες) και λαμβάνεται ο μέσος όρος αρχής-τέλους.

Για τη χρονική στιγμή $t = 31$ ημέρες υπολογίζονται με τον ίδιο ως άνω τρόπο τα διάφορα μεγέθη και ευρίσκονται:

$$R = 347.2 \text{ m}$$

$$Q_l = 7.18 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{sec} = 25.9 \text{ m}^3/\text{ώρα}$$

$$s = 4.55 + 2 \times 1.93 + 1.72 = 10.13 \text{ m}$$

$$P = 7.18 \times 10^{-3} \times 10 \times (10.13 + 2) = 0.87 \text{ kW}$$

Συνεπώς η μέση ισχύς λειτουργίας της κάθε αντλίας θα είναι:

$$\bar{P} = 0.50 \times (1.94 + 0.87) = 1.405 \text{ kW}$$

και συνεπώς το κόστος λειτουργίας των αντλήσεων θα είναι:

$$K = 4 \times \bar{P} \times \Delta t \times m = 4 \times 1.405 \times (31 \times 24) \times 0.06 \text{ €} = 251 \text{ €}$$

Προφανώς, στην περίπτωση πραγματικών υπολογισμών κόστους θα πρέπει να συνυπολογισθούν οι απώλειες ενέργειας κατά τη διάρκεια των αντλήσεων (λόγω τριβών στις σωληνώσεις και τις βαλβίδες, θέρμανσης των αντλιών, τυχόν διακοπτόμενης λειτουργίας κλπ). Επιπλέον, η απαιτούμενη ονομαστική ισχύς των αντλιών θα πρέπει να περιλαμβάνει εκτός των ανωτέρω απωλειών την πρόσθετη ισχύ εκκινήσεως κλπ.

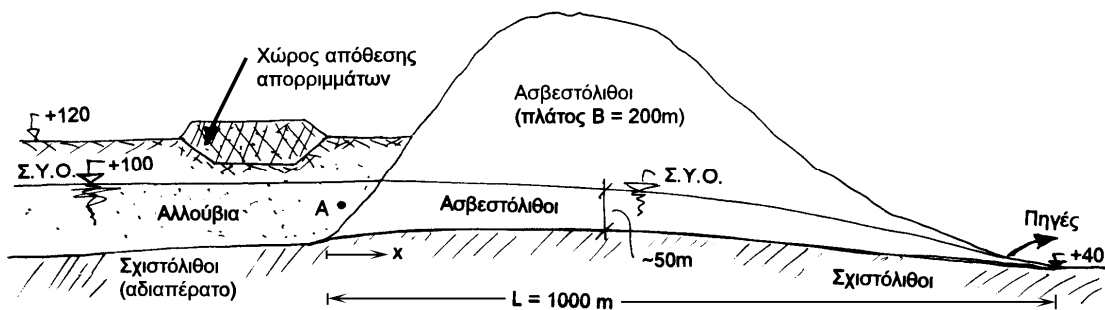
Εφαρμογή 2 (Σχήμα Ε3.2):

Οι πηγές στο κατάντη όριο των ασβεστολίθων έχουν παροχή $Q = 300 \text{ m}^3/\text{ώρα}$ και χρησιμοποιούνται για την ύδρευση πόλης. Πρόσφατα διαπιστώθηκε ότι οι πηγές έχουν ρυπανθεί και εντοπίστηκαν νιτρικά ιόντα με συγκέντρωση ελευθέρου αζώτου (N) ίση με 10 mg/l . Για τη διερεύνηση των αιτίων έγιναν γεωτεχνικές έρευνες και προσδιορίστηκε η στρωματογραφία του Σχήματος Ε3.2. Ζητούνται:

1. Να εκτιμηθεί η σοβαρότητα της ρύπανσης (αίτια, μηχανισμός ρύπανσης, επικινδυνότητα) και οι προοπτικές της περαιτέρω εξέλιξης.
2. Να προσδιορισθεί η φαινόμενη ταχύτητα διήθησης (v) του νερού διαμέσου των ασβεστολίθων.
3. Να προσδιορισθούν η διαβιβαστικότητα (T) και η διαπερατότητα (k) των ασβεστολίθων.
4. Η δειγματοληψία νερού στη θέση Α έδωσε συγκέντρωση νιτρικών $C_o = 20 \text{ mg/l}$. Εάν η συγκέντρωση των νιτρικών (C) συναρτήσει της απόστασης (x) και του χρόνου (t) από την έναρξη της ρύπανσης δίνεται από τη σχέση: $C = C_o \exp\left(-\frac{x}{\bar{v}t}\right)$, όπου \bar{v} = μέση γραμμική ταχύτητα διήθησης, τότε να εκτιμηθεί πριν από πόσο χρόνο έχει αρχίσει η ρύπανση του υδροφορέα με νιτρικά. Δίνεται ότι το πορώδες είναι 0.4.
5. Να εκτιμηθεί η ποσότητα των νιτρικών (σε $\text{kg}/\text{ημέρα}$) που διαφεύγει από τη χωματερή προς τον υδροφόρο ορίζοντα.

Λύση:

1. Είναι προφανές ότι η ρύπανση των πηγών οφείλεται στη μεταφορά ρύπων από το χώρο



Σχήμα Ε3.2: Παράδειγμα εφαρμογής

απόθεσης απορριμμάτων μέσω του αλλουβιακού υδροφορέα και στη συνέχεια μέσω του καρστικού υδροφορέα που αναπτύσσεται εντός της μάζας των ασβεστολίθων.

$$2. \quad v = \frac{Q}{B \cdot H} = \frac{300}{200 \times 50} = 0.03 \text{ m/ώρα}$$

$$3. \quad Q = k \cdot i \cdot B \cdot H \Rightarrow T \equiv k \cdot H = \frac{Q}{i \cdot B} \Rightarrow T = \frac{300 \times (1/3600)}{(60/1000) \times 200} = 0.00694 \text{ m}^2/\text{sec}$$

$$k = \frac{T}{H} = \frac{0.00694}{50} = 1.39 \times 10^{-4} \text{ m/sec}$$

$$4. \quad x = 1000 \text{ m}, C/C_o = 10/20 = 0.50, \bar{v} = \frac{v}{n} = \frac{0.03}{0.4} = 0.075 \text{ m/ώρα}$$

$$\frac{x}{v t} = -\ln\left(\frac{C}{C_o}\right) = 0.6931 \Rightarrow t = \frac{1000}{0.6931 \times 0.075}$$

$$\text{Άρα:} \quad t = 19237 \text{ ώρες} = 2.2 \text{ έτη}$$

$$5. \quad m_o = C_o Q = 20 \text{ mg/l} \times 300 \text{ m}^3/\text{ώρα} = 6 \text{ kg/ώρα} = 144 \text{ kg/ημέρα}$$

3.2.7 Κίνηση του υπόγειου νερού στη μερικώς κορεσμένη ζώνη των εδαφών

Η κίνηση του υπόγειου νερού στη μερικώς κορεσμένη ζώνη των εδαφών διέπεται⁸ από την αρχή διατηρήσεως της μάζας (εξίσωση 3.14) και το νόμο του Darcy (εξίσωση 3.8). Στην περίπτωση της κίνησης του υπόγειου νερού στη μερικώς κορεσμένη ζώνη, ο βαθμός κορεσμού του εδάφους είναι μικρότερος της μονάδας (δηλαδή $S_r < 1$) και επιπλέον δεν είναι σταθερός αλλά εξαρτάται από το μέγεθος της (αρνητικής) πίεσης του νερού στη μερικώς κορεσμένη ζώνη, δηλαδή $S_r = S_r(p)$. Το Σχήμα 3.15 παρουσιάζει τυπικές καμπύλες της κατανομής του βαθμού κορεσμού στη μερικώς κορεσμένη ζώνη σε δυο περιπτώσεις:

(1) Στην περίπτωση τριχοειδούς ανύψωσης του νερού πάνω από τη Στάθμη του Υδροφόρου Ορίζοντα (ΣΥΟ).

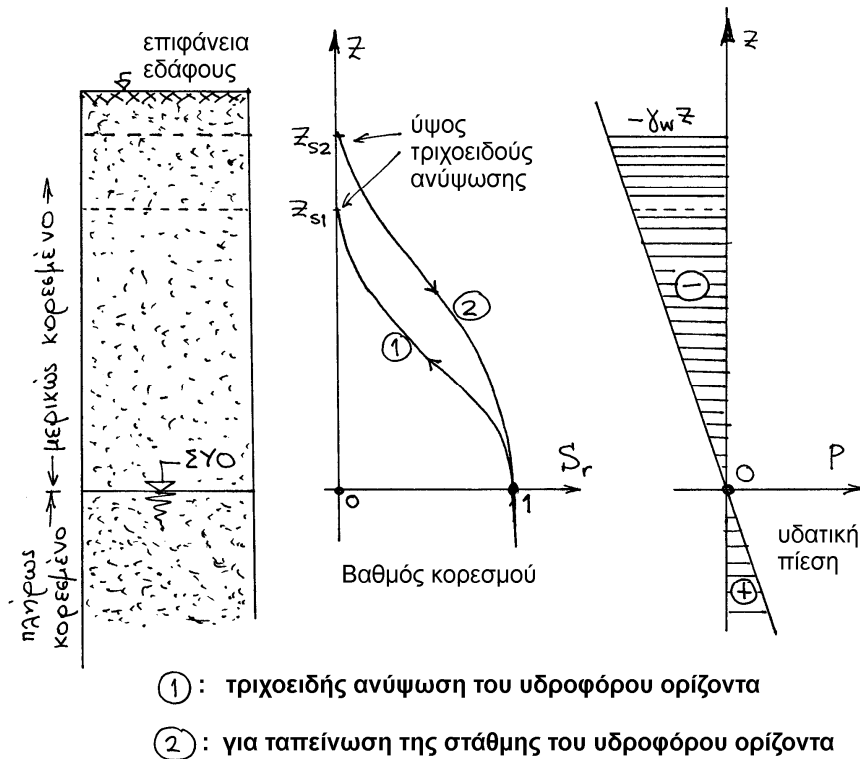
(2) Στην περίπτωση ταπείνωσης της ΣΥΟ που έχει ως αποτέλεσμα τη μετατροπή ενός μέρους του εδάφους από πλήρως κορεσμένο σε μερικώς κορεσμένο.

Το Σχήμα 3.15 επίσης παρουσιάζει την κατανομή της (αρνητικής) υδραυλικής πίεσης στη μερικώς κορεσμένη ζώνη (πίεση τριχοειδούς ανύψωσης). Από το σχήμα φαίνεται ότι η συνάρτηση $S_r = S_r(p)$ δεν είναι μονοσήμαντη αλλά εξαρτάται από τον τρόπο με τον οποίο έγινε ο μερικώς κορεσμός του εδάφους, δηλαδή εάν το έδαφος ήταν αρχικώς πλήρως κορεσμένο (και μετετράπη σε μερικώς κορεσμένο λόγω ταπείνωσης της στάθμης του υδροφόρου ορίζοντα) ή εάν το έδαφος ήταν αρχικώς ξηρό (και μετετράπη σε μερικώς κορεσμένο λόγω τριχοειδούς ανύψωσης νερού από τον υποκείμενο υδροφόρο ορίζοντα).

Η μαθηματική προσομοίωση της κίνησης του υπόγειου νερού στη μερικώς κορεσμένη ζώνη γίνεται μέσω της αρχής διατηρήσεως της μάζας που δίνει (βλέπε εξίσωση 3.14):

$$-\nabla \cdot \mathbf{q} = \frac{\partial m_w}{\partial t} + \frac{\partial m'_w}{\partial t} \quad (3.29)$$

⁸ όπως και στην περίπτωση της κίνησης του υπόγειου νερού στην πλήρως κορεσμένη ζώνη



Σχήμα 3.15: Κατανομή του βαθμού κορεσμού και της υδατικής πίεσης στη μερικώς κορεσμένη ζώνη των εδαφών

όπου $\mathbf{q} = \rho_w \mathbf{v}$, (m_w) είναι η μάζα του νερού ανά μονάδα όγκου του εδάφους και ($\partial m'_w / \partial t$) είναι ο ρυθμός εισροής μάζας νερού ανά μονάδα όγκου του εδάφους. Στην περίπτωση μερικώς κορεσμένου εδάφους, η μάζα του νερού που περιέχεται σε μοναδιαίο όγκο του εδάφους είναι (βλέπε σχέση 3.12):

$$m_w = \rho_w \frac{V_w}{V} = \rho_w \frac{S_r V_v}{V} = n \rho_w S_r \quad (3.30)$$

όπου (n) είναι το πορώδες του εδάφους, (V_v) ο όγκος των εδαφικών πόρων και (S_r) ο βαθμός κορεσμού του εδάφους. Εάν υποτεθεί ότι ο εδαφικός σκελετός στη μερικώς κορεσμένη ζώνη είναι ασυμπίεστος ($\partial n / \partial t = 0$), ότι το νερό των πόρων είναι ασυμπίεστο ($\partial \rho_w / \partial t = 0$) και ότι δεν υπάρχουν εισροές ή απώλειες εντός της μερικώς κορεσμένης ζώνης ($\partial m'_w / \partial t = 0$), οι σχέσεις (3.29) και (3.30) σε συνδυασμό με το νόμο του Darcy (σχέση 3.8) και τη σχέση (3.7) δίνουν:

$$\nabla \cdot (\mathbf{k} \cdot \nabla h) = n \left(\frac{\partial S_r}{\partial t} \right) \quad (3.31)$$

Αλλά:

$$\frac{\partial S_r}{\partial t} = \left(\frac{\partial S_r}{\partial p} \right) \frac{\partial p}{\partial t} = \left(\frac{\partial S_r}{\partial p} \right) \frac{\partial}{\partial t} (h \gamma_w - z \gamma_w) = \gamma_w \left(\frac{\partial S_r}{\partial p} \right) \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.32)$$

όπου (h) είναι το υδραυλικό φορτίο και (z) είναι το σταθερό υψόμετρο της συγκεκριμένης θέσης. Τελικώς, οι σχέσεις (3.31) και (3.32) δίνουν τη διαφορική εξίσωση (ως προς h) που διέπει την κίνηση του νερού στη μερικώς κορεσμένη ζώνη:

$$\nabla \cdot (\mathbf{k} \cdot \nabla h) = n \gamma_w \left(\frac{\partial S_r}{\partial p} \right) \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.33)$$

Η εξίσωση αυτή είναι μή-γραμμική επειδή η συνάρτηση $(\partial S_r / \partial p)$ εξαρτάται από την πίεση (p) (βλέπε Σχήμα 3.15) και συνεπώς από το (h) . Στα επόμενα, η παραπάνω σχέση απλοποιείται περαιτέρω με τις εξής παραδοχές:

- (1) Ο συντελεστής διαπερατότητας είναι ισότροπος και σταθερός (ίσος με k).
- (2) Η συνάρτηση $(\partial S_r / \partial p)$ είναι σταθερή, δηλαδή ο βαθμός κορεσμού μεταβάλλεται γραμμικά μεταξύ των τιμών 1 (στη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα) και 0 (σε ύψος z_s πάνω από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα, όπου z_s είναι το ύψος της τριχοειδούς ανύψωσης). Τότε:

$$\frac{\partial S_r}{\partial p} = \frac{1}{\gamma_w z_s}$$

Με τις παραπάνω παραδοχές, η σχέση (3.33) δίνει:

$$c (\nabla^2 h) = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.34\alpha)$$

όπου:

$$c \equiv \frac{k z_s}{n} \quad (3.34\beta)$$

είναι ένας σταθερός συντελεστής.

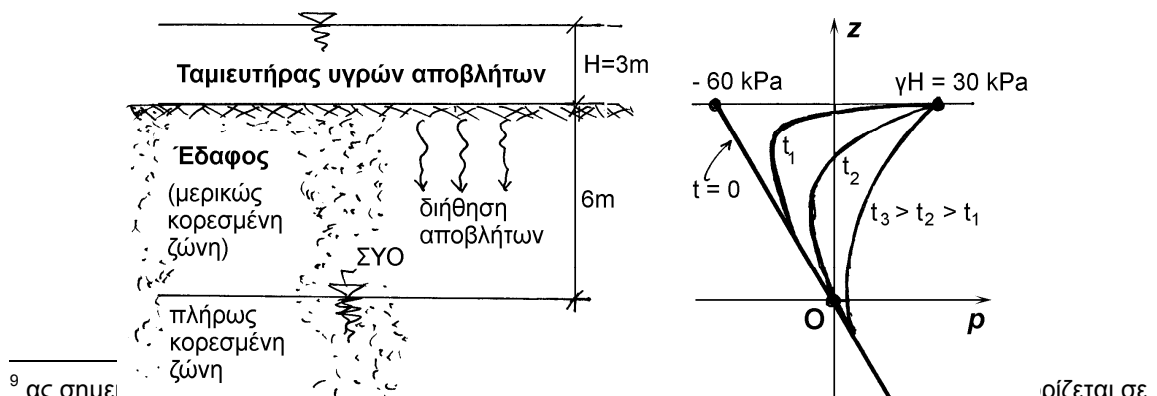
Συνήθως, η κίνηση του νερού στη μερικώς κορεσμένη ζώνη γίνεται μόνον στην κατακόρυφη διεύθυνση (z), οπότε η σχέση (3.34) απλοποιείται ακόμη περισσότερο και δίνει:

$$c \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.35)$$

Εφαρμογή:

Στο παράδειγμα αυτό (Σχήμα Ε3.3) αναλύεται η κίνηση των υγρών αποβλήτων που είναι αποθηκευμένα σε επιφανειακό ταμιευτήρα, διαμέσου της μερικώς κορεσμένης ζώνης της υποκείμενης αργίλου προς τον υδροφόρο ορίζοντα που βρίσκεται σε βάθος 6 μέτρων από την επιφάνεια του εδάφους. Θεωρείται ότι, πριν από την πλήρωση του ταμιευτήρα με υγρά απόβλητα (νερό που περιέχει νιτρικά ιόντα σε συγκέντρωση $C_o = 60 \text{ mg/lit}^9$), η ζώνη της αργίλου πάνω από τη ΣΥΟ (πάχους 6 m) βρισκόταν υπό καθεστώς τριχοειδούς ανύψωσης και η κατανομή της πίεσης καθ' ύψος (τη χρονική στιγμή $t = 0$) δινόταν από τη σχέση: $p = -\gamma_w z$

Θεωρείται επίσης ότι ο ταμιευτήρας πληρούται με απόβλητα πρακτικά ακαριαία, οπότε η υδραυλική πίεση στον πυθμένα γίνεται: $p = \gamma_w H = 10 \times 3 = 30 \text{ kPa}$, ενώ πριν την πλήρωση του ταμιευτήρα



⁹ ως σημει ρίζεται σε 50mg/l από την Οδηγία 91/676/ΕΟΚ "για την προστασία των υδάτων από τη νιτρορύπανση γεωργικής προέλευσης". Παράδειγμα εφαρμογής. Διήθηση στη μερικώς κορεσμένη ζώνη των εδαφών

ήταν $p = -10 \times 6 = -60$ kPa. Η μεταβολή (αύξηση) της υδραυλικής πίεσης και άρα του υδραυλικού φορτίου στην επιφάνεια του εδάφους προκαλεί τη διήθηση των υγρών αποβλήτων προς τα κάτω, διαμέσου της μερικής κορεσμένης ζώνης. Στο Σχήμα Ε3.3 φαίνονται σχηματικά οι καμπύλες κατανομής της υδραυλικής πίεσης στο έδαφος σε διάφορες χρονικές στιγμές μετά την πλήρωση του ταμιευτήρα με απόβλητα.

Το φαινόμενο της κίνησης των υγρών αποβλήτων διαμέσου της μερικής κορεσμένης ζώνης διέπεται από τη διαφορική εξίσωση (3.35). Στα επόμενα, η διαφορική εξίσωση (3.35) λύνεται με τη μέθοδο των Πεπερασμένων Διαφορών. Κατά την ανάλυση που ακολουθεί χρησιμοποιείται ο συμβολισμός $h_{i,j} \equiv h(z_i, t_j)$ που δίνει την τιμή του υδραυλικού φορτίου στη θέση $z = z_i$ τη χρονική στιγμή $t = t_j$. Επιπλέον, γίνεται προσέγγιση των παραγώγων της συνάρτησης του υδραυλικού φορτίου με τις γνωστές σχέσεις:

$$\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_{i,j} = \frac{1}{\Delta t} (h_{i,j+1} - h_{i,j})$$

$$\left(\frac{\partial^2 h}{\partial z^2}\right)_{i,j} = \frac{1}{(\Delta z)^2} (h_{i-1,j} - 2h_{i,j} + h_{i+1,j})$$

Αντικατάσταση των ανωτέρω στη διαφορική εξίσωση (3.35) δίνει:

$$h_{i,j+1} = h_{i,j} + \left(\frac{c(\Delta t)}{(\Delta z)^2}\right) \{h_{i+1,j} - 2h_{i,j} + h_{i-1,j}\} \quad (3.36)$$

Με διαδοχική εφαρμογή της ανωτέρω σχέσης μπορούν να υπολογισθούν οι τιμές του υδραυλικού φορτίου κατά τη χρονική στιγμή $t_{j+1} = t_j + \Delta t$ όταν είναι γνωστή η κατανομή του υδραυλικού φορτίου τη χρονική στιγμή t_j . Με τον τρόπο αυτό υπολογίζεται η εξέλιξη του φαινομένου της διήθησης των αποβλήτων προς τα κάτω.

Μετά τον προσδιορισμό της χρονικής εξέλιξης της συνάρτησης του υδραυλικού φορτίου, υπολογίζεται η φαινόμενη ταχύτητα διήθησης των αποβλήτων από το νόμο του Darcy:

$$v = -k \frac{\partial h}{\partial z} = -k \frac{\partial}{\partial z} \left\{ z + \frac{p}{\gamma_w} \right\} = -k - \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial p}{\partial z}$$

οπότε η παροχή διηθήσεως των υγρών αποβλήτων είναι: $Q = vA$, όπου A είναι η επιφάνεια κατόψεως του ταμιευτήρα.

Τέλος, εάν (C) είναι η συγκέντρωση του ρύπου εντός του ταμιευτήρα (μάζα ρύπου ανά μονάδα όγκου των υγρών αποβλήτων), και αν υποθεθεί ότι η ίδια συγκέντρωση χαρακτηρίζει και τη ζώνη πάνω από τη ΣΥΟ (κάτι τέτοιο προϋποθέτει ότι η μεταφορά του ρύπου οφείλεται μόνο στην κίνηση του νερού), τότε η μάζα του ρύπου που διηθείται διαμέσου της αργίλου ανά μονάδα χρόνου είναι: $\dot{m} = CQ = C v A$.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, εάν $k = 3.75 \times 10^{-7}$ m/sec, $z_s = 8$ m και $n = 0.30$ τότε $c = 10^{-5}$ m²/sec. Επιπλέον, η αρχική συνθήκη είναι $h(z, 0) = 0$, για όλα τα (z) εκτός από τον πυθμένα του ταμιευτήρα όπου ισχύει η συνοριακή συνθήκη: $h(z = 6, t) = 9$ m, για όλες τις χρονικές στιγμές. Διαδοχική εφαρμογή της σχέσης (3.36) με χρονικό βήμα $\Delta t = 3600$ sec και διακριτοποίηση στον κατακόρυφο άξονα $\Delta z = 0.5$ m δίνει τις ακόλουθες τιμές:

Υψόμετρο z (m)	Τιμές του υδραυλικού φορτίου h (m) για:					
	$t = 0$	$t = 2$ ώρες	$t = 8$ ώρες	$t = 24$ ώρες	$t = 48$ ώρες	$t = 96$ ώρες
6	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0
5	0	0.186	1.821	4.062	5.331	6.33
4	0	0	0.09	1.194	2.562	4.02
3	0	0	0	0.21	0.978	2.28
2	0	0	0	0	0.300	1.17
1	0	0	0	0	0.066	0.51
0	0	0	0	0	0.009	0.15

Οι τιμές αυτές παρουσιάζονται γραφικά στο Σχήμα Ε3.4. Η μέση κλίση του υδραυλικού φορτίου είναι $i = \Delta h / \Delta z = 9/6 = 1.5$ και συνεπώς η μέση φαινόμενη ταχύτητα διήθησης είναι $v = k i = 1.5 \times 10^{-6}$ m/sec. Εάν η επιφάνεια κατόψεως του ταμιευτήρα είναι $100 \times 50 = 5000$ m², τότε η μέση παροχή διήθησης των αποβλήτων είναι: $Q = 1.5 \times 10^{-6} \times 5000 = 0.075$ m³/sec. Τέλος, εάν η συγκέντρωση του ρύπου στα απόβλητα είναι 60 mg/lit, τότε η μάζα του ρύπου που διηθείται ανά μονάδα χρόνου είναι: $\dot{m} = 60 \times (0.075 \times 1000) = 4.500$ mg/sec.

3.3 Υποχωρήσεις εδαφών λόγω αντλήσεων

Σε περιπτώσεις χωρικά εκτεταμένης και χρονικά παρατεταμένης εκμετάλλευσης υδροφορέων (μέσω αντλήσεων) παρατηρούνται συχνά υποχωρήσεις της επιφάνειας του εδάφους (land subsidence) στην ευρύτερη περιοχή που ενίοτε προκαλούν ρωγμές και άλλες βλάβες στα κτίσματα λόγω διαφορικών υποχωρήσεων του εδάφους θεμελίωσης. Οι υποχωρήσεις αυτές οφείλονται στην αφαίρεση νερού από τον υδροφόρα, που προκαλεί μείωση του υδραυλικού φορτίου, μείωση των πιέσεων πόρων, αύξηση των ενεργών τάσεων και συνεπώς συμπίεση του υδροφόρα. Στα επόμενα περιγράφεται μια μέθοδος υπολογισμού της υποχώρησης του εδάφους λόγω αντλήσεων.

Ο ρυθμός υποχώρησης ($\partial s / \partial t$) της επιφάνειας του εδάφους λόγω της βαθμιαίας μεταβολής του υδραυλικού φορτίου ($\partial h / \partial t$) που προκαλείται κατά τη διάρκεια των αντλήσεων είναι (βλέπε εξίσωση 3.2):

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{\gamma_w} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) = -\frac{1}{\gamma_w} \left(\frac{\partial \sigma'_v}{\partial t} \right) = -\frac{E_s}{\gamma_w} \left(\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \right) = -\frac{E_s}{\gamma_w H} \left(\frac{\partial s}{\partial t} \right)$$

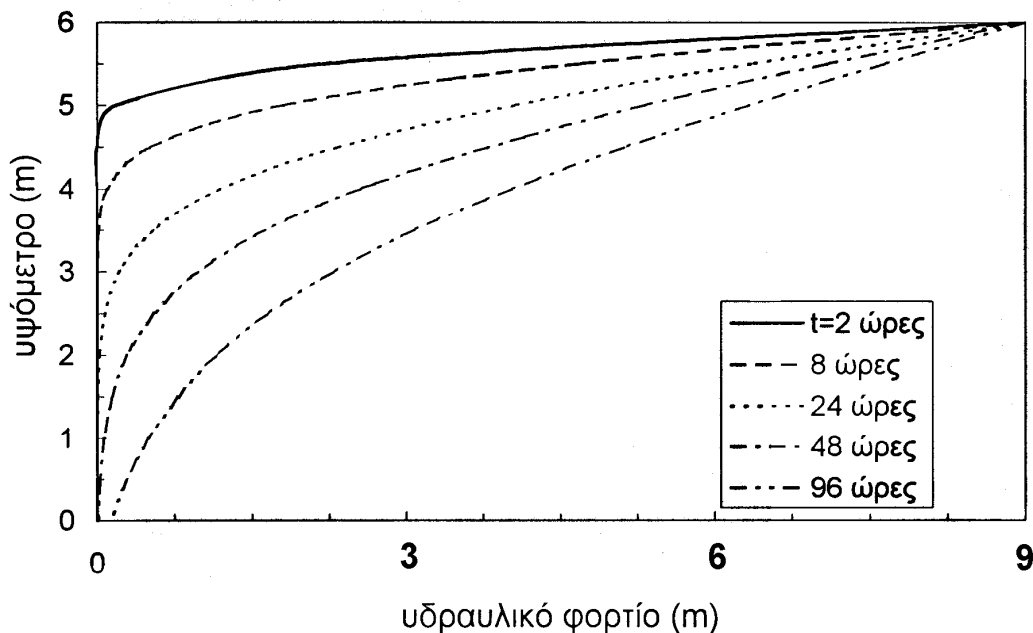
όπου: p = η πίεση πόρων

σ'_v = η κατακόρυφη ενεργός τάση

E_s = το μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης του υλικού του υδροφόρα

γ_w = το ειδικό βάρος του νερού (ή γενικότερα του ρευστού που περιέχεται στους πόρους του υδροφόρα)

H = το κατακόρυφο πάχος του υδροφόρα



Σχήμα Ε3.4: Χρονική εξέλιξη του υδραυλικού φορτίου στην αργιλική στρώση κατά τη διήθηση των υγρών αποβλήτων

Επιπλέον, η σχέση που συνδέει τη μεταβολή της μάζας (m_w) του νερού που περιέχεται στον υδροφορέα (όγκου V) είναι (βλέπε εξίσωση 3.13):

$$\frac{\partial m_w}{\partial t} = \rho_w \frac{S}{H} \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)$$

όπου: ρ_w = η πυκνότητα του νερού (ή γενικότερα του ρευστού που περιέχεται στους πόρους του υδροφορέα)

S = ο συντελεστής εναποθήκευσης του υδροφορέα

Επιπλέον (από την εξίσωση 3.12):

$$-\frac{\partial m_w}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_w \frac{V_w}{V} \right) = \frac{\rho_w}{V} \left(-\frac{\partial V_w}{\partial t} \right) = \frac{\rho_w Q}{V} = \frac{\rho_w Q}{AH}$$

όπου: Q = η παροχή αντλήσεων από τον υδροφορέα

V = ο όγκος του υδροφορέα

A = η επιφάνεια κάτοψης του υδροφορέα

Συνδυασμός των ανωτέρω τριών σχέσεων δίνει:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\gamma_w H}{SE_s A} Q$$

Η σχέση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση του ρυθμού ταπείνωσης (s) της επιφάνειας του εδάφους λόγω αντλήσεων με παροχή (Q), υπό την προϋπόθεση ότι δεν συμβαίνει επαναπλήρωση του υδροφορέα λόγω τροφοδοσίας του (π.χ. από κατεισδύουσα βροχόπτωση). Στην περίπτωση που ταυτοχρόνως με την άντληση ο υδροφορέας τροφοδοτείται με φυσική επαναφόρτιση, τότε στην ανωτέρω σχέση ως παροχή (Q) θα πρέπει να λογίζεται η καθαρή απώλεια του υδροφορέα, δηλαδή η διαφορά μεταξύ αντλήσεων και επαναφόρτισης. Κατά συνέπεια, αν ο μέσος ρυθμός άντλησης του υδροφορέα είναι ίσος με το μέσο ρυθμό της επαναφόρτισής του, η μέση πιεζομετρική στάθμη του υδροφορέα δεν μεταβάλλεται και δεν λαμβάνουν χώρα υποχωρήσεις τους εδάφους. Αντίθετα, εάν συμβαίνει *υπερεκμετάλλευση* του υδροφορέα, δηλαδή εάν ο μέσος ρυθμός άντλησης είναι μεγαλύτερος από το μέσο ρυθμό επαναφόρτισης, τότε η πιεζομετρική στάθμη του υδροφορέα ταπεινώνεται και η επιφάνεια του εδάφους υποχωρεί.

Στην περίπτωση εγκιβωτισμένων υδροφορέων, η προηγούμενη σχέση που δίνει το ρυθμό ταπείνωσης της επιφάνειας του εδάφους μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω, επειδή το μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης (E_s) συνδέεται με τον συντελεστή εναποθήκευσης (S) του υδροφορέα μέσω της σχέσης:

$$E_s = \frac{\gamma_w H}{S}$$

οπότε προκύπτει η απλοποιημένη σχέση:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{Q}{A}$$

Απόδειξη:

Από τον ορισμό του συντελεστή εναποθήκευσης (σχέση 3.12α) προκύπτει:

$$\Delta h = \frac{\Delta V_w}{S \cdot A} \Rightarrow \frac{1}{\gamma_w} \Delta p = \frac{\Delta V_w}{V} \cdot \frac{A \cdot H}{S \cdot A} \Rightarrow \frac{1}{\gamma_w} \Delta \sigma'_v = \Delta \varepsilon_v \frac{H}{S}$$

Οπότε:

$$E_s \equiv \frac{\Delta \sigma'_v}{\Delta \varepsilon_v} = \frac{\gamma_w H}{S}$$

Εφαρμογή:

Υδροφορέας διαστάσεων 10km x 10km και πάχους 100 μέτρων αντλείται μέσω 100 γεωτρήσεων με παροχή κάθε γεώτρησης 100 m³/ώρα. Ο συντελεστής εναποθήκευσης του υδροφορέα είναι 1%. Να εκτιμηθεί ο ρυθμός ταπείνωσης της επιφάνειας του εδάφους, θεωρώντας ότι δεν συμβαίνει επαναφόρτιση του υδροφορέα.

Λύση:

$$A = 10000 \times 10000 = 10^8 \text{ m}^2$$

$$Q = 100 \times 100 \times 24 = 240000 \text{ m}^3/\text{ημέρα}$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{240000}{10^8} = 2.4 \text{ mm}/\text{ημέρα}$$

Συνεπώς, αν οι αντλήσεις συνεχισθούν επί ένα έτος, η συνολική υποχώρηση θα είναι:

$$s = 365 \times 2.4 = 876 \text{ mm} = 0.88 \text{ m}$$

Το μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης του υδροφορέα είναι:

$$E_s = \frac{10 \times 100}{0.01} = 100000 \text{ kPa} = 100 \text{ MPa}$$

Από το παράδειγμα προκύπτει ότι οι υποχωρήσεις της επιφάνειας του εδάφους λόγω εκτεταμένων αντλήσεων μπορεί να είναι πολύ σημαντικές. Βεβαίως, στις συνήθεις περιπτώσεις, ταυτοχρόνως με την άντληση συμβαίνει και επαναφόρτιση του υδροφορέα, οπότε οι υποχωρήσεις μειώνονται ή ακόμη και μηδενίζονται (στην περίπτωση που η επαναφόρτιση του υδροφορέα αντισταθμίζει πλήρως τις συνέπειες της άντλησης).

Εφαρμογή:

Η μέση ταπείνωση της στάθμης του υδροφορέα της Θεσσαλίας κατά την τελευταία εικοσαετία (1975-1995) είναι 25 μέτρα και οφείλεται στην έντονη υπερεκμετάλλευση των υπογείων υδάτων για άρδευση της πεδιάδας. Τα μέσα χαρακτηριστικά του εγκιβωτισμένου υδροφορέα (υπό πίεση) της Θεσσαλίας είναι: Έκταση 2000 τετραγωνικά χιλιόμετρα, πάχος 100 μέτρα, συντελεστής εναποθήκευσης 4%, μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης $E_s = 250 \text{ MPa}$. Ζητούνται:

1. Να υπολογισθεί η μέση υποχώρηση της επιφάνειας του εδάφους λόγω των αντλήσεων κατά την τελευταία εικοσαετία.
2. Να υπολογισθεί το μέσο ετήσιο έλλειμμα του υδροφορέα λόγω της υπερεκμετάλλευσης.
3. Να εκτιμηθεί η απαιτούμενη ετήσια παροχή της εκτροπής υδάτων του ποταμού Αχελώου προς την Θεσσαλία, ώστε η στάθμη του υπογείου ορίζοντα να επανέλθει στα προ εικοσαετίας επίπεδα σε χρονικό διάστημα τεσσάρων ετών, θεωρώντας ότι στο διάστημα αυτό θα διατηρηθούν οι παρούσες ανάγκες αρδευτικού νερού.

Λύση:

$$(1) \quad \Delta \sigma' = -\Delta u = -\gamma_w \cdot \Delta h = -10 \times 25 = -250 \text{ kPa}$$

$$\delta = H \frac{\Delta \sigma'}{E_s} = 100 \frac{0.25}{250} = 0.10 \text{ m}$$

$$(2) \quad \Delta V_w = S \cdot A \cdot \Delta h = 0.04 \times 2000 \times 10^6 \times \frac{25}{20} = 100 \text{ εκατομμύρια κυβικά μέτρα}$$

- (3) Για να επανέλθει η στάθμη θα πρέπει να ανυψούται κατά 6.25 m ανά έτος. Η απαιτούμενη προς τούτο ποσότητα νερού είναι:

$$V_w = S \cdot A \cdot \Delta h = 0.04 \times 2000 \times 10^6 \times 6.25 = 500 \text{ εκατομμύρια κυβικά μέτρα ετησίως.}$$

Συνεπώς, η ολική ποσότητα που θα πρέπει να εκτραπεί είναι 500+100 = 600 εκατομμύρια κυβικά μέτρα νερού ετησίως (ανύψωση + έλλειμμα).

3.4 Βιβλιογραφικές αναφορές

Freeze R.A. and J.A. Cherry (1979) "Groundwater", Prentice Hall.

Hughes G.M., Landon R.A. and Farvolden R.N (1971) "Hydrogeology of solid waste disposal sites in northeastern Illinois", USEPA Solid Waste Management Series, SW-12d.

Morris D.A. and Johnson A.I. (1967) "Summary of hydrologic and physical properties of rock and soil materials", as analysed by the Hydrologic Laboratory of the U.S. Geological Survey, 1948-1960, USGS Water Supply paper 1839-D.

Quinlan J.F and Ewers R.O. (1985) "Groundwater flow in limestone terrains: strategy rationale and procedure for reliable, efficient monitoring of groundwater in karst areas". Proc. 5th National Symp and Exp. on Aquifer Restoration and Groundwater Monitoring, National Water Well Association, pp 197-234.