

ΣΧΟΛΗ Ε.Μ.Φ.Ε 5^ο ΕΞΑΜΗΝΟ
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ ΚΑΙ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ
ΛΥΣΗ 4^{ης} ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

Θεωρούμε το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών (Πρόβλημα 0)

$$\begin{cases} y'(t) + y(t) + 5e^{-t} \sin(5t) = 0, & t \in [0, 3] \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

με πραγματική λύση την $y(t) = \cos(5t)e^{-t}$ και το οποίο ζητείται να επιλυθεί αριθμητικά με μια πολυβηματική μέθοδο Πρόβλεψης - Διόρθωσης (Predictor-Corrector).

Θα χρησιμοποιηθούν η έμμεση μέθοδος Adams-Moulton 5 σταδίων (pc5.m), που υλοποιεί την διαδικασία πρόβλεψης διόρθωσης και μια βελτιωμένη έκδοση της άμεσης μεθόδου Adams-Bashforth 5 σταδίων (ab5semn.m) σε μια διαμέριση του $[0,3]$ με σταθερό βήμα $h = 0.1$.

Βήμα 1:

Δημιουργώ στο Matlab τα «function-αρχεία» του Προβλήματος:

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
% Η διαφορική εξίσωση πρώτου βαθμού f0.m, που θα επιλύσει η μέθοδος %  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
function yprime = f0(t,y);  
yprime=-y-5*exp(-t).*sin(5*t);
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
% Η πραγματική λύση f0true.m του Προβλήματος 0 %  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
function ytrue = f0true(t);  
ytrue =cos(5*t).*exp(-t);
```

ΣΧΟΛΙΟ: Προσοχή στον τρόπο σύνταξης της διαφορικής εξίσωσης στο m -αρχείο f0.m. Χρησιμοποιείται ο συμβολισμός «.*» για να επιτευχθεί η πράξη του πολλαπλασιασμού των διανυσμάτων στοιχείο προς στοιχείο.

Βήμα 2:

Δημιουργώ στο Matlab το «script-αρχείο» του Προβλήματος:

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Driver program run41p0.m                                     %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clear all
format long
hold off
clf

% Αρχικοποίηση του προβλήματος
t0 = 0; tfinal = 3; y0 = 1; h=0.1;
% Αριθμητική επίλυση του προβλήματος 0 με τις 2 μεθόδους
[tout1, yout1] = ab5semm('f0', t0, tfinal, h, y0);
[tout2, yout2] = pc5('f0', t0, tfinal, h, y0);
% Απόλυτο σφάλμα σε κάθε σημείο της διαμέρισης για καθεμία μέθοδο
err1=abs(yout1-f0true(tout1));
err2=abs(yout2-f0true(tout2));
% Ακρίβεια σε κάθε σημείο της διαμέρισης για καθεμία μέθοδο
acc1=-log10(err1);
acc2=-log10(err2);
% Δημιουργία πυκνής διαμέρισης με βήμα 0.01 για την f0true
tout3=t0:0.01:tfinal;
% Γραφική παράσταση των προσεγγιστικών λύσεων και της πραγματικής λύσης
% Για την σύνταξη και χρήση της εντολής subplot ανατρέχουμε στη θεωρία ή
% στη βοήθεια του Matlab
subplot(2,1,1); plot(tout1, yout1, 'o', tout2, yout2, '.', tout3, f0true(tout3), '-')
title('ab5semm and pc5 on f0');
xlabel('t'); ylabel('y and ytrue');
% Γραφική παράσταση του πλήθους των σημαντικών δεκαδικών ψηφίων σε κάθε
% σημείο της διαμέρισης για τις 2 μεθόδους
subplot(2,1,2); plot(tout1, acc1, 'o', tout2, acc2, '.')
title('ab5semm and pc5 on f0'); xlabel('t'); ylabel('accuracy');
```

Σημείωση: Οι επεξηγήσεις που δίνονται μετά από το σύμβολο % αποτελούν σχόλια και δίνονται για διευκρίνιση προς τον αναγνώστη, οπότε η εμφάνισή τους είναι προαιρετική. Επιπλέον, σημειώνουμε ότι στο φάκελο με τα αρχεία μας δεν ξεχνάμε να αποθηκεύσουμε και την μέθοδο `rk4.m`, καθώςον χρησιμοποιείται από την `ab5seml.m` για τις αρχικές προσεγγίσεις της λύσης.

Γραφικές Παραστάσεις

Εμφανίζονται οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις. Παρατηρείστε ότι η μέθοδος που λύνει το Πρόβλημα 0 με τη μεγαλύτερη ακρίβεια είναι η μέθοδος πρόβλεψης και διόρθωσης `pc5.m`.

