

## ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΜΕΤΑΛΛΕΙΩΝ - ΜΕΤΑΛΛΟΥΡΓΩΝ

### ΜΑΘΗΜΑ: ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Ι. ΤΣΩΛΑΣ, ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ, ΤΟΜΕΑΣ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ, ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΑΙΟΥ

### ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ - ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

#### Ι. ΜΙΚΡΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ

##### Άσκηση 1

Εφόσον η καμπύλη προσφοράς είναι ευθύγραμμη, εάν θεωρήσουμε ότι  $P=f(Q^s)$ , θα ισχύει:

$$P = aQ^s + b$$

Η ελαστικότητα προσφοράς θα είναι:

$$\epsilon_s = (dQ^s/dP) (P/Q^s) = [1/(dP/dQ^s)] (P/Q^s) \Rightarrow \epsilon_s = (1/a) (P/Q^s) \Rightarrow a = (1/\epsilon_s) (P/Q^s)$$

Επίσης:

$$P = aQ^s + b \Rightarrow b = P - aQ^s \Rightarrow b = P - Q^s (1/\epsilon_s) (P/Q^s) \Rightarrow b = P - (P/\epsilon_s) \Rightarrow$$

$$b = P(1 - (1/\epsilon_s))$$

Με βάση τα δεδομένα προκύπτουν:

$$a = 10,2 \times 10^{-4}$$

$$b = -0,4286$$

και η συνάρτηση προσφοράς θα είναι:

$$P = 10,2 \times 10^{-4} Q - 0,4286$$

Για την καμπύλη ζήτησης, εφόσον είναι ευθύγραμμη, εάν θεωρήσουμε ότι  $P=f(Q^d)$ , θα ισχύει:

$$P = a'Q^d + b'$$

Ακολουθώντας την ίδια προσέγγιση προκύπτει ότι:

$$a' = (1/\epsilon_d) (P/Q^d)$$

$$b' = P(1 - (1/\epsilon_d))$$

και η συνάρτηση ζήτησης θα είναι:

$$P = -3,861 \times 10^{-4} Q + 1,541$$

Για την καμπύλη προσφοράς, εάν θεωρήσουμε ότι  $Q^s = f(P)$ , θα ισχύει:

$$Q^s = \alpha P + \beta$$

Η ελαστικότητα προσφοράς θα είναι:

$$\epsilon_s = (dQ^s/dP) (P/Q^s) \Rightarrow \epsilon_s = \alpha (P/Q^s) \Rightarrow \alpha = \epsilon_s Q^s/P$$

Επίσης:

$$Q^s = \alpha P + \beta \Rightarrow \beta = Q^s - \alpha P \Rightarrow \beta = Q^s - \epsilon_s Q^s \Rightarrow \beta = Q^s (1 - \epsilon_s)$$

Με βάση τα δεδομένα προκύπτει ότι η συνάρτηση προσφοράς θα είναι:

$$Q^s = 980P + 420$$

Για την καμπύλη ζήτησης, εάν θεωρήσουμε ότι  $P=f(Q^d)$ , θα ισχύει:

$$Q^d = \alpha' P + \beta'$$

Ακολουθώντας την ίδια προσέγγιση προκύπτει ότι:

$$\alpha' = \epsilon_d Q^d/P$$

$$\beta' = Q^d (1 - \epsilon_d)$$

και η συνάρτηση ζήτησης θα είναι:

$$Q^d = -2590P + 3990$$

##### Άσκηση 2

Όταν οι συναρτήσεις προσφοράς και ζήτησης δοθούν με την αλγεβρική τους μορφή τότε τα μεγέθη ισορροπίας (τιμή και ποσότητα ισορροπίας) προσδιορίζονται από τη λύση του συστήματος των δύο εξισώσεων.

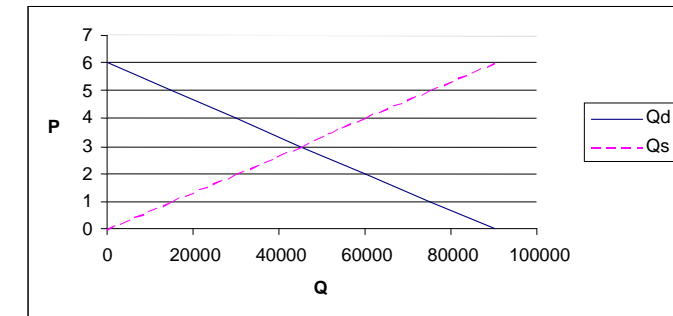
Σε περίπτωση μεταβολής μιας ή και των δύο συναρτήσεων επιλύονται εκ νέου τα νέα συστήματα εξισώσεων.

α. Τα μεγέθη ισορροπίας της αγοράς είναι:

$$P_e = 3$$

$$Q_e = 45000$$

όπου  $P_e$  = τιμή ισορροπίας και  $Q_e$  = ποσότητα ισορροπίας (βλ. επίσης σχήμα 1)



Σχήμα 1.

β. Για τη διερεύνηση του είδους της ισορροπίας (ευσταθής ή ασταθής) καταγράφονται οι πιέσεις (αυξητικές ή πτωτικές) στις τιμές για αύξηση και μείωση της τιμής πέραν της τιμής ισορροπίας. Εάν η άσκηση των πιέσεων στις τιμές σε μια θέση μη ισορροπίας απομακρύνει το σύστημα της αγοράς περισσότερο από την αρχική θέση ισορροπίας η ισορροπία στην αγορά είναι ασταθής, ενώ εάν συμβαίνει το αντίθετο, δηλ. η άσκηση των πιέσεων στις τιμές επαναφέρει το σύστημα της αγοράς από μια θέση μη ισορροπίας στην αρχική θέση ισορροπίας, η ισορροπία στην αγορά είναι ευσταθής.

Η αύξηση της τιμής πέραν της τιμής ισορροπίας δημιουργεί υπερβάλλουσα προσφορά ( $Q_s - Q_d > 0$ ) με αποτέλεσμα την άσκηση πτωτικών πιέσεων στις τιμές και η μείωση της τιμής πέραν της τιμής ισορροπίας δημιουργεί υπερβάλλουσα ζήτηση ( $Q_s - Q_d < 0$ ) με αποτέλεσμα την άσκηση αυξητικών πιέσεων στις τιμές. Και στις δυο περιπτώσεις η άσκηση των πιέσεων στις τιμές επαναφέρει το σύστημα της αγοράς από μια θέση μη ισορροπίας στην αρχική θέση ισορροπίας και για το λόγο αυτό η ισορροπία στην αγορά είναι ευσταθής (βλ. πίνακα 1).

Πίνακας 1.

Qd	P	Qs	Qs-Qd	ΠΙΕΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΤΙΜΗ
0	6	90000	90000	▼
15000	5	75000	60000	▼
30000	4	60000	30000	▼
45000	3	45000	0	
60000	2	30000	-30000	▲
75000	1	15000	-60000	▲
90000	0	0	-90000	▲

γ. Τα νέα μεγέθη ισορροπίας της αγοράς είναι:

$$P_e = 4$$

$$Q_e = 60000$$

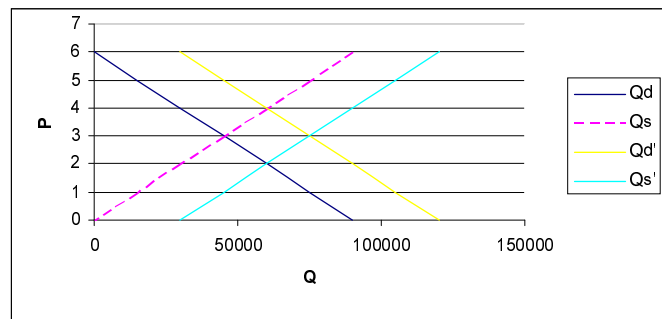
όπου  $P_e$  = τιμή ισορροπίας και  $Q_e$  = ποσότητα ισορροπίας (βλ. επίσης σχήμα 2)

δ. Τα νέα μεγέθη ισορροπίας της αγοράς είναι:

$$P_e = 3$$

$$Q_e = 75000$$

όπου  $P_e$  = τιμή ισορροπίας και  $Q_e$  = ποσότητα ισορροπίας (βλ. επίσης σχήμα 2)



Σχήμα 2.

### Άσκηση 3

α. Για τον προσδιορισμό των ποσοτήτων των καλαθιών αγαθών (προϊόντων) που αγοράζει ο καταναλωτής έτσι ώστε να μεγιστοποιεί τη χρησιμότητα του απαιτείται η εφαρμογή των συνθηκών ισορροπίας του καταναλωτή και η επίλυση του συστήματος των εξισώσεων (1) και (2):

$$O\Lambda Y_{xy} = P_x/P_y, \quad O\Lambda Y_{xy} = MU_x/MU_y \quad \text{άρα } MU_x/MU_y = P_x/P_y \quad (1)$$

$$10x + 12y = 880 \quad (2)$$

όπου  $O\Lambda Y_{xy}$  ο οριακός λόγος υποκατάστασης του X από το Y,  $MU_x, MU_y$  οι οριακές χρησιμότητες,  $P_x, P_y$  οι τιμές και  $x, y$  οι ποσότητες των αγαθών X και Y.

Με βάση τη συνάρτηση συνολικής χρησιμότητας ισχύουν:

$$MU_x = y^{1.2}$$

$$MU_y = 1,2 \times y^{0.2}$$

Και με βάση την (1) προκύπτει  $x=y$ . Με βάση την τελευταία σχέση και την (2) προκύπτει τελικά:

$$x=40$$

$$y=40$$

Εναλλακτικά, για τη μεγιστοποίηση της χρησιμότητας μπορούμε να εργαστούμε και ως εξής:

Επιλύουμε τον εισοδηματικό περιορισμό ως προς μια μεταβλητή, έστω την  $x$ :

$$10x + 12y = 880$$

$$x = 88 - 1,2y$$

και αντικαθιστούμε στη συνάρτηση χρησιμότητας:

$$U = (88 - 1,2y) y^{1.2}$$

$$U = 88 y^{1.2} - 1,2 y^{2.2}$$

Απαιτείται η μεγιστοποίηση της  $U(y) = 88 y^{1.2} - 1,2 y^{2.2}$ .

Για να μεγιστοποιείται η συνάρτηση  $U(y)$  πρέπει να ισχύουν οι παρακάτω συνθήκες:

Μεγιστοποίηση $U(y)$	
Συνθήκη Α' τάξεως	$\frac{dU}{dy} = 0$
Συνθήκη Β' τάξεως	$\frac{d^2U}{dy^2} < 0$

Εφαρμόζοντας τη συνθήκη Α' τάξεως προκύπτει  $y=40$ . Η συνθήκη Β' τάξεως ισχύει για  $y=40$ .

Από τη σχέση  $10x + 12y = 880$ , για  $y=40$  προκύπτει  $x=40$ .

β. Με βάση τα παραπάνω, προκύπτει ένα σημείο της καμπύλης ζήτησης ( $P_x, Q_x$ ) = (10, 40).

Θεωρώντας ότι έστω ότι  $P_x=20$  με τον ίδιο τρόπο υπολογίζεται ένα ακόμη σημείο της καμπύλης: ( $P_x', Q_x'$ ) = (20, 20) και από τα δύο σημεία εξάγεται η καμπύλη ζήτησης.

### Άσκηση 4

$$a. Q = L + 2KL \Rightarrow K = (Q - L) / 2L$$

Για  $Q = \bar{Q}$  ισχύει:

$$K(L) = (\bar{Q} - L) / 2L, \quad L \leq \bar{Q}$$

Ισχύουν επίσης  $dK/dL < 0$  και  $d^2K/dL^2 > 0$  και η  $K(L)$  τέμνει τον άξονα της εργασίας (L) στο σημείο  $L = \bar{Q}$ .

Για διάφορες τιμές του επιπέδου παραγωγής προκύπτουν οι συναρτήσεις των καμπυλών ισοπαραγωγής.

Π.χ. για  $\bar{Q}=1$  ισχύει:  $K(L) = (1-L)/2L = 1/2L - 1/2$

Με βάση τα παραπάνω σχεδιάζονται οι καμπύλες ισοπαραγωγής.

β. Έστω ότι L, K αυξάνονται σε aL και aK αντίστοιχα,  $a>1$ .

Τότε υπολογίζονται τα :

$f(aL, aK)$  και

$af(L, K)$

Εάν

$af(L, K) = f(aL, aK)$  τότε η συγκεκριμένη συνάρτηση παραγωγής ακολουθεί σταθερές αποδόσεις κλίμακας.

$af(L, K) < f(aL, aK)$  τότε η συγκεκριμένη συνάρτηση παραγωγής ακολουθεί αύξουσες αποδόσεις κλίμακας.

$af(L, K) > f(aL, aK)$  τότε η συγκεκριμένη συνάρτηση παραγωγής ακολουθεί φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας.

Με βάση τα δεδομένα προκύπτει ότι:

$f(aL, aK) = aL + 2a^2LK = aL + 2aLK + 2aLK(a-1) = af(L, K) + 2aLK(a-1) > af(L, K)$

Επομένως η συγκεκριμένη συνάρτηση παραγωγής ακολουθεί αύξουσες αποδόσεις κλίμακας.

### Άσκηση 5

α. Η βραχυχρόνια συνάρτηση κόστους της επιχείρησης δίνεται από τη σχέση:

$TC = wL + rK = wQ^2/4K_0 + rK_0$

β. Το οριακό κόστος δίνεται από τη σχέση:

$MC = dTC/dQ = 2Qw/4K_0$

γ. Το οριακό προϊόν της εργασίας δίνεται από τη σχέση:

$MP_L = dQ/dL = K^{0.5} L^{-0.5}$

δ. Η συνάρτηση παραγωγής είναι τύπου Cobb-Douglas:  $Q = A \cdot K^\alpha \cdot L^\beta$ ,  $\alpha + \beta = 1$  (αφού  $\alpha = \beta = 0,5$ ) και ακολουθεί σταθερές αποδόσεις κλίμακας.

Στη γενική περίπτωση μιας συνάρτησης παραγωγής Cobb-Douglas:  $Q = A \cdot K^\alpha \cdot L^\beta$

$f(\lambda L, \lambda K) = A \cdot (\lambda K)^\alpha \cdot (\lambda L)^\beta =$

$= A \cdot \lambda^\alpha K^\alpha \cdot \lambda^\beta L^\beta = \lambda^{\alpha+\beta} A \cdot K^\alpha \cdot L^\beta = \lambda^{\alpha+\beta} f(L, K)$

Άρα

εάν  $\alpha + \beta = 1 \Rightarrow f(\lambda L, \lambda K) = \lambda Q$  : σταθερές αποδόσεις κλίμακας

εάν  $\alpha + \beta < 1 \Rightarrow f(\lambda L, \lambda K) < \lambda Q$  : φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας

εάν  $\alpha + \beta > 1 \Rightarrow f(\lambda L, \lambda K) > \lambda Q$  : αύξουσες αποδόσεις κλίμακας

### Άσκηση 6

α. Τα μεγέθη ισορροπίας της αγοράς ( $P_e$  = τιμή ισορροπίας και  $Q_e$  = ποσότητα ισορροπίας) υπολογίζονται αλγεβρικά επιλύοντας τη σχέση:

$Q^s = Q^d$

Τελικά προκύπτει:  $P = P_e = 1000$

Και επομένως  $Q^s = Q^d = Q_e = 6000$

β.

$\pi(q) = TR(q) - TC(q)$

$TR(q) = Pq = 1000q$  (αφού στον πλήρη ανταγωνισμό η τιμή καθορίζεται από την αγορά)

$TC(q) = TC(q) = 10q^2 + 20q + 1000$

Επομένως:

$\pi(q) = TR(q) - TC(q) = 1000q - (10q^2 + 20q + 1000) = -10q^2 + 980q - 1000$

Για να μεγιστοποιείται η συνάρτηση  $\pi(q) = -10q^2 + 980q - 1000$  πρέπει να ισχύουν οι παρακάτω συνθήκες:

Μεγιστοποίηση $\pi(q)$	
Συνθήκη Α' τάξεως	$\frac{d\pi}{dq} = 0$
Συνθήκη Β' τάξεως	$\frac{d^2\pi}{dq^2} < 0$

Εφαρμόζοντας τις παραπάνω συνθήκες προκύπτει το άριστο επίπεδο παραγωγής της επιχείρησης  $q^* = 49$ .

Το ίδιο αποτέλεσμα προκύπτει και από τον κανόνα εξίσωσης του οριακού εσόδου με το οριακό κόστος:  $MR = MC$  (ισοδύναμη συνθήκη της παραπάνω συνθήκης Α' τάξεως). Η ισοδύναμη της παραπάνω συνθήκης Β' τάξεως:  $dMC/dq > 0$  ισχύει.

γ. Η επιχείρηση πραγματοποιεί κέρδη εάν  $\pi(q^*) > 0$  και ζημιές εάν  $\pi(q^*) < 0$ . Προκύπτει  $\pi(q^*) = 23010$ . Άρα η επιχείρηση πραγματοποιεί κέρδη.

δ. Για τη συμπεριφορά της επιχείρησης στη βραχυχρόνια περίοδο τίθεται θέμα διακοπής της λειτουργίας της μόνον όταν πραγματοποιεί ζημιές για το επίπεδο του βαθμού δραστηριότητας που μεγιστοποιεί το οικονομικό αποτέλεσμα. Τότε, ένας από τους τρόπους προσέγγισης του θέματος αυτού είναι να συγκριθεί η τιμή με το μέσο μεταβλητό κόστος και εάν είναι μεγαλύτερη από αυτό τότε η επιχείρηση μπορεί να συνεχίζει να λειτουργεί, διαφορετικά θα πρέπει να διακόψει τη λειτουργία της.

Εφόσον η επιχείρηση πραγματοποιεί κέρδη θα συνεχίσει να λειτουργεί.

### Άσκηση 7

Το συνολικό κέρδος της επιχείρησης δίνεται από τη σχέση

$\pi(q) = TR(q) - TC(q) = -q^3 + 12q^2 - 29,25q - 130$

Από τη συνθήκη Α' τάξεως προκύπτει:

$q_1 = 1,5$  και  $q_2 = 6,5$

Η λύση  $q_2 = 6,5$  ικανοποιεί τη συνθήκη Β' τάξεως. Άρα το άριστο επίπεδο παραγωγής είναι το  $q^* = 6,5$ .

Για να εξετάσουμε εάν η επιχείρηση πραγματοποιεί κέρδη ή ζημιές μπορούμε να συγκρίνουμε την τιμή (=οριακό έσοδο) με το συνολικό μέσο κόστος AC.

$$AC = TC/q = q^2 - 12q + 60 + 130/q$$

Για  $q = 6,5$ ,  $AC = 44,25$

$AC = 44,25 > P = 30,75$  άρα το οικονομικό αποτέλεσμα είναι:  $(P-AC)q = (30,75 - 44,25) \times 6,5 = -87,75$  και επομένως η επιχείρηση πραγματοποιεί ζημιές.

Εφόσον η επιχείρηση πραγματοποιεί ζημιές θα πρέπει να συγκρίνουμε το μέσο μεταβλητό κόστος με την τιμή:

$$AVC = VC/q = q^2 - 12q + 60 = 24,25$$

$P=30,75 > AVC=24,25$  και άρα η επιχείρηση πρέπει να συνεχίσει τη λειτουργία της.

### Άσκηση 8

α. Το νεκρό σημείο είναι το επίπεδο παραγωγής (βαθμός δραστηριότητας) για το οποίο το οικονομικό αποτέλεσμα,  $\pi(q) = 0$ .

$$\pi(q) = TR(q) - TC(q)$$

όπου  $TR(q)$  = συνολικά έσοδα και  $TC(q)$  = συνολικό κόστος

$$TR(q) = Pq = (50 - 0,0005q)q = 50q - 0,0005q^2$$

$$TC(q) = TC(q) = 101250 + 2q + 0,0025q^2$$

Επομένως για  $\pi(q) = 0$  έχουμε:  $q_1 = 13500$ ,  $q_2 = 2500$ .

Δεδομένου ότι η δυναμικότητα παραγωγής είναι 10000 μονάδες προϊόντος η λύση  $q_1$  απορρίπτεται και επομένως το νεκρό σημείο αντιστοιχεί σε επίπεδο παραγωγής 2500 μονάδων προϊόντος.

Η τιμή πώλησης για το επίπεδο παραγωγής των 2500 μονάδων προϊόντος αφού  $P = 50 - 0,0005q$  θα είναι:  $P = 48,75$

β. Για την εύρεση του βαθμού δραστηριότητας στον οποίο η επιχείρηση μεγιστοποιεί το οικονομικό αποτέλεσμα απαιτείται η μεγιστοποίηση της συνάρτησης του οικονομικού αποτελέσματος  $\pi(q)$ .

Για να μεγιστοποιείται η συνάρτηση  $\pi(q)$  πρέπει να ισχύουν οι παρακάτω συνθήκες:

Μεγιστοποίηση $\pi(q)$	
Συνθήκη Α' τάξεως	$\frac{d\pi}{dq} = 0$
Συνθήκη Β' τάξεως	$\frac{d^2\pi}{dq^2} < 0$

Το ίδιο αποτέλεσμα προκύπτει και από τον κανόνα εξίσωσης του οριακού εσόδου με το οριακό κόστος (ισοδύναμη συνθήκη της παραπάνω συνθήκης Α' τάξεως). Η συνθήκη Β' τάξεως είναι ισοδύναμη με την  $dMR/dq < dMC/dq$ .

$$\pi(q) = -0,003q^2 + 48q - 101250$$

Συνθήκη Α' τάξεως

$$\frac{d\pi}{dq} = 0 \rightarrow -0,006q + 48 = 0 \rightarrow q = 8000$$

Η λύση  $q = 8000$  ικανοποιεί τη συνθήκη Β' τάξεως. Επομένως το άριστο επίπεδο παραγωγής της επιχείρησης είναι:  $q^* = 8000$ .

Το οικονομικό αποτέλεσμα για την τιμή  $q^*$  είναι το  $\pi(q^*)$ . Η επιχείρηση πραγματοποιεί κέρδη εάν  $\pi(q^*) > 0$  και ζημιές εάν  $\pi(q^*) < 0$ .

Το ύψος των ζημιών/κερδών είναι:  $\pi(q^*) = 90750$ . Άρα η επιχείρηση έχει κέρδος  $= 90750$ .

γ. Η ελαστικότητα ζήτησης του προϊόντος της επιχείρησης ( $\epsilon_d$ ) στο σημείο μεγιστοποίησης του οικονομικού της αποτελέσματος δίνεται από τη σχέση:

$$\epsilon_d = (dq/dP) (P/q) = [1/(dP/dq)] (P/q)$$

$$P = 46$$

$$q = 8000$$

$$\text{Άρα } \epsilon_d = -11,5$$

### Άσκηση 9

Έστω  $n$  ο αριθμός των επιχειρήσεων στην αγορά.

Τότε ισχύει:

$$\text{Αγοραία προσφορά: } Q^s = q_1^s(P) + q_2^s(P) + \dots + q_n^s(P)$$

Για την κάθε επιχείρηση ισχύει:

$$P = MC(q)$$

$$TC = 16 + q^2$$

Επομένως προκύπτει η  $q^s(P)$  η οποία είναι  $q^s(P) = P/2$

Στο σύνολο της αγοράς θα ισχύει:

$$Q^s = n q^s(P)$$

$$Q^d = 24 - P$$

Και στο σημείο ισορροπίας θα πρέπει:

$$Q^s = Q^d$$

Και προκύπτει η  $P$  και κατόπιν η  $q^s(P)$ . Με βάση τα παραπάνω προκύπτει  $P = 48/(n+2)$  και  $q = 24/(n+2)$ .

Για να παραμείνει μια επιχείρηση στην αγορά πρέπει:

$$P = AC$$

$$P = 2q$$

$$AC = 16/q + q$$

Και από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ως αποδεκτή λύση η  $q = 4$ .

Αφού  $q = 24/(n+2)$  προκύπτει ότι ο αριθμός των επιχειρήσεων που παραμένουν στην αγορά είναι 4 επιχειρήσεις.

## II. ΜΑΚΡΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ

### Άσκηση 10

Ο τρόπος υπολογισμού των ζητούμενων μεγεθών παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα (πίνακας 2).

Πίνακας 2.

C: Δαπάνες κατανάλωσης	250
+ I : Επενδύσεις = Καθαρή ιδιωτική επένδυση + αποσβέσεις	150
+ G: Δαπάνη δημόσιου τομέα	75
+(X-M) : καθαρές εξαγωγές	10
<b>ΑΕΠ</b> , σε τιμές αγοράς	485
+Καθαρό εισόδημα από την αλλοδαπή	1
<b>ΑΕΘΠ</b> , σε τιμές αγοράς	486
-ΑΠΟΣΒΕΣΕΙΣ	-50
<b>ΚΕΠ</b> , σε τιμές αγοράς	436
- ΕΜΜΕΣΟΙ ΦΟΡΟΙ	-20
+ΕΠΙΔΟΤΗΣΕΙΣ	5
<b>ΕΘΝΙΚΟ ΕΙΣΟΔΗΜΑ</b> , σε τιμές κόστους συντελεστών παραγωγής (=ΚΕΠ, σε τιμές κόστους συντελεστών παραγωγής)	421
+ ΜΕΤΑΒΙΒΑΣΤΙΚΕΣ ΠΛΗΡΩΜΕΣ (Gr)	15
- ΑΔΙΑΝΕΜΗΤΑ ΚΕΡΔΗ ΕΠΙΧ (=45-4)	-41
+ ΤΟΚΟΙ ΔΗΜΟΣΙΩΝ ΔΑΝΕΙΩΝ	35
- ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΕΣ ΕΙΣΦΟΡΕΣ	-35
-ΑΜΕΣΟΙ ΦΟΡΟΙ	-60
<b>ΠΡΟΣΩΠΙΚΟ ΔΙΑΘΕΣΙΜΟ ΕΙΣΟΔΗΜΑ (YD)</b>	335

### Άσκηση 11

Καταστρώνεται ο παρακάτω πίνακας ταμιακών ροών (πίνακας 3).

Πίνακας 3.

Πίνακας ταμιακών ροών (έτη 1-4)	Ευρώ
Έσοδα από πωλήσεις (1)	3500 (=3500x1)
Συνολικά έξοδα (2) =2α + 2β	1900
Μεταβλητό κόστος (2α)	1400 (=3500x0,4)
Λοιπές δαπάνες παραγωγής (2β)	500
Μεικτά κέρδη (3)=(1)-(2)	1600
Αποσβέσεις (4)	1000 (=4000/4)
Φορολογητέο εισόδημα (5)=(3)-(4)	600
Φόροι (6)= 50% x (5)	300 (=600x0,5)
Καθαρά κέρδη (7)=(5)-(6)	300 (=600-300)
Καθαρή ταμειακή ροή μετά φόρων (8) = (7)+(4)	1300 (=300+1000)

Η οριακή αποδοτικότητα του κεφαλαίου (r) προκύπτει ως η λύση της εξίσωσης:

$$4000 = 1300 \times [(1+r)^4 - 1] / [r(1+r)^4]$$

Για να επιλύσουμε την εξίσωση βρίσκουμε τη διαφορά (καθαρή παρούσα αξία, ΚΠΑ):  $[1300 \times [(1+r)^4 - 1] / [r(1+r)^4]] - 4000$  για δύο τιμές του r που θέτουμε εξ αρχής τέτοιες ώστε η καθαρή παρούσα αξία να μεταβάλλει το πρόσημό της (είτε από θετικό σε αρνητικό είτε από αρνητικό σε θετικό).

Για  $r_1=10\%=0,1$  ΚΠΑ<sub>1</sub>= +120,83. Για  $r_2=12\%=0,12$  ΚΠΑ<sub>2</sub>= -51,45

Με γραμμική παρεμβολή προκύπτει:

$$(r_1 - r_2) / (ΚΠΑ_1 - ΚΠΑ_2) = (r_1 - r) / (ΚΠΑ_1 - 0)$$

και αντικαθιστώντας προκύπτει ότι  $r = 11,40\%$

### Άσκηση 12

AD = συνολική ζήτηση = C + I

C= A+cY= 97,5 + 0,75Y, όπου A=97,5 αυτόνομη καταναλωτική δαπάνη, c= 0,75

οριακή ροπή προς κατανάλωση

A'=I'+A=20+97,5=117,5, όπου I'=20 (δεδομένη, εξωγενής μεταβλητή)

Σε κατάσταση ισορροπίας:

Y<sub>ο</sub>=AD

Y<sub>ο</sub> = C+I

οπότε Y<sub>ο</sub> = A'+cY<sub>ο</sub> ή Y<sub>ο</sub> = [1/(1-c)] A'

Άρα το εισόδημα ισορροπίας είναι Y<sub>ο</sub> = [1/(1-0,75)] (97,5 + 20) = 4 x 117,5 = 470

### Άσκηση 13

Προσδιορισμός εισοδήματος ισορροπίας:

Y= C+I+G+(X-M)=A+c(Y-tY)+G+I+X-M, όπου A=100, c=0,9

Y<sub>ο</sub> = (A+I+G+X-M)/[1-c(1-t)] => Y<sub>ο</sub>= 3214,3

Πολλαπλασιαστής εισοδήματος = [1/(1-0,9(1-0,2))] = 3,571

Επίδραση της αύξησης των δαπανών στο εισόδημα ισορροπίας: ΔY=ΔG x πολλαπλασιαστής = (500-400) x 3,571=357,1 => Y'<sub>ο</sub>=Y<sub>ο</sub>+ΔY=3214,3 +357,1=3571,43

Το ίδιο αποτέλεσμα, Y'<sub>ο</sub>=3571,43 προκύπτει και εάν υπολογιστεί εξαρχής το εισόδημα ισορροπίας με τις νέες δημόσιες δαπάνες (=500).

### Άσκηση 14

Προσδιορισμός εισοδήματος ισορροπίας:

Y=C+I+G+(X-M)=A+c(Y-T)+I+G+X-M'-mY, όπου A=100, c=0,9, M'=50, m=0,3

Y<sub>ο</sub> = (A-cT+I+G+X-M')/(1-c+m) = 470/0,4=1175

Επίδραση της αύξησης των επενδύσεων στο εισόδημα ισορροπίας:

ΔY=ΔI x πολλαπλασιαστής =(400-300) x [1/(1-0,9+0,3)] = 100x 2,5=250

Οπότε το νέο εισόδημα ισορροπίας θα είναι Y'<sub>ο</sub>=Y<sub>ο</sub>+ΔY=1175 + 250=1425

### Άσκηση 15

Προσδιορισμός εισοδήματος ισορροπίας:

Y=C+I+G=A+c(Y-T)+I+G, όπου A=100, c=0,8

Y<sub>ο</sub> = (A-cT+I+G)/(1-c)

Y<sub>ο</sub>= (A-cT+I+G)/(1-c) = 1040/0,2=5200

Δεδομένου ότι το εισόδημα πλήρους απασχόλησης (Y<sub>f</sub>=AS<sub>f</sub>) είναι 6200 παρατηρείται ένα αντιπληθωριστικό κενό στην οικονομία.

Αντιπληθωριστικό κενό δημιουργείται όταν το εισόδημα ισορροπίας (Y<sub>ο</sub>) είναι μικρότερο από το εισόδημα πλήρους απασχόλησης ή δυνητικό προϊόν (Y<sub>f</sub>).

Τότε:

$$Y_o = Y_f - [1/(1-c)](AS_f - AD_f)$$

όπου  $AD_f$ ,  $AS_f$  = συνολική ζήτηση και προσφορά αντίστοιχα στο επίπεδο πλήρους απασχόλησης

Επομένως το αντιπληθωριστικό κενό ( $AS_f - AD_f$ ) είναι:

$$(AS_f - AD_f) = (Y_f - Y_o) (1-c) = (6200-5200) \times (1-0,8) = 1000 \times 0,2 = 200$$

(Εναλλακτικά:

$$AD_f = A+c(Y_f-T)+I+G = 100+0,8 \times (6200-200)+800+300=6000$$

και

$$AS_f - AD_f = 6200-6000=200$$

Τα μέτρα δημοσιονομικής πολιτικής όσον αφορά στη μεταβολή του ύψους των επενδύσεων στην οικονομία θα πρέπει να είναι η αύξηση των επενδύσεων κατά ποσό ίσο με το αντιπληθωριστικό κενό.

### Άσκηση 16

Προσδιορισμός καμπύλης IS

$$AD=C+I+G$$

$$C = cY_d$$

$$I = I' - bi, b > 0$$

$$G = G'$$

$$AD = cY_d + I' - bi + G'$$

$$AD = A' + cY_d - bi, \text{ όπου } A' = I' + G'$$

$$Y_d = Y + Gr - T, \text{ όπου } T = tY, Gr = Gr', \text{ οπότε}$$

$$AD = A' + c(Y + Gr - T) - bi = A' + cGr' + cY - cT' - bi \\ = A' + cY - bi + cGr' - cT'$$

Σε κατάσταση ισορροπίας:

$$Y = AD \Rightarrow Y = A' + cY - bi + cGr' - cT' \Rightarrow Y = (A' - bi + cGr' - cT') / (1 - c)$$

$$\text{Εξίσωση καμπύλης IS: } Y = a'(A' - bi + cGr' - cT'), \text{ όπου } a' = 1 / (1 - c)$$

Σύμφωνα με τα δεδομένα και αφού  $c=0,8$ ,  $I'=9$ ,  $b=75$ :

$$a' = 1 / (1 - c) = 5$$

$$A' = I' + G' = 10,5$$

$$Y = a'(A' - bi + cGr' - cT') = 46,1 - 375i$$

Προσδιορισμός καμπύλης LM

$$\text{Εξίσωση καμπύλης LM: } i = (1/h)(kY - M/P)$$

Σύμφωνα με τα δεδομένα:

$$i = 0,01(0,2Y - 1,5) \Rightarrow i = 0,002Y - 0,015$$

Προσδιορισμός μεγεθών ισορροπίας σύμφωνα με το υπόδειγμα IS-LM

$$Y = 46,1 - 375i$$

$$i = 0,002Y - 0,015$$

Από την επίλυση του παραπάνω συστήματος των δύο εξισώσεων προκύπτουν τα μεγέθη ισορροπίας:

$$Y_o = 29,56$$

$$i_o = 0,0441 = 4,41\%$$

### Άσκηση 17

Προσδιορισμός καμπύλης IS

$$AD = C + I + G$$

$$C = cY_d$$

$$I = I' - bi, b > 0$$

$$G = G'$$

$$AD = cY_d + I' - bi + G'$$

$$AD = A' + cY_d - bi, \text{ όπου } A' = I' + G'$$

$$Y_d = Y + Gr - T, \text{ όπου } T = tY, Gr = Gr', \text{ οπότε}$$

$$AD = A' + c(Y + Gr - tY) - bi = A' + cY(1-t) - bi + cGr'$$

Σε κατάσταση ισορροπίας:

$$Y = AD \Rightarrow Y = A' + cY(1-t) - bi + cGr' \Rightarrow Y = (A' - bi + cGr') / [1 - c(1-t)]$$

$$\text{Εξίσωση καμπύλης IS: } Y = a'(A' - bi + cGr'), \text{ όπου } a' = 1 / [1 - c(1-t)]$$

Σύμφωνα με τα δεδομένα και αφού  $c=0,8$ ,  $I'=900$ ,  $b=5000$ ,  $t=0,25$ :

$$a' = 1 / [1 - c(1-t)] = 2,5$$

$$A' = I' + G' = 1700$$

$$Y = a'(A' - bi) = 4250 - 12500i$$

Προσδιορισμός καμπύλης LM

$$\text{Εξίσωση καμπύλης LM: } 0,25Y - 6250i = M/P'$$

$$0,25Y - 6250i = 500 \Rightarrow i = 0,00004Y - 0,08$$

Προσδιορισμός μεγεθών ισορροπίας σύμφωνα με το υπόδειγμα IS-LM

$$Y = 4250 - 12500i$$

$$i = 0,00004Y - 0,08$$

Από την επίλυση του παραπάνω συστήματος των δύο εξισώσεων προκύπτουν τα μεγέθη ισορροπίας:

$$Y_o = 3500$$

$$i_o = 0,06 = 6\%$$