



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΤΟΥ ΔΙΕΘΝΟΥΣ ΣΥΜΒΟΥΛΙΟΥ  
ΜΕΓΑΛΩΝ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ  
Πειραιώς 45, 105 53, Αθήνα, Τηλ., Fax: 210-3216851, e-mail: cigre@dei.gr

COMITE NATIONAL HELLENIQUE  
45, rue Pireos, 105 53, Athenes, Tel.-Fax: +30210-3216851, e-mail: cigre@dei.gr

GREEK NATIONAL COMMITTEE  
45, Pireos Str., 105 53, Athens, Tel.-Fax: +30210-3216851, e-mail: cigre@dei.gr

## ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΥ ΑΥΤΟΝΟΜΟΥ ΦΩΤΟΒΟΛΤΑΪΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΥΨΗΛΗΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΙΣΧΥΟΣ

Ν.Π. Παπανικολάου<sup>1</sup>  
Δ.Π.Θ.<sup>1</sup>

Χ.Α. Χριστοδουλου<sup>1</sup>  
Δ.Π.Θ.<sup>1</sup>

Ι.Φ. Γκόνος<sup>2</sup>  
Ε.Μ.Π.<sup>2</sup>

Κατά την τελευταία δεκαετία η εγκατάσταση αυτόνομων φωτοβολταϊκών συστημάτων παρουσιάζει ιδιαίτερη δυναμική, ιδίως σε απομονωμένες περιοχές, στις οποίες καθίσταται δυσχερής η διασύνδεση με το δίκτυο διανομής. Ο κατάλληλος αρχικός σχεδιασμός ενός τέτοιου συστήματος και η συμμόρφωσή του με τις απαιτήσεις της ισχύουσας νομοθεσίας και των κανονισμών – προτύπων εγγυάται την απρόσκοπτη λειτουργία της εγκατάστασης και την ποιότητα της παρεχόμενης ισχύος, ενώ μειώνει σημαντικά την πιθανότητα αστοχιών και σφαλμάτων. Για το λόγο αυτό, μια σειρά μεγεθών – ενδεικτικών της ποιότητας ισχύος – θα πρέπει να ικανοποιούν τις απαιτήσεις των αντίστοιχων προτύπων, ενώ ταυτόχρονα θα πρέπει να αποφεύγονται άσκοπες υπερδιαστασιολογήσεις του εξοπλισμού, που αυξάνουν το κόστος και οδηγούν σε μη πρακτικές και μη λειτουργικές τοπολογίες. Στην παρούσα εργασία, παρουσιάζεται μία νέα μεθοδολογία σχεδιασμού αυτόνομων τριφασικών φωτοβολταϊκών συστημάτων υψηλής ποιότητας ισχύος, με χρήση γενετικού αλγορίθμου. Η μέθοδος υπολογίζει τις κρίσιμες εκείνες παραμέτρους του συστήματος, ώστε να επιτυγχάνεται η συμμόρφωση με τις προδιαγραφές των προτύπων, μέσα σε λογικά πλαίσια σχεδιασμού και κόστους. Η μεθοδολογία εφαρμόζεται σε ένα τυπικό αυτόνομο τριφασικό καταναλωτή με διάφορα φορτία.

## DESIGN OF THREE PHASE AUTONOMOUS PV RESIDENTIAL SYSTEMS WITH IMPROVED POWER QUALITY

N.P. Papanikolaou<sup>1</sup>  
D.U.TH.<sup>1</sup>

C.A. Christodoulou<sup>1</sup>  
D.U.TH.<sup>1</sup>

I.F. Gonos<sup>2</sup>  
NTUA<sup>2</sup>

During the last decade, autonomous residential PV systems have been widely deployed, especially in remote areas (islands, rural territories etc), for producing reliable and affordable electrical energy. The appropriate design of the PV system and its power quality compatibility indexes with national and international standards is a significant issue for the efficient and economical autonomous system operation. In this paper, the critical design parameters of a three phase autonomous PV residential system are determined and an innovative design methodology is introduced which improves the overall power quality. To this end, an optimization algorithm is applied based on artificial intelligence techniques. Analytical results show that the proposed design methodology leads to the development of efficient three phase autonomous PV residential systems with improved power quality and are corroborated by extensive simulation results.

<sup>1</sup> Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, Πολυτεχνική Σχολή, Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης, Πανεπιστημιούπολη Κιμμερίων, Ξάνθη, 67100, Τηλ. 2541079739, Fax 2541079015, e-mail: [npapanik@ee.duth.gr](mailto:npapanik@ee.duth.gr), [Christ\\_fth@yahoo.gr](mailto:Christ_fth@yahoo.gr)

<sup>2</sup> Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Ηρώων Πολυτεχνείου 9, Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου, 15780, Τηλ. 2107723539, Fax 2107723504, e-mail: [igonos@cs.ntua.gr](mailto:igonos@cs.ntua.gr)

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

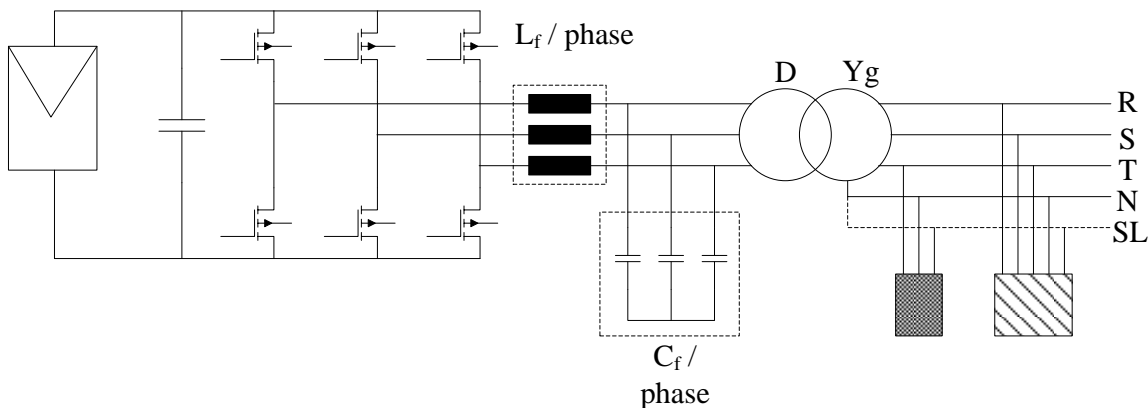
Τα τελευταία χρόνια η εγκατάσταση αυτόνομων οικιακών φωτοβολταϊκών συστημάτων αυξάνεται ραγδαία, τόσο σε παγκόσμιο επίπεδο όσο και στην ελληνική αγορά. Προς αυτήν την κατεύθυνση συμβάλλουν ιδιαίτερα αφενός η απελευθέρωση της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας, αφετέρου η σημαντική τεχνολογική πρόοδος στη μετατροπή της ηλιακής ενέργειας σε ηλεκτρική, ενώ δεν πρέπει να παραβλέπονται τα οικολογικά κίνητρα και οι πολιτικές ενίσχυσης τέτοιων δράσεων από το κράτος, ιδιαίτερα σε απομονωμένες περιοχές, στις οποίες οι δυνατότητες των δικτύων διανομής δεν επαρκούν [1, 2].

Ο κατάλληλος σχεδιασμός των αυτόνομων φωτοβολταϊκών συστημάτων και η εναρμόνισή τους με εθνικά και διεθνή πρότυπα εγγυώνται τη σωστή και αδιάλειπτη λειτουργία του συστήματος, μειώνοντας πιθανά σφάλματα και προβλήματα συμβατότητας, με ό,τι αυτά συνεπάγονται. Η ρύθμιση μιας σειράς δεικτών και παραμέτρων σχετικών με την ποιότητα εξασφαλίζει την συμμόρφωση με τις ως άνω απαιτήσεις. Ταυτόχρονα θα πρέπει να αποφεύγονται άσκοπες υπερδιαστασιολογήσεις του εξοπλισμού, που αυξάνουν το κόστος και οδηγούν σε μη πρακτικές και μη λειτουργικές τοπολογίες. Στην παρούσα εργασία αναπτύσσεται μία κατάλληλη μέθοδος τεχνητής νοημοσύνης, για το σχεδιασμό τριφασικών αυτόνομων φωτοβολταϊκών συστημάτων με βελτιωμένη ποιότητα ισχύος. Η προτεινόμενη μέθοδος εφαρμόζεται για την περίπτωση σχεδιασμού μίας μικρής αυτόνομης ξενοδοχειακής μονάδας, μέγιστης ισχύος 20kW.

## ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΥΠΟ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

### A. Συνδεσμολογία συστήματος

Το Σχήμα 1 παρουσιάζει το κύκλωμα του υπό εξέταση συστήματος. Ο τριφασικός αντιστροφέας, ελεγχόμενος με την SPWM τεχνική, τροφοδοτείται μέσω συσσωρευτών, οι οποίοι φορτίζονται από τη φωτοβολταϊκή μονάδα μέσω μίας εν σειρά βαθμίδος φόρτισης [3-6]. Η χωρητικότητα των συσσωρευτών μπορεί να υπολογιστεί σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφεται στο [5]. Επιπλέον, η συνεχής τάση των συσσωρευτών και της φωτοβολταϊκής μονάδας είναι παράμετροι του συστήματος, οι οποίες συνήθως καθορίζονται από το επίπεδο ισχύος και τα διαθέσιμα φωτοβολταϊκά πλαίσια και φορτιστές.



Σχήμα 1. Κυκλωματική αναπαράσταση του υπό εξέταση συστήματος

Αναφορικά με τον αντιστροφέα, χρησιμοποιήθηκε η πιο συνήθης τοπολογία για οικιακές-αστικές εφαρμογές, δηλαδή η τριφασική γέφυρα με τρανζίστορ ισχύος. Ο λόγος των τυλιγμάτων του μετασχηματιστή επηρεάζει το επίπεδο της συνεχούς τάσης που θα επιλεγεί, καθώς η τάση στην πλευρά του φορτίου εξαρτάται από αυτήν την τιμή. Η εξάρτηση αυτή φαίνεται στην παρακάτω ομάδα εξισώσεων, εξαγομένων από την αρχή λειτουργίας του SPWM αντιστροφέα [7] και από το κύκλωμα του Σχήματος 1 (θεωρώντας ότι η ενεργός τιμή του χωρητικού ρεύματος του φίλτρου είναι αμελητέα).

$$V_{inv,N} = \sqrt{\frac{3}{2}} m_a \frac{V_{dc}}{2} \quad (1)$$

$$\dot{V}_{1N} = \dot{V}_{inv,N} - \Delta \dot{V}_{L_f} \quad (2)$$

$$V_{2N} = \frac{\sqrt{3} V_{1N}}{n} \quad (3)$$

όπου

$V_{1N}$ , η ενδεικνύμενη πολική τάση στο πρωτεύον του μετασχηματιστή

$V_{2N}$ , η ενδεικνύμενη πολική τάση στο δευτερεύον του μετασχηματιστή

$V_{inv,N}$ , η ενδεικνύμενη πολική τάση του αντιστροφέα

$\Delta V_{L_f}$ , η πτώση τάσης (ενδεικνύμενη τιμή) στην επαγωγική αντίσταση του φίλτρου  
 $n$ , ο λόγος του μετασχηματιστή  
 $m_a$ , ο συντελεστής διαμόρφωσης πλάτους της SPWM παλμοδότησης  
 $V_{dc}$ , η συνεχής τάση του αντιστροφέα

Ο μετασχηματιστής ανύψωσης είναι συνδεδεμένος κατά Υgd, προκειμένου να αποφευχθεί στο πρωτεύον του μετασχηματιστή η κυκλοφορία συνιστωσών μηδενικής ακολουθίας και αρμονικών ρευμάτων 3<sup>ης</sup> τάξης (παράγοντας με αυτόν τον τρόπο ασυμμετρικές τάσης στην πλευρά του αντιστροφέα), λόγω της ύπαρξης μονοφασικών και μη γραμμικών φορτίων, αντίστοιχα. Για αυτό το λόγο, το κατωδιαβατό φίλτρο στο πρωτεύον του μετασχηματιστή, αποτελούμενο από ένα πηνίο και μια συστοιχία πυκνωτών, πρέπει να αποκόπει το υπόλοιπο των αρμονικών ρευμάτων χαμηλής τάξης, τα οποία παράγονται από τα μη γραμμικά φορτία, καθώς και τις υψηλότερης τάξεως αρμονικές που οφείλονται στην SPWM διαμόρφωση. Συνεπώς, η ιδιοσυχνότητα,  $\omega_r$ , του φίλτρου περιγράφεται από την εξίσωση:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L_f C_f}} \quad (4)$$

όπου

$L_f$ , η αυτεπαγωγή ανά φάση  
 $C_f$ , η χωρητικότητα ανά φάση

Η ιδιοσυχνότητα μπορεί να επιλεγεί μέχρι την 3<sup>ης</sup> τάξης αρμονική, καθώς η πρώτη κατά σειρά αρμονική που πρέπει να αποκοπεί είναι η 5<sup>ης</sup> τάξης. Επιπροσθέτως, η αυτεπαγωγή του φίλτρου πρέπει να περιορίζει το ρεύμα βραχυκύκλωσης σε αποδεκτά για την ασφαλή λειτουργία επίπεδα. Το τριφασικό ρεύμα βραχυκύκλωσης,  $I_{inv,sc}$ , για τον αντιστροφέα του Σχήματος 1 δίνεται από την εξίσωση:

$$I_{inv,sc} = \frac{V_{inv,N}}{\sqrt{3}\omega_b L_f} \quad (5)$$

όπου

$\omega_b$ , η γωνιακή συχνότητα του δικτύου.

Το ρεύμα βραχυκύκλωσης πρέπει να είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το ονομαστικό ρεύμα του αντιστροφέα, σε διαφορετική περίπτωση η διάταξη προστασίας δεν θα παρουσιάζει επαρκή επιλεκτικότητα. Οι σύγχρονοι αντιστροφείς για φωτοβολταϊκές εφαρμογές μπορούν να αντέξουν έως και 280% του ονομαστικού ρεύματος για κάποια δευτερόλεπτα [8, 9]. Όσον αφορά στον SPWM ελεγκτή, το σήμα διαμόρφωσης του πλάτους πρέπει να καθορίζεται μέσω κλειστού βρόχου ελέγχου ο οποίος θα διατηρεί την τάση στο φορτίο εντός των αποδεκτών ορίων Χαμηλής Τάσης. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί είτε με μέτρηση της τάσης στην πλευρά του φορτίου και σταθεροποίησή της έσω ενός απλού PI ελεγκτή, είτε χρησιμοποιώντας προηγμένες μεθόδους ελέγχου, όπως η ανάλυση σε p-q συνιστώσες ή η χρήση του διανύσματος χώρου [7]. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται ο πρώτος τρόπος, επειδή μειώνει τον απαιτούμενο χρόνο προσομοιώσεων. Παρ' όλα αυτά, η βέλτιστη μέθοδος σχεδιασμού που προτείνεται στο άρθρο δεν εξαρτάται από το βρόχο ελέγχου του αντιστροφέα.

### B. Ορισμός κριτηρίων σχεδίασης

Η προηγούμενη ανάλυση καταδεικνύει ότι υπάρχουν πολλές παράμετροι, οι οποίες εάν επιλεγούν κατάλληλα, εξασφαλίζουν τη λειτουργία του συστήματος σύμφωνα με τους επιθυμητούς στόχους για την ποιότητα της παρεχόμενης ισχύος και τους τεχνοοικονομικούς περιορισμούς για την ασφαλή και οικονομική λειτουργία της φωτοβολταϊκής εγκατάστασης. Οι αναφερθέντες στόχοι/περιορισμοί συνοψίζονται στα κάτωθι κριτήρια σχεδιασμού:

**Ασυμμετρία λόγω μονοφασικών φορτίων (asym):** χρησιμοποιείται ο ορισμός των [10, 11]. Ισχύει η εξίσωση:

$$\text{asym}(\%) = \frac{V_2}{V_1} \cdot 100 \quad (6)$$

όπου

$V_2$ ,  $V_1$ , η αρνητική και η θετική ακολουθία των συνιστωσών της τάσης στην πλευρά του φορτίου (ενδεικνύμενη τιμή).

Η ασυμμετρία πρέπει να πληροί τα αναφερόμενα στα εθνικά και διεθνή πρότυπα όρια (IEC, NEMA, IEEE) [10-16].

**Συνολική αρμονική παραμόρφωση λόγω μη γραμμικών φορτίων (THD):** υπολογίζεται με ανάλυση συμμετρικών συνιστωσών. Πρέπει, επίσης, να τηρούνται τα προβλεπόμενα όρια, σύμφωνα με τα εθνικά και διεθνή πρότυπα, όπως το EN 50160 [17].

**Λόγος ρεύματος βραχυκύκλωσης αντιστροφέα (Inverter Short Circuit Current Ratio - sci):** ορίζεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$sci = \frac{I_{inv,sc}}{I_{inv,N}} \quad (7)$$

όπου

$I_{inv,N}$ , το ρεύμα στην έξοδο του αντιστροφέα (ενδεικνύμενη τιμή)

Ο δείκτης  $sci$  ορίζει το ρεύμα βραχυκύκλωσης το οποίο μπορεί να αντέξει ο αντιστροφέας, καθώς και την αυτεπαγωγή του φίλτρου.

**Λόγος ονομαστικής ισχύος αντιστροφέα (Inverter Nominal Power Ratio-scs):** ορίζεται ως ο λόγος της φαινόμενης ονομαστικής ισχύος του αντιστροφέα,  $S_{inv,N}$ , προς την φαινόμενη ονομαστική ισχύ του φορτίου,  $S_{L,N}$ :

$$\left. \begin{aligned} scs &= \frac{S_{inv,N}}{S_{L,N}} \\ S_{inv,N} &= \sqrt{3} V_{inv,N} I_{inv,N} \cdot S_{L,N} = \sqrt{3} V_{2N} I_{2N} = \frac{P_L}{pf} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

όπου

$I_{2N}$ , το ρεύμα στο δευτερεύον του μετασχηματιστή (ενδεικνύμενη τιμή)

$P_L$ , η ενεργός ισχύς του φορτίου

$pf$ , ο συντελεστής ισχύος

Ο δείκτης  $scs$  καθορίζει τη σχέση μεταξύ της ισχύος του αντιστροφέα και του φορτίου, έτσι ώστε να επιτυγχάνονται οι στόχοι για την ποιότητα της παρεχόμενης ισχύος και η ασφαλής λειτουργία του συστήματος.

**Λόγος ονομαστικών ρευμάτων αντιστροφέα (Inverter Nominal Current Ratio-nomi):** ορίζεται από την εξίσωση:

$$nomi = \frac{I_{inv,N}}{I_{IN}} \quad (9)$$

όπου

$I_{IN}$  το ρεύμα στο πρωτεύον του μετασχηματιστή (ενδεικνύμενη τιμή)

Σύμφωνα με το Σχήμα 1, ισχύει:

$$\dot{I}_{IN} = \dot{I}_{inv,N} + \dot{I}_{Cf} \quad (10)$$

όπου

$I_{Cf}$ , το ρεύμα ανά φάση (ενδεικνύμενη τιμή) στον πυκνωτή του φίλτρου

Ο δείκτης  $nomi$  εκφράζει το μέγιστο επιτρεπτό χωρητικό ρεύμα στο κύκλωμα. Με τον τρόπο αυτό καθορίζει τις τιμές των  $L_f$  και  $C_f$

## ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ

Θεωρώντας ότι η μονοφασική και η διφασική φόρτιση αποτελούν τις πιο δυσμενείς συνθήκες για την ανάπτυξη ασυμμετρίας τάσης, οι συμμετρικές συνιστώσες του υπό εξέταση κυκλώματος δίνονται από τις παρακάτω εξισώσεις (όπου a, b, c αντιστοιχούν σε κάθε φάση, ενώ οι δείκτες 1, 2, 0 αφορούν στην θετική, αρνητική και μηδενική ακολουθία αντίστοιχα). Υποθέτοντας φόρτιση μόνο στη φάση a προκύπτει:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{V}_a}{Z_L}, \dot{I}_b = \dot{I}_c = 0 \quad (11)$$

Στην περίπτωση διφασικής φόρτισης ισχύουν:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{V}_a}{Z_{La}}, \dot{I}_b = \frac{\dot{V}_b}{Z_{Lb}}, \dot{I}_c = 0 \quad (12)$$

Εφαρμόζοντας τον πίνακα μετασχηματισμού για τις συμμετρικές συνιστώσες για την περίπτωση της μονοφασικής φόρτισης προκύπτει:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \frac{\dot{I}_c}{3} \quad (13)$$

Η εξίσωση 13 καταδεικνύει την εν σειρά συνδεσμολογία των κυκλωμάτων κάθε ακολουθίας, παρόμοια με αυτή του μονοφασικού βραχυκύκλωματος (Σχήμα 2α). Το κύκλωμα είναι ανηγμένο στο πρωτεύον του μετασχηματιστή.  $X_{Tr,K}$  είναι η εμπέδηση βραχυκύκλωσης του μετασχηματιστή,  $X_0$  είναι η μηδενικής ακολουθίας εμπέδηση,  $Z_L$  είναι η εμπέδηση του φορτίου και  $E_1$  είναι η εναλλασσόμενη τάση που παράγεται από τον αντιστροφέα. Το Σχήμα 2β παρουσιάζεται το απλοποιημένο ισοδύναμο κύκλωμα, όπου οι αυτεπαγωγές  $X_{Tr,K}$  και  $X_0$  θεωρούνται αμελητέες.

Από την κυκλωματική επίλυση του Σχήματος 2β εξάγεται η ακόλουθη εξίσωση για την ασυμμετρία στην περίπτωση μονοφασικής φόρτισης.

$$\text{asym} = \frac{V_2}{V_1} \cdot 100\% = \left\langle \left\{ 1 + \left[ \left( \frac{f_r}{f_b} \right)^2 - 1 \right] \frac{n^2 R_L}{X_{Cf}} \tan[\arccos(pf)] \right\}^2 + \left\{ \left[ \left( \frac{f_r}{f_b} \right)^2 - 1 \right] \frac{n^2 R_L}{X_{Cf}} \right\}^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}} \cdot 100\% \quad (14)$$

όπου

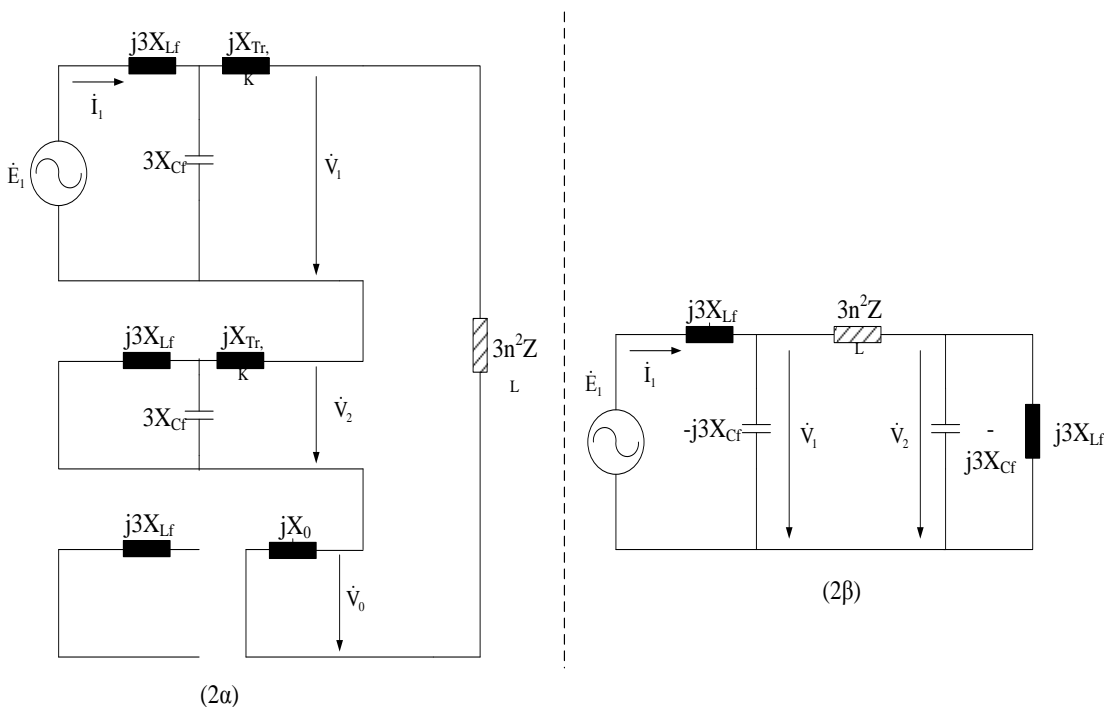
$$f_r = \frac{\omega_r}{2\pi}, \text{ η ιδιοσυχνότητα του φίλτρου}$$

$$\omega_b, f_b = \frac{\omega_b}{2\pi}, \text{ η γωνιακή συχνότητα και η συχνότητα του φορτίου αντίστοιχα}$$

$R_L$ , η ωμική συνιστώσα του φορτίου

$$X_{Lf} = \omega_b L_f, X_{Cf} = \frac{1}{\omega_b C_f}, \text{ η επαγωγική και η χωρητική εμπέδηση του φίλτρου αντίστοιχα}$$

Από την εξίσωση (14) φαίνεται η εξάρτηση της ασυμμετρίας από το λόγο συχνοτήτων  $f=f_r/f_b$  και από το λόγο εμπεδήσεων  $q = X_{Cf}/n^2 R_L$ , καθώς και τον συντελεστή ισχύος του φορτίου,  $pf$ .



Σχήμα 2. Σύνδεση κυκλωμάτων ακολουθίας για μονοφασική φόρτιση: α) αρχικό κύκλωμα, β) απλοποιημένο κύκλωμα για  $X_{Tr,K} = X_0 \approx 0$

## ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ

Στο Σχήμα 3 παρουσιάζεται το ισοδύναμο κύκλωμα για την ανάλυση αρμονικών συνιστωσών σε περίπτωση μονοφασικού και τριφασικού μη γραμμικού φορτίου. Από την ανάλυση του Σχήματος 3α, εξάγονται οι παρακάτω σχέσεις:

$$Z_{1,i} = Z_{2,i} = Z_i = 3n^{-2} \frac{X_{Cf}}{\left[ i - \frac{1}{i} \left( \frac{f_r}{f_b} \right)^2 \right]} \quad (15)$$

$$V_{1,i} = V_{2,i} = Z_i \frac{I_i}{3} \quad (16)$$

$$V_{i(SP)} = V_{1,i} + V_{2,i} = 2Z_i \frac{I_i}{3} \quad (17)$$

όπου

$Z_{1,i}, Z_{2,i}$ , η εμπέδηση θετικής και αρνητικής ακολουθίας του συστήματος, αντίστοιχα, για αρμονική  $i$  τάξης του ρεύματος του φορτίου

$V_{1,i}, V_{2,i}$ , η τάση θετικής και αρνητικής ακολουθίας (ενδεικνύμενη τιμή), αντίστοιχα, για αρμονική  $i$  τάξης του ρεύματος του φορτίου

$I_i$ , η ενδεικνύμενη τιμή της  $i$  τάξης αρμονικής του ρεύματος του φορτίου (μονοφασική φόρτιση)

$V_{i(SP)}$ , η ενδεικνύμενη τιμή της  $i$  τάξης αρμονικής της τάσης του φορτίου (μονοφασική φόρτιση)

Ακολουθώντας παρόμοια διαδικασία για την τριφασική φόρτιση του Σχήματος 3β, εξάγονται οι σχέσεις:

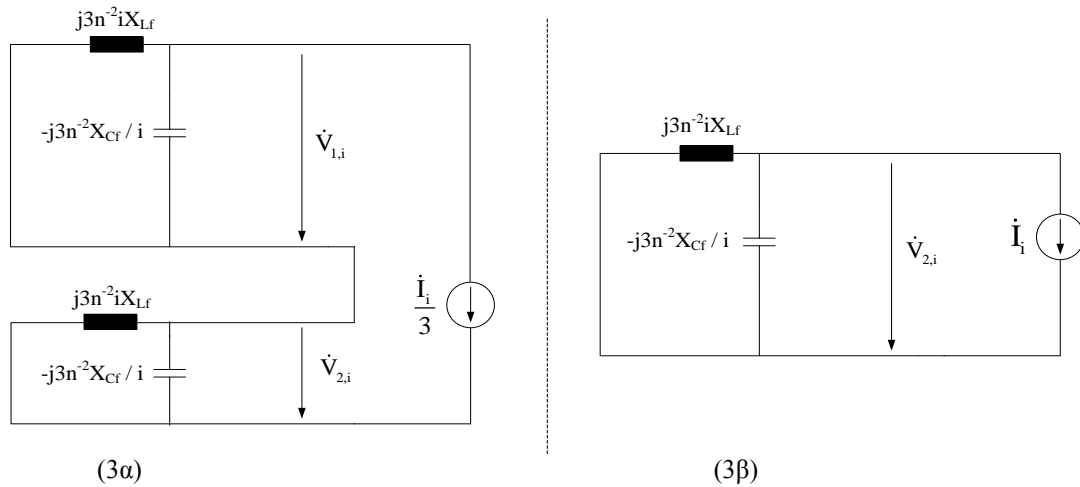
$$Z_{2,i} = Z_i = 3n^{-2} \frac{X_{Cf}}{\left[ i - \frac{1}{i} \left( \frac{f_r}{f_b} \right)^2 \right]} \quad (18)$$

$$V_{i(TP)} = V_{2,i} = Z_i I_i \quad (19)$$

όπου

$I_i$ , η ενδεικνύμενη τιμή της  $i$  τάξης αρμονικής του ρεύματος του φορτίου για κάθε φάση (τριφασική φόρτιση)

$V_{i(TP)}$ , η ενδεικνύμενη τιμή της  $i$  τάξης αρμονικής της τάσης του φορτίου για κάθε φάση (τριφασική φόρτιση)



Σχήμα 3. Σύνδεση κυκλωμάτων ακολουθίας για ανάλυση αρμονικών: α) μονοφασικό φορτίο, β) τριφασικό φορτίο, με αναγωγή στο δευτερεύον του μετασχηματιστή

Οι εξισώσεις (17) και (19) δείχνουν ότι στην περίπτωση του τριφασικού μη γραμμικού φορτίου δημιουργείται μεγαλύτερη αρμονική παραμόρφωση από ότι στην περίπτωση της μονοφασικής φόρτισης. Για αυτό, η αναμενόμενη αρμονική παραμόρφωση της τάσης του φορτίου θα βελτιστοποιηθεί σύμφωνα με το σχετικό πρότυπο EN 50160 [17] και για τη δυσμενέστερη περίπτωση, αυτή δηλαδή της τριφασικής μη γραμμικής φόρτισης.

Η αρμονική παραμόρφωση της τάσης υπολογίζεται, βάσει της εξίσωσης (19), ως εξής:

$$THD_V = \frac{1}{V_1} \left\{ \sum_{i=1,3,5,\dots} V_{i(TP)}^2 \right\}^{1/2} \quad (20)$$

όπου η τάση  $V_1$  μπορεί να θεωρηθεί ίση με την τάση  $V_{2N}$ , εξαιτίας της ρύθμισης μέσω του SPWM ελεγκτή.

## ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Σκοπός της εφαρμογής του αλγορίθμου βελτιστοποίησης είναι ο υπολογισμός εκείνων των κρίσιμων μεταβλητών του υπό εξέταση συστήματος  $i, f, q$  (βλ. Παράρτημα),  $n$  και  $V_{dc}$  που επηρεάζουν τις παραμέτρους σχεδίασης της τοπολογίας, όπως παρουσιάστηκε στην Παράγραφο 2 της εργασίας. Οι παράμετροι αυτές ( $asym, THD, sci, scs, m_a, nomi$ ) δεν θα πρέπει να ξεπερνούν τα όρια του Πίνακα 1, έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η ποιότητα της παρεχόμενης ισχύος και η ασφαλής λειτουργία του συστήματος.

Πίνακας 1: Όρια των παραμέτρων

Παράμετρος	Όριο	Παράμετρος	Όριο
$asym$	<5%	$sci$	<5
$THD$	<3%	$scs$	<2
$m_a$	<0.5 or <0.8	$nomi$	<1.5

Τα όρια για τις παραμέτρους  $asym$  και  $THD$  έχουν υιοθετηθεί από Πρότυπα της NEMA και της IEC [10-14]. Η επιλογή των ορίων για τις παραμέτρους  $sci, scs$  και  $nomi$  του Πίνακα 1 έγινε βάσει τεχνοοικονομικών κριτηρίων. Για την βελτιστοποίηση χρησιμοποιήθηκε κατάλληλος γενετικός αλγόριθμος, ο οποίος δίνει εξαιρετικά αποτελέσματα σε παρόμοια προβλήματα βελτιστοποίησης [18-21]. Ο γενετικός αλγόριθμος ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση  $e(k)$ :

$$e(k) = \frac{asym}{w_1} + \frac{t_1}{w_2} + \frac{t_2}{w_3} + \frac{t_3}{w_4} + \frac{sci}{w_5} + \frac{scs}{w_6} + \frac{m_a}{w_7} + \frac{nomi}{w_8} \quad (21)$$

όπου

$w_{1,2,...,8}$  συντελεστές βαρύτητας

$t_1, t_2$  και  $t_3$  υπολογίζονται θεωρώντας  $X$  μη γραμμικά φορτία με αρμονικό περιεχόμενο ρεύματος ίσο με το ανώτατο επιτρεπτό όριο, σύμφωνα με το Πρότυπο IEC 61000-3-2 [22]. Οι συντελεστές  $t_1, t_2$  και  $t_3$  υπολογίζονται ως εξής:

$$t_i = \frac{X \cdot Z_i \cdot I_i}{230} \quad (22)$$

όπου

$i = 5, 7, 11$  (η τάξη της αρμονικής)

$k$ , διάνυσμα περιέχον τις μεταβλητές  $k_1, k_2, k_3, k_4$ :

$$k = [k_1, k_2, k_3, k_4]^T = [f, q, n, V_{dc}]^T \quad (23)$$

Το εύρος των τιμών των μεταβλητών του διανύσματος  $k$  ορίζεται ως εξής:

$f = 2$  έως  $4, q = 0.1$  έως  $10, n = 0.5$  έως  $10$

$$V_{dc} = \begin{cases} 100V \leq V_{dc} \leq 300V \\ 300V < V_{dc} \leq 600V \\ 600V < V_{dc} \leq 800V \end{cases}$$

Οι συντελεστές βαρύτητας καθορίζονται σύμφωνα με τα αντίστοιχα όρια του Πίνακα 1, δηλαδή  $w_1 = 0.05, w_2 = 0.06, w_3 = 0.05, w_4 = 0.035, w_5 = 5, w_6 = 2, w_7 = 0.5$  ή  $0.8, w_8 = 1.5$ .

## ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΓΕΝΕΤΙΚΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

Οι Πίνακες 2 – 7 παρουσιάζουν τα αποτελέσματα των τιμών των μεταβλητών που προέκυψαν με εφαρμογή του γενετικού αλγορίθμου για ένα αυτόνομο σύστημα 50kW, που αντιστοιχεί σε μια μικρή ξενοδοχειακή μονάδα.

Πίνακας 2: Αποτελέσματα γενετικού αλγορίθμου για  $m_a = 0.5$  και  $V_{dc}$  από 100V έως 300V

X	f	q	n	V <sub>dc</sub> (V)
1	2.198	0.255	0.500	300.00
3	2.165	0.244	0.500	300.00
5	2.125	0.231	0.500	300.00
7	2.094	0.220	0.500	300.00
9	2.061	0.212	0.500	300.00

Πίνακας 3: Αποτελέσματα γενετικού αλγορίθμου για  $m_a = 0.5$  και  $V_{dc}$  από 300V έως 600V

<b>X</b>	<b>f</b>	<b>q</b>	<b>n</b>	<b>V<sub>dc</sub> (V)</b>
1	2.304	0.288	0.834	556.62
3	2.324	0.293	0.672	449.99
5	2.221	0.251	0.913	595.86
7	2.197	0.237	0.881	570.77
9	2.158	0.225	0.785	503.31

Πίνακας 4: Αποτελέσματα γενετικού αλγορίθμου για  $m_a = 0.5$  και  $V_{dc}$  από 600V έως 800V

<b>X</b>	<b>f</b>	<b>q</b>	<b>n</b>	<b>V<sub>dc</sub> (V)</b>
1	2.376	0.300	0.995	671.53
3	2.287	0.270	1.007	666.86
5	2.251	0.257	1.216	798.35
7	2.164	0.235	1.2421	800.00
9	2.250	0.232	1.182	769.49

Πίνακας 5: Αποτελέσματα γενετικού αλγορίθμου για  $m_a = 0.8$  και  $V_{dc}$  από 100V έως 300V

<b>X</b>	<b>f</b>	<b>q</b>	<b>n</b>	<b>V<sub>dc</sub> (V)</b>
1	2.563	0.351	0.638	276.63
3	2.237	0.259	0.686	281.23
5	2.266	0.250	0.574	235.54
7	2.254	0.2547	0.586	240.49
9	2.120	0.222	0.593	235.90

Πίνακας 6: Αποτελέσματα γενετικού αλγορίθμου για  $m_a = 0.8$  και  $V_{dc}$  από 300V έως 600V

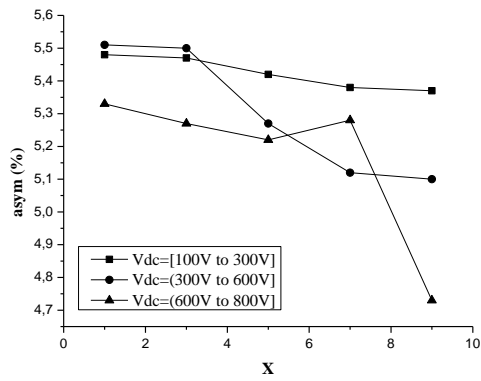
<b>X</b>	<b>f</b>	<b>q</b>	<b>n</b>	<b>V<sub>dc</sub> (V)</b>
1	2.438	0.316	0.774	329.75
3	2.268	0.255	1.431	588.23
5	2.187	0.241	1.317	533.14
7	2.179	0.234	0.848	342.00
9	2.114	0.222	0.856	340.40

Πίνακας 7: Αποτελέσματα γενετικού αλγορίθμου για  $m_a = 0.8$  και  $V_{dc}$  από 600V έως 800V

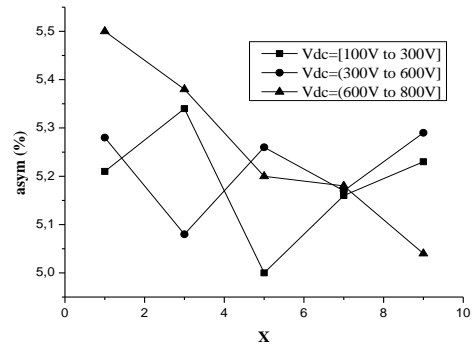
<b>X</b>	<b>f</b>	<b>Q</b>	<b>n</b>	<b>V<sub>dc</sub> (V)</b>
1	2.384	0.313	1.841	779.56
3	2.265	0.269	1.800	743.30
5	2.267	0.261	1.910	786.43
7	2.250	0.255	1.579	647.68
9	2.166	0.225	1.697	680.88

Στα Σχήματα 4-13 παρουσιάζονται οι τιμές των παραμέτρων που υπολογίστηκαν με βάση τα αποτελέσματα των Πινάκων 2-7, συναρτήσει του αριθμού των φορτίων. Η τιμή του συντελεστή  $m_a$  πλησιάζει σε όλες τις περιπτώσεις την οριακή τιμή.

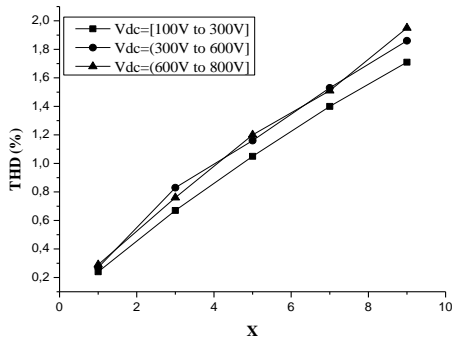




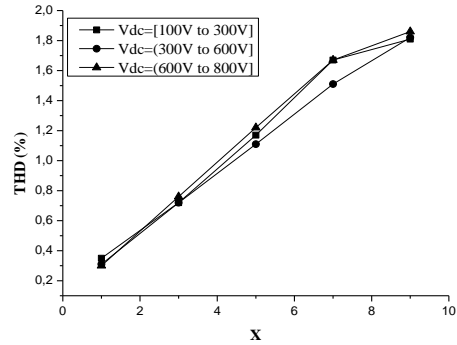
Σχήμα 4. asym vs X για  $m_a = 0.5$



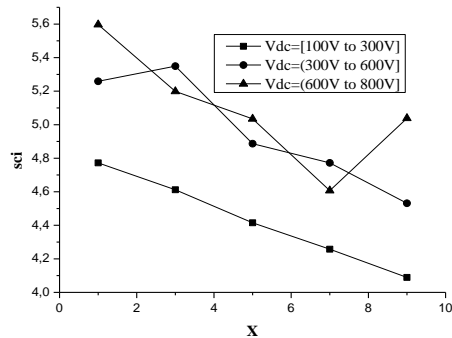
Σχήμα 5. asym vs X για  $m_a = 0.8$



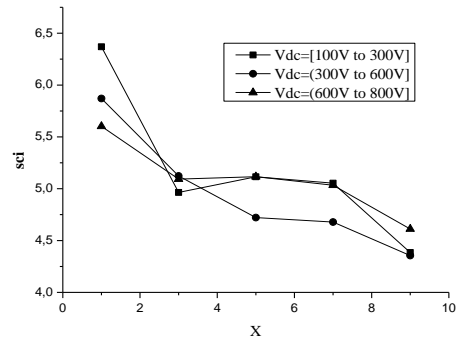
Σχήμα 6. THD vs X για  $m_a = 0.5$



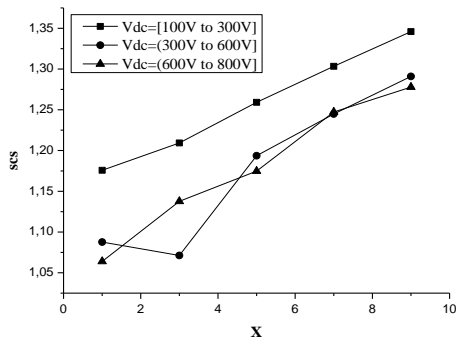
Σχήμα 7. THD vs X για  $m_a = 0.8$



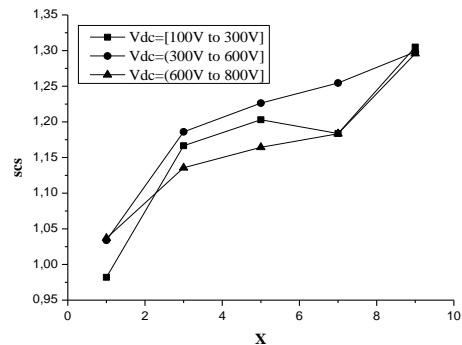
Σχήμα 8. sci vs X για  $m_a = 0.5$



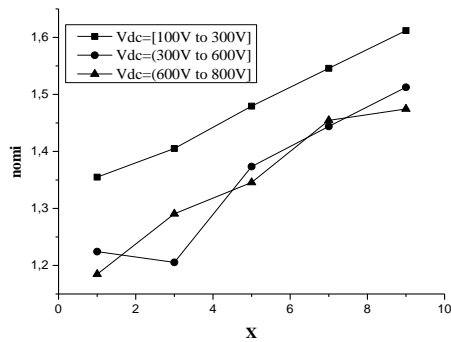
Σχήμα 9. sci vs X για  $m_a = 0.8$



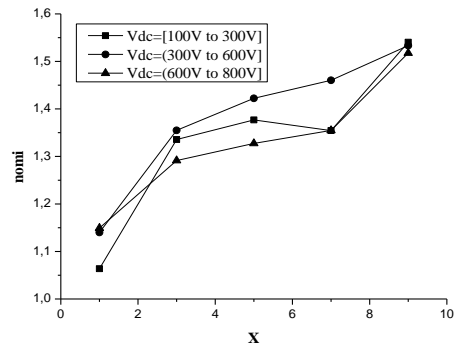
Σχήμα 10. scs vs X για  $m_a = 0.5$



Σχήμα 11. scs vs X για  $m_a = 0.8$



Σχήμα 12.  $nomi$  vs  $X$  για  $m_a = 0.5$



Σχήμα 13.  $nomi$  vs  $X$  για  $m_a = 0.8$

Από τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις προκύπτει το συμπέρασμα ότι επιλέγοντας κατάλληλες τιμές των μεταβλητών του συστήματος επιτυγχάνεται η αξιόπιστη λειτουργία του, αποφεύγοντας άσκοπες υπερδιαστασιολογήσεις και μη πρακτικούς θεωρητικούς σχεδιασμούς. Παρά το γεγονός ότι σε ορισμένες περιπτώσεις οι τιμές της ασυμμετρίας και του THD ξεπερνούν τα όρια του 5% και 3% αντίστοιχα, εντούτοις είναι ανεκτές και δεν επηρεάζουν σημαντικά την ποιότητα της παρεχόμενης ισχύος – αφού αναφέρονται σε εξαιρετικά ακραίες περιπτώσεις φόρτισης.

Τα αποτελέσματα αποδεικνύουν ξεκάθαρα την αποτελεσματικότητα της μεθόδου, η οποία δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να καθορίσει ο ίδιος τα όρια, τα βάρη, τα κριτήρια και τα χαρακτηριστικά του γενετικού αλγορίθμου.

## ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ

Τα αποτελέσματα των εξαγόμενων στις προηγούμενες παραγράφους των θεωρητικών σχέσεων συγκρίνονται με αποτελέσματα προσομοιώσεων με τη χρήση του MATLAB/Simulink, προκειμένου να επιβεβαιωθεί η ορθότητά τους. Στον Πίνακα 14 συγκρίνονται θεωρητικά αποτελέσματα με αποτελέσματα προσομοιώσεων, χρησιμοποιώντας τις τιμές των μεταβλητών που προέκυψαν με χρήση του γενετικού αλγορίθμου, με τα οποία επιβεβαιώνεται η καταλληλότητα και η αποτελεσματικότητα της εφαρμοσθείσας μεθόδου.

Πίνακας 14: Αποτελέσματα προσομοιώσεων ( $pf = 0.85$ ,  $X = 9$ ,  $V_{dc} = 300$  έως  $600V$ )

μονοφασική φόρτιση	Asym	
	θεωρητικά	Simulink
	5.33%	5.14%
τριφασική φόρτιση	THD <sub>v</sub>	
	θεωρητικά	Simulink
	1.93%	1.87%

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η παρούσα εργασία πραγματεύεται τη βελτίωση της ποιότητας ισχύος σε αυτόνομα τριφασικά φωτοβολταϊκά συστήματα, λαμβάνοντας υπόψη τις απαιτήσεις των ισχυόντων Προτύπων καθώς και τεχνικοοικονομικούς περιορισμούς. Η κυκλωματική ανάλυση του υπό εξέταση συστήματος καταδεικνύει ότι η ποιότητα ισχύος είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με συγκεκριμένους δείκτες, η επιλογή των τιμών των οποίων αποτελεί κρίσιμο ζήτημα για τη συμμόρφωση με τους ως άνω περιορισμούς. Για το σκοπό αυτό ένας κατάλληλος γενετικός αλγόριθμος εφαρμόστηκε για τον υπολογισμό των κρίσιμων παραμέτρων του συστήματος, συνάρτηση των οποίων είναι οι δείκτες ποιότητας ισχύος. Τα θεωρητικά αποτελέσματα επιβεβαιώνονται με σύγκρισή τους με αποτελέσματα προσομοιώσεων. Συμπερασματικά, η παρούσα εργασία παρουσιάζει μία νέα βέλτιστη μέθοδο για το σχεδιασμό φωτοβολταϊκών συστημάτων, χρήσιμο στους μηχανικούς για τη σχεδίαση νέων εγκαταστάσεων ή για την αναβάθμιση υφισταμένων.

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η εργασία υποστηρίζεται από την «ΥΠΟΤΡΟΦΙΑ ΑΡΙΣΤΕΙΑΣ Ι.Κ.Υ. ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ –ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ SIEMENS»

The paper is supported by the «IKY FELLOWSHIPS OF EXCELLENCE FOR POSTGRADUATE STUDIES IN GREECE – SIEMENS PROGRAM»

## BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] T. Khatib, A. Mohamed, K. Sopian, M. Mahmoud, "An iterative method for designing high reliable standalone PV systems at minimum cost for Malaysia", in *Proc. 2011 IEEE Symposium on Industrial Electronics and Applications (ISIEA)*, Langkawi, Malaysia, 2011, pp. 486-489.
- [2] B. Azzopardi, J. Mutale, "Smart integration of future grid-connected PV systems", in *Proc. 2009 34th IEEE Photovoltaic Specialists Conference (PVSC)*, Philadelphia, Pennsylvania, USA, 2009, pp. 002364-002369.
- [3] S. Karabanov, Y. Kukhmistrov, B. Miedzinski, Z. Okraszewski, "Photovoltaic systems", in *Proc. 2010 Proceedings of the International Symposium Modern Electric Power Systems (MEPS)*, Wroclaw, Poland, 2010, pp. 1-5.
- [4] A. Ipakchi, and F. Albuyeh, "Grid of the future", *IEEE Power and Energy Magazine*, vol. 7, pp. 52-62, 2009.
- [5] J. Enslin, and D. Snyman, "Combined Low-Cost, High-Efficient Inverter, Peak Power Tracker and Regulator for PV Applications", *IEEE Trans. Power Electronics*, vol. 6. no. 1, pp. 73-82, Jan. 1991.
- [6] J. Bialasiewicz, "Renewable Energy Systems with Photovoltaic Power Generators: Operation and Modeling", *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 55, no. 7, pp. 2752-2758, Jul. 2008.
- [7] M. H. Rashid, *Power Electronics Handbook*, Academic Press, 2001, ch 14.
- [8] *PCS 6000 STATCOM to compensate long power line with heavy load, Reference case study*, ABB Advanced Power Electronics, Feb. 2010.
- [9] D. Lijie, L. Yang, and M. Yiqun, "Comparison of High Capacity SVC and STATCOM in Real Power Grid," in *Proc. 2010 International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation (ICICTA)*, Changsha, China, 2010, vol.1, pp.993-997.
- [10] P. Pillay, and M. Manyage, "Definitions of Voltage Unbalance", *IEEE Power Engineering Review*, pp. 50-51, May 2001.
- [11] A. Jouanne, and B. Banerjee, "Assessment of Voltage Unbalance", *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 16, no. 4, pp. 782-790, Oct. 2001.
- [12] *Motors and Generators*, NEMA Standards Publication no. MG 1-1993.
- [13] EPRI Power Electronics Applications Center, "Input performance of ASDs during supply voltage unbalance", Power quality testing network PQTN Brief no. 28, 1996.
- [14] *IEEE Recommended Practice for Electric Power Distribution for Industrial Plants*, ANSI/IEEE Std. 141-1993, (Red Book).
- [15] *IEEE Recommended Practice for Electric Power Systems in Commercial Buildings*, ANSI/IEEE Std. 241-1990, (Gray Book).
- [16] *IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators*, IEEE Standard 112, 1991.
- [17] *Voltage Characteristics in Public Distribution Systems*, Standard EN 50160, Jul. 2004.
- [18] Gonos I.F. and Stathopoulos I.A.: "Estimation of Multi-Layer Soil Parameters using Genetic Algorithms", *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 20, no. 1, pp. 100-106, Jan. 2005.
- [19] I.F. Gonos, F.V. Topalis, I.A. Stathopoulos: "A genetic algorithm approach to the modelling of polluted insulators", *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, vol. 149, no. 3, pp. 373-376, May 2002.
- [20] P.F. Evangelides, C.A. Christodoulou, I.F. Gonos, and I.A. Stathopoulos, "Parameters selection for metal oxide surge arresters models using genetic algorithm", International Conference on Lightning Protection (ICLP 2010), 9C-1315, Cagliari, Italy, 13-17 September, 2010
- [21] C.A. Christodoulou, I.F. Gonos, and I.A. Stathopoulos, «Estimation of the parameters of metal oxide gapless surge arrester equivalent circuit models using genetic algorithm», *Electric Power Systems Research*, vol.81, pp.1881-1866, 2011
- [22] *International Standard, Electromagnetic Compatibility (EMC) - Part3: Limits\_Section2: Limits for Harmonic Current Emissions (Equipment Input Current <16 A Per Phase)*, IEC 61000-3-2, Edition 3, 2005.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

### Υπολογισμός της ασυμμετρίας της τάσης του φορτίου

Από το Σχήμα 2β εξάγεται η παρακάτω σχέση:

$$\frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1} = \frac{3\dot{X}_{Cf} // 3\dot{X}_{Lf}}{3n^2\dot{Z}_L + (3\dot{X}_{Cf} // 3\dot{X}_{Lf})}, \text{ όπου: } \dot{X}_{Lf} = j\omega_b L_f = jX_{Lf}, \dot{X}_{Cf} = \frac{1}{j\omega_b C_f} = -jX_{Cf}$$

$$\text{Ορισμοί: } \omega_r = \frac{1}{\sqrt{L_f C_f}}, Z_r = \sqrt{\frac{L_f}{C_f}}, \text{ άρα:}$$

$$\frac{\dot{X}_{Cf}}{\dot{X}_{Lf}} = -\frac{1}{\omega_b^2 L_f C_f} = -\left(\frac{\omega_r}{\omega_b}\right)^2 = -\left(\frac{f_r}{f_b}\right)^2, \dot{X}_{Lf} \dot{X}_{Cf} = j\omega_b L_f \frac{1}{j\omega_b C_f} = Z_r^2,$$

$$3\dot{X}_{Lf} // 3\dot{X}_{Cf} = 3 \frac{\dot{X}_{Lf} \dot{X}_{Cf}}{\dot{X}_{Lf} + \dot{X}_{Cf}} = 3 \frac{Z_r^2}{\dot{X}_{Lf}} \frac{1}{1 - \left(\frac{f_r}{f_b}\right)^2}$$

Οπότε, η ασυμμετρία προκύπτει:

$$\frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1} = \frac{3 \frac{Z_r^2}{\dot{X}_{Lf}} \frac{1}{1 - \left(\frac{f_r}{f_b}\right)^2}}{3n^2\dot{Z}_L + 3 \frac{Z_r^2}{\dot{X}_{Lf}} \frac{1}{1 - \left(\frac{f_r}{f_b}\right)^2}} = \left\{ 1 + \left[ 1 - \left(\frac{f_r}{f_b}\right)^2 \right] \frac{n^2\dot{Z}_L \dot{X}_{Lf}}{Z_r^2} \right\}^{-1} = \left\{ 1 + \left[ 1 - \left(\frac{f_r}{f_b}\right)^2 \right] \frac{n^2\dot{Z}_L}{\dot{X}_{Cf}} \right\}^{-1}$$

$$\frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1} = \frac{1}{1 + \left[ \left(\frac{f_r}{f_b}\right)^2 - 1 \right] \frac{n^2(R_L + jX_L)}{jX_{Cf}}} = \frac{1}{1 + \left[ \left(\frac{f_r}{f_b}\right)^2 - 1 \right] n^2 \left( -j \frac{R_L}{X_{Cf}} + \frac{X_L}{X_{Cf}} \right)}$$

$$= \frac{1}{1 + \left[ \left(\frac{f_r}{f_b}\right)^2 - 1 \right] n^2 \frac{X_L}{X_{Cf}} - j \left[ \left(\frac{f_r}{f_b}\right)^2 - 1 \right] n^2 \frac{R_L}{X_{Cf}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{\left| 1 + \left[ \left(\frac{f_r}{f_b}\right)^2 - 1 \right] n^2 \frac{X_L}{X_{Cf}} - j \left[ \left(\frac{f_r}{f_b}\right)^2 - 1 \right] n^2 \frac{R_L}{X_{Cf}} \right|} =$$

$$= \left\langle \left\{ 1 + \left[ \left(\frac{f_r}{f_b}\right)^2 - 1 \right] n^2 \frac{X_L}{X_{Cf}} \right\}^2 + \left\{ \left[ \left(\frac{f_r}{f_b}\right)^2 - 1 \right] n^2 \frac{R_L}{X_{Cf}} \right\}^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Asym} = \frac{V_2}{V_1} \cdot 100\% = \left\langle \left\{ 1 + \left[ \left(\frac{f_r}{f_b}\right)^2 - 1 \right] \frac{n^2 R_L}{X_{Cf}} \tan[\arccos(\text{pf})] \right\}^2 + \left\{ \left[ \left(\frac{f_r}{f_b}\right)^2 - 1 \right] \frac{n^2 R_L}{X_{Cf}} \right\}^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}} \cdot 100\%$$