Γεωδαιτικές τεχνικές για την τριδιάστατη απεικόνιση μη γεωμετρικών επιφανειών

ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΠΑΝΤΑΖΗΣ

Δρ. Αγρονόμος & Τοπογράφος Μηχ. ΕΜΠ Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η τριδιάσταση απεικόνιση και η αναπαράσταση γεωμετρικών χαρακτηριστικών αντικειμένων και επιφανειών αποτελεί ένα από τα συνεχώς εξελισσόμενα πεδία εφαρμογής της επιστήμης της Γεωδαισίας. Δίνει τη δυνατότητα παρουσίασης των γεωμετρικών χαρακτηριστικών στο χώρο των τριών διαστάσεων και αποτελεί τη βάση για οποιονδήποτε σχεδιασμό ή παρέμβαση (αναστήλωση). Η εξέλιξη των συστημάτων μέτρησης στον τομέα της γεωδαισίας με την ανάπτυξη των επίγειων σαρωτών laser αλλά και των χωροεικονογεωδαιτικών σταθμών, επιτρέπει την πληρέστερη και ορθότερη δημιουργία τριδιάστατων μοντέλων απεικόνισης επιφανειών, βελτιώνοντας παράλληλα το χρόνο που απαιτείται για τέτοιου είδους εργασίες.

Επιπλέον η εξέλιξη της τεχνολογίας τριδιάστατης εκτύπωσης, επιτρέπει την παρουσίαση – αναπαράσταση τέτοιων απεικονίσεων με πληρέστερο τρόπο.

Στην εργασία παρουσιάζεται η μεθοδολογία που ακολουθείται για τη γεωμετρική τεκμηρίωση μη γεωμετρικών επιφανειών με τη χρήση χωροεικονογεωδαιτικών σταθμών (Image Assisted Total Stations, IATS). Οι σταθμοί αυτοί έχουν τη δυνατότητα καταγραφής των συν/νων σημείων κάθε σάρωσης σε κοινό σύστημα αναφοράς. Έτσι αποφεύγονται οι συνενώσεις μοντέλων, που επιβαρύνουν την αβεβαιότητα του τελικού παραγώγου, ενώ αποφεύγεται η τοποθέτηση ειδικών στόχων κατά τη συλλογή των μετρήσεων.

Χρησιμοποιείται η μέθοδος Monte Carlo για τον a-priori προσδιορισμό του βήματος μέτρησης με σκοπό την ελαχιστοποίηση του χρόνου μέτρησης, ανάλογα με την αβεβαιότητα του τελικού αποτελέσματος.

Τέλος παρουσιάζεται μια εφαρμογή που πραγματοποιήθηκε για τη ολοκληρωμένη γεωμετρική τεκμηρίωση του κρατήρα "Στέφανος" του ηφαιστείου της Νισύρου. Δημιουργήθηκε το τριδιάστατο μοντέλο του κρατήρα, ελέγχθηκε η γεωμετρική του ορθότητα και απεικονίστηκε χρησιμοποιώντας την τεχνική της τριδιάστατης εκτύπωσης.

1.ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο προσδιορισμός των γεωμετρικών στοιχείων διαφόρων επιφανειών και η δημιουργία των μοντέλων τους με τη χρήση των σαρωτών ξεκίνησε στις αρχές του 1970 και αποτελεί αντικείμενο μελέτης της γεωδαισίας αλλά και άλλων επιστημονικών κλάδων. Η συνεχής εξέλιξη των τεχνολογιών και η αύξηση των απαιτήσεων οδήγησε στη βελτίωση και στη δημιουργία νέων συστημάτων μέτρησης φτάνοντας το 2005 στους εικονογεωδαιτικούς σταθμούς (Image Assisted Total Stations, IATS) και εν συνεχεία στους χωροεικονογεωδαιτικούς σταθμούς.

Η νέα αυτή τεχνολογία, που συνδυάζει τις βασικές λειτουργίες ενός γεωδαιτικού σταθμού και την βασική λειτουργία του laser scanner την σάρωση, δημιούργησε νέες μεθόδους στη συλλογή δεδομένων αλλά και στη δημιουργία τριδιάστατων μοντέλων διαφορετικών επιφανειών.

Τα όργανα αυτής της κατηγορίας διαθέτουν ενσωματωμένες στο τηλεσκόπιο τους μία ή δύο CCD κάμερες. Η θέση της κάμερας μπορεί να είναι στο κέντρο ή πάνω ή κάτω του τηλεσκοπίου. Έτσι, το οπτικό πεδίο του οργάνου μεταφέρεται μέσω της κάμερας στην οθόνη του οργάνου, που διαθέτει σταυρόνημα συμβατό με αυτό του τηλεσκοπίου. Έτσι η σκόπευση εκτός από το τηλεσκόπιο μπορεί να γίνει και μέσω της οθόνης σε κατάλληλη μεγένθυση ώστε να είναι ακριβής. Παράλληλα είναι

δυνατή η ταυτόχρονη λήψη εικόνων τη στιγμή της μέτρησης για κάθε σημείο, ώστε λαμβάνεται να δοθεί εκτός από την ποσοτική πληροφορία και η ποιοτική.

Οι χωροεικονογεώδαιτικοί σταθμοί ενσωματώνουν επιπλέον ένα είδος σαρωτή (light scanner), ο οποίος μπορεί να σαρώνει επιφάνειες με συγκεκριμένο οριζόντιο και κατακόρυφο βήμα παρουσιάζοντας στην οθόνη τους το τριδιάστατο μοντέλο τους. Παράλληλα λαμβάνονται και φωτογραφίες του αντικείμενου σάρωσης ώστε να συμπληρωθεί κατάλληλα το τριδιάστατο μοντέλο. Τα πλεονεκτήματα των χωροεικονογεωδαιτικών σταθμών έναντι των laser scanners είναι αρκετά:

- Δεν απαιτείται τοποθέτηση στόχων για την αναγωγή, ανεξάρτητων σαρώσεων, γεγονός που είναι δύσκολο έως αδύνατο να γίνει σε μη γεωμετρικές επιφάνειες αλλά και σε πολλές άλλες περιπτώσεις.
- Τα σημεία της σάρωσης έχουν απευθείας συντεταγμένες σε ένα ενιαίο σύστημα αναφοράς.
 Δεν χρειάζονται αναγωγές και συνενώσεις μοντέλων.
- Το κόστος αγοράς των οργάνων είναι τουλάχιστον υποδιπλάσιο.
- Το βάρος και ο όγκος τους είναι αρκετά μικρότερο σε σχέση με τους περισσότερους laser scanner.
- Η αβεβαιότητα προσδιορισμού των συντεταγμένων είναι καλύτερη.

Οι χωροεικονογεωδαιτικοί σταθμοί, βρίσκουν πεδίο εφαρμογής συχνά σε αντικείμενα που τα χαρακτηρίζονται ως μη γεωμετρικές επιφάνειες (όπως ένα πρανές).

Ως μη γεωμετρική επιφάνεια ορίζεται η επιφάνεια η οποία δεν αντιπροσωπεύεται από κάποια μαθηματική εξίσωση. Παρουσιάζει αρκετές δυσκολίες όσον αφορά την αποτύπωση της και αποτελεί πρόκληση η δημιουργία του τριδιάστατου μοντέλου της.

Είναι χρήσιμη και απαραίτητη η καταγραφή και η δημιουργία τριδιάστατων μοντέλων των μη γεωμετρικών επιφανειών προκειμένου να παρακολουθείται η μορφή τους και οι παραμορφώσεις τους και να εξάγονται ασφαλή συμπεράσματα.

Δυο από τα σημαντικότερα ζητήματα που προκύπτουν είναι κατά πόσο μπορούν να εκτιμηθούν πριν από οποιαδήποτε εργασία οι παράμετροι σάρωσης (απόσταση και βήμα σάρωσης, αριθμός σημείων) καθώς και να υπολογιστεί η αβεβαιότητα προσαρμογής των μετρήσεων στο μοντέλο. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Monte Carlo, μπορούν να υπολογιστούν, ανάλογα με την εργασία, η παρεχόμενη ακρίβεια και οι παράμετροι της σάρωσης.

2 Α-PRIORI ΑΝΑΛΥΣΗ

Έχει αποδειχθεί ότι η εκ των προτέρων (a-priori) εκτίμηση του ελάχιστου βήματος σάρωσης χρησιμοποιώντας έναν χωροεικονογεωδαιτικό σταθμό είναι εφικτή χρησιμοποιώντας κατάλληλη στατιστική επεξεργασία (Pantazis and Nikolitsas 2011).

Αρχικά υπολογίζεται η αβεβαιότητα των συν/νων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Monte Carlo (Rubinstein 1981; JCGM 101:2008 2008). Αυτό επιτυγχάνεται εισάγοντας ως δεδομένα την αβεβαιότητα μέτρησης γωνιών και μηκών του χωροεικονογεωδαιτικού σταθμού και την απόσταση σάρωσης και πραγματοποιώντας 10^6 προσομοιώσεις υπολογίσμού των συν/νων, προσδιορίζονται οι αβεβαιότητές τους σ_x, σ_y, σ_z (Alkhatib et al 2009) και το σ₀ της επίλυσης. Ακολούθως χρησιμοποιώντας αυτές τις αβεβαιότητες, την απόσταση σάρωσης και εφαρμόζοντας τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων, προσδιορίζεται η εκ των προτέρων (a-priori) αβεβαιότητα της προσαρμογής σ₀. Το βήμα σάρωσης s υπολογίζεται από τη σχέση

s= $\sigma_0 \cdot z_{95\%}$ για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Επιπλέον από την εξίσωση $n = \frac{Area (m^2)}{s(m)^2}$ προκύπτει και

μια εκτίμηση του αριθμού n των σημείων που πρέπει να μετρηθούν. Παράλληλα γνωρίζοντας την ταχύτητα σάρωσης του χωροεικονογεωδαιτικού σταθμού μπορεί να εκτιμηθεί και το χρονικό διάστημα που απαιτείται για τη σάρωση της επιφάνειας. Στο σχήμα 1 παρουσιάζεται εποπτικά όλη η a-priori ανάλυση.



Σχήμα 1: Υπολογισμός βήματος σάρωσης

3. Ο ΚΡΑΤΗΡΑΣ ΤΟΥ ΗΦΑΙΣΤΕΙΟΥ ΤΗΣ ΝΙΣΥΡΟΥ

Το ηφαίστειο της Νισύρου συγκαταλέγεται μαζί με τα Μέθανα, τη Μήλο και τη Σαντορίνη στα ενεργά ηφαίστεια της χώρας μας. Όλα αυτά τα ηφαιστειακά κέντρα βρίσκονται σ' ένα νοητό τόξο το οποίο ξεκινά από την Κόρινθο και καταλήγει στη Νίσυρο. Η περιοχή αυτή ονομάζεται "ενεργό ηφαιστειακό τόξο του νότιου Αιγαίου". Το ηφαίστειο της Νισύρου έχει συνολικά πέντε κρατήρες με μεγαλύτερο τον "Στέφανο" (εικόνα 1), σχήματος έλλειψης με μεγάλη ακτίνα 180m, μικρή 130m και βάθους 30m.

Ο σκοπός αυτής της εργασίας είναι η δημιουργία του τριδιάστατου μοντέλου της επιφάνειας του κρατήρα με ακρίβεια ανάλογη της τραχύτητας και της πολυπλοκότητας της επιφάνειας, ίση περίπου με ±10cm. Η γεωμετρική αυτή τεκμηρίωση επιτρέπει τον έλεγχο των διαχρονικών μεταβολών της μορφής του κρατήρα αλλά και της εκτύπωσής του σε κλίμακα 1:200.

Το περιβάλλον των μετρήσεων είναι πραγματικά αφιλόξενο και η γεωμετρική τεκμηρίωση ενός "Μνημείου της Φύσης" εισάγει πολλές δυσκολίες. Η θερμοκρασία συνήθως κυμαίνεται από 35 έως 40 βαθμούς Κελσίου, ενώ οι ατμοί θείου που αναδύονται συνεχώς καθιστούν την παραμονή στο χώρο και την πραγματοποίηση των μετρήσεων ιδιαίτερα επίπονη (June 2011).



Εικόνα 1: Ο κρατήρας Στέφανος του ηφαιστείου της Νισύρου

3.1 ΠΡΟΑΝΑΛΥΣΗ

Στην περίπτωση του κρατήρα του ηφαιστείου της Νισύρου, η προεκτίμηση του βήματος σάρωσης προϋποθέτει τον καθορισμό της μαθηματικής σχέσης που εκφράζει την επιφάνειά του. Θεωρώντας ότι το σχήμα της επιφάνειας του κρατήρα προσεγγίζει καλύτερα τη μορφή ενός μονόχωνου υπερβολοειδούς (σχήμα 2), η μαθηματική σχέση που εκφράζει την επιφάνεια αυτή δίνεται από της σχέση (1) (Abbena et al 2006)

$$\frac{x_i^2}{a^2} + \frac{y_i^2}{b^2} - \frac{z_i^2}{c^2} = 1$$
(1)

όπου,

a, b, c οι ημιάξονες του μονόχωνου υπερβολοειδούς x_i, y_i, z_i οι συν/νες κάθε μετρούμενου σημείου i στην επιφάνεια



Σχήμα 2: Το μονόχωνο υπερβολοειδές

Η σχέση 1 δεν είναι γραμμική. Για το λόγο αυτό αναπτύσσεται κατά Taylor και παίρνει τη μορφή:

$$\frac{-(2 \cdot x_0^2 \cdot 4 \cdot x \cdot x_0 + 2 \cdot x^2)}{a^3} \cdot \partial_a + \frac{-(2 \cdot y_0^2 \cdot 4 \cdot y \cdot y_0 + 2 \cdot y^2)}{b^3} \cdot \partial_b + \frac{(2 \cdot z_0^2 \cdot 4 \cdot z \cdot z_0 + 2 \cdot z^2)}{c^3} \cdot \partial_c + \frac{2 \cdot x_0 \cdot 2 \cdot x}{a^2} \cdot \partial_x_0 + \frac{2 \cdot y_0 \cdot 2 \cdot y}{b^2} \cdot \partial_y_0 + \frac{-(2 \cdot z_0^2 \cdot 2 \cdot z)}{c^2} \cdot \partial_z_0 = 0$$
(2)

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (2) και τη μέθοδο Monte Carlo, πραγματοποιώντας περίπου 10⁶ επιλύσεις, υπολογίζεται το a-priori τυπικό σφάλμα της προσαρμογής της επιφάνειας στα σημεία σε σχέση με την απόσταση σάρωσης και την αβεβαιότητα μέτρησης γωνιών που παρέχει ο χωροεικονογεωδαιτικός σταθμός. Στο σχήμα 3 παρουσιάζεται η μεταβολή της τιμής του σ₀ ως συνάρτηση των παραπάνω μεγεθών.



Σχήμα 3: Το a-priori τυπικό σφάλμα της προσαρμογής σε ένα μονόχωνο υπερβολοειδές

Το μέσο κατάλληλο βήμα σάρωσης της επιφάνειας του κρατήρα προκύπτει ίσο με s=± 25cm (Γκότσης 2012).

Εκτός από την παραπάνω εκτίμηση, η τελική απόφαση για το βήμα σάρωσης πρέπει να λάβει υπόψη της, τις ακόλουθες παραμέτρους:

- Η επιφάνεια του κρατήρα δεν είναι μια γεωμετρική επιφάνεια αλλά ιδιαίτερα ανώμαλη
- Η τραχύτητα της επιφάνειας είναι διαφοροποιήσιμη
- Η επιλογή να χρησιμοποιηθούν διαφορετικού τύπου χωροεικονογεωδαιτικοί σταθμοί, με διαφορετικά χαρακτηριστικά και να αλληλοεπικαληφθούν οι μετρήσεις τους.
- Το μέγεθος του κρατήρα και τη δυσκολία παραμονής στο χώρο

Ετσι επιλέχθηκε η σάρωση του κρατήρα του ηφαιστείου, να γίνει με βήμα σάρωσης 0.5m.

3.2 ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ - ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ

Χρησιμοποιήθηκαν οι χωροεικονογεωδαιτικοί σταθμοί Topcon IS και Trimble VX. Και οι δύο μετρούν γωνίες με αβεβαιότητα ±3^{cc} και μήκη με αβεβαιότητα ±5mm ± 2ppm (Trimble 2008). Επιπλέον σύμφωνα με τις κατασκευαστικές προδιαγραφές τους, η ταχύτητα σάρωσης είναι 20point/sec (www.Topcon.co.jp) και 15points/sec (Trimble 2008) αντίστοιχα.

Δημιουργήθηκε ένα τοπικό σύστημα αναφοράς που υλοποιείται από τρείς στάσεις. Δύο από αυτές βρίσκονται στο δάπεδο του κρατήρα στο εσωτερικό του, ενώ η τρίτη βρίσκεται στον εξωτερικό του χώρο. Μετρήθηκαν συνολικά 45.362 σημεία χρησιμοποιώντας τον γεωδαιτικό σταθμό Topcon IS και 49.585 με τον σταθμό Trimble VX σε χρονικό διάστημα περίπου 4 ωρών.

Χρησιμοποιώντας τα αντίστοιχα προγράμματα που συνοδεύουν τους δύο γεωδαιτικούς σταθμούς, το πρόγραμμα Topcon's Image Master και Trimble's Realworks, έγινε η κατάλληλη επεξεργασία με σκοπό τη δημιουργία της επιφάνειας του κρατήρα. Στην εικόνα 2 παρουσιάζεται το αποτέλεσμα της επεξεργασίας των δεδομένων και από τους δύο γεωδαιτικούς σταθμούς.



Εικόνα 2: Το πρωτότυπο τριδιάστατο μοντέλο της επιφάνειας του κρατήρα

4 ΤΡΙΔΙΑΣΤΑΤΗ ΕΚΤΥΠΩΣΗ – RAPID PROTOTYPING

Η τριδιάστατη εκτύπωση (3D printing) είναι μια μέθοδος προσθετικής κατασκευής στην οποία κατασκευάζονται αντικείμενα μέσω της διαδοχικής πρόσθεσης επάλληλων στρώσεων υλικού. Στη τριδιάστατη εκτύπωση μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφοροι τύποι υλικού, κυρίως κεραμικά και πολυμερή. Ωστόσο ο ορθότερος όρος για την περιγραφή αυτής της διαδικασίας είναι ο όρος Ταχεία Κατασκευή Πρωτοτύπων (Rapid Prototyping). (Polydoras S. κ.α 2011, Li κ.α, 2009)

Τα βασικά στάδια της εκτύπωσης-παραγωγής ενός πρωτοτύπου είναι (Pham, D. T., 2001):

- Επιλέγεται το πάχος της στρώσης, η ποιότητα και η ακρίβεια της επιφάνειας, ο προσανατολισμός της επιφάνειας και τότε δημιουργούνται κάποιες πρότυπες μορφές δεδομένων ανάλογα με την μέθοδο που θα χρησιμοποιηθεί.
- Εισάγονται τα δεδομένα αυτά σε μία Rapid Prototyping μηχανή και αρχίζει η παραγωγή του

μοντέλου.

- Ακολουθούν οι εργασίες καθαρισμού και ολοκλήρωσης του πρωτοτύπου.
- Η διαδικασία ολοκληρώνεται με το τρίψιμο, τη στίλβώση και μερικές φορές με τη ζωγραφική για καλύτερο φινίρισμα της επιφάνειας.

Η κατασκευή του πρωτοτύπου του κρατήρα έγινε στο Εργαστήριο Ταχείας Κατασκευής Πρωτοτύπων και Εργαλείων – Αντίστροφου Σχεδιασμού της σχολής των Μηχανολόγων Μηχανικών του ΕΜΠ. Ακουθήθηκε η μέθοδος LOM (Wang W., 1999) (Laminated Object Manufacturing) χρησιμοποιώντας τη μηχανή LOM1015 ΤΚΠ. Η διαδικασία που ακολουθήθηκε για την παραγωγή και ολοκλήρωση του τρισδιάστατου μοντέλου είναι η εξής:

Αρχικά εισάγεται στο λογισμικό της μηχανής το αρχείο STL και ρυθμίζονται κατάλληλα οι παράμετροι (ισχύς ακτίνας λέιζερ στα 2.5 Watt, το πάχος στρώσης στα 0.1mm, κλίμακα εκτύπωσης κτλ) ώστε να ξεκινήσει η κατασκευή του μοντέλου.

Η κλίμακα που επιλέχθηκε να γίνει η εκτύπωση ήταν η 1:2000. Υπολογίστηκαν οι διαστάσεις του μοντέλου ώστε να διαπιστωθεί αν μπορεί να κατασκευαστεί σε ένα κομμάτι. Οι διαστάσεις του συγκεκριμένου μοντέλου ήταν περίπου 16cm x 17.5cm x 1.8cm, οι οποίες ήταν μικρότερες από τις μέγιστες προβλεπόμενες της μηχανής καθιστώντας δυνατή την κατασκευή σε ένα κομμάτι. Αρχικά κολλήθηκε στην πλατφόρμα της μηχανής ειδική χοντρή ταινία έχοντας το ρόλο του υποστρώματος και της βάσης πάνω στην οποία θα ξεκινήσει η κατασκευή.

Οι συνολικές στρώσεις που απαιτήθηκαν για την κατασκευή του τρισδιάστατου πρωτότυπου ήταν 250 και η συνολική διάρκεια κατασκευής 9 ώρες. Χρειάστηκε τόσος πολύς χρόνος καθώς το μοντέλο είχε μεγάλη λεπτομέρεια κατά την x-y διεύθυνση και απαιτούνταν αρκετός χρόνος ώστε να κοπεί από την ακτίνα λέιζερ.

Το τελικό στάδιο μετά την ολοκλήρωση της κατασκευής ήταν η αφαίρεση του επιπλέον αχρείαστου υλικού και το φινίρισμα της επιφάνειας. Το πρωτότυπο που κατασκευάστηκε (εικόνα 3) εμφανίζει πολύ ικανοποιητική οπτική πιστότητα σε σχέση με το μοντέλο CAD από το οποίο κατασκευάστηκε και ομοιότητα με τον πραγματικό κρατήρα όπως προκύπτει και από την σύγκριση με φωτογραφικό υλικό της περιοχής.



Εικόνα 3: Πρωτότυπο του κρατήρα, κλίμακας εκτύπωσης 1:2000

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Με την εργασία αυτή επιχειρείται η παρουσίαση μιας μεθοδολογίας που ακολουθείται για τη γεωμετρική τεκμηρίωση μη γεωμετρικών επιφανειών με τη χρήση χωροεικονογεωδαιτικών σταθμών (Image Assisted Total Stations, IATS). Διαπιστώνεται ότι με τη χρήση της μεθόδου Monte Carlo, μπορεί να επιτευχθεί η θεωρητική ανάλυση της σάρωσης και ο a-priori προσδιορισμός της μέσης αβεβαιότητας που μπορεί να επιτευχθεί στο τελικό γεωμετρικό αποτέλεσμα, από διάφορες αποστάσεις και διαφορετικής αβεβαιότητας όργανα, ανάλογα με τη μορφή της επιφάνειας.

Η εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας σε μια αρκετά "δύσκολη" επιφάνεια, του κρατήρα "Στέφανος" του ηφαιστείου της Νισύρου, καταδεικνύει ότι μπορεί αυτή να χρησιμοποιηθεί και να οδηγήσει σε ορθά γεωμετρικά παράγωγα. Η σύγκριση συγκεκριμένων τομών του κρατήρα που

προέκυψαν με απευθείας μέτρηση επιβεβαιώνει αυτή την διαπίστωση. Επίσης αναδεικνύεται η συμβολή της τριδιάστατης εκτύπωσης (Rapid Prototyping) στην απεικόνιση νη γεωμετρικών επιφανειών.

4. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Abbena E., Gray, A., Salamon S. 2006. Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica, Third Edition (Studies in Advanced Mathematics)

Alkhatib, H., Neumann, I., Kutterer, H. 2009. Uncertainty modeling of random and systematic errors by means of Monte Carlo and fuzzy techniques. Journal of Applied Geodesy. Volume 3, Issue 2, Pages 67–79, DOI: 10.1515/JAG.2009.008

Γκότσης Β. 2012. μοντελοποιηση γεωμετρικων και μη γεωμετρικων επιφανειων με την χρηση χωροεικονογεωδαιτικων σταθμων, ΣΑΤΜ, ΕΜΠ, Διπλωματική εργασία.

JCGM 101:2008 2008. Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement – Propagation of distributions using a Monte Carlo method.

Li Yan, Y., Zhang S., R., Wu Lin, F., Lu R., Q., Xiong, Z., et al. 2009. Rapid Prototyping and Manufacturing Technology: Principle, Representative Technics, Applications, and Development Trends. Tsinghua Science Technology, 14(June), 1–12. doi:10.1016/S1007-0214(09)70059-8

Pantazis G., Nikolitsas K. 2011. Assessing the use of "light" laser scanners and the Monte Carlo technique for the documentation of geometric surfaces, FIG Working Week 2011, Bridging the Gap between Cultures, Marrakech, Morocco

Pham, D. T., Dimov, S. S. 2001. Rapid Manufacturing: The technologies & applications of Rapid Prototyping and Rapid Tooling, Springer, London, UK

Polydoras S., Sfantsikopoulos M., and Provatidis C. 2011. Rational Embracing of Modern Prototyping Capable Design Technologies into the Tools Pool of Product Design Teams ISRN Mechanical Engineering, vol. 2011, Article ID 739892, 12 pages, 2011. doi:10.5402/2011/739892

Rubinstein R.Y. 1981. Simulation and the Monte Carlo method. John Wiley & Sons, New York.

Trimble Navigation 2008. Users manual for Trimble Vx.

www.Topcon.co.jp

Wang W., Conley J. G., Stoll H. W. 1999. Rapid tooling for sand casting using laminated object manufacturing process, Rapid Prototyping Journal, Vol. 5 Iss: 3, pp.134 - 141