

# Η ΣΧΕΣΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΟΣ ΣΤΙΣ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Γεώργιος Πανταζής<sup>1</sup>, Ευαγγελία Λάμπρου<sup>1</sup>, Κων/νος Νικολίτσας<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο – Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών  
e-mail: gpanta@central.ntua.gr

Στις γεωδαιτικές εφαρμογές υπάρχουν μεγέθη που μετρούνται άμεσα, όπως μήκη, διευθύνσεις (οριζόντιες ή κατακόρυφες), υψομετρικές διαφορές και μεγέθη που προκύπτουν έμμεσα από υπολογισμούς, όπως οι ορθογώνιες συντεταγμένες  $x$ ,  $y$  ενός σημείου και το υψόμετρο του  $H$ .

Στην εργασία αυτή παρουσιάζονται τα μεγέθη που σήμερα μετρούνται άμεσα χρησιμοποιώντας σύγχρονα γεωδαιτικά όργανα και η αβεβαιότητα που περιέχει κάθε μοναδιαία μέτρηση. Υπολογίζεται έτσι η αβεβαιότητα των παραγώγων που προκύπτουν από τα μετρούμενα μεγέθη με κατάλληλους υπολογισμούς.

Σκοπός είναι να αναδειχθεί η τελική αβεβαιότητα του προϊόντος μιας γεωδαιτικής εφαρμογής και πως αυτή επηρεάζεται από την ακρίβεια της πρωτογενούς μέτρησης. Η σχέση αβεβαιότητας μέτρησης και της αντίστοιχης του παραγώγου, εμφανίζεται σε όλες τις γεωδαιτικές εφαρμογές (έλεγχο μετακινήσεων, γεωμετρική τεκμηρίωση φυσικών και τεχνητών κατασκευών) και καθορίζει αποφασιστικά την επιλογή του κατάλληλου γεωδαιτικού εξοπλισμού και βέβαια το κόστος αλλά και το χρόνο εκτέλεσης της γεωδαιτικής εφαρμογής.

*Λέξεις-Κλειδιά: αβεβαιότητα, γεωδαιτικές εφαρμογές.*

## 1. Εισαγωγή

Με τον όρο μέτρηση στη γεωδαισία ορίζεται η διαδικασία με την οποία είναι δυνατός ο άμεσος προσδιορισμός της τιμής ενός μεγέθους.

Η τιμή κάθε μέτρησης συνοδεύεται πάντοτε από την αβεβαιότητα προσδιορισμού της (γνωστή και ως σφάλμα μέτρησης ή ακρίβεια μέτρησης).

Τα μεγέθη που άμεσα μετρούνται στη γεωδαισία είναι:

- Μήκη
- Διευθύνσεις (οριζόντιες και κατακόρυφες)
- Αναγνώσεις σε μετρητικό πήχυ (αναλογικό ή ψηφιακό).

Η εκτέλεση των μετρήσεων των παραπάνω μεγεθών προϋποθέτει τη χρήση κατάλληλων μετρητικών συσκευών (οργάνων) συνδυασμένη με την ανθρώπινη επιδεξιότητα. Η εξέλιξη των γεωδαιτικών οργάνων μέτρησης, όσον αφορά στην τεχνολογία τους και τα ηλεκτρονικά συστήματα που χρησιμοποιούν σήμερα έχει οδηγήσει στην επίτευξη ικανοποιητικών ακριβειών στις μετρήσεις, μειώνοντας το χρόνο εργασίας. Παράλληλα έχουν εξαλειφθεί παράγοντες που επιβάρυναν την ακρίβεια του τελικού αποτελέσματος, όπως η ορθότητα της οριζοντίωσης και η σκόπευση. Η ποιότητα των αποτελεσμάτων των μετρήσεων εξαρτάται από:

- την εμπειρία του παρατηρητή
- τα τεχνικά χαρακτηριστικά του χρησιμοποιούμενου γεωδαιτικού εξοπλισμού.

Τα παραπάνω καθορίζουν τη συνολική αβεβαιότητα της μέτρησης.

Ο σχεδιασμός και ο υπολογισμός κάθε τεχνικού έργου ανάγεται στον υπολογισμό των συντεταγμένων  $x$ ,  $y$ ,  $H$  των σημείων στον τρισδιάστατο χώρο, που είναι απαραίτητα για την υλοποίησή του (χάραξη) στο έδαφος. Σήμερα (2007) υπάρχει ένα πλήθος γεωδαιτικών οργάνων με τεχνικά χαρακτηριστικά που διαφοροποιούνται πολλές φορές ελάχιστα. Έτσι

δεν είναι απλό να επιλέξει ο χρήστης το καταλληλότερο για την εργασία που θέλει να εκτελέσει. Είναι απαραίτητο να γνωρίζει, εκτός από την ακρίβεια της πρωτογενούς μέτρησης και την ακρίβεια των συντεταγμένων  $x$ ,  $y$ ,  $H$  που θα προκύψουν μέσα από τη συγκεκριμένη διαδικασία μετρήσεων – υπολογισμών.

Έτσι όταν είναι γνωστή η σχέση ακρίβειας μέτρησης των πρωτογενών μεγεθών και ακρίβειας του αποτελέσματος είναι συγκεκριμένη και απλή η επιλογή του κατάλληλου γεωδαιτικού εξοπλισμού για την εκτέλεση κάθε εργασίας και εκτιμάται ορθότερα το συνολικό κόστος της αλλά και ο χρόνος εκτέλεσης των μετρήσεων.

## 2. Αβεβαιότητα στις μετρήσεις

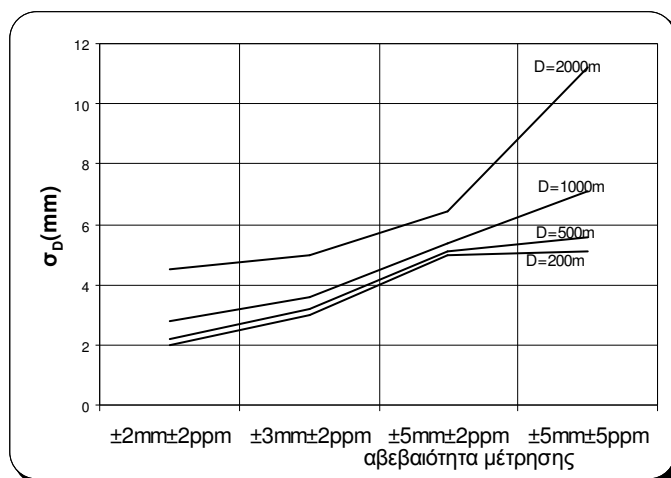
### Μετρήσεις μηκών

Οι μετρήσεις μηκών πραγματοποιούνται κυρίως με τη χρήση σύγχρονων ολοκληρωμένων γεωδαιτικών σταθμών με ή χωρίς τη χρήση ανακλαστήρα. Η αβεβαιότητα κάθε μέτρησης μήκους όπως δίνεται από τον κατασκευαστή έχει τη μορφή  $\pm a \text{ mm} \pm b \text{ ppm}$ .

Για τους σταθμούς που μετρούν μήκη χωρίς τη χρήση ανακλαστήρα η αβεβαιότητα είναι της μορφής  $\pm a \text{ mm}$ .

Η ποσότητα  $a$  είναι σταθερή και ανεξάρτητη του μετρούμενου μήκους, ενώ η ποσότητα  $b$  μεταβάλλεται ανάλογα με το μέγεθός του.

Στο σχήμα 1 παρουσιάζεται η αβεβαιότητα στη μέτρηση του μήκους ανάλογα με το μέγεθός του, για τις βασικές κατηγορίες οργάνων.



Σχήμα 1. Μεταβολή του  $\sigma_D$ , ως συνάρτηση του μήκους  $D$  και της αβεβαιότητας μέτρησης

### Μετρήσεις διευθύνσεων

Οι μετρήσεις διευθύνσεων (οριζόντιων ή κατακόρυφων) γίνονται με τη χρήση ψηφιακών θεοδολίχων που είναι ενσωματωμένα στους ολοκληρωμένους γεωδαιτικούς σταθμούς. Η ονομαστική αβεβαιότητα της μοναδιαίας μέτρησης, όπως δίνεται από τον κατασκευαστή, κυμαίνεται συνήθως από  $\pm 0.5''$  έως  $\pm 10''$ .

Η αβεβαιότητα στη μέτρηση διευθύνσεων εξαρτάται από τους εξής παράγοντες:

- την αβεβαιότητα μέτρησης όπως δίνεται από τον κατασκευαστή (εσωτερική ακρίβεια του οργάνου), η οποία είναι σταθερή και ανεξάρτητη της τιμής της διεύθυνσης ( $c$ ). Η αβεβαιότητα αυτή εξαρτάται από τον ψηφιακό τρόπο ανάγνωσης

των δίσκων, την ποιότητα και τον αριθμό των αισθητήρων και τον αλγόριθμο της ανάγνωσης που χρησιμοποιεί το όργανο.

- ii. την αβεβαιότητα σκόπευσης του παρατηρητή  $\sigma_{\text{σκόπευση}}$  (εξωτερική ακρίβεια). Αυτή εξαρτάται από την απόσταση του στόχου, το είδος και το μέγεθος του και από την εμπειρία του παρατηρητή. Ορισμένοι από τους σύγχρονους γεωδαιτικούς σταθμούς έχουν τη δυνατότητα αυτόματης αναγνώρισης – σκόπευσης ειδικών στόχων, έτσι  $\sigma_{\text{σκόπευση}}=0$ .
- iii. την αβεβαιότητα κέντρωσης του γεωδαιτικού οργάνου.
- iv. την αβεβαιότητα τοποθέτησης του στόχου.

Το σφάλμα σκόπευσης του παρατηρητή μπορεί να προσδιοριστεί μόνο αν γίνουν πολλαπλές μετρήσεις σε ένα στόχο.

Έτσι κατά τη μέτρηση μιας διεύθυνσης  $\delta$  η τελική ή μέση τιμή προκύπτει συνήθως ως μέσος όρος  $n$  μετρήσεων δηλαδή

$$\delta = \frac{[\delta]}{n} = \frac{\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n}{n} \quad (1)$$

Στην περίπτωση αυτή η αβεβαιότητα της σκόπευσης προκύπτει από τη σχέση

$$\sigma_{\text{σκόπευση}} = \pm \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}{n \cdot (n-1)}} \quad (2)$$

όπου  $v_1 = \delta_1 - \delta$ ,  $v_2 = \delta_2 - \delta$ , ...  $v_n = \delta_n - \delta$

Αν θεωρηθεί ότι οι παράγοντες iii και iv είναι αμελητέοι (ίσοι με μηδέν) τότε η τελική ακρίβεια της διεύθυνσης  $\delta$  προκύπτει από τη σχέση

$$\sigma_{\delta} = \pm (c + \sigma_{\text{σκόπευση}}) \quad (3)$$

### Μετρήσεις σε μετρητικό πήχυ (αναλογικό ή ψηφιακό)

Οι μετρήσεις υψομετρικών διαφορών πραγματοποιούνται κυρίως με τη χρήση ψηφιακών χωροβατών πάνω σε κωδικοποιημένες σταδίες (μετρητικό πήχυ) [5].

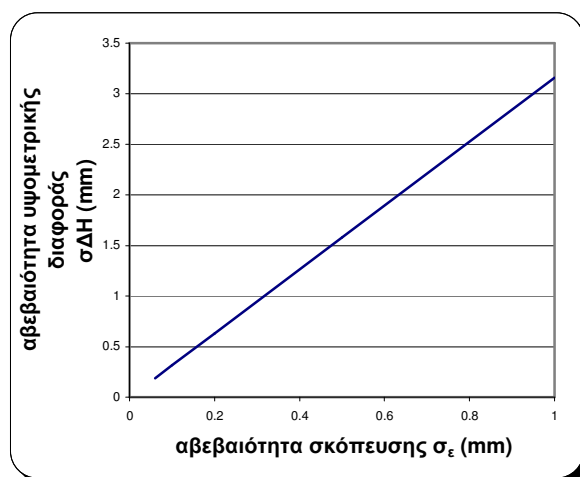
Κάθε υψομετρική διαφορά προκύπτει ως διαφορά δύο αναγνώσεων πάνω σε χωροσταθμικό πήχυ δηλαδή  $\Delta H = O - E$ . Οπότε και το αντίστοιχο σφάλμα της προσδιοριζόμενης υψομετρικής διαφοράς προκύπτει από τη σχέση

$$\sigma_{\Delta H} = \pm \sqrt{\sigma_O^2 + \sigma_E^2} = \sigma_{\epsilon} \sqrt{2} \quad (4)$$

όπου  $\sigma_O = \sigma_E = \sigma_{\epsilon}$ , είναι η αβεβαιότητα της μιας μέτρησης. Η απόδοση του ψηφιακού χωροβάτη μπορεί να φθάσει έως και 0.01mm, ενώ το  $\sigma_{\epsilon}$  έως και 0.06mm.

Αν ο αριθμός των στάσεων χωροβάτη στη μετάβαση και στην επιστροφή είναι ίσος, τότε  $\sigma_{\Delta H} = \sigma_{\epsilon} \cdot \sqrt{n}$

Έτσι για μια χωροστάθμηση μήκους 1Km, αν θεωρηθεί ως μέση απόσταση χωροβάτη – σταδίας ίση με 50m τότε θα χρειαστεί να γίνουν  $n=10$  ενδιάμεσες στάσεις οργάνου. Η αβεβαιότητα προσδιορισμού της τελικής υψομετρικής διαφοράς σε απόσταση 1Km παρουσιάζεται στο σχήμα 2 ως συνάρτηση της ακρίβειας της μιας μέτρησης  $\sigma_{\epsilon}$  του χωροβάτη.



Σχήμα 2. Αβεβαιότητα προσδιορισμού υψομετρικής διαφοράς σε απόσταση 1Km ως συνάρτηση της μεταβολής του  $\sigma_\epsilon$ .

### 3. Αβεβαιότητα γεωδαιτικών παραγώγων

#### Αβεβαιότητα προσδιορισμού συντεταγμένων

Εκτός από την αβεβαιότητα των μεγεθών που πρωτογενώς μετρούνται στη γεωδαισία κυρίως ενδιαφέρει ο υπολογισμός της αβεβαιότητας των μεγεθών που έμμεσα προσδιορίζονται και στη συνέχεια χρησιμοποιούνται στη δημιουργία των γεωδαιτικών παραγώγων. Τα δευτερογενή αυτά παράγωγα των γεωδαιτικών μετρήσεων είναι οι συντεταγμένες  $x$ ,  $y$ ,  $H$  των σημείων. Αυτά προσδιορίζονται με διαφορετικούς τρόπους ανάλογα και με τη μεθοδολογία μέτρησης.

#### 3.1.1 Αβεβαιότητα προσδιορισμού συντεταγμένων μέσω συνόρθωσης

Ως *συνόρθωση* ορίζεται η διαδικασία με τη βοήθεια της οποίας προσδιορίζονται οι καλλίτερες τιμές των μεγεθών και οι αβεβαιότητές τους χρησιμοποιώντας περισσότερες από τις απαραίτητες μετρήσεις.

Σε πολλές γεωδαιτικές εφαρμογές, όπως δίκτυα οριζοντίου, κατακορύφου, τριδιάστατου ελέγχου και οδεύσεις, τα μετρούμενα μεγέθη είναι περισσότερα από τα απαραίτητα για τον προσδιορισμό των συντεταγμένων  $x$ ,  $y$ ,  $H$  των κορυφών τους. Στις περιπτώσεις αυτές οι τιμές τους προκύπτουν μέσω της διαδικασίας της συνόρθωσης με μεθόδους στατιστικής επεξεργασίας, όπως η MET (μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων). Συνήθως χρησιμοποιείται η μέθοδος των εμμέσων παρατηρήσεων (μέθοδος μεταβολής των συντεταγμένων). Η συνόρθωση ουσιαστικά αποβλέπει στην επίλυση ενός συστήματος της μορφής [1]:

$$A_m^n \cdot X_1^m = I_1^n \quad (5)$$

όπου  $n$  = ο αριθμός των μετρήσεων

$m$  = οι άγνωστοι της συνόρθωσης

$A$  = ο πίνακας των συντελεστών των αγνώστων, των εξισώσεων του συστήματος, διαστάσεων  $n \times m$

$X$  = ο πίνακας των αγνώστων, διάστασης  $m \times 1$

$I$  = ο πίνακας των μετρημένων τιμών των μεγεθών, διάστασης  $n \times 1$

Η διαδικασία της συνόρθωσης οδηγεί στην επίλυση του κανονικού συστήματος

$$X_1^m = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot I \quad (6)$$

και στον προσδιορισμό του a posteriori πίνακα μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητας των αγνώστων από τη σχέση:

$$V_X = \sigma_0^2 \cdot (A^T \cdot A)^{-1} \quad (7)$$

Στον πίνακα  $V_X$  περιέχονται οι αβεβαιότητες των αγνώστων που προσδιορίστηκαν.

Ενδεικτικά μπορεί να αναφερθεί ότι σε ένα δίκτυο που επιλύεται με ακρίβεια μέτρησης μηκών  $\pm 2\text{mm}$  και διευθύνσεων  $\pm 20^{\text{cc}}$  η αβεβαιότητα προσδιορισμού των συντεταγμένων είναι της τάξης των  $\pm 4\text{mm}$  οριζοντιογραφικά και  $\pm 1\text{cm}$  υψομετρικά.

### 3.1.2 Αβεβαιότητα προσδιορισμού συντεταγμένων μέσω θεμελιωδών προβλημάτων

Η διαδικασία του προσδιορισμού τόσο των καρτεσιανών συντεταγμένων (x, y) όσο και της τρίτης διάστασης H γίνεται χρησιμοποιώντας τα θεμελιώδη προβλήματα της γεωδαισίας, από τα πρωτογενή μετρούμενα μεγέθη. Ουσιαστικά υπολογίζονται οι διαφορές  $\Delta x_{\Sigma_i}$ ,  $\Delta y_{\Sigma_i}$ ,  $\Delta H_{\Sigma_i}$  μεταξύ του άγνωστου σημείου i και κάποιου άλλου γνωστού Σ [3], [4], [5].

Η αβεβαιότητα προσδιορισμού των  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $H_i$  δίνεται από τις σχέσεις:

$$\sigma_{x_i} = \pm \sqrt{\sigma_{\Delta x_{\Sigma_i}}^2 + \sigma_{x_{\Sigma}}^2}, \quad \sigma_{y_i} = \pm \sqrt{\sigma_{\Delta y_{\Sigma_i}}^2 + \sigma_{y_{\Sigma}}^2}, \quad \sigma_{H_i} = \pm \sqrt{\sigma_{\Delta H_{\Sigma_i}}^2 + \sigma_{H_{\Sigma}}^2} \quad (8)$$

όπου τα  $\sigma_{\Delta x_{\Sigma_i}}$ ,  $\sigma_{\Delta y_{\Sigma_i}}$ ,  $\sigma_{\Delta H_{\Sigma_i}}$  είναι ίσα με [2]:

$$\sigma_{\Delta x_{\Sigma_i}} = \sigma_{\Delta y_{\Sigma_i}} \approx \pm \sqrt{\sigma_D^2 + \frac{D_{\Sigma_i}^2}{(\rho^{\text{cc}})^2} \cdot (\sigma_z^2 + \sigma_{\alpha_{\Sigma_i}}^2)} \quad (9)$$

$$\sigma_{\Delta H_{\Sigma_i}} \approx \pm \sqrt{\sigma_D^2 + D_{\Sigma_i}^2 \cdot \left(\frac{\sigma_z}{\rho^{\text{cc}}}\right)^2 + 2 \cdot \sigma_{y_0}^2} \quad (10)$$

όπου

- $\sigma_{x_{\Sigma}} = \sigma_{y_{\Sigma}} = \sigma_{H_{\Sigma}}$  το σφάλμα των συν/νων x, y, H του γνωστού σημείου Σ.
- $D_{\Sigma_i}$  = το μήκος.
- $\sigma_D$  = το σφάλμα μέτρησης του μήκους από τον γεωδαιτικό σταθμό.
- $\sigma_\delta = \sigma_z$  = το συνολικό σφάλμα μέτρησης οριζόντιων και κατακόρυφων διευθύνσεων.
- $\sigma_{\alpha_{\Sigma_i}}$  = το σφάλμα της γωνίας διεύθυνσης  $\alpha_{\Sigma_i}$  το οποίο είναι ίσο με:

$$\alpha_{\Sigma_i} = \alpha_{\Sigma\Sigma'} + \beta, \quad \sigma_{\alpha_{\Sigma_i}} = \pm \sigma_{\alpha_{\Sigma}} \frac{\sqrt{2}}{S_{\Sigma\Sigma'}} \cdot \rho^{\text{cc}} + \sigma_\delta \cdot \sqrt{2}$$

$\alpha_{\Sigma\Sigma'}$  = η γωνία διεύθυνσης μεταξύ των γνωστών σημείων Σ και Σ'

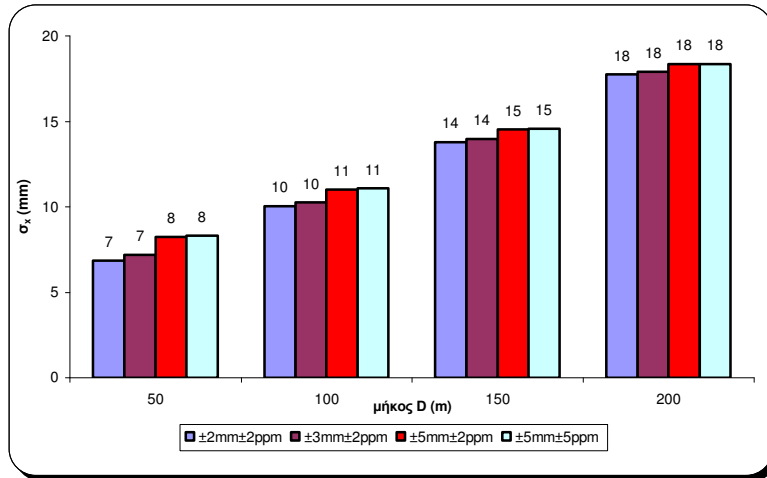
$S_{\Sigma\Sigma'}$  = η οριζόντια απόσταση μεταξύ των Σ και Σ'

- $\sigma_{y_0} = \sigma_{y_{\Sigma}} = \pm 1\text{mm}$  το σφάλμα στη μέτρηση του ύψους οργάνου και του ύψους σκόπευσης.

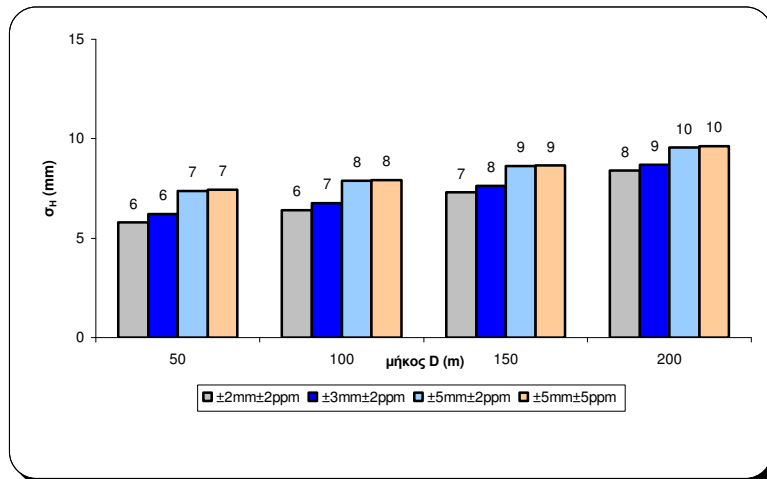
Σημειώνεται ότι το σφάλμα οριζοντίωσης του γεωδαιτικού σταθμού διορθώνεται αυτόματα μέσω του κατάλληλου ισοσταθμητή, ενώ θεωρείται αμελητέο το σφάλμα λόγω κέντρωσης του οργάνου και του στόχου.

Έτσι αν θεωρηθεί ότι  $\sigma_{x_{\Sigma}} = \sigma_{y_{\Sigma}} = \sigma_{H_{\Sigma}} = \pm 5\text{mm}$  και  $\sigma_{\alpha_{\Sigma_i}} = \pm 50^{\text{cc}}$ ,  $\sigma_z = \pm 20^{\text{cc}}$  που είναι τιμές για συνήθεις εργασίες με σταθμό ακρίβειας  $\pm 5''$ , στα σχήματα 3, 4 που ακολουθούν παρουσιάζεται η αβεβαιότητα προσδιορισμού των συντεταγμένων x, y, H ως συνάρτηση του μήκους D και της αβεβαιότητας μέτρησής του. Αντίστοιχα στα σχήματα 5, 6

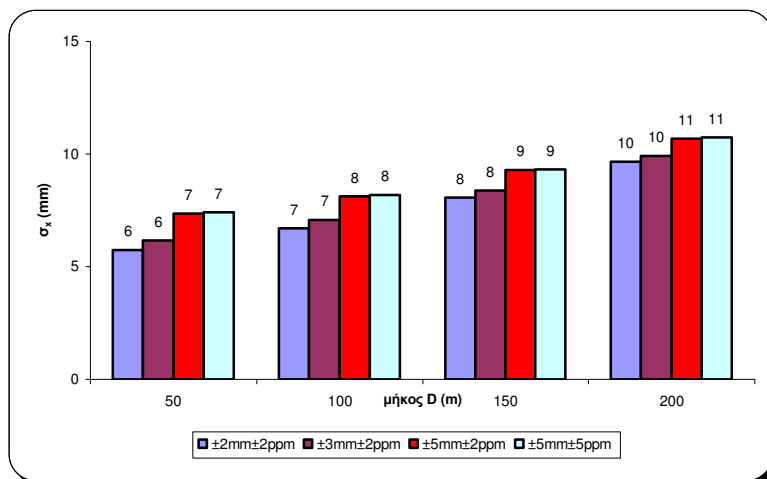
παρουσιάζεται η αβεβαιότητα στις συντεταγμένες  $x, y, H$  για  $\sigma_{\alpha_{\text{σι}}} = \pm 25^{\text{cc}}$ ,  $\sigma_z = \pm 5^{\text{cc}}$ , δηλ. για μετρήσεις με σταθμό ακρίβειας  $\pm 1''$ .



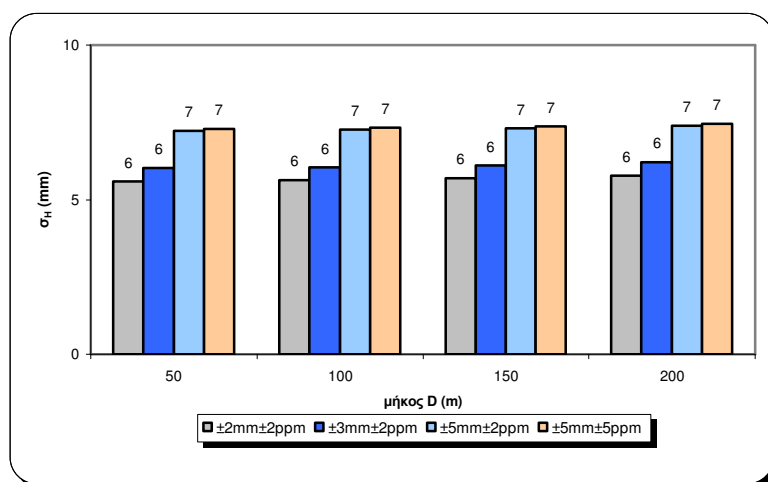
Σχήμα 3. Μεταβολή του  $\sigma_x, \sigma_y$  ως συνάρτηση του μήκους D και του  $\sigma_D$  για σταθμό 5''.



Σχήμα 4. Μεταβολή του  $\sigma_H$  ως συνάρτηση του μήκους D και του  $\sigma_D$  για σταθμό 5''.



Σχήμα 5. Μεταβολή του  $\sigma_x, \sigma_y$  ως συνάρτηση του μήκους D και του  $\sigma_D$  για σταθμό 1''.



Σχήμα 6. Μεταβολή του  $\sigma_H$  ως συνάρτηση του μήκους D και του  $\sigma_D$  για σταθμό 1".

Μελετώντας τα παραπάνω διαγράμματα μπορεί ο χρήστης ανάλογα με την επιδιωκόμενη ακρίβεια προσδιορισμού των  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $H_i$ , να επιλέξει τον κατάλληλο γεωδαιτικό εξοπλισμό.

Η διαδικασία αυτή αφορά τους υπολογισμούς σε ποσοστό της τάξης του 90% των γεωδαιτικών μετρήσεων.

### Αβεβαιότητα προσδιορισμού εμβαδού

Βασικό παράγωγο των γεωδαιτικών μετρήσεων είναι ο προσδιορισμός του εμβαδού ενός γεωτεμαχίου όπως προκύπτει από τις συντεταγμένες των  $v$  κορυφών που το ορίζουν.

Έτσι όταν υπολογίζεται το εμβαδόν ενός γεωτεμαχίου ακανόνιστου σχήματος από τις

συντεταγμένες  $x_i$ ,  $y_i$  των κορυφών του σύμφωνα με τη σχέση  $E = \frac{\sum_{i=1}^v x_i \cdot (y_{i-1} - y_{i+1})}{2}$

η αντίστοιχη αβεβαιότητα προσδιορισμού του εμβαδού, η οποία πρέπει να συνοδεύει πάντα την τιμή του, προκύπτει από τη σχέση

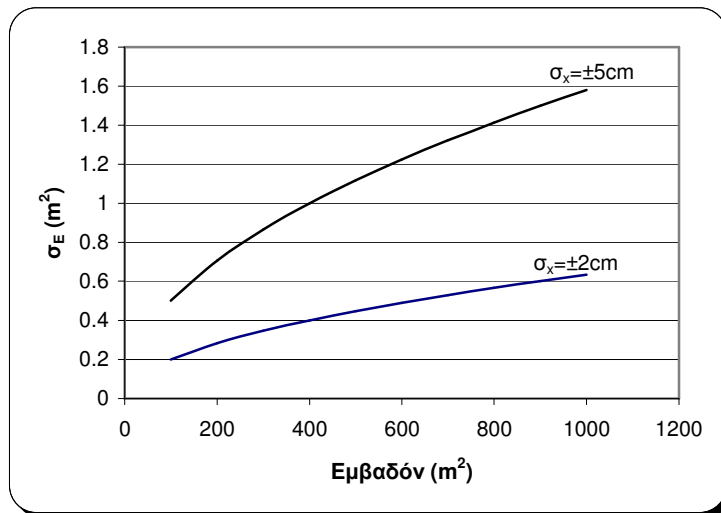
$$\sigma_E = \pm \frac{\sigma_{x_i}}{2} \cdot \sqrt{S_{12}^2 + S_{23}^2 + \dots S_{v1}^2} \quad (11)$$

όπου  $S_{12}$ ,  $S_{23}$ ,  $S_{v1}$  = τα μήκη των πλευρών του γεωτεμαχίου .

$\sigma_{x_i}$  = η αβεβαιότητα της συντεταγμένης x, θεωρώντας ότι  $\sigma_{x_i} = \sigma_{y_i}$

Από τη σχέση (11) προκύπτει ότι η αβεβαιότητα προσδιορισμού του εμβαδού είναι ανάλογη της αβεβαιότητας των συντεταγμένων x, y των σημείων και εξαρτάται από τα περιμετρικά μήκη μεταξύ των κορυφών του γεωτεμαχίου. Όμως η αβεβαιότητα προσδιορισμού του εμβαδού ενός γεωτεμαχίου είναι αντιστρόφως ανάλογη της αξίας της γης. Έτσι ανάλογα με την επιδιωκόμενη ακρίβεια προσδιορισμού του εμβαδού πρέπει να χρησιμοποιηθεί και ο κατάλληλος εξοπλισμός για τον προσδιορισμό των συντεταγμένων των κορυφών με ανάλογη ακρίβεια.

Στο σχήμα 7 παρουσιάζεται η αβεβαιότητα προσδιορισμού του εμβαδού ενός γεωτεμαχίου (με την παραδοχή ότι έχει τετράγωνο σχήμα) ως συνάρτηση της τιμής του και της αβεβαιότητας των συντεταγμένων  $\sigma_{x_i}$ ,  $\sigma_{y_i}$ .



Σχήμα 7. Μεταβολή του  $\sigma_E$  ως συνάρτηση του εμβαδού  $E$  και της αβεβαιότητας των συντεταγμένων  $\sigma_x$ .

#### 4. Συμπεράσματα

- Η ποιότητα κάθε γεωδαιτικής εφαρμογής απαιτεί το αποτέλεσμα να συνοδεύεται και από την αντίστοιχη αβεβαιότητα. Αυτή η αβεβαιότητα εξαρτάται κυρίως από την αβεβαιότητα της πρωτογενούς μέτρησης.
- Είναι απαραίτητο να είναι γνωστή και μετρολογικά πιστοποιημένη η αβεβαιότητα που παρέχουν τα γεωδαιτικά όργανα στις μετρήσεις των πρωτογενών μεγεθών.
- Η αβεβαιότητα μέτρησης μήκους με τους σύγχρονους ολοκληρωμένους γεωδαιτικούς σταθμούς εξαρτάται και από την τιμή του.
- Η αβεβαιότητα μέτρησης διευθύνσεων, εξαρτάται και από το σφάλμα σκόπευσης του παρατηρητή, ενώ μικρά σφάλματα οριζοντίωσης σήμερα διορθώνονται με τους ισοσταθμητές που φέρουν οι ολοκληρωμένοι γεωδαιτικοί σταθμοί.
- Η αβεβαιότητα προσδιορισμού υψομετρικών διαφορών  $\Delta H$  με τη μέθοδο της ψηφιακής γεωμετρικής χωροστάθμησης και με μετρήσεις σε μετρητικό πήχυ, εξαρτάται από την αβεβαιότητα ανάγνωσης και από τον αριθμό των στάσεων.
- Η αβεβαιότητα προσδιορισμού των συντεταγμένων  $x, y, H$  εξαρτάται κυρίως από την αβεβαιότητα μέτρησης των διευθύνσεων και την απόσταση στην οποία γίνονται οι μετρήσεις.
- Η αβεβαιότητα προσδιορισμού του εμβαδού εξαρτάται από την αβεβαιότητα προσδιορισμού των συντεταγμένων  $x, y$  και από το μέγεθος της ιδιοκτησίας.

Μελετώντας τα διαγράμματα που παρουσιάζονται στην εργασία αυτή διευκολύνεται η επιλογή του κατάλληλου γεωδαιτικού οργάνου, για την πραγματοποίηση γεωδαιτικής εφαρμογής, ανάλογα με την απαιτούμενη αβεβαιότητα του παραγώγου.

Ανάλογα με την επιδιωκόμενη ακρίβεια επιλέγεται τόσο ο κατάλληλος γεωδαιτικός εξοπλισμός όσο και η μεθοδολογία μέτρησης. Έτσι μόνο μπορεί να σχεδιαστεί σωστά μια γεωδαιτική εφαρμογή και να εκτιμηθεί το κόστος αλλά και το απαιτούμενο χρονικό διάστημα για την πραγματοποίησή της.



## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- [1] Αγατζά - Μπαλοδήμου Α.Μ., *Θεωρία Σφαλμάτων και Μ.Ε.Τ*, ΕΜΠ, ΣΑΤΜ, Αθήνα 2004.
- [2] Λάμπρου Ε., *Εφαρμοσμένα αντικείμενα Γεωδαισίας*, ΕΜΠ, ΣΑΤΜ, Αθήνα 2007.
- [3] Μπαλοδήμος Δ.-Δ., Σταθάς Δ., *Γεωδαιτικά Όργανα και μέθοδοι μέτρησης γωνιών και μηκών*, ΕΜΠ, ΣΑΤΜ, Αθήνα 2002.
- [4] Μπαλοδήμος Δ.-Δ., Σταθάς Δ., Αραμπατζή Ο., *Γεωδαισία – Δίκτυα Αποτύπωσης , Χαράξεις*, ΕΜΠ, ΣΑΤΜ, Αθήνα 2002.
- [5] Μπαλοδήμος Δ.-Δ., Αραμπατζή Ο., *Υψομετρία*, ΕΜΠ, ΣΑΤΜ, Αθήνα 2004.