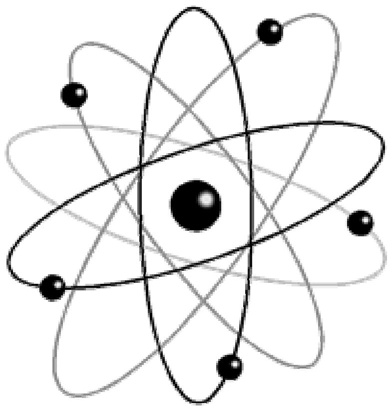
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ
ΑΤΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΜΟΡΙΑΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ



ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΟ ΕΤΟΣ 2005

Υπεύθυνος εργαστηρίου Ε. Φωκίτης Μανώλης

Για απορίες και υποδείξεις : **fokitis@central.ntua.gr**

Επισκευθείτε επίσης την σελίδα: users.ntua.gr/fokitis/courses_2003_2004.html

Η έκδοση του φυλλαδίου εργαστηριακών ασκήσεων ατομικής και μοριακής φυσικής συνοδεύεται και από μία σύντομη εισαγωγή. Το νέο σύνολο εργαστηριακών ασκήεσων που οριστικοποιήθηκε στο προηγούμενο ακαδημαικό έτος θα συναντηθεί με μία τελευταία εργαστηριακή άσκηση που έχει τίτλο φαινόμενο Ζέεμαν. Κατά την πρώτη χρονιά εισαγωγής αυτής της άσκησης, θα υπάρξει κυρίως η περιγραφή της πειραματικής διάταξης και, αν ξεπεραστούν οι τεχνικές δυσκολίες, θα λειτουργήσει υπό τη μορφή επίδειξης. Αντί του να περιμένουμε για την παρουσίαση αυτής της άσκησης στο ακαδημαικό έτος υπό τη μορφή κανονικής άσκησης, προτιμάμε να παρουσιασθούν και οι θεωρητικές και πειραματικές δυσκολίες για την λειτουργία της αφού αυτές μπορούν να διδάξουν κάτι.

Λίγα λόγια για κάθε άσκηση ξεχωριστά

1) Λεπτή Υφή ατόμου του Νατρίου

Σκοπός της άσκησης αυτής είναι η ποσοτική παρατήρηση της λεπτής υφής των φασματικών γραμμών. Αυτή προκαλείται από πολλές αλληλεπιδράσεις. Πρώτον από την απληλεπίδραση σπιν-τροχιάς. Δεύτερον, από σχετικιστικές διορθώσεις, οπότε είναι καλύτερο να χρησιμοποιηθεί η Χαμιλτονιανή του Dirac. Ειναι δυνατόν μέσα στο εργαστήριο αυτό "να δείτε με τα ίδια σας τα μάτια τα αποτελέσματα της ύπαρξης του σπιν του ηλεκτρονίου μέσω της αλληλεπίδρασης του με τη μαγνητική ροπή λόγω τροχιακής στροφορμής".

2) Νόμος του Πλανκ για την ακτινοβολία του μέλανος σώματος

Εδώ πρέπει να θυμηθούμε πως το σύμπαν μα παρέχει ένα σχεδόν τέλειο μέλαν σώμα, εκείνο της μικροκυματικής ακτινοβολίας που αντιστοιχεί στους 2.7 ^{0} K. Τελευταία, έχει παρατηρηθεί μία απειροελάχιστη ανισοτροπία η οποία θεωρείται πως μπορεί να να μας δώσει πολύτιμες πληροφορίες γύρω από τον τρόπο δημιουργίας και εξέλιξης του σύμπαντος. Η εργαστηριακή ενασχόλιση με την μέθοδο απόκτησης του φάσματος ακτινοβολίας μέλανος σώματος αλλά και με τον *ορισμό του τί είναι ένα μέλαν σώμα* αποτελεί μία σημαντική εργαστηριακή εμπειρία.

Νόμος Moseley με τη μέθοδο ακτίνων Χ από ραδιενεργούς πυρήνες

Ο **Moseley** παρατήρησε προοδευτική μετατόπιση των ενεργειών Ε των χαρακτηριστικών ακτίνων σαν συνάρτηση του ατομικού αριθμού

$$\sqrt{E} = C\,(Z-\sigma)$$

Στην άσκηση που θα πραγματοποιήσετε στο εργαστήριο, η πειραματική επιβεβαίωση του Νόμου Moseley θα γίνει με την καταγραφή των K_α χαρακτηριστικών ακτίνων Χ που εκπέμπονται κατά τη διάσπαση ραδιενεργών πυρήνων. Στην περίπτωση αυτή, η δημιουργία μιάς κενής θέσης (οπής) στον φλοιό Κ είναι άμμεσο αποτέλεσμα διαπυρηνικών φυσικών διαδικασιών. Της σύλληψης ηλεκτρονίου και της εσωτερικής μετατροπής , για τις οποίες θα μάθετε στο εργαστήριο. Εκεί θα δείτε για πρώτη φορά τη χρήση σπινθιριστών για καταγραφή ακτίνων Χ.

Ηλεκτρονικός παραμαγνητικός συντονισμός και προσδιορισμός του παράγοντα Lande.

Απορρόφηση ακτίνων-Χ και ενεργειακή δομή πολυηλεκτρονικών ατόμων

Η ασήση αυτή στοχεύει στην επιβεβαίωση του Νόμου Moseley με τη βοήθεια απορρόφησης δέσμης ακτίνων Χ που παράγεται σε σωλήνα ακτίνων Χ.

Μοριακά φάσματα διατομικών μορίων

Μελετώνται σε δύο διαφορετικές πειραματικές διατάξεις τα μόρια O_2, και N_2. Στη μία από τις διατάξεις αυτές, γίνεται και καταγραφή του φάσματος, με στόχο την παρατήρηση, έστω και με όχι πολύ καλή διακριτική ικανότητα των ηλεκτρονικών-περιστροφικών μεταπτώσεων στο μόριο.

Μελέτη ατόμων με δύο ηλεκτρόνια στην εξωτερική στοιβάδα

Σκοπός της άσκησης αυτής είναι η κατανόηση των πειραματικών συνεπειών, στα ατομικά φάσματα, της γνωστής *απαγορευτικής* αρχής του Pauli. Ετσι, μπορούν να μελετηθούν άτομα όπως τοη υδραργύρου , και του ηλίου. Γίνεται κατανοητή η διαφορά μεταξύ του ορθο-ηλίου και πάρα-ηλίου.

Φασματοσκοπία laser ιόντων αργού

Σκοπός της άσκησης αυτής είναι η κατανόηση των κβαντικών μεταπτώσεων από ιονισμένα άτομα και η διερεύνηση της φασματικής ευαισθησίας φασματομέτρων με κοιλου φράγμα μεγάλης εστιακής απόστασης.

Απολουθούν περιλήψεις και ενδιαφέρουσες εικόνες από μερικές εργαστηριακές ασκήσεις

1) **Εταλον Fabry-Perot II** Ασκηση 1 ¨. Ανάλυση Λευκοχρύσου. Ασκηση II. Ανάλυση Μολυβδου.
2) **Φασματομετρική μελέτη υδραργύρου II. Πολλαπλότητα I**
3) **Φασματική ανάλυση μορίων .** H_2O, N_2 στην ορατή περιοχή. Θα γίνεται στην συσκευή υψηλής ανάλυσης της Pasco.

3.2 Φασματική ανάλυση μορίων στην υπεριώδη περιοχή (περίπτωση ατμοσφαιρικού αέρα)

4) Φυσική των ηλεκτρικών εκκενώσεων (ατμόσφαιρα)

5) Sodium fine structure

2)

Ασκηση : Να μελετηθεί το φαινόμενο της δράσης μιάς διαταραχής που έχει σταθερό μέγεθος αλλά δρά επί ένα πεπερασμένο χρονικό διάστημα.

Ατομα με δύο ηλεκτρόνια – Το άτομο του ηλίου

Εκτός του ατόμου το ηλίου, αναμένουμε πως θα έχει ανάλογη αντιμετώπιση και το απλά ιονισμένο άτομο του Λιθίου (Z=3) , το διπλά ιονισμένο άτομο του Βυρηλίου (Z=4) κλπ. Συνεπώς υπάρχει αρκετά ευρύ ενδιαφέρον για το είδος αυτό της ατομικής δομής και συμπεριφοράς. Από την άλλη πλευρά, το άτομο με δύο ηλεκτρόνια, αποτελεί ένα ενδιάμεσο βήμα για την αντιμετώπση του προβλήματος ατόμων με πολλά ηλεκτρόνια.

(Ιδετε Haken-Wolf , σελ. 287-297).

Στη θεμελειώδη κατάσταση, το άτομο του ηλίου έχει δύο ηλεκτρόνια s, τα οποία πληρούν τελείως τους εσωτερικούς φλοιούς με τον κβαντικό αριθμό n=1. Δεν υπάρχει χώρος για περισσότερα ηλεκτρόνια σε αυτόν τον φλοιό λόγω της αρχής του Πάουλι.

Στη διεγερμένη κατάσταση, το ένα ηλεκτρόνιο παραμένει σε ένα ημι-συμπληρωμένο φλοιό, ενώ το άλλο μεταπηδά σε ένα ανώτερο φλοιό. Ετσι έχουμε

Ηλεκτρόνιο 1 στην κατάσταση n=1 l=0 και
Ηλεκτρόνιο 2 στην κατάσταση n>1 l=0 …. n-1.

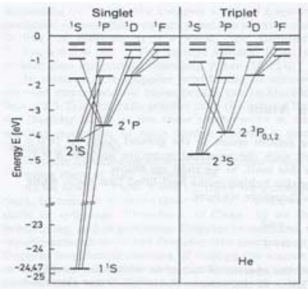
Το φάσμα του Ηλίου έχει αρκετές ομοιότητες αλλά και διαφορές από εκείνο των αλκαλικών ατόμων. Η διαφορά έγκειται στο ότι υπάρχουν δύο συστήματα φασματικών συχνοτήτων.

Οι πειραματικά προκύπτοντες φασματικοί όροι (ενέργειες) ομοιάζουν , από μία άποψη, με εκείνους των αλκαλίων αλλά έχεουν και κάποιες χαρακτηριστικές διαφορές. Διαφέρει από εκείνων στο ότι υπάρχουν δύο συστήματα ενεργειακών επιπέδων , τα οποία δεν συνδυάζονται μεταξύ των, λέτε σαν *να υπήρχαν δύο είδη ατόμω: Εχουμε το μονήρες (singlet) σύστημα , και το τριπλό (triplet) σύστημα ενεργειακών σταθμών.*

.

Τα ονόματα προέρχονται από το γεγονός ότι στο μονήρες σύστημα οι στάθμες γενικά είναι μονές, ενώ στο σύστημα τριάδας,, οι σταθμές είναι τριπλές. Αυτό που είναι σπουδαίο , σε πρακτικές εφαρμογές, είναι ότι σε ηλεκτρικές εκκενώσεις σε αέρια, και σε λέιζερς, η χαμηλότερη ενεργειακή στάθμη της τριάδας (2^3S στο σχήμα), και η δεύτερη σε μικρότητα ενεργειακή κατάσταση που ανήκει στο μονήρες σύστημα (2^1S στο σχήμα) είναι *μετασταθείς στο άτομο του ηλίου.* « μετασταθής» σημαίνει ότι ο χρόνος ζωής της είναι κατά πολύ μεγαλύτερος από το 10^{-8}sec που είναι η συνήθης διάρκεια ζωής μιάς κατάστασης που μπορεί να εκκενωθεί από μία επιτρεπόμενη οπτική μετάπτωση. Ενα άτομο που διεγείερται σε μία από αυτές τις καταστάσεις μπορεί να ακτινοβολίσει την ενέργειά του, περίπου 20eV μόνο σε χρόνο που είναι αρκετά μεγάλος σε σύγκριση με το 10^{-8}sec.

Kef7_fig2



Kef7_fig2

Η τριάδα του ηλίου, σε αντίθεση με την μονή γραμμή *έχει λεπτή υφή*. Λέγεται *ορθοήλιο*. Πρόκειται για ίδιο είδος ατόμε με το *παραίλιο* αλλά σε διαφορετική διάταξη των κυματοσυναρτήσεων. Η κατώτερη στάθμη είναι η 2^3. Εδώ το 2 υποδηλώνει διεγερμένο ηλεκτρόνιο με n=2, θ εκθέτης 3 δείχνει την πολλαπλότητα (τριάδα), και το γράμμα S σημαίνει το L=0. Δυστυχώς, τόσο ο κβαντικός αριθμός του σπιν , όσο και ο όρος με ολική τροχιακή στροφορμή L=0, περιγράφονται με το ίδιο γράμμα S.

Σε αυτό το σύστημα, τα σπιν των δύο ηλεκτρονίων είναι παράλληλα το ένα προς το άλλο. Ο κβαντικός αριθμός του ολικού σπιν είναι $s_1 + s_2 = S = 1$. Η μαγνητική ροπή είναι συνεπώς διαφορετική του μηδέν. Οι τρεις επιτρεπόμενοι προσανατολισμοί του σπιν ως προς ένα εσωτερικό μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B_l}$, το οποίο συζεύγνυται με την τροχιακή στροφορμή των ηλεκτρονίων. Η σύζευξη τροχιάς-σπιν που προκύπτει οδηγεί σε μία τριπλή λεπτή υφή. Αυτό αφορά στους όρους με μη-μηδενική ολική τροχιακή στροφορμή.

Το φάσμα του *παραίλιου* βρίσκεται κυρίως στο υπεριώδες, ενώ του *ορθοήλιου* είναι κυρίως στο ορατό. Συνδυασμοί μεταξύ των 2 συστημάτων δεν παρατηρούνται.

Ποσοτική περιγραφή του φάσματος και η αρχή του Πάουλι.

Η ενέργεια σύνδεσης , συγκρινόμενη με εκείνη του ατόμου με ένα ηλεκτρόνιο, περιλαμβάνει και το δυναμικό άπωσης μεταξύ των δύο ηλεκτρονίων. Μπορούμε λοιπόν να την γράψουμε:

$$E = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} + \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}}$$

Η ενέργεια άπωσης των δύο ηλεκτρονίων εξαρτάται όπως είναι φυσικό από τις καταστάσεις n και l που αυτά βρίσκονται, διότι η χωρική κατανομή των ηλεκτρονίων εξαρτάται από τους κβαντικούς αριθμούς αυτούς. Η ενέργεια λόγω της άπωσης αυτής προκαλεί σε σημαντικό βαθμό άρση του εκφυλισμού l.

Επειδή η εξίσωση του Σρέντιγκερ για ένα σύστημα αυτού του είδους δεν μπορεί να λυθεί ακριβώς, χρησιμοποιείται στα παρακάτω μία προσέγγιση για την παρουσίαση των αποτελεσμάτων εύρεσης των ιδιοτιμών ενέργειας σε αυτό το άτομο. Αυτή βασίζεται στο *μοντέλο ανεξαρτήτων σωματιδίων* , στο οποίο αμελείται ο τρίτος όρος της ανωτέρω εξίσωσης και έτσι η ενέργεια σύνδεσης προκύπτει ότι είναι:

$$E = -\left(\frac{RhcZ^2}{n^2}\right)_1 - \left(\frac{RhcZ^2}{n^2}\right)_2$$

Οπου το 1 και 2 αναφέρονται στα δύο ηλεκτρόνια.

Περιμένουμε λοιπόν να έχουμε για ενέργεια της βασικής κατάστασης την

E_{He} = 2 (-54.4) eV = -108.8 eV

Η πειραματική τιμή είναι ίση με 79 eV, δηλ. 24.5 eV για απομάκρυνση του πρώτου ηλεκτρονίου (δημιουργία He^{+}) και 54.4 eV και για απομάκρυνση του δευτέρου ηλεκτρονίου(δημιουργία He^{2+}). Η δεύτερη τιμή είναι αυτή που θα ανεμένετο με σύγκριση με το άτομο του υδρογόνου που έχει έργο ιονισμού 13.6 eV αφού 13.6x4=54.4. Το έργο για απομάκρυνση του πρώτου ηλεκτρονίου είναι ωστόσο αρκετά μικρότερο. Το μοντέλο για την ενέργεια σύνδεσης πρέπει λοιπόν να εκπλεπτυνθεί ώστε να ληφθεί υπ όψη και η αλληλεπίδραση των δύο ηλεκτρονίων.

Η παρατήρηση ότι το άτομο του ηλίου έχει κατάσταση $1\,^1S$ αλλά όχι την $1\,^3S$ υπήρξε το εναρκτήριο σημείο για την *αρχή του Pauli (1925)*

Αυτή λέει ότι σε ένα άτομο οι ηλεκτρονιακές καταστάσεις μπορεί να καταλαμβάνονται με τέτοιο τρόπο ώστε να μην επιτρέπεται δύο ηλεκτρόνια να έχουν ακριβώς τους ίδιους κβαντικούς αριθμούς.

Τα ηλεκτρόνια πρέπει συνεπώς να διαφέρουν σε τουλάχιστον ένα κβαντικό αριθμό. Εδώ πρέπει να ληφθεί υπόψη και ο κβαντικός αριθμός του σπιν. Στην διάταξη $1\,^3S$, και τα 2 ηλεκτρόνια θα είχαν ακριβώς τους ίδους κβαντικούς αριθμούς, όπως θα δείξουμε πιό κάτω.

Η αρχή αυτή του Πάουλι είναι μία γενίκευση στου προηγούμενα διατυπωθέντα εμπειρικού κανόνα σε άτομα με περισσότερα του ενός ηλεκτρόνια: *Υπάρχει πάντοτε μία μοναδική θεμελειώδης (βασική) κατάσταση , με τον χαμηλότερο δηλαδή κύριο κβαντικό αριθμό. Εχει την χαμηλότερη πολλαπλότητα που είναι συμβατή με τον κύριο κβαντικό αριθμό.*

Ατομα με 2 ηλεκτρόνια (Ατομο Υδραργύρου)

Σύντομη Περιγραφή

Η λειτουργία του φασματομέτρου φράγματος είναι ήδη γνωστή από το πείραμα του της οπτικής φασματοσκοπίας (αριθμός 21 , Β Τόμος Εργαστηριακές ασκήσεις Τομέα Φυσικής του ΕΜΠ), καθώς και του φωτοηλεκτρικού φαινομένου.

Ωστόσο, με κατάλληλο οπτικό φράγμα , είναι δυνατόν να διαπιστωθεί πως η γραμμή του ατόμου του υδραργύρου στην περιοχή του κίτρινου χρώματος είναι διπλή . Χωρίς να προχωρήσουμε άμμεσα στην εξήγηση του φαινομένου αυτού,

διερωτώμεθα για το φαινόμενο του πως συνδυάζονται οι στροφορμές των δύο ηλεκτρονίων σθένους σε άτομα με δύο ηλεκτρόνια σθένους, όπως είναι το ήλιο, ο υδράργυρος κ.ά. Η σύξευξη αυτή στην περίπτωση του ηλίου περιγράφεται από

τους Haken-Wolf (σελίδες 287-289). Είναι ήδη γνωστό από το πείραμα ότι η ολική στροφορμή των ηλεκτρονίων συμπληρωμένων φλοιών ατόμων ισούται με μηδέν. Συνεπώς, αποκτά ενδιαφέρον το ποιά είναι η τιμή της συνολικής στροφορμής στην περίπτωση ηλεκτρονίων σθένους. (συνολική στροφορμή ενός ανοιχτού φλοιού). Αυτές οι στροφορμές συζεύγνυνται μέσω μαγνητικών και ηλεκτρικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ των ηελεκτρονίων σε ένα άτομο. Συνδυάζονται

μέσω συγκεκριμένων κβαντομηχανικών κανόνων, ώστε να παραχθεί η ολική στροφορμή J, του ατόμου. Το διανυσματικό μοντέλο δίνει ένα είδος εποπτείας στον τρόπο σύνθεσης των στροφορμών. Υπάρχουν δύο οριακές περιπτώσεις σύσζευξης

στροφορμών : α) Η σύζευξη LS ή "Russel-Saunders σύζευξη", και β) Η σύζευξη jj.

Στο πείραμα με το φάσμα του Υδραργύρου εξετάζουμε ποιά από τις δύο αυτές περιπτώσεις ισχύουν.

Αν οι αλληλεπιδράσεις (si li) είναι ασθενέστερες από τις αμοιβαίες αλληλεπιδράσεις μεταξύ των τροχιακών ή σπιν στροφορμών των διαφορετικών ηλεκτρονίων, δηλαδή (lilj) ή (sisj) , τότε : " η τροχιακή στροφορμή li συνδυάζεται

διανυσματική με την ολική στροφορμή L ", και τα σπιν συνδυάζονται σε ένα ολικό σπιν , S. Το L συζεύνυται με το S για να σχηματίσουν την ολική στροφορμή J.

- Για ένα σύστημα 2 ηλεκτρονίων όπως το άτομο του Ηλίου, ισχύει η σύζευξη LS. Για βαρέα όμως άτομα, φαίνεται να ευνοείται η σύζευξη jj. Στην περίπτωση αυτή οι αλληλεπιδράσεις (si li) είναι ισχυρότερες των αμοιβαίων αλληλεπιδράσεων

μεταξύ των τροχιακών ή σπιν στροφορμών των διαφορετικών ηλεκτρονίων, δηλαδή (lilj) ή (sisj) ,

. 5) **Λεπτή υφή Ατόμων- Φάσμα του Ατόμου του Νατρίου σε υψηλή διακριτική ικανότητα**
Σύντομη Περιγραφή

-Η φασματική σύσταση της ορατής περιοχής του ατόμου του Νατρίου περιλαμβάνει τις παρακάτω γραμμές που τις

ονομάζουμε "δυάδες" (doublets στα Αγγλικά) . (α) Κόκκινη 6154.3 -6160.7 Angstroms

#	(β) Κίτρινη 5890.0-5895.9 >>
#	(γ) Πράσινη 5682.7-5688.2 >>
#	(δ) 5149.1-5153.6 >>
#	(ε) 4978.6-4982.9 >>
#	(στ) γαλάζια 4748.0-4751.9 >>
#	(ζ) 4664.9-4668.6 >>
#	(η) γαλαζιο-ιώδης 4494.3-4497.7 Ανγκστρ.
#	

Αυτές οι δυάδες γραμμών ονοάζονται λεπτή υφή. Αν εκφράσουμε τον κυματαριθμό που χαρακτηρίζει την απόσταση στων σταθμών σε κάθε δυάδα, προκύπτει δk=17.3 cm^{-1} .Η δομή σε δυάδες οφείλεται στη

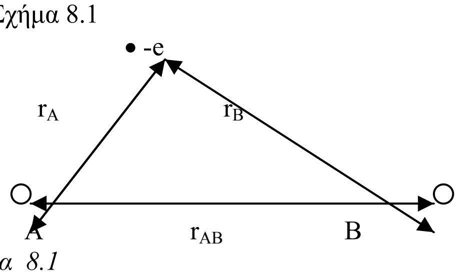
διάσπαση μόνο της στάθμης 3P (n=3, l=1) λόγω εκδήλωσης ενός φαινομένου του σπίν του ηλεκτρονίου, ειδικότερα στη σύζευξη του με την τροχιακή στροφορμή , η οποία συμβολίζεται με l. Σύμφωνα με τη θεωρία του Ντιράκ, το ηλεκτρόνιο έχει

ένα πρόσθετο βαθμό ελευθερίας το σπιν, το οποίο έχει ιδιοτητες στροφορμής με μέγεθος s=h/4π. Αρα, έχει δύο δυνατούς προσανατολισμούς σε σχέση με ένα οποιδήποτε άξονα. Ετσι, έχουμε τις κβαντισμένες τιμές ,m_s ,= +1/2 , και m_{-s} =-1/2.Το σπιν μπορεί τότε να συζευχθεί με το l σύμφωνα με τους κβαντομηχανικούς κανόνες της πρόσθεσης των στροφορμών. Οι ολικές στροφορμές που προκύπτουν έχουν μέγεθος, J=l+1/2, και J=l-1/2, και η ενεργειακή στάθμη εξαρτάται από το J. Ετσι, μπορείτε να προσπαθείσετε να ερμηνεύσετε την αποσταση 17.3cm^{-1} που αναφέρθηκε για κάθε στάθμη.

3.2 Καταγραφή **Μοριακών Φασμάτων**

Το Ιονισμένο μόριο του Υδρογόνου

Το απλούστερο μόριο που συναντάμε στη φύση είναι εκείνο του θετικού ιόντος H_2^+.
Επειδή είναι το απλούστερο, έχει μελετηθεί εκτεταμένα τόσο θεωρητικά όσο και πειραματικά.
Το ιόν αυτό αποτελείται από δύο πρωτόνια σε απόσταση r, καθώς και από ένα ηλεκτρόνιο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.1



Σχήμα 8.1

. Το τελευταίο κινείται στο πεδίο που προκαλείται από τα δύο πρωτόνια, τα οποία ταυτόχρονα απωθούνται από δυνάμεις Κουλόμπ. Ας προσπαθήσουμε να μελετήσουμε, θεωρητικά, την θεμελειώδη ενεργειακή κατάσταση ενός τέτοιου μοριακού συστήματος.

Στον προσδιορισμό της κυματοσυναρτήσεως εφαρμόζουμε κατ αρχήν την *αρχή της αδιαβατικής προσέγγισης ή , όπως επίσης είναι γνωστή, της προσέγγισης Μπορν – Οπενχάιμερ.* Σύμφωνα με αυτή, κατά την διάρκεια της θεώρησης της κίνησης των ηλεκτρονίων, η κίνηση των πυρήνων θεωρείται αμελητέα, λόγω της τεράστιας διαφοράς μάζας μεταξύ πρωτονίων και ηλεκτρονίων. Θωρούμε λοιπόν ότι στο σύστημα αναφοράς O_{xyz} οι δύο πυρήνες είναι ακίνητοι, και έτσι η ολική ενέργεια του
συστήματος δίνεται από τη σχέση

$$H = \frac{p_1^2}{2M} + \frac{p_2^2}{2M} + \frac{p_e^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r}\right)$$

όπου p_1 , p_2 , και p_e είναι τα μέτρα των ορμών των δύο πρωτονίων μάζας M, και του ηλεκτρονίου με μάζα m, αντίστοιχα. Από την σκοπιά της μοριακής φυσικής , ενδιαφέρει μόνο η σχετική κίνηση των συνιστωσών του μορίου και η δυναμική ενέργεια του συστήματος. Η συνολική αυτή ενέργεια γράφεται

$$H= T_\eta + T_\pi + V(r_1 , r_2 , r)$$

Ωστόσο, λόγω της προσέγγισης Μπορν-Οπενχάιμερ, θεωρούμε ότι η κινητική ενέργεια T_π είναι αμελητέα, και έτσι προκύπτει

$$H_0 = T_\eta + V(r_1 , r_2 , r)$$

Η εξίσωση Σρέντιγκερ που θα προκύψει από την ανωτέρω όταν τα αντίστοιχα φυσικά μεγέθη αντικατασταθούν με τους Κβαντομηχανικούς τελεστές θα δώσει, αν επιλυθεί, τις κυματοσυναρτήσεις που περιγράφουν τις καταστάσεις του ηλεκτρονίου με παράμετρο την απόσταση r μεταξύ των δύο πυρήνων. Οι Μπορ και Οπενχάιμερ έδειξαν ότι στην περίπτωση που η κίνηση των ηλεκτρονίων ελάχιστα επηρρεάζεται από αυτή των πυρήνων, η κυματοσυνάρτηση του συστήματος , $\psi(r_1 , r_2 , r)$ μπορεί να γραφεί σαν

$$\psi(r_1 , r_2 , r)= \psi_\eta (r_1 , r_2 , r)\, \psi_\pi(r)$$

Ας γράψουμε λοιπόν την Εξίσωση του Schroedinger για την κίνηση ενός ηλεκτρονίου ως

$$H_0\, \psi_n = E_n\, \psi_n$$

όπου ψ_n περιγράφει την κυματοσυνάρτηση του ηλεκτρονίου στην καάσταση που χρακτηρίζεται με τον δείκτη n .

Αναλυτικότερα, η Εξίσωση Schroedinger γράφεται

$$\nabla^2\psi + \frac{8\pi^2 m_0}{h^2}\left(E+ \frac{e^2}{r_A} + \frac{e^2}{r_B} - \frac{e^2}{r_{AB}}\right) =0 \qquad (8.6)$$

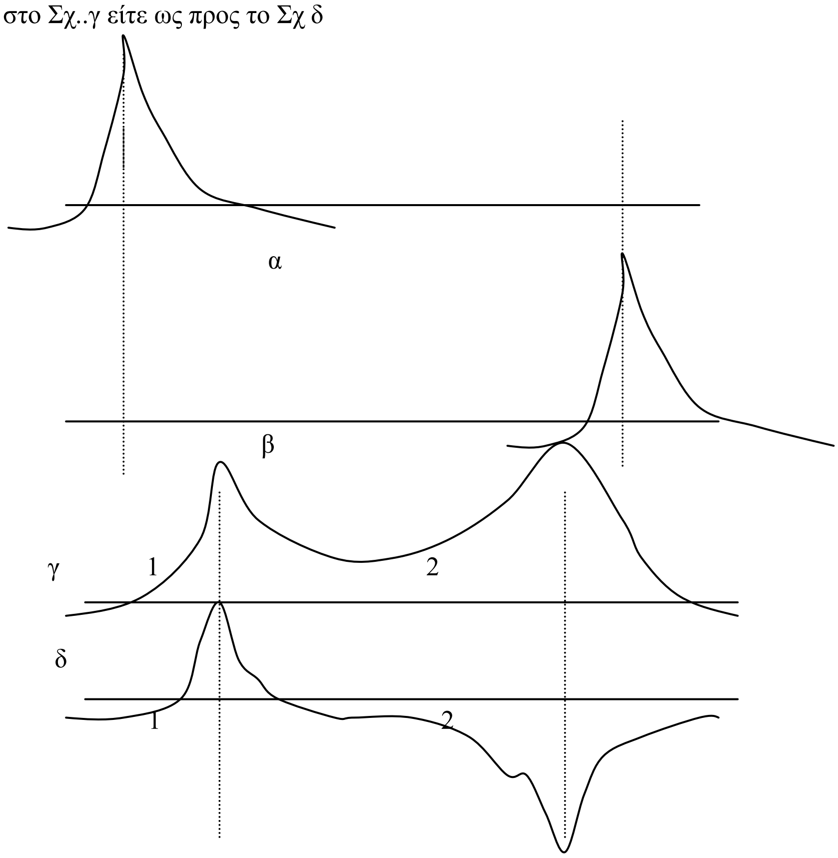
Επειδή όπως , έχει λεχθεί , οι κυματοσυναρτήσεις περιέχουν ως παράμετρο την μεσοπυρηνική απόσταση r, οι τιμές των ενεργειακών σταθμών E_n θα εξαρτάται από την απόσταση αυτή.

Ποιοτική μελέτη των κυματοσυναρτήσεων: Μπορούμε να εξετάσουμε τι γίνεται σε μεγάλες αποστάσεις r. Σε αυτή την περίπτωση, το σύστημα των δύο πρωτονίων και του ηλεκτρονίου θα αντιστοιχεί σε ένα άτομο υδρογόνου και ένα πρωτόνιο. Οι κυματοσυναρτήσεις του ηλεκτρονίου είναι γνωστές από την ατομική φυσική , και για τη θεμελειώδη στάθμη δίνεται από την παρακάτω σχέση (8.8)

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{\alpha_0}\right)^{3/2} e^{-r/a_0}$$

Η γραφική παράσταση της σχέσης αυτής στς περιοχές των ατόμων 1 και 2 , βλέπετε σχήματα α κα β ,δείχνει ότι το ηλεκτρόνιο θα βρίσκεται γύρω από τον ένα ή τον άλλο πυρήνα για "κάπως μεγάλες αποστάσεις μεταξύ των πυρήνων, π.χ. τρεις φορές μεγαλύτερες από την μέση απόσταση του ηλεκτρονίου από το άτομο 1 αν είναι , στην αδιατάρακτη περίπτωση, στην κατάσταση |100>" .

Τι συμβαίνει όσο μικραίνει η απόσταση μεταξύ των πρωτονίων; Είναι φανερό ότι το αποτέλεσμα του προηγουμένου σχήματος βαθμιαία θα τροποποιείται , και ποιοτικά μπορεί να γίνει ο ισχυρισμός ότι το αποτέλεσμα θα ομοιάζει με αυτό των Σχημάτων γ και δ, δηλαδή η κυματοσυνάρτηση θα συμπεριφέρεται είτε όπως στο Σχ..γ είτε ως προς το Σχ δ



Μπορούμε να γράψουμε την κυματοσυνάρτηση στης στάσιμης κατάστασης ως

$$\psi(r) = c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2 \qquad (8.20)$$

όπου $|c_1|^2$ είναι η πιθανότητα να βρούμε το ηλεκτρόνιο στην περιοχή σχετιζόμενη με την κυματοσυνάρτηση φ_1 , δηλαδή σε "τροχιά" γύρω από το πρώτο πρωτόνιο. Παρόμοια, το $|c_2|^2$ είναι η πιθανότητα να βρούμε το ηλεκτρόνιο στην περιοχή σχετιζόμενη με την κυματοσυνάρτηση φ_2, δηλαδή σε τροχιά γύρω από το δεύτερο πρωτόνιο. Η έκφραση (8.20) παριστάνει μία προσέγγιση, διότι παραλείπει να βάλει και όρους που αντιστοιχούν σε χωροθετήσεις στις οποίες το ηλεκτρόνιο είναι δέσμιο σε ένα πρωτόνιο με κυματοσυναρτήσεις σχετιζόμενες με μία από τις διεγερμένες καταστάσεις του ατόμου του υδρογόνου. Ωστόσο, όροι τέτοιου είδους μπορεί να είναι σημαντικοί μόνο όταν το r_{AB} είναι αρκετά μικρό ώστε η επιπρόσθετη ενέργεια Κουλόμπ , της άπωσης μεταξύ των πρωτονίων, να είναι εύκολο να διεγείρει το εν λόων ηλεκτρόνιο σε μία από αυτές τις καταστάσεις.

Βάζοντας το $\psi(\mathbf{r})$ στην εξίσωση ιδιοτιμών, και προ-πολλαπλασιάζοντας την εξίσωση με φ_1 , και ολοκληρώνοντας, και επαναλαβμάνοντας τα ίδια με την φ_2, παίρνουμε

$$\begin{aligned} c_1(H_{11} - E) &= c_2(K_{12}E - H_{12}) \\ c_1(K_{12}E - H_{12}) &= c_2(H_{12} - E) \end{aligned} \qquad (8.21)$$

όπου

$$H_{ij} = \langle\varphi_i|H|\varphi_j\rangle$$

$$K_{12} = \langle \varphi_1 | \varphi_2 \rangle = \langle \varphi_2 | \varphi_1 \rangle, \quad (8.22)$$

και έχουμε κάνει χρήση της σχέσης κανονικοποίησης $\langle \varphi_1 | \varphi_1 \rangle = \langle \varphi_2 | \varphi_2 \rangle = 1$.
ου είναι συνέπεια της σχέσης (8.8), Εξάλλου, λόγω της συμμετρίας του προβλήματος, έπεται ότι $H_{11} = H_{22}$ και $H_{12} = H_{21}$. Τούτο δίνει, αν απαλείψουμε από τις σχέσεις (8.21) τους συντελεστές c_1 και c_2 προκύπτει

$$(H_{11} - E)^2 = (K_{12} E - H_{12})^2$$

η οποία δίνει τις λύσεις

(1) $$E = E_+ = \frac{H_{11} + H_{12}}{1 + K_{12}} \quad \text{με } c_1 = c_2 \text{, και}$$

(2) $$E = E_- = \frac{H_{11} - H_{12}}{1 - K_{12}} \quad \text{με } c_1 = -c_2$$

και στις δύο περιπτώσεις είναι $|c_1|^2 = |c_2|^2$

δηλαδή, έχουμε ίσες πιθανότητα να βρούμε το ηλεκτρόνιο σε τροχιά γύρω από έκαστο των δύο πρωτονίων. Μπορούμε να φαντασθούμε ότι συνεχώς υπάρχει πιθανότητα για να συμβεί φαινόμενο σύραγγας, και το ηλεκτρόνιο να φύγει από την τροχιά στο ένα πρωτόνιο μεταπιδώντας σε τροχιά στο άλλο πρωτόνιο.

Οπως προκύπτει, η έκφραση για το στοιχείο H_{11} είναι

$$H_{11} = E_0 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \int d^3r \, \frac{\varphi_1^2}{|r - r_2|} + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R} \quad (8.27)$$

Λόγω του ορισμού του φ_1 , μπορούμε να γράψουμε το ως άνω ολοκλήρωμα ως ανάπτυγμα του $1/|r-r_2|$ με κυριότερους όρους τους

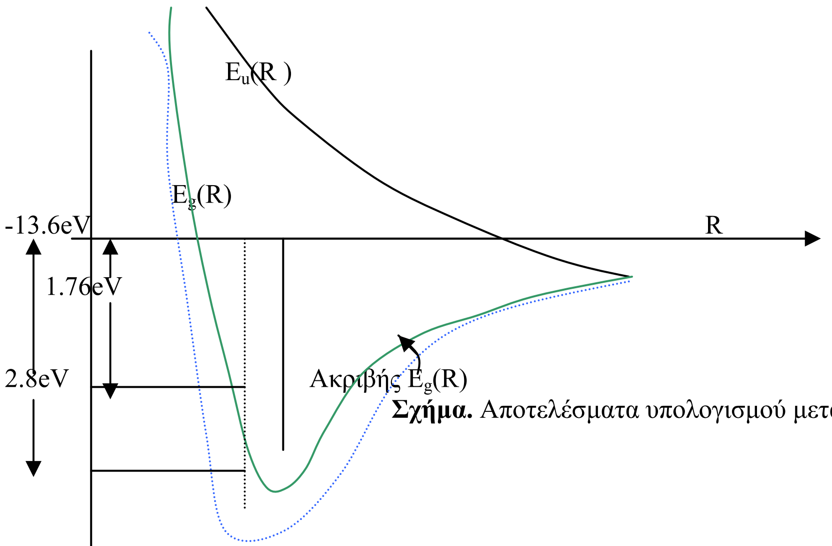
$$1/[(\mathbf{r'}-\mathbf{R})^2]^{1/2} = [r'^2 - 2\mathbf{r'} \bullet \mathbf{R} + \mathbf{R}^2]^{-1/2} = (1/R)\,[1 + (\mathbf{r'} \bullet \mathbf{R} / R^2) + \ldots]$$

όπου $\mathbf{r'} = \mathbf{r} - \mathbf{r_1}$
Στο ανάπτυγμα αυτό μπορεί να κυριαρχού οι ανωτέρω όροι, αφού το φ' είναι πολύ μικρό αν $r' \gg a_0$. Ετσι, αν $R \gg a_0$, τοτε $|r'| \ll R$, από όπου το ολοκληρομα παίρνει τις κύριες συνεισφορές.
Οταν βάλουμε το ανάπτυγμα αυτό στο ολοκλήρωμα (8.27) προκύπτει ότι ο πρώτος όρος δίνει $-e^2/(4\pi\varepsilon_0 R)$, ο δεύτερος όρος , ως περιττός σε έκαστη των τριών συντεταγμένων του $\mathbf{r'}$, δίνει μηδενικό ολοκλήρωμα. Ετσ, για μεγάλα R, η έκφραση (8.27) δίνει $H_{11} \approx E_0$.
Από την άλλη πλευρά, αν $R \to 0$, το ολοκλήρωμα παραμένει πεπερασμένο. Ο τελευταίος όρος της Χαμιλτονιανής στη σχέση (8.27) αποκλίνει αν $R \to 0$, και κυριαρχεί για μικρά R. Ετσι, προκύπτει $H_{11} \approx e^2/(4\pi\varepsilon_0 R)$
Το ολοκλήρωμα εδώ είναι $-V(R)$, όπου

$$V(R) = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \int d^3r' \, \frac{\varphi_{1(r')}\, \varphi(r' - R)}{r'}$$

Οταν το R είναι μεγάλο, έχουμε $H_{12} \approx K_{12} E_0 - V(R)$
Για $R \to 0$, $H_{12} \approx K_{12}\, e^2 / (4\pi\varepsilon_0 R)$
Τελικά, από τον ορισμό (8.22) προκύπτει

$$E_\pm \approx \begin{cases} E_0 \pm V(R) & R \text{ μεγάλο} \\ e^2 / (4\pi\varepsilon_0 R) & R \text{ μικρό} \end{cases}$$



Σχήμα. Αποτελέσματα υπολογισμού μεταβολών στο H^+_2

Ας δούμε πως εξηγούνται οι δύο εναλλακτικές μορφές των κυματοσυναρτήσεων: Εύκολα προκύπτει ότι η συνάρτηση δυναμικής ενέργειας είναι συμμετρική ως προς τον μετασχηματισμό $r \rightarrow -r$. Δηλαδή είναι
$V(x,y,z)=V(-x,-y,-z)$
Αν η αρχή των αξόνων βρίσκεται στο κέντρο μάζας του συστήματος των δύο πρωτονίων. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται ότι η Χαμιλτονιανή του συστήματος είναι άρτια συνάρτηση, δηλαδή

$$H(x,y,z)=H(-x,-y,-z)$$

Τότε εύκολα αποδεικνύεται ότι η κυματοσυνάρτηση θα είναι είτε συμμετρική είτε αντι-συμμετρική ως προς την ίδια εναλλαγή των συντεταγμένων.
Ετσι δικαιολογείται το Σχήμα γ και δ.

Το Σχήμα …γ αντιστοιχεί στην συμμετρική κυματοσυνάρτηση ενώ το Σχήμα δ αντιστοιχεί στην αντι-συμμετρική κυματοσυνάρτηση. Οι κυματοσυναρτήσεις αυτές μπορούν να γραφούν ως γραμμικός συνδυασμός

$$\Psi^{\sigma} \propto \Psi(1) + \Psi(2)$$

και

$$\Psi^{\alpha} \propto \Psi(1) - \Psi(2)$$

Οι παραπάνω σχέσεις δεν είναι τίποτε άλλο από απλές *υποθέσεις* για τις προσεγγιστικές κυματοσυναρφτήσεις και αντιστοιχούν στην έννοια των ***μοριακών τροχιακών*** , δηλαδή κυματοσυναρτήσεων για ένα μεμονωμένο ηλεκτρόνιο που μπορεί να μετακινείται από την περιοχή του ενός πρωτονίου στην περιοχή του δευτέρου πρωτονίου. Οι δύο αυτές κυματοσυναρτήσεις συμβολίζονται και ως
σ_S^b, και σ_S^*,
(βλέπετε , M. Born, Atomic Physics < Dover Edition, σελ. 272)

Στο Σχήμα 5 φαίνεται , τόσο η μορφή της κυματοσυνάρτησης όσο και η μορφή της κατανομής πιθανότητας

Στην ίδια αναφορά, ο Μ. Μπορν εξετάζει και την επίδραση του σπιν , και εξετάζει ποια θα πρέπει να είναι μορφή συμμετρίας του μέρους της συνολικής κυματοσυνάρτησης που εξαρτάται από το σπιν (βλέπετε σελ 271 , όπου εξετάζεται η συμπεριφορά του μορίου H_2)

Το Μόριο του Υδρογόνου Μπορεί να εφαρμοσθεί η λεγόμενη αρχή των μεταβολών . Για την εξήγηση της μεθόδου, ας φαντασθούμε ότι τα δύο μέλη της Εξίσωσης Σρόντινγκερ πολλαπλασιάζονται επί ψ^* και ολοκληρώνουμε πάνω σε όλες τις μεταβλητές από τις οποίες εξαρτάται το ψ.
Τότε παίρνουμε

$$E = \frac{\int \psi^* H\psi \, dV_1....dV_n}{\int \psi^* \psi dV_1....dV_n}$$

Τι θα συνέβαινε τώρα αν αντί της σωστής λύσης της Εξίσωσης του Σρόντινγκερ, θέταμε στην παραπάνω έκφραση μία άλλη συνάρτηση για το ψ ; Η έκφραση αυτή εξακολουθεί να έχει διαστάσεις ενέργειας, αλλά δεν θα παριστάνει τότε τη σωστή ιδιοτιμή της ενέργειας. Τότε μπορεί να αποδειχθεί μία σημαντική μαθηματική ιδιότητα στην παραπάνω έκφραση: *Αν θέσουμε , για τη θεμελειώδη κατάσταση, άλλη συνάρτηση που δεν ταυτίζεται με την ιδιοσυνάρτηση της βασικής κατάστασης, οι αναμενόμενες τιμές που θα βρούμε είναι πάντα μεγαλύτερες από εκείνη της ιδιοτιμής της βασικής κατάστασης.*

Ετσι, μπορούμε να βρούμε ένα κριτήριο γα την ποιότητα των προσεγγιστικών ιδιοσυναρτήσεων που μπορεί να βρούμε. Η χαμιλτονιανή τότε μπορεί να γραφεί ως

$$\mathrm{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mathrm{m}_0}\nabla_1{}^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{a1}} - \frac{\hbar^2}{2\mathrm{m}_0}\nabla_2{}^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{b2}}$$

$$-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{b1}} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{a2}} + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{ab}} + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}}$$

Ετσι, με την ανωτέρω Χαμιλτονιανή έχουμε να λύσουμε την Εξίσωση του Σρόντινγκερ

$$\mathbf{H\psi(r_1, r_2) = E\ \psi(r_1, r_2)}$$

Εδώ μπορεί να διακρίνει κανείς ορισμένες οριακές περιπτώσεις, όπως π.χ., αν εξετάσουμε έκαστο άτομο ανεξάρτητα, δηλαδή ότι βρίσκονται σε πολύ μεγάλες αποστάσεις μεταξύ των. Η εξίσωση γράφεται τότε

$$(-\frac{\hbar^2}{2\mathrm{m}_0}\nabla_2{}^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{\beta 2}})\phi_b(r_1) = \mathrm{E}_0\phi_b(r_2)$$

και αντίστοιχη εξίσωση για το άτομο 1.
Επειδή, ωστόσο, έχουμε να κάνουμε με δύο ηλεκτρόνια, πρέπει να λάβουμε υπ όψη και την αρχή του Πάουλι.
Ετσι, αν οι σπιν κυματοσυναρτήσεις των δύο ηλεκτρονίων είναι α(1) και α(2) , αντίστοιχα, θα έχουμε αν τα σπιν είναι παράλληλα,
$\varphi_a(r_1)\ \varphi_b(r_2)\ \alpha(1)\ \alpha(2)$
Ωστόσο, αυτή η κυματοσυνάρτηση δεν ικανοποιεί την ιδιότητα ότι είναι αντισυμμετρική στην αναλλαγή των δεικτών παντού. Αντίθετα, η κυματοσυνάρτηση

$\psi = \alpha(1)\ \alpha(2)\ [\varphi_a(r_1)\ \varphi_b(r_2) - \varphi_a(r_2)\ \varphi_b(r_1)]$ (1)

ικανοποιεί τη συνθήκη της ανταλλαγής των δεικτών.
Οπως είναι γνωστό από τη μελέτη των ατόμων, οι ενεργειακά χαμηλότερες καταστάσεις, τουλάχιστον των ελαφροτέρων ατόμων, χτίζονται (σε ένα άτομο με πολλά ηλεκτρόνια) γεμίζοντας τις καταστάσεις από τις χαμηλότερες προς τις υψηλότερες με ηλεκτρόνια αντιπαραλλήλων σπιν. Ετσι, αναμένουμε (και αυτό επιβεβαιώνεται με υπολογισμούς) ότι η κυματοσυνάρτηση (1) δεν παριστάνει την ενεργειακά χαμηλότερη

κατάσταση, διότι εδώ τα σπιν είναι παράλληλα. Ετσι, είναι καλύτερα να εξετάσουμε τον συνδυασμό όπου το ένα ηλεκτρόνιο έχει σπιν προς τα «πάνω», ενώ το άλλο έχει σπιν προς τα «κάτω». Μία τέτοια δυνατότητα είναι

$\varphi_a(r_1)\ \varphi_b(r_2)\ \alpha(1)\ \beta(2)$, αλλά και άλλες υπό δοκιμή συναρτήσεις που προκύπτουν από αυτή , ανταλλάσοντας τις συντεταγμένες r_1 και r_2, ή τα ορίσματα των α και β, δηλαδή τα 1 και 2. Επειδή κανένας από τους συνδυασμούς αυτούς δεν είναι αντισυμμετρικός, θα προσπαθήσουμε να βρούμε έναν κατάλληλο συνδυασμό από αυτές τις συναρτήσεις που να είναι αντισυμμετρικός.

Πράγματι ο συνδυασμός

$\psi= [\varphi_a(r_1)\ \varphi_b(r_2) +\varphi_a(r_2)\ \varphi_b(r_1)]\ [\alpha(1)\ \beta(2)- \alpha(2)\ \beta(1)]$

έχει την ιδιότητα της αντισυμμετρίας, αφού το μέρος της που εξαρτάται από τασπιν είναι αντισυμμετρικό ενώ το μέρος που εξαρτάται από τις θέσεις είναι συμμετρικό.

Ο υπολογισμός για την ανεύρεση τελικής έκφρασης δίνει

$$E_g = 2E_0 + \frac{2A + E_{\text{int}}}{1+S^2} + \frac{2DS + E_{CE}}{1+S^2} + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{ab}}$$

και

Εδώ, E_g και E_u σημαίνουν ιδιοτιμές των συμμετρικών και αντισυμμετρικών (ως προς τις συντεταγμένες) μερών των ιδιοσυναρτήσεων.

$$E_u = 2E_0 + \frac{2A + E_{\text{int}}}{1+S^2} - \frac{2DS + E_{CE}}{1+S^2} + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{ab}}$$

Σε αυτή τη φάση δεν είναι σκόπιμο να προσπαθήσουμε να κάνουμε τους αριθμητικούς υπολογισμούς.

Η περιστροφή στα μόρια (Pauling -Wilson ,p. 264)

Η Εξίσωση Σρέντινγκερ με αναλοίωτη μάζα $\mu = M_1 M_2\ /(M_1 + M_2)$ σε πολικές συντεταγμένες μπορεί να χωρισθεί σε τρεις εξισώσεις ως προς τις μεταβλητές θ,φ και r. ΟΙ λύσεις για τις συναρτήσεις των θ και φ είναι

$$\Phi_M(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\ e^{iM\varphi}$$

και

$$\Theta_{KM}(\theta) = \left\{ \frac{(2K+1)(K-|M|)!}{2(K+|M|!)} \right\}^{1/2} P_K^{|M|}(\cos\theta)$$

στην οποία η $P_K^{|M|}(\cos\theta)$ η\είναι η σχετιζόμενη συνάρτηση Legendre.

Ετσι είναι

$$\psi(r, \theta,\varphi)=R(r)\ \Theta(\theta)\ \Phi(\varphi)$$

Οι τιμές του κβαντικού αριθμού K στα μόρια είναι K=0,1,2… ενώ του M είναι M=-K, -K+1, ,…. , K-1, K.

Οπως στην περίπτωση του υδρογόνου, οι κβαντικοί αριθμοί M και K παριστούν στροφορμή. Το τετράγωνο της ολικής στροφορμής λόω της περιστροφής του μορίου είναι

$$K(K+1)\ \hbar^2$$

Ενώ η προβολή αυτής της στροφορμής σε έναν ειδικά επιλεγμένο άξονα (που θεωρείται ως διεύθυνση z) είναι κβαντισμένη και ίση με M $\hbar$.

Οσον αφορά την φύση μεταπτώσεν στο μόριο, έχουμε δει (ίδετε εδάφιο 40d Pauling-Wilson) πως σε *διπολικές μεταπτώσεις σε άτομα* όπου ο κβαντικός αριθμός K μεταβάλεται κατά μονάδα, μία και αυτό αντιστοιχεί σε ιδιότητες των σχετιζομένων πολυωνύμων Legendre. Αρα , ο κανόνας επιλογής σε μόρια είναι

$$\Delta K = \pm 1$$

Παρόμοια, ο κανόνας επιλογής για το M είναι

$$\Delta M = 0 \text{ ή } \pm 1$$

Η φύση της ηλεκρονικής κυματοσυνάρτησης σε μόρια.

Από τον χωρισμό της Εξίσωσης του Σρόντινγκερ σε γινόμενο, προκύπτει αν
$R(r) \equiv S(r)/r$

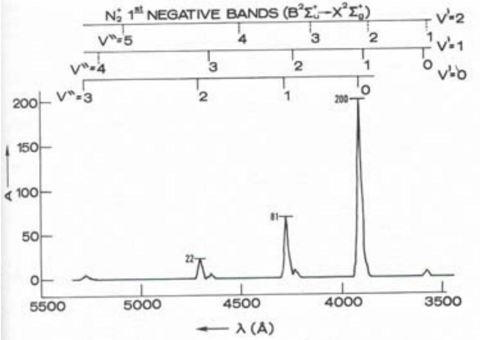
$$\frac{d^2S}{dr^2} + \left[- \frac{K(K+1)}{r^2} + \frac{8\pi^2\mu}{h^2} \{ E - U(r) \} \right] S = 0$$

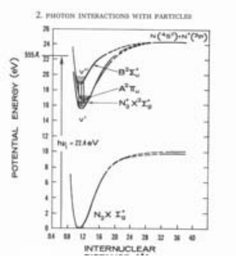
άρα η επίλυση της απαιτεί γνώση της συνάρτησης ηλεκτρονικής ενέργειας U(r). Ο θεωρητικός υπολογισμός αυτής είναι ένα φοβερά δυσεπίλυτο πρόβλημα. Η συνάρτηση αυτή περιέχει ενέργειες αλληλεπίδρασης ηλεκτρονίων με πυρήνες, ηλεκτρονίων μεταξύ των και πυρήνων ατόμων μεταξύ των. Συνήθως , λοιπόν, η συνάρτηση αυτή προσδιορίζεται εμπειρικά υποθέτοντας κάποια εύλογη έκφραση που περιέχει ορισμένους προσδιοριστέους συντελεστές. Οι βέλτιστες τιμές αυτών προσδιορίζονται κατόπιν σύγκρισης των υπολογιζομένων και πειραματικά προσδιοριζομένων (φασματοσκοπικά) ενεργειακών σταθμών.

Ορισμένα ποιοτικά χαρακτηριστικά προκύπτουν αν θεωρήσουμε το Σχήμα 8.3α.
όταν τα άτομα απέχουν πολύ μεταξύ των , η ολική ενέργεια είναι ακριβώς ίση με το άθροισμα των ενεργειών των δύο ατόμων. Καθώς τα άτομα προσεγγίζουν το ένα το άλλο, υπάρχει για σταθερές καταστάσεις μία μικρή έλξη που μεγαλόνει όσο το r μικραίνει. Στη θέση του ελαχίστου η δύναμη μηδενίζεται, και στη συνέχεια, για μικρότερα r, η δύναμη αρχίζεται να γίνεται απωστική ως να έχουμε την λεγόμενη "επαφή " μεταξύ των ατόμων περαν της οποίας δεν δύναται να υπάρξει παρισσότερη προσέγγιση (*μήπως εκαί αρχίζουν να παίζουν ρόλο και υ πυρηνικές δυνάμεις*;) .

Κοντά στο ελάχιστο του δυναμικού U(r) είναι φανερό ότι η πυκνότητα πιθανότητας ($\propto |S(r)|^2$) είναι πολύ μεγάλη, και εξακολουθεί να έχει τιμές αισθητά διάφορες του μηδέν σε μία στενή περιοχή γύρω από τη θέση του ελαχίστου , δηλαδή γύρω *από τη λεγόμενη θέση ισσοροπίας των ατόμων στο μόριο.Αυτό προκύπτει* για τα περισσότερα μόρια σε καταστάσεις ταλαντώσεωςκοντά στη θέση ισορροπίας. Αρα, η μορφή της συνάρτησης δυναμικού σε μεγάλες αποστάσεις δεν έχει μεγάλη συμασία για την μορφή της κυματοσυνάρτησης.

Αντίθετα, για ανώτερες ταλαντωτικές στάθμες, η πλήρης συνάρτηση δυναμικού χρειάζεται για τον ακρινή προσδιορισμό της κυματοσυνάρτησης. Επειδή για αρκετά μεγάλες αποστάσεις από την θέση ισσοροπίας ($r > r_{ελαχ}$) προκύπτει ότι η μορφή του δυναμικού "ρηχαίνει" και εύκολα με απορρόφηση ενέργειας είναι δυνατόν το μόριο να "διασπασθεί".

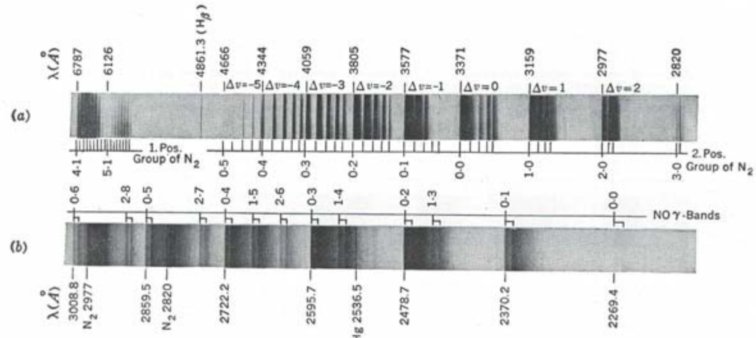




Ενα παράδειγμα των γραμμών του ιονισμένου μορίου του αζώτου , με την παράθεση των αντιστοίχων κβαντικών αριθμών μετάπτωσης φαίνεται στο Σχήμα Μ2.

Σχήμα Μ2.

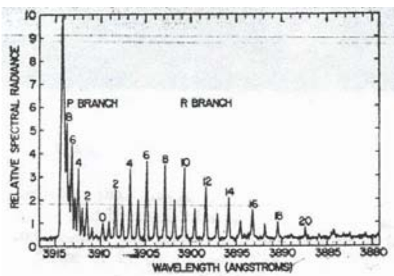
Φάσμα Μορίου Αζώτου



Σχήμα. *Από το βιβλίο του Herzberg.*

Οι λεπτομέρειες του ηλεκτρονιακού-περιστροφικού φάσματος

Σχήμα *Εδώ φαίνεται το υψηλής διακριτικότητας φάσμα του N_2 γύρω από τη γραμμή των 391.6 nm.*

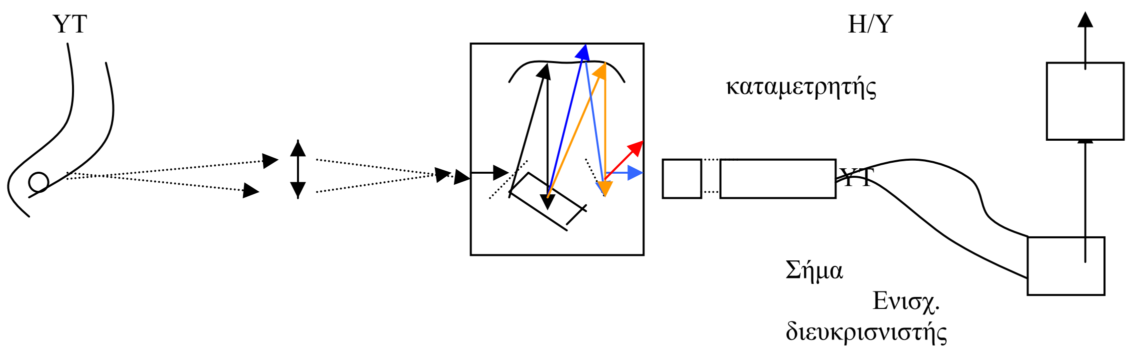


Σκοπός του πειράματος

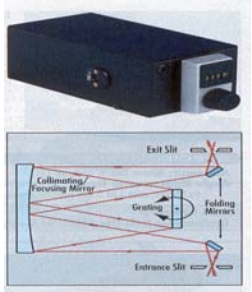
Η καταγραφή φάσματος φωτεινής πηγής ατμοσφαιρικού αέρα με ένα φασματόμετρο φράγματος , και η σύγκριση των αποτελεσμάτων με αυτά του Σχ. Μ2 που δίνονται στη βιβλιογραφία.

Μεθοδολογία

Η πειραματική διάταξη φαίνεται στο Σχήμα.

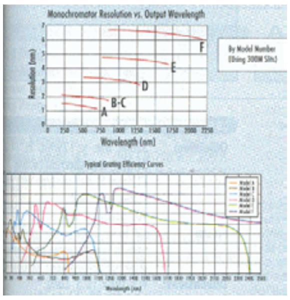


Παραστατική εικόνα συσκευής της Edmund Industrial Optics φαίνεται πιό κάτω



Σχήμα Fig3a_diatom

Επιλογές διαφόρων τύπων οπτικών φραγμάτων μπορεί να δώσουν διαφορετικές φασματικές αποδόσεις των φραγμάτων, καθώς και διαφορετικές διακριτικές ικανότητες σε μήκος κύματος για διαφορετικές επιλογές ευρών σχισμής όπως φαίνεται στο Σχήμα.



Σχήμα Fig3a_diatom (από τον κατάλογο της Edmund Industrial Optics).

Σημειώνουμε ότι οι καμπύλες αυτές διακριτικής ικανότητας σε μήκος κύματος ισχύουν για τη δεδομένη στο αντίστοιχο μοντέλο της Εταιρείας εστιακή απόσταση των κατόπτρων, που είναι της τάξης των 10 cm. Αρα, επιλέγοντας , π.χ., f=40 cm, η διακριτική ικανότητα μπορει να τετραπλασιασθεί. Αντίστοιχα, μειώνοντας το εύρος των σχιμών μπορεί να βελτιωθεί η διακριτική ικανότητα ***υπό την προυπόθεση ότι επαρκεί η ένταση της φασματικής λυχνίας.***

Με συγκεκριμένες τιμές εύρους σχισμών και τύπων φραγμάτων έχουμε τον ακόλουθο πίνακα επίδοσης

Model	Grating Type (grooves/mm)	Blaze λ (nm)	λ Range (nm)	Linear Dispersion (nm/mm)	Resolution (nm) for Slit Widths of (all 4mm long) 100 µm	150 µm	300 µm	600 µm	Stock Number	Price
A	2400, Holographic	250	190-650	5.54	0.55	0.83	1.66	3.32	M37-596	€1.605,60
B	1800, Holographic	250	200-800	7.41	0.74	1.11	2.22	4.44	M37-597	€1.605,60
C	1800, Holographic	500	300-800	7.21	0.72	1.08	2.16	4.32	M37-598	€1.605,60
D	1200, Ruled	750	500-1200	11.29	1.13	1.69	3.39	6.77	M53-954	€1.605,60
E	830, Ruled	1200	750-1700	15.42	1.54	2.31	4.63	9.25	M53-955	€1.605,60
F	600, Ruled	1600	850-2200	21.45	2.14	3.22	6.43	12.87	M56-252	€1.605,60
RIES:	100 Micron Slit Set	NEW	M56-255	€108,00	Mini-Chrom Spectrograph				M37-600	€1.677,60
	150 Micron Slit Set		M53-934	€108,00	NIR Versions:					
	600 Micron Slit Set		M53-935	€108,00	Model E with Gold-Coated Optics			NEW	M56-253	€1.699,20
	SMA Slit Adapter	NEW	M56-256	€129,60	Model F with Gold-Coated Optics			NEW	M56-254	€1.699,20

Δηλαδή, έχουμε την φωτεινή πηγή , φακό για εστίαση της δέσμης στη σχισμή ειδόδου του μονού φασματομέτρου φράγματος της εταιρείας Oriel. Παρατηρούμε από την πορεία των ακτίνων στο Σχήμα πως η μπλέ εξέρχεται από την σχισμή εξόδου του φασματομέτρου επειδή η θέση του οπτικού φράγματος είναι η κατάλληλη για να συμβεί τούτο. Αντίθετα, η κοκινωπή συνιστώσα εκτρέπεται διαφορετικά από το φράγμα και ετσι δεν καταγράφεται. Αν στραφεί κατάλληλα το φράγμα γύρω από ένα κατακόρυφο έξονα, είναι δυνατόν να διέλθει μόνο η κοκινωπή συνιστώσα. Η μετακίνηση του φράγματος γίνεται με αυτόματο τρόπο που έχει αναπτυχθεί στο ΕΜΠ.

Ανιχνευτικό σύστημα φωτονίων

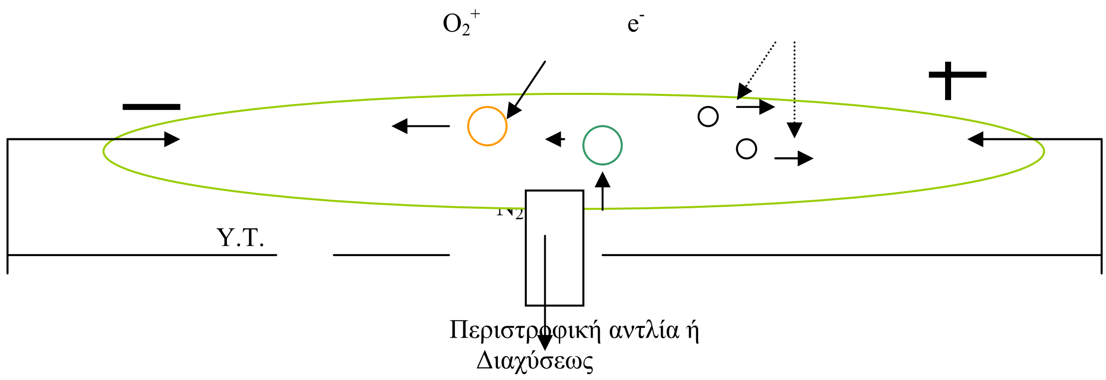
Τούτο αποτελείται από ένα φωτοπολλαπλασιαστή, έναν ενισχυτή/διευκρινιστή και έναν καταμετρητή παλμών. Εκαστο "φωτόνιο" που πέφτει πάνω στη *φωτοκάθοδο* του φωτοπολλαπλασιαστή δίνει με πιθανότητα ίση προς την *κβαντική επίδοση (*συνήθως περίπου ίση με 0.2-0.25) ένα φωτοηλεκτρόνιο. Τούτο, μέσω των δυνόδων του φωτοπολλαπλασιαστή και του ενισχυτή/διευκρινιστή δίνει έναν παλμό τύπου TTL , που καταγράφεται με τον counter/timer. Ο τελευταίος παίρνει από το κατάλληλο λογισμικό μία εντολή start - stop , και έτσι καταμετρά το πλήθος των παλμών ανάμεσα στο προεπιλεγμένο με το λογισμικό χρόνο (πχ. 0.02 - 10 sec).

4) Φυσική των ηλεκτρικών εκκενώσεων

Σκοπός : Κατανόηση φαινομένων διέγερσης σε σπουδαία αέρια όπως αυτά της ατμόσφαιρας, και εκείνα τεχνολογίας

Ιστορικά , ίδετε http://www.rutherford.org.nz/msmyth.htm

4) Η ηλεκτρικές εκκενώσεις μπορούν να συμβούν σε ένα σωλήνα με δύο ηλεκτρόδια, που επικοινωνεί με ένα σύστημα κενού δηλαδή με αντλία κενού, ένα μανόμετρο και σκοτεινό χώρο ώστε τα φαινόμενα των ηλεκτρικών εκκενώσεων να γίνονται ορατά δια γυμνού οφθαλμού.
Εφαρμόζοντας υψηλή διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα δύο ηλεκτρόδια, όπως στο σχήμα



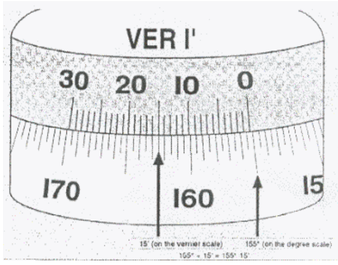
Αν θέλουμε να ερμηνεύσουμε το σχήμα αυτό, μπορούμε να πούμε πως

Ερώτηση Τι συμβαίνει αν στον σωλήνα εκκενώσεων υπάρχει Αργόν ή Υδράργυρος αντί αέρα;

http://www.iupac.org/publications/analytical_compendium/Cha10sec315.pdf
Industrial Plasma Enginnering: http://bookmarkphysics.iop.org/fullbooks/0750305444/rothprel.pdf
http://www.advanced-energy.com/Upload/white5.pdf
http://www.kar.net/~plasma/results/pub04.pdf

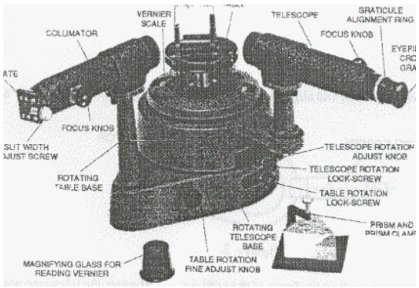
3)Φασματοσκοπία διατομικών μορίων

Σκοπός της άσκησης αυτής είναι η πειραματική μελέτη του φάσματος των διατομικών μορίων , και ιδιαίτερα εκείνου που αντιστοιχεί στις λεγόμενες ηλεκτρονιακές μεταπώσεις. Εν μέρει με την άσκηση αυτή δίνεται κάποια εξήγηση στο πολύπλοκο της συμπεριφοράς των διατομικών μορίων.



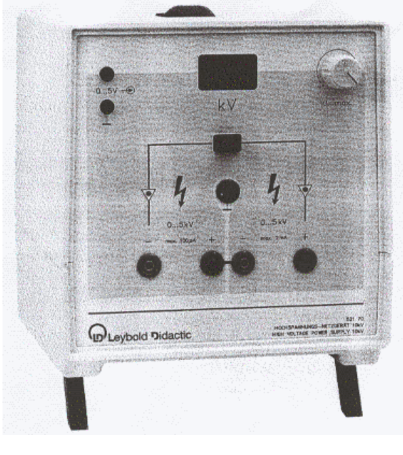
Εισαγωγή

Το βασικό φασματόμετρο φαίνεται στο Σχ. Fig2_diatom



Η μέθοδος ανάγνωσης με τον βερνιέρο αυτού του φασματομέτρου φαίνεται παραστατικά στο Σχήμα Fig2a_diatom

Fig2a_diatom



Διακριτική ικανότητα του φασματομέτρου Σπουδαίοι παράγοντες που επηρρεάζουν την διακριτική ικανότητα της συσκευής προκύπτουν από την ανάλυση της σχέσης του φράγματος

$$d\,(\sin\theta_{\pi\rho o\sigma\pi} \pm \sin\theta_{\pi\varepsilon\rho i\theta\lambda})=m\,\lambda,\ m=0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \kappa\lambda\pi$$

Το συνολικό σφάλμα στο λ προκύπτει από τα σφάλματα των ποσοτήτων που εισέρχονται στην ως άνω σχέση. Ετσι, π.χ. το σφάλμα στη γωνία $\theta_{\pi\varepsilon\rho i\theta\lambda}$ προκύπτει κυρίως απο το εύρος Δx της σχισμής εξόδου σύμφωνα με τη σχέση

$$\Delta\theta_{\pi\varepsilon\rho i\theta\lambda}= \Delta x/ f\,,$$

όπου f η εστιακή απόσταση του τηλεσκοπίου εξόδου. Ετσι, για f=170 mm, που είναι σωστή τάξη μεγέθους στην περίπτωση της συσκευής μας, έχουμε , για εύρος σχισμής Δx=50 microns, $\Delta\theta_{\pi\varepsilon\rho i\theta\lambda}=50\text{x}10^{-6}/(170 \text{ x } 10^{-3}) \approx (1/3)\ 10^{-3}$ rad =.33 mrad=.020^0 ≈ 1' =1 arc min . Αντίθετα, για Δx=300 microns, $\Delta\theta_{\pi\varepsilon\rho i\theta\lambda}=300\text{x}10^{-6}/(170 \text{ x } 10^{-3}) \approx 2$ mrad ≈ 2*.001*60=.12^0.
Η διακριτική ικανότητα του οργάνου, σύμφωνα με τον κατασκευαστή είναι της τάξης το 0.5 arc min. Παρατηρούμε λοιπόν πως με μία σχισμή εύρους 50 microns

Εισαγωγή στην υφή των μοριακών φασμάτων.

Το θέμα αυτό είναι αρκετά πολύπλοκο, και έτσι στα πλαίσια της περιγραφής της εργαστηριακής αυτής άσκησης λίγα πράγματα θα μπορούμε να πούμε περιοριζόμενοι στα πιό καίρια σημεία.
Στα μόρια η πρώτη σημαντική παραδοχή είναι η λεγόμενη *προσέγγιση των Born-Oppenheimer* . Αυτή βασίζεται στο ότι οι μάζες των πυρήνων στα μόρια είναι πολύ μεγαλύτερες των ηλεκτρονίων και έτσι μπορούμε να θεωρούμε πως οι ταχύτητες των πυρήνων είναι πολύ μικρότερες των ταχυτήτων των ηλεκτρονίων. Συνεπώς, κατά τη διάρκεια μίας ηλεκτρονιακής μετάπτωσης σε ένα από τα άτομα του μορίου η απόσταση μεταξύ των ατόμων στο μόριο μεταβάλεται απειροελάχιστα. Ωστόσο, η ενέργεια σε μία ηλεκτρονιακή μετάπτωση εξαρτάται από την απόσταση των ατόμων σε ένα διατομικό μόριο.
Ενα άλλο σημείο που έχει ενδιαφέρον είναι ότι έχουμε στο διατομικό μόριο και το φαινόμενο της ταλάντωσης αλλά και της περιστροφής. Η τελευταία γίνεται κυρίως ως προς έναν άξονα που είναι κάθετος στην ευθεία που ενώνει τα δύο μόρια. Επειδή δεν πρέπει να ξεχάσουμε πως βρισκόμαστε στο μικρόκοσμο, αυτό μας οδηγεί στην πρόβλεψη πως οι ενέργειες ταλαντώσης και περιστροφής είναι κβαντισμένες. Η κβαντωση των ενεργειών ταλάντωσης εύκολα φαίνεται στην πειραματική μας διάταξη, ενώ πολύ δύσκολα φαίνεται η κβάντωση των ενεργειών περιστροφής.

Κατάλογος Εργαστηριακών Ασκήσεων

1. Λεπτή Υφή Νατρίου
2. Φασματική Κατανομή Μέλανος Σώματος
3. 4.1 Νόμος Moseley με Ραδιενεργές Πηγές (x2) , 4.2 Νόμος Moseley με σωλήνα ακτίνων X και απορροφητές (x1) , 4.3 ESR

, 5.1 Φυσική ιόντων αργού, 5.2 Μελέτη ατόμων 2 ηλεκτρονίων (He, Hg). Αυτή θα διενεργείται με την πηγή Hg και το κοίλο φραγμα 1200 χαραγ./mm Milton Roy ή σε άλλο διαθέσιμο φασματόμετρο (x1) . 5.3 Μελέτη διατομικών μορίων (O_2, N_2, H_2O). (*Η μία συσκευή θα γίνει με το φασματόμετρο Pasco, ενώ η άλλη με την πηγή αέρα της Meltz και φωτοπολλαπλασιαστή). Η τελευταία θα γίνεται σε ορισμένες μόνο ομάδες που θα επιλέξουν καλύτερο βαθμό.* Για αναφορές είδετε Διπλωματική Π. Παπανδρεόπουλου. 5.4 Φασματική ανάλυση μορίων στην υπεριώδη περιοχή (περίπτωση ατμοσφαιρικού αέρα) με φασματόμετρο συνδεδεμένο με Η/Υ.

Σας ενημερώνω για τα περιεχόμενα των επομένων τελευταίων 3 μαθημάτων στο Μάθημα Ατομική και Μοριακή Φυσική:

Ιστορία προσθηκών: 16 Φεβρ. 2005 Φασματοσκοπία φραγμάτων

ΠΕΙΡΑΜΑ ΓΙΑ ΜΕΛΕΤΗ ΥΠΕΡΛΕΠΤΗΣ ΥΦΗΣ ΚΑΙ ΔΟΜΗΣ ΦΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το συμβολόμετρο Fabry-Perot και μία φωτογραφική μηχανή για τη μελέτη της υφής των φασματικών γραμμών. Τοποθετούμε τα κάτοπτρα του FP ώστε να απέχουν απόσταση μεγαλύτερη των 10 mm, οπότε η διακριτική του ικανότητα είναι καλύτερη των $\Delta\sigma = 1/2d = 0.5\ cm^{-1}$. Στην περίπτωση που έχουμε ως φασματική πηγή ένα laser He –Ne, αυτή η διάταξη των κατόπτρων δεν θα είναι ικανή να διερευνήσει την φασματική δομή της γραμμής των 632.8 nm λόγω του πολύ μεγάλου μήκους συμφωνίας της. Ωστόσο, φωτογράφηση των κροσσών συμβολής του λέισερ αυτού δίνει το ξεκίνημα να προσπαθήσουμε να πάμε σε ακόμα μεγαλύτερες αποστάσεις των κατόπτρων.

ΠΡΟΧΩΡΗΜΕΝΟ ΘΕΜΑ: **Φασματοσκοπία υψηλής διακριτικής Ικανότητας- Συμβολόμετρο Fabry-Perot**

Ασκηση 5.5 : Φασματική Ανάλυση με Συμβολόμετρο Fabry-Perot

Με τη χρήση του συμβολομέτρου Fabry-Perot μπορούμε να κάνουμε φασματική ανάλυση. Η βασική εξήγηση αυτής της δυνατότητας προκύπτει από τον θεωρητικό τύπο που δίνει τις συνθήκες ενισχυτικής συμβολής σε ένα τάτοιο φασματόμετρο. Ως γνωστόν αν

$4\pi d\ n \cos\theta / \lambda = 2m\ \pi$, m=0,1,2,3,… (1)

έχουμε ενισχυτική συμβολή και άρα αιχμηρούς κροσσούς. Τούτο σημαίνει πως η τάξη της συμβολής μεγαλώνει όταν μικραίνει η διάμετρος των δακτυλίων. Ο κεντρικός κροσσός (θ=0) αντιστοιχεί στην τάξη

$m_{\mu\varepsilon\gamma}=2d/\lambda$ (2).

Ο πρώτος δακτύλιος έχει τάξη $m_{\mu\varepsilon\gamma}-1$ και σχηματίζεται από ακτίνες των οποίων η γωνία πρόσπτωσης ικανοποιεί τη συνθήκη

$2\pi d\ n \cos\theta_1 = (m_{\mu\varepsilon\gamma}-1)\lambda$ (3)

Για μικρές γωνίες, βάζουμε $\cos\theta_1=1-\theta_1^2/2$ και λαβαίνοντας υπόψη την (2) έχουμε Εύκολα

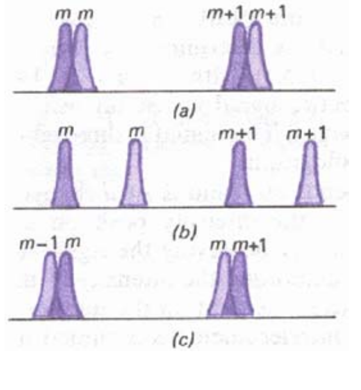
$\theta_1=\sqrt{\lambda/d}$ (4)

Αν ως μεταβλητή έχουμε το d, τότε, $2\ \Delta d\ n \cos\theta / \lambda = 1$ για μεταβολή κατά ένα κροσσό . Αν λοιπόν n=1 και cosθ=1, έχουμε την αντιστοιχία $\Delta d_{m\to m+1} \to \lambda/2$. Ετσι, τα διαφορετικά μήκη κύματος έχουν διαφορετική περίοδο κροσσών καθώς μεταβάλλουμε την απόσταση d των κατόπτρων. Με άλλα λόγια τα χαμηλά μήκη κύματος εμφανίζονται πιό συχνά από τα *μεγάλα* μήκη κύματος. Ας δούμε τι γίνεται με τη γωνία θ. Ωστόσο, η γωνία θ , όταν είναι πολύ μικρή, μπορεί να προκύψει ως

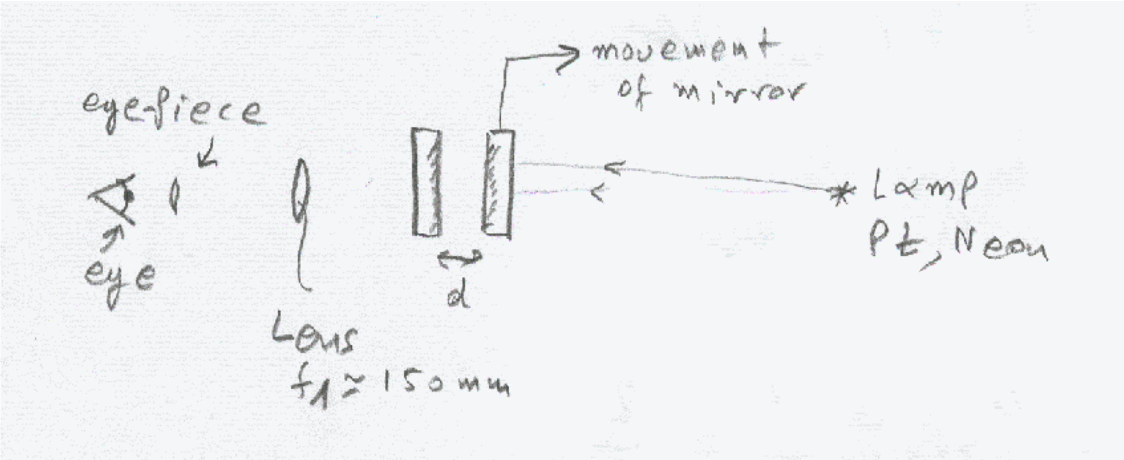
$\theta \approx (D_{n+1}-D_n)/f$, (5)

όπου D_{n+1}και D_n οι διάμετρο δύο διαδοχικών κροσσών συμβολής, και f η εστιακή απόσταση του φακού που εστιάζει την ακτινοβολία του έταλον.

Περιοχή διασποράς .Με την αύξηση της διαφοράς Δλ μεταξύ δύο κοντινών μηκών κύματος, οι κροσσοί συμβολής που σχηματίζονται από διαφορετικά μήκη κύματος αρχίζουν να διαχωρίζονται. Ο διαχωρισμός γίνεται τόσο μεγαλύτερος όσο μεγαλώνει το Δλ. Λόγω όμως της περιοδικότητας των κροσσών, για επαρκώς μεγάλα Δλ, είναι δυνατόν ο κροσσός m-1 τάξεως του μήκους κύματος λ_1 να συμπεσει ή περίπου να συμπεσει με τον κροσσό m τάξεως του μήκους κύματος λ_2 , βλέπετε σχήμα.



Η συσκευή που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για την παρατήρηση των κροσσών



συμβολής από μία σύνθετη πηγή περιγράφεται παραστατικά στο σχήμα:
Η εικόνα των κροσσών συμβολής που θα βλεπει ο παρατηρητής για μία μονοχρωματική πηγή θα είναι όπως προκύπτει από τη σχέση (1),
$\theta_m=[2- \lambda m/(d\ n)]^{1/2}$

πράγμα που σημαίνειπως αφού (d>>λ) για μεγάλες τιμές του m η ποσότητα στο ριζικό είναι θετική και το χαρακτηριστικό είναι πως το

$\theta_m \propto (2- \text{σταθ.} * m)^{1/2}$

Στο σημείο αυτό είναι ενδιαφέρον να ξαναδούμε τη φασματική διακριτική ικανότητα ενός συμβολομέτρου Fabry-Perot (FP), και να αναζητήσουμε τις περιοχές ακραίας επίδοσης ώστε να μπορεί να ανταποκριθεί σε απαιτήσεις της ατομικής και μοριακής φυσικής όταν εμπλέκονται μεταβάσεις με μικρή μεταβολή μήκους κύματος ή κυματικού αριθμού. Η απόκριση ενός συμβολομέτρου FP είναι

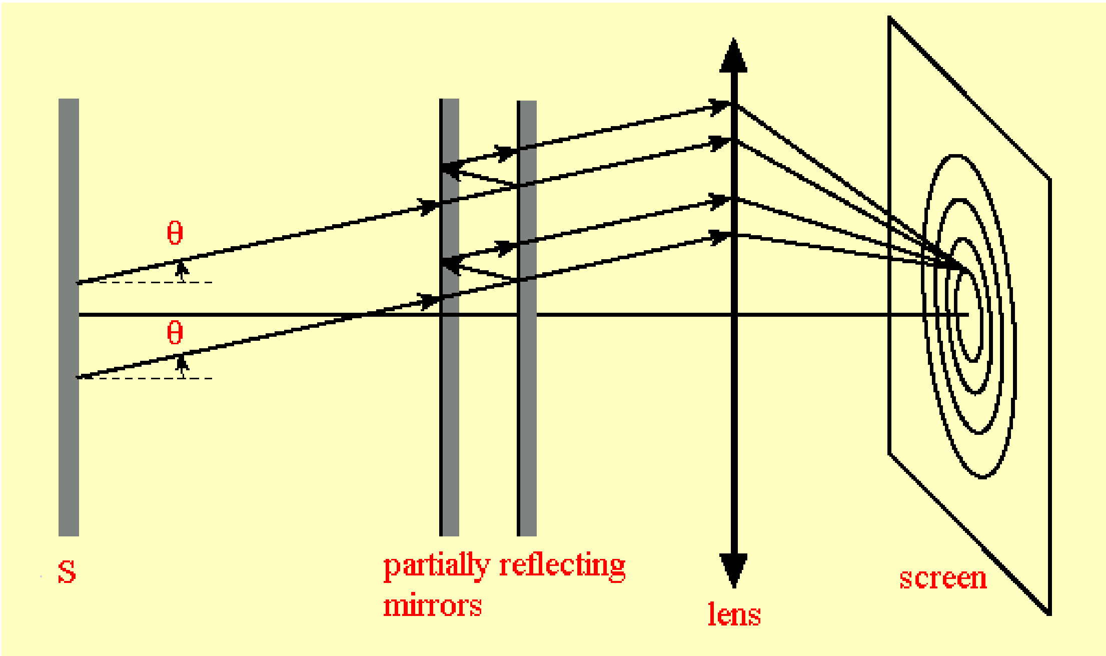
$$I_T= [1-A/(1- R)]^2 / [1 +F \sin^2(\psi/2)] \qquad (1)$$

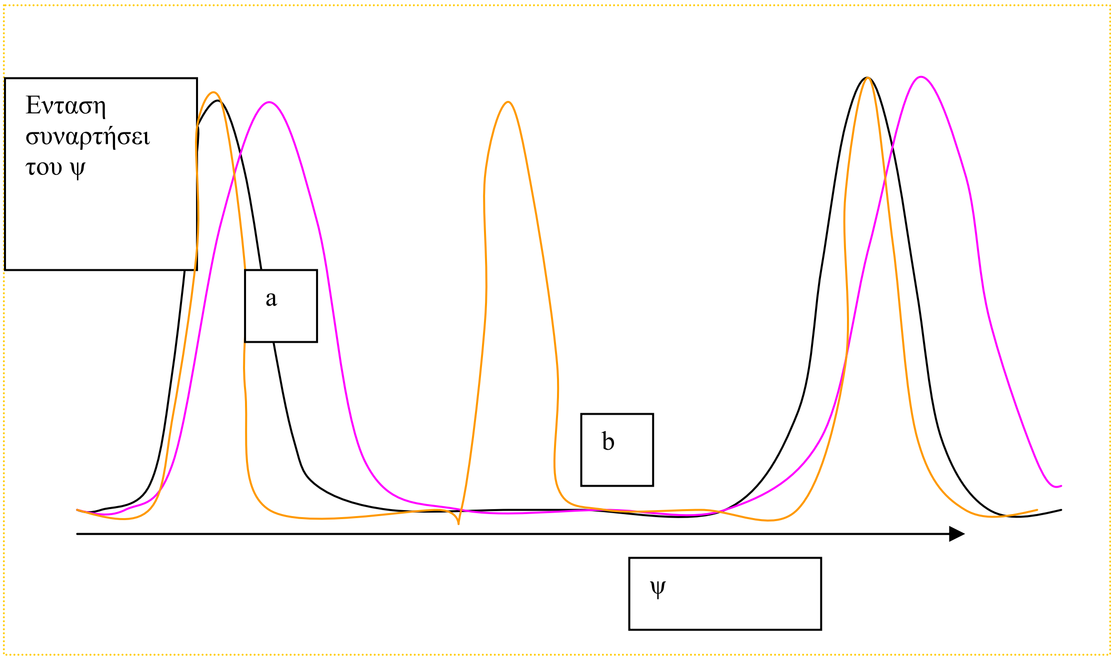
όπου ψ=φ+ε, και $\varphi=2\pi(2\mu d\cos\theta)/\lambda_0$, ενώ το ε προκύπτει λόγω της μεταβολής φάσης κατά τις ανακλάσεις σε απορροφητικά μέσα.

Στην περίπτωση δύο κοντινών φασματικών γραμμών, λ_0 και λ_1 , η εξ.(1) επιτρέπει τον διαχωρισμό τους υπό την προυπόθεση ότι οι δύο κορυφές θα διακρίνονται, μεταξύ των σύμφωνα με τα κριτήρια φασματοσκοπίας. Ας τα δούμε αυτά σύντομα.

Στο σχήμα παριστάνουμε τις φασματικές αποκρίσεις του συμβολομέτρου, για ορισμένες τιμές των παραμέτρων A, T και R.

Η πορεία των ακτίνων στο FP φαίνεται στο σχήμα:





Αν τώρα μεταβάλλουμε τις παραμέτρους του έταλον, π.χ. διπλασιάσουμε την απόσταση d, τότε θα υποδιπλασιασθεί η απόσταση των δύο κορυφών, όπως φαίνεται στην καμπύλη με το κίτρινο χρώμα.

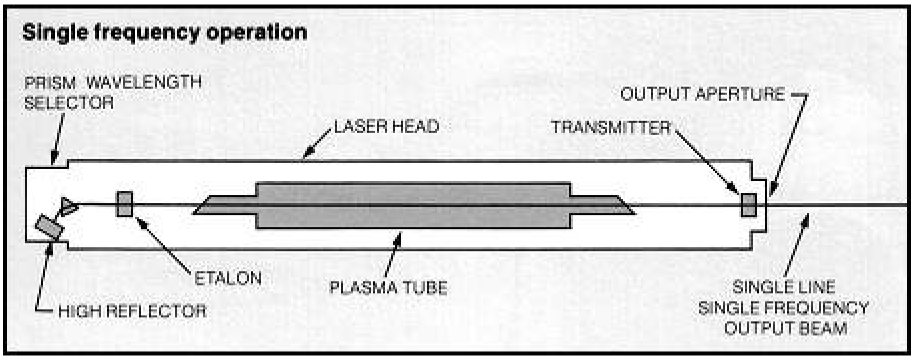
Παράδειγμα εικόνας συμβολής σε Fabry –Perot έταλον όταν η πηγή έχει πολλά μήκη κύματος που απέχουν πολύ μεταξύ των

Όταν, π.χ., η πηγή μας είναι εκείνη του ατομικού υδραργύρου, παίρνουμε την εικόνα:

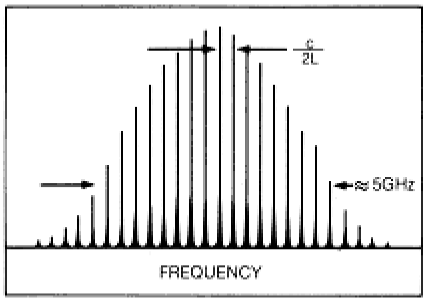
Εδώ, μολονότι τα χρώματα μπορεί να απέχουν πολύ μεταξύ των , βρίσκεται να είναι , συχνά, αρκετά κοντά σε μεταξύ των. Τούτο οφείλεται στο πεπερασμένο free spectral range του έταλον, FSR = 1/ (2d).

Επίδοση του έταλον

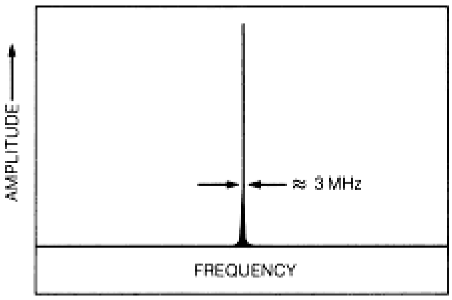
Σε πολλές εφαρμογές όπου πρέπει να μετρηθούν υπέρλεπτες δομές φασματικών γραμμών, απαιτείται η χρησιμοποίηση *probing laser που* να είναι όσο το δυνατόν πιο μονοχρωματικό, ή όπως λέμε να είναι μοναδικού τρόπου ταλάντωσης.
Μπορούμε να δώσουμε ένα παράδειγμα όπου θέλουμε να πετύχουμε κάτι τέτοιο στο laser ιόντων αργού, όπως φαίνεται στο σχήμα.



1) Με την βοήθεια ενός έταλον μέσα στην κοιλότητα του laser , μπορούμε να απαλείψουμε αρκετά ικανοποιητικά την παρουσία στην έξοδο του όλων πλην ενός των τρόπων ταλάντωσης που παραστατικά φαίνονται στο Σχήμα:



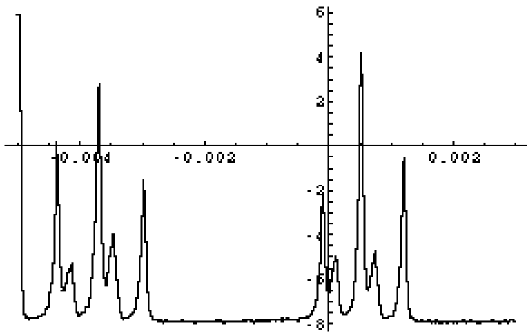
Normal multilongitudinal mode distribution of typical ion laser



Single longitudinal mode (or single frequency) output of ion laser using an etalon

Παρατηρούμε πως ήδη έχουμε στην έξοδο του laser μόνο ένα διαμήκη τρόπο ταλάντωσης με εύρος Δν= c/2L= 3 MHz, όπου L η απόσταση των κατόπτρων του l; laser.

Ας δούμε πως μελετάμε την δομή τρόπων ταλάντωσης σε laser He-Ne



In the experiment performed by Dr. Von Seth Carpenter and Jimmy Jim Nolen, they were able to measure the frequency separation between the longitudinal modes of a HeNe laser. They noted that the Free Spectral Range was 2 GHz, according to the manual accompanying the particular Fabry-Perot Interferometer that they used.

For a cavity length of 46.9 cm the frequency separation between modes was measured to be325.5 MHz. Theoretically, the separation should be $f = \frac{c}{2L} = \frac{3e8m/s}{2(.469m)} = 319.8MHz$. The Doppler width of tallest peak, measured at half width-half max, was found to be approximately 60 MHz. Several pictures of the mode spacing for this particular cavity length may be seen below.

Χρησιμοποίηση έταλον για μέτρηση κραδασμών

Με βάση τη σχέση (1)

$$I_T= [1-A/(1- R)]^2 / [1 +F \sin^2(\psi/2)] \qquad (1)$$

Μπορούμε να θεωρήσουμε μικρές μεταβολές της απόστασης d των κατόπτρων του έταλον ώστε αυτές να είναι της τάξης μεγέθους λ/10 η και μικρότερες. Τότε, αν η ενεργή λεπτότητα (Finesse) των κροσσών του είναι περίπου 20, είναι δυνατόν να παρατηρήσουμε μεταβολή στην ένταση , I_T, μόνον αν η φάση ψ αντιστοιχεί σε θέση της καμπύλης (1) όπου υπάρχει κορυφή της καμπύλης Airy , π.χ. στη θέση a στο σχήμα. Τότε μικρή μεταβολή της ψ, μπορεί να δώσει σημαντική σχετική μεταβολή στην ένταση που αντιστοιχεί στην συνεχή μαύρη καμπύλη. Αντίθετα, αν η αρχική φάση ψ είναι εκείνη στη θέση b, τότε για μεταβολές της ψ της τάξης του ενός δεκάτου του FSR, δεν αναμένουμε σημαντική μεταβολή της έντασης. Ας θεωρήσουμε μεταβολές της τάξης ενός η δύο ελεύθερων φασματικών περιοχών. Τότε είναι προβλέψιμο το αποτέλεσμα. Αντίθετα, αν η μεταβολή του ψ είναι μικρότερη του ενός FSR θα είναι ενδιαφέρον να παρατηρήσουμε ένα περίπου γραμμικό τμήμα κοντά στη θέση a του σχήματος. Η μεταβολή του d μπορεί να γίνει με τη βοήθεια είτε της μεταβολής της πίεσης είτε με τη βοήθεια μικροκραδασμών πάνω στην οπτική ράβδο που στηρίζει το έταλον. Αν ο κραδασμός αντιστοιχεί σε εξαναγκασμένη ταλάντωση με κυκλική συχνότητα ω, και αυτή προκαλεί μία μεταβολή

$$\Delta d= \Delta d_0 \frac{F}{m(\omega-\omega_0)} \cos \omega t$$

Μονοχρωματικότητα στην φασματική πηγή σε ένα συμβολόμετρο Fabry-Perot

For early lasers with a typical cavity length of 1 m the mode spacing was 0.5 m-1, with a gain profile width of approximately 5.5 m^{-1}. Thus several axial modes were present in the gain profile with gains sufficient for laser action, and so two or more modes would operate simultaneously, making the laser unsuitable for interferometry. By using a shorter tube and then carefully lowering the power of the discharge and hence lowering the gain curve, it was possible to achieve single mode operation [28].

Εφαρμογές του φαινομένου Zeeman : Zeeman-Stabilized 633 nm Lasers
An alternative technique to saturated absorption is used in the commercial lasers used in the Primary Length Bar Interferometer. The method of stabilisation used for these lasers is based on the Zeeman effect. A longitudinal magnetic field is applied to a single mode He-Ne laser tube, splitting the normally linearly polarised mode into two circularly polarised modes which are oppositely polarised. A field strength of 0.02 T is sufficient to split the modes, which remain locked together at low B-field, to produce the linear polarisation. These two modes differ in frequency by 300 kHz, around a mean frequency corresponding to the original linear mode.

Ισοτοπική μετατόπιση και υπέρλεπτη υφή: Μεθοδολογία μέτρησης
Επειδή η ισοτοπική μετατόπιση (IS) και ο υπέρλεπτος διαχωρισμός (HFS) συνεισφέρουν στην τελική τιμή των ενεργειακών σταθμών, για τον προσδιορισμό των αναλύουμε τα πειραματικά δεδομένα προσπαθώντας να τα παραμετροποιήσουμε (με διαδικασία fitting) ως κατάλληλους γραμμικούς συνδυασμούς IS και HFS. Η κατάλληλη προς τούτο φασματοσκοπία βασίζεται σε συντονιζόμενο διοδικό laser.

Συνεστιακό συμβολόμετρο Fabry- Perot

Ας θεωρήσουμε ένα συνεστιακό συμβολόμετρο κοιλότητα συντονισμού μήκους 2.5 cm , όπως φαίνεται στην αναφορά 4) με πιεζοηλεκτρικό *παρακινητή (actuator)* να σαρώνει κατά μήκος του ένα μικρό αλλά πεπερασμένο διάστημα.

Εργασίες για την εκτέλεση του πειράματος 5.5

1. Αφού έχετε διαβάσει καλά τη θεωρία όπως έχει γραφεί από τον Δρ. Κ. Πατρινό στο φυλλάδιο του εργαστηρίου, τότε:

θέτουμε σε λειτουργία τη λυχνία καδμίου ή Pt-Neon και παρατηρούμε μέσω του φακού των 5 cm εστιακής απόστασης που αντιστοιχεί στο τηλεσκόπιο εξόδου, που τυπικά συμπληρώνεται και από έναν ακόμη φακό εστιακής απόστασης 30 cm, έτσι ώστε να ισχύει η σχέση:

$$f_3 + f_2 = L,$$

όπου L η απόσταση των δύο φακών.

2. Τοποθετούμε την ίριδα σε απόσταση περίπου 5 cm από τον φακό εστιακής απόστασης $f_3 = 5$ cm. Η διάμετρος της ίριδας ρυθμίζεται να είναι επαρκώς μεγάλη ώστε να φαίνεται στην έξοδο του τηλεσκοπίου ικανός αριθμός κροσσών συμβολής, τυπικά να φαίνονται τουλάχιστον 5 κροσσοί. Για να μπορούμε να κάνουμε τη μέτρηση των διαμέτρων των κροσσών τοποθετούμε στην πορεία της δέσμης που εξέρχεται από το έταλον μία διαφανή βαθμονομημένη οθόνη (σταυρόνημα ή *reticle*) και ρυθμίζουμε τη θέση του φακού f_3 και φυσικά τη θέση του οφθαλμού μας, ώστε να γίνεται ταυτόχρονα καλή εστίαση τόσο των κροσσών συμβολής, όσο και των γραμμών του σταυρονήματος.
3. **Μετρήσεις των ακτίνων r_p των κροσσών**:

Εφόσον είναι

$$r_p = \tan\theta_p \, f_2 = \sqrt{(2f_2^2/n_0)}\,\sqrt{((p-1)+\varepsilon)}$$

όπου $n_0=(2\mu d)/\lambda$, όπου μ ο δείκτης διάθλασης και d η απόσταση των κατόπτρων στο έταλον. Ετσι, έχουμε

$$r_p = \sqrt{(2f_2^2/n_0)}\,\sqrt{((p-1)+\varepsilon)} = \sqrt{\lambda\,(2f_2^2/(2\mu d))}\,\sqrt{((p-1)+\varepsilon)}$$

$$= f_2\,\sqrt{(\lambda/(\mu d))}\quad\sqrt{((p-1)+\varepsilon)}$$

Παρατηρούμε λοιπόν πως οι ακτίνες αυξάνονται ανάλογα με την τετραγωνική ρίζα του λ, καθ αντιστρόφως ανάλογα με την τετραγωνική ρίζα του d.
Με τη βοήθεια του διατιθέμενου οπτικού φίλτρου απομονώνουμε ένα μόνο *χρώμα* και άρα έχουμε τη δυνατότητα της συστηματικής μέτρησης των ακτίνων των κροσσών, r_p, με τη βοήθεια της κλίμακας του σταυρονήματος.

4. Επεξεργασία των δεδομένων:

Παραστήσετε γραφικά τη σχέση :

$(r_p^2\,(\mu d)/\,(f_2^2\,\lambda)) - (\varepsilon+1) = p$
για διάφορες ακέραιες τιμές του p, και γνωστά τα λ, d, μ, και f_2.
Προσαρμόζοντας τα πειραματικά δεδομένα (σημεία) με ευθεία γραμμή, προκύπτει η τιμή του ε. Από την απόκλιση των δεδομένων r_p^2 συναρτήσει του p από την γραμμική συμπεριφορά, μπορεί να προκύψει αν κάποιος από τους 2 καθρέπτες έχει μία παραμένουσα απόκλιση από τέλειο επίπεδο.

5. Διεύρυνση φασματικών γραμμών

Εχοντας υπόψη τα περί εύρους των φασματικών γραμμών και περί της φασματικής διακριτικής ικανότητας του φασματομέτρου, κατανοούμε πως το συνολικό αποτέλεσμα αποτυπώνεται *ως πάχος εκάστου δακτυλίου*. Ωστόσο, το γωνιακό πάχος (ή εύρος) εκάστου δακτυλίου εξαρτάται με κάπως περίπλοκο τρόπο από τη γωνία θ_p, αλλά γενικά το πάχος αυτό μικραίνει όσο μεγαλώνει η γωνία p. Ετσι, για την εξαγωγή ποιοτικών συμπερασμάτων για το εύρος των φασματικών γραμμών (που στην περίπτωση μας κυριαρχείται από τη διεύρυνση Doppler) μετρήστε μαζί με της τιμές των r_p και τις τιμές των παχών t_p κάθε δακτυλίου.

6. Φαινόμενο Zeeman

Θέτουμε το ηλεκτρομαγνήτη σε λειτουργία και με τον αισθητήρα Hall μετράμε τη συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου που είναι κάθετη προς τον άξονα συμμετρίας του συμβολομέτρου Fabry-Perot. Με τη βοήθεια του πολωτικού φίλτρου επιλέγουμε την κατάσταση πόλωσης των παρατηρουμένων ατομικών μεταπτώσεων, έτσι ώστε να έχουμε την δυνατότητα παρατήρησης μόνο των τριών από τις 9 επιτρεπόμενες μεταπτώσεις. Ετσι, σε κάθε δακτύλιο θα πρέπει να παρατηρήσουμε ότι γίνεται *τριπλός*. Φυσικά αυτό θα γίνει δυνατόν όταν η γωνιακή απόσταση εκάστης τριπλέτας γίνει αρκετά μεγαλύτερη του πάχους εκάστου αντίστοιχου κροσσού. Φυσικά τούτο γίνεται για σχετικά μεγάλες τιμές του μαγνητικού πεδίου. Από τις τιμές $r_{p,\pm1,0}$ κάθε τριπλέτας, και ακολουθώντας τη διαδικασία του φυλλαδίου, βρείτε την τιμή της μαγνητόνης του Μπόρ, μ_B.

http://farside.ph.utexas.edu/teaching/qm/perturbation/node1.html
2) http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/atomic/stark.html
3) Στο υδρογόνο Σταρκ φαινόμενο
4) Αρχείο HOL_Fabry-PerotBerkeley.pdf (Home)
5) Αναζήτηση : Confocal Fabry-Perot στο ScienceDirect
5.1 Frequency stabilization of tunable infrared diode lasers for time-resolved monitoring of transient species B. Hanoune , B. Lemoine www.elsevier.com/locate/cplett
Chemical Physics Letters 401 (2005) 180–184
5.2

Ασκηση 5.6

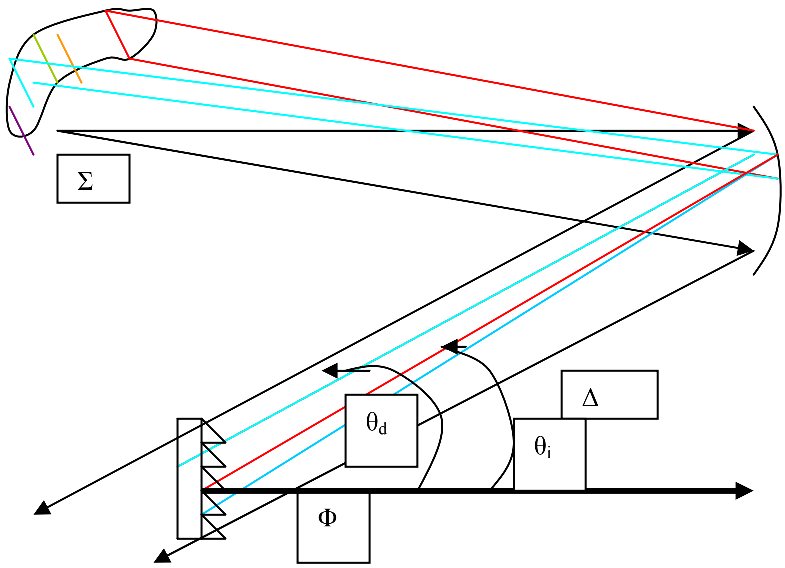
Σχεδίαση φασματομέτρων φράγματος υψηλής διακριτικής ικανότητας

1. **Εισαγωγή**

Η άσκηση αυτή σκοπεύει να παρουσιάσει τις μεθόδους σχεδίασης, ανάπτυξης και δοκιμών φασματομέτρων βασιζόμενων σε οπτικά φράγματα ανάκλασης. Η μεθοδολογία που αναπτύσσεται είναι χρήσιμη και για άλλες εργαστηριακές ασκήσεις οι οποίες εστιάζουν στην μελέτη συγκεκριμένων φυσικών φαινομένων (όπως *λεπτή υφή νατρίου, φασματοσκοπία μορίων, άτομα με δύο ηλεκτρόνια στην εξωτερική στοιβάδα κ.α.)*. Ωστόσο, η άσκηση αυτή επιδιώκει την συστηματική μελέτη του πως μπορεί να επιτευχθεί η βέλτιστη διακριτική ικανότητα φασματομέτρων φράγματος και πως γίνεται η ακριβής βαθμονόμηση των.

Χρησιμοποιούμε, στην περίπτωση αυτή διαφορετικά οπτικά φράγματα και γνωστές φασματικές πηγές για την ανάλυση των με αυτά, όπως λυχνίες υδραργύρου.

2. **Αρχή λειτουργίας φασματομέτρου φράγματος**



Στο Σχήμα 1, έχουμε την αναπαράσταση ενός φασματομέτρου φράγματος ανάκλασης. Η φωτεινή πηγή, έστω Hg, αφού διέρχεται από μία στενή σχισμή (Σ) προσπίπτει σε κάτοπτρο εστιακής απόστασης, f=45 cm και δίνει μία παράλληλη δέσμη (Δ). Η δέσμη, που περιέχει τις φασματικές γραμμές του υπό μελέτη ατόμου προσπίπτει πάνω στο οπτικό φράγμα ανάκλασης (Φ), και έτσι αναλύεται σε διάφορες κατευθύνσεις για κάθε χρώμα .

Το οπτικό φράγμα είναι ελαφρώς κεκλιμένο ως προς την κατακόρυφο έτσι ώστε η προσπίπτουσα σε αυτό δέσμη να σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο περίπου 2^0 μετά την περίθλαση. Ετσι, σε 45 cm διαδρομής πέφτει στο πέτασμα (η ανιχνευτή) σε ύψος, ως προς το οριζόντιο επίπεδο αναφοράς, ίσο με $(2^0/57)*$ 45cm =1.6 cm. Ετσι, η εικόνα περίθλασης εστιάζεται λίγο πιο πάνω από τη σχισμή εισόδου.

3. **Εξίσωση του φράγματος**

Η συνθήκη ενισχυτικής συμβολής γράφεται ως

$$d(\ \sin\theta_i + \ \sin\theta_d) = m\lambda$$

όπου d=1/N είναι η απόσταση των διαδοχικών χαραγών ενώ το N είναι ο αριθμός χαραγών ανά μονάδα μήκους στο φράγμα. Το πρόσημο + ανάμεσα στα δύο ημίτονα αντιστοιχεί στην περίπτωση όπου η προσπίπτουσα και περιθλώμενη δέσμη κείνται προς την ίδια πλευρά ως προς την κάθετο στο οπτικό φράγμα. Από τη σχέση αυτή με διαφόριση έχουμε:

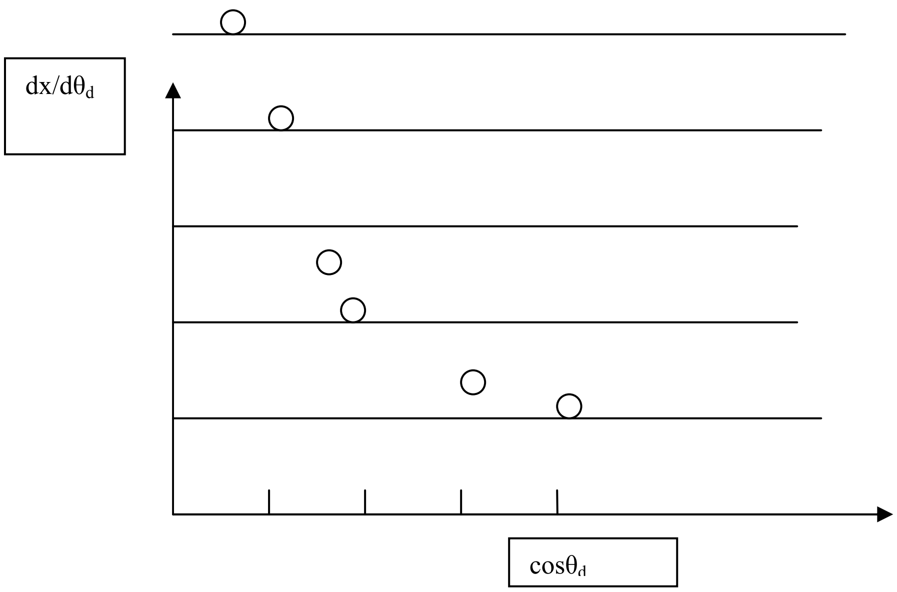
$$d \cos\theta_d \, d\theta_d = m \, d\lambda$$

και συνεπώς, $d\theta_d / d\lambda = [m / (d \cos\theta_d)]$

Με βάση το αποτέλεσμα αυτό, το μήκος dx στο οποίο θα εκτείνεται στο εστιακό επίπεδο του κατόπτρου εστιακής απόστασης f, θα είναι :

$$dx = f \ d\theta_d = f \, [m / (d \cos\theta_d)] \, d\lambda \ \rightarrow dx / d\lambda = (f \, m / d) \, (1 / \cos\theta_d)$$

Η γραφική παράσταση του παράγοντα πλάκας, dx / dλ, για σταθερό f m/ d , συναρτήσει του $\cos\theta_d$ δίνεται στο παρακάτω σχήμα:



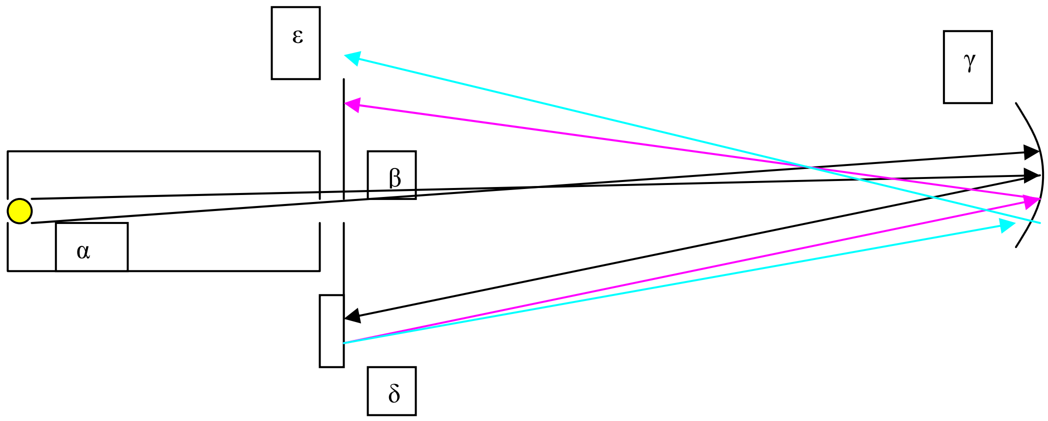
Από την εξάρτηση αυτή προκύπτει πως είναι επιθυμητό να έχουμε όσο το δυνατόν πιο μεγάλη γωνία θ_d ώστε ο παράγων πλάκας για δεδομένο m (τάξη περίθλασης) να είναι μέγιστος.

Εργασίες για την εκτέλεση του πειράματος 5.6

1. **Προετοιμασία της διάταξης**

Εφόσον η διάταξη δεν είναι συναρμολογημένη, κάνουμε τις εξής ενέργειες για την συναρμολόγηση της

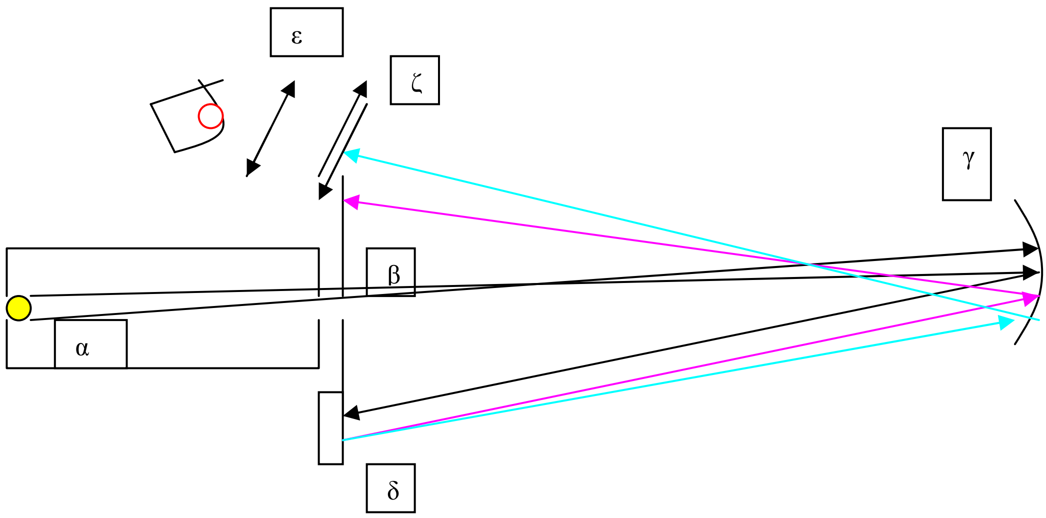
1.1 Τοποθετούμε τη φωτεινή πηγή (υδραργύρου ή νατρίου) ώστε η ακτινοβολία της να περνάει μέσα από σωλήνα με απορροφητικά εσωτερικά τοιχώματα και στη συνέχεια μέσα από μία ίριδα με δυνατότητα (μεταβολής της διαμέτρου της).



Σχήμα…*α.* *Φωτεινή πηγή, **β.** Ιρις, **γ.** Κοίλο κάτοπτρο, δ. Επίπεδο οπτικό φράγμα, **ε.** Εστιακό επίπεδο όπου αναλύεται το φάσμα.*

1.2 Μέτρηση ή καταγραφή του φάσματος

Μας ενδιαφέρει τώρα να μετρήσουμε το φάσμα στη θέση ε. Ενας τρόπος είναι να τοποθετείσουμε σε αυτή τη θέση ένα φωτογραφικό φιλμ, η μία ψηφιακή φωτογραφική μηχανή *χωρίς φακό!!* Αφού η εστίαση προκαλείται από τον κοιλότητα του κατόπτρου (γ). Στην περίπτωση που δεν έχετε στη διάθεση σας φωτογραφική μηχανή, τότε μπορεί να τοποθετείσετε ένα πέτασμα με μιλλιμετρέ οπότε με τη βοήθεια ενός μεγενθυτικού φακού μπορούμε να μετρήσουμε τη θέση κάθε φασματικής γραμμής με ακρίβεια περίπου 1/3 ως 1/4 του mm. Τούτο οδηγεί σε μία ακρίβεια στη φασματική διακριτική ικανότητα. Τέλος, σας υποδεικνύουμε μία μέθοδο που είναι προτιμότερη:



Σχήμα…*β.* *Φωτεινή πηγή,* ***β.*** *Ιρις,* ***γ.*** *Κοίλο κάτοπτρο, δ. Επίπεδο οπτικό φράγμα,* ***ε.*** *Προσοφθάλμιος φακός,* ***ζ*** *διαφάνεια με βαθμολογημένη κλίμακα.*

Με τη χρήση του προσοφθάλμιου φακού (ε), όπως φαίνεται στο Σχήμα β, μπορούμε να μετρήσουμε τη θέση έκαστης γραμμής στη βαθμολογημένη κλίμακα.

Precision Wavelength Measurements and New Experimental Lamb Shifts in Helium

L. Hlousek, S. A. Lee, and W. M. Fairbank, Jr.
Physics Department, Colorado State University, Fort Collins, Colorado 80523
Received 2 November 1982

Absolute wave numbers have been measured to 2-3 parts in 10^9 for the 2^3S-->4^3S, 5^3S, 4^3D, and 5^3D two-photon transitions and the 2^3P-->3^3D one-photon transition in helium. With use of relativistic calculations, Lamb shift values for these energy levels are derived and compared to theory. With improvements of one to two orders of magnitude in the theoretical calculations, these measurements could provide a new value for the Rydberg constant with an accuracy of 2 parts in 10^9.

Phys. Rev. Lett. 50, 328–331 (1983)

[Issue 5 – 31 January 1983]

http://hep.ucsd.edu/~branson/130/130b/130b_notes_prod/node78.html
4)Στο ηλιον
http://www.ulg.ac.be/ipne/EGASII/book35/pdf/kwela.pdf
Προβλήματα:
5) http://www.astro.uu.se/~barklem/probsets/probs1.pdf
6) http://www.astro.uu.se/~barklem/probsets/probs4.pdf
7) http://www.physics.uoguelph.ca/phys4120/ps1-03.pdf
8) http://fy.chalmers.se/f3a/teaching/amp/amp_problems_2.pdf

1) Λυσεις http://cc.oulu.fi/~tumannin/mp_ex1_sol.pdf
2) http://rvgs.k12.va.us/physics/subjects/testprep/SEPSCH28.PDF
3) http://ist-socrates.berkeley.edu/~budker/Physics250/HW5.pdf
4) http://ist-socrates.berkeley.edu/~budker/Physics250/HW4.pdf
5) http://www-pnp.physics.ox.ac.uk/~tseng/teaching/seh/y3-atomic-additional.html

http://www.scientainment.com/faq.html
13) Doppler free molecular spectroscopy
http://qom.physik.hu-berlin.de/opt_lett_26(1430)_2001.pdf
14) Single frequency operation
http://www.qpeak.com/Papers/CLEO00/CrYAG/Cleo00CrYAG.htm
15) Gas lasers
http://www.lexellaser.com/techinfo_gas-ion.htm
16 . Thesis Hi resolution IR
http://jilawww.colorado.edu/www/sro/thesis/davis/ch1.pdf

17. UV and VUV laser spectroscopy
http://www.marubun.co.jp/laser/lambda_pdf/no26.pdf
18. Laser Physics
http://www.phys.unsw.edu.au/PHYS3710notes/LASER_unit6_overhead.pdf
19. Interaction between light and matter
http://www.phys.unsw.edu.au/PHYS3710notes/LASER_unit2_overhead.pdf
20. Chemical Physics Applictions

http://www.itc.univie.ac.at/~wichard/CPL222_380.pdf
21. Interferometric applications at ATLAS alignment
22. Atomic Physics applications
http://www.apl.ucl.ac.uk/research/earth_observation/FPI_Intro.html
23. Pressure broadening
http://www.phys.washington.edu/users/andalkar/Papers/Pressure-PRA2002.pdf
24. Light Machinery
http://www.lightmachinery.com/precision-etalons.html

25. PHYSICAL REVIEW A, VOLUME 62, 012510
D. S. Richardson, R. N. Lyman, and P. K. Majumder **Hyperfine splitting and isotope-shift measurements within the 378-nm 6*P*1/2-7*S*1/2 transition in ^{203}Tl and ^{205}Tl**
http://www.tn.utwente.nl/optprac/eindopdrachten/Zeeman%20effect.pdf

Ατομικού οξυγόνου φασματικές γραμμές:
http://techdigest.jhuapl.edu/td2004/paxton.pdf
http://www.haystack.mit.edu/mhrobs/TOC.html
Ευκαιρίες για προπτυχιακούς στο MIT:
http://www.haystack.mit.edu/reu/
και
http://web.haystack.mit.edu/urei/index.html
και
http://www.haystack.mit.edu/~dps/optics.htm

http://www.laeff.esa.es/~trapero/EURD/airglow.html
Ατομικό Οξυγόνο:
http://www.seas.ucla.edu/prosurf/Publications/paper16.pdf

Μεθοδος ακριβών κλασμάτων:
http://www.npl.co.uk/length/dmet/services/equipment/phase-stepping.html

27. Precise wavelength measurements and optical phase shifts.
Είδος αρχείου: PDF/Adobe Acrobat
... the **method of exact fractions**. 31. that corrects the 6talon spac-. ing by the theoretically calculated phase shift. **...**
josaa.osa.org/ViewMedia.cfm?id=2220&seq=0 - Παρόμοιες σελίδες

28. Standards of length measurement, thesis:
http://jartweb.f2o.org/thesis/TITLE.pdf
…
http://jartweb.f2o.org/thesis/Chapter3.pdf