

1. Σε ένα εξαναγκασμένο αρμονικό ταλαντωτή χωρίς απόσβεση που δέχεται εξωτερική δύναμη,  $F_0 \sin \omega t$ , μάζας  $m$ , και δυσκαμψίας  $s$ ,

(α) να βρείτε την λύση της εξίσωσης κίνησης στη μόνιμη κατάσταση, εκφράζοντας την απομάκρυνση  $x(t)$  συναρτήσει της  $\omega_0^2 = s/m$

(β) Βρείτε μία έκφραση για τη γενική λύση του  $x(t)$  (περιλαμβάνει και το μεταβατικό φαινόμενο)

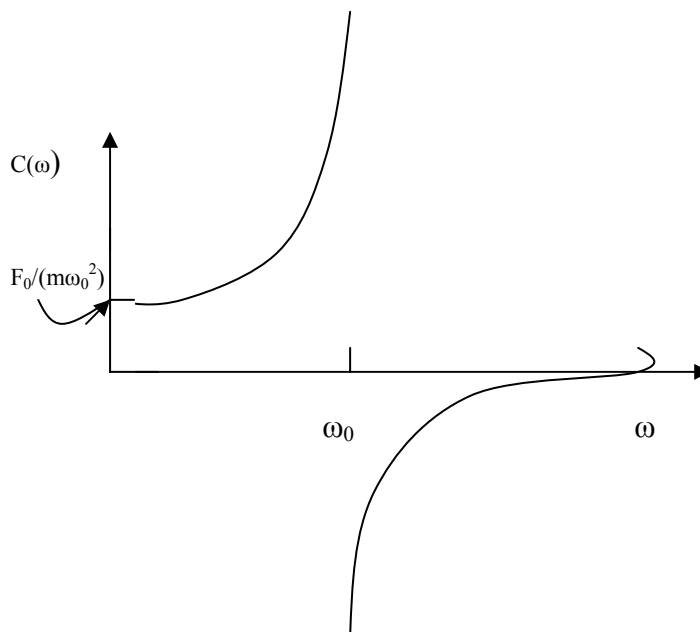
Είναι

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \sin \omega t$$

Θέτουμε  $x = C(\omega) \sin \omega t$ , και έτσι παίρνουμε:

$$C(\omega) = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Αν προσέξουμε και την αλλαγή προσήμου του  $C$  μόλις διερχόμαστε το  $\omega_0$ , έχουμε την γραφική παράσταση



Για τη γενική λύση, με ανεπαίσθητη απόσβεση, έχουμε επαλληλία εξαναγκασμένης ταλάντωσης και ταλάντωση με ιδιοσυχνότητα  $\omega_0 = (k/m)^{1/2}$   
 Συνεπώς θα είναι:

$$x = C(\omega) \sin \omega t + D \cos (\omega_0 t + \theta)$$

4.

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (1)$$

Η εξίσωση αυτή μας επιβάλλει πως στο τυχόν σημείο x και τυχούσα χρονική στιγμή, έχουμε λύση της μορφής

$y(x,t) = (A \sin kx + B \cos kx) \sin(\omega t + \phi)$ , όπως εύκολα αποδεικνύεται με αντικατάσταση στην (1).

Για  $x=0$  :

Τώρα, η εγκάρσια δύναμη είναι:

$F_{\text{perp}} = T \frac{\partial y}{\partial x} = m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$  εφαρμόζοντας τον Β Νόμο Νεύτωνα. Επειδή η μάζα του κρίκου είναι μηδέν, έχουμε ότι  $\Delta y / \Delta x = 0$  και συνεπώς

$$A \cos k0 + B \sin 0 = A = 0 \quad . \text{ Αρα, } y(x,t) = B \cos kx \sin(\omega t + \phi),$$

$$\text{Για } x=L, \text{ πρέπει } y(L)=0 \rightarrow \cos kL=0 \rightarrow k_n L = (2n+1)\pi/2 \quad (2)$$

$$\text{Ωστόσο, } \omega_n / k_n = v = (T/\mu)^{1/2} \rightarrow \omega_n = [(2n+1)\pi/2L] (T/\mu)^{1/2}$$

Για το επόμενο ερώτημα, ιδετε βιβλίο Pain.

6.

(α) Βλέπετε για τη λύση στο Βιβλίο Pain, σελ. 22-23 ή για την εναλλακτική μέθοδο σελ. 31

(β) Έχουμε επαλληλία 10 κυμάτων με το **ίδιο** περίπου πλάτος που όπως στο προηγούμενο ερώτημα δίνουν συνολικό πλάτος

$$y_0 \frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}, \text{ όπου } \delta = k\Delta r = (2\pi/\lambda) f \sin \theta$$

$$\text{Αρα, } I \propto y_0^2 \frac{\sin^2(N\pi f \sin \theta / \lambda)}{\sin^2(\pi f \sin \theta / \lambda)}$$

Η σχέση αυτή δίνει το  $I(\theta)$

(προσοχή στην αιτιολόγηση. Δεν δίνουμε κατ ευθείαν ένα τελικό τύπο)

(γ) **Λύση**

$$\lambda / \Delta \lambda = nN \rightarrow \Delta \lambda = \dots 0.0072 \text{ nm}$$

$$f \sin\theta = n\lambda$$

Πρέπει όμως  $\sin\theta = n\lambda/f < 1 \rightarrow n < f/\lambda = (W/N)/\lambda$ . Με τα δεδομένα προκύπτει πως μόνο το  $n=1$  είναι επιτρεπτό...