



## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Β (Τμήμα Μ-Π, 2025-2026)

### ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ Νο. 1

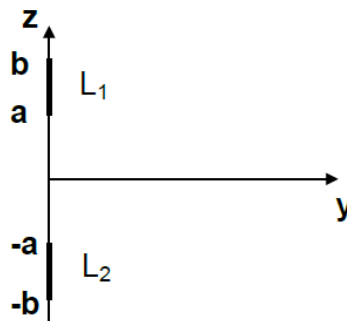
Ασκήσεις για εξάσκηση: Νο. 1, 2, 3, 4, 5, 6

Ασκήσεις για παράδοση: Νο. 7, 8

Ημερομηνία Παράδοσης: 7 Νοεμβρίου 2025

#### Άσκηση 1:

Δίδονται δύο γραμμικές κατανομές ηλεκτρικού φορτίου μήκους  $L_1$  ( $a \leq z \leq b$ ) και  $L_2$  ( $-b \leq z \leq -a$ ) με ομοιόμορφη γραμμική πυκνότητα φορτίου ίση με  $\lambda$  όπως φαίνεται στο σχήμα. Η επιτρεπτότητα παντού στο χώρο είναι  $\epsilon_0$ .

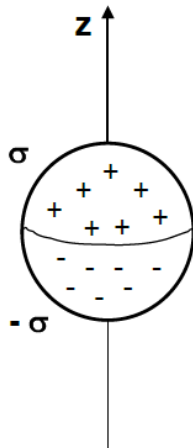


(α) Να βρεθεί το ηλεκτρικό δυναμικό και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου για τα σημεία του άξονα των  $y$  όταν οι δύο πυκνότητες φορτίου είναι ομόσημες (π.χ. θετικές).

(β) Να βρεθεί το ηλεκτρικό δυναμικό και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου για τα σημεία του άξονα των  $y$  όταν οι δύο πυκνότητες φορτίου είναι ετερόσημες [ $+\lambda$  για το  $L_1$  ( $a \leq z \leq b$ ) και  $-\lambda$  για το  $L_2$  ( $-b \leq z \leq -a$ )].

#### Άσκηση 2:

Να βρεθεί το δυναμικό, και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στα σημεία του άξονα  $z$ , καθώς και η ροπή του ηλεκτρικού δίπολου από την φορτισμένη σφαίρα ακτίνας  $a$  του σχήματος. Το ηλεκτρικό φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στην επιφάνεια της σφαίρας με θετική πυκνότητα φορτίου  $\sigma$  στο άνω ημισφαίριο και αρνητική πυκνότητα φορτίου  $-\sigma$  στο κάτω.



### Άσκηση 3:

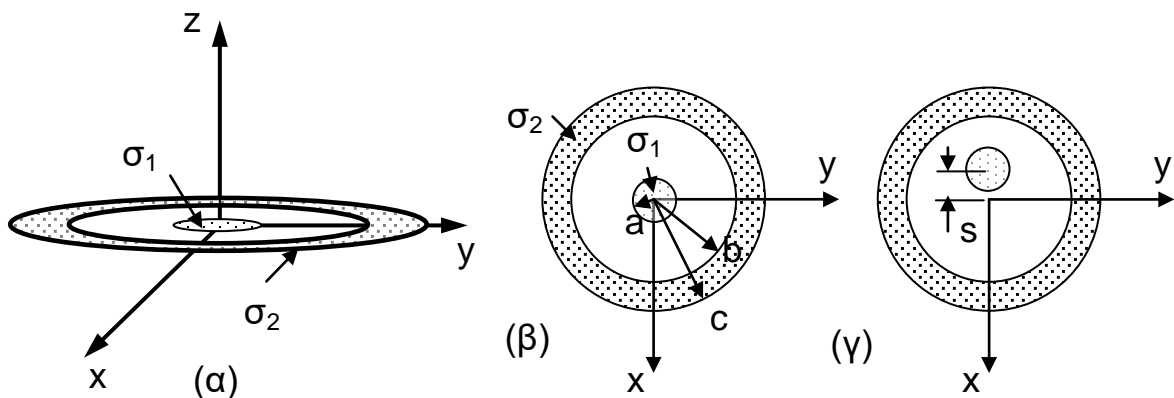
Επιφανειακή κατανομή ηλεκτρικού φορτίου βρίσκεται πάνω σε μια διάταξη ενός κυκλικού δίσκου ακτίνας  $a$  (ομοιόμορφης επιφανειακής πυκνότητας  $\sigma_1$ ) και κυκλικού δακτυλίου εσωτερικής ακτίνας  $b$  και εξωτερικής  $c$  (ομοιόμορφης επιφανειακής πυκνότητας  $\sigma_2$ ). Το σύστημα του δίσκου και του δακτυλίου είναι αμελητέου πάχους και βρίσκεται πάνω στο επίπεδο  $xy$  (σχήματα (α) και (β)). Η επιτρεπτότητα είναι παντού  $\epsilon_0$ .

(α) Να εκφρασθεί το δυναμικό στο τυχαίο σημείο  $(x_0, y_0, z_0)$  του χώρου (με σημείο αναφοράς το άπειρο) υπό μορφή ολοκληρώματος. Να ορισθούν όσο καλύτερα γίνεται οι όροι του ολοκληρώματος.

(β) Να υπολογισθεί το δυναμικό για το τυχαίο σημείο  $(0, 0, z_0)$  του άξονος  $z$ .

(γ) Να βρεθεί ο λόγος μεταξύ των ολικών φορτίων του δίσκου και του δακτυλίου ώστε το δυναμικό στο κέντρο του συστήματος συντεταγμένων να είναι μηδενικό.

(δ) Εάν ο δίσκος μετακινηθεί κατά μήκος του άξονος των  $x$  κατά απόσταση  $s$  και οι πυκνότητες φορτίου  $\sigma_1$  και  $\sigma_2$  είναι τέτοιες ώστε τα ολικά φορτία του δίσκου και του δακτυλίου να είναι ίσα και αντίθετα να προσδιορισθεί (δείχνοντας σαφώς όλα τα επιμέρους βήματα) η διπολική ροπή του συστήματος των δύο αυτών ηλεκτρικών κατανομών (σχήμα (γ)).



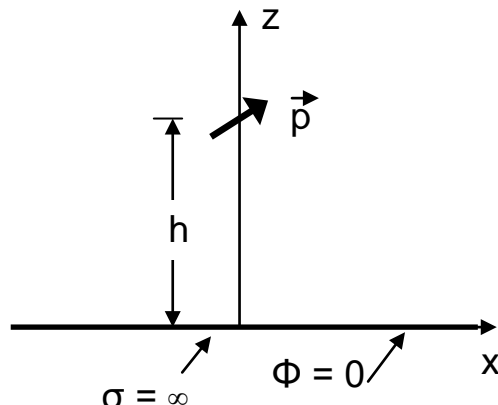
### Άσκηση 4:

Ένα ηλεκτρικό δίπολο με διπολική ροπή  $\vec{p}$  τοποθετείται σε απόσταση  $h$  πάνω από γειωμένο απέραντο αγωγίμο επίπεδο όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Το ηλεκτρικό δίπολο σχηματίζει γωνία  $\theta$  με τον άξονα των  $z$ . Η επιτρεπτότητα του χώρου είναι  $\epsilon_0$ . Όλες οι αποστάσεις θεωρούνται μεγάλες σε σύγκριση με το μέγεθος του δίπολου.

(α) Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο  $(x_0, z_0)$  του επιπέδου  $xz$  όπου  $z_0 > 0$ . Να προσδιορίσετε το δυναμικό σαν συνάρτηση των συντεταγμένων του τυχαίου σημείου, των συντεταγμένων του δίπολου, του μέτρου της διπολικής ροπής, και της γωνίας  $\theta$ .

(β) Να βρεθεί η επαγόμενη επιφανειακή πυκνότητα φορτίου  $\sigma$  πάνω στο γειωμένο επίπεδο.

(γ) Να βρεθεί η στρεπτική ροπή που ασκείται πάνω στο ηλεκτρικό δίπολο από το γειωμένο επίπεδο.



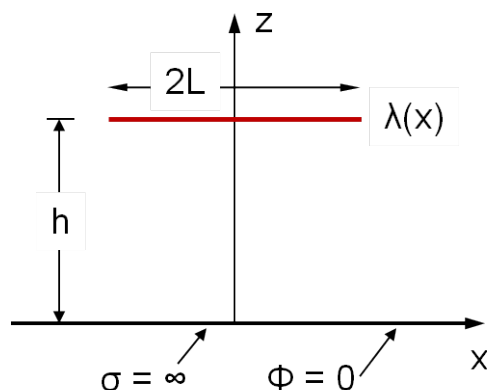
### Άσκηση 5:

Γραμμική κατανομή ηλεκτρικού φορτίου  $\lambda(x)$  και μήκους  $2L$  βρίσκεται σε ύψος  $h$  (στο επίπεδο  $xz$ ) πάνω από γειωμένο επίπεδο που συμπίπτει με το επίπεδο  $xy$  όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Ο χώρος έχει παντού επιτρεπτότητα  $\epsilon_0$ .

(α) Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο  $(x, y, z)$  του χώρου αν  $\lambda(x) = \lambda_0$  (σταθερό).

(β) Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο στο τυχαίο σημείο του άξονα  $z$  (εξαιρουμένου του  $z = h$  όπου απειρίζεται λόγω του γραμμικού φορτίου. Και πάλι να υποθέσετε ότι  $\lambda(x) = \lambda_0$  (σταθερό).

(γ) Τώρα υποθέσετε ότι η γραμμική κατανομή φορτίου  $\lambda(x)$  βρίσκεται πάνω σε νηματοειδή αγωγό όπου είναι μόνο γνωστό ότι το συνολικό φορτίο του είναι  $Q$ . Χρησιμοποιώντας την μέθοδο των ροών περιγράψετε όσο πιο λεπτομερώς μπορείτε πως μπορεί να βρεθεί η κατανομή φορτίου  $\lambda(x)$  και μετά πως μπορεί να βρεθεί το δυναμικό στο τυχαίο σημείο  $(x, y, z)$  του χώρου. Τι μορφή περιμένετε να έχει η  $\lambda(x)$ ;



### Άσκηση 6

Δύο γειωμένα αγωγίμα άπειρα επίπεδα σχηματίζουν ορθή γωνία όπως φαίνεται στο σχήμα. Με κέντρο την αρχή των αξόνων υπάρχει ένα αγωγίμο σφαιρικό εξόγκωμα ακτίνας  $a$ , που είναι σε επαφή με άπειρα επίπεδα και επομένως είναι και αυτό γειωμένο. Ένα ηλεκτρικό δίπολο  $\vec{p} = p(-\hat{i}_x \sin\psi + \hat{i}_z \cos\psi)$  βρίσκεται στην θέση  $(x_0, 0, z_0)$  (όπου  $x_0, z_0$  συντεταγμένες ώστε το δίπολο να βρίσκεται έξω από το σφαιρικό εξόγκωμα). Το ηλεκτρικό δίπολο είναι προσανατολισμένο κάθετα στην διακεκομμένη γραμμή του σχήματος και βρίσκεται στο επίπεδο  $xz$ . Πάνω από το γειωμένο επίπεδο η επιτρεπτότητα είναι  $\epsilon_0$ .

(α) Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο  $(x, y, z)$  του χώρου στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

(β) Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο στο τυχαίο σημείο  $(x, y, z)$  του χώρου στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

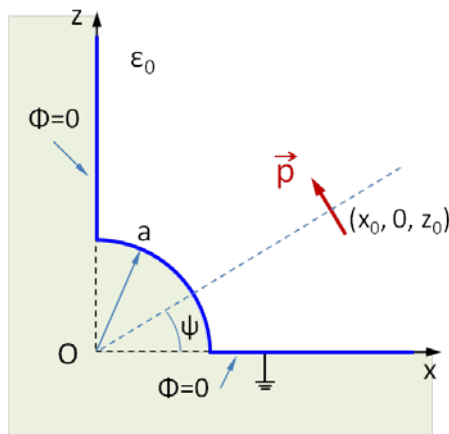
(γ) Να βρεθεί η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου πάνω στο σφαιρικό εξόγκωμα για σημεία του επιπέδου  $xz$ .

**Τα επόμενα ερωτήματα απαιτούν την χρήση υπολογιστού (MatLab, Python, Mathematica, C++, ή άλλο):** Θεωρήστε  $x_0/a = 1.5$ ,  $z_0/a = 1.5 \tan \psi$ ,  $p = 1 \text{ Cm}$ ,  $\psi = 30 \text{ deg}$ .

(δ) Να γίνει (με την βοήθεια της *MatLab* ή ισοδύναμου υπολογιστικού πακέτου) γραφική απεικόνιση του ηλεκτροστατικού δυναμικού στον καρτεσιανό χώρο  $0 \leq x/a \leq 2.4$  και  $0 \leq z/a \leq 2.5$  (στο επίπεδο  $xz$ ). Να χρησιμοποιήσετε την συνάρτηση **surface(x,z,Φ)**, **shading interp** (ή ισοδύναμη) για την χρωματική απεικόνιση του ηλεκτροστατικού δυναμικού στο επίπεδο  $xz$ . Επίσης να βρεθούν οι ισοδυναμικές επιφάνειες (γραμμές) στο επίπεδο  $xz$  με την βοήθεια της συνάρτησης **contour**. Να κανονικοποιήσετε το δυναμικό  $\Phi/\Phi_0$  θεωρώντας ότι  $\Phi_0 = p/\epsilon_0$ . Οι ισοδυναμικές γραμμές να βρεθούν για κανονικοποιημένα δυναμικά  $-2, -1, -0.75, -0.5:0.025:0.5, 0.75, 1$ , και  $2$ . Η έκφραση  $\alpha:\Delta:\beta$  σημαίνει σημεία από το  $\alpha$  ως το  $\beta$  με απόσταση  $\Delta$ .

(ε) Να γίνει μια γραφική απεικόνιση του ηλεκτρικού πεδίου στο επίπεδο  $xz$  (για  $y = 0$ ) στον καρτεσιανό χώρο  $0 \leq x/a \leq 2.4$  και  $0 \leq z/a \leq 2.5$ . Προτείνω την χρήση των **quiver** και **streamslice** ή ισοδυνάμων (Matlab). **Προαιρετικά** όσοι ενδιαφέρονται μπορούν να υπολογίσουν τις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου στο επίπεδο  $xz$  κάνοντας χρήση της συνάρτησης **streamline**. Μια 2D βελτιωμένη έκδοση της **stream2** (που χρησιμοποιεί η **streamline**) βρίσκεται στο αποθηκευτήριο MatLab Exchange (με το όνομα **mmstream2**) στην ηλεκτρονική διεύθυνση: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/38860-improved-2-d-streamlines>. Επειδή το ηλεκτρικό πεδίο απειρίζεται πάνω στο ηλεκτρικό δίπολο (όπως και το δυναμικό) κανονικοποιείτε το ηλεκτρικό πεδίο ώστε όλα τα διανύσματα να έχουν το ίδιο μήκος και να αναπαριστάται μόνο η διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου (αυτό ισχύει **μόνο** για την χρήση της **quiver**).

(στ) Να γίνει η γραφική παράσταση της επαγόμενης επιφανειακής πυκνότητας φορτίου πάνω στο σφαιρικό εξόγκωμα για  $y=0$  σαν συνάρτηση της γωνίας  $\varphi$  για  $\varphi = 0-90 \text{ deg}$ . Σε αυτήν την περίπτωση η γωνία  $\varphi$  μετριέται στο επίπεδο  $xz$  από τον άξονα  $x$  προς τον  $z$ .



## Άσκηση 7: (Αυτή η άσκηση είναι προς παράδοση) [50%]

Δύο γειωμένα αγωγία άπειρα επίπεδα σχηματίζουν ορθή γωνία όπως φαίνεται στο σχήμα. Γραμμική κατανομή ηλεκτρικού φορτίου  $\lambda(x)$  και μήκους  $L$  βρίσκεται με το αριστερό άκρο της σε ύψος  $h$  (στο επίπεδο  $xy$ ) και σε απόσταση  $d$  από το επίπεδο  $yz$  (όπως φαίνεται στο σχήμα). Η γραμμική κατανομή σχηματίζει γωνία  $\psi$  ως προς τον άξονα  $x$ . Η επιτρεπτότητα είναι παντού  $\epsilon_0$ .

(α) [10%] Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο  $(x, y, z)$  του χώρου στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων αν  $\lambda(x) = \lambda_0$  (σταθερό). Το δυναμικό να γραφεί υπό την μορφή ενός (ή περισσοτέρων) ολοκληρώματος(-των) με όλους τους όρους προσδιορισμένους όσο το δυνατόν πληρέστερα.

(β) [5%] Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο στο τυχαίο σημείο  $(x, y, z)$  του χώρου στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων αν  $\lambda(x) = \lambda_0$  (σταθερό). Το ηλεκτρικό πεδίο να γραφεί υπό την μορφή ενός (ή περισσοτέρων) ολοκληρώματος με όλους τους όρους προσδιορισμένους όσο το δυνατόν πληρέστερα.

(γ) [5%] Να βρεθεί η επαγόμενη επιφανειακή πυκνότητα φορτίου στο τυχαίο σημείο  $(x, 0, z)$  του επιπέδου  $y = 0$ , αν  $\lambda(x) = \lambda_0$  (σταθερό). Η πυκνότητα φορτίου να γραφεί υπό την μορφή ενός (ή περισσοτέρων) ολοκληρώματος με όλους τους όρους προσδιορισμένους όσο το δυνατόν πληρέστερα.

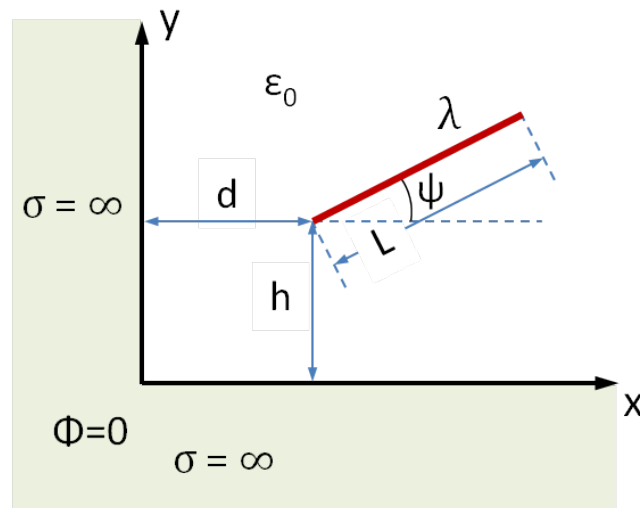
**Τα επόμενα ερωτήματα απαιτούν την χρήση υπολογιστού (MatLab, Python, Mathematica, C++, ή άλλο ισοδύναμο):** Θεωρήστε  $d = 0.25m$ ,  $L = 1m$ ,  $h = 0.25m$ ,  $\psi = 30deg$ ,  $a = 0.005m$ , και  $Q = 1C$ .

(δ) [5%] Να γίνει (με την βοήθεια της *MatLab* ή ισοδύναμου υπολογιστικού πακέτου) γραφική απεικόνιση του ηλεκτροστατικού δυναμικού στον καρτεσιανό χώρο  $0 \leq x \leq 2(d+L\cos\psi)$  και  $0 \leq y \leq 2(d+L\sin\psi)$  (στο επίπεδο  $xy$ ). Να χρησιμοποιήσετε την συνάρτηση **surface(x,y,Φ)**, **shading interp** (ή ισοδύναμη) για την χρωματική απεικόνιση του ηλεκτροστατικού δυναμικού στο επίπεδο  $xy$ . Επίσης να βρεθούν οι ισοδυναμικές επιφάνειες (γραμμές) στο επίπεδο  $xy$  με την βοήθεια της συνάρτησης **contour**. Να κανονικοποιήσετε το δυναμικό  $\Phi/\Phi_0$  θεωρώντας ότι  $\Phi_0 = \lambda/4\pi\epsilon_0$ . Οι ισοδυναμικές γραμμές να βρεθούν για τα κανονικοποιημένα δυναμικά  $cont = \text{ceil}(\Phi_{\max})[0.001:0.005:0.150 \ 0.155:0.05:1]$ ; όπου  $\Phi_{\max}$  είναι η μέγιστη τιμή του κανονικοποιημένου δυναμικού στο πλέγμα που χρησιμοποιείτε στο επίπεδο  $xy$  και **ceil** είναι συνάρτηση της *MatLab* ( $Y = \text{ceil}(X)$  rounds each element of  $X$  to the nearest integer greater than or equal to that element). Η έκφραση  $\alpha:\beta$  σημαίνει σημεία από το  $\alpha$  ως το  $\beta$  με απόσταση  $\Delta$ .

(ε) [5%] Να γίνει μια γραφική απεικόνιση του ηλεκτρικού πεδίου στο επίπεδο  $xy$  (για  $y = 0$ ) στον καρτεσιανό χώρο  $0 \leq x \leq 2(d+L\cos\psi)$  και  $0 \leq y \leq 2(d+L\sin\psi)$ . Προτείνω την χρήση των **quiver** και **streamslice** ή ισοδυνάμων (*Matlab*). Προαιρετικά όσοι ενδιαφέρονται μπορούν να υπολογίσουν τις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου στο επίπεδο  $xy$  κάνοντας χρήση της συνάρτησης **streamline**. Μια 2D βελτιωμένη έκδοση της **stream2** (που χρησιμοποιεί η **streamline**) βρίσκεται στο αποθηκευτήριο *MatLab Exchange* (με το όνομα **mmstream2**) στην ηλεκτρονική διεύθυνση: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/38860-improved-2-d-streamlines>. Επειδή το ηλεκτρικό πεδίο απειρίζεται πάνω στο γραμμικό ηλεκτρικό φορτίο (όπως και το δυναμικό) κανονικοποιείτε το ηλεκτρικό πεδίο ώστε όλα τα διανύσματα να έχουν το ίδιο μήκος και να αναπαριστάται μόνο η διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου (αυτό ισχύει **μόνο** για την χρήση της **quiver**).

(στ) [20%] Τώρα υποθέσετε ότι η γραμμική κατανομή φορτίου  $\lambda(x)$  βρίσκεται πάνω σε λεπτό **αγωγό** (ακτίνας  $a \ll L$ ) όπου είναι μόνο γνωστό ότι το συνολικό φορτίο του είναι  $Q$ . Χρησιμοποιώντας την **μέθοδο των ροπών (MoM)**, περιγράψτε όσο πιο λεπτομερώς μπορείτε (προσδιορίζοντας του συντελεστές ενός γραμμικού συστήματος), πως μπορεί να βρεθεί η κατανομή φορτίου  $\lambda(x)$  και μετά πως μπορεί να βρεθεί το δυναμικό στο τυχαίο σημείο  $(x, y, z)$  του χώρου. Τι μορφή περιμένετε να έχει η  $\lambda(x)$ ; Για την αριθμητική εφαρμογή να διαιρέσετε το μήκος του γραμμικού αγωγού σε  $N = 50$  ίσα τμήματα. Η ακτίνα του αγωγού είναι  $a = 0.005m$ . Να γίνει η γραφική παράσταση της κατανομής  $\lambda(x)$  σαν συνάρτηση του  $x$  κατά μήκος του αγωγού από αριστερά προς τα δεξιά. Να γίνει και πάλι η γραφική παράσταση της κατανομής  $\lambda(x)$  σαν

συνάρτηση του  $x$  κατά μήκος του αγωγού από αριστερά προς τα δεξιά όταν το μήκος του γραμμικού αγωγού διαιρείται σε  $N = 120$  ίσα τμήματα.



### Άσκηση 8: (Αυτή η άσκηση είναι προς παράδοση) [50%]

Σφαιρικός αγωγός ακτίνας  $a$  βρίσκεται σε σταθερό δυναμικό  $U$  όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Στο εσωτερικό του αγωγού υπάρχει σφαιρική κοιλότητα ακτίνας  $b$  (με  $b < a/2$ ) με κέντρο  $C$  σε απόσταση  $h$  κατά μήκος του  $x$ -άξονα. Μέσα στην κοιλότητα υπάρχει σημειακό φορτίο  $q_1$  σε απόσταση  $d_1$  από το κέντρο  $C$  και σε γωνία  $\psi$  ως προς τον  $x$ -άξονα (σχήμα). Επίσης σημειακό φορτίο  $q_2$  βρίσκεται πάνω στον  $z$ -άξονα σε απόσταση  $d_2 > a$  από το κέντρο  $O$  (αρχή του συστήματος συντεταγμένων  $xyz$ ). Τόσο μέσα στην κοιλότητα όσο και στο εξωτερικό του σφαιρικού αγωγού η επιτρεπτότητα είναι  $\epsilon_0$ . Τα δύο σημειακά φορτία  $q_1$  και  $q_2$  βρίσκονται στο επίπεδο  $xz$ .

- (α) [10%] Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό  $\Phi$  παντού στο χώρο για το τυχαίο σημείο  $(x,y,z)$ . Το δυναμικό να εκφραστεί στο σύστημα συντεταγμένων  $x, y, z$  που φαίνεται στο σχήμα.
- (β) [5%] Να βρεθεί το επιφανειακό φορτίο στην εσωτερική επιφάνεια της σφαιρικής κοιλότητας σαν συνάρτηση των σφαιρικών γωνιών  $\theta_b$  και  $\phi_b$  με σύστημα αναφοράς κεντραρισμένο με την σφαιρική κοιλότητα.
- (γ) [5%] Να βρεθεί η δύναμη που ασκείται πάνω στο σημειακό φορτίο  $q_1$ .
- (δ) [5%] Να βρεθεί η ηλεκτροστατική ενέργεια του συστήματος της σφαίρας και των φορτίων.

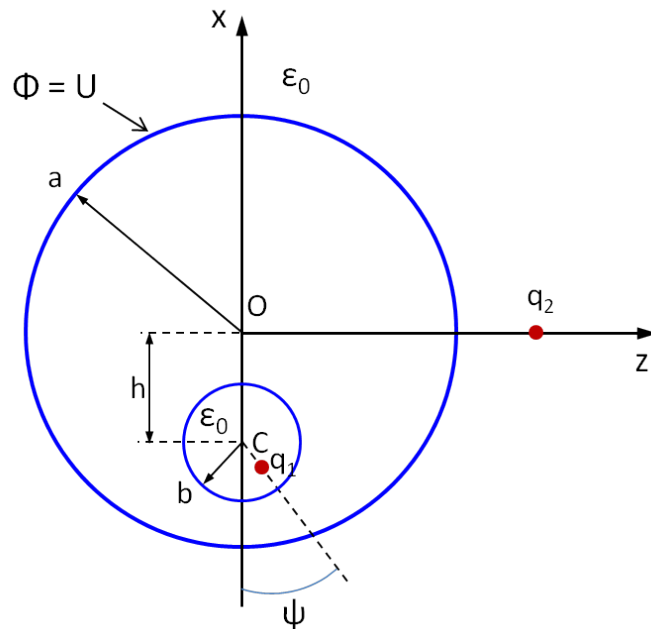
**Τα επόμενα ερωτήματα απαιτούν την χρήση υπολογιστού (MatLab, Python, Mathematica, C++, ή άλλο ισοδύναμο):** Θεωρήστε  $a = 2\text{m}$ ,  $b = 0.5\text{m}$ ,  $h = 1\text{m}$ ,  $U = 1\text{V}$ ,  $\psi = 30\text{deg}$ ,  $q_1 = q_2 = 1\text{C}$ ,  $d_1 = 0.25\text{m}$ ,  $d_2 = 2.5\text{m}$ .

(ε) [10%] Να γίνει (με την βοήθεια της *MatLab* ή ισοδύναμου υπολογιστικού πακέτου) γραφική απεικόνιση του ηλεκτροστατικού δυναμικού στον καρτεσιανό χώρο  $-4\text{m} \leq x \leq 4\text{m}$  και  $-4\text{m} \leq z \leq 4\text{m}$  (στο επίπεδο  $xz$ ). Να χρησιμοποιήσετε την συνάρτηση `surface(z,x,Phi)`, `shading interp` (ή ισοδύναμη) για την χρωματική απεικόνιση του ηλεκτροστατικού δυναμικού στο επίπεδο  $xy$ . Επίσης να βρεθούν οι ισοδυναμικές επιφάνειες (γραμμές) στο επίπεδο  $xy$  με την βοήθεια της συνάρτησης `contour`. Να κανονικοποιήσετε το δυναμικό  $\Phi/\Phi_0$  θεωρώντας ότι  $\Phi_0 = 1/4\pi\epsilon_0$ . Οι ισοδυναμικές γραμμές να βρεθούν για τα κανονικοποιημένα δυναμικά `cont = [0:0.05:0.95 1.1 1.5 2 2.5 3 4 5 7.5 10]`. Η έκφραση  $\alpha:\Delta:\beta$  σημαίνει σημεία από το  $\alpha$  ως το  $\beta$  με απόσταση  $\Delta$ .

(στ) [10%] Να γίνει μια γραφική απεικόνιση του ηλεκτρικού πεδίου στο επίπεδο  $xz$  (για  $y = 0$ ) στον καρτεσιανό χώρο  $-4\text{m} \leq x \leq 4\text{m}$  και  $-4\text{m} \leq z \leq 4\text{m}$ . Προτείνω την χρήση των `quiver` και `streamslice` ή ισοδυνάμων (Matlab). Προαιρετικά όσοι ενδιαφέρονται μπορούν να υπολογίσουν τις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου στο επίπεδο  $xz$  κάνοντας χρήση της συνάρτησης `streamline`. Μια 2D βελτιωμένη έκδοση της η `stream2` (που χρησιμοποιεί η `streamline`)

βρίσκεται στο αποθηκευτήριο MatLab Exchange (με το όνομα **mmstream2**) στην ηλεκτρονική διεύθυνση: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/38860-improved-2-d-streamlines>. Επειδή το ηλεκτρικό πεδίο απειρίζεται πάνω στα σημειακά ηλεκτρικά φορτία (όπως και το δυναμικό) αποφύγετε στο πλέγμα σας τα σημεία που αντιστοιχούν σε σημειακά φορτία. Μπορείτε να κανονικοποιήσετε το ηλεκτρικό πεδίο ώστε όλα τα διανύσματα να έχουν το ίδιο μήκος και να αναπαριστάται μόνο η διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου (αυτό ισχύει **μόνο** για την χρήση της **quiver**).

(ζ) [5%] Να γίνει η γραφική παράσταση της επαγόμενης επιφανειακής πυκνότητας  $\sigma$  στην επιφάνεια της κοιλότητας στο επίπεδο  $xz$  σαν συνάρτηση της γωνίας  $\theta_b$ .



**Σημείωση:** Σε όλες από τις ασκήσεις για παράδοση χρησιμοποιήσετε προγράμματα (σε matlab ή σε άλλα υπολογιστικά πακέτα) θα πρέπει υπογρεωτικά (για να πάρετε τον βαθμό του αντιστοίχου ερωτήματος της άσκησης) στις απαντήσεις σας να συμπεριλάβετε και ένα αντίγραφο (printout) του κώδικα που έχετε χρησιμοποιήσει.