



ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΑ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Β

Τμήμα Κ-Μ

Καθ. Η. Γλύτσης

31 Ιανουαρίου 2005

Θέμα 1 [26%] :

Ηλεκτρικό φορτίο κατανέμεται σε πολύ λεπτή (αμελητέας διάστασης κατά μήκος του άξονα των z) τετραγωνική πλάκα διαστάσεων $2a \times 2a$ με επιφανειακή πυκνότητα φορτίου $\sigma(x,y) = \sigma_0|xy|/a^2$ (όπου σ_0 μιά σταθερά). Το κέντρο της τετραγωνικής πλάκας συμπίπτει με το κέντρο του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων του σχήματος.

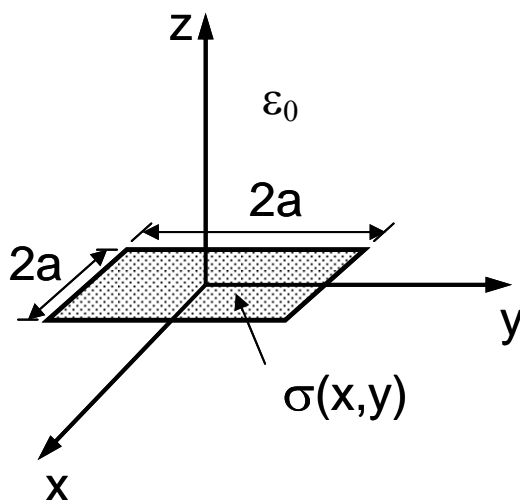
(α) [3%] Να υπολογισθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό $\Phi(x_0, y_0, z_0)$ στο τυχαίο σημείο (x_0, y_0, z_0) υπό την μορφή ενός ορισμένου ολοκληρώματος. Μην υπολογίσετε το ολοκλήρωμα. Προσδιορίστε όμως τις παραμέτρους του ολοκληρώματος σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος. Θεωρήστε το δυναμικό στο άπειρο μηδενικό.

(β) [7%] Να υπολογισθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό $\Phi(0, 0, z_0)$ στο τυχαίο σημείο $(0, 0, z_0)$ πάνω στον άξονα των z . Σε αυτή την περίπτωση υπολογίστε το ολοκλήρωμα.

(γ) [2%] Να υπολογισθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό $\Phi(0, 0, 0)$ στο κέντρο της τετραγωνικής πλάκας.

(δ) [6%] Να υπολογισθεί το ηλεκτρικό πεδίο στα σημεία του άξονα των z .

(ε) [6%] Να αποδειχθεί ότι το ηλεκτροστατικό δυναμικό $\Phi(0, 0, z)$ όταν $z \gg a$ έχει την ίδια μορφή με το δυναμικό σημειακού φορτίου τοποθετημένου στην αρχή των αξόνων. Επίσης να βρεθεί το ισοδύναμο σημειακό φορτίο.



Χρήσιμοι τύποι:

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \sqrt{x^2 + a^2}$$

$$\int x \sqrt{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{3} (x^2 + a^2)^{3/2}$$

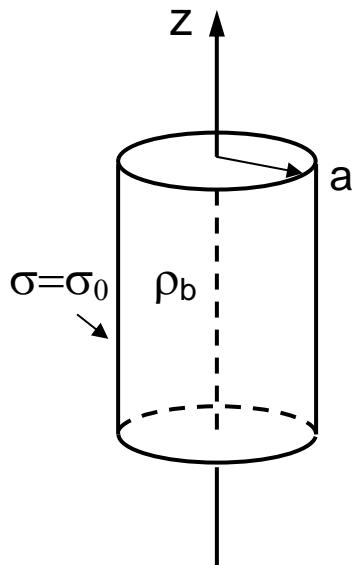
$$(1+x)^{3/2} \cong 1 + \frac{3}{2}x + \frac{3}{8}x^2 \quad (|x| \ll 1)$$

Θέμα 2 [24%]:

Ο κύλινδρος του σχήματος έχει άπειρο μήκος στην κατεύθυνση z , ακτίνα a , και περιβάλλεται από αέρα. Στην επιφάνειά του υπάρχει ελεύθερο επιφανειακό φορτίο με πυκνότητα σ_0 (σταθερά). Στο εσωτερικό υπάρχει διηλεκτρικό υλικό στο οποίο δημιουργείται δεσμευμένη πυκνότητα φορτίου (πόλωσης) $\rho_b = \rho_0$ (σταθερά).

(α) [12%] Να υπολογισθούν στο εσωτερικό του κυλίνδρου η πόλωση του διηλεκτρικού καθώς και τα επιφανειακά φορτία πόλωσης στην επιφάνεια $r_1 = a$.

(β) [12%] Να υπολογισθούν η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, το διάνυσμα διηλεκτρικής μετατόπισης και το ηλεκτροστατικό δυναμικό παντού στο χώρο με σημείο αναφοράς την επιφάνεια $r_1 = a$.

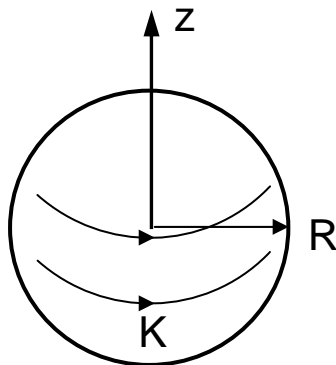
**Θέμα 3 [25%]:**

Ένα σταθερό επιφανειακό ρεύμα με επιφανειακή πυκνότητα $\vec{K} = K_0 \hat{i}_\varphi$ ρέει πάνω στην επιφάνεια της σφαίρας ακτίνας R .

(α) [8%] Να υπολογισθεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στα σημεία του άξονα των z υπό την μορφή ενός ορισμένου ολοκληρώματος (χωρίς να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα).

(β) [6%] Να υπολογισθεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο της σφαίρας.

(γ) [11%] Χρησιμοποιώντας το προηγούμενο αποτέλεσμα να υπολογισθεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο σφαιρικού κελύφους εσωτερικής ακτίνας R_1 και εξωτερικής ακτίνας R_2 μέσα στο οποίο ρέει ομοιόμορφα κατανομημένο ρεύμα με χωρική πυκνότητα ρεύματος $\vec{J} = J_0 \hat{i}_\varphi$.



Θέμα 4 [25%]:

Ένα αγώγιμο υλικό ειδικής αγωγιμότητας σ έχει σχήμα ορθογωνίου όπως στο σχήμα με άπειρη διάσταση κατά μήκος του άξονα z . Στις τρεις πλευρές του περικλείεται από τέλειους αγωγούς με δυναμικά, $\Phi(x = 0) = 0$, $\Phi(y = 0) = 0$, $\Phi(x = a) = V_0$, όπως υποδεικνύεται και στο σχήμα. Το αγώγιμο υλικό συνορεύει με ένα διηλεκτρικό υλικό μηδενικής ειδικής αγωγιμότητας στο επίπεδο $y = b$.

(α) [15%] Να υπολογισθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στην περιοχή $0 < x < a$, $0 < y < b$.

(β) [5%] Να υπολογισθεί η πυκνότητα ρεύματος μέσα στο αγώγιμο υλικό.

(γ) [5%] Να υπολογισθεί η αντίσταση ανά μονάδα μήκους (στη διεύθυνση z) του αγώγιμου υλικού μεταξύ των τελείων αγωγών με δυναμικά $\Phi = V_0$ και $\Phi = 0$.

