



**ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Β --Τμήμα Α-Δ (Καθ. Η. Ν. Γλύτσης)**  
**4 Νοεμβρίου 2011**

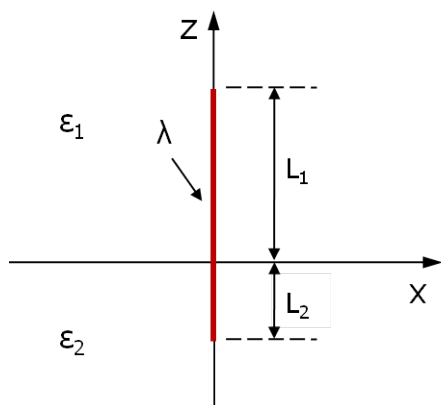
Όνοματεπώνυμο: \_\_\_\_\_

**Θέμα 1 [30%]:**

Ένα νηματοειδές ευθύγραμμο τμήμα μήκους  $L_1+L_2$  (όπου  $L_1 > L_2$ ) φέρει σταθερή γραμμική πυκνότητα ηλεκτρικού φορτίου  $\lambda$  όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο χώρος έχει επιτρεπτότητα  $\epsilon_1$  για  $z > 0$  και  $\epsilon_2$  για  $z < 0$ .

(α) [18%] Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο  $(x, y, z)$  του χώρου.

(β) [12%] Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο στο τυχαίο σημείο του άξονα των  $x$ . Συνιστάται να υπολογισθεί με επαλληλία το ηλεκτρικό πεδίο και όχι με παραγωγή του δυναμικού. Θυμηθείτε τις οριακές συνθήκες ώστε να απλοποιήσετε τους υπολογισμούς σας.



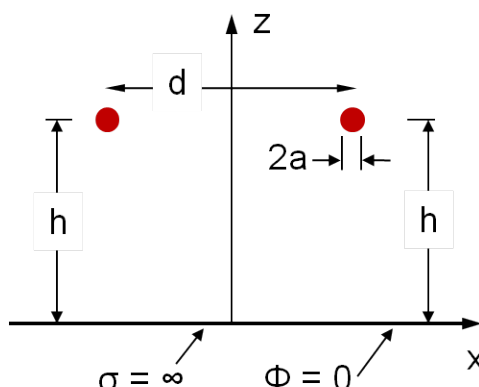
$$\int \frac{dy}{\sqrt{(x-y)^2 + a^2}} = -\ln[(x-y) + \sqrt{(x-y)^2 + a^2}]$$
$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2(x^2 + a^2)^{1/2}}$$
$$\int \frac{xdx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{(x^2 + a^2)^{1/2}}$$

**Θέμα 2 [20%]:**

Δύο παράλληλοι ευθύγραμμοι κυλινδρικοί αγωγοί απείρου μήκους και ακτίνας  $a$  βρίσκονται σε ύψος  $h$  από το έδαφος και σε απόσταση  $d$  μεταξύ τους όπως φαίνεται στο σχήμα (συμμετρικά ως προς τον άξονα  $z$ ). Υποθέσετε ότι το έδαφος μπορεί να χαρακτηριστεί σαν τέλειος αγωγός και ότι  $d, h \gg a$  ώστε ο κάθε αγωγός να μην επηρεάζει την κατανομή ηλεκτρικού φορτίου του άλλου αγωγού. Υποθέσετε ότι το δυναμικό του εδάφους είναι μηδέν όπως φαίνεται και στο σχήμα. Η επιτρεπτότητα του αέρα είναι  $\epsilon_0$ .

(α) [15%] Να υπολογιστούν οι συντελεστές δυναμικού μεταξύ των δύο αγωγών ανά μονάδα μήκους.

(β) [5%] Να υπολογιστούν οι μερικές χωρητικότητες.



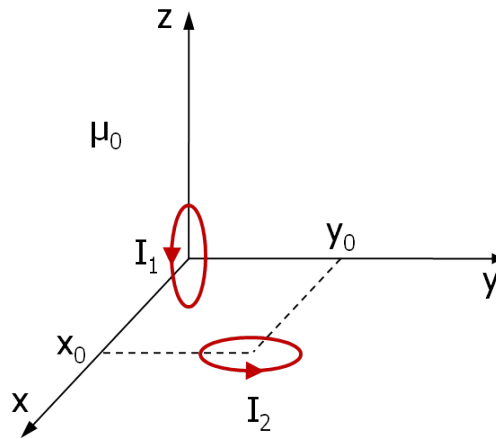
### Θέμα 3 [25%]:

Δύο κυκλικοί νηματοειδείς βρόχοι ακτίνας  $a$  διαρρέονται από σταθερά ρεύματα  $I_1$  και  $I_2$  όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο πρώτος βρόχος έχει το κέντρο του στην αρχή των αξόνων και το επίπεδό του στο επίπεδο  $xz$ . Ο δεύτερος βρόχος έχει το κέντρο του στο σημείο  $(x = x_0, y = y_0, z = 0)$  και το επίπεδό του να συμπίπτει με το επίπεδο  $xy$ . Η διαπερατότητα παντού στο χώρο είναι  $\mu_0$ .

(α) [10%] Να βρεθεί το διανυσματικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο του χώρου υπό την μορφή πλήρως ορισμένων ολοκληρωμάτων. Να χρησιμοποιηθούν τα μοναδιαία διανύσματα του καρτεσιανού συστήματος του σχήματος. Να μην υπολογιστούν τα ολοκληρώματα αλλά να οριστούν πλήρως όλοι οι όροι τους ώστε να είναι έτοιμα προς αριθμητικό υπολογισμό.

(β) [7%] Να βρεθεί το διανυσματικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο του χώρου όταν όμως είναι μακριά από τους βρόχους ώστε να ισχύει η προσέγγιση του μαγνητικού διπόλου. Να χρησιμοποιήσετε και πάλι το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων του σχήματος.

(γ) [8%] Να βρεθεί το μαγνητικό πεδίο στο τυχαίο σημείο το άξονα  $y$  για μεγάλες αποστάσεις από τους βρόχους ώστε να ισχύει η προσέγγιση του μαγνητικού διπόλου.



### Θέμα 4 [25%]:

Κοίλος κύλινδρος εσωτερικής ακτίνας  $a$  και εξωτερικής ακτίνας  $b$ , από υλικό επιτρεπτότητας  $\epsilon_2$ , τοποθετείται με τον άξονά του κατά μήκος του άξονα  $z$  του συστήματος συντεταγμένων του σχήματος. Πριν την τοποθέτηση του κυλίνδρου στο χώρο υπάρχει παντού επιτρεπτότητα  $\epsilon_1$  και σταθερό ηλεκτρικό πεδίο  $E_0$  κατά την διεύθυνση  $x$ . Μετά την τοποθέτηση του κυλίνδρου ζητούνται τα ακόλουθα:

(α) [18%] Το ηλεκτροστατικό δυναμικό παντού στο χώρο.

(β) [7%] Να γίνει μια προσεγγιστική γραφική παράσταση του μέτρου του πεδίου στο εσωτερικό του κοίλου κυλίνδρου ( $0 < r_T < a$ )  $|E| / E_0$  σαν συνάρτηση του λόγου  $(\epsilon_2 / \epsilon_1)$  όταν  $b/a = 2$  και  $\epsilon_1 = \epsilon_0$  (επιτρεπτότητα κενού). Από αυτό το αποτέλεσμα τι συμπέρασμα εξάγετε;

