

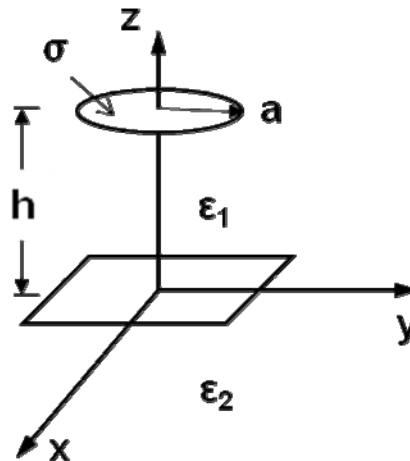


ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Β --Τμήμα Ε-Λ (Καθ. Η. Ν. Γλύτσης)
10 Σεπτεμβρίου 2010

Θέμα 1 [30%]:

Επίπεδος δίσκος ακτίνας a φέρει ομοιόμορφη επιφανειακή κατανομή ηλεκτρικού φορτίου σ και βρίσκεται σε ύψος h από επίπεδη διαχωριστική επιφάνεια στο επίπεδο $z = 0$. Ο χώρος για $z > 0$ έχει επιτρεπτότητα ϵ_1 ενώ ο χώρος για $z < 0$ έχει επιτρεπτότητα ϵ_2 .

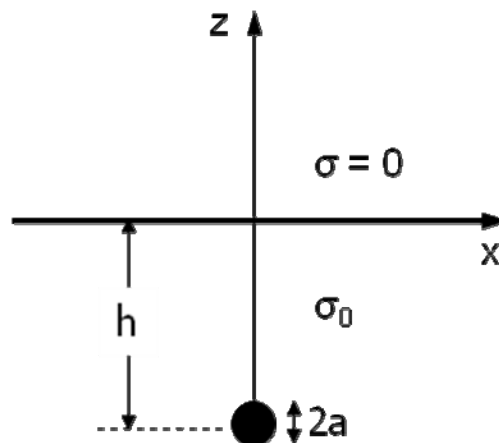
- (α) [10%] Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο του χώρου. Να μην υπολογιστούν τα τυχόν ολοκληρώματα αλλά να οριστούν πλήρως όλοι οι όροι. Χρησιμοποιήστε κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων.
(β) [10%] Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο του άξονα z .
(γ) [10%] Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο στο τυχαίο σημείο του άξονα z .



Θέμα 2 [20%]:

Αγώγιμη σφαίρα ακτίνας a βρίσκεται σε βάθος h ($h \gg a$) μέσα σε αγώγιμο υλικό με ειδική αγωγιμότητα σ_0 . Ο χώρος για $z > 0$ δεν είναι αγώγιμος ($\sigma = 0$). Σταθερό ρεύμα I διαχέεται από την σφαίρα μέσα στο αγώγιμο υλικό. Συνίσταται η χρήση κάποιου είδους κατοπτρισμού σε αυτό το πρόβλημα ώστε να ισχύει η κατάλληλη οριακή συνθήκη στο $z = 0$. Να υποθέσετε ότι το ρεύμα τόσο από την σφαίρα όσο και από το τυχόν είδωλό της διαχέεται ομοιόμορφα στο χώρο.

- (α) [10%] Να βρεθεί η πυκνότητα ρεύματος μέσα στο αγώγιμο υλικό.
(β) [10%] Να βρεθεί το ηλεκτρικό δυναμικό της σφαίρας με δυναμικό αναφοράς στο άπειρο. Ποιά είναι αντίσταση γείωσης της σφαίρας;



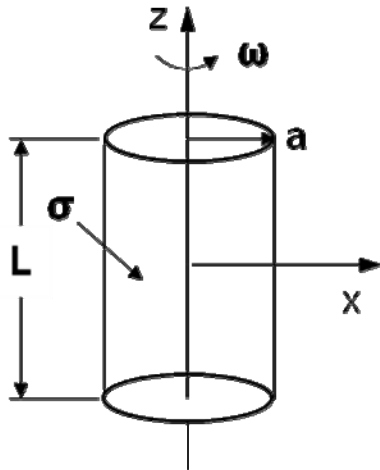
Θέμα 3 [25%]:

Κύλινδρος ακτίνας a και μήκους L φέρει σταθερή επιφανειακή πυκνότητα φορτίου σ . Ο κύλινδρος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από τον άξονά του (z). Η διαπερατότητα είναι παντού μ_0 .

(α) [8%] Να βρεθεί το μαγνητικό πεδίο στο τυχαίο σημείο του χώρου υπό την μορφή ενός ολοκληρώματος. Να μην υπολογίσετε το ολοκλήρωμα αλλά να ορίσετε πλήρως όλους τους όρους. Θεωρήστε σαν αρχή των αξόνων το μέσον του κυλίνδρου πάνω στον άξονα z .

(β) [7%] Να βρεθεί το μαγνητικό πεδίο κατά μήκος του άξονα z .

(γ) [10%] Να βρεθεί το μαγνητικό πεδίο στο τυχαίο σημείο του άξονα x αλλά για μεγάλες αποστάσεις ώστε να ισχύει η θεωρία του μαγνητικού δίπολου. Θεωρήστε τον κύλινδρο σαν επαλληλία μαγνητικών δίπολων. Εκφράσετε το αποτέλεσμα υπό μορφή ολοκληρώματος προσδιορίζοντας όμως πλήρως όλους τους όρους.



$$\int \frac{1}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dx = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2 + a^2}}$$

Θέμα 4 [25%]:

Ένα αγώγιμο υλικό ειδικής αγωγιμότητας σ έχει σχήμα ορθογωνίου όπως στο σχήμα με άπειρη διάσταση κατά μήκος του άξονα z . Στις δύο πλευρές του περικλείεται από τέλειους αγωγούς με δυναμικά, $\Phi(x=0) = 0$, $\Phi(y=0) = V_0$, όπως υποδεικνύεται και στο σχήμα. Το αγώγιμο υλικό συνορεύει με ένα διηλεκτρικό υλικό μηδενικής ειδικής αγωγιμότητας στα επίπεδα $y=b$ και $x=a$.

(α) [15%] Να υπολογισθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στην περιοχή $0 < x < a$, $0 < y < b$. Να γίνει κάποια προσεγγιστική απεικόνιση των δυναμικών γραμμών και των ισοδυναμικών επιφανειών.

(β) [4%] Να υπολογισθεί η πυκνότητα ρεύματος μέσα στο αγώγιμο υλικό.

(γ) [6%] Να υπολογισθεί η αντίσταση ανά μονάδα μήκους (στη διεύθυνση z) του αγώγιμου υλικού μεταξύ των τελείων αγωγών με δυναμικά $\Phi=V_0$ και $\Phi=0$.

