



ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Β --Τμήμα Μ-Π (Καθ. Η. Ν. Γλύτσης)
23 Σεπτεμβρίου 2008

Θέμα 1 [30%]:

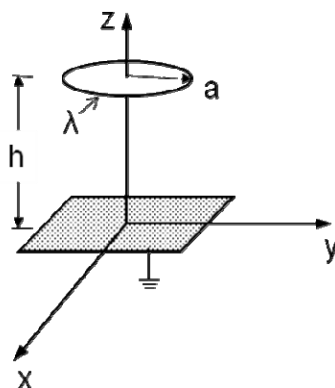
Κυκλικός δακτύλιος ακτίνας a και αμελητέας διατομής φέρει σταθερή γραμμική πυκνότητα ηλεκτρικού φορτίου λ . Ο δακτύλιος τοποθετείται σε απόσταση h από απέραντο αγωγίμο γειωμένο επίπεδο όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Θεωρήστε ότι σημείο αναφοράς του δυναμικού είναι στο άπειρο. Η επιτρεπτότητα είναι παντού ϵ_0 .

(α) [10%] Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό για το τυχαίο σημείο πάνω στον άξονα z .

(β) [10%] Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο για το τυχαίο σημείο πάνω στον άξονα z .

(γ) [5%] Να βρεθεί η επιφανειακή πυκνότητα ηλεκτρικού φορτίου πάνω στο επίπεδο στην αρχή των αξόνων δηλαδή στο σημείο $(0,0,0)$.

(δ) [5%] Να βρεθεί το δυναμικό στο τυχαίο σημείο του χώρου (x,y,z) υπό μορφή πλήρως ορισμένου ολοκληρώματος. Να μην υπολογισθεί το ολοκλήρωμα.



Θέμα 2 [30%]:

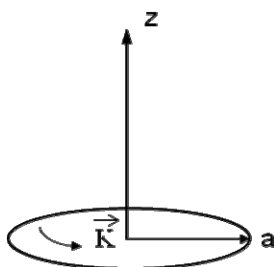
Κυκλικός δίσκος ακτίνας a φέρει ηλεκτρικό ρεύμα που ρέει κυκλικά γύρω από τον αξονά του με επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος $\vec{K} = K_0 r_T \hat{\phi}$ όπου K_0 σταθερά.

(α) [10%] Χρησιμοποιώντας το νόμο του Biot-Savart να βρεθεί η μαγνητική επαγωγή στο τυχαίο σημείο πάνω στον άξονα z .

(β) [5%] Να βρεθεί σε ποίο σημείο του άξονος των z υπάρχει η μέγιστη τιμή της μαγνητικής επαγωγής, B_{max} , και να γίνει η γραφική παράσταση του λόγου $B(z)/B_{max}$ σαν συνάρτηση του z/a .

(γ) [10%] Να βρεθεί το διανυσματικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο του χώρου με σφαιρικές συντεταγμένες (r,θ,ϕ) . Το δυναμικό να εκφραστεί σαν ολοκλήρωμα χωρίς να υπολογισθεί αλλά με όλους τους όρους του πλήρως προσδιορισμένους βάσει των δεδομένων του προβλήματος. Σημείο αναφοράς του διανυσματικού δυναμικού το άπειρο.

(δ) [5%] Να βρεθεί το διανυσματικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο πάνω στον άξονα z .



Χρήσιμο Ολοκλήρωμα

$$\int \frac{x^3}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dx = \frac{x^2 + 2a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

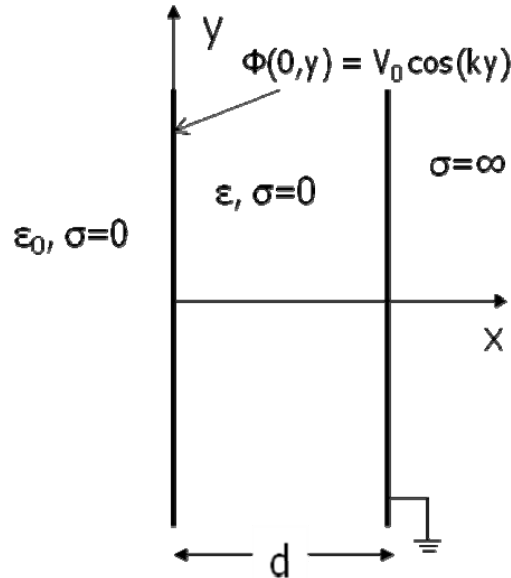
Θέμα 3 [20%]:

Το άπειρο (ως προς τις διαστάσεις y και z) επίπεδο $x = 0$ έχει ηλεκτροστατικό δυναμικό $\Phi(x=0, y) = V_0 \cos(ky)$ όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Στο $x = d$ υπάρχει άπειρο αγώγιμο επίπεδο που είναι γειωμένο. Ο υπόλοιπος χώρος ($x < d$) είναι μή αγώγιμος ($\sigma = 0$). Όμως η περιοχή μεταξύ 0 και d αποτελείται από μία άπειρη διηλεκτρική πλάκα με επιτρεπτότητα ϵ . Η περιοχή για $x < 0$ είναι αέρας με επιτρεπτότητα ϵ_0 .

(α) [10%] Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό παντού στο χώρο.

(β) [4%] Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο παντού στο χώρο.

(γ) [6%] Να βρεθεί η επιφανειακή πυκνότητα ηλεκτρικού φορτίου στα επίπεδα $x = 0$ και $x = d$.



Θέμα 4 [20%]:

Ομοαξονικό καλώδιο είναι κατά το ήμισυ γεμισμένο με διηλεκτρικό επιτρεπτότητας ϵ ενώ το υπόλοιπο είναι κενό (αέρας) με επιτρεπτότητα ϵ_0 όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ακτίνα του εσωτερικού αγωγού είναι a και του εξωτερικού είναι b . Ο εξωτερικός αγωγός είναι γειωμένος ενώ ο εσωτερικός βρίσκεται σε δυναμικό V . Παρατηρείστε ότι το δυναμικό και το ηλεκτρικό πεδίο εξαρτώνται μόνο από την ακτινική απόσταση r_T .

(α) [10%] Να βρεθεί το δυναμικό (με επίλυση της εξίσωσης Laplace) καθώς και το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των δύο αγωγών ($a < r_T < b$). Μπορείτε να δικαιολογήσετε την παρατήρηση ότι τόσο το δυναμικό όσο και το ηλεκτρικό πεδίο εξαρτώνται μόνο από την ακτινική απόσταση?

(β) [10%] Να βρεθεί η χωρητικότητα του ομοαξονικού καλωδίου ανά μονάδα μήκους.

