



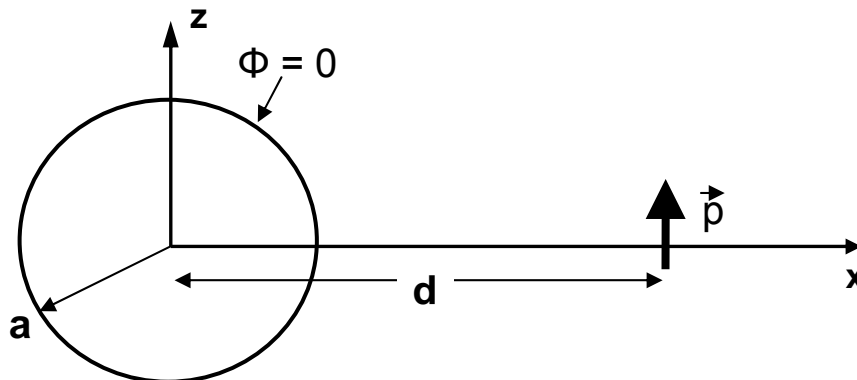
ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Β --Τμήμα Ε-Λ (Καθ. Η. Ν. Γλύτσης)  
31 Οκτωβρίου 2007

**Θέμα 1 [30%]:**

Ηλεκτρικό δίπολο με διπολική ροπή  $\vec{p} = p_0 \hat{i}_z$  βρίσκεται σε απόσταση  $d$  (πάνω στον άξονα των  $x$ ) από το κέντρο γειωμένης αγωγίμης σφαίρας ακτίνας  $a$ . Η επιτρεπτότητα του χώρου είναι παντού  $\epsilon_0$ . Όλες οι αποστάσεις θεωρούνται μεγάλες σε σύγκριση με το μέγεθος του διπόλου.

(α) [15%] Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο  $(r, \theta, \phi)$ . Να προσδιορίσετε το δυναμικό σαν συνάρτηση των σφαιρικών συντεταγμένων του τυχαίου σημείου, των συντεταγμένων του διπόλου και του μέτρου της διπολικής ροπής.

(β) [15%] Να βρεθεί η επαγόμενη επιφανειακή πυκνότητα φορτίου  $\sigma(\theta, \phi)$  πάνω στη γειωμένη σφαίρα.

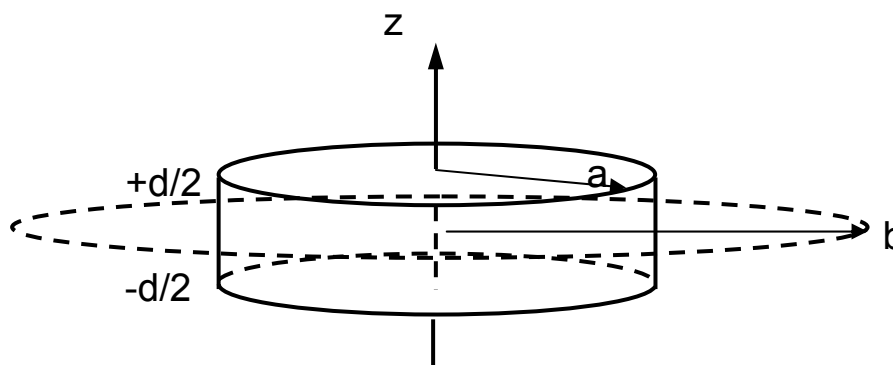


**Θέμα 2 [20%]:**

Ένας κύλινδρος σε σχήμα κέρματος όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα έχει ακτίνα  $a \gg d$  όπου  $d$  το ύψος του κυλίνδρου (πάχος του κέρματος). Το κέντρο του συστήματος των συντεταγμένων συμπίπτει με το κέντρο του κυλίνδρου. Ο κύλινδρος αποτελείται από μαγνητικό υλικό με μόνιμη και σταθερή μαγνητισση  $\vec{M} = M_0 \hat{i}_z$  όπου  $M_0$  είναι θετική σταθερά και  $z$  ο άξονας συμμετρίας του κυλίνδρου.

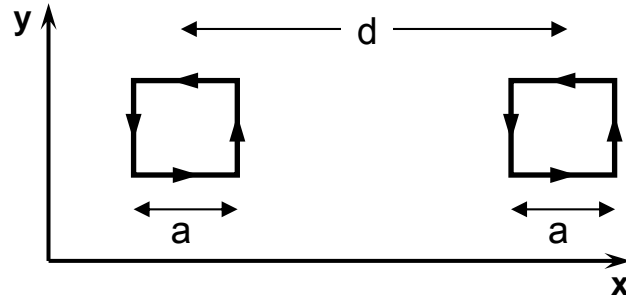
(α) [10%] Να υπολογισθεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου κατά μήκος του άξονος των  $z$ . Χρήσιμο ολοκλήρωμα  $\int a^2 / [a^2 + (b-x)^2]^{3/2} = (x-b) / [a^2 + (b-x)^2]^{1/2}$

(β) [10%] Στο επίπεδο  $z = 0$  ορίζεται ένας κυκλικός βρόχος ακτίνας  $b \gg a$ . Να υπολογισθεί η μαγνητική ροή που διέρχεται από τον βρόχο ακτίνας  $b$ . Να θεωρηθεί ότι το μαγνητικό πεδίο του κυλίνδρου μπορεί να προσεγγισθεί από το πεδίο ενός μαγνητικού διπόλου με κατάλληλη μαγνητική ροπή.



### Θέμα 3 [20%]:

Δύο τετράγωνοι βρόχοι πλευράς  $a$  βρίσκονται πάνω στο επίπεδο  $xy$  και σε απόσταση  $d$  μεταξύ τους (όπου  $d \gg a$ ) με τα κέντρα τους σε ίση απόσταση από τον άξονα των  $x$  όπως φαίνεται και στο κάτωθι σχήμα. Να υπολογισθεί προσεγγιστικά η αλληλεπαγωγή τους. Υπόδειξη: Θεωρήσετε ότι η απόσταση των βρόχων είναι τόσο μεγάλη σχετικά με το μήκος των πλευρών τους ώστε το πεδίο εκάστου να μπορεί να προσεγγισθεί από το αντίστοιχο πεδίο ενός μαγνητικού διπόλου. Μη χρησιμοποιήσετε τον τύπο του Neumann.



### Θέμα 4 [30%]:

Η διάταξη του κάτωθι σχήματος είναι άπειρη κατά μήκος του άξονος  $z$ . Κάθε πλάκα πάχους  $d$  είναι αγωγίμη με ειδική αγωγιμότητα  $\sigma$  και μεταφέρει σταθερή πυκνότητα ρεύματος λόγω της διαφοράς δυναμικού  $V$  που εφαρμόζεται. Οι τοίχοι στα επίπεδα  $x = 0$  και  $y = 0$  είναι τέλειοι αγωγοί και κρατούνται γειωμένοι όπως φαίνεται στο σχήμα. Επίσης ο τετραγωνικής διατομής  $d$  αγωγός είναι τέλειος αγωγός και κρατείται σε δυναμικό  $V$ . Ο εσωκλειόμενος χώρος  $0 < x < a$  και  $0 < y < a$  έχει μέσα αέρα.

(α) [10%] Να προσδιορισθούν το δυναμικό, η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, και η πυκνότητα ρεύματος μέσα στις αγωγίμες πλάκες πάχους  $d$  (σκιασμένες περιοχές στο σχήμα).

(β) [10%] Να προσδιορισθεί το δυναμικό και το ηλεκτρικό πεδίο στην περιοχή  $0 < x < a$  και  $0 < y < a$  (αέρας).

(γ) [10%] Να σχεδιασθούν όσο το δυνατόν ακριβέστερα οι δυναμικές γραμμές και οι ισοδυναμικές επιφάνειες τόσο μέσα στους αγωγούς όσο και στον αέρα για  $0 < x < a$  και  $0 < y < a$ . Να υπολογισθεί η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου στις επίπεδες επιφάνειες  $y = a$  και  $x = a$  των αγωγίμων πλακών. Θεωρήσατε ότι η επιτρεπτικότητα του χώρου είναι παντού  $\epsilon_0$ .

