



ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Β --Τμήμα Ε-Λ (Καθ. Η. Ν. Γλύτσης)
20 Ιουλίου 2007

Θέμα 1 [25%]:

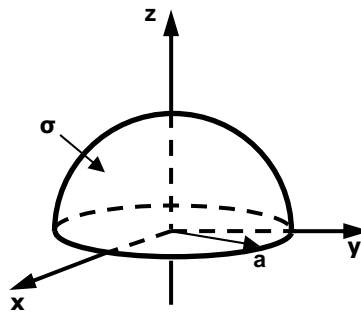
Ένα ανεστραμμένο σφαιρικό κέλυφος ακτίνας a φέρει μια ομοιόμορφη κατανομή ηλεκτρικού φορτίου σ όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Ο χώρος έχει παντού επιτρεπτικότητα ϵ_0 .

(α) [10%] Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο (r, θ, φ) του χώρου υπό την μορφή ενός ορισμένου ολοκληρώματος. Μην υπολογίσετε το ολοκλήρωμα αλλά καθορίσετε όλες τις μεταβλητές που υπεισέρχονται σαν συναρτήσεις των δεδομένων του προβλήματος και των συντεταγμένων του τυχαίου σημείου (r, θ, φ) . Θεωρήσετε σαν σημείο αναφοράς το άπειρο.

(β) [10%] Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό σε τυχαίο σημείο του άξονος z . Χρήσιμο ολοκλήρωμα:

$$\int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos x}} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos x}}{ab}$$

(γ) [5%] Να βρεθεί η διαφορά δυναμικού μεταξύ του κέντρου της νοητής σφαίρας ακτίνας a και του πόλου του ημισφαιρίου.

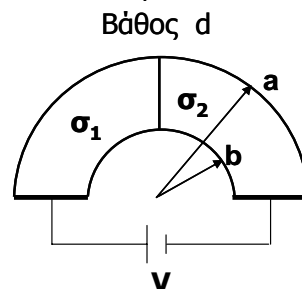


Θέμα 2 [25%]:

Ένα ζεύγος ομοιόμορφων αγωγών με ειδικές αγωγιμότητες σ_1 και σ_2 αντίστοιχα σχηματίζουν έναν αντιστάτη που έχει το σχήμα κοίλου μισού κυλίνδρου εσωτερικής ακτίνας b , εξωτερικής ακτίνας a , και ύψους d . Τόσο στο εσωτερικό ($r_T < b$) όσο και στο εξωτερικό ($r_T > a$) του μισού κοίλου κυλίνδρου υπάρχει αέρας. Μία πηγή σταθερής τάσης V εφαρμόζεται στα άκρα του αντιστάτη όπως φαίνεται στο σχήμα.

(α) [15%] Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό μέσα στον αντιστάτη.

(β) [10%] Να βρεθεί η αντίσταση του αντιστάτη.



Θέμα 3 [25%]:

Ένας δίσκος γραμμοφώνου ακτίνας a φέρει ομοιόμορφη κατανομή ηλεκτρικού φορτίου επιφανειακής πυκνότητας σ . Ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από τον άξονά του. Η διαπερατότητα του χώρου είναι παντού μ_0 .

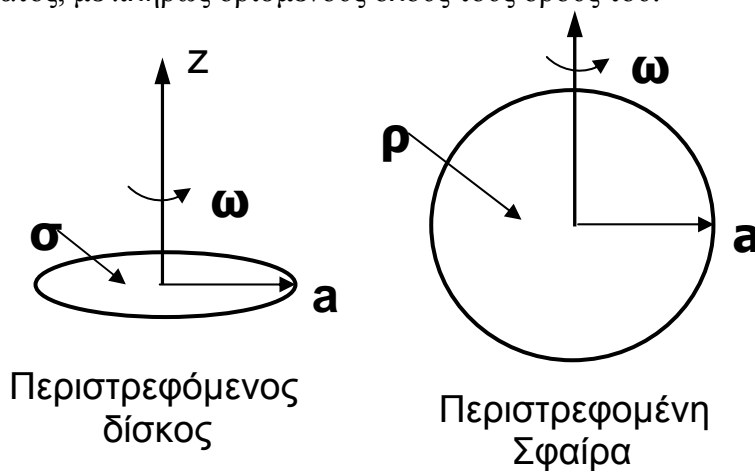
(α) [5%] Να βρεθεί η γραμμική πυκνότητα ρεύματος που αναπτύσσεται πάνω στο δίσκο λόγω της περιστροφής του.

(β) [5%] Να βρεθεί υπό την μορφή ολοκληρώματος, με πλήρως ορισμένους όλους τους όρους του, το μαγνητικό πεδίο στο τυχαίο σημείο του χώρου (r, θ, ϕ) .

(γ) [8%] Να βρεθεί το μαγνητικό πεδίο πάνω στο τυχαίο σημείο του άξονος z . Χρήσιμο ολοκλήρωμα:

$$\int x^3 dx / (x^2 + a^2)^{3/2} = \sqrt{x^2 + a^2} + (a^2 / \sqrt{x^2 + a^2})$$

(δ) [7%] Χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα του δίσκου (γ) να βρεθεί το μαγνητικό πεδίο στο τυχαίο σημείο του άξονος z μιας φορτισμένης με χωρική πυκνότητα φορτίου ρ σφαίρας ακτίνας a η οποία περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της με γωνιακή ταχύτητα ω . Το αποτέλεσμα να δοθεί υπό την μορφή ολοκληρώματος, με πλήρως ορισμένους όλους τους όρους του.



Θέμα 4 [25%]:

Δύο ομόκεντροι κύλινδροι απείρου μήκους έχουν ακτίνες a και b όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι κύλινδροι είναι κατασκευασμένοι από μέταλλο υψηλής αγωγιμότητας και μπορούν να χαρακτηρισθούν ως τέλει αγωγοί. Ο εσωτερικός κύλινδρος χωρίζεται σε δύο ημικυλίνδρους που βρίσκονται σε ίσα αλλά αντίθετα δυναμικά V_0 και $-V_0$ αντίστοιχα. Ο εξωτερικός κύλινδρος είναι γειωμένος και βρίσκεται σε δυναμικό μηδέν. Να βρεθεί το δυναμικό τόσο στο εσωτερικό του κυλίνδρου ακτίνας a (για $0 < r_T < a$) όσο και μεταξύ των κυλίνδρων (για $a < r_T < b$).

