



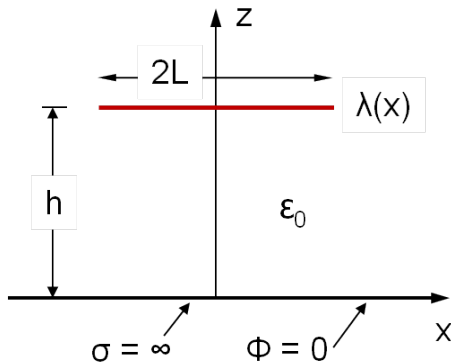
ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Β --Τμήμα Α-Δ (Καθ. Η. Ν. Γλύτσης)
1^η Μαρτίου 2011

Όνοματεπώνυμο: _____

Θέμα 1 [30%]:

Γραμμική κατανομή ηλεκτρικού φορτίου $\lambda(x)$ και μήκους $2L$ βρίσκεται σε ύψος h (στο επίπεδο xz) πάνω από γειωμένο αγωγίμο επίπεδο που συμπίπτει με το επίπεδο xy όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Ο χώρος έχει παντού επιτρεπτότητα ϵ_0 .

- (α) [10%] Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο (x, y, z) του χώρου αν $\lambda(x) = \lambda_0$ (σταθερό).
- (β) [10%] Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο στο τυχαίο σημείο του άξονα z (εξαιρουμένου του $z = h$ όπου απειρίζεται λόγω του γραμμικού φορτίου. Και πάλι να υποθέσετε ότι $\lambda(x) = \lambda_0$ (σταθερό).
- (γ) [10%] Τώρα υποθέσετε ότι η γραμμική κατανομή φορτίου $\lambda(x)$ βρίσκεται πάνω σε λεπτό αγωγό (ακτίνας $a \ll L$) όπου είναι μόνο γνωστό ότι το συνολικό φορτίο του είναι Q . Χρησιμοποιώντας την μέθοδο των ροπών, περιγράψτε όσο πιο λεπτομερώς μπορείτε πως μπορεί να βρεθεί η κατανομή φορτίου $\lambda(x)$ και μετά πως μπορεί να βρεθεί το δυναμικό στο τυχαίο σημείο (x, y, z) του χώρου. Τι μορφή περιμένετε να έχει η $\lambda(x)$;



Χρήσιμα Ολοκληρώματα

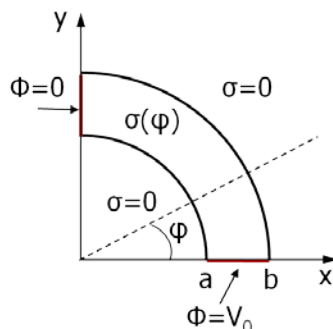
$$\int \frac{dy}{\sqrt{(x-y)^2 + a^2}} = -\ln[(x-y) + \sqrt{(x-y)^2 + a^2}]$$

$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2(x^2 + a^2)^{1/2}}$$

Θέμα 2 [20%]:

Αγωγίμο υλικό ειδικής αγωγιμότητας $\sigma(\varphi) = \sigma_0 + \sigma_1\varphi$ (όπου φ η αζιμουθιακή γωνία του κυλινδρικού συστήματος συντεταγμένων, και σ_0, σ_1 , σταθερές) έχει σχήμα ενός τεταρτημορίου κοίλου κυλίνδρου εσωτερικής ακτίνας a και εξωτερικής ακτίνας b . Η διάταξη εκτείνεται σε βάθος h ως προς τον άξονα z . Στα άκρα της διάταξης και κατά μήκος των αξόνων x και y μέσω τέλειων αγωγίμων φύλλων επιβάλλονται δυναμικά V_0 και 0 αντίστοιχα όπως φαίνεται και στο σχήμα.

- (α) [10%] Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στο εσωτερικό του αγωγίμου υλικού, αν υποθέσετε ότι είναι μόνο συνάρτηση της γωνίας φ .
- (β) [6%] Να βρεθεί η ηλεκτρική αντίσταση της διάταξης.
- (γ) [4%] Αν η διάταξη ήταν άπειρη ως προς την z διεύθυνση και θέλετε να αντιμετωπίσετε το πρόβλημα σαν πρόβλημα οριακών συνθηκών ποιές θα ήταν οι αντίστοιχες οριακές συνθήκες για την επίλυση της αντίστοιχης εξίσωσης Laplace;



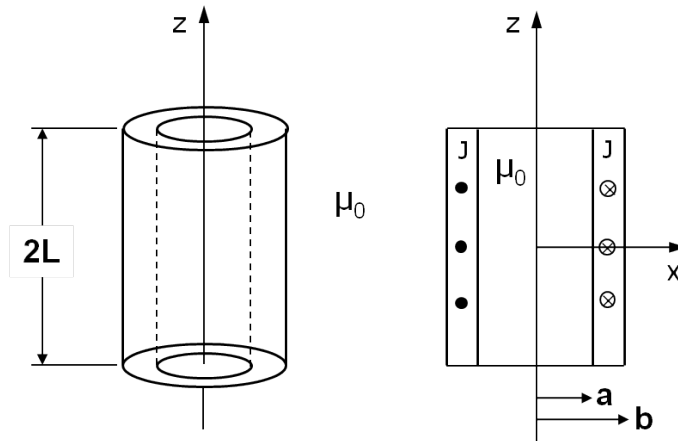
Θέμα 3 [25%]:

Σωληνοειδές μήκους $2L$ έχει εσωτερική ακτίνα a και εξωτερική ακτίνα b και διαρρέεται από σταθερή πυκνότητα ρεύματος $\vec{J} = J_0 \hat{\phi}$ όπου J_0 σταθερά. Η διαπερατότητα είναι παντού μ_0 .

(α) [10%] Να εκφραστεί το μαγνητικό πεδίο στο τυχαίο σημείο του χώρου (r_T, ϕ, z) υπό την μορφή ενός ολοκληρώματος, χωρίς να υπολογισθεί, αλλά με όλους τους όρους του πλήρως προσδιορισμένους βάσει των δεδομένων του προβλήματος.

(β) [10%] Να βρεθεί το μαγνητικό πεδίο στο τυχαίο σημείο του άξονα z . Να εκφραστεί και πάλι ως ολοκλήρωμα ως προς τις μεταβλητές r_T' και z' και να καθοριστεί πλήρως η διεύθυνσή του. Να μην υπολογιστεί το ολοκλήρωμα αλλά να οριστούν πλήρως οι όροι του.

(γ) [5%] Να βρεθεί η μαγνητική ροπή της διάταξης. Να βρεθεί το μαγνητικό πεδίο στο τυχαίο σημείο του άξονα x αλλά για μεγάλες αποστάσεις ώστε να ισχύει η θεωρία του μαγνητικού δίπολου.



Θέμα 4 [25%]:

Η διάταξη του σχήματος είναι άπειρη ως προς την z διεύθυνση. Οι αγώγιμες άπειρες λωρίδες που σχηματίζουν την τετραγωνική διατομή πλευράς a της διάταξης έχουν δυναμικό $+V_0$ και $-V_0$ όπως υποδεικνύεται στο σχήμα.

(α) [20%] Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στο εσωτερικό του τετραγώνου πλευράς a .

(β) [5%] Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του τετραγώνου πλευράς a και να σχεδιαστούν προσεγγιστικά οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου και οι ισοδυναμικές επιφάνειες.

