



## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Α (Τμήμα Μ-Π)

### ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ Νο. 4

### Ασκήσεις για εξάσκηση: Νο. 1,2,3,4

### Άσκηση για παράδοση: Καμιά

#### Άσκηση 1:

Ένα επίπεδο κύμα διαδίδεται σε διηλεκτρικό υλικό με επιτρεπτότητα  $\epsilon_1$  και διαπερατότητα  $\mu_1$ , με μήκος κύματος  $\lambda_0$ , και προσπίπτει υπό γωνία  $\theta_1$ , πάνω σε επίπεδη διηλεκτρική επιφάνεια με επιτρεπτότητα  $\epsilon_2$  και διαπερατότητα  $\mu_2$  όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Το μαγνητικό πεδίο του φασιθέτη του προσπίπτοντος επιπέδου κύματος δίδεται από την εξίσωση:

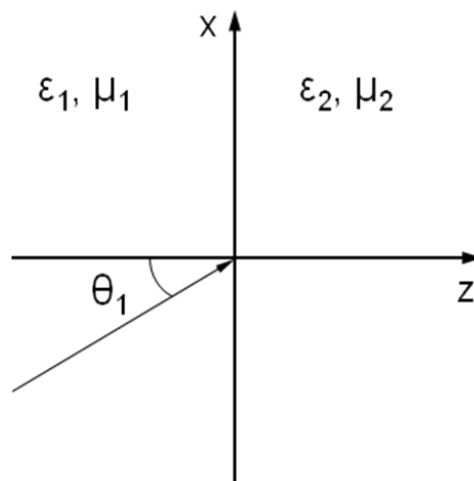
$$\vec{H} = H_i \hat{i}_y \exp[-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}]$$

όπου  $H_i$  είναι πραγματική σταθερά (σε Amperes/meter). Να υποθέσετε ότι όλα τα πιθανά κυματοδιάνυσματα δεν έχουν  $y$  συνιστώσες. Αυτή η πόλωση αντιστοιχεί στην παράλληλη (ή TM) γραμμική πόλωση.

(α) Να προσδιορισθούν οι φασιθέτες της έντασης του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου του προσπίπτοντος, του ανακλωμένου, και του διαδιδόμενου επιπέδου κύματος. Οι φασιθέτες να εκφρασθούν στο σύστημα αναφοράς  $xyz$  του σχήματος. Να υπολογισθούν οι συντελεστές ανάκλασης και διάθλασης (εξισώσεις Fresnel).

(β) Να υπολογισθούν τα μιγαδικά διανύσματα Poynting σε κάθε περιοχή και να βρεθούν τα ποσοστά της προσπίπτουσας ισχύος που ανακλώνται και διαθλώνται.

(γ) Να γίνουν γραφικές παραστάσεις των συντελεστών ανάκλασης και διάθλασης καθώς και των ποσοστών της ανακλώμενης και της διαθλώμενης ισχύος σαν συναρτήσεις της γωνίας πρόσπτωσης  $\theta_1$  ( $0^\circ \leq \theta_1 \leq 90^\circ$ ) και για τις δύο πολώσεις [TE (κάθετη) και TM (παράλληλη)], για τις εξής δύο περιπτώσεις μη μαγνητικών υλικών (δίδονται οι δείκτες διάθλασης): (1)  $n_1 = 1.0$  και  $n_2 = 2.20$ , και (2)  $n_1 = 2.20$  και  $n_2 = 1.0$ .



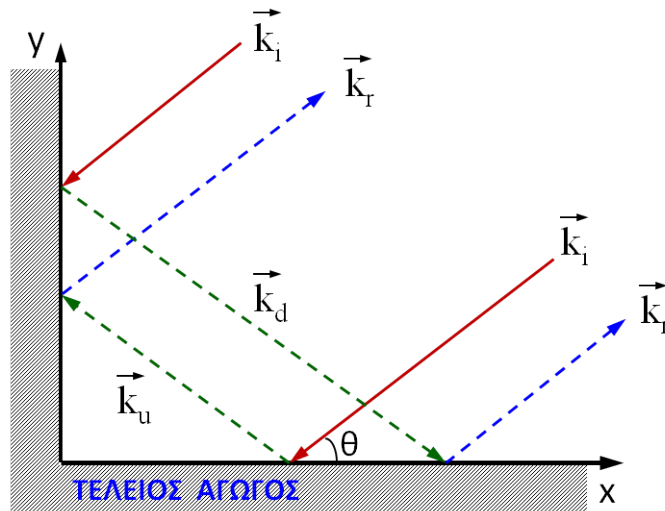
### Άσκηση 2:

Ένα επίπεδο κύμα γωνιακής συχνότητας  $\omega$  προσπίπτει υπό γωνία  $\theta$  (ως προς τον άξονα  $x$ ) πάνω σε τέλειο αγωγό (μέσα στον τέλειο αγωγό το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο είναι μηδενικό,  $E = H = 0$ ) που σχηματίζει γωνία  $90$  μοιρών όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Λόγω των ανακλάσεων δημιουργούνται τα επίπεδα κύματα με κυματοδιανύσματα  $\vec{k}_i, \vec{k}_r, \vec{k}_u, \vec{k}_d$ , όπως δείχνεται στο σχήμα. Η επιτρεπτότητα είναι  $\epsilon_0$  και η διαπερατότητα  $\mu_0$ . Το ηλεκτρικό πεδίο όλων των επιπέδων κυμάτων είναι στην διεύθυνση του άξονα  $z$  (κάθετα στη σελίδα). Επίσης το πλάτος της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου του προσπίπτοντος κύματος είναι  $E_0$ .

(α) Να προσδιορισθούν πλήρως οι φασιθέτες όλων των επιπέδων κυμάτων που συνυπάρχουν στο χώρο με  $x, y > 0$ . Να προσδιορισθούν πλήρως και όλα τα κυματοδιανύσματα. Οι φασιθέτες θα πρέπει να εκφραστούν σαν συναρτήσεις των δεδομένων και μόνο του προβλήματος.

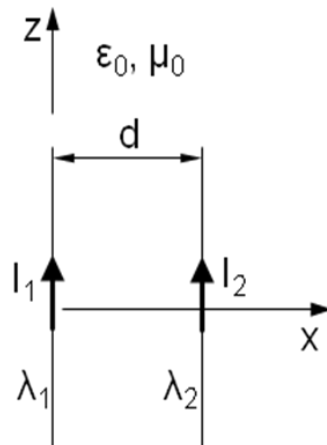
(β) Να βρεθεί η στιγμιαία έκφραση του ηλεκτρικού πεδίου στο χώρο με  $x, y > 0$ . Το ολικό πεδίο είναι ένα είδος στασίμου κύματος. Να βρεθούν τα σημεία  $x, y$  για τα οποία το ηλεκτρικό πεδίο είναι πάντοτε μηδενικό.

(γ) Να προσδιορισθεί η στιγμιαία δύναμη ανά μονάδα επιφανείας πάνω στο επίπεδο  $x = 0$ . Επίσης να βρεθεί και ο χρονικός μέσος όρος αυτής της δύναμης ανά μονάδα επιφανείας.



### Άσκηση 3:

Δύο απέραντοι ευθύγραμμοι, νηματοειδείς αγωγοί είναι παράλληλοι μεταξύ τους, σε απόσταση  $d$ , και διαρρέονται από χρονοσταθερά ρεύματα  $I_1$  και  $I_2$ , αντίστοιχα. Οι αγωγοί βρίσκονται στον αέρα και έχουν φορτία με σταθερή γραμμική πυκνότητα  $\lambda_1$  ο πρώτος και  $\lambda_2$  ο δεύτερος. (α) Να βρεθούν η ηλεκτρική και η μαγνητική δύναμη ανά μονάδα μήκους, οι οποίες ασκούνται μεταξύ των αγωγών και οι φορές τους. (β) Αν  $I_1 = I_2 = IA$  και η απόσταση μεταξύ τους είναι  $1$  μέτρο να βρεθεί η μαγνητική δύναμη ανά μονάδα μήκους σε Newton. Αν  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$  να βρεθεί η γραμμική πυκνότητα φορτίου ώστε η ηλεκτρική δύναμη ανά μονάδα μήκους να είναι ίση σε μέτρο με την μαγνητική δύναμη ανά μονάδα μήκους.



#### Άσκηση 4:

Ένα επίπεδο κύμα γωνιακής συχνότητας  $\omega$  και πόλωσης ΤΕ, προσπίπτει υπό γωνία  $\theta$  σε τέλειο αγωγό (καθρέπτης). Το επίπεδο κύμα διαδίδεται στην περιοχή με επιτρεπτότητα  $\epsilon_0$  και διαπερατότητα  $\mu_0$ .

(α) Να υπολογιστεί η επαγόμενη επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος στην επιφάνεια του τέλειου αγωγού.

(β) Να βρεθεί ο χρονικός μέσος όρος της πίεσης που ασκεί το επίπεδο κύμα πάνω στον τέλειο αγωγό με χρήση της δύναμης Lorentz.

(γ) Να βρεθεί ο χρονικός μέσος όρος της πίεσης που ασκεί το επίπεδο κύμα πάνω στον τέλειο αγωγό με την χρήση των ηλεκτρομαγνητικών πιέσεων. Να γίνει αριθμητική εφαρμογή στην περίπτωση που το προσπίπτον επίπεδο κύμα μεταφέρει ισχύ ανά μονάδα επιφάνειας ίση με  $1\text{kW/m}^2$ . Να υπολογιστεί η πίεση για  $0^\circ < \theta < 90^\circ$  και να γίνει η γραφική της παράσταση σαν συνάρτηση της  $\theta$ .

