



ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Α (Τμήμα Ρ-Ω) ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ No. 1

Ασκήσεις για εξάσκηση: No. 1,2,3,4,5

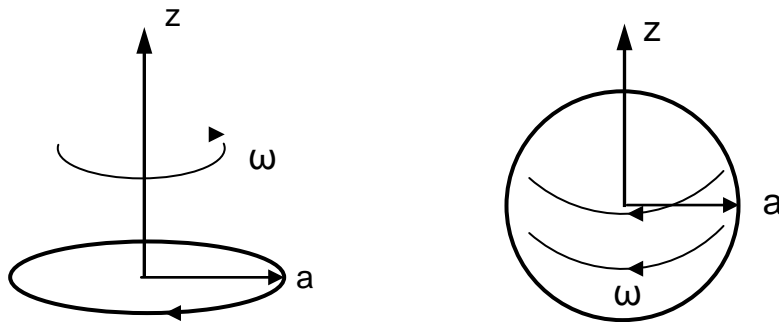
Ασκήσεις για παράδοση: No. 6, 7

Ημερομηνία Παράδοσης: **23 Μαρτίου 2017**

Άσκηση 1:

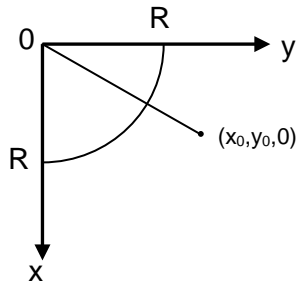
(α) Συνολικό ηλεκτρικό φορτίο Q διανέμεται ομοιόμορφα στον όγκο σφαίρας ακτίνας a . Η σφαίρα αρχίζει να περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από κάποια διάμετρό της. Υποθέσατε ότι η κατανομή του ηλεκτρικού φορτίου δεν επηρεάζεται από την περιστροφή. Να βρεθεί η χωρική πυκνότητα ρεύματος παντού μέσα στην σφαίρα. Να υπολογισθεί το συνολικό ρεύμα που διέρχεται από ημικύκλιο ακτίνας a σταθερό στο χώρο και με την βάση του πάνω στον άξονα περιστροφής.

(β) Συνολικό ηλεκτρικό φορτίο Q διανέμεται ομοιόμορφα στην επιφάνεια δίσκου ακτίνας a . Ο δίσκος αρχίζει να περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από τον άξονά του (άξονας των z). Υποθέσατε ότι η κατανομή του ηλεκτρικού φορτίου δεν επηρεάζεται από την περιστροφή. Να βρεθεί η επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος παντού πάνω στον δίσκο. Να υπολογισθεί το συνολικό ρεύμα που διέρχεται από τμήμα του δίσκου ακτίνας a σταθερό στο χώρο και με την αρχή του πάνω στον άξονα περιστροφής.



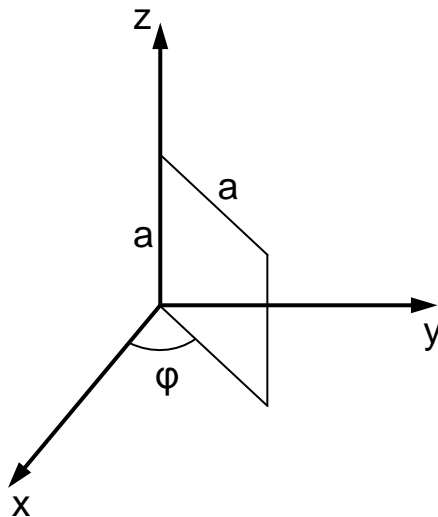
Άσκηση 2:

Επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος $\vec{K} = ax\hat{i}_x + bxy\hat{i}_y$ διαρρέει το επίπεδο xy ενός καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων. (α) Να βρεθούν οι μονάδες των σταθερών a και b . (β) Να υπολογισθεί το συνολικό ρεύμα που διέρχεται από το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει την αρχή των αξόνων $(0,0,0)$ με το σημείο $(x_0, y_0, 0)$ όπου $x_0, y_0 > 0$. (γ) Να υπολογισθεί το συνολικό ρεύμα που διέρχεται από το τμήμα κύκλου του επιπέδου xy με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα R με $x, y > 0$.



Άσκηση 3:

Σε κάποια χρονική στιγμή η πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος ενός συστήματος δίδεται από την σχέση $\vec{J} = A(x^3\hat{i}_x + y^3\hat{i}_y + z^3\hat{i}_z)$ όπου A είναι μία θετική σταθερά. (α) Ποιά είναι η μονάδα μέτρησης της σταθεράς A ; (β) Σε αυτή την χρονική στιγμή ποιός είναι ο ρυθμός μεταβολής της χωρικής πυκνότητας ηλεκτρικού φορτίου στο σημείο (a, a, a) ; (γ) Θεωρήστε το συνολικό φορτίο Q που περιέχεται μέσα σε μια σφαίρα ακτίνας a με κέντρο την αρχή των αξόνων. Κατά την δεδομένη χρονική στιγμή ποιός είναι ο ρυθμός μεταβολής του Q ως προς τον χρόνο; Το Q αυξάνεται ή μειώνεται σαν συνάρτηση του χρόνου; (δ) Κατά την δεδομένη χρονική στιγμή ποιό είναι το συνολικό ηλεκτρικό ρεύμα που διέρχεται από το τετράγωνο πλευράς a που φαίνεται στο κάτωθι σχήμα;



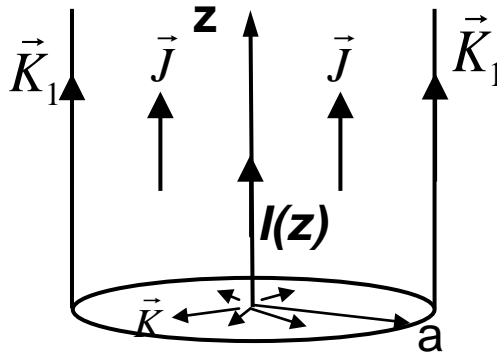
Άσκηση 4:

Έστω χωρική πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος $\vec{J} = [400 \sin \theta / (r^2 + 4)] \hat{i}_r$ (A/m²).

(α) Να βρεθεί το ολικό ηλεκτρικό ρεύμα που διέρχεται από μέρος σφαιρικής επιφάνειας ακτίνας $r_0 = 0.8\text{m}$ περιορισμένης από τις πολικές γωνίες $\theta_1 = 0.1\pi$ και $\theta_2 = 0.3\pi$ και $\theta < \varphi \leq 2\pi$. (β) Να βρεθεί η μέση τιμή της πυκνότητας ρεύματος πάνω σε αυτή την επιφάνεια. (γ) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής (ως προς τον χρόνο) του ηλεκτρικού φορτίου που βρίσκεται στον όγκο που περικλείεται από την προηγούμενη επιφάνεια και περιορίζεται ως προς την διεύθυνση z από επίπεδα κάθετα στο z στις γωνίες θ_1 και θ_2 .

Άσκηση 5:

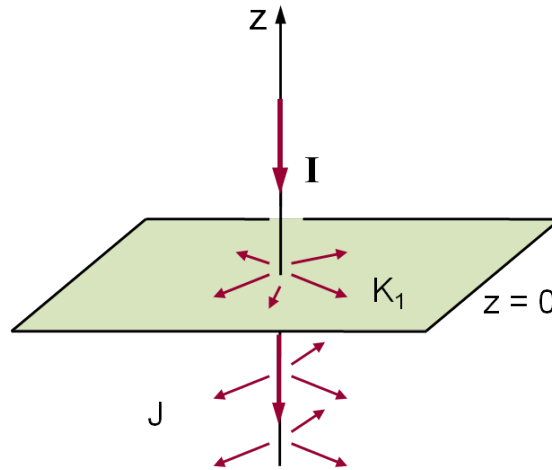
Στον επίπεδο δίσκο ακτίνας a (στο επίπεδο $z = 0$) υπάρχει γνωστό επιφανειακό ρεύμα επιφανειακής πυκνότητας $\vec{K} = \hat{i}_{r_T} K_0 (a/r_T) \cos(2\pi r_T/a)$. Τα μόνα άλλα ρεύματα που υπάρχουν αλλά δεν είναι γνωστή η τιμή τους είναι: (1) στον ημιάξονα $z > 0$ υπάρχει νηματοειδές ρεύμα $I(z)$, (2) στην κυλινδρική επιφάνεια $r_T = a, z > 0$, υπάρχει επιφανειακό ρεύμα $\vec{K}_1 = \hat{i}_z K_1(z)$, και (3) στον ημίχωρο $r_T < a, z > 0$, υπάρχει ρεύμα με χωρική πυκνότητα ρεύματος $\vec{J} = \hat{i}_z J(r_T, z)$. Ρεύματα μπορεί να υπάρχουν στο $+\infty$. Η μαγνητική διαπερατότητα είναι παντού μ_0 . Να προσδιορισθούν τα άγνωστα ρεύματα χρησιμοποιώντας τον νόμο διατήρησης φορτίου.



Άσκηση 6: (Αυτή η άσκηση είναι προς παράδοση) [50%]

Σταθερό ρεύμα I διαρρέει αγωγό κατά μήκος του θετικού άξονα z με κατεύθυνση προς τα αρνητικά z . Στο επίπεδο $z = 0$ το μισό ρεύμα διαχέεται επιφανειακά πάνω στο επίπεδο $z = 0$ με ακτινικής διεύθυνσης επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος K_1 . Το υπόλοιπο μισό ρεύμα συνεχίζει κατά μήκος του άξονα z (με $z < 0$) όπου $I(z) = I_0 e^{-\alpha|z|}$ όπου I_0 άγνωστη σταθερά και α γνωστή σταθερά. Ταυτόχρονα για $z < 0$ υπάρχει και χωρική πυκνότητα ρεύματος J με ακτινική (r_T) μόνο διεύθυνση. Η διαπερατότητα είναι παντού μ_0 .

Να βρεθούν οι πυκνότητες ρεύματος K_1 και J και να εκφραστούν διανυσματικά.



Άσκηση 7: (Αυτή η άσκηση είναι προς παράδοση) [50%]

Το κάτωθι σχήμα δείχνει τη διατομή μιας διάταξης με άπειρο μήκος κατά τον άξονα z . Όλος ο χώρος είναι μη μαγνητικός δηλαδή υπάρχει παντού διαπερατότητα μ_0 . Στη διάταξη αυτή, σε μόνιμη κατάσταση ($\partial/\partial t = 0$) ροή ρεύματος είναι δυνατό να υπάρχει μόνο:

- (1) Στην περιοχή $r_T < a$, $0 < \varphi < 2\pi/3$, ως χωρική πυκνότητα $\vec{J} = \hat{i}_{r_T} J_T(r_T, \varphi) + \hat{i}_\varphi J_\varphi \cos\varphi$, όπου J_0 είναι σταθερή ποσότητα, και
- (2) Στα επίπεδα όρια $r_T < a$, $\varphi = 0$ και $r_T < a$, $\varphi = 2\pi/3$, ως επιφανειακές πυκνότητες $\vec{K}_1 = \hat{i}_{r_T} K_1(r_T)$ και $\vec{K}_2 = \hat{i}_{r_T} K_2(r_T)$, αντίστοιχα.

Υπολογίστε τις επιφανειακές πυκνότητες ρεύματος $K_1(r_T)$ και $K_2(r_T)$ και την χωρική συνιστώσα $J_T(r_T, \varphi)$ χρησιμοποιώντας κατάλληλα τον νόμο διατήρησης ηλεκτρικού φορτίου.

