



ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Α --Τμήμα Ρ-Ω (Καθ. Η. Ν. Γλύτσης) 3 Σεπτεμβρίου 2015

Όνοματεπώνυμο: _____

Θέμα 1 [25%]:

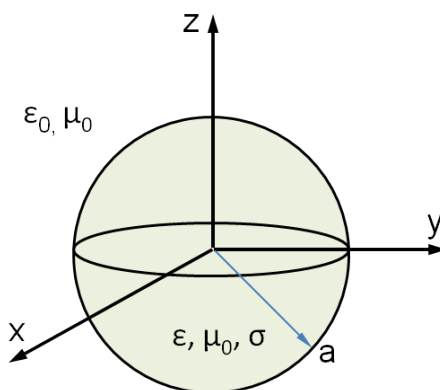
Μια αγώγιμη σφαίρα ακτίνας a με επιτρεπτότητα ϵ , διαπερατότητα μ_0 , και ειδική αγωγιμότητα σ έχει την χρονική στιγμή $t = 0$ ηλεκτρικό φορτίο Q_0 ομοιόμορφα κατανομημένο στον όγκο της. Ο υπόλοιπος χώρος έξω από την σφαίρα είναι αέρας με επιτρεπτότητα ϵ_0 και διαπερατότητα μ_0 .

(α) [10%] Να βρεθούν σαν συνάρτηση του χρόνου το ηλεκτρικό πεδίο, καθώς και όποιες πυκνότητες φορτίου και ρεύματος υπάρχουν σε όλο τον χώρο.

(β) [5%] Να βρεθεί η αρχική ($t = 0$) και η τελική ($t = \infty$) ηλεκτρική ενέργεια του συστήματος. Επίσης να βρεθούν οι ωμικές απώλειες που καταναλώνονται κατά την διάρκεια της μετακίνησης των ηλεκτρικών φορτίων. Τί παρατηρείτε;

(γ) [5%] Να δείξετε (χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις Maxwell) ότι το μαγνητικό πεδίο παραμένει πάντα μηδενικό για κάθε χρονική στιγμή.

(δ) [5%] Να βρεθεί η δύναμη που ασκείται στο πάνω ημισφαίριο της σφαίρας σαν συνάρτηση του χρόνου.



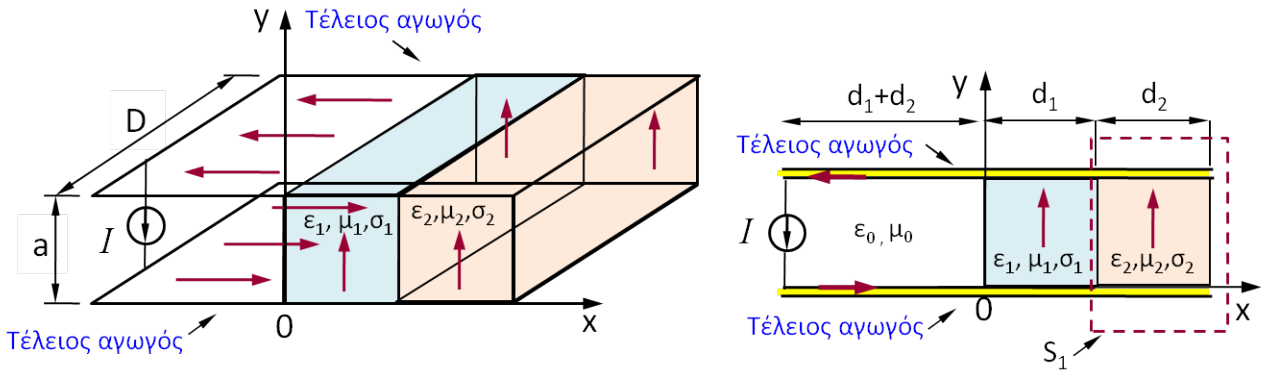
Θέμα 2 [35%]:

Μια συνεχής πηγή ρεύματος I συνδέεται μεταξύ των δύο τέλειων αγώγιμων πλακών που βρίσκονται σε απόσταση a στο $x = -(d_1+d_2)$ και $x = d_1+d_2$ αντίστοιχα όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Μεταξύ των πλακών υπάρχουν δύο αγώγιμα (ωμικά) κομμάτια υλικών πλάτους d_1 και d_2 αντίστοιχα, μήκους D , και ύψους a , με επιτρεπτότητες ϵ_1, ϵ_2 , διαπερατότητες μ_1, μ_2 , και ειδικές αγωγιμότητες σ_1, σ_2 (σκιασμένες επιφάνειες στο σχήμα). Ο υπόλοιπος χώρος μεταξύ των δύο τέλειων αγώγιμων πλακών έχει την επιτρεπτότητα και την διαπερατότητα κενού ϵ_0, μ_0 (αέρας). Το ρεύμα κυκλοφορεί ομοιόμορφα στις δύο τέλειες αγώγιμες πλάκες, δηλαδή η επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος στις δύο πλάκες είναι σταθερή (με εξαίρεση τις περιοχές σε επαφή με τα αγώγιμα υλικά). Κατ' αυτόν τον τρόπο κλείνει το κύκλωμα για το συνεχές ρεύμα. **Αμελήστε όλα τα φαινόμενα των άκρων** ($D \gg a, d_1, d_2$) σε όλα τα ερωτήματα. Το κέντρο των αξόνων είναι στο μέσο (ως προς x) των πλακών.

(α) [10%] Να προσδιορισθεί το μαγνητικό πεδίο στον αέρα (διαπερατότητα μ_0) στο χώρο μεταξύ των πλακών.

(β) [15%] Να αποδειχθεί ότι το μαγνητικό πεδίο μέσα στο χώρο των αγώγιμων υλικών (δηλαδή για $0 < x < d_1+d_2$) ικανοποιεί την εξίσωση $\nabla^2 \vec{H} = 0$. Επιλύοντας την εξίσωση (αμελώντας φαινόμενα άκρων και θεωρώντας ότι όλα τα πεδία θα εξαρτώνται μόνο από το x) να προσδιορισθούν το μαγνητικό πεδίο, η χωρική πυκνότητα ρεύματος, και το ηλεκτρικό πεδίο μέσα στα αγώγιμα υλικά. Για απλούστευση υποθέσετε ότι $d_1 = d_2 = d$.

(δ) [10%] Χρησιμοποιώντας τις μαγνητικές πιέσεις να βρείτε την μαγνητική μόνο δύναμη που ασκείται στο αγώγιμο υλικό 2 (με ϵ_2, μ_2 , και σ_2). Πάλι υποθέσετε ότι $d_1 = d_2 = d$. Η δύναμη μπορεί να υπολογιστεί από το άθροισμα των ηλεκτρομαγνητικών πιέσεων στην κλειστή επιφάνεια S_1 . Μπορείτε να δικαιολογήσετε αυτήν την υπόδειξη?



Θέμα 3 [40%]:

Ένα επίπεδο κύμα γωνιακής συχνότητας ω προσπίπτει υπό γωνία θ_1 πάνω σε επίπεδο μη μαγνητικό επιστρώμα διηλεκτρικού επιτρεπτότητας ϵ και πάχους d που βρίσκεται σε επαφή με τέλειο αγωγό όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Ο φασιθέτης της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου του προσπίπτοντος κύματος δίδεται από την σχέση: $\vec{E}_i = \hat{i}_n E_0 \exp(-j \vec{k}_0 \cdot \vec{r})$, όπου E_0 είναι σταθερά, k_0 το κυματαριθμός στην περιοχή με επιτρεπτότητα ϵ_0 και \hat{i}_n το μοναδιαίο διάνυσμα της διεύθυνσης του ηλεκτρικού πεδίου όπως φαίνεται στο σχήμα.

(α) [5%] Να προσδιορισθούν οι φασιθέτες της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου τόσο στην περιοχή με επιτρεπτότητα ϵ_0 όσο και στην περιοχή με επιτρεπτότητα ϵ . Το πεδίο να εκφρασθεί σαν άθροισμα πλήρως ορισμένων επιπέδων κυμάτων με μόνους αγνώστους τους συντελεστές πλάτους των κυμάτων.

(β) [5%] Να προσδιορισθούν οι φασιθέτες της έντασης του μαγνητικού πεδίου τόσο στην περιοχή με επιτρεπτότητα ϵ_0 όσο και στην περιοχή με επιτρεπτότητα ϵ όπως και στο (α).

(γ) [10%] Να προσδιορισθούν οι εξισώσεις που καθορίζουν τους αγνώστους συντελεστές πλάτους των διαφόρων κυμάτων και να βρεθούν οι αγνώστοι συντελεστές.

(δ) [5%] Να βρεθεί ο χρονικός μέσος όρος του διανύσματος Poynting στην περιοχή με επιτρεπτότητα ϵ . Τί παρατηρείτε;

(ε) [5%] Να προσδιορισθεί πλήρως ο φασιθέτης και η στιγμιαία έκφραση της επιφανειακής πυκνότητας ρεύματος που επάγεται πάνω στην επιφάνεια του τέλειου αγωγού ($z = d$) σαν συνάρτηση των δεδομένων του προβλήματος.

(στ) [10%] Να προσδιορισθεί η στιγμιαία δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας πάνω στο επίπεδο $z = d$ του τέλειου αγωγού. Επίσης να βρεθεί και ο χρονικός μέσος όρος αυτής της δύναμης ανά μονάδα επιφάνειας.

