



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΟΠΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Καθ. Ηλίας Ν. Γλύτσης, Τηλ. 210-7722479, e-mail: eglytsis@central.ntua.gr, Ιστοσελίδα Μαθήματος: <http://users.ntua.gr/eglytsis/>

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Α --Τμήμα Μ-Π (Καθ. Η. Ν. Γλύτσης) 9 Οκτωβρίου 2014

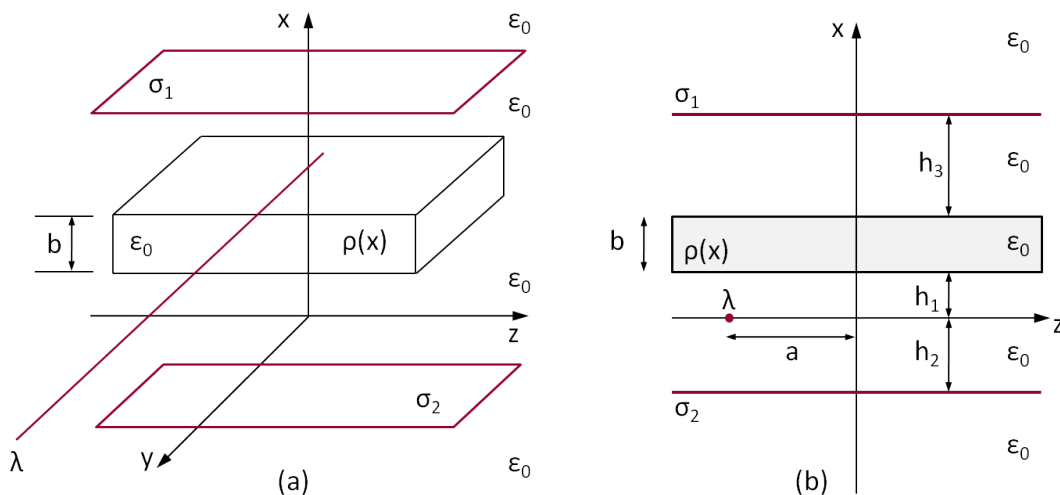
Όνοματεπώνυμο: _____

Θέμα 1 [30%]:

Δύο απέραντες επίπεδες επιφανειακές κατανομές ηλεκτρικού φορτίου με σταθερές επιφανειακές πυκνότητες φορτίου σ_1 και σ_2 αντίστοιχα, βρίσκονται παράλληλες προς το επίπεδο yz όπως φαίνεται στα κάτω σχήματα. Υπάρχει και μια απέραντη πλάκα πάχους b με χωρική πυκνότητα φορτίου $\rho(x) = \rho_0(x/b)$. Επίσης μια απέραντη γραμμική κατανομή φορτίου είναι παράλληλη προς τον άξονα y με σταθερή γραμμική πυκνότητα φορτίου λ και διέρχεται από το σημείο $(0,0,-a)$ όπως φαίνεται και στο δεξί σχήμα. Υποθέσετε ότι η επιτρεπτότητα είναι παντού ϵ_0 .

(α) [20%] Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο παντού στο χώρο σαν συνάρτηση των συντεταγμένων (x,y,z) και των σταθερών του προβλήματος.

(β) [10%] Να βρεθεί η ηλεκτροστατική δύναμη ανά μονάδα μήκους που ασκείται πάνω στην γραμμική κατανομή λ και η δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας που ασκείται πάνω στην επιφανειακή κατανομή σ_1 .



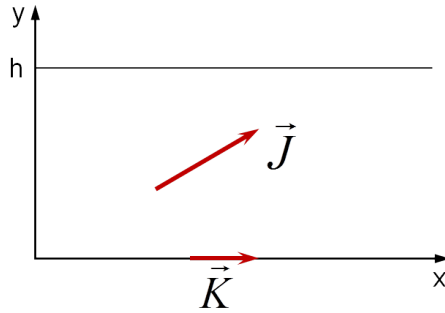
Θέμα 2 [30%]:

Η διάταξη του κάτω σχήματος είναι ομοιόμορφη κατά μήκος του άξονα z και βρίσκεται σε μόνιμη κατάσταση λειτουργίας ($\partial/\partial t = 0$). Οι μόνες κατανομές ηλεκτρικού ρεύματος που υπάρχουν είναι: (1) στο τμήμα $x > 0$ του επιπέδου $y = 0$ η επιφανειακή πυκνότητα $\vec{K} = \hat{i}_x K(x)$, και (2) στο χώρο $0 < y < h$ και $x > 0$ η χωρική πυκνότητα ρεύματος $\vec{J} = \hat{i}_x J_x(x,y) + \hat{i}_y J_y(x,y)$, όπου $J_x(x,y) = J_0[1 - \exp(-kx)]$ όπου J_0 και k γνωστές θετικές σταθερές. Σε όλο το χώρο η διαπερατότητα είναι αυτή του κενού μ_0 . Οι περιοχές έξω από τον χώρο $0 \leq y \leq h$ και $x \geq 0$ δεν είναι αγωγιμες.

(α) [10%] Να βρεθούν οι άγνωστες συναρτήσεις $K(x)$ και $J_y(x,y)$ των κατανομών χρησιμοποιώντας τον νόμο διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου και ότι άλλο κρίνετε αναγκαίο.

(β) [10%] Να βρεθεί το μαγνητικό πεδίο παντού στον χώρο. Επαληθεύσατε τις τιμές των $K(x)$ και $J_y(x,y)$ με την χρήση του μαγνητικού πεδίου.

(γ) [10%] Αν υποθέσουμε ότι ο χώρος $0 < y < h$ και $x > 0$ αποτελείται από αγωγίμο υλικό με ειδική αγωγιμότητα $\sigma(x,y)$ ποια είναι η σχέση που πρέπει να ισχύει μεταξύ των χωρικών ρευματικών κατανομών και της ειδικής αγωγιμότητας ώστε να ισχύει ο μικροσκοπικός νόμος του Ohm (η συντακτική σχέση μεταξύ πυκνότητας ρεύματος και ηλεκτρικού πεδίου) και να εκφράζεται με αυτές τις εξισώσεις ένα μόνιμο ηλεκτρικό πεδίο.



Θέμα 3 [40%]:

Δύο άπειρες επίπεδες ρευματικές κατανομές έχουν χρονικά μεταβαλλόμενες επιφανειακές πυκνότητες ρεύματος, $\vec{K}_1 = \hat{i}_y K_0 \cos(\omega t)$ και $\vec{K}_2 = -\hat{i}_y K_0 \cos(\omega t + \phi)$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο χώρος παντού χαρακτηρίζεται από επιτρεπτότητα ϵ_0 και διαπερατότητα μ_0 .

(α) [12%] Να βρεθούν οι δυνατές λύσεις του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου (με την μορφή φασιθετών ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου) στις περιοχές πάνω και κάτω από τα επίπεδα των ρευματικών κατανομών (σε όλο τον χώρο). Το πεδίο να εκφρασθεί σαν άθροισμα πλήρως ορισμένων επιπέδων κυμάτων με μόνους αγνώστους τους συντελεστές πλάτους των κυμάτων του μαγνητικού πεδίου.

(β) [12%] Να προσδιορισθούν οι εξισώσεις που καθορίζουν τους αγνώστους συντελεστές πλάτους των διαφόρων κυμάτων χωρίς όμως να επιλυθεί το σύστημα των εξισώσεων. Εκφράστε το σύστημα στην μορφή $Ax=b$.

(γ) [10%] Για τα επόμενα ερωτήματα δίδεται ότι το πάχος $k_0 h = (2m+1)(\pi/2)$, όπου m ακέραιος, λ_0 το μήκος κύματος στο κενό. Επίσης $\phi = -(2m+1)(\pi/2)$. Να προσδιοριστούν πλήρως οι φασιθέτες του μαγνητικού πεδίου. Να βρεθεί το στιγμιαίο μαγνητικό πεδίο μεταξύ των δύο παράλληλων ρευματικών κατανομών.

(δ) [6%] Να προσδιορισθεί η στιγμιαία δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας πάνω στο επίπεδο $z = h$. Επίσης να βρεθεί και ο χρονικός μέσος όρος αυτής της δύναμης ανά μονάδα επιφάνειας.

