



ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Α --Τμήμα Ρ-Ω (Καθ. Η. Ν. Γλύτσης)
21 Σεπτεμβρίου 2010

Θέμα 1 [35%]:

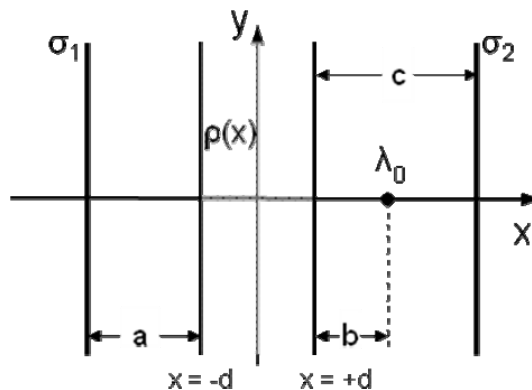
Στο κάτωθι σχήμα φαίνονται κατανομές ηλεκτρικών φορτίων που είναι άπειρες στο επίπεδο yz . Η πλάκα πάχους $2d$ έχει χωρική πυκνότητα φορτίου $\rho(x) = \rho_0 \exp(-g|x|)$ όπου ρ_0 και g γνωστές σταθερές. Τα επίπεδα στο $x = -a-d$ και $x = c+d$ έχουν επιφανειακή πυκνότητα φορτίου σ_1 και σ_2 αντίστοιχα. Στη θέση $x = d + b$ βρίσκεται γραμμικό φορτίο με γραμμική πυκνότητα λ_0 κατά μήκος του άξονα z . Η επιτρεπτότητα παντού στο χώρο είναι ϵ_0 .

(α) [15%] Να προσδιορισθεί το ηλεκτρικό πεδίο παντού στο χώρο.

(β) [6%] Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων της περιοχής με $d+b < x < d+c$ για τα οποία η x -συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου είναι μηδενική.

(γ) [8%] Να προσδιορισθεί η ηλεκτροστατική δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας της πλάκας πάχους $2d$ όταν το γραμμικό φορτίο είναι μηδενικό ($\lambda_0 = 0$). Να προσδιορισθεί, σε αυτή την περίπτωση, η αποθηκευμένη ηλεκτροστατική ενέργεια στην πλάκα πάχους $2d$ ανά μονάδα επιφάνειας της πλάκας (τυχόν ολοκλήρωμα ως προς x να μην υπολογιστεί πλήρως).

(δ) [6%] Να προσδιορισθεί η ηλεκτροστατική δύναμη ανά μονάδα μήκους πάνω στο γραμμικό φορτίο όταν $\lambda_0 \neq 0$.



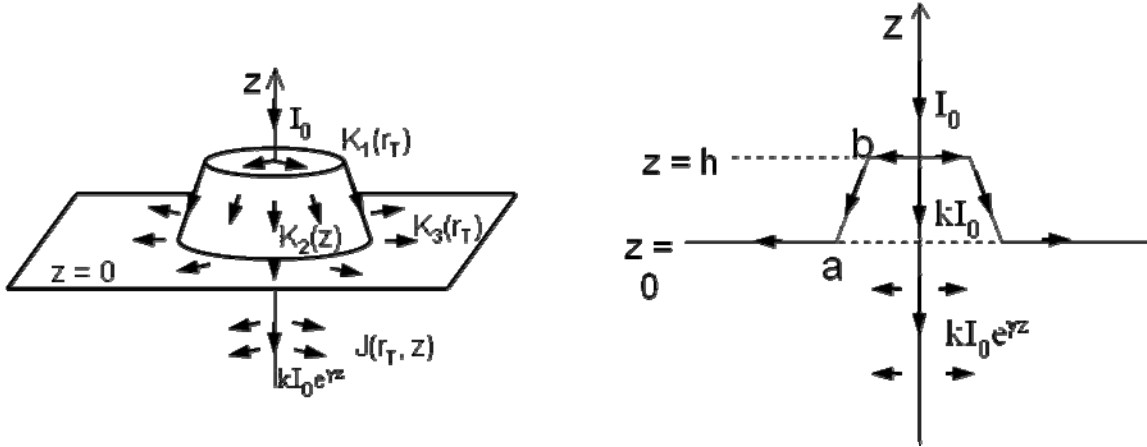
Θέμα 2 [30%]:

Σε ορθό κώλυρο κώνο ύψους h και ακτινών a και b εισέρχεται κατά μήκος του άξονα z στο σημείο $z = h$ σταθερό ρεύμα I_0 όπως φαίνεται στο σχήμα. Το ρεύμα εισερχόμενο στον κώλυρο κώνο χωρίζεται στα επιμέρους ρεύματα: ένα γραμμικό ρεύμα $I(z) = kI_0$ ($0 < k < 1$, και συνεχίζει σταθερό μεταξύ $0 < z < h$) και όταν εισέρχεται στα αρνητικά z ($z < 0$) παίρνει την μορφή $I(z) = kI_0 \exp(+\gamma z)$ ($\gamma > 0$) με ταυτόχρονη ύπαρξη και ρεύματος χωρικής πυκνότητας $\vec{J} = \hat{i}_{rT} J(r_T, z)$. Τα επιφανειακά ρεύματα με πυκνότητες $\vec{K}_1 = \hat{i}_{rT} K_1(r_T)$, $\vec{K}_3 = \hat{i}_{rT} K_3(r_T)$, και $\vec{K}_2 = \hat{i}_k K_2(z)$ (όπου \hat{i}_k το μοναδιαίο διάνυσμα παράλληλο προς την κλίση του κώλυρου κώνου). Οι σταθερές k , I_0 , και γ θεωρούνται γνωστές αλλά οι συναρτήσεις $K_1(r_T)$, $K_2(z)$, $K_3(r_T)$, και $J(r_T, z)$ είναι άγνωστες. Η διαπερατότητα παντού στο χώρο είναι μ_0 .

(α) [12%] Να προσδιορισθούν τα άγνωστα ρεύματα χρησιμοποιώντας τον νόμο διατήρησης φορτίου.

(β) [12%] Να βρεθεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου παντού στο χώρο με χρήση μόνο των γνωστών ρευμάτων I_0 και $I(z)$. Χρησιμοποιώντας το μαγνητικό πεδίο να επαναπροσδιορισθούν όλα τα άγνωστα ρεύματα.

(γ) [6%] Να βρεθεί η δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας πάνω στην πάνω βάση του κώλουρου κώνου ($z = h$) καθώς και στην παράπλευρη επιφάνεια του.



Θέμα 3 [35%]:

Ένα επίπεδο κύμα με φασιθέτη μαγνητικού πεδίου, $\vec{H}_i = 100\hat{i}_y \exp[-j(50x + 50\sqrt{3}z)]$ (A/m), διαδίδεται στον αέρα κατά την διεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα και προσπίπτει πάνω σε επίπεδο διηλεκτρικό με επιτρεπτότητα $\epsilon_2 = 9\epsilon_0$ και διαπερατότητα $\mu_2 = \mu_0$. Στον αέρα η επιτρεπτότητα και η διαπερατότητα είναι ϵ_0 και μ_0 αντίστοιχα. Η διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ του αέρα και του διηλεκτρικού είναι το επίπεδο $z = 0$. Η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι $c \approx 300000$ km/sec.

(α) [6%] Να προσδιοριστεί πλήρως το μήκος κύματος, η συχνότητα σε GHz, η γωνία πρόσπτωσης, καθώς και η πόλωση του προσπίπτοντος κύματος.

(β) [7%] Να προσδιορισθεί πλήρως το ανακλώμενο ηλεκτρικό πεδίο καθώς και η πόλωση του.

(γ) [8%] Να προσδιορισθεί πλήρως το διαθλώμενο ηλεκτρικό πεδίο καθώς και η πόλωση του.

(δ) [5%] Να προσδιοριστεί η στιγμιαία τιμή του μαγνητικού πεδίου στην περιοχή $z > 0$.

(ε) [5%] Να βρεθεί ο χρονικός μέσος όρος του διανύσματος Poynting στην περιοχή $z > 0$.

(στ) [4%] Να βρεθεί το ποσοστό της προσπίπτουσας ισχύος που ανακλάται και το ποσοστό που διαθλάται.

Εξισώσεις Fresnel

$$r_{TE} = r_{\perp} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{Z_1 \cos \theta_2 - Z_2 \cos \theta_1}{Z_1 \cos \theta_2 + Z_2 \cos \theta_1}$$

$$t_{TE} = t_{\perp} = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2Z_2 \cos \theta_1}{Z_1 \cos \theta_2 + Z_2 \cos \theta_1}$$

$$r_{TM} = r_{\parallel} = \frac{E_r}{E_i} = \frac{Z_1 \cos \theta_1 - Z_2 \cos \theta_2}{Z_1 \cos \theta_1 + Z_2 \cos \theta_2}$$

$$t_{TM} = t_{\parallel} = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2Z_2 \cos \theta_1}{Z_1 \cos \theta_1 + Z_2 \cos \theta_2}$$

