



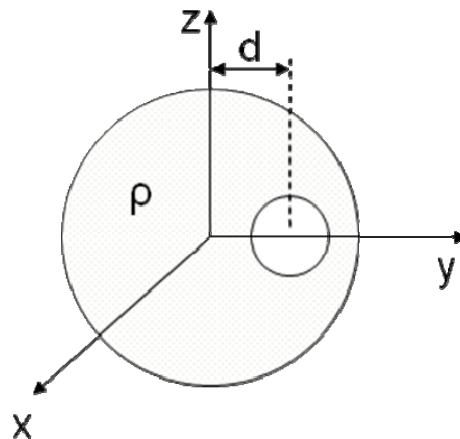
ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Α --Τμήμα Μ-Π (Καθ. Η. Ν. Γλύτσης)
21 Σεπτεμβρίου 2009

Θέμα 1 [30%]:

Σφαίρα ακτίνας a είναι ομοιόμορφα φορτισμένη με χωρική πυκνότητα ηλεκτρικού φορτίου ρ . Η σφαίρα έχει στο εσωτερικό της μια σφαιρική κοιλότητα ακτίνας b με κέντρο σε απόσταση d από το κέντρο της φορτισμένης σφαίρας πάνω στον άξονα των y (ώστε $d + b < a$) όπου δεν υπάρχουν ηλεκτρικά φορτία. Η επιπετότητα παντού στο χώρο είναι ϵ_0 .

(α) [22%] Να βρεθεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου παντού στο χώρο. Το ηλεκτρικό πεδίο να εκφραστεί στο σύστημα αναφοράς xyz .

(β) [8%] Να βρεθεί η ηλεκτρική ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στην σφαιρική κοιλότητα ακτίνας b .



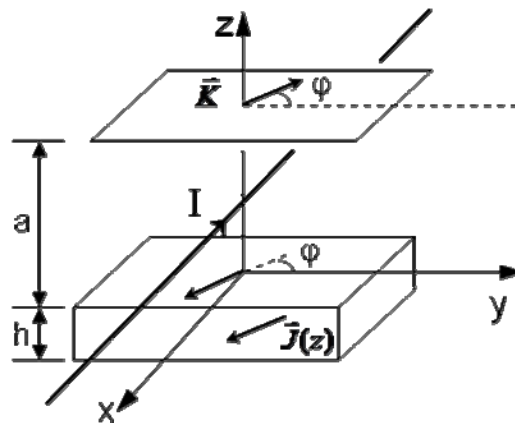
Θέμα 2 [35%]:

Δίδεται το σύστημα ρευμάτων απέραντων πλακών όπως στο σχήμα (όπου βέβαια δείχνονται πεπερασμένες διαστάσεις στο επίπεδο xy για ευκολία κατανόησης της γεωμετρίας). Το σημείο $z = 0$ βρίσκεται στο πάνω επίπεδο της απέραντης πλάκας. Η ρευματοφόρος πλάκα διαρρέεται από ρεύμα χωρικής πυκνότητας $J(z) = A(z + h/2)^2$ με διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ με τον άξονα y όπως φαίνεται στο σχήμα. Σε απόσταση a από την πλάκα βρίσκεται ένα απέραντο επίπεδο με ρεύμα επιφανειακής πυκνότητας K και με διεύθυνση όπως φαίνεται στο σχήμα. Κατά μήκος του άξονα x βρίσκεται ρευματοφόρος νηματοειδής αγωγός που μεταφέρει ρεύμα I με διεύθυνση προς τα αρνητικά x σε απόσταση $z = a/2$ από το πάνω επίπεδο της ρευματοφόρου πλάκας. Η διαπερατότητα παντού στο χώρο είναι μ_0 .

(α) [20%] Να βρεθεί το μαγνητικό πεδίο παντού στο χώρο. Το μαγνητικό πεδίο πρέπει να εκφραστεί στο σύστημα αναφοράς xyz .

(β) [10%] Να βρεθεί η δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας που ασκείται πάνω στο ρευματοφόρο επίπεδο επιφανειακής πυκνότητας K . Ποιά είναι αυτή η δύναμη όταν $I = 0$;

(γ) [5%] Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης ανά μονάδα επιφάνειας του επιπέδου $z = a$ κατά μήκος της διεύθυνσης του άξονος x για $y = 0$. Ποιά τιμή του I μηδενίζει αυτή την δύναμη;



Θέμα 3 [35%]:

Ένα επίπεδο κύμα γωνιακής συχνότητας ω προσπίπτει υπό γωνία θ πάνω σε επίπεδο διηλεκτρικό με επιτρεπτότητα $\epsilon_2=4\epsilon_0$ και διαπερατότητα $\mu_2=\mu_0$ όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Το επίπεδο κύμα αρχικά διαδίδεται στην περιοχή με επιτρεπτότητα ϵ_0 και διαπερατότητα μ_0 . Ο φασιθέτης της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος δίδεται από την σχέση:

$$\vec{E} = E_0 [\cos\theta \hat{i}_x + \hat{i}_y - \sin\theta \hat{i}_z] \exp(-j\vec{k} \cdot \vec{r}),$$

όπου E_0 είναι σταθερά, \vec{k} το κυματοδιάνυσμα, και \vec{r} το διάνυσμα θέσης και η γωνία πρόσπτωσης είναι η γωνία Brewster, $\theta = \tan^{-1}[(\epsilon_2/\epsilon_1)^{1/2}] = 63.43495^\circ$.

(α) [2%] Να προσδιορισθεί το κυματοδιάνυσμα \vec{k} σαν συνάρτηση των ω , ϵ_0 , μ_0 , και θ στο σύστημα αναφοράς xyz του σχήματος. Να υποθέσετε ότι το κυματοδιάνυσμα δεν έχει y συνιστώσα.

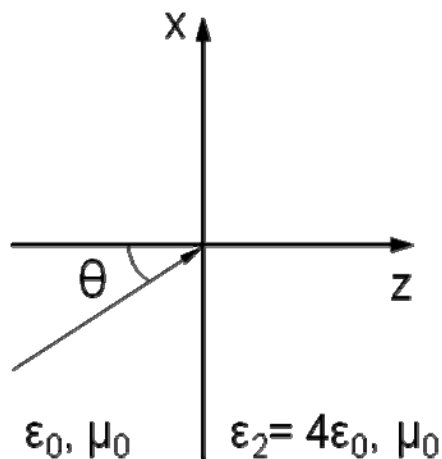
(β) [10%] Να προσδιορισθούν οι φασιθέτες της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου τόσο του ανακλωμένου όσο και του διαδιδόμενου επιπέδου κύματος. Οι φασιθέτες να εκφραστούν στο σύστημα αναφοράς xyz του σχήματος.

(γ) [5%] Να προσδιορισθεί η στιγμιαία τιμή του μαγνητικού πεδίου στην περιοχή $z > 0$.

(δ) [5%] Να προσδιορισθεί ο φασιθέτης του ολικού μαγνητικού πεδίου στην περιοχή $z < 0$.

(ε) [8%] Να προσδιορισθεί η πόλωση του προσπίπτοντος, του ανακλώμενου, και του διαδιδόμενου κύματος. Εξηγήστε την απάντησή σας με σαφήνεια για να πιστωθείτε τους βαθμούς του ερωτήματος.

(στ) [5%] Να βρεθεί ο χρονικός μέσος όρος του διανύσματος Poynting στην περιοχή $z > 0$.



Εξισώσεις Fresnel

$$r_{TE} = r_{\perp} = \frac{Z_2 \cos\theta_1 - Z_1 \cos\theta_2}{Z_2 \cos\theta_1 + Z_1 \cos\theta_2}$$

$$t_{TE} = t_{\perp} = \frac{2Z_2 \cos\theta_1}{Z_2 \cos\theta_1 + Z_1 \cos\theta_2}$$

$$r_{TM} = r_{\parallel} = \frac{Z_1 \cos\theta_1 - Z_2 \cos\theta_2}{Z_1 \cos\theta_1 + Z_2 \cos\theta_2}$$

$$t_{TM} = t_{\parallel} = \frac{2Z_2 \cos\theta_1}{Z_1 \cos\theta_1 + Z_2 \cos\theta_2}$$