



# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΟΠΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Καθ. Ηλίας Ν. Γλύτσης, Τηλ. 210-7722479, e-mail: [eglytsis@central.ntua.gr](mailto:eglytsis@central.ntua.gr), Ιστοσελίδα Μαθήματος: <http://users.ntua.gr/eglytsis/>

## ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Α --Τμήμα Μ-Π (Καθ. Η. Ν. Γλύτσης) 9 Σεπτεμβρίου 2014

Όνοματεπώνυμο: \_\_\_\_\_

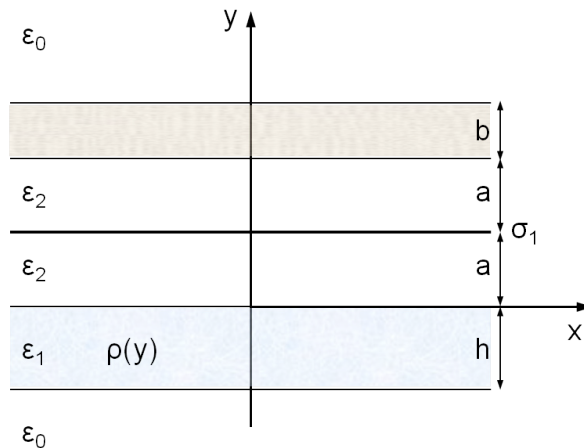
### Θέμα 1 [30%]:

Η διάταξη του κάτωθι σχήματος έχει άπειρες διαστάσεις στις διευθύνσεις  $x$  και  $z$ . Στην περιοχή  $-h < y < 0$  υπάρχει πλάκα ηλεκτρικού φορτίου χωρικής πυκνότητας  $\rho(y) = \rho_0 \sin(\pi y/h)$  (όπου  $\rho_0$  θεωρείται γνωστό) και επιτρεπτότητας  $\epsilon_1$ . Στο επίπεδο  $y = a$  υπάρχει μια επιφανειακή πυκνότητα φορτίου  $\sigma_1$ . Ο χώρος πάνω και κάτω από την επιφανειακή πυκνότητα έχει επιτρεπτότητα  $\epsilon_2$ . Οπουδήποτε αλλού στο χώρο η επιτρεπτότητα είναι  $\epsilon_0$  (του κενού). Μεταξύ  $2a < y < 2a+b$  υπάρχει μια αμόρτιστη αγώγιμη (μεταλλική) πλάκα πάχους  $b$ . Η όλη διάταξη βρίσκεται σε μόνιμη κατάσταση ( $\partial/\partial t = 0$ ).

(α) [10%] Να βρεθούν οι επιφανειακές πυκνότητες φορτίου  $\sigma(y=2a)$  και  $\sigma(y=2a+b)$  που επάγονται στις επιφάνειες της αγώγιμης πλάκας. Θυμηθείτε ότι στο εσωτερικό του αγωγού το ηλεκτρικό πεδίο πρέπει να είναι μηδενικό.

(β) [10%] Να βρεθεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου παντού στον χώρο.

(γ) [10%] Να βρεθεί η δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας που ασκείται πάνω στην επιφανειακή πλάκα πυκνότητας φορτίου  $\sigma_1$  καθώς και η δύναμη που ασκείται ανά μονάδα επιφάνειας στην πάνω και στην κάτω επιφάνεια της μεταλλικής πλάκας.



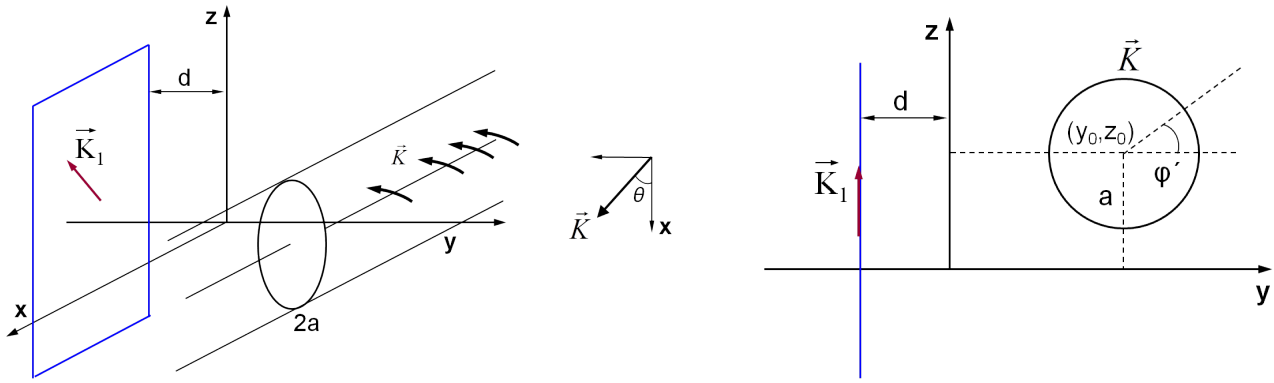
### Θέμα 2 [35%]:

Δίδεται κύλινδρος απείρου μήκους, ακτίνας  $a$ , με σταθερή επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος  $\vec{K} = K_0(\cos\theta \hat{i}_x + \sin\theta \hat{i}_\phi)$  ( $K_0$  και  $\theta$  θεωρούνται γνωστές σταθερές) που δημιουργείται από κατάλληλα τυλιγμένες περιελίξεις. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι παράλληλος με τον άξονα  $x$  και διέρχεται από το σημείο  $(y_0, z_0)$  όπως φαίνεται στο δεξί κάτωθι σχήμα. Ένα επίπεδο φύλλο επιφανειακής πυκνότητας ρεύματος  $\vec{K}_1 = K_1(\cos\Phi \hat{i}_x + \sin\Phi \hat{i}_z)$  ( $K_1$  και  $\Phi$  θεωρούνται γνωστές σταθερές) είναι παράλληλο προς το επίπεδο  $xz$  και βρίσκεται σε απόσταση  $d$  από το επίπεδο  $xz$  όπως φαίνεται στα κάτωθι σχήματα. Υποθέσετε ότι η διαπερατότητα είναι παντού  $\mu_0$ .

(α) [15%] Να βρεθεί το μαγνητικό πεδίο παντού στο χώρο. Να εκφραστεί το μαγνητικό πεδίο στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων  $(x, y, z)$ .

(β) [10%] Να βρεθεί η αποθηκευμένη μαγνητική ενέργεια σε μήκος  $L$  στο εσωτερικό του κυλίνδρου. Για ποιες τιμές της γωνίας  $\theta$  η μαγνητική ενέργεια μεγιστοποιείται ή ελαχιστοποιείται. Διερευνήσετε περιπτώσεις αν χρειάζεται.

(γ) [10%] Να βρεθεί η δύναμη που ασκείται πάνω στο επίπεδο επιφανειακής πυκνότητας ρεύματος  $\vec{K}_1$  ανά μονάδα επιφάνειας. Επίσης να βρεθεί η δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας που ασκείται πάνω στην επιφάνεια του κυλίνδρου επιφανειακού ρεύματος  $\vec{K}$  στο σημείο  $z = z_0, y = y_0 - a$ .



### Θέμα 3 [35%]:

Ένα επίπεδο κύμα γωνιακής συχνότητας  $\omega$  προσπίπτει καθέτως πάνω σε επίπεδο μη μαγνητικό στρώμα διηλεκτρικού με απώλειες επιτρεπτότητας  $\epsilon_2$ , ειδικής αγωγιμότητας  $\sigma_2$ , και πάχους  $L$  που βρίσκεται σε επαφή με τέλειο αγωγό όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Ο φασιθέτης της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου του προσπίπτοντος κύματος δίδεται από την σχέση:  $\vec{E}_i = \hat{i}_x E_0 \exp(-jk_0 z)$ , όπου  $E_0$  είναι πραγματική σταθερά,  $k_0$ , ο κυματαριθμός κενού στην περιοχή με επιτρεπτότητα  $\epsilon_0$ .

(α) [6%] Να προσδιορισθούν οι φασιθέτες της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου τόσο στην περιοχή με επιτρεπτότητα  $\epsilon_0$  όσο και στην περιοχή του διηλεκτρικού με απώλειες. Το πεδίο να εκφρασθεί σαν άθροισμα πλήρως ορισμένων επιπέδων κυμάτων με μόνους αγνώστους τους συντελεστές πλάτους των κυμάτων.

(β) [6%] Να προσδιορισθούν οι φασιθέτες της έντασης του μαγνητικού πεδίου τόσο στην περιοχή με επιτρεπτότητα  $\epsilon_0$  όσο και στην περιοχή του διηλεκτρικού με απώλειες όπως και στο (α).

(γ) [10%] Να προσδιορισθούν οι εξισώσεις που καθορίζουν τους αγνώστους συντελεστές πλάτους των διαφόρων κυμάτων και να βρεθούν οι άγνωστοι συντελεστές.

(δ) [5%] Να προσδιορισθεί πλήρως ο φασιθέτης της επιφανειακής πυκνότητας ρεύματος που επάγεται πάνω στην επιφάνεια του τέλειου αγωγού ( $z = L$ ) σαν συνάρτηση των δεδομένων του προβλήματος.

(ε) [8%] Τώρα υποθέσετε ότι το πάχος  $\beta_2 L = m\pi$ , όπου  $m$  ακέραιος,  $\lambda_0$  το μήκος κύματος στο κενό, και  $\beta_2$  η σταθερά διάδοσης στο διηλεκτρικό και  $\sigma_2 = 0$  (μηδενικές απώλειες). Να προσδιορισθεί η στιγμιαία δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας πάνω στο επίπεδο  $z = L$  του τέλειου αγωγού. Επίσης να βρεθεί και ο χρονικός μέσος όρος αυτής της δύναμης ανά μονάδα επιφάνειας.

