



ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Α --Τμήμα Μ-Π (Καθ. Η. Ν. Γλύτσης)
7 Ιουλίου 2009

Θέμα 1 [33%]:

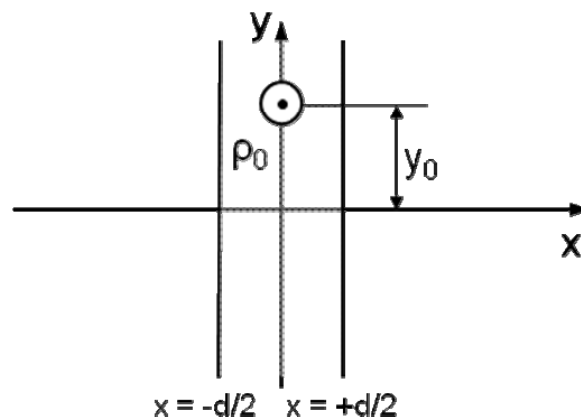
Πλάκα απείρου έκτασης στο επίπεδο yz και πάχους d φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο ηλεκτρικό φορτίο με σταθερή χωρική πυκνότητα ρ_0 . Κατά μήκος του άξονος z και σε απόσταση y_0 υπάρχει μια κυλινδρική οπή απείρου μήκους στην οποία δεν υπάρχει κανένα ηλεκτρικό φορτίο. Η οπή αυτή έχει ακτίνα a . Στο κέντρο της κυλινδρικής οπής υπάρχει μια σταθερή γραμμική πυκνότητα φορτίου λ_0 και αυτή παράλληλη με τον άξονα z . Η επιτρεπτότητα παντού στο χώρο είναι ϵ_0 .

(α) [15%] Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο παντού στο χώρο. Να εκφρασθεί το ηλεκτρικό πεδίο στο σύστημα αναφοράς xyz [δηλαδή οι συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου E_w να εκφραστούν ως $E_w(x,y,z)$ όπου $w = x, y, z$].

(β) [6%] Να προσδιοριστεί η συνθήκη ανάμεσα σε ρ_0 και λ_0 ώστε να μηδενίζεται το ηλεκτρικό πεδίο στα σημεία του επιπέδου yz τα οποία είναι έξω από την κυλινδρική οπή.

(γ) [6%] Να βρεθεί η ηλεκτροστατική ενέργεια μέσα στην φορτισμένη πλάκα, που είναι αποθηκευμένη σε κύλινδρο διατομής S και μήκους d , με άξονα παράλληλο με τον άξονα x και διερχόμενο από το σημείο ($x = 0, y = -y_0 < 0$), όταν $\lambda_0 = \pi a^2 \rho_0$.

(δ) [6%] Να βρεθεί η δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας πάνω στην φορτισμένη πλάκα για $|y-y_0| > a$, όταν $\lambda_0 = \pi a^2 \rho_0$.



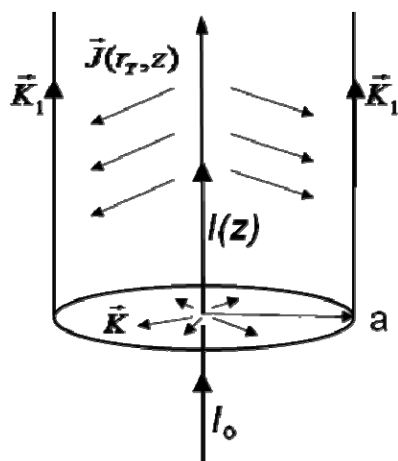
Θέμα 2 [32%]:

Σε ημιάπειρο κύλινδρο ακτίνας a εισέρχεται κατά μήκος του άξονα z στο σημείο $z = 0$ σταθερό ρεύμα I_0 όπως φαίνεται στο σχήμα. Το ρεύμα εισερχόμενο στον κύλινδρο χωρίζεται στα επιμέρους ρεύματα: ένα γραμμικό ρεύμα $I(z) = kI_0 \exp(-\gamma z)$ ($\gamma > 0$), τα επιφανειακά ρεύματα με πυκνότητες $\vec{K} = \hat{i}_{r_T} K(r_T)$, και $\vec{K}_1 = \hat{i}_z K_1(z)$, και (3) στον ημίχωρο $r_T < a, z > 0$, υπάρχει ρεύμα με χωρική πυκνότητα ρεύματος $\vec{J} = \hat{i}_{r_T} J(r_T, z)$. Οι σταθερές k, I_0 , και γ θεωρούνται γνωστές αλλά οι συναρτήσεις $K(r_T), K_1(z)$, και $J(r_T, z)$ είναι άγνωστες. Η διαπερατότητα παντού στο χώρο είναι μ_0 .

(α) [12%] Να προσδιορισθούν τα άγνωστα ρεύματα χρησιμοποιώντας τον νόμο διατήρησης φορτίου.

(β) [12%] Να βρεθεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου παντού στο χώρο με χρήση μόνο των γνωστών ρευμάτων I_0 και $I(z)$. Χρησιμοποιώντας το μαγνητικό πεδίο να επαναπροσδιορισθούν όλα τα άγνωστα ρεύματα.

(γ) [8%] Να βρεθεί η δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας πάνω στην κάτω βάση του κυλίνδρου ($z = 0$) καθώς και στην παράπλευρη επιφάνεια ($r_T = a$ και $z > 0$).



Θέμα 3 [35%]:

Ένα επίπεδο κύμα γωνιακής συχνότητας ω προσπίπτει υπό γωνία θ πάνω σε επίπεδο τέλει αγωγό όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Το επίπεδο κύμα διαδίδεται στην περιοχή με επιτρεπτότητα ϵ_0 και διαπερατότητα μ_0 . Ο φασιθέτης της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος δίδεται από την σχέση:

$$\vec{E} = E_0 (\cos \theta \hat{i}_x - j \hat{i}_y - \sin \theta \hat{i}_z) \exp(-j \vec{k} \cdot \vec{r}),$$

όπου E_0 είναι σταθερά, \vec{k} το κυματοδιάνυσμα, και \vec{r} το διάνυσμα θέσης.

(α) [2%] Να προσδιορισθεί το κυματοδιάνυσμα \vec{k} σαν συνάρτηση των ω , ϵ_0 , μ_0 , και θ στο σύστημα αναφοράς x, y, z του σχήματος. Να υποθέσετε ότι το κυματοδιάνυσμα δεν έχει y συνιστώσα.

(β) [12%] Να προσδιορισθούν οι φασιθέτες της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου τόσο του ανακλωμένου όσο και του διαδιδόμενου επιπέδου κύματος. Οι φασιθέτες να εκφρασθούν στο σύστημα αναφοράς x, y, z του σχήματος.

(γ) [7%] Να προσδιορισθεί ο φασιθέτης του ολικού μαγνητικού πεδίου στην περιοχή $z < 0$.

(δ) [4%] Να βρεθεί η στιγμιαία τιμή της επιφανειακής πυκνότητας ρεύματος που επάγεται πάνω στην επιφάνεια του τέλει αγωγού ($z = 0$).

(ε) [10%] Να βρεθεί η στιγμιαία δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας πάνω στο επίπεδο xy (τέλειο αγωγό). Επίσης να βρεθεί και ο χρονικός μέσος όρος αυτής της δύναμης ανά μονάδα επιφάνειας.

