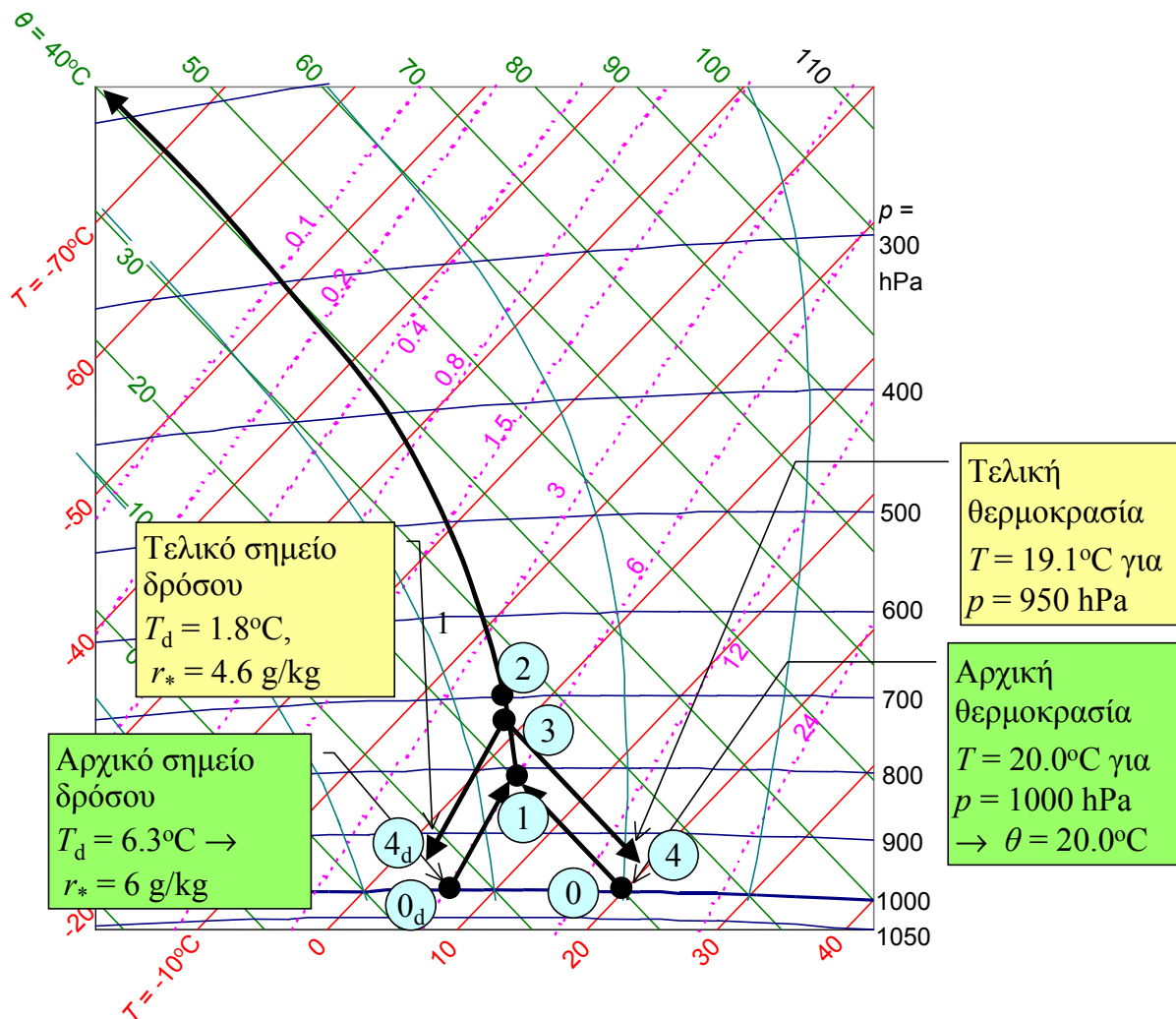


ΔΠΜΣ Επιστήμη και Τεχνολογία Υδατικών Πόρων – Μάθημα: Υδρομετεωρολογία

Παράδειγμα εφαρμογής των θερμοδυναμικών διαγραμμάτων

© Δ. Κουτσογιάννης 1998, 2001

Αέρας σε επαφή με το έδαφος, με συνθήκες $T = 20.0^{\circ}\text{C}$ και $T_d = 6.3^{\circ}\text{C}$, ανυψώνεται ορογραφικά από τα 1000 hPa στα 700 hPa. Κατά την ανύψωσή του το 75% της ποσότητας νερού που υγροποιείται, κατακρημνίζεται. Στη συνέχεια, ο αέρας κατέρχεται στην πίσω πλευρά του βουνού, φτάνοντας στα 950 hPa: (α) Χαράξτε σε τεφίγραμμα τη μεταβολή που υφίσταται ο αέρας. (β) Υπολογίστε τη θερμοκρασία, το σημείο δρόσου και το λόγο ανάμιξης του αέρα τόσο στο επίπεδο των 700 hPa, όσο και στο επίπεδο των 950 hPa (μετά την κάθοδο).



Αρχική κατάσταση

$p_0 = 1000 \text{ hPa}$, $T_0 = 20^{\circ}\text{C} = 293 \text{ K}$, $\theta_0 = 20^{\circ}\text{C} = 293 \text{ K}$ (επειδή $p = 1000 \text{ hPa}$), $T_{d0} = 6.3^{\circ}\text{C} = 279.3 \text{ K}$, $e_0 = e^*(T_{d0}) = 9.55 \text{ hPa}$ (από τη σχέση Tetans), $e^*(T_0) = 23.39 \text{ hPa}$, $U_0 = 9.55 / 23.39 = 40.8\%$, $r_0 = 0.622 \times 9.55 / (1000 - 9.55) = 6.0 \times 10^{-3}$.

Μεταβολή 1: από την επιφάνεια (σημείο 0) στην κατάσταση κορεσμού (σημείο 1 – επίπεδο συμπύκνωσης)

Αδιαβατική μεταβολή, $\theta = 20^\circ\text{C} = 293\text{ K}$. Ισχύει (βλ. σ. 28):

$$T_1 / p_1^{R/c_p} = \text{ct} = T_0 / p_0^{R/c_p} \quad (1)$$

Μεταβολή κατά την ισοτιμική $r = 6 \times 10^{-3}$ (βλ. σ. 30):

$$e_*(T_{d1}) / p_1 = \text{ct} = e_*(T_{d0}) / p_0 = r / (r + \varepsilon) \quad (2)$$

. Απαλείφοντας το p_1 από τις (1) και (2) βρίσκουμε:

$$e_*(T_{d1}) / T_1^{c_p/R} = e_*(T_{d0}) / T_0^{c_p/R} \quad (3)$$

Στο σημείο 1 (επίπεδο συμπύκνωσης) ισχύει $T_1 = T_{d1}$ και άρα η (3) γράφεται

$$e_*(T_1) / T_1^{c_p/R} = e_*(T_{d0}) / T_0^{c_p/R} \quad (4)$$

που περιέχει μόνο ένα άγνωστο, τη θερμοκρασία T_1 . Αριθμητικά, βρίσκουμε (σε μονάδες του SI):

$$e_*(T_1) / T_1^{c_p/R} = 9.55 \times 10^2 / 293^{3.5} = 2.24 \times 10^{-6} \quad (5)$$

Η λύση της εξίσωσης γίνεται π.χ. με δοκιμές και βρίσκουμε $T_1 = 3.4^\circ\text{C} = 276.4\text{ K}$ με $e_*(T_1) = 7.79\text{ hPa} = 779\text{ Pa}$. Πράγματι, για αυτές τις συνθήκες ισχύει $e_*(T_1) / T_1^{c_p/R} = 779 / 276.4^{3.5} = 2.24 \times 10^{-6}$.

Αφού υπολογίστηκε η T_1 , μπορεί από την (1) να υπολογιστεί η πίεση p_1 :

$$p_1 = p_0 (T_1/T_0)^{c_p/R} \quad (6)$$

και αριθμητικά $p_1 = 1000 \times (276.4/293)^{3.5} = 815\text{ hPa}$. Επαληθεύουμε ότι ο λόγος κορεσμού υδρατμών

$$r_* = \varepsilon e_*/(p - e_*) \quad (7)$$

είναι $r_{*1} = 0.622 \times 7.79 / (815 - 7.79) = 6.0 \times 10^{-3}$, όπως αναμενόταν. Για πληρότητα υπολογίζουμε και το υψόμετρο στο οποίο αντιστοιχεί αυτή η πίεση. Αν δεχτούμε την κατανομή της πρότυπης ατμόσφαιρας έχουμε:

$$z = 44\,332 \left[1 - \left(\frac{p}{1013.25} \right)^{0.19025} \right] = 44\,332 \left[1 - \left(\frac{815}{1013.25} \right)^{0.19025} \right] = 1800\text{ m} \quad (8)$$

Μεταβολή 2: από το επίπεδο συμπύκνωσης (σημείο 1) στα 700 hPa (σημείο 2)

Η μεταβολή είναι ψευδοαδιαβατική. Δεχόμαστε την απλουστευμένη εξίσωση (σ. 33):

$$A = c_{pd} \ln T - R_d \ln(p - e_*) + \frac{\lambda r_*}{T} = \text{ct} \quad (9)$$

που σε συνδυασμό με την εξίσωση της σ. 23 γράφεται:

$$A = c_{pd} \ln T - R_d \ln(p - e_*) + \frac{\lambda \varepsilon e_*}{T(p - e_*)} = ct \quad (10)$$

και παραλείποντας το e_* μπροστά στο πολύ μεγαλύτερο p :

$$A = c_{pd} \ln T - R_d \ln p + \frac{\lambda \varepsilon e_*}{T p} = ct \quad (11)$$

Θεωρούμε σταθερή λανθάνουσα θερμότητα $\lambda = 2.5 \times 10^6$ J/kg. Στο σημείο 1 ισχύει $e_{*1} = 779$ Pa και $A_1 = 1004 \ln 276.4 - 287 \ln 81500 + 2.5 \times 10^6 \times 0.622 \times 779 / (276.4 \times 81500) = 5644.3 - 3245.5 + 53.8 = 2452.7$. Στο σημείο 2 έχουμε άγνωστο το T_2 (και e_{*2}) ενώ $p_2 = 70\,000$ Pa, οπότε έχουμε την εξίσωση

$$A_2 = 2452.7 = 1004 \ln T_2 - 287 \ln 70000 + 2.5 \times 10^6 \times 0.622 \times e_*(T_2) / (T_2 \cdot 70000) \quad (12)$$

που η λύση της (με αριθμητική μέθοδο) δίνει $T_2 = 269.0$ K = -4.0°C . Η πίεση κορεσμού υδρατμών είναι $e_{*2} = 4.54$ hPa και ο λόγος ανάμιξης κορεσμού $r_{*2} = 0.622 \times 4.54 / (700 - 4.54) = 4.1 \times 10^{-3}$.

Κατά συνέπεια στη μεταβολή 2 έχουν υγροποιηθεί υδρατμοί σε ποσότητα $r_{*1} - r_{*2} = 6.0 \times 10^{-3} - 4.1 \times 10^{-3} = 1.9 \times 10^{-3} = 1.9$ g/kg. Από αυτούς κατακρημνίστηκε μια ποσότητα ίση με 0.75×1.9 g/kg = 1.4 g/kg.

Μεταβολή 3: Από τα 700 hPa (σημείο 2) μέχρι το νέο επίπεδο συμπύκνωσης (σημείο 3)

Και πάλι η μεταβολή είναι ψευδοαδιαβατική. Στο σημείο 3 οι υδρατμοί θα είναι κορεσμένοι με λόγο ανάμιξης $r_{*3} = 6.0 \times 10^{-3} - 1.4 \times 10^{-3} = 4.6 \times 10^{-3}$. Συνδυάζοντας τις (7) και (10) βρίσκουμε

$$A = c_{pd} \ln T - R_d \ln \left[\frac{\varepsilon e_*(T)}{r_*} \right] + \frac{\lambda r_*}{T} = ct \quad (13)$$

Άρα στο σημείο 3 η εξίσωση γράφεται

$$A_3 = 2452.7 = 1004 \ln T_3 - 287 \ln [0.622 e_*(T_3) / 4.6 \times 10^{-3}] + 2.5 \times 10^6 \times 4.6 \times 10^{-3} / T_3 \quad (14)$$

και η λύση της (με αριθμητική μέθοδο) δίνει $T_3 = 271.3$ K = -1.7°C . Η πίεση κορεσμού υδρατμών είναι $e_{*3} = 5.39$ hPa και ο λόγος ανάμιξης κορεσμού $r_{*3} = 4.6 \times 10^{-3}$, οπότε η πίεση (από την (7)) είναι $p_3 = 5.39 + 0.622 \times 5.39 / 4.6 \times 10^{-3} = 734$ hPa.

Μεταβολή 4: Από το νέο επίπεδο συμπύκνωσης (σημείο 3) μέχρι τα 950 hPa (σημείο 4)

Αδιαβατική μεταβολή: Από την εξίσωση (1) παίρνουμε $T_4 = T_3 (p_4 / p_3)^{R/c_p} = 271.3 \times (950 / 734)^{1/3.5} = 292.1$ K = 19.1°C , ενώ $r_4 = r_{*3} = 4.6 \times 10^{-3}$. Από τη (2) παίρνουμε $e_*(T_{d4}) = p_4 r_4 / (r_4 + \varepsilon) = 950 \times 4.6 \times 10^{-3} / (4.6 \times 10^{-3} + 0.622) = 6.97$ hPa που αντιστοιχεί σε $T_{d4} = 1.8^\circ\text{C}$.