
Εξέταση Σεπτεμβρίου 1992

Είναι γνωστό ότι η μέση ετήσια παροχή υδατορεύματος ακολουθεί κανονική κατανομή, ενώ η αντίστοιχη μέση μηνιαία παροχή του Αυγούστου ακολουθεί λογαριθμοκανονική κατανομή. Στον Πίν. 1 δίνονται για κάθε μια από τις κατανομές αυτές δύο χαρακτηριστικά σημεία των αντίστοιχων συναρτήσεων κατανομής.

Πίν. 1: Χαρακτηριστικά σημεία συναρτήσεων κατανομής

Μεταβλητή	Τιμή της μεταβλητής για $F = 4\%$	Τιμή της μεταβλητής για $F_1 = 4\%$
Μέση ετήσια παροχή (m^3/s)	7.0	12.0
Μέση παροχή Αυγούστου (m^3/s)	0.5	1.0

Ζητούνται

1. Η μέση τιμή του ετήσιου όγκου απορροής και τα όρια εμπιστοσύνης του για βαθμό εμπιστοσύνης 90%, αν το δείγμα από το οποίο έγινε η προσαρμογή της κατανομής περιλαμβάνει 32 δεδομένα.
2. Η τιμή του όγκου απορροής του Αυγούστου για περίοδο επαναφοράς 2 ετών. Πώς ονομάζεται στη στατιστική η τιμή αυτή;
3. Οι ελάχιστοι όγκοι απορροής 10ετίας του έτους και του Αυγούστου.
4. Με δεδομένο ότι τον Αύγουστο παρατηρείται κατά κανόνα η ελάχιστη (κατά τη διάρκεια του έτους) ροή του υδατορεύματος, να εκτιμηθεί το μέγεθος της έκτασης που μπορεί να αρδευτεί με το νερό του υδατορεύματος. Για την εκτίμησή σας κάνετε τις ακόλουθες παραδοχές:
 - Η δυνητική εξατμοδιαπνοή του Αυγούστου για τη συγκεκριμένη περιοχή και καλλιέργεια είναι 210 mm.
 - Η περίοδος επαναφοράς σχεδιασμού είναι 10 έτη (Εξηγήστε και τί σημαίνει αυτό πρακτικά).
 - Δεν κατασκευάζονται έργα ρύθμισης της ροής παρά μόνο έργα υδροληψίας.
 - Για τεχνικούς και περιβαλλοντικούς λόγους μπορεί να διατεθεί για άρδευση μόνο ποσοστό 60% του όγκου απορροής του Αυγούστου.
5. Αν κατασκευαστεί ταμιευτήρας υπερετήσιας εξίσωσης στην υπό μελέτη θέση του υδατορεύματος πόσο αναμένεται να αυξηθεί η αρδευόμενη έκταση; Θεωρήστε ότι η ετήσια απαίτηση της καλλιέργειας για άρδευση είναι 0.8 m^3 νερού ανά m^2 αρδευόμενης έκτασης και κάνετε αιτιολογημένες παραδοχές για όποιο επιπλέον στοιχείο σας είναι απαραίτητο.

Υπόδειξη: Ξεκινήστε την άσκηση υπολογίζοντας τις παραμέτρους της κατανομής της μέσης ετήσιας παροχής και τις αντίστοιχες παραμέτρους του λογαρίθμου της μέσης παροχής του Αυγούστου.

Εξέταση Μαΐου 1993

Προκειμένου να μελετηθούν τα έργα διευθέτησης χειμάρρου με έκταση λεκάνης 18 km^2 (ανάντη των έργων διευθέτησης) και χρόνο συγκέντρωσης 1 h απαιτείται η εκτίμηση της

πλημμύρας σχεδιασμού για περίοδο επαναφοράς 50 ετών. Για το σκοπό αυτό αναζητήθηκαν τα μέγιστα ετήσια ύψη βροχής διάρκειας 1 h από γειτονικό βροχογραφικό σταθμό, τα οποία δίνονται στον Πίν. 2. Στον πίνακα αυτό παρατηρούμε ότι η τιμή του υδρολογικού έτους 1979-80 είναι ασυνήθιστα υψηλή και εξετάζεται το ενδεχόμενο να μη συμπεριληφθεί στο ιστορικό δείγμα. Ζητούνται:

1. Η επιλογή και ο έλεγχος κατάλληλης συνάρτησης κατανομής χρησιμοποιώντας το συνολικό ιστορικό δείγμα.
2. Η εμπειρική και θεωρητική πιθανότητα υπέρβασης της τιμής του έτους 1979-80 αν χρησιμοποιηθεί το συνολικό ιστορικό δείγμα καθώς και η θεωρητική πιθανότητα υπέρβασης της εν λόγω τιμής στην περίπτωση που θα εξαιρεθεί το έτος 1979-80 από το ιστορικό δείγμα.
3. Η πλημμύρα σχεδιασμού των έργων διευθέτησης στις δύο περιπτώσεις συμπερίληψης ή εξαίρεσης του υδρολογικού έτους 1979-80 από το ιστορικό δείγμα. Ποιά είναι η ποσοστιαία διαφορά στις δύο περιπτώσεις; Ο συντελεστής απορροής είναι 60% για το 30% της λεκάνης και 40% για το υπόλοιπο τμήμα της.
4. Η διακινδύνευση (ρίσκο) την οποία έχουμε αποδεχτεί υιοθετώντας περίοδο επαναφοράς 50 ετών, για συνολικό χρόνο ζωής των έργων 40 ετών.

Πίν. 2: Μέγιστα ύψη βροχής διάρκειας 1 h (σε mm)

1970-71	13.7	1977-78	10.3	1984-85	18.8
1971-72	23.0	1978-79	13.4	1985-86	21.6
1972-73	11.9	1979-80	75.8	1986-87	22.4
1973-74	19.1	1980-81	6.6	1987-88	31.1
1974-75	21.5	1981-82	24.3	1988-89	15.4
1975-76	31.2	1982-83	35.3	1989-90	19.9
1976-77	28.3	1983-84	7.8		

Εξέταση Ιουνίου 1993

Σε λεκάνη απορροής υδατορεύματος έχει κατασκευαστεί ταμιευτήρας υπερετήσιας εξίσωσης. Η ολική έκταση της λεκάνης είναι 145 km² από τα οποία το 1 km² περίπου (κατά μέσο όρο) καταλαμβάνει ο ταμιευτήρας. Στην υδρολογική μελέτη έχουν υπολογιστεί σε ετήσια βάση για την περίοδο 1971-72 έως 1986-87, μεταξύ άλλων (α) η μέση βροχόπτωση της λεκάνης/λίμνης, P , (β) η απορροή της λεκάνης, R , και (γ) η εξάτμιση από την επιφάνεια του ταμιευτήρα κατά Penman, E . Τα σχετικά δείγματα δίνονται στον Πίν. 3 μαζί με ορισμένα βοηθητικά στοιχεία για τους υπολογισμούς. Μετά από στατιστικό έλεγχο υιοθετήθηκε και για τις τρεις αυτές μεταβλητές η κατανομή Gauss. Ζητούνται:

1. Να διερευνηθεί στατιστικά με βάση τα δείγματα αν συσχετίζονται γραμμικά τα μεγέθη $P-R$ και $E-R$, και να προσδιοριστούν οι αντίστοιχες εξισώσεις εφόσον έχουν νόημα, θεωρώντας ως εξαρτημένη μεταβλητή την R . Να δοθεί συνοπτική φυσική ερμηνεία των αποτελεσμάτων.
2. Να υπολογιστεί η περίοδος επαναφοράς καθεμιάς από τις τιμές των τριών μεταβλητών του έτους 1979-80, θεωρητικά και εμπειρικά.
3. Αν υποτεθεί ότι έλειπε η τιμή απορροής του παραπάνω έτους, ποιά θα ήταν η εκτίμηση της και σε ποιά περίοδο επαναφοράς θα αντιστοιχούσε;
4. Να υπολογιστεί το ισοζύγιο του ταμιευτήρα για ένα έτος στο οποίο (α) πραγματοποιείται ελάχιστη βροχόπτωση περιόδου επαναφοράς 25 ετών, (β) η απορροή είναι όση στατιστικά αναμένεται για την εν λόγω βροχόπτωση, (γ) η εξάτμιση είναι ίση με τη μέση υπερετήσια

τιμή της, και (δ) οι ολικές απολήψεις από τον ταμιευτήρα είναι 80% του μέσου υπερετήσιου όγκου απορροής.

Πίν. 3: Δείγματα βροχής, απορροής και εξάτμισης

ΕΤΟΣ	P (mm)	R (mm)	E (mm)	Βοηθητικά μεγέθη			
1971/72	1452	911	1350	$X \equiv$	P (mm)	R (mm)	E (mm)
1972/73	1291	776	1202	ΣX	22104	14259	21789
1973/74	1434	893	1232	ΣX^2	31279494	13318849	29837317
1974/75	1468	799	1550	ΣPR	20218583		
1975/76	1259	501	1450	ΣER	19395012		
1976/77	1230	654	1385				
1977/78	1365	891	1375				
1978/79	1424	822	1453				
1979/80	1684	1198	1450				
1980/81	1572	1070	1355				
1981/82	1611	1163	1282				
1982/83	1539	1169	1344				
1983/84	1024	734	1182				
1984/85	1447	1017	1289				
1985/86	808	671	1400				
1986/87	1496	990	1490				

Εξέταση Σεπτεμβρίου 1993

Χειμάρρος διασχίζει πόλη πριν συμβάλει σε κατάντη ποταμό. Η διατομή του χειμάρρου στο τμήμα που διασχίζει την πόλη είναι πρακτικά ομοιόμορφη με βάθος $y_{\max} = 2.5$ m. Η καμπύλη στάθμης-παροχής του χειμάρρου σε αυτό το τμήμα περιγράφεται από την εξίσωση

$$Q = a y^b$$

όπου Q η παροχή σε m^3/s , y το βάθος ροής σε m ($y \leq y_{\max}$), $a = 25$ και $b = 1.7$. Οι όμβριες καμπύλες της λεκάνης απορροής του χειμάρρου δίνονται από την εξίσωση

$$i = c T^\kappa / d^n$$

όπου i η ένταση βροχής σε mm/h , T η περίοδος επαναφοράς, d η διάρκεια βροχής σε h, $c = 13$, $\kappa = 0.2$ και $n = 0.45$. Το μοναδιαίο υδρογράφημα της λεκάνης ανάντη της διατομής εισόδου στην πόλη για διάρκεια βροχής 1 h δίνεται στον Πίν. 4.

Πίν. 4: Συντεταγμένες μοναδιαίου υδρογραφήματος

Χρόνος (h)	0	1	2	3	4	5	6
Παροχή (m^3/s)	0	25	40	33	21	10	0

Ζητούνται:

1. Το μέγιστο βάθος ροής που θα εμφανιστεί στην κοίτη του χειμάρρου μετά από καταιγίδα διάρκειας 2 h και περιόδου επαναφοράς 10 ετών.
2. Η περίοδος επαναφοράς της καταιγίδας διάρκειας 2 h, για την οποία οριακά δεν προκαλείται υπερχειλίση του χειμάρρου προς την πόλη.
3. Ο πλημμυρικός όγκος που θα υπερχειλίσει προς την πόλη σε περίπτωση που πραγματοποιηθεί καταιγίδα με διάρκεια 2 h και περίοδο επαναφοράς διπλάσια από αυτή που υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα.

Και στα τρία ερωτήματα να γίνουν οι παραδοχές ότι (α) η πιο πάνω καμπύλη στάθμης παροχής ισχύει σε όλη τη διάρκεια της πλημμύρας, (β) στο τμήμα του χειμάρρου ανάντη της πόλης δεν πραγματοποιούνται υπερχειλίσεις από την κοίτη, (γ) η ένταση βροχής είναι χρονικά και χωρικά ομοιόμορφη και (δ) το ποσοστό των απωλειών βροχής είναι 30%.

Εξέταση Μαΐου 1995

Από δείγμα 25 μέγιστων ετησίων εντάσεων βροχής διάρκειας μίας ώρας, μετά από στατιστική ανάλυση και προσαρμογή θεωρητικής συνάρτησης κατανομής, προέκυψε η ακόλουθη εξίσωση, που δίνει τη μέγιστη ένταση βροχής i (διάρκειας μίας ώρας, σε mm/h) συναρτήσει της περιόδου επαναφοράς T :

$$i = 21.0 \{1 - 0.44 \ln[-\ln(1 - 1/T)]\}$$

Ζητούνται:

1. Η έκφραση της συνάρτησης κατανομής της έντασης i . Πώς ονομάζεται η συγκεκριμένη συνάρτηση κατανομής, και ποιες είναι οι παράμετροί της;
2. Η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του δείγματος.
3. Οι εκτιμήσεις της μέγιστης και ελάχιστης τιμής που εμφανίζονται στο δείγμα (Υπόδειξη: Υπολογίστε την εμπειρική πιθανότητα υπέρβασης της μέγιστης και ελάχιστης τιμής κατά Gringorten).
4. Η εκτίμηση της έντασης βροχής για διάρκεια μίας ώρας και περίοδο επαναφοράς 50 ετών, καθώς και τα όρια εμπιστοσύνης της για βαθμό εμπιστοσύνης 95%.

Εξέταση Ιουνίου 1995

Αντιπλημμυρικό έργο σχεδιάζεται για διάρκεια ζωής 40 χρόνια και διακινδύνευση 20%. Στη θέση του έργου έχει λειτουργήσει υδρομετρικός σταθμός, από τις μετρήσεις του οποίου αποκτήθηκε ιστορικό δείγμα μέγιστων ετήσιων παροχών αιχμής. Τα βασικά χαρακτηριστικά του δείγματος φαίνονται στον Πίν. 5.

Πίν. 5: Βασικά χαρακτηριστικά δείγματος

Μέγεθος δείγματος	Μέγιστη τιμή (m ³ /s)	Ελάχιστη τιμή (m ³ /s)	Μέση τιμή (m ³ /s)	Συντελεστής μεταβλητότητας	Συντελεστής ασυμμετρίας
25	964	196	482	0.48	1.33

Ζητούνται:

1. Να προσαρμοστούν τρεις εναλλακτικές συναρτήσεις κατανομής, επιλέγοντας (με σύντομη τεκμηρίωση) ανάμεσα στην κανονική, τη γάμα (δύο παραμέτρων), τη λογαριθμοκανονική (δύο παραμέτρων) και τη Gumbel.
2. Να βρεθεί ποιά από τις τρεις παραπάνω κατανομές προσεγγίζει περισσότερο την εμπειρική συνάρτηση κατανομής στη θέση της μέγιστης τιμής του δείγματος (Για την εμπειρική συνάρτηση χρησιμοποιήστε τον τύπο Weibull).

3. Να εκτιμηθεί η παροχή σχεδιασμού του αντιπλημμυρικού έργου, υιοθετώντας τη δυσμενέστερη τιμή από αυτές που προκύπτουν από τις τρεις εναλλακτικές κατανομές.

Εξέταση Σεπτεμβρίου 1995

Για την άρδευση γεωργικής έκτασης συνολικού εμβαδού 20 km^2 σχεδιάζεται η αξιοποίηση των υδάτων ποταμού. Η περίοδος άρδευσης είναι τετράμηνη και εκτείνεται στο διάστημα από τον Ιούνιο μέχρι το Σεπτέμβριο. Για γεωλογικούς και περιβαλλοντικούς λόγους δεν είναι δυνατή η κατασκευή μεγάλου ταμιευτήρα για πλήρη υπερετήσια ρύθμιση του υδατικού δυναμικού του ποταμού. Έτσι εξετάζονται οι ακόλουθες δύο εναλλακτικές λύσεις μερικής αξιοποίησης του υδατικού δυναμικού:

- A. Η απευθείας υδροληψία από τον ποταμό χωρίς έργα ταμίευσης.
B. Η κατασκευή εξωποτάμιας λιμνοδεξαμενής με μέση επιφάνεια 0.5 km^2 και μέγιστη ωφέλιμη χωρητικότητα 4 hm^3 , σε συνδυασμό με την απευθείας υδροληψία από τον ποταμό.

Να υπολογιστεί το ποσοστό της γεωργικής έκτασης που μπορεί να αρδευτεί για καθεμιά από τις δύο λύσεις, με βάση τις ακόλουθες παραδοχές:

1. Ο σχεδιασμός γίνεται για τις ελάχιστες μηνιαίες παροχές περιόδου επαναφοράς 5 ετών.
2. Η απαιτούμενη παροχή για άρδευση υπολογίζεται με βάση τη διαφορά της δυνητικής εξατμοδιαπνοής μείον την ελάχιστη βροχόπτωση πενταετίας.
3. Από το διερχόμενο κάθε μήνα όγκο απορροής του ποταμού είναι εφικτή η απόληψη ποσοστού 70% κατά μέγιστο.
4. Για τη λύση A ο υπολογισμός της έκτασης θα γίνει κατ' αρχήν ξεχωριστά για κάθε μήνα και τελικά θα ληφθεί η δυσμενέστερη τιμή.
5. Για τη λύση B ο υπολογισμός θα γίνει με βάση το άθροισμα των απολήψιμων όγκων από τον ποταμό των τεσσάρων μηνών και του αποθέματος της λιμνοδεξαμενής, αφού αφαιρεθούν από το τελευταίο οι καθαρές απώλειες.
6. Η λιμνοδεξαμενή είναι σχεδόν βέβαιο ότι θα είναι γεμάτη κατά την αρχή της αρδευτικής περιόδου, δεδομένου ότι η χειμερινή παροχή του ποταμού είναι πολύ μεγαλύτερη του όγκου της λιμνοδεξαμενής.
7. Τα απαραίτητα υδρολογικά δεδομένα δίνονται στον Πίν. 6.

Πίν. 6: Υδρολογικά δεδομένα

	Ιούνιος	Ιούλιος	Αύγουστος	Σεπτέμβριος
Δυνητική εξατμοδιαπνοή καλλιεργειών (mm)	135	175	185	140
Εξάτμιση υδάτινης επιφάνειας (mm)	180	210	222	192
Ελάχιστη βροχόπτωση πενταετίας (mm)	23	18	10	45
Χαρακτηριστικά παροχής ποταμού				
Μέση τιμή (m^3/s)	0.72	0.65	0.48	0.49
Τυπική απόκλιση (m^3/s)	0.30	0.39	0.24	0.29
Τύπος συνάρτησης κατανομής	Γάμα 2 παραμέ- τρων	Γάμα 2 παραμέ- τρων	Λογαριθμο- κανονική 2 παραμέτρων	Λογαριθμο- κανονική 2 παραμέτρων

Εξέταση Μαΐου 1996

Γεωργική έκταση 4000 ha αρδεύεται μέσω αρδευτικού ταμιευτήρα υπερετήσιας ρύθμισης με ωφέλιμη χωρητικότητα 42 hm³. Το ισοδύναμο ύψος της εφαρμοστέας παροχής άρδευσης για όλη την αρδευτική περίοδο (καλοκαίρι) είναι 650 mm. Όπως εκτιμήθηκε από δείγμα ετήσιων παροχών 25 ετών, η ετήσια καθαρή εισροή στον ταμιευτήρα ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 28.8 hm³, και τυπική απόκλιση 13.3 hm³. Οι εισροές στον ταμιευτήρα μπορεί να θεωρηθεί κατά προσέγγιση ότι πραγματοποιούνται στο σύνολό τους πριν την έναρξη της αρδευτικής περιόδου (δηλαδή, οι εισροές τη θερινή περίοδο είναι πρακτικώς αμελητέες). Ζητούνται:

1. Η εκτίμηση ελάχιστης καθαρής εισροής για περίοδο επαναφοράς 20 ετών, καθώς και τα όρια εμπιστοσύνης της για συντελεστή εμπιστοσύνης 90%.
2. Το απόθεμα νερού που θα πρέπει να υπάρχει στην αρχή ενός υδρολογικού έτους στον ταμιευτήρα, προκειμένου να μη δημιουργηθεί έλλειμμα αρδευτικού νερού, στην περίπτωση που η καθαρή εισροή του υπόψη έτους είναι ίση με την ελάχιστη εισροή 20ετίας.
3. Η πιθανότητα να υπερχειλίσει ο ταμιευτήρας κατά τη διάρκεια ενός υδρολογικού έτους, αν το απόθεμα στην αρχή αυτού του υδρολογικού έτους είναι 20% της χωρητικότητας.
4. Η πιθανότητα να υπάρξει έλλειμμα αρδευτικού νερού κατά τη διάρκεια ενός υδρολογικού έτους, αν είχε συμβεί υπερχειλίση του ταμιευτήρα κατά το προηγούμενο έτος.
5. Η πιθανότητα να υπάρξει έλλειμμα αρδευτικού νερού κατά τη διάρκεια ενός υδρολογικού έτους, αν είχε υπάρξει έλλειμμα αρδευτικού νερού κατά το προηγούμενο έτος.

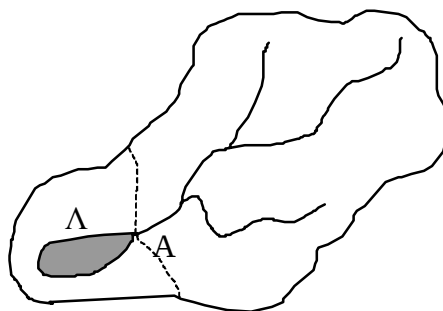
Διευκρίνηση 1: Με τον όρο καθαρή εισροή εννοούμε την εισροή μείον τις απώλειες από εξατμισμό και υπόγεια διαφυγή. Αν και οι απώλειες εξαρτώνται από τη διακύμανση του αποθέματος στον ταμιευτήρα, στην άσκηση θεωρούμε (απλοποιητικά και σε πρώτη προσέγγιση) ότι έχουν συνυπολογιστεί μέσω τροποποίησης των στατιστικών χαρακτηριστικών της εισροής.

Διευκρίνηση 2: Έλλειμμα στην απόληψη νερού υπάρχει όταν ο ταμιευτήρας αδειάσει, χωρίς να έχουν ικανοποιηθεί οι ανάγκες σε αρδευτικό νερό.

Υπόδειξη για τα ερωτήματα 4 και 5: Βρείτε αρχικά το απόθεμα στην αρχή του υδρολογικού έτους.

Εξέταση Ιουνίου 1996

Η κλειστή υδρολογική λεκάνη του Σχ. 1 έχει ολική έκταση 152 km², περιλαμβάνει στεγανή λίμνη Λ έκτασης 4-5 km² (ανάλογα με τη στάθμη της) και βρίσκεται σε γεωγραφικό πλάτος 40° βόρειο. Το κύριο υδατόρευμα της λεκάνης έχει έκταση, στην έξοδό του Α, ίση με 112 km². Λίγο ανάντη της θέσης Α υπάρχει υδρομετρικός σταθμός που λειτουργεί από το 1980. Μεγάλη πλημμύρα που συνέβη το Μάιο 1995 προκάλεσε βλάβη στον υδρομετρικό σταθμό, με αποτέλεσμα να μη διατίθενται μετρήσεις για το μήνα αυτό. Προκειμένου να συμπληρωθεί το κενό στο δείγμα παροχών αξιοποιούνται μετεωρολογικά δεδομένα και δεδομένα του ισοζυγίου της λίμνης που δίνονται στον Πίν. 7 (αντιπροσωπευτικά για το σύνολο της περιοχής μελέτης). Εξ άλλου στον Πίν. 8 δίνονται τα ύψη βροχής και απορροής του Μαΐου για τα προηγούμενα χρόνια.



Σχ. 1 Σκαρίφημα λεκάνης

1. Εκτιμήστε την απορροή του Μαΐου 1995 χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του ισοζυγίου της λίμνης για αυτό το μήνα (Θεωρήστε ότι η απορροή κατανέμεται ομοιόμορφα στο χώρο).
2. Εκτιμήστε την απορροή του Μαΐου 1995 χρησιμοποιώντας τα δεδομένα βροχής και απορροής του Μαΐου κατά τα προηγούμενα έτη και την βροχή του Μαΐου 1995. Βρείτε την ποσοστιαία απόκλιση των δύο εκτιμήσεων και αξιολογήστε τις ως προς την αξιοπιστία τους.
3. Υπολογίστε την περίοδο επαναφοράς των δύο παραπάνω εκτιμήσεων της απορροής του Μαΐου 1995 υιοθετώντας τις συναρτήσεις κατανομής γάμα και λογαριθμοκανονική.

Πίν. 7 Δεδομένα Μαΐου 1995

Βροχόπτωση (mm)	150
Θερμοκρασία (°C)	28
Σχετική υγρασία (%)	68
Ταχύτητα ανέμου (m/s)	4.1
Ποσοστό ηλιοφάνειας (%)	57
Έκταση λίμνης (km ²)	4.2
Απόθεμα λίμνης στη 1 Μαΐου (hm ³)	40
Απόθεμα λίμνης στη 1 Ιουνίου (hm ³)	51

Πίν. 8 Ιστορικά ύψη βροχής και απορροής Μαΐου (mm)

Έτος	Βροχή (X)	Απορροή (Y)	Έτος	Βροχή (X)	Απορροή (Y)
1980	67	49	1988	100	40
1981	75	60	1989	57	39
1982	98	63	1990	86	20
1983	33	10	1991	54	34
1984	48	35	1992	38	12
1985	60	35	1993	45	10
1986	78	30	1994	39	27
1987	23	18			

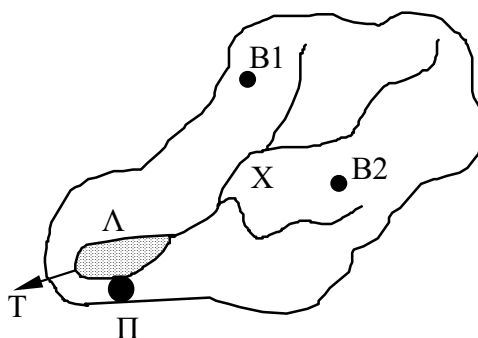
$$\Sigma X = 901, \Sigma Y = 482, \Sigma X^2 = 61875, \Sigma Y^2 = 19394, \Sigma XY = 32559$$

Εξέταση Σεπτεμβρίου 1996

Η κλειστή υδρολογική λεκάνη του Σχ. 2 έχει ολική έκταση 82 km^2 και περιλαμβάνει λίμνη Λ έκτασης 2 km^2 (περίπου σταθερής). Η λίμνη τροφοδοτείται από τον κύριο χείμαρρο X και άλλους μικροχειμάρρους. Για την αντιπλημμυρική προστασία της παρόχθιας πόλης Π έχει κατασκευαστεί η τάφρος T που οδηγεί τα νερά της λίμνης σε παρακείμενο ποταμό, δίνοντας τη δυνατότητα ρύθμισης της στάθμης της λίμνης. Η παροχευετικότητα της τάφρου είναι $30 \text{ m}^3/\text{s}$.

Ο μετρητικός εξοπλισμός της λεκάνης περιλαμβάνει τους βροχομετρικούς σταθμούς $B1$ και $B2$ με ποσοστά επιρροής 40% και 60%, αντίστοιχα, καθώς και σταθμήμετρο της λίμνης.

Το ελάχιστο υψόμετρο της δομημένης περιοχής της πόλης είναι $+132.50 \text{ m}$. Προκειμένου να αποφευχθεί το ενδεχόμενο κατάκλυσης της δομημένης περιοχής η λίμνη πρέπει να διατηρείται σε μικρότερη στάθμη, η οποία και ζητείται να υπολογιστεί. Η πλημμύρα μελέτης θεωρείται ότι έχει διάρκεια 3 ημέρες και περίοδο επαναφοράς 1000 ετών. Η εκτίμηση του πλημμυρικού όγκου γίνεται με βάση την επιφανειακή βροχόπτωση, θεωρώντας συντελεστή απορροής 0.70. Οι διαθέσιμες χρονοσειρές των μέγιστων ετήσιων σημειακών υψών βροχής διάρκειας 3 ημερών δίνονται στον Πίν. 9.



Σχ. 2 Σκαρίφημα λεκάνης

1. Προσαρμόστε την κατανομή Gumbel στην επιφανειακή μέγιστη βροχόπτωση 3 ημερών της λεκάνης.
2. Εκτιμήστε τον πλημμυρικό όγκο 1000ετίας.
3. Εκτιμήστε την ανεκτή στάθμη της λίμνης πριν την εκδήλωση της πλημμύρας 1000ετίας, προκειμένου να μη συμβεί κατάκλυση στην πόλη.

Πίν. 9 Μέγιστα ύψη βροχής 3 ημερών (mm)

Έτος	B1 (X)	B2 (Y)	Έτος	B1 (X)	B2 (Y)
1980-81	93	98	1988-89	50	30
1981-82	48	53	1989-90	85	65
1982-83	59	69	1990-91	150	125
1983-84	52	57	1991-92	117	112
1984-85	61	66	1992-93	65	80
1985-86	82	82	1993-94	76	86
1986-87	77	67	1994-95	43	53
1987-88	85	90			

$$\Sigma X = 1143, \Sigma Y = 1133, \Sigma X^2 = 98501, \Sigma Y^2 = 93991, \Sigma XY = 95146$$

Υπόδειξη: Η εξάτμιση και η υπόγεια διαφυγή από τη λίμνη σε διάρκεια 3 ημερών θεωρούνται αμελητέες, ενώ η εκροή από την τάφρο στο ίδιο διάστημα είναι σημαντική.

Εξέταση Δεκεμβρίου 1996

Σε ποταμό μελετάται η κατασκευή μικρού αρδευτικού ταμιευτήρα με στόχο τη ρύθμιση των θερινών παροχών σε μηνιαία κλίμακα. Ο μήνας με τη μεγαλύτερη ζήτηση σε αρδευτικό νερό είναι ο Ιούλιος, ενώ ο μήνας με την ελάχιστη απορροή είναι κατά κανόνα ο Αύγουστος. Η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του δείγματος της μέσης παροχής του Ιουλίου, μεγέθους 25 ετών, είναι $2.10 \text{ m}^3/\text{s}$ και $1.26 \text{ m}^3/\text{s}$, αντίστοιχα. Τα αντίστοιχα μεγέθη του δείγματος της μέσης παροχής του Αυγούστου είναι $1.71 \text{ m}^3/\text{s}$ και $1.21 \text{ m}^3/\text{s}$. Η στατιστική διερεύνηση έδειξε ότι η απορροή του Ιουλίου περιγράφεται καλύτερα από την κατανομή γάμα (2 παραμέτρων) ενώ του Αυγούστου από τη λογαριθμοκανονική κατανομή (2 παραμέτρων). Ζητείται η εκτίμηση της έκτασης που μπορεί να αρδευτεί από το έργο που μελετάται, με τις εξής προϋποθέσεις:

- (α) Η δυνητική εξατμοδιαπνοή των καλλιεργειών είναι 160 mm και 132 mm για τον Ιούλιο και τον Αύγουστο, αντίστοιχα, ενώ η βροχόπτωση θεωρείται πρακτικώς μηδενική.
- (β) Η περίοδος επαναφοράς μελέτης είναι 10 χρόνια (δηλαδή η πιθανότητα μη υπέρβασης είναι 10%).
- (γ) Για περιβαλλοντικούς λόγους υπάρχει περιορισμός να διαφεύγει συνεχώς προς τα κατάντη παροχή ίση με $0.25 \text{ m}^3/\text{s}$, η οποία δεν μπορεί να διατεθεί για άρδευση.
- (δ) Η εξάτμιση και διήθηση από το μικρό ταμιευτήρα θεωρούνται αμελητέες (λόγω της μικρής έκτασής του και του στεγανού υποβάθρου).

Υπόδειξη: Υπολογίστε την έκταση που μπορεί να αρδευτεί τον Ιούλιο και τον Αύγουστο και πάρτε τη μικρότερη από τις δύο τιμές.

Εξέταση Φεβρουαρίου 1997

Μελετάται αντιπλημμυρικό έργο για την προστασία μιας πόλης από υπερχειλίση ποταμού. Στην περιοχή έχει λειτουργήσει υδρομετρικός σταθμός, από τις μετρήσεις του οποίου καταρτίστηκε δείγμα της μέγιστης ετήσιας πλημμυρικής παροχής του ποταμού, μεγέθους 25 ετών. Η διερεύνηση του δείγματος έδειξε ότι η πλημμυρική παροχή ακολουθεί λογαριθμοκανονική κατανομή δύο παραμέτρων. Η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των (νεπερίων) λογαρίθμων των τιμών του δείγματος (εκφρασμένων σε m^3/s) είναι 6.70 και 0.53, αντίστοιχα. Ζητούνται:

1. Οι εκτιμήσεις της μέσης τιμής, της τυπικής απόκλισης και του συντελεστή ασυμμετρίας της μέγιστης ετήσιας πλημμυρικής παροχής του ποταμού.
2. Οι τιμές της μέγιστης ετήσιας πλημμυρικής παροχής του ποταμού για περιόδους επαναφοράς 50, 500 και 5000 χρόνια.
3. Τα όρια εμπιστοσύνης της εκτίμησης της μέγιστης ετήσιας πλημμυρικής παροχής περιόδου επαναφοράς 5000 χρόνων, για συντελεστή εμπιστοσύνης 95%. (Σχολιάστε το αποτέλεσμα, ως προς το μέγεθος και τις πηγές τις αβεβαιότητας).
4. Η διακινδύνευση των έργων για τις τρεις παραπάνω περιόδους επαναφοράς, αν η διάρκεια ζωής των έργων είναι 50 χρόνια.
5. Η ποσοστιαία αύξηση του κόστους των αντιπλημμυρικών έργων στην περίπτωση που υιοθετηθεί περίοδος επαναφοράς σχεδιασμού 500 ή 5000 χρόνια, σε σχέση με το αντίστοιχο κόστος στην περίπτωση που υιοθετηθεί περίοδος επαναφοράς σχεδιασμού 50

χρόνια, με την παραδοχή ότι το κόστος των έργων είναι περίπου γραμμικά ανάλογο της παροχής σχεδιασμού.

Εξέταση Σεπτεμβρίου 1997

Από την επεξεργασία των βροχογραφημάτων ενός σταθμού έχει προκύψει το δείγμα των μέγιστων ετήσιων εντάσεων βροχής δεκαλέπτου που φαίνονται στο Πίν. 10. Ζητούνται

1. Η προσαρμογή της κατανομής Gumbel στο δεδομένο δείγμα.
2. Ο έλεγχος της προσαρμογής της παραπάνω κατανομής.
3. Η εκτίμηση της περιόδου επαναφοράς της μεγαλύτερης τιμής που εμφανίζεται στο δείγμα (α) εμπειρικά με τους τύπους Weibull και Gringorten, και (β) θεωρητικά με τη συνάρτηση κατανομής Gumbel.
4. Η εκτίμηση της έντασης βροχής δεκαλέπτου για περίοδο επαναφοράς 50 χρόνια και το διάστημα εμπιστοσύνης της για συντελεστή εμπιστοσύνης 99%.
5. Το μέγεθος του δείγματος που θα χρειάζονταν προκειμένου να υποδιπλασιαστεί το μήκος του διαστήματος εμπιστοσύνης του ερωτήματος 4.

Πίν. 10 Δείγμα μέγιστων εντάσεων βροχής δεκαλέπτου (mm)

Υδρολ. έτος	Μέγιστη ένταση, mm/h	Υδρολ. έτος	Μέγιστη ένταση, mm/h
1975-76	33.2	1985-86	50.0
1976-77	44.1	1986-87	52.0
1977-78	47.7	1987-88	58.7
1978-79	67.6	1988-89	51.6
1979-80	46.5	1989-90	44.8
1980-81	84.8	1990-91	27.5
1981-82	55.9	1991-92	67.4
1982-83	42.5	1992-93	32.2
1983-84	63.1	1993-94	34.2
1984-85	48.9	1994-95	50.7
Μέση τιμή		50.2	
Τυπική απόκλιση		13.4	

Εξέταση Ιανουαρίου 1998

Μελετάται αντιπλημμυρικό έργο για την προστασία μιας αγροτικής περιοχής από υπερχειλίση χειμάρρου. Στην περιοχή έχει λειτουργήσει υδρομετρικός σταθμός, από τις μετρήσεις του οποίου καταρτίστηκε δείγμα της ετήσιας μέγιστης πλημμυρικής παροχής του χειμάρρου, μεγέθους 20 ετών. Στο δείγμα προσαρμόστηκε με τη μέθοδο των ροπών η συνάρτηση κατανομής Gumbel

$$F(x) = \exp[-e^{-\lambda(x-c)}]$$

όπου x η πλημμυρική παροχή εκφρασμένη σε m^3/s , και βρέθηκε ότι οι παράμετροι της κατανομής είναι $\lambda = 0.039 \text{ m}^{-3}\text{s}$ και $c = 72 \text{ m}^3/\text{s}$. Για λόγους σύγκρισης εξετάζεται για το δείγμα και η λογαριθμοκανονική κατανομή (2 παραμέτρων). Ζητούνται:

1. Η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση και ο συντελεστής μεταβλητότητας του δείγματος.
2. Οι παράμετροι της λογαριθμοκανονικής κατανομής με τη μέθοδο των ροπών.
3. Η θεωρητική τιμή του συντελεστή ασυμμετρίας (α) για την κατανομή Gumbel και (β) για τη λογαριθμοκανονική κατανομή.

4. Η σύγκριση των τιμών της ετήσιας μέγιστης πλημμυρικής παροχής του χειμάρρου που προκύπτουν (α) από την κατανομή Gumbel και (β) από τη λογαριθμοκανονική κατανομή, για περιόδους επαναφοράς 10, 100 και 1000 χρόνια. Αν υποθέσουμε ότι καμιά από τις δύο κατανομές δεν απορρίπτεται στατιστικά για το συγκεκριμένο δείγμα, ποιά θα διαλέξετε;
5. Η διακινδύνευση των έργων για τις τρεις παραπάνω περιόδους επαναφοράς, αν η διάρκεια ζωής των έργων είναι 50 χρόνια.

Εξέταση Φεβρουαρίου 1998

Είναι γνωστό ότι οι όμβριες καμπύλες μιας περιοχής για περιόδους επαναφοράς 2 και 100 χρόνια δίνονται από τις εξισώσεις

$$i_2(d) = \frac{20.5}{(d + 0.05)^{0.62}}, \quad i_{100}(d) = \frac{39.9}{(d + 0.05)^{0.62}}$$

όπου d η διάρκεια βροχής σε h, και $i_2(d)$ και $i_{100}(d)$ οι μέγιστες εντάσεις βροχής για $T = 2$ και 100 έτη, αντίστοιχα, σε mm/h. Αν η εξαγωγή αυτών των όμβριων καμπυλών έχει βασιστεί στην κατανομή μεγίστων Gumbel, να εκτιμηθεί η μέγιστη ένταση βροχής που αντιστοιχεί σε διάρκεια βροχής 1 h και περίοδο επαναφοράς 20 έτη.

Εξέταση Σεπτεμβρίου 1998

Φυσική λίμνη μέσης επιφάνειας 20 km^2 , με λεκάνη απορροής 200 km^2 , είναι στεγανή και έχει χωρητικότητα 350 hm^3 . Οι επιπλέον ποσότητες νερού υπερχειλίζουν μέσω διώρυγας προς τη θάλασσα. Με βάση τις μετρήσεις ενός δικτύου υδρομετεωρολογικών σταθμών καταρτίστηκαν οι χρονοσειρές ετήσιας βροχόπτωσης και εξάτμισης μήκους 30 ετών, ενώ εκτιμήθηκε ο μέσος ετήσιος συντελεστής απορροής της λεκάνης σε 0.7. Η στατιστική ανάλυση των δειγμάτων ετήσιας βροχόπτωσης και εξάτμισης, έδειξε ότι ακολουθούν κανονική κατανομή με μέσες τιμές 832 και 1203 mm, και τυπικές αποκλίσεις 205 και 150 mm αντίστοιχα. Ζητείται να υπολογιστούν:

1. Η αναμενόμενη ετήσια εισροή στη λίμνη και τα όρια εμπιστοσύνης 95% της τιμής αυτής.
2. Η ποσότητα που υπερχειλίζει από τη λίμνη κατά μέσο όρο ανά έτος (σε υπερετήσια βάση).
3. Η έκταση που μπορεί να αρδευτεί από την παραπάνω ποσότητα αν θεωρηθεί ότι μπορεί να γίνει εκμεταλλεύσιμη κατά 60%, ενώ οι ετήσιες αρδευτικές ανάγκες θεωρηθούν 700 mm.
4. Η ποσότητα νερού που θα υπερχειλίζει το επόμενο υδρολογικό έτος αν το απόθεμα νερού στην αρχή του υδρολογικού έτους είναι 250 hm^3 , η εξάτμιση είναι ίση με τη μέση τιμή της και η βροχόπτωση είναι ίση με τη μέγιστη βροχόπτωση δεκαετίας.
5. Η πιθανότητα να υπερχειλίζει η λίμνη στο επόμενο υδρολογικό έτος, αν το απόθεμα νερού στην αρχή του υδρολογικού έτους είναι 250 hm^3 .

Υπόδειξη - Υπενθύμιση: Αν δύο ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές X και Y ακολουθούν κανονική κατανομή με μέσες τιμές μ_X και μ_Y , και τυπικές αποκλίσεις σ_X και σ_Y αντίστοιχα, τότε ο γραμμικός συνδυασμός των μεταβλητών $Z = \alpha X + \beta Y$, όπου α και β σταθερές, ακολουθεί επίσης κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu_Z = \alpha \mu_X + \beta \mu_Y$ και τυπική απόκλιση $\sigma_Z = (\alpha^2 \sigma_X^2 + \beta^2 \sigma_Y^2)^{1/2}$.