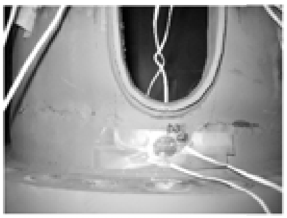
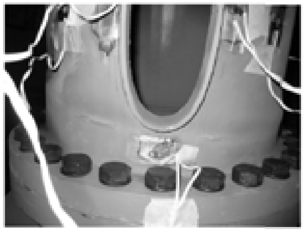
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

ΕΝΙΣΧΥΣΗ ΟΠΩΝ ΑΝΘΡΩΠΟΘΥΡΙΔΩΝ ΣΕ ΧΑΛΥΒΔΙΝΑ ΚΕΛΥΦΗ ΠΥΛΩΝΩΝ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΩΝ

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ


Διδακτορική διατριβή

ΧΡΙΣΤΟΦΟΡΟΥ ΔΗΜΟΠΟΥΛΟΥ

Διπλωματούχου Πολιτικού Μηχανικού Ε.Μ.Π.

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ:
Χ. Ι. ΓΑΝΤΕΣ
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2012

ΕΜΚ ΔΔ 2012/01

Δημόπουλος Χ. (2012)
Ενίσχυση οπών ανθρωποθυρίδων σε χαλύβδινα κελύφη πυλώνων ανεμογεννητριών - Πειραματική και αριθμητική διερεύνηση
Διδακτορική διατριβή ΕΜΚ ΔΔ 2012/01
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.

Dimopoulos C. (2012)
Stiffening of manhole opening of steel wind turbine tower shells - Experimental and numerical investigation
Ph.D. Thesis ΕΜΚ ΔΔ 2012/01
Institute of Steel Structures, National Technical University of Athens, Greece

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΕΝΙΣΧΥΣΗ ΟΠΩΝ ΑΝΘΡΩΠΟΘΥΡΙΔΩΝ ΣΕ ΧΑΛΥΒΔΙΝΑ ΚΕΛΥΦΗ ΠΥΛΩΝΩΝ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΩΝ

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΧΡΙΣΤΟΦΟΡΟΥ ΔΗΜΟΠΟΥΛΟΥ

Δίπλωμα Πολιτικού Μηχανικού Ε.Μ.Π. (2004)

Μεταπτυχιακό Δίπλωμα Ειδίκευσης Ε.Μ.Π. (2006)

'Δομοστατικός σχεδιασμός και ανάλυση κατασκευών'

Η διατριβή υποβλήθηκε στη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου προς εκπλήρωση των προϋποθέσεων του τίτλου του Διδάκτορα Μηχανικού

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΣΥΜΒΟΥΛΕΥΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗΣ

1. Χ. ΓΑΝΤΕΣ, Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π. (επιβλέπων)
2. Ι. ΒΑΓΙΑΣ, Καθηγητής Ε.Μ.Π.
3. Β. ΚΟΥΜΟΥΣΗΣ, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

ΕΠΤΑΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

1. Χ. ΓΑΝΤΕΣ, Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π. (επιβλέπων)
2. Ι. ΒΑΓΙΑΣ, Καθηγητής Ε.Μ.Π.
3. Β. ΚΟΥΜΟΥΣΗΣ, Καθηγητής Ε.Μ.Π.
4. Γ. ΙΩΑΝΝΙΔΗΣ, Καθηγητής Ε.Μ.Π.
5. Σ. ΚΑΡΑΜΑΝΟΣ, Αν. Καθηγητής Πανεπιστημίου Θεσσαλίας
6. Ε. ΣΑΠΟΥΝΤΖΑΚΗΣ, Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.
7. Β. ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ, Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Αθήνα 2012

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Για την πολύχρονη προσπάθεια της ολοκλήρωσης αυτής της διατριβής, δεν θα μπορούσα να μην αναγνωρίσω τη συνεισφορά, άμεση ή έμμεση, διάφορων προσώπων. Χωρίς τη υποστήριξη τους η εκπλήρωση των στόχων της διατριβής θα ήταν αδύνατη.

Θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου και τις ευχαριστίες μου στον αναπληρωτή καθηγητή και επιβλέποντα αυτής της διατριβής κ. Χάρη Γαντέ, για την πολύτιμη καθοδήγηση του κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της διατριβής αυτής. Η πολυδιάστατη ερευνητική του εμπειρία και το εύρος των γνώσεων του στην ανάλυση και το σχεδιασμό μεταλλικών κατασκευών ήταν καθοριστικά για την επίτευξη των στόχων του διδακτορικού.

Στα υπόλοιπα δυο μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής, τους καθηγητές της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών Ε.Μ.Π. Ιωάννη Βάγια και Βλάσση Κουμούση, εκφράζω την ευγνωμοσύνη μου για το ενδιαφέρον που επέδειξαν σε όλη τη διάρκεια της διατριβής, όπως επίσης και για τις πολύτιμες υποδείξεις τους. Ευχαριστώ επίσης τα υπόλοιπα μέλη της επταμελούς εξεταστικής επιτροπής για τα εποικοδομητικά σχόλια τους, τον κ. Γεώργιο Ιωαννίδη, καθηγητή της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών Ε.Μ.Π., τον κ. Σπύρο Καραμάνο, αναπληρωτή καθηγητή του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου της Θεσσαλίας, τον κ. Ευάγγελο Σαπουντζάκη, αναπληρωτή καθηγητή της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών Ε.Μ.Π. και τον κ. Βησσαρίωνα Παπαδόπουλο, λέκτορα της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών Ε.Μ.Π..

Ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στον Δρ. Ξενοφώντα Λιγνό για την πολύτιμη βοήθεια και συνεισφορά του κατά την εκτέλεση των πειραμάτων αυτής της εργασίας, όπως επίσης και στον κ. Σταύρο Κουρκουλή, αναπληρωτή καθηγητή του Ε.Μ.Π., για τη συνεισφορά του στον προσδιορισμό των ιδιοτήτων του υλικού των πειραματικών δοκιμίων. Ευχαριστώ επίσης, τον Στέλιο Κατσατσίδη για τη βοήθεια του κατά την προετοιμασία και εκτέλεση των πειραμάτων, όπως επίσης και τον Γιώργο Ζησιμάτο ο οποίος ασχολήθηκε στα πλαίσια της διπλωματικής του εργασίας με τα προκαταρκτικά στάδια σχεδιασμού των πειραματικών δοκιμίων.

Επίσης, εκφράζω τις ευχαριστίες μου στα μέλη του εργαστηρίου μεταλλικών κατασκευών του Ε.Μ.Π. και τους υποψήφιους διδάκτορες για το κλίμα συνεργασίας και αλληλοβοήθειας που υπήρξε. Επίσης, ευχαριστώ τον λέκτορα της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών, κ. Βησσαρίωνα Παπαδόπουλο για την παροχή των απαραίτητων στοιχείων για την μελέτη ενός εκ των παραδειγμάτων ανάλυσης κελυφών του Παραρτήματος Α αυτής της διατριβής.

Θα ήθελα ακόμη να εκφράσω την μεγάλη μου ευγνωμοσύνη και τις θερμές μου ευχαριστίες στην οικογένεια μου για την πολύπλευρη στήριξη και τη συμπαράσταση που μου προσέφερε όλα αυτά τα χρόνια της εκπόνησης αυτής της διατριβής. Τους ευχαριστώ μέσα από τα βάθη της καρδιάς μου.

Τέλος, ευχαριστώ το Θεό για τη δύναμη που μου έδωσε για την επιτυχή ολοκλήρωση αυτής της διατριβής.

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ ΔΙΑΘΕΣΙΜΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Τομέας Δομοστατικής
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

Διδακτορική διατριβή Χριστόφορου Δημόπουλου

ΕΜΚ ΔΔ 2012/01

Ενίσχυση οπών ανθρωποθυρίδων σε χαλύβδινα κελύφη πυλώνων ανεμογεννητριών - Πειραματική και αριθμητική διερεύνηση

Επιβλέπων: Δρ. Χάρης Ι. Γαντές, Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα 2012

Περίληψη

Σκοπός αυτής της διδακτορικής διατριβής είναι η μελέτη της αποδοτικότητας διαφόρων τύπων ενίσχυσης οπής ανθρωποθυρίδων χαλύβδινων κυλινδρικών πυλώνων ανεμογεννητριών. Η ύπαρξη της προκαλεί συγκεντρώσεις τάσεων, αυξάνει τον κίνδυνο τοπικού λυγισμού και επιφέρει απομείωση της αντοχής του πυλώνα, οπότε το μέγεθος της αποτελεί σημαντικό παράγοντα σχεδιασμού. Έτσι κρίνεται αναγκαία η ενίσχυση της περιοχής της οπής, η οποία μπορεί να λάβει στην πράξη διάφορες μορφές. Δεν είναι όμως σαφές στη βιβλιογραφία ούτε ποια μορφή είναι η πλέον αποδοτική, ούτε ποιες πρέπει να είναι οι διαστάσεις της, ώστε να επανέρχεται η αντοχή του πυλώνα σε αποδεκτά όρια.

Στην παρούσα διατριβή επιχειρείται να διερευνηθούν τα εξής ζητήματα: (i) ποια μορφή ενίσχυσης που χρησιμοποιείται στην πράξη ή έχει προταθεί στη βιβλιογραφία είναι η πιο αποδοτική, (ii) ποιες είναι οι απαιτούμενες διαστάσεις των προτεινόμενων μορφών ενίσχυσης ώστε να επιτυγχάνεται αποδεκτή αντοχή του πυλώνα. Η διερεύνηση του προβλήματος έγινε με πειραματικές και αριθμητικές μεθόδους ενώ ακολούθησε αξιολόγηση όλων των προτεινόμενων από το EN1993-1.6 μεθοδολογιών αριθμητικής ανάλυσης. Τέλος προτάθηκαν πρωτότυπες μεθοδολογίες εκεί όπου οι υπάρχουσες υστερούν.

Για το πειραματικό σκέλος της εργασίας επελέγησαν δοκίμια που αντιστοιχούν σε πραγματικούς πυλώνες ανεμογεννητριών ως προς τη λυγηρότητα του κελύφους και τις διαστάσεις του ανοίγματος και της ενίσχυσης, σε κλίμακα 1:10. Τα πειράματα αυτά καλύπτουν το κενό προηγούμενων πειραματικών διερευνήσεων, τα χαρακτηριστικά των οποίων δεν παρέπεμπαν σε κελύφη με ανθρωποθυρίδα που απαντώνται σε πυλώνες ανεμογεννητριών. Πραγματοποιήθηκαν συνολικά έξι πειράματα σε έξι αντίστοιχα δοκίμια: Δυο σε κελύφη χωρίς οπή, δυο σε κελύφη με μη ενισχυμένη οπή και δυο σε κελύφη με ενισχυμένη οπή. Ως ενίσχυση επιλέχθηκε η απλή μορφή ενός περιμετρικού πλαισίου το οποίο εφαρμόστηκε και συγκολλήθηκε στην παρειά της οπής. Τα δοκίμια υποβλήθηκαν σε κάμψη, όπως καταπονούνται οι πραγματικοί πυλώνες ανεμογεννητριών λόγω της δράσης του ανέμου.

Οι δοκιμές οδήγησαν σε χρήσιμα συμπεράσματα ως προς την επίδραση της οπής στην αντοχή του κελύφους και την επιρροή της χρησιμοποιούμενης ενίσχυσης. Συγκεκριμένα, προέκυψε ότι η απομείωση της αντοχής του κελύφους λόγω της παρουσίας της οπής είναι σημαντική (της τάξης του 24% στις πραγματοποιηθείσες δοκιμές). Επίσης, η χρησιμοποιούμενη ενίσχυση ενός απλού πλαισίου με εμβαδόν διατομής ίσο με περίπου 1.23 φορές το εμβαδόν του ανοίγματος κατάφερε να επαναφέρει την αντοχή του κελύφους στα επίπεδα αντοχής ενός κελύφους χωρίς οπή.

Τα πειραματικά αποτελέσματα χρησιμοποιήθηκαν επίσης για τη βαθμονόμηση των αριθμητικών προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων με το εμπορικό πρόγραμμα ABAQUS ως προς την ακριβή πρόβλεψη της πραγματικής απόκρισης του φορέα. Αξίζει να σημειωθεί ότι για την αριθμητική ανάλυση των πειραματικών δοκιμίων υιοθετήθηκαν τρία επίπεδα ανάλυσης, με σταδιακή αύξηση της πολυπλοκότητας αλλά και της επιτυγχανόμενης ακρίβειας, τα οποία ανέδειξαν τη σημασία των διάφορων παραμέτρων του προβλήματος, όπως είναι η γεωμετρική μη γραμμικότητα και η μη γραμμικότητα του υλικού, τα φαινόμενα επαφής που αναπόφευκτα εμφανίζονται μεταξύ των διάφορων μερών των δοκιμίων και των κοχλιών σύνδεσης, όπως επίσης και της ευκαμψίας του πλαισίου στήριξης των δοκιμίων. Με κατάλληλη βαθμονόμηση προέκυψε εξαιρετική σύγκλιση μεταξύ πειραματικών και αριθμητικών αποτελεσμάτων σε ότι αφορά τους δρόμους ισορροπίας και μια πολύ καλή ποιοτική σύγκριση σε όρους παραμορφώσεων.

Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκε αξιολόγηση των διαφόρων μεθόδων σχεδιασμού κελυφών χωρίς ή με οπή, ενισχυμένη ή μη. Σύμφωνα με τις σχετικές διατάξεις του μέρους 1.6 του EN1993 ένας τρόπος σχεδιασμού κελυφών χωρίς οπή βασίζεται στη μέθοδο των τάσεων, που γίνεται αποκλειστικά με αναλυτικές εκφράσεις. Η χρήση της μεθόδου αυτής σε κελύφη με οπή, με ή χωρίς ενίσχυση, δεν είναι δυνατή. Για τέτοια κελύφη πιο πρόσφορες μέθοδοι σχεδιασμού είναι όσες βασίζονται σε αριθμητικές αναλύσεις όπως προβλέπονται από το EN1993-1.6. Συγκεκριμένα, εφαρμόζονται η μέθοδος MNA/LBA η οποία βασίζεται εν μέρει σε αριθμητικές αναλύσεις και η μέθοδος GMNIA η οποία βασίζεται αποκλειστικά σε αριθμητικές αναλύσεις. Για να διαπιστωθεί η επάρκεια αυτών των μεθόδων και ειδικότερα της μεθόδου MNA/LBA πραγματοποιήθηκε εκτενής αριθμητική διερεύνηση με μη γραμμικές αναλύσεις, για διάφορες τιμές λυγηρότητας και διάφορους τύπους γεωμετρικών ατελειών. Από την διερεύνηση αυτή προέκυψε ότι η μέθοδος MNA/LBA είναι υπερσυντηρητική για κελύφη με μη ενισχυμένη οπή και δεν πρέπει να χρησιμοποιείται. Αντιθέτως, για την περίπτωση ενισχυμένων κελυφών και πιο συγκεκριμένα για κελύφη με οπή και ενίσχυση τύπου πλαισίου, προέκυψε ότι η μέθοδος MNA/LBA δίνει πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα. Για την περίπτωση απλής μη ενισχυμένης οπής, διαπιστώθηκε ότι η χρήση μιας τροποποιημένης λυγηρότητας, η οποία βασίζεται σε μια γεωμετρικώς μη γραμμική ελαστική ανάλυση (GNA) αντί ανάλυσης γραμμικού λυγισμού (LBA) δίνει σαφώς πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Τέλος, πραγματοποιήθηκαν αριθμητικές διερευνήσεις με μη γραμμικές αριθμητικές αναλύσεις με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, στις οποίες λήφθηκαν υπόψη γεωμετρικές ατέλειες (αναλύσεις GMNIA) με σκοπό την αξιολόγηση της αποδοτικότητας διαφόρων μορφών ενίσχυσης. Εξετάστηκαν τέσσερις τύποι ενίσχυσης: i) απλό πλαίσιο, ii) δυο διαμήκη ελάσματα με δακτύλιο, iii) συνδυασμός πλαισίου, δυο διαμήκων ελασμάτων και δακτυλίου, iv) όπως ο τρίτος τύπος με επιπλέον νευρώσεις που συνδέουν το πλαίσιο με τα διαμήκη ελάσματα. Από τις αναλύσεις προέκυψε ότι η παρουσία των νευρώσεων δεν προσφέρει ουσιαστικά πλεονεκτήματα σε σχέση με τις υπόλοιπες ενισχύσεις, οπότε η χρήση τους δεν έχει νόημα. Επιπλέον, ο συνδυασμός πλαισίου με δυο διαμήκη ελάσματα και δακτύλιο, δεν υπερτερεί έναντι της πιο απλής λύσης των δυο διαμήκων ελασμάτων με δακτύλιο. Επομένως, οι δυο πιο απλές ενισχύσεις (i) και (ii) είναι οι πλέον ενδεικνυόμενες. Τα βασικά πλεονεκτήματα της μορφής (ii) είναι δύο. Πρώτον, με αυτή τη μορφή απαιτείται μικρότερη ποσότητα χάλυβα για την επαναφορά της αντοχής ενός κελύφους με οπή στην αντίστοιχη αντοχή του πλήρους κελύφους. Δεύτερον, με μικρή επιπλέον επαύξηση του εμβαδού της ενίσχυσης, η αστοχία μεταφέρεται εκτός της περιοχής αυτής και πιο συγκεκριμένα πάνω από τον δακτύλιο. Η ενίσχυση απλού πλαισίου (i), αν και δεν μπορεί, εκτός από κάποιες εξαιρέσεις, να μεταφέρει την αστοχία μακριά από την οπή, αποτελεί ανταγωνιστική λύση και μπορεί να επαναφέρει την αντοχή του κελύφους με οπή στην αντοχή του πλήρους κελύφους, με μεγαλύτερο όμως εμβαδόν ενίσχυσης σε σχέση με εκείνο που απαιτούν τα διαμήκη ελάσματα.

Συμπερασματικά, η παρούσα εργασία συμβάλει σημαντικά στην κατανόηση της συμπεριφοράς χαλύβδινων κυλινδρικών πυλώνων ανεμογεννητριών με οπές ανθρωποθυρίδων, καθώς και στον ορθολογικό σχεδιασμό των ενισχύσεων.

National Technical University of Athens
School of Civil Engineering
Department of Structural Engineering
Institute of Steel Structures

Ph.D. Thesis of Christoforos Dimopoulos

ΕΜΚ ΔΔ 2012/01

Stiffening of manhole opening of steel wind turbine tower shells - Experimental and numerical investigation

Supervisor: Dr. Charis J. Gantes, Associate Professor N.T.U.A.

Athens 2012

Abstract

Objective of this Ph.D. thesis is the study of the efficiency of various stiffening types of the manhole cut-out in steel wind turbine tower shells. The size of this cut-out is significant and, as stated in the literature and confirmed by this study, leads to stress concentration, increases the danger of local buckling and ultimately it reduces significantly the strength of the tower. For this reason it is considered necessary to stiffen the region of the opening. In practice this stiffening can be of different types. It is not clear however in the literature, neither which type of stiffening is the most efficient one, nor what dimensions the stiffeners must have in order for the tower strength to achieve acceptable levels.

In the present thesis a solution to the following issues is sought: (i) to compare the different alternative stiffening types used in practice or proposed in the literature and to come up with the most efficient one, (ii) to determine the necessary dimensions of the proposed stiffening types so as to achieve an acceptable strength for the tower. For this purpose, the investigation of the problem is performed first experimentally and then numerically. In parallel to the numerical part of this study, an evaluation of the methodologies proposed by EN1993-1.6 for numerical analysis of shell structures is performed and innovative methodologies are proposed where the existing methodologies do not perform well.

The specimens for the experimental part of this study were chosen so as to correspond to actual wind turbine towers in terms of shell slenderness, opening and stiffening dimensions, in a scale of 1:10. These innovative experiments cover an existing gap of previous experimental investigations, the characteristics of which did not correspond to shells with manhole as encountered in wind turbine towers. Six experiments were performed in total: the first two concerned shells without cut-out, the next two shells with an unstiffened cut-out, while the last two concerned shells with a stiffened cut-out. The chosen stiffening type was a simple frame welded around the edge of the cut-out. The specimens, being simple cantilevers under a concentrated load at their free end, were subjected to variable bending along their length, similar to the bending conditions of real wind turbine towers subjected to wind action. The goals of the experiments were twofold.

Firstly, the experiments led to useful conclusions concerning the effect of the manhole to the strength of the shell as well as the effect of the stiffener considered. More specifically, it was found that the reduction of the shell strength due to the presence of the manhole is important (around 24% in these tests). Moreover, the used frame stiffener with cross-section area equal to about to 1.23 times the area of the cut-out was able to restore the strength of the shell to the strength of the shell without cut-out.

Secondly, the experimental results were used to validate the efficiency of the numerical simulation with the ABAQUS finite element software, to predict with acceptable accuracy the behaviour of such structures. It is worth noting that for the numerical analysis of the experimental specimens, three levels of analysis with an increased level of complexity and achieved accuracy were adopted, which highlighted the importance of various parameters of the problem, such as the geometric nonlinearity, the material nonlinearity, the contact phenomena that were inevitably encountered between the different parts of the specimens and the bolts, as well as the flexibility of the testing frame supporting the specimens. After calibration of the numerical models, an excellent agreement between experimental and numerical results was achieved in terms of load-displacement curves and a good qualitative comparison in terms of deformations.

Next, a comparison was made between the various design methods for shells without cut-out or with an unstiffened or stiffened cut-out. According to the provisions of EN1993-Part 1.6, one method for designing shells is the stress method relying exclusively on analytical relations. The use of this method on shells with cut-out, unstiffened or not, is not possible. For such shells, more suitable methods are those relying on numerical analyses, which are also allowed by EN1993-Part 1.6, and more specifically the MNA/LBA method, based partly on numerical analyses, and the GMNIA method, based exclusively on numerical analyses. In order to investigate the sufficiency of these methods, and particularly the MNA/LBA method, an extensive numerical investigation with nonlinear analyses was carried out, for various values of slenderness and various types of geometric imperfections. From this investigation it was found that the MNA/LBA method is over-conservative for shells with unstiffened cut-out and it is not recommended for use in those cases. In contrary, for shells with stiffened cut-out, and more specifically for shells with a cut-out stiffened with a frame stiffener, it was found that the MNA/LBA method is more appropriate. For the case of unstiffened cut-out, it was found that the use of a different slenderness definition, based on a geometrically nonlinear elastic analysis (GNA) instead of linear buckling analysis (LBA) gives much more satisfactory results.

Next, a detailed numerical investigation was carried out aiming at the evaluation of different stiffening types. This investigation was also carried out by means of nonlinear finite element analyses, including geometric imperfections (GMNIA analyses). Four stiffening types were investigated: i) a simple frame, ii) two stringers with a ring stiffener, iii) a combination of a frame stiffener, two stringers and a ring, iv) the third type with additional plate stiffeners connecting the frame and the stringers. It was concluded that the presence of plate stiffeners does not offer any essential advantages in comparison to the others stiffening types, so their use is meaningless. Moreover, the combination of a frame and two stringers with a ring is not superior to the more simple solution of two stringers and a ring. So the two simpler stiffening types (i) and (ii) are the more efficient. The basic advantages of type (ii) are two. First, with this stiffening type less amount of steel is necessary in order to restore the strength of a shell with cut-out to that of the corresponding shell without cut-out. Second, with a small increase of the cross-section area of the stiffeners, failure is transferred outside the cut-out region, and more specifically above the ring. As for the simple frame stiffener (i), although it is not capable, with some exceptions, to transfer the failure outside the cut-out region, it is a competitive solution and can restore the strength of the shell with cut-out to that of the shell without cut-out, however with larger required stiffener cross-section compared to that demanded by the stringers.

In conclusion, the present thesis contributes decisively to the understanding of the behaviour of cylindrical steel wind turbine towers with manhole cut-outs, as well as to the rational design of the stiffening.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγικά Στοιχεία περί Ανεμογεννητριών

1.1 Γενικά

Τα τελευταία χρόνια έχει παρατηρηθεί μια έντονη δραστηριοποίηση διεθνώς στην ανάπτυξη και εκμετάλλευση των Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας (ΑΠΕ) λόγω της διαπίστωσης ότι οι συμβατικές μορφές ενέργειας οι οποίες αποδεσμεύουν υδρογονάνθρακες, διοξείδιο του άνθρακα ή τοξικά και ραδιενεργά απόβλητα, βλάπτουν το περιβάλλον, ώστε να υπάρχει σαφής και υπαρκτός κίνδυνος μη αναστρέψιμης αρνητικής αλλοίωσης του (π.χ. λιώσιμο πάγων, αύξηση θερμοκρασίας, αύξηση στάθμης της θάλασσας, μεγέθυνση της τρύπας του όζοντος).

Μια από της πλέον αναπτυσσόμενες και υποσχόμενες ήπιες μορφές ενέργειας, αποτελεί και η αιολική ενέργεια. Η αιολική ενέργεια έχει χρησιμοποιηθεί από τα πανάρχαια χρόνια μέχρι σήμερα για διάφορους σκοπούς όπως λόγου χάρη για την κίνηση ιστιοφόρων πλοίων, την άλεση σιτηρών και την άντληση υδάτων. Μια σχετικά πρόσφατη αξιοποίηση της αιολικής ενέργειας αποτελεί η μετατροπή της μηχανικής ενέργειας, που προκαλεί η κίνηση ενός ανεμοκινητήρα λόγω της ροής του ανέμου, σε ηλεκτρική ενέργεια. Από τις πρώτες ανεμομηχανές των μερικών kW η τεχνολογία έχει προχωρήσει στην κατασκευή ανεμοκινητήρων μερικών MW και αναμένεται στα επόμενα χρόνια η ισχύς να αυξηθεί περαιτέρω. Βασικές μορφές σύγχρονων ανεμογεννητριών και των πυλώνων τους παρουσιάζονται σε αμέσως επόμενες παραγράφους.

Η ισχύς του ρέοντος ανέμου που μπορεί να δεσμευτεί από την κίνηση του δρομέα της ανεμογεννήτριας (Α/Γ) δίνεται από τη σχέση:

$$P = C_p \frac{1}{2} \rho \pi R^2 v^3 \ \ [W] \tag{1.1}$$

όπου

C_p είναι ο συντελεστής ισχύος (η μέγιστη τιμή του είναι 0.593 και καλείται όριο του Betz), ρ είναι η πυκνότητα του αέρα, R είναι η ακτίνα των πτερυγίων και v είναι η ταχύτητα του ανέμου.

Από την εξίσωση (1.1) γίνεται φανερό ότι η ισχύς εξαρτάται σημαντικά από δυο παράγοντες: (α) την ακτίνα των πτερυγίων R και (β) την ταχύτητα του ανέμου v.

1.2 Ιστορική εξέλιξη ανεμογεννητριών

Οι πρώτες εφαρμογές ‘ανεμομηχανών’ αφορούσαν την άλεση σιτηρών και την άντληση υδάτων. Για το σκοπό αυτό προτάθηκαν διάφορα είδη ανεμόμυλων οι οποίοι εξυπηρετούσαν αυτούς τους σκοπούς. Σύμφωνα με κάποιους συγγραφείς, ανακαλύφθηκαν τα κατάλοιπα ανεμόμυλων από λίθο στην Αίγυπτο κοντά στην Αλεξάνδρεια με εκτιμώμενη ηλικία 3000 χρόνων. Παρόλα αυτά δεν φαίνεται να υπάρχει πειστική απόδειξη ότι οι Αιγύπτιοι, οι Φοίνικες, οι Έλληνες ή οι Ρωμαίοι ήξεραν πράγματι να κατασκευάζουν ανεμόμυλους.

Η πρώτη αξιόπιστη πληροφορία από ιστορικές πηγές σχετικά με την παρουσία ανεμόμυλων λαμβάνει αρχή το 644 π.Χ., η οποία κάνει αναφορά σε ένα ανεμόμυλο στα σύνορα του Αφγανιστάν και της Περσίας στην περιοχή του Seistan. Μια πιο πρόσφατη πηγή του 945 κάνει αναφορά για ένα ανεμόμυλο κατακόρυφου άξονα. Τέτοιας τεχνολογίας ανεμόμυλοι έχουν επιβιώσει στο Αφγανιστάν μέχρι σήμερα (Σχήμα 1.1).

Μερικούς αιώνες αργότερα, έφτασαν στην Ευρώπη τα πρώτα νέα ότι οι Κινέζοι είχαν γνώση για τους ανεμόμυλους για ύδρευση σε χωράφια καλλιέργειας ρυζιού. Το κατά πόσο οι Κινέζοι γνώριζαν την τεχνολογία αυτή πριν από τους Πέρσες και κατά πόσο οι Ευρωπαϊκοί μύλοι ήταν απλώς ‘βλαστός’ της κινέζικης ανακάλυψης δεν μπορεί να απαντηθεί μετά βεβαιότητας σήμερα. Είναι αξιοσημείωτο ότι και οι κινέζικοι ανεμόμυλοι ήταν απλές κατασκευές, με ένα κατακόρυφο άξονα περιστροφής από καλάμια από μπαμπού και ιστία από ύφασμα (Σχήμα 1.2).

Ο ανεμόμυλος οριζόντιου άξονα, ο οποίος είναι ο παραδοσιακός τύπος ανεμόμυλου, ανακαλύφθηκε κατά πάσα πιθανότητα στην Ευρώπη. Η πρώτη αξιόπιστη πληροφόρηση έχει αφετηρία το 1180 στο δουκάτο της Νορμανδίας, η οποία κάνει αναφορά για ένα ανεμόμυλο που υπήρχε σε εκείνη την περιοχή.

Οι ευρωπαϊκοί τύποι ανεμόμυλου είναι οι εξής:

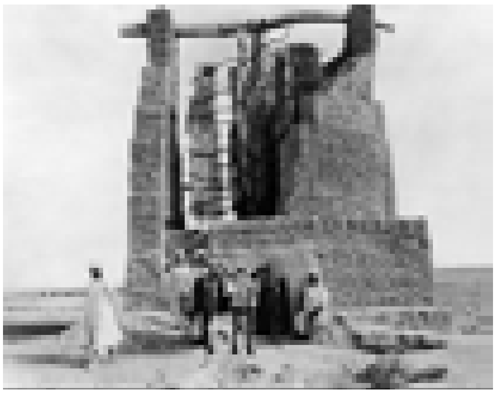
(α) Ανεμόμυλος σε στύλο (Post windmill) (Σχήμα 1.3 (α)),

(β) Ανεμόμυλος σε κοίλο στύλο (Hollow post wind mill) (Σχήμα 1.3 (β)),

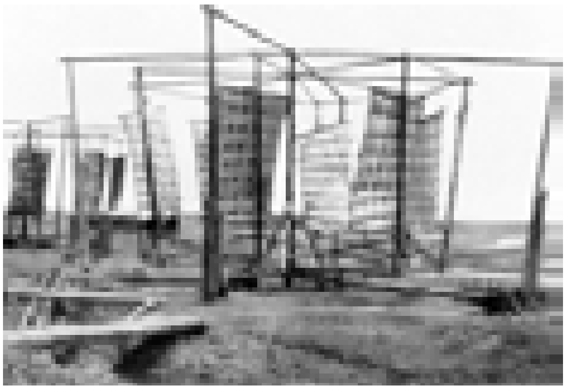
(γ) Ανεμόμυλος σε πύργο (Tower mill) (Σχήμα 1.3 (γ)),

(δ) Δανέζικος ανεμόμυλος (Dutch mill) (Σχήμα 1.3 (δ)) και

(ε) Ανεμόμυλος Paltrock (Paltrock mill) (Σχήμα 1.3 (ε)).



Σχήμα 1.1: Ανεμόμυλος κατακόρυφου άξονα για άλεση σιταριού, Αφγανιστάν (Deutsches Museum) [Hau, 2006]



Σχήμα 1.2: Αρχαίος κινέζικος ανεμόμυλος για άντληση υδάτων (Deutsches Museum) [Hau, 2006]

(α)

(β)

(γ)

(δ)

(ε)

Σχήμα 1.3: Ευρωπαϊκού τύπου ανεμόμυλοι [Hau, 2006]

Η εισαγωγή του ηλεκτρικού ρεύματος στη καθημερινή ζωή των ανθρώπων οδήγησε σε μαρασμό την άνθηση των ανεμομύλων μιας και άλλοι τύποι μηχανών (π.χ. ατμομηχανές) ήρθαν να αντικαταστήσουν την αιολική ενέργεια. Εκείνη την εποχή όπου οι μεγάλες πόλεις είχαν ήδη ηλεκτροδοτηθεί, αλλά όχι και οι απομακρυσμένες αγροτικές περιοχές, φαίνεται να ξεκίνησαν οι πρώτες προσπάθειες παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος με τη βοήθεια της αιολικής ενέργειας από ιδιωτικές πρωτοβουλίες ανθρώπων οι οποίοι τροποποιούσαν τις αιολικές μηχανές τους, αρχικά σχεδιασμένες για άντληση υδάτων, ώστε να κινούν ηλεκτρογεννήτριες. Παρόλα αυτά, η πρώτη συστηματική προσπάθεια αξιοποίησης της αιολικής ενέργειας για παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας έλαβε χώρα στη Δανία.

Οι ερευνητικές προσπάθειες για την κατασκευή ανεμοκινητήρων ικανών να παράγουν ηλεκτρική ενέργεια μέσα σε κάποια λογικά πλαίσια κόστους έλαβαν μέρος σε διάφορες χώρες αλλά κυρίως στη Δανία, την Γερμανία και τις ΗΠΑ. Οι δυτικές βιομηχανικά ανεπτυγμένες χώρες μετά τις ενεργειακές κρίσεις λόγω των δυο παγκοσμίων πολέμων και της ενεργειακής κρίσης του 1973, η οποία προκλήθηκε από τη δραματική αύξηση της τιμής του αργού πετρελαίου, συνειδητοποίησαν την σημασία της απεξάρτησής τους κατά το μέτρο του δυνατού από χώρες που εξήγαγαν πετρέλαιο και για το λόγο αυτό αναζήτησαν λύσεις σε ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, όπως η ηλιακή και η αιολική ενέργεια. Στα χρόνια που ακολούθησαν, η διαπίστωση των σοβαρών περιβαλλοντικών προβλημάτων που ανέκυπταν από την αλόγιστη χρήση των συμβατικών ορυκτών καυσίμων απλώς αύξησε τα κίνητρα για την αξιοποίηση των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας.

Κατά το πέρασμα των χρόνων, από το τέλος του 19^{ου} αιώνα μέχρι και τις μέρες μας μια μεγάλη ερευνητική προσπάθεια έδωσε διάφορες τεχνολογικές λύσεις από πλευράς ανεμογενητριών για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας από τον άνεμο. Στα Σχήματα 1.4-1.28 απεικονίζονται κάποιες ανεμογεννήτριες που δοκιμάστηκαν αυτά τα χρόνια.

Στο Σχήμα 1.4 δίνεται η πειραματική ανεμογεννήτρια η οποία κατασκευάστηκε το 1891 από τον Poul La Cour, ένα Δανό καθηγητή σε ένα εκπαιδευτικό κέντρο ενηλίκων του Askov, ο οποίος θεωρείται από τους πρωτοπόρους της επιστημονικής περιοχής των ανεμογεννητριών. Στο Σχήμα 1.5 δίνεται μια ανεμογεννήτρια η οποία κατασκευάστηκε από την δανέζικη εταιρεία Lykkegard, η οποία αξιοποίησε τις προτάσεις του La Cour με σκοπό την εμπορική χρήση των ανεμογεννητριών. Στα Σχήματα 1.6 και 1.7 δίνονται δυο προτάσεις ανεμογεννητριών τύπου Aeromotor δυο και τριών πτερυγίων αντίστοιχα από την εταιρεία Smidth.

Σχήμα 1.4: Η πρώτη ανεμογεννήτρια του Poul La Cour για παραγωγή ενέργεια, 1981 [Hau, 2006]

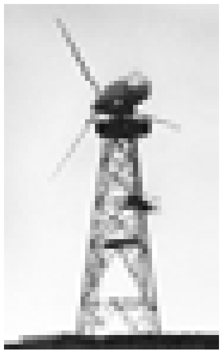
Σχήμα 1.5: Η ανεμογεννήτρια La-Cour-Lykkegard (διάμετρος ρότορα 18 m, ισχύς περίπου 30 kW σε ταχύτητα ανέμου 12 m/s) [Hau, 2006]

Σχήμα 1.6: Ανεμογεννήτρια “Aeromotor” της Smidth (διάμετρος ρότορα 17.5 m, ισχύς περίπου 50 kW), 1941/2 [Hau, 2006]

Σχήμα 1.7: Ανεμογεννήτρια “Aeromotor” της Smidth με τρία πτερύγια (διάμετρος ρότορα 24 m, ισχύς περίπου 70 kW), 1942/3 [Hau, 2006]

Στο Σχήμα 1.8 δίνεται η πειραματική ανεμογεννήτρια η οποία κατασκευάστηκε στις ΗΠΑ το 1941 από την εταιρεία Smith αξιοποιώντας τις γνώσεις του Αμερικανού μηχανικού Putnam. Στο Σχήμα 1.9 δίνεται μια πειραματική ανεμογεννήτρια η οποία κατασκευάστηκε στην Αγγλία το 1950 από την John Brown Company. Την ίδια περίπου περίοδο η Enfield Cable Company κατασκεύασε επίσης μια ανεμογεννήτρια ισχύος 100kW στην Αγγλία, βασιζόμενη στα σχέδια του Γάλλου μηχανικού Andreau (Σχήμα 1.10). Πέρα από τον Γάλλο μηχανικό Andreau, με το σχεδιασμό μεγάλων ανεμογεννητριών ασχολήθηκαν και άλλοι μηχανικοί στη Γαλλία, όπως ο L. Romani ο οποίος κατασκεύασε το 1958 μια μεγάλη πειραματική ανεμογεννητρια στο Nogent le Roi κοντά στο Παρίσι με την υποστήριξη της εταιρείας “Electricite de France” (EdF).

Σχήμα 1.8: Η ανεμογεννήτρια Smith-Putnam, στο Vermont των ΗΠΑ, USA (διάμετρος ρότορα 53.3 m, ισχύς 1250 kW), 1941 [Hau, 2006]



Σχήμα 1.9: Η ανεμογεννήτρια της John Brown Company στο Orkneys της Αγγλίας (διάμετρος ρότορα 15 m, ισχύς 100 kW), 1950 [Hau, 2006]

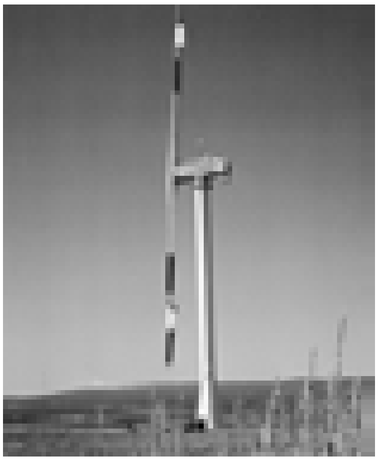
Σχήμα 1.10: Η ανεμογεννήτρια Andreau-Enfield στο St. Albans (Hertfordshire) (διάμετρος 24.4 m, ισχύς 100 kW), 1956 [Hau, 2006]

Σχήμα 1.11: Η ανεμογεννήτρια των Best-Romani στη Γαλλία (διάμετρος ρότορα 30.1 m, ισχύς 800 kW), 1958 [Hau, 2006]

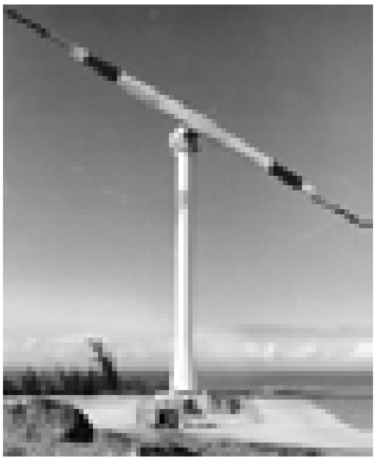
Στη δεκαετία του 80 τα διάφορα κράτη υποστήριζαν προγράμματα για ανάπτυξη μεγάλων πειραματικών ανεμογεννητριών, οι οποίες κατασκευάζονταν κυρίως από μεγάλες βιομηχανικές εταιρείες όπως η Boeing, η General Electric και η Westinghouse στις ΗΠΑ, η MAN, η MBB, η Dornier και η Voith στη Γερμανία ή η Kvaerner στη Σουηδία. Στις ΗΠΑ κατασκευάστηκε και δοκιμάστηκε ένας αριθμός μεγάλων πειραματικών ανεμογεννητριών όπως αυτές με ονομασίες MOD-0 ως και MOD-5 (Σχήμα 1.12 ως Σχήμα 1.15).

Σχήμα 1.12: MOD-0 (διάμετρος ρότορα 38 m, 200 kW), NASA (ΗΠΑ), 1975 [Hau, 2006]

Σχήμα 1.13: MOD-1 (διάμετρος ρότορα 61 m, 2000 kW), General Electric (ΗΠΑ), 1979 [Hau, 2006]



Σχήμα 1.14: MOD-2 (διάμετρος ρότορα 91 m, 2500 kW), Boeing (ΗΠΑ), 1980 [Hau, 2006]



Σχήμα 1.15: MOD-5 (διάμετρος ρότορα 97 m, 3200 kW), Boeing (ΗΠΑ), 1987 [Hau, 2006]

Στη Δανία η αρχή για τις μεγάλες πειραματικές ανεμογεννήτριες έγινε με ιδιωτική πρωτοβουλία. Το 1975 ανεγέρθηκε η ανεμογεννήτρια Tvind από ένα συνδικάτο σε μια σχολή εκπαίδευσης ενηλίκων στο Ulfborg (Σχήμα 1.16). Μετά από αυτό, οι Δανέζικες αρχές κατασκεύασαν τα πειραματικά αιολικά συστήματα Nibe A και Nibe B (Σχήμα 1.17). Στην Γερμανία ανάλογη προσπάθεια εκδηλώθηκε με την κατασκευή της ανεμογεννήτριας Growian (Σχήμα 1.18 και Σχήμα 1.19).

Σχήμα 1.16: Η ανεμογεννήτρια Tvind κοντά στο Ulfborg (διάμετρος ρότορα 52 m, 2000 kW), (Δανία), 1978 (φωτογραφία Oelker) [Hau, 2006]

Σχήμα 1.17: Nibe A και Nibe B (διάμετρος ρότορα 40 m, 630 kW), Elsam (Δανία), 1979 [Hau, 2006]

Σχήμα 1.18: Η ανεμογεννήτρια Growian στο Kaiser-Wilhelm-Koog (διάμετρος ρότορα 100 m, 3000 kW), MAN (Γερμανία), 1982 [Hau, 2006]

Σχήμα 1.19: Εσωτερικά στοιχεία της ανεμογεννήτριας Growian [Hau, 2006]

Πέρα από την ανεμογεννήτρια Growian, κατασκευάστηκαν στην Γερμανία και άλλες πρωτότυπες ανεμογεννήτριες όπως η Voith WEC-520 (Σχήμα 1.20), όπως επίσης και άλλα συστήματα με μια πτέρυγα τύπου Monopteros (Σχήμα 1.21). Στη Σουηδία, η πρώτη πειραματική ανεμογεννήτρια, η οποία είχε την ονομασία WTS-75 (αργότερα Aeolus I), με ισχύ 2 MW και ρότορα διαμέτρου 75 m, εγκαταστάθηκε το 1982 στο νησί Gotland (Σχήμα 1.22). Μερικούς μήνες αργότερα, εγκαταστάθηκε μια άλλη μεγάλη ανεμογεννήτρια ισχύος 3 MW και διάμετρο ρότορα 78 m (Σχήμα 1.23).

Σχήμα 1.20: WEC-520 (διάμετρος ρότορα 52 m, 270 kW),Voith (Γερμανία), 1982 [Hau, 2006]

Σχήμα 1.21: Monopteros (διάμετρος ρότορα 48 m, 600 kW), MBB (Γερμανία), 1985 [Hau, 2006]

Σχήμα 1.22: WTS-75 (Aeolus I) (διάμετρος ρότορα 75 m, 2000 kW), Kvaerner (Σουηδία), 1982 [Hau, 2006]

Σχήμα 1.23: WTS-3 (διάμετρος ρότορα 78 m, 3000 kW), Swedyard (Σουηδία), 1982 [Hau, 2006]

Μερικές άλλες χώρες κατασκεύασαν επίσης πειραματικές ανεμογεννήτριες με κρατική χρηματοδότηση αυτή την περίοδο. Στο νησί της Σαρδηνίας, κατασκευάστηκε η ανεμογεννήτρια Gamma-60 (Σχήμα 1.24). Αξίζει να αναφερθούν και οι προσπάθειες που έλαβαν χώρα στο Ηνωμένο Βασίλειο, της Windenergy Group με την ανεμογεννήτρια LS-1 ισχύος 3 MW (Σχήμα 1.25) και της ανεμογεννήτριας HWP-55 της Scottish Howden Company (Σχήμα 1.26). Επίσης, στην Ολλανδία κατασκευάστηκε και μελετήθηκε η Newesc-45 (Σχήμα 1.27).

Σχήμα 1.24: Gamma-60 (διάμετρος ρότορα 60 m, 1500 kW),Aeritalia (Ιταλία), 1987 [Hau, 2006]

Σχήμα 1.25: LS-1 (διάμετρος ρότορα 60 m,3000 kW),WEG (Ηνωμένο Βασίλειο), 1988 [Hau, 2006]

Σχήμα 1.26: HWP-55 (διάμετρος ρότορα 55 m, 1000 kW), Howden (Ηνωμένο Βασίλειο), 1989 [Hau, 2006]

Σχήμα 1.27: Newecs-45 (διάμετρος ρότορα 45 m, 1000 kW), Stork (Ολλανδία), 1985 [Hau, 2006]

Σε αντίθεση με τα προηγούμενα παραδείγματα που αφορούσαν τον κλασικό τύπο ανεμογεννήτριας, αυτόν του οριζόντιου άξονα, υπήρξαν και προσπάθειες μελέτης ανεμογεννητριών κατακόρυφου άξονα. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα ερευνητικών προσπαθειών που έλαβαν χώρα στον Καναδά σε ανεμογεννήτριες τύπου Darrieus (βλ. και επόμενη παράγραφο για τους τύπους ανεμοκινητήρων). Στα πλαίσια αυτά κατασκευάστηκε ίσως και η μεγαλύτερη ανεμογεννήτρια τύπου Darrieus το 1985 ισχύος 4 MW, με ύψος 100 m και διάμετρο στο μέσον (equatorial diameter) ίση με 64 m (Σχήμα 1.28). Οι εμπειρίες που αποκομίστηκαν σε σχετικά μικρό χρονικό διάστημα δεν ήταν ιδιαίτερα ενθαρρυντικές και έτσι η ανεμογεννήτρια αποσυναρμολογήθηκε, ενώ μόνο λίγα σχετικά πειραματικά αποτελέσματα δημοσιεύτηκαν. Όχι πολύ αργότερα, το σχετικό Καναδικό πρόγραμμα διακόπηκε επειδή ήταν εμφανές ότι οι ανεμογεννήτριες κατακόρυφου άξονα δεν ήταν μια εναλλακτική πρόταση που να ήταν οικονομικά ανταγωνιστική με τις ανεμογεννήτριες οριζόντιου άξονα.

Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με την εξέλιξη των ανεμογεννητριών όπως επίσης και ιστορικά στοιχεία σχετικά με τους ‘προγόνους’ των ανεμογεννητριών, τους ανεμόμυλους, ο αναγνώστης παραπέμπεται στο [Hau, 2006].

Σχήμα 1.28: Ανεμογεννήτρια Darrieus Eole (ισχύς 4 MW), Hydro-Quebec (Καναδάς), 1987 [Hau, 2006]

Στις μέρες μας η τεχνολογία των ανεμογεννητριών έχει φτάσει σε αξιοσημείωτο σημείο, πράγμα το οποίο δικαιολογεί το γεγονός ότι η αιολική ενέργεια αποτελεί μια από τις πιο υποσχόμενες μορφές των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας. Αν κάποιος αναλογιστεί και τις απαιτήσεις, είτε εθνικές είτε ευρωπαϊκές, σύμφωνα με τις οποίες μέχρι και το 2030 το 25% της απαιτούμενης ηλεκτρικής ενέργειας θα πρέπει προέρχεται από ανανεώσιμες πηγές ενέργειας [βλ. Schaumann στο Baniotopoulos et al. (eds), 2010], γίνεται αντιληπτή η μεγάλη ανάπτυξη των ΑΠΕ και της αιολικής ενέργειας που αναμένεται να επέλθει τα επόμενα χρόνια.

1.3 Τύποι ανεμογεννητριών

Σύμφωνα με το [Μπεργελές, 2005], οι ανεμογεννήτριες μπορούν να ταξινομηθούν σύμφωνα με τον προσανατολισμό των αξόνων τους σε σχέση με την ροή του ανέμου σε:

- Οριζόντιου άξονα (Σχήμα 1.29(α)), στους οποίους ο άξονας περιστροφής του δρομέα είναι παράλληλος προς την κατεύθυνση του ανέμου.
- Οριζόντιου άξονα (cross-wind), στους οποίους ο άξονας περιστροφής είναι παράλληλος προς την επιφάνεια της γης αλλά κάθετος στην κατεύθυνση της ροής του ανέμου.
- Κατακόρυφου άξονα, στους οποίους ο άξονας περιστροφής είναι κάθετος στην επιφάνεια της γης και κάθετος στη ροή του ανέμου (Σχήμα 1.29(β)).

(α) [W1]

(β) [W2]

Σχήμα 1.29: Βασικοί τύποι ανεμογεννήτριες (α) οριζόντιου άξονα και (β) κατακόρυφου άξονα

1.3.1 Τυπικές μορφές ανεμογεννήτριων οριζόντιου άξονα

Ο περιστρεφόμενος μηχανισμός τέτοιων μηχανών, που καλείται δρομέας μπορεί να έχει από ένα πτερύγιο (μονόπτερος) μέχρι 30 ή και περισσότερα (πολύπτερος). Σε σχέση με τη θέση του δρομέα ως προς τον πυλώνα στήριξης και τη διεύθυνση του ανέμου, οι ανεμοκινητήρες αυτού του τύπου μπορούν να έχουν το δρομέα μπροστά από τον πύργο (ανάντι) ή πίσω (κατάντι). Για τη μεγιστοποίηση δέσμευσης της κινητικής ενέργειας του ανέμου απαιτείται το επίπεδο του δρομέα του ανεμοκινητήρα να είναι κάθετο στην κατεύθυνση του ανέμου. Για το σκοπό αυτό στους μεν μικρής ισχύος ανεμοκινητήρες με το δρομέα ανάντι του πύργου, υπάρχει συνήθως πτερύγιο που ευθυγραμμίζει τον άξονα του δρομέα στον άνεμο. Στους «μικρούς» ανεμοκινητήρες με το δρομέα κατάντι δεν τοποθετείται πτερύγιο προσανατολισμού γιατί το κουβούκλιο που καλύπτει τα εξαρτήματα της διάταξης μετατροπής της ενέργειας του δρομέα έχει τέτοιο σχήμα, ώστε το ίδιο να αποτελεί πτερύγιο προσανατολισμού. Στους μεγάλους ανεμοκινητήρες εφαρμόζονται συστήματα αυτόματης ρύθμισης της σωστής θέσης του δρομέα ως προς τον άνεμο μέσω σερβομηχανισμού.

Ο δρομέας του ανεμοκινητήρα δεν πρέπει να ξεπερνάει κάποια μέγιστη γωνιακή ταχύτητα για λόγους προστασίας των πτερυγίων από μηχανικές καταπονήσεις που προέρχονται από φυγόκεντρες δυνάμεις. Για την προστασία έναντι υπερτάχυνσης έχουν αναπτυχθεί διάφοροι αυτοματισμοί, όπως λειτουργία αεροπέδης στα ακροπτερύγια του δρομέα, γωνιακή στροφή του δρομέα, ως προς τη διεύθυνση πνοής του ανέμου κλπ. Στην ανάγκη πέδησης του δρομέα είτε γιατί υπερταχύνθηκε ο δρομέας (π.χ. δεν λειτούργησε η αεροπέδη των ακροπτερυγίων) ή λόγω υπερβολικής ταχύτητας ανέμου ή μηδενικής ενεργειακής ζήτησης (π.χ. διακοπή παροχής ηλεκτρικής ενέργειας), χρησιμοποιείται δισκόφρενο που ενεργεί είτε στον χαμηλόστροφο άξονα του δρομέα (πριν από το κιβώτιο ταχυτήτων) είτε στον υψηλόστροφο άξονα (μετά το κιβώτιο ταχυτήτων).

1.3.2 Τυπικές μορφές ανεμοκινητήρων κατακόρυφου άξονα

Οι ανεμοκινητήρες αυτού του τύπου είναι κατασκευαστικά απλούστεροι του ανεμοκινητήρα οριζόντιου άξονα γιατί δεν απαιτούν πτερύγιο ή σύστημα αυτοματισμού για τον προσανατολισμό του δρομέα στη διεύθυνση πνοής του ανέμου και επειδή το σύστημα μετατροπής της μηχανικής ενέργειας του δρομέα σε άλλη μορφή ενέργειας βρίσκεται στο έδαφος, στη βάση του ανεμοκινητήρα. Συνεπώς τα έξοδα αυτοματισμού, συντήρησης ή επισκευής είναι σαφώς μικρότερα σε σύγκριση με τον ανεμοκινητήρα οριζόντιου άξονα. Οι βασικοί τύποι ανεμοκινητήρων κατακόρυφου άξονα είναι ο τύπος Savonious και ο τύπος Darrieus (βλ. Σχήμα 1.30).

(α) [W3] (β) [W4] (γ) [W5]

Σχήμα 1.30: Διάφοροι τύποι ανεμοκινητήρων κατακόρυφου άξονα (α) Savonious, (β) Darrieus και (γ) Συνδυασμός Savonious και Darrieus.

Οι ανεμοκινητήρες τύπου Savonious πρωτοεμφανίστηκαν το 1931 από τον Savonious και έχουν την χαρακτηριστική μορφή των Σχημάτων 1.30(α) και 1.30(γ). Τα βασικά χαρακτηριστικά τους είναι ο χαμηλός συντελεστής ισχύος, ο μικρός λόγος ταχύτητας ακροπτερυγίου για βέλτιστο συντελεστή ισχύος (δηλ. μικρή ακραία περιφερειακή ταχύτητα), το περιορισμένο μέγεθος και η εξαιρετική απλότητα και οικονομικότητα της κατασκευής. Παρά τα μειονεκτήματα, το τελευταίο πλεονέκτημα σε συνδυασμό με το γεγονός ότι δεν χρειάζεται σύστημα προσανατολισμού ως προς τον άνεμο, έχει δώσει ώθηση σε μια σειρά από έρευνες πάνω στο δρομέα Savonious για την εύρεση του καλύτερου συνδυασμού των διαφόρων παραμέτρων. Τέτοιες παράμετροι είναι ο λόγος ύψους προς διάμετρο, ο αριθμός των πτερυγίων, το σχήμα των πτερύγων κλπ. Αξίζει να σημειωθεί ότι η απλότητα κατασκευής του δρομέα Savonious φθάνει μέχρι το σημείο να μπορεί να κατασκευαστεί με ερασιτεχνικά μέσα, ακόμα και από βαρέλια πετρελαίου, έχει λοιπόν άμεσες δυνατότητες εφαρμογής για οικιακή χρήση ή για χρήση σε απομακρυσμένες περιοχές (π.χ. άντληση νερού από πηγάδια).

Ο ανεμοκινητήρας τύπου Darrieus (βλ. Σχήμα 1.30(β)) επινοήθηκε από το Γάλλο Darrieus γύρω στα 1920 και έτυχε εκτεταμένης ανάπτυξης και εφαρμογής στον Καναδά, κυρίως στη δεκαετία του 1970, οπότε και έγινε ευρύτερα γνωστός. Ο ανεμοκινητήρας Darrieus είναι μηχανή που χαρακτηρίζεται από καμπυλωτά πτερύγια. Έχει σχετικά χαμηλή αρχική ροπή εκκίνησης (low starting torque) και ως εκ τούτου έχει το μειονέκτημα να μην ξεκινάει μόνος του όταν φυσάει ο άνεμος. Συνδυασμός όμως ανεμοκινητήρα Darrieus και ενός μικρού Savonious επιλύει το τεχνολογικό αυτό πρόβλημα (βλ. Σχήμα 1.30(γ)). Ο άξονας περιστροφής του δρομέα αποτελεί συνήθως και τον πύργο στήριξης της αιολικής μηχανής. Συνηθέστερα ο πύργος αυτός προσδένεται και με συρματόσχοινα, ενώ υπάρχουν και πύργοι αυτοστηριζόμενοι. Τα λοιπά υποσυστήματα του ανεμοκινητήρα κατακόρυφου άξονα, όπως το κιβώτιο ταχυτήτων, το σύστημα πέδησης αξόνων, η γεννήτρια κλπ δεν διαφέρουν ως προς το σκεπτικό επιλογής τους από τα υποσυστήματα του ανεμοκινητήρα οριζόντιου άξονα.

1.4 Πυλώνες ανεμογεννητριών οριζόντιου άξονα

Ο πυλώνας αποτελεί ένα σημαντικό συστατικό στοιχείο σε μια μονάδα παραγωγής ενέργειας από μια ανεμογεννήτρια οριζόντιου άξονα. Η σύγχρονη τάση είναι η κατασκευή υψηλών πυλώνων ώστε να γίνεται καλύτερη εκμετάλλευση του αιολικού δυναμικού μιας και, ως γνωστόν, η ταχύτητα του ανέμου αυξάνεται με το ύψος. Ειδικά στην περίπτωση των συστημάτων ξηράς (inland sites wind turbines), η μεγαλύτερη τραχύτητα που παρουσιάζει το έδαφος οδηγεί σε μικρότερου ρυθμού αύξηση της ταχύτητα του ανέμου καθ' ύψος. Αυτό συνεπάγεται ότι στην ξηρά θα υπάρχει καλύτερη απόδοση των ανεμογεννητριών εφόσον τοποθετηθούν σε μεγαλύτερο ύψος. Η εξίσωση (1.2) δίνει την κατανομή με το ύψος της μέσης ταχύτητας του ανέμου. Η μέση ταχύτητα εξαρτάται από ένα συντελεστή τραχύτητας c_r, ένα συντελεστή ορογραφίας c_o και τη βασική ταχύτητα ανέμου v_b [EN1991-1.4, 2003].

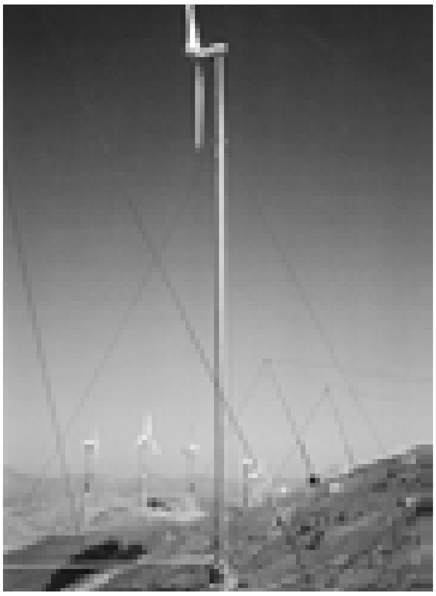
$$v_m(z) = c_r(z)c_o(z)v_b \tag{1.2}$$

Τα δυο βασικά υλικά από τα οποία κατασκευάζονται οι πυλώνες είναι ο χάλυβας και το σκυρόδεμα. Οι τύποι πυλώνων που έχουν χρησιμοποιηθεί μέχρι σήμερα περιλαμβάνουν δικτυωτούς μεταλλικούς πυλώνες, σωληνωτούς πυλώνες από χάλυβα χωρίς ή με καλώδια και πυλώνες από σκυρόδεμα. Σπανιότεροι αλλά υπαρκτοί είναι και κάποιοι μικτού τύπου πυλώνες στους οποίους συνδυάζονται παραδείγματος χάριν εύκαμπτοι σωληνωτοί πυλώνες από χάλυβα ή σκυρόδεμα με καλώδια, ή πυλώνες από σκυρόδεμα στη βάση και χάλυβα στην κορυφή. Στα Σχήματα 1.31 – 1.36 απεικονίζονται διάφοροι τύποι πυλώνων.

Σχήμα 1.31: Η Α/Γ MOD-1 με δικτυωτό πυλώνα (1982) [Hau, 2006]

Σχήμα 1.32: Η πειραματική Α/Γ Tjaereborg με πυλώνα από σκυρόδεμα (1986) [Hau, 2006]

Σχήμα 1.33: Η Α/Γ MOD-2 με χαλύβδινο σωληνωτό πυλώνα (1982) [Hau, 2006]



Σχήμα 1.34: Η Α/Γ Carter με χαλύβδινο σωληνωτό πυλώνα ενισχυμένο με καλώδιο (1985) [Hau, 2006]

Σχήμα 1.35: Η Α/Γ Bonus με χαλύβδινο σωληνωτό πυλώνα μεταβλητής διαμέτρου (1985) [Hau, 2006]

Σχήμα 1.36: Η ολλανδική πειραματική Α/Γ ΗΑΤ-25 με χαλύβδινο σωληνωτό πυλώνα στηριγμένο σε βάση από σκυρόδεμα (1985) [Hau, 2006]

Ένα από τα θεμελιώδη προβλήματα που παρατηρούνται κατά την ανέγερση των τελευταίας γενιάς ανεμογεννητριών με τα πολλά megawatt, αποτελεί η μεταφορά και η ανέγερση τους. Για πυλώνες με ύψος μεγαλύτερο των 100 m απαιτούνται διάμετροι στη βάση του πυλώνα μεγαλύτερες των 5 m [Hau, 2006]. Αυτό κάνει αδύνατη τη μεταφορά των προκατασκευασμένων τμημάτων μέσω των οδικών αξόνων. Σε τέτοιες περιπτώσεις ενδέχεται κάποιοι τύποι πυλώνων (π.χ. χαλύβδινοι δικτυωτοί, ή πυλώνες από σκυρόδεμα) να υπερτερούν κάποιων άλλων. Πάντως, γίνεται εμφανής η ανάγκη εύρεσης βέλτιστων λύσεων για το θέμα των πολύ υψηλών πυλώνων.

1.4.1 Μεταλλικοί σωληνωτοί πυλώνες

Σήμερα ο σωληνωτός πυλώνας από χάλυβα είναι ο κατεξοχήν χρησιμοποιούμενος τύπος πυλώνα για τις εγκαταστάσεις εμπορικών ανεμογεννητριών, κυρίως λόγω του μικρού χρόνου που απαιτείται για την ανέγερση του. Πυλώνες μικρού ύψους μπορούν να κατασκευαστούν από τις βιομηχανίες και να κοχλιωθούν στη θεμελίωση στο χώρο ανέγερσης. Οι υψηλότεροι πυλώνες (π.χ. με ύψος 100 m) κατασκευάζονται από ένα αριθμό από προκατασκευασμένα τμήματα που συνδέονται κοχλιωτά επί τόπου την κοχλιωτή σύνδεση αποφεύγοντας τις συγκολλήσεις στο χώρο της ανέγερσης.

Οι σωληνωτοί πυλώνες των μεγάλων ανεμογεννητριών έχουν συνήθως κυλινδρικό ή κολουροκωνικό σχήμα. Αποτελούνται από ένα αριθμό προκατασκευασμένων τμημάτων μήκους που μπορεί να φτάσει και τα 20 m ανάλογα με τις δυνατότητες μεταφοράς και ανέγερσης. Κάθε προκατασκευασμένο τμήμα αποτελείται από ένα αριθμό ελασμάτων, συνήθως πλάτους 2 m, πάχους μεταξύ 10 εώς 50 mm, τα οποία καμπυλώνονται στην τελική κυλινδρική μορφή τους σε ειδικά μηχανήματα (βλ. Σχήμα 1.37). Ακολούθως, τα δυο άκρα των καμπυλωμένων ελασμάτων συγκολλούνται μεταξύ τους με μια διαμήκη ραφή ενώ τα επιμέρους καμπυλωμένα ελάσματα συγκολλούνται μεταξύ τους με περιφερειακές ραφές, ενώ πραγματοποιούνται και ενδελεχείς ποιοτικοί έλεγχοι των συγκολλήσεων με μη καταστροφικούς ελέγχους (υπέρηχοι, ακτίνες Χ και οπτικοί έλεγχοι). Στα δυο άκρα του κάθε προκατασκευασμένου τμήματος, συγκολλάται ένας εσωτερικός δακτύλιος. Ειδικότερα, στο κατώτερο τμήμα του πυλώνα, ο δακτύλιος συνδέεται κοχλιωτά σε μια ειδική κατασκευή (foundation section), η οποία ενσωματώνεται στη βάση όταν διαστρώνεται το σκυρόδεμα του θεμελίου (βλ. Σχήμα 1.38). Στην κορυφή, το κουβούκλιο της ανεμογεννήτριας συνδέεται με τον πυλώνα μέσω του αζιμούθιου δακτύλιου (azimuth flange). Το τελευταίο στάδιο της κατασκευής των προκατασκευασμένων τμημάτων είναι η επιφανειακή προστασία της εξωτερικής τους επιφάνειας, έναντι διάβρωσης μέσω αμμοβολής, γαλβανισμού (thermally applied zinc coating), και επίστρωσης με δυο έως τρεις στρώσεις βαφής.

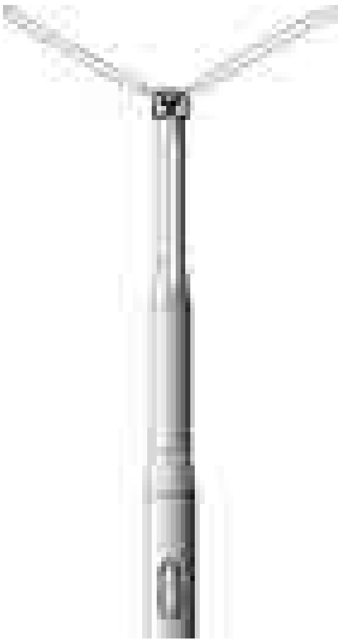
Η διαμόρφωση τμημάτων διαμέτρου μέχρι 4 m δεν απαιτεί εξειδικευμένα μηχανήματα πέρα από εκείνα που διαθέτουν οι κατασκευαστές. Για πυλώνες ύψους μεγαλύτερου των 90 m, η διάμετρος του πυλώνα στη βάση του θα πρέπει να ξεπεράσει τα 4.5 m, ενώ το πάχος του ελάσματος θα πρέπει να υπερβαίνει τα 40 mm. Τέτοια πάχη απαιτούν πιο ισχυρά μηχανήματα. Επιπλέον, εξαιτίας της μεγάλης διαμέτρου τους, τα κατώτερα τμήματα του πυλώνα δεν θα μπορούν να μεταφερθούν οδικώς στο χώρο ανέγερσης. Τα διάφορα τμήματα που κατασκευάζονται στα εργοστάσια, μεταφέρονται και ανεγείρονται στην επιλεγόμενη θέση με τη βοήθεια γερανού ενώνοντας τους αντίστοιχους δακτυλίους με προεντεταμένους κοχλίες. Μια πιθανή λύση για ύψη μεγαλύτερα των 90-100m είναι η κατασκευή δικτυωτών πυλώνων (π.χ. βλ. αναφορά του Schaumann για δικτυωτό πυλώνα ύψους 160m στο [Baniotopoulos (eds), 2010]) ή ενδεχομένως και από οπλισμένο σκυρόδεμα.

Σχήμα 1.37: Κατασκευή καμπύλων ελασμάτων των προκατασκευασμένων τμημάτων[Hau, 2006]

Σχήμα 1.38: Ενσωμάτωση της διατομής θεμελίωσης (foundation section) του πυλώνα στη θεμελίωση [Hau, 2006]

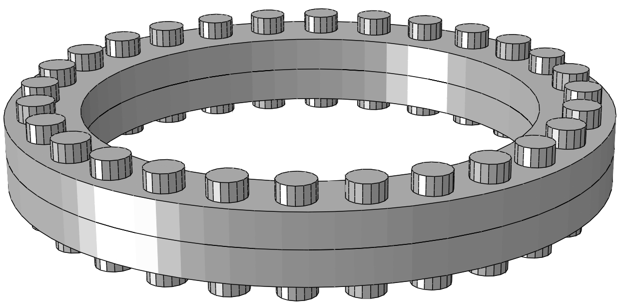
Στο Σχήμα 1.39 δίνεται μια χαρακτηριστική εικόνα ενός χαλύβδινου σωληνωτού πυλώνα ο οποίος στη γενική του περίπτωση αποτελείται από ένα αριθμό κυλινδρικών ή κολουροκωνικών κελυφών. Ο σωληνωτός πυλώνας μπορεί να είναι είτε κυλινδρικός, δηλαδή έχοντας από μια ενιαία διάμετρο, είτε κολουροκωνικός με μια μέγιστη διατομή στη βάση του και μια ελάχιστη διατομή στην κορυφή του και με γραμμικά μεταβαλλόμενη διάμετρο καθ' ύψος του πυλώνα. Πέρα από τις δυο αυτές μορφές, είναι δυνατός ο συνδυασμός κολουροκωνικών και κυλινδρικών κελυφών όπως φαίνεται στα Σχήματα 1.33 και 1.35.

Ο χαλύβδινος σωληνωτός πυλώνας, όπως περιγράφηκε σε προηγούμενη παράγραφο, αποτελείται από ένα αριθμό προκατασκευασμένων στοιχείων τα οποία μεταφέρονται στο εργοτάξιο και συνδέονται μεταξύ τους με προεντεταμένους κοχλίες μέσω κυκλικών δακτυλίων. Η χρήση προεντεταμένων κοχλιών είναι αναγκαία ώστε να αυξηθεί η αντοχή τους έναντι του φαινομένου της κόπωσης που προκύπτει από τη δυναμική φύση των ανεμοπιέσεων και την συνεπαγόμενη κυκλική φόρτιση που οι κοχλίες υφίστανται. Στο Σχήμα 1.40 δίνεται μια τρισδιάσταση αναπαράσταση μιας τυπικής μορφής φλάντζας ενώ στο Σχήμα 1.41 δίνεται η τομή ενός τυπικού δακτύλιου με χαρακτηριστικές διαστάσεις.

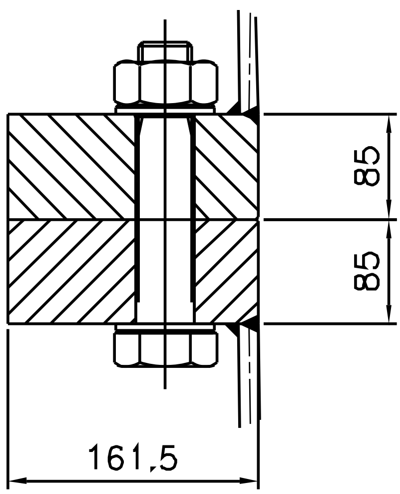


Σχήμα 1.39: Γενική περίπτωση χαλύβδινου σωληνωτού πυλώνα

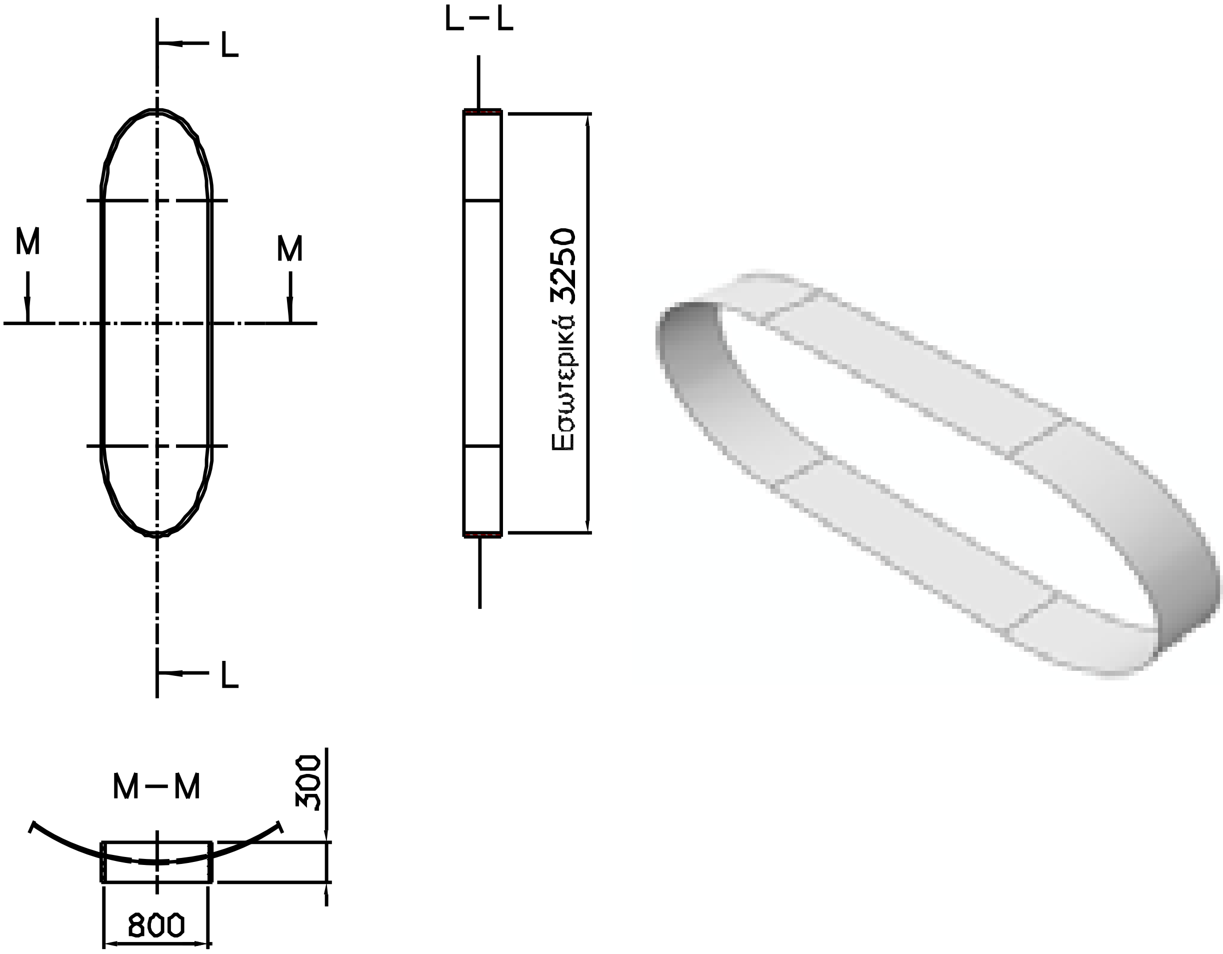
Ένα άλλο χαρακτηριστικό στοιχείο των χαλύβδινων σωληνωτών πυλώνων είναι η παρουσία ενός ανοίγματος ανθρωποθυρίδας κοντά στη βάση του πυλώνα, που εξυπηρετεί ανάγκες προσβασιμότητας στον πυλώνα για συντήρηση του ηλεκτρικού και μηχανολογικού εξοπλισμού της ανεμογεννήτριας. Οι διαστάσεις του ανοίγματος είναι σημαντικές και προκαλούν προβλήματα τοπικού λυγισμού και συγκεντρώσεων τάσεων, φαινόμενα τα οποία μειώνουν τοπικά την αντοχή του πυλώνα και πρέπει να λαμβάνονται υπόψη στο σχεδιασμό. Μια συνήθης πρακτική είναι η ενίσχυση του ανοίγματος με κάποιας μορφής ενίσχυσης όπως είναι λόγου χάρη ένα πλαίσιο περιμετρικά συγκολλημένο στην παρειά του ανοίγματος (Σχήμα 1.42).



Σχήμα 1.40: Μια τρισδιάστατη αναπαράσταση ενός δακτυλίου



Σχήμα 1.41: Τομή σε ένα δακτύλιο με τυπικές διαστάσεις σε mm



Σχήμα 1.42: Άνοιγμα ανθρωποθυρίδας με τυπικές διαστάσεις σε mm

1.4.2 Δικτυωτοί πυλώνες

Στα πρώτα χρόνια της εμπορικής εκμετάλλευσης μικρών ανεμογεννητριών, οι δικτυωτοί πυλώνες ήταν ευρέως χρησιμοποιούμενοι. Στην πορεία η χρήση τους περιορίστηκε από την άνθηση στη χρήση των σωληνωτών πυλώνων από χάλυβα. Παρόλα αυτά, σήμερα οι δικτυωτοί πυλώνες αποτελούν μια ελκυστική λύση για πυλώνες ύψους μεγαλύτερου των 100 m.

Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα των δικτυωτών πυλώνων αποτελεί το γεγονός ότι δεν υπάρχει κάποιος σοβαρός περιορισμός που να αφορά την οδική μεταφορά τους στη θέση της ανέγερσης, σε αντίθεση με τους σωληνωτούς πυλώνες. Επιπλέον, στους δικτυωτούς πυλώνες γίνεται εξοικονόμηση βάρους χάλυβα και παρά την μεγαλύτερη συνθετότητα τους σαν κατασκευή, αυτό συνεπάγεται και μείωση κόστους.

Το βασικό μειονέκτημα των δικτυωτών πυλώνων αποτελεί ο μεγαλύτερος χρόνος ανέγερσης και οι μεγαλύτερες δαπάνες συντήρησης. Επιπλέον, κάποιοι ισχυρίζονται ότι από πλευράς αισθητικής ο δικτυωτός πυλώνας υστερεί έναντι του σωληνωτού. Πράγματι, σε κοντινές αποστάσεις ο δικτυωτός πυλώνας δεν είναι τόσο ευχάριστος στο μάτι αλλά σε μεγαλύτερες αποστάσεις το δικτύωμα γίνεται όλο και πιο διαπερατό και αρχίζει να εντάσσονται καλύτερα στον περιβάλλοντα χώρο.

*1.4.3 **Πυλώνες από σκυρόδεμα***

Παρόλο που οι πυλώνες από σκυρόδεμα έχουν μεγάλη παράδοση, ειδικότερα στη Δανία, έχουν παραγκωνιστεί σήμερα, όπως και οι δικυτωτοί, από τους σωληνωτούς πυλώνες από χάλυβα. Παρόλα αυτά, το σκυρόδεμα επιτρέπει την κατασκευή πολύ υψηλών πυλώνων χωρίς να παρατηρούνται ανυπέρβλητα προβλήματα μεταφοράς. Επίσης, ο χρόνος κατασκευής τους μπορεί να μειωθεί σημαντικά με χρήση προκατασκευασμένων τμημάτων από σκυρόδεμα. Στους πυλώνες από σκυρόδεμα είναι πιο εύκολο να αυξηθεί το πάχος του πυλώνα διατηρώντας τη διάμετρο σε λογικά πλαίσια που να επιτρέπουν την μεταφορά τους, οπότε και την αύξηση της αντοχής τους. Θα μπορούσε βέβαια να γίνει επί τόπου η κατασκευή μιας σχετικά μεγάλης βάσης από σκυρόδεμα που θα ήταν δύσκολο υπό μορφή προκατασκευασμένου τμήματος να μεταφερθεί και να τοποθετηθούν πάνω σε αυτήν προκατασκευασμένα τμήματα από σκυρόδεμα.

Οι πυλώνες από σκυρόδεμα μπορούν να διακριθούν στους πυλώνες που κατασκευάζονται στο χώρο ανέγερσης (site-mixed concrete towers) και στους πυλώνες με προκατασκευασμένα τμήματα. Στην πρώτη περίπτωση, το σκυρόδεμα το οποίο είτε φτιάχνεται επί τόπου είτε μεταφέρεται στο χώρο ανέγερσης με ειδικά οχήματα, χύνεται μέσα σε ειδικό καλούπι, τον αναρριχόμενο ξυλότυπο, μέσα στο οποίο έχει προηγουμένως τοποθετηθεί ο κατάλληλος χαλύβδινος οπλισμός. Ακολούθως, αφού στερεοποιηθεί το σκυρόδεμα, ανεβάζεται το καλούπι στην κορυφή του στερεοποιημένου σκυροδέματος για να ακολουθήσει το επόμενο στάδιο σκυροδέτησης (βλ. Σχήμα 1.43). Αυτή η μέθοδος κατασκευής του πυλώνα από σκυρόδεμα είναι αρκετά χρονοβόρα, τα πράγματα δε περιπλέκονται όταν το περιβάλλον στο οποίο κατασκευάζονται οι πυλώνες είναι αρκετά ψυχρό. Επιπλέον, εξυπακούεται ότι θα πρέπει να υπάρχει και η κατάλληλη υποδομή η οποία θα επιτρέψει την επί τόπου κατασκευή ή την μεταφορά του σκυροδέματος. Για τους παραπάνω λόγους, αυτή η μέθοδος κατασκευής του πυλώνα ενδείκνυται για αιολικά πάρκα με μεγάλο αριθμό ανεμογεννητριών. Πέρα από τον συνήθη χαλύβδινο οπλισμό, υπάρχει η δυνατότητα χρήσης προεντεταμένων στοιχείων, πράγμα που συνεπάγεται όμως αυξημένο κόστος αλλά και αυξημένη αντοχή.

Η σκυροδέτηση σε μεγάλα ύψη μπορεί να γίνει με τη βοήθεια γερανών (το ύψος των οποίων μπορεί να πάρει πολύ μεγάλες τιμές π.χ. 200 m) και με χρήση συρόμενων ξυλοτύπων, όπως προαναφέρθηκε, η οποία παρέχει τη δυνατότητα μιας συνεχούς σκυροδέτησης δημιουργώντας ένα πυλώνα από σκυρόδεμα χωρίς ασυνέχειες. Βέβαια ενδέχεται να υπάρχει πρόβλημα μεταφοράς των τμημάτων τέτοιων γερανών στο εργοτάξιο λόγω του μεγέθους τους.

Σχήμα 1.43: Κατασκευή ενός πυλώνα για μια ανεμογεννητρια Enercon E-66 με επιτόπου έκχυση σκυροδέματος (Enercon) [Hau, 2006]

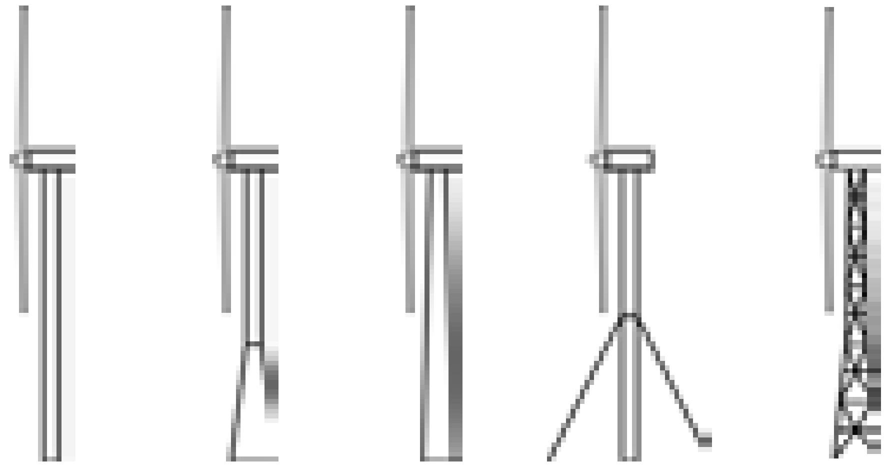
Για να αποφευχθούν τα σοβαρά μειονεκτήματα της επί – τόπου σκυροδέτησης, υπάρχει η δυνατότητα προκατασκευής κάποιων τμημάτων του πυλώνα με προεντεταμένο ή μη σκυρόδεμα και η μεταφορά τους στον τόπο ανέγερσης όπου συνδέονται μεταξύ τους με χρήση ενός μείγματος σκυροδέματος/ρητίνης. Τα τμήματα αυτά εφοδιάζονται με άδειες σωληνώσεις κατανεμημένες σε όλη τη περιφέρεια της διατομής τους μέσα στις οποίες εισχωρούνται εφελκυόμενα στοιχεία κατά την κατασκευή τα οποία προεντείνουν τον όλο φορέα.

1.4.4 Σύγκριση των διάφορων τύπων πυλώνων

Από τις προηγούμενες παραγράφους έχει διαφανεί ότι υπάρχει μια πληθώρα πυλώνων οι οποίοι μπορούν να καλύψουν τεχνολογικά τις σύγχρονες απαιτήσεις της κατασκευής σύγχρονων ανεμογεννητριών. Οι πιο βασικές διαφορές μεταξύ των διάφορων τύπων πυλώνων μπορούν να διαπιστωθούν από μια σύγκριση που παρουσιάζεται στους Πίνακες 1.1 και 1.2 η οποία έχει διεξαχθεί για την πειραματική ανεμογεννήτρια WKA-6ο. Τα βασικά στοιχεία του ανεμοκινητήρα και του πυλώνα δίνονται και στους δυο πίνακες. Μια βασική ποιοτική διαφοροποίηση μεταξύ πυλώνων από χάλυβα και πυλώνων από σκυρόδεμα είναι το μέγεθος της 1ης καμπτικής ιδιοσυχνότητας ταλάντωσης. Αν εξαιρέσουμε τον πυλώνα με τα προκατασκευασμένα τμήματα από σκυρόδεμα, η 1η καμπτική ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης των πυλώνων από σκυρόδεμα είναι αισθητά μεγαλύτερη από την αντίστοιχη ιδιοσυχνότητα των χαλύβδινων πυλώνων. Αυτό σημαίνει ότι οι πυλώνες από σκυρόδεμα είναι πιο δύσκαμπτες κατασκευές.

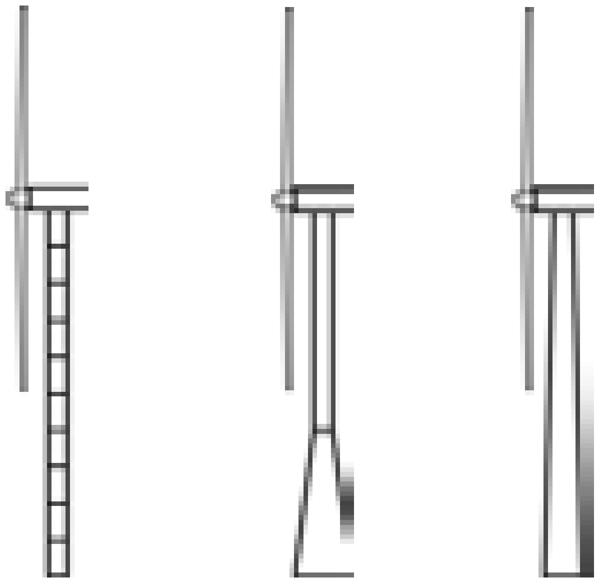
Όπως φαίνεται και στους Πίνακες 1.1 και 1.2, κάθε είδος πυλώνα χαρακτηρίζεται από κάποια ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης και επομένως δυσκαμψία. Το ουσιαστικό ζητούμενο πάντως σε ένα σύστημα πυλώνα-ανεμογεννήτριας είναι η ιδιοσυχνότητα του πυλώνα να μην έρχεται σε συντονισμό με την συχνότητα περιστροφής των πτερυγίων (συνήθως συμβολίζεται με 1P), ούτε σε συντονισμό με την συχνότητα υπέρβασης του πτερυγίου (Blade Passing Frequency-BPF, ίση με N_bP, N_b=2 για δυο πτέρυγες, N_b=3 για τρεις πτέρυγες, καλείται επίσης συχνότητα πτέρυγας (rotor turbine frequency)) αλλά και με τα πολλαπλάσια της συχνότητας 1P (βλ. [Tempel & Molenaar, 2002]). Μάλιστα κατά το σχεδιασμό θα πρέπει η ιδιοσυχνότητα του πυλώνα να απέχει επαρκώς (π.χ. 10%) από κάποια από αυτές τις συχνότητες [Harte and Zijl, 2007].

Πίνακας 1.1: Σύγκριση πυλώνων από χάλυβα και σκυρόδεμα για την πειραματική ανεμογεννήτρια WKA-60 (πυλώνες από χάλυβα) [Hau, 2006]

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΑΣ Ρότορας: 3 πτερύγια Διάμετρος: 60 m Ταχύτητα ρότορα: 23 rpm Μάζα κεφαλής πυλώνα: 180 t Ύψος δρομέα Α/Γ: 50 m Ύψος πυλώνα: 46.6 m	Χάλυβας 				
	Κυλινδρικός	Κυλινδρικός με κωνική βάση	Κωνικός	Κυλινδρικός επιτονισμένος	Δικτυωτός
1η καμπτική ιδιοσυχνότητα (Hz)	0.567	0.577	0.57	0.551	0.60
Διάμετρος κορυφής (m) Διάμετρος βάσης (m) Πάχος (mm)	3.5 3.5 55-15	3.5 7.1 25-15	3.5 4.4 30-15	2.5 2.5 20-15	3.5 11.6 16-10
Μάζα πυλώνα (t)	150	120	111	40	110
Μάζα εξοπλισμού (t)	22	22.5	22.8	20	22.5
Συνολική μάζα (t)	172	142.5	133.8	60+καλώδια	~ 120
Προσεγγιστική σχέση κόστους (%)	100	90	85	95	70

Όσον αφορά τις χαλύβδινες σωληνωτές κατασκευές, παρατηρείται ότι αν και ο κυλινδρικός πυλώνας μπορεί να είναι ο πλέον απλός στην κατασκευή του, υστερεί από άποψη βάρους και επομένως κόστους από τους άλλους δυο χαλύβδινους σωληνωτούς πυλώνες με μεταβλητή διάμετρο καθ’ ύψος χωρίς σημαντική μεταβολή της δυσκαμψίας του (η 1η καμπτική ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης παραμένει στα ίδια πρακτικά επίπεδα). Η περίπτωση επιτονισμένου σωληνωτού χαλύβδινου πυλώνα φαίνεται εκ πρώτης όψεως ελκυστική αν κρίνουμε από το μέγεθος του βάρους του και της διαμέτρου του. Παρόλα αυτά, το καλώδια και οι επιπρόσθετες θεμελιώσεις επιβαρύνουν το τελικό κόστος. Επιπλέον, η κατασκευή αυτή έχει χαμηλή στρεπτική δυσκαμψία λόγω της μικρότερης διαμέτρου και του ότι τα καλώδια δεν προσθέτουν στρεπτική στιβαρότητα σε αυτό το μικτό σύστημα.

Πίνακας 1.2: Σύγκριση πυλώνων από χάλυβα και σκυρόδεμα για την πειραματική ανεμογεννήτρια WKA-6o (πυλώνες από σκυρόδεμα) [Hau, 2006]

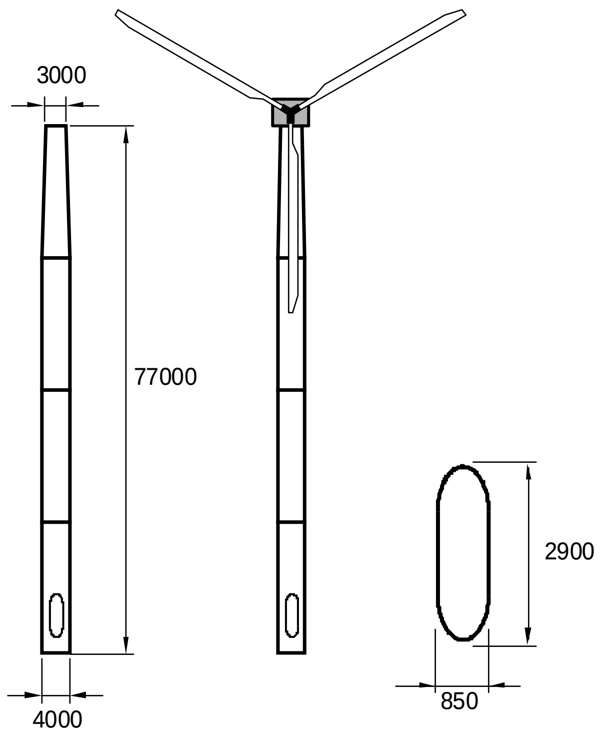
ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΝΕΜΟΓΕΝΝΗΤΡΙΑΣ Ρότορας: 3 πτερύγια Διάμετρος: 60 m Ταχύτητα ρότορα: 23 rpm Μάζα κεφαλής πυλώνα: 180 t Ύψος δρομέα Α/Γ: 50 m Ύψος πυλώνα: 46.6 m	Σκυρόδεμα 		
	Προκατασκευασμένος - προεντεταμένος	Οπλισμένος	Προεντεταμένος
$1^η$ καμπτική ιδιοσυχνότητα (Hz)	0.65	0.941	0.947
Διάμετρος κορυφής (m) Διάμετρος βάσης (m) Πάχος (mm)	3.5 3.5 520-250	3.5 8.4 300	3.5 5.5 300
Μάζα πυλώνα (t)	465	485	477
Μάζα εξοπλισμού (t)	21	22.5	22.5
Συνολική μάζα (t)	486	507.5	499.5
Προσεγγιστική σχέση κόστους (%)	60	75	75

Από τους Πίνακες 1.1 και 1.2 φαίνεται ότι οι κατασκευές από σκυρόδεμα χαρακτηρίζονται από αρκετά μεγαλύτερη μάζα από ότι οι χαλύβδινοι πυλώνες. Παρόλα αυτά το μικρότερο κόστος που χαρακτηρίζει το σκυρόδεμα ανά μονάδα μάζας, αντισταθμίζει το μεγαλύτερο συνολικό βάρος. Στη σύγκριση που γίνεται στους πίνακες φαίνεται ότι από άποψης κόστους οι πυλώνες από σκυρόδεμα είναι καλύτεροι. Αυτό ισχύει περισσότερο στην περίπτωση του πυλώνα από προκατασκευασμένα τμήματα σκυροδέματος. Αξίζει να σημειωθεί ότι αυτό το πλεονέκτημα που φαίνεται ότι έχουν οι πυλώνες από σκυρόδεμα, ενδέχεται να εξαλειφθεί εφόσον δεν υπάρχει τοπικός κατασκευαστής σκυροδέματος, οπότε αναγκαστικά θα πρέπει να επιλεχθεί η μεταφορά των τμημάτων από σκυρόδεμα, η οποία λόγω του μεγάλου βάρους τους, θα είναι αρκετά υψηλή.

Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τους πυλώνες ανεμογεννητριών, ο αναγνώστης παραπέμπεται στο [Hau, 2006].

1.5 Πρότυπος πυλώνας ανεμογεννήτριας

Ο πρότυπος πυλώνας, ο οποίος λήφθηκε υπόψη στο σχεδιασμό των πειραμάτων της παρούσας διατριβής καθώς επίσης και στην διαμόρφωση κάποιων εκ των προσομοιωμάτων των αριθμητικών παραμετρικών αναλύσεων που διεξήχθηκαν στην παρούσα εργασία, αποτελείται από τέσσερα τμήματα. Τα τρία πρώτα τμήματα (από κάτω προς πάνω) είναι κυλινδρικά ενώ το τελευταίο είναι κολουροκωνικό. Το συνολικό ύψος του πυλώνα είναι 77 m (βλ. Σχήμα 1.44). Το κάθε τμήμα αποτελείται από 6 έως 8 κομμάτια μήκους από 2.80 έως 3.00 m και πάχους από 15 έως 40 mm. Η ονομαστική εξωτερική διάμετρος στη βάση είναι 4.0 m, ενώ η εξωτερική διάμετρος πυλώνα στον άνω δακτύλιο είναι περίπου 3.0 m. Το ύψος της ανθρωποθυρίδας είναι 2.9 m και το πλάτος της 0.85 m. Η ενίσχυση είναι περιμετρικό έλασμα, διαμορφωμένο ανάλογα με την μορφή της ανθρωποθυρίδας, διαστάσεων 350x60mm.



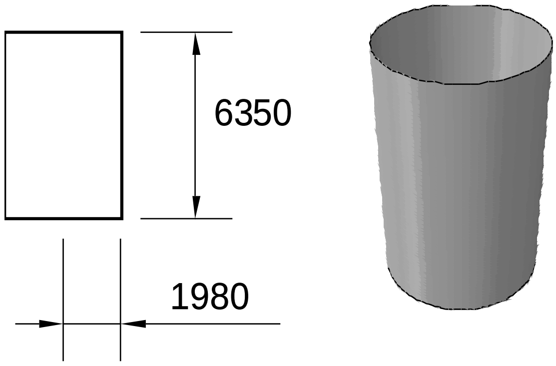
Σχήμα 1.44: Γεωμετρία πρότυπου πυλώνα (διαστάσεις σε mm)

Το τμήμα που αφορά αυτήν την εργασία είναι το κατώτατο τμήμα του πυλώνα στο οποίο υπάρχει η ανθρωποθυρίδα. Σε αυτή τη θέση η εξωτερική διάμετρος του κελύφους είναι 4 m και το πάχος του 40 mm.

Στην εργασία αυτή επιλέχθηκε κλίμακα 1:10 μεταξύ πειραματικού δοκιμίου και πρότυπου πυλώνα. Αυτό σημαίνει ότι για τα πειραματικά δοκίμια η εξωτερική διάμετρος είναι 400 mm, και το πάχος τους 4 mm. Το ύψος της ανθρωποθυρίδας είναι 290 mm και το πλάτος της 85 mm. Η ενίσχυση που επιλέχθηκε για τα πειράματα είναι ένα έλασμα πλάτους 35 mm και πάχους 6 mm.

1.6 Βασικό προσομοίωμα αριθμητικών αναλύσεων

Στην παρούσα διατριβή υιοθετούνται κάποιες τυπικές διαστάσεις για τα αριθμητικά προσομοιώματα που αντιστοιχούν σε σύγχρονους πυλώνες ανεμογεννητριών (βλ. προηγούμενη παράγραφο). Θεωρούνται καταρχήν κυλινδρικά κελύφη με ακτίνα r=1.98 m και πάχος t=40 mm. Οι διαστάσεις του ανοίγματος διατηρούνται ίσες με εκείνες που δίνονται στο Σχήμα 1.44 (βλ. και κεφάλαιο 5 της παρούσας διατριβής). Σε κάποιες αριθμητικές αναλύσεις το πάχος είναι μεταβαλλόμενο ώστε να προκύψει ένα εύρος λυγηροτήτων το οποίο να καλύπτει όλο το εύρος κελυφών που συναντιούνται σε πυλώνες ανεμογεννητριών (βλ. κεφάλαιο 7 της παρούσας διατριβής). Το ύψος των προσομοιωμάτων δεν λήφθηκε ίσο με το πραγματικό ύψος ενός πυλώνα αλλά σημαντικά μικρότερο για λόγους οικονομίας στην αριθμητική ανάλυση. Έτσι από μια παραμετρική ανάλυση (βλ. κεφάλαιο 7) προέκυψε ένα αποδεκτό ελάχιστο ύψος το οποίο έδινε αποτελέσματα πολύ κοντά στα αποτελέσματα πιο επιμήκων προσομοιωμάτων. Το ύψος αυτό είναι 6.35 m.



Σχήμα 1.45: Γεωμετρία αριθμητικών προσομοιωμάτων (διαστάσεις σε mm)

1.7 Ερευνητικές εργασίες σχετικά με την μηχανική συμπεριφορά πυλώνων ανεμογεννητριών

Η επιστημονική περιοχή των συστημάτων μετατροπής αιολικής ενέργειας σε ηλεκτρική, έχει αποτελέσει αντικείμενο ευρείας μελέτης. Η δομοστατική βελτιστοποίηση του πυλώνα ανεμογεννητριών εξετάστηκε από τους [Takewaki, 1996], [Takewaki, 1997] και [Negm and Maalawi, 2000], [Uys et al., 2007]. Η απόκριση ανεμογεννητριών σε σεισμικά φορτία αποτέλεσε θέμα των ερευνητικών εργασιών των [Lavassas et al., 2001], [Bazeos *et al.*, 2002], [Lavassas *et al.,* 2003], [Ritschel et al., 2003], [Witcher, 2005], [Haenler et al., 2006], [Zhao and Maißer, 2006], [Zaaijer, 2006], [Guangling and Jie, 2008], [Prowell and Veers, 2009], [Prowell et al., 2009], [Hacıefendioğlu, 2010], [Prowell et al., April 2010], [Prowell et al., October 2010] και [Lavassas *et al.,* 2011], [Nuta et al., 2011]. Η απόκριση ανεμογεννητριών σε φορτία ανέμου αποτέλεσε θέμα των ερευνητικών εργασιών των [Lavassas et al., 2001], [Bazeos *et al.*, 2002], [Lavassas *et al.,* 2003], [Lavassas *et al.,* 2011]. Το πρόβλημα του προσδιορισμού της ζωής λειτουργίας για πυλώνες μεγάλου ύψους σε σχέση με την ζημιά που προστίθεται στα μέλη ή τις διατομές τους λόγω κόπωσης, αποτελεί θέμα μελέτης των [Mikitarenko and Perelmuter, 1998]. Μια πειραματική και αριθμητική διερεύνηση της επιρροής χρήσης σύνθετων υλικών στην κατασκευή κελυφών τα οποία ενδεχομένως θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν στους πυλώνες ανεμογεννητριών παρουσιάζεται στο [Schaumann and Keindorf, 2008]. Στο [Polyzois et al., 2009] παρουσιάζεται μια πειραματική μελέτη μαζί με την αντίστοιχη αριθμητική διερεύνηση σχετικά με προβολοειδή δοκίμια με διατομές κυψελοειδούς μορφής. Τα δοκίμια υποβάλλονται σε στατικά και δυναμικά φορτία. Στο [Singh, 2007] γίνεται μια παρουσίαση των δυνατοτήτων του σκυροδέματος για την κατασκευή ψηλών πυλώνων καθώς επίσης και στοιχείων που πρέπει να ληφθούν υπόψη στο σχεδιασμό. Όμως, στη βιβλιογραφία δεν έχουν βρεθεί ερευνητικά αποτελέσματα σχετικά με την βέλτιστη ενίσχυση της ανθρωποθυρίδας πυλώνων ανεμογεννητριών, τόσο σε πειραματικό ή αριθμητικό επίπεδο, που αποτελεί τον κύριο στόχο αυτής της διατριβής.

1.8 Περιγραφή της διατριβής

Στις προηγούμενες παραγράφους περιγράφηκε η σύγχρονη τάση στην κατασκευή συστημάτων παραγωγής ενέργειας από τον άνεμο, σύμφωνα με την οποία οι ανεμογεννήτριες έχουν ως επί το πλείστον τρία πτερύγια αρκετά μεγάλων διαστάσεων ώστε να δεσμεύεται από τον κινούμενο άνεμο όσο το δυνατό μεγαλύτερη ισχύς. Επίσης, επιδιώκεται να τοποθετείται η ανεμογεννήτρια σε μεγάλα ύψη όπου η ταχύτητα του ανέμου, η οποία και αυτή επηρεάζει την παραγόμενη ισχύ, είναι μεγαλύτερη. Αν και για πυλώνες πολύ μεγάλου ύψους (π.χ. πάνω από 100 m), οι επικρατέστεροι τύποι είναι ο χαλύβδινος δικτυωτός ή ο πυλώνας από σκυρόδεμα, τα κατασκευαστικά πλεονεκτήματα των χαλύβδινων σωληνωτών πυλώνων αποτελούν ισχυρό κίνητρο για τη διερεύνηση της εφικτότητας τους. Λόγω του μεγάλου ύψους και της μεγάλης διαμέτρου των πτερυγίων η βάση του πυλώνα που περιέχει την ανθρωποθυρίδα υπόκειται σε μεγάλες καμπτικές ροπές επομένως και μεγάλες θλιπτικές τάσεις που δημιουργούν κίνδυνο τοπικού λυγισμού του τοιχώματος. Η παρουσία της ανθρωποθυρίδας που εξυπηρετεί κυρίως ανάγκες συντήρησης της ανεμογεννήτριας, επιβαρύνει την αντοχή της βάσης του πυλώνα, γι’ αυτό το λόγο και επιλέγεται η επαναφορά της χαμένης αντοχής με διάφορους τύπους ενίσχυσης. Για ένα επιτυχημένο σχεδιασμό, ο οποίος θα ικανοποιεί τα βασικά κριτήρια ασφάλειας αλλά και οικονομίας, απαιτείται καλή γνώση της συμπεριφοράς και της αντοχής του κελύφους του πυλώνα, παρουσία μάλιστα της ανθρωποθυρίδας και της ενίσχυσης της.

Από μια εκτενή βιβλιογραφική έρευνα σε σχετικές πειραματικές εργασίες σε κελύφη με οπή (βλ. κεφάλαιο 2), αφενός μεν προέκυψαν σημαντικά συμπεράσματα όσον αφορά την συμπεριφορά τέτοιων κελυφών, αφετέρου όμως διαπιστώθηκε ότι υπάρχει ένα κενό όσον αφορά πειράματα ειδικά σχεδιασμένα για πυλώνες ανεμογεννητριών. Η σχετική πειραματική εργασία που έγινε τα προηγούμενα χρόνια, αφορούσε κυρίως κελύφη από πλαστικό υλικό και λιγότερο από μεταλλικό υλικό. Όσον αφορά την περίπτωση του χάλυβα, η κυριότερη έρευνα διεξήχθη από τους Knödel και Schulz και ήταν περισσότερο προσανατολισμένη σε εφαρμογές καπνοδόχων. Τα ανοίγματα ήταν ορθογωνικά με κατάλληλα διαμορφωμένα άκρα ενώ η φόρτιση ήταν καμπτική. Στην εργασία αυτή εξετάστηκε και η επιρροή διαμήκων ενισχύσεων με διάφορες μορφές διατομής στην αντοχή των κελυφών. Οι λυγηρότητες όμως των δοκιμίων τους ήταν γενικά αρκετά μεγαλύτερες από τιμές που αντιστοιχούν σε πυλώνες ανεμογεννητριών. Επιπλέον, στις λίγες περιπτώσεις χαμηλών λυγηροτήτων, η γωνιά του ανοίγματος ήταν σημαντικά μεγαλύτερη (της τάξης των 120^{o}) από τυπικά ανοίγματα πυλώνων ανεμογεννητριών (της τάξης των 25^{o}).

Επομένως, βασικό θέμα της διατριβής αυτής αποτελεί η πειραματική και αριθμητική διερεύνηση του λυγισμού κελυφών με λυγηρότητα η οποία ανταποκρίνεται σε γεωμετρικά χαρακτηριστικά πραγματικών σύγχρονων πυλώνων ανεμογεννητριών. Τα αποτελέσματα των πειραμάτων που έγιναν χρησιμοποιούνται για τη βαθμονόμηση των αριθμητικών προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων για τη περιγραφή των σύνθετων φαινομένων λυγισμού, ανελαστικότητας και επαφής των διάφορων τμημάτων. Με βάση αυτά, αξιολογείται η ικανότητα διάφορων τύπων ενίσχυσης στην ανάκτηση της χαμένης αντοχής λόγω του ανοίγματος.

Η παρούσα διατριβή ξεκινά με το παρόν εισαγωγικό κεφάλαιο το οποίο παρέχει πληροφορίες για χαρακτηριστικά παραδείγματα πειραματικών ανεμογεννητριών που κατασκευάστηκαν με την πάροδο του χρόνου για την αξιοποίηση του ανέμου για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, τους βασικούς τύπους ανεμογεννητριών και τους βασικούς τύπους πυλώνων. Στο κεφάλαιο 2 γίνεται μια λεπτομερής καταγραφή και περιγραφή προηγούμενων πειραματικών δοκιμών που αφορούν κελύφη γενικώς αλλά κυρίως με άνοιγμα ενισχυμένο ή μη. Στο κεφάλαιο 3 γίνεται μια παρουσίαση των αριθμητικών μεθόδων υπολογισμού της αντοχής των κελυφών και πιο συγκεκριμένα των αλγορίθμων μη γραμμικής ανάλυσης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων καθώς και των χαρακτηριστικών ιδιοτήτων των βασικών τύπων γραμμικοποιημένης ανάλυσης λυγισμού. Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται η χρονική εξέλιξη των κανονισμών σχεδιασμού κελυφών έναντι λυγισμού. Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται λεπτομερώς τα στοιχεία που αφορούν την πειραματική διερεύνηση που πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια αυτής της εργασίας. Στο κεφάλαιο 6 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της αριθμητικής προσομοίωσης των πειραμάτων με χρήση του εμπορικού κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS. Στο κεφάλαιο 7 γίνεται μια εκτενής αριθμητική διερεύνηση της επιρροής ενός ανοίγματος και της απλής ενίσχυσης ενός πλαισίου στην αντοχή των κελυφών με διάφορες λυγηρότητες σχετικές με πυλώνες ανεμογεννητριών, λαμβάνοντας υπόψη διάφορες γεωμετρικές ατέλειες. Στο κεφάλαιο 8 γίνεται μια αξιολόγηση εναλλακτικών τρόπων ενίσχυσης της οπής της ανθρωποθυρίδας που συναντιέται σε πυλώνες ανεμογεννητριών. Στο κεφάλαιο 9 παρουσιάζεται η αποδοτικότητα μιας τροποποιημένης λυγηρότητας στην πρόβλεψη της αντοχής κελυφών χωρίς άνοιγμα αλλά κυρίως κελυφών με άνοιγμα ενισχυμένο ή μη. Στο κεφάλαιο 10 συμπεριλαμβάνεται μια περίληψη αυτής της διατριβής, τα βασικά της συμπεράσματα, η πρωτότυπη συμβολή της εργασίας καθώς επίσης και προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

1.9 Βιβλιογραφία

Baniotopoulos C, Borri C and Stathopoulos T (eds), "Environmental Wind Engineering and Design of Wind Energy Structures", *Springer Verlag*, Wien, New York, 2010.

Bazeos N, Hatzigeorgiou GD, Hondros ID, Karamaneas H, Karabalis DL and Beskos DE. "Static, seismic and stability analyses of a prototype wind turbine steel tower", *Engineering Structures,* 24(8), pp. 1015-1025, 2002.

Μπεργελές Γ, "Ανεμοκινητήρες", 2005.

European Committee for Standardization, Eurocode 3: Actions on structures-Part 1.4: General actions-Wind actions, 2003.

European Committee for Standardization, Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-6: Strength and Stability of Shell Structures, 2006.

Guangling He and Jie Li, "Seismic Analysis of Wind Turbine System Including Soil-structure Interaction", *The 14th World Conference on Earthquake Engineering, Beijing*, China, October 12-17, 2008.

Hacıefendioğlu K, "Stochastic seismic response analysis of offshore wind turbine including fluid-structure-soil interaction", *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 2010.

Haenler M, Ritschel U and Warnke I, "Systematic modelling of wind turbine dynamics and earthquake loads on wind turbines", *European Wind Energy Conference & Exhibition*, pp. 1-6, Athens, Greece, 2006.

Harte R and Van Zijl G, "Structural stability of concrete wind turbines and solar chimney towers exposed to dynamic wind action, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics", Vol. 95, pp. 1079–1096, 2007.

Hau E, "Wind Turbines: Fundamentals, Technologies, Application, Economics", *Springer*, 2nd English Edition, 2006.

Lavassas I, Nikolaidis G, Zervas P, Doudounis IN and Baniotopoulos CC, Structural Analysis and Aseismic Design of the 1 MW Steel Wind Turbine Towers at Mount Kalogerovounis Lakonia, Proceedings of the 2nd National (Greek) Conference of Aseismic Mechanics and Technical Seismology, Θεσσαλονίκη, pp. 183-190, 2001.

Lavassas I, Nikolaidis G, Zervas P, Efthimiou E, Doudoumis IN and Baniotopoulos CC, "Analysis and design of the prototype of a steel 1-MW wind turbine tower", *Engineering Structures,* 25(8), pp. 1097-1106, 2003.

Lavassas I, Nikolaidis G, Zervas P and Baniotopoulos C, "Design of Large Scale Wind Turbine Towers in Seismic Areas", *7th National Conferences on Steel Structures, Volos*, Greece, 2011.

Mikitarenko MA and Perelmuter AV, "Safe fatigue life of steel towers under the action of wind vibrations", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 74-76, pp. 1091-1100, 1998.

Negm HM and Maalawi KY, "Structural design optimization of wind turbine towers", *Computers & Structures*, 74, pp. 649-666, 2000.

Nuta E, Christopoulos C and Packer JA, "Methodology for seismic risk assessment for tubular steel wind turbine towers: application to Canadian seismic environment", Canadian Journal of Civil Engineering, 38, pp. 293–304, 2011.

Polyzois DJ, Raftoyiannis IG and Ungkurapinan N, Static and dynamic characteristics of multi-cell jointed GFRP wind turbine towers, Composite Structures, 90(1), 2009, pp. 34–42, 2009.

Prowell I and Veers P, "Assessment of Wind Turbine Seismic Risk: Existing Literature and Simple Study of Tower Moment Demand", *Sandia Report*, 2009.

Prowell I, Elgamal A and Jonkman J, "FAST simulation of seismic wind turbine response", *2009 ANCER Workshop Proceedings*, pp. 1-8, 2009

Prowell I, Elgamal A, Romanowitz H, Duggan JE and Jonkman J, "Earthquake Response Modeling for a Parked and Operating Megawatt-Scale Wind Turbine", Technical Report NREL/TP-5000-48242, National Renewable Energy Laboratory, October 2010.

Prowell I, Elgamal A, Uang C and Jonkman J, "Estimation of Seismic Load Demand for a Wind Turbine in the Time Domain", European Wind Energy Conference, Warsaw, Poland, April 20–23, 2010.

Ritschel U, Warnke I, Kirchner J and Meussen B, "Wind turbines and earthquakes", *Proceedings of the 2nd World Wind Energy Conference (WWEC)*, pp. 1-8, Cape Town, South Africa, 2003.

Schaumann P and Keindorf C, “Sandwich-Towers for Wind Energy Converters”, *DEWI Magazin*, No. 33, August 2008.

Schaumann P, “Types of Onshore Support Structures Lattice Towers” in Environmental Wind Engineering and Wind Energy Structures, CISM Course, 2009.

Schaumann P, “Types of Onshore Support Structures Tubular Towers” in Environmental Wind Engineering and Wind Energy Structures, CISM Course, 2009.

Singh AN, Concrete construction for wind energy towers, The Indian Concrete Journal, pp. 43-49, August 2007.

Takewaki I, “Optimal frequency design of tower structures via an approximation concept”, *J. Computers and Structures*, 58(3), pp. 445-52, 1996.

Takewaki I, “Effcient optimal frequency design of elastically supported distributed-parameter cantilevers”, *J. Computers and Structures*, 62(1), pp. 107-17, 1997.

Uys PE, Farkas J, Jármai K and van Tonder F, “Optimisation of a steel tower for a wind turbine structure”, *Engineering Structures*, 29, pp. 1337–1342, 2007.

Van der Tempel J and Molenaar D, “Wind Turbine Structural Dynamics – A Review of the Principles for Modern Power Generation, Onshore and Offshore”, Wind Engineering, Vol. 26 (4).20 0 2, pp. 211–220, 2002.

Witcher D, “Seismic Analysis of Wind Turbines in the Time Domain”, *Wind Energy*, 8(1), pp. 81–91, 2005.

Zaaijer MB, “Foundation modelling to assess dynamic behaviour of offshore wind turbines”, *Applied Ocean Research,* 28(1), pp. 45–57, 2006.

Zhao X and Maisser P, “Seismic response analysis of wind turbine towers including soil-structure interaction”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 220(1), pp. 53–61, 2006.

1.10 Διευθύνσεις διαδικτύου

[W1] http://en.wikipedia.org/wiki/File:Windmill_D1_(Thornton_Bank).jpg

[W2] http://en.wikipedia.org/wiki/File:Quebecturbine.JPG

[W3] http://en.wikipedia.org/wiki/File:Savonius_wind_turbine.jpg

[W4] http://www.reuk.co.uk/Darrieus-Wind-Turbines.htm

[W5] http://www.diebrennstoffzelle.de/alternativen/wind/vertikal.shtml

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Βιβλιογραφική επισκόπηση πειραμάτων για τον προσδιορισμό της αντοχής κελυφών

2.1 Εισαγωγή

Τα κελύφη εξαιτίας της σπουδαιότητας τους σαν δομικά στοιχεία διάφορων τύπων κατασκευών, έχουν αποτελέσει αντικείμενο ευρείας πειραματικής μελέτης. Η συμπεριφορά τους έχει εξεταστεί τόσο πειραματικά όσο και αριθμητικά, ειδικότερα όσον αφορά κυλινδρικά κελύφη υποκείμενα σε αξονική θλίψη ή κάμψη.

Πειράματα αξονικής θλίψης κελυφών πραγματοποιήθηκαν από τους [Lundquist, 1933(a), (b)], [Tennyson, 1964], [Weigarten et al., 1965], [Schneider et al. ,1996] και [Athiannan and Palaninathan, 2004] απλώς για να αναφέρουμε κάποια από αυτά. Ενδιαφέρουσα πειραματικά αποτελέσματα για αξονικά θλιβόμενα κελύφη στην ανελαστική περιοχή έχουν αναφερθεί μεταξύ άλλων, από τους [Lee, 1962], [Batterman, 1965], [Osgood 1938], [Horton et al., 1966], [Bardi et al., 2003] και [Bardi and Kyriakides, 2006].

Είναι γνωστό σήμερα ότι τα πειραματικά φορτία λυγισμού πολύ λεπτών κελυφών υπό θλίψη, τα οποία λυγίζουν στην ελαστική περιοχή, παρουσιάζουν μια μεγάλη διακύμανση και ενδέχεται να είναι σημαντικά μικρότερα από τις προβλέψεις της κλασικής θεωρίας. Αυτό το φαινόμενο μπορεί να αποδοθεί κυρίως στις αναπόφευκτες γεωμετρικές ατέλειες και δευτερευόντως σε ατέλειες στη φόρτιση, τις συνοριακές συνθήκες και τη μεταβλητότητα των ιδιοτήτων του πάχους και των ιδιοτήτων του υλικού. Καθώς η λυγηρότητα των κελυφών μειώνεται, η επίδραση αυτών των παραγόντων γίνεται λιγότερο σημαντική.

Όσον αφορά την καμπτική καταπόνηση, κάποια πειραματική διερεύνηση σε λεπτότοιχα κελύφη είναι αυτή των [Mossman and Robinson, 1930], [Rhode and Lundquist, 1931], [Imperial, 1932], [Lundquist 1933(b), 1935], [Donnell, 1934]. Στην εργασία των [Suer et al., 1958] and [Mathon and Limam, 2006], συμπεριλήφθηκε επίσης η επίδραση της εσωτερικής πίεσης. Στην ανελαστική περιοχή, πειράματα διεξήχθηκαν για την περίπτωση καμπτικής καταπόνησης από τους [Moore and Clarke, 1952], [Jirsa et al., 1972], [Sherman, 1976], [Tuggu and Schroeder, 1979], [Reddy, 1979], [Kyriakides and Shaw, 1982], [Kyriakides and Shaw, 1987] και [Kyriakides and Ju, 1992]. Στη δουλειά των [Johns et al., 1975], [Corona and Kyriakides, 1988] και [Ju and Kyriakides, 1991] συμπεριλήφθηκε και η επίδραση της εξωτερικής πίεσης στην καμπτική αντοχή των κελυφών.

Οι προαναφερθείσες αναφορές αφορούσαν κελύφη χωρίς γεωμετρικές ασυνέχειες στην επιφάνεια τους. Παρόλα αυτά, σε κάποιες κατασκευές, όπως πυλώνες ανεμογεννητριών, καπνοδόχους και δεξαμενές είναι απαραίτητο να ανοίγονται οπές, έτσι ώστε να ικανοποιούνται διάφορες πρακτικές ανάγκες. Η επίδραση των ανοιγμάτων στην αντοχή των κελυφών εξετάστηκε σε ένα αριθμό πειραματικών εργασιών. Σε κάποιες περιπτώσεις, η επίδραση ενισχύσεων της οπής στο φορτίο κατάρρευσης των κελυφών μελετήθηκε εξαιτίας της μεγάλης πρακτικής της σημασίας. Τυπικές πειραματικές μελέτες αξονικά θλιβόμενων κελυφών με άνοιγμα είναι αυτές των [Tennyson, 1968], [Starnes, 1970, 1972(a), 1972(b), 1974], [Toda 1979, 1980(a) , 1980(b), 1983], [Schulz, 1976], [Almroth and Holmes, 1972], [Almroth et al., 1973], [Bennet et al., 1982], [Al Sarraj et al., 1995], [Al Sarraj, 1995], [Jullien JF and Limam A, 1998], [Han et al., 2006] και [Shariati and Rokhi, 2008].

Στην περίπτωση κελυφών με άνοιγμα υπό κάμψη, πειραματική διερεύνηση διεξήχθηκε από τους [Meng-Kao Yeh et al., 1999], [Poursaedi et al., 2004] and [Knödel and Schulz, 1988], [Baehre and Knödel, 1986] and [Öry et al., 1987]. Οι [Poursaedi et al., 2004] μελέτησαν τον πλαστικό λυγισμό κυλινδρικών κελυφών από ανοξείδωτο χάλυβα με ορθογωνικό ή κυκλικό άνοιγμα υπό καθεστώς καθαρής κάμψης. Τα δοκίμια τους ήταν αρκετά παχιά, ώστε η συμπεριφορά τους να εξαρτάται από φαινόμενα διαρροής κατά κύριο λόγο. Οι εργασίες των [Knödel and Schulz, 1988], [Baehre and Knödel, 1986] και [Öry et al., 1987], αφορούν καθαρή κάμψη κυλινδρικών κελυφών από χάλυβα και είναι ίσως οι πιο σχετικές εργασίες ως προς την πειραματική έρευνα αυτής της διατριβής. Παρόλα αυτά, υπάρχει διαφορά μεταξύ αυτών των πειραμάτων και των πειραμάτων αυτής της διατριβής τόσο ως προς το στατικό σύστημα της πειραματικής διάταξης, αλλά κυρίως ως προς τον συνδυασμό λυγηρότητας κελυφών, μεγέθους ανοίγματος και τύπου ενίσχυσης ο οποίος καθορίζει και την πρακτική εφαρμογή του. Πιο συγκεκριμένα, ο συνδυασμός της λυγηρότητας του κελύφους, του μεγέθους του ανοίγματος αλλά και του τύπου και των διαστάσεων της ενίσχυσης που επιλέχθηκαν στα πλαίσια αυτής της εργασίας, διαφέρουν από τους αντίστοιχους των προαναφερθεισών εργασιών, ώστε να αντιστοιχούν σε σύγχρονους πυλώνες ανεμογεννητριών.

Στις παραγράφους που ακολουθούν γίνεται μια παρουσίαση των πιο βασικών και αντιπροσωπευτικών πειραματικών εργασιών που αφορούν κελύφη με ανοίγματα. Διάκριση γίνεται μεταξύ αξονικά θλιβόμενων και καμπτόμενων κελυφών. Τέλος, γίνεται μια σύγκριση μεταξύ των βασικών στοιχείων αυτών των πειραμάτων με τα αντίστοιχα των πειραμάτων της παρούσας εργασίας.

2.2 Κελύφη υπό αξονική θλίψη

Όπως και στην περίπτωση κελυφών χωρίς άνοιγμα, έτσι και στην περίπτωση κελυφών με άνοιγμα, η αξονική θλίψη είναι ίσως η πιο ευρέως εξεταζόμενη μορφή φόρτισης. Η πειραματική μελέτη του [Tennyson, 1968] ήταν η πρώτη εργασία η οποία επικεντρώθηκε στη διερεύνηση της επιρροής των ανοιγμάτων στη συμπεριφορά των κελυφών έναντι λυγισμού. Στη συνέχεια ακολούθησαν αρκετές πειραματικές εργασίες, κυρίως σε κελύφη αξονικά θλιβόμενα αλλά και καμπτόμενα. Χαρακτηριστική είναι η δουλειά του Starnes, η οποία παρουσιάζεται λεπτομερώς στη συνέχεια, στην οποία εξήχθησαν τα βασικά στοιχεία της συμπεριφοράς κελυφών από πλαστικό υλικό υπό αξονική φόρτιση με διάφορων ειδών ανοίγματα. Για την περίπτωση αξονικά θλιβόμενων μεταλλικών κελυφών, οι εργασίες των [Jullien and Limam, 1998], [Al Sarraj et al., 1995] και [Al Sarraj, 1995], είναι ίσως οι πιο ενδεικτικές και στις οποίες επιβεβαιώνονται τα βασικά συμπεράσματα της δουλειάς του Starnes.

2.2.1 Πειράματα Tennyson (1968)

Ο [Tennyson, 1968], ήταν ο πρώτος που μελέτησε το φαινόμενο του λυγισμού αξονικά θλιβόμενων κυλινδρικών κελυφών με κυκλικά ανοίγματα. Εξετάστηκαν τρία δοκίμια από εποξικό υλικό με λόγους r/t ίσους με 162, 292 και 331. Ορίστηκε μάλιστα και η αδιάστατη παράμετρος ανοίγματος:

$$\beta_{Ten} = \sqrt{\frac{r^2\sqrt{12\left(1-v^2\right)}}{8rt}} \tag{2.1}$$

όπου r είναι η ακτίνα του κελύφους, t είναι το πάχος του και v είναι ο λόγος του Poisson του υλικού.

Τα ανοίγματα που εξετάστηκαν κυμαίνονταν στο εύρος 0-1.8 σύμφωνα με την εξίσωση (2.1), ή στο εύρος 0-2.8 σύμφωνα με την εξίσωση (2.2), η οποία δίνεται στη συνέχεια.

2.2.2 Πειράματα Starnes (1970, 1972(a), 1972(b), 1974)

Η εκτενής πειραματική και αναλυτική μελέτη των κελυφών με ανοίγματα του Starnes, συνοψίζει τη γνώση της επίδρασης των μη ενισχυμένων ανοιγμάτων στο λυγισμό των κυλινδρικών κελυφών της δεκαετίας του εβδομήντα.

Τα πειράματα του περιέλαβαν ένα μεγάλο εύρος κυκλικών κυλινδρικών κελυφών με λόγο ακτίνας προς πάχος (r/t=400-800) και ανοίγματα με (α/r=0-0.5), τα οποία υποβλήθηκαν σε αξονική θλίψη, κάμψη ή στρέψη (βλέπε [Starnes, 1974] και [Starnes, 1970]), όπου r είναι η ακτίνα του κελύφους, α είναι η ακτίνα του κυκλικού ανοίγματος ή κάποια άλλη χαρακτηριστική διάσταση για άλλου είδους ανοίγματα (π.χ. το ημιπλάτος του ανοίγματος για τετραγωνικά και ο μέσος όρος των ημιπλατών των ορθογωνικών ανοιγμάτων) και t είναι το πάχος του κελύφους. Τα κελύφη κατασκευάστηκαν από ταινίες πολυεστέρα Mylar, είχαν διάμετρο 8in $(\sim 203\text{mm})$, μήκος 10in $(\sim 254\text{mm})$ και πάχος από 0.005in ως 0.010in $(\sim 0.13-0.25\text{mm})$. Τα κελύφη φορτίστηκαν αρχικά μέχρι το λυγισμό τους, χωρίς ανοίγματα, έτσι ώστε να προκύψουν τα φορτία αναφοράς. Στη συνέχεια διανοίχθηκαν στο μέσο του μήκους των κελυφών μια σειρά από κυκλικά, τετραγωνικά ή ορθογωνικά ανοίγματα και εκτιμήθηκε η αντοχή των κελυφών σε λυγισμό για διάφορες φορτίσεις. Αυτή η διαδικασία συνεχίστηκε μέχρι να διανοιχθεί στο κέλυφος και το μεγαλύτερο άνοιγμα.

Τα αποτελέσματα των πειραματικών και των θεωρητικών μελετών αποκάλυψαν ότι τα φορτία λυγισμού σχετίζονταν με την αδιάστατη γεωμετρική παράμετρο:

$$\bar{r} = \frac{\alpha}{\sqrt{rt}} \tag{2.2}$$

Σε 16 κελύφη με κυκλικά ανοίγματα εφαρμόστηκε κεντρική αξονική θλίψη και τα φορτία λυγισμού μετρήθηκαν για ανοίγματα αυξανόμενου μεγέθους. Η επίδραση των ανοιγμάτων συνοψίζεται στο Σχήμα 2.1 με τις καμπύλες οι οποίες παριστάνουν τα όρια των πειραματικών αποτελεσμάτων. Τα πειραματικά φορτία λυγισμού P εκφράζονται ως προς την αδιάστατη παράμετρο $\bar{r}$ και αδιαστατοποιούνται ως προς το κλασικό φορτίο λυγισμού P_{CL} για ένα κέλυφος χωρίς άνοιγμα. Τα κελύφη που μελετήθηκαν χαρακτηρίζονταν από λόγο διαμέτρου προς πάχος $r/t = 400,\ 533,\ 800$. Στο Σχήμα 2.1 δίνονται τα αποτελέσματα για $r/t = 400$. Η διακεκομένη γραμμή αφορά αποτελέσματα από αναλύσεις με πεπερασμένα στοιχεία από το πρόγραμμα NASTRAN. Ο [Starnes, 1974] σημείωσε ότι μπορούν να διακριθούν τέσσερις περιοχές συναρτήσει του $\bar{r}$ σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά της συμπεριφοράς των κελυφών σε λυγισμό:

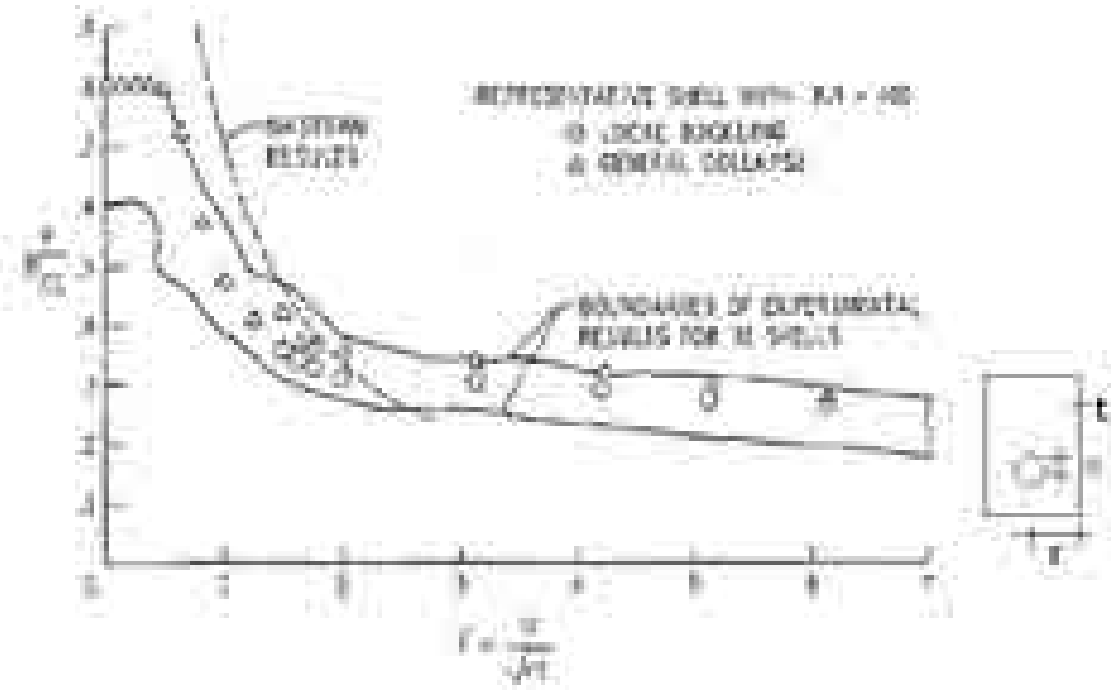
- Για τιμές του $\bar{r}$ μικρότερες από 0.5 ένα κυκλικό άνοιγμα δεν έχει σημαντική επιρροή σε κελύφη υπό κεντρική αξονική θλίψη. Η συγκέντρωση τάσεων λόγω του ανοίγματος σε αυτό το εύρος τιμών του $\bar{r}$ είναι προφανώς πολύ μικρή για να προκαλέσει λυγισμό προτού το κέλυφος υποστεί μια καθολική μορφή λυγισμού λόγω της παρουσίας κάποιας άλλης ατέλειας. Η μορφή λυγισμού για το εύρος αυτό των τιμών του $\bar{r}$ είναι πάντοτε η καθολική κατάρρευση μορφής «διαμαντιού» με το άνοιγμα να βρίσκεται σε τυχαία θέση ως προς τις παρειές των «διαμαντιών».

- Για τιμές του $\bar{r}$ από 0.5 ως 1.2, τα φορτία λυγισμού παρουσιάζουν μια δραματική πτώση καθώς το $\bar{r}$ αυξάνεται. Η καθολική μορφή λυγισμού μορφής «διαμαντιού» εξακολουθεί να αποτελεί τη μορφή αστοχίας. Η διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι το άνοιγμα βρίσκεται πλέον στην παρειά ενός «διαμαντιού» ή στην τομή κάποιων από αυτά τα «διαμάντια» (για μια ενδεικτική μορφή αυτού του τύπου αστοχίας βλ. Σχήμα 2.7 στη συνέχεια το οποίο καταγράφηκε στην εργασία [Toda, 1975]). Όπως είναι γνωστό, ένα κυλινδρικό κέλυφος γίνεται πολύ ευαίσθητο στην παραμικρή διαταραχή όταν οι τάσεις στο κέλυφος προσεγγίζουν την τάση λυγισμού. Προφανώς, οι τάσεις συγκέντρωσης γύρω από το άνοιγμα για αυτό το εύρος τιμών του $\bar{r}$ είναι τέτοιου μεγέθους, ώστε η περιοχή του ανοίγματος να υφίσταται τοπικό λυγισμό. Αυτός ο τοπικός λυγισμός μπορεί να προκαλέσει αρκετή διαταραχή στο κέλυφος, ώστε να προκαλείται γενική κατάρρευση.

- Η περιοχή για τιμές του $\bar{r}$ από 1.2 ως 2.2 αποτελεί μια μεταβατική περιοχή, όπου ο χαρακτήρας της επίδρασης του μεγέθους του ανοίγματος στο φορτίο λυγισμού αλλάζει από μια οξεία απομείωση του φορτίου λυγισμού σε μια ήπια εξάρτηση της αντοχής ως προς το άνοιγμα για τιμές ίσες ή μεγαλύτερες από 2.2. Σε αυτή την μεταβατική περιοχή ένα κέλυφος μπορεί να αστοχήσει είτε με την καθολική μορφή αστοχίας με «διαμάντια», είτε με μια τοπική μορφή λυγισμού γύρω από το άνοιγμα. Η μεταλυγισμική μορφή αυτής της τοπικής μορφής αστοχίας είχε τη μορφή μιας έλλειψης (βλέπε Σχήμα 2.2). Όταν εμφανιζόταν αυτή η τοπική μορφή αστοχίας (σύμβολο ο στο Σχήμα 2.1) το κέλυφος αναλάμβανε ακόμη κάποιο περαιτέρω φορτίο, το οποίο αύξανε το μήκος της έλλειψης, μέχρι το κέλυφος να αστοχήσει καθολικά (σύμβολο △ στο Σχήμα 2.1). Στο εύρος των τιμών του $\bar{r}$ από 1.2 ως 2.2, η διαφορά μεταξύ των φορτίων λυγισμού της τοπικής και της καθολικής μορφής αστοχίας ήταν συνήθως μεγαλύτερη από την αντίστοιχη διαφορά για $\bar{r}$ ίσο ή μεγαλύτερο από 2.2.

- Για τιμές του $\bar{r}$ μεγαλύτερες από 2.2, τα κελύφη πάντοτε αστοχούν αρχικά τοπικά και στη συνέχεια με αύξηση του φορτίου αστοχούν καθολικά. Προφανώς, η συγκέντρωση τάσεων γύρω από ένα άνοιγμα για το υπόψη εύρος τιμών του $\bar{r}$

είναι αρκετά μεγάλες, ώστε να προκληθεί τοπικός λυγισμός πριν το φορτίο φτάσει σε τέτοιο σημείο που το γενικό επίπεδο τάσεων να έχει το μέγεθος που θα προκαλούσε καθολική αστοχία. Σε αυτό το εύρος τιμών του $\bar{r}$ τα φορτία λυγισμού συνεχίζουν να μειώνονται σε μέγεθος. Παρόλα αυτά, ο ρυθμός απομείωσης του φορτίου λυγισμού είναι αρκετά μικρότερος από τον αντίστοιχο ρυθμό του εύρους τιμών του $\bar{r}$ από 0.5 ως 1.2.

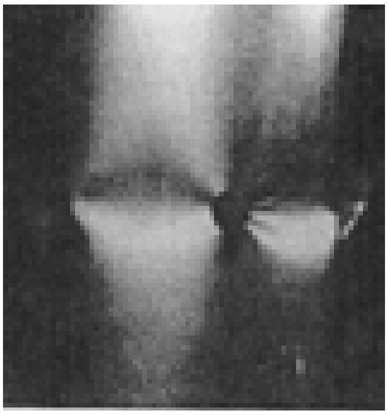


Σχήμα 2.1: Φορτίο λυγισμού κυλινδρικών κελυφών από Mylar με κυκλικά ανοίγματα υπό κεντρική αξονική θλίψη ([Starnes, 1974])

Η απομείωση της αντοχής του κελύφους σε λυγισμό λόγω της παρουσίας ενός ανοίγματος είναι πολύ σημαντική (μέχρι 65%). Επίσης, καθώς αυξάνεται το άνοιγμα, εκδηλώνεται αρχικά τοπικός λυγισμός γύρω από το άνοιγμα, ο οποίος αντικαθίσταται από καθολικό λυγισμό με μια περαιτέρω αύξηση του φορτίου.

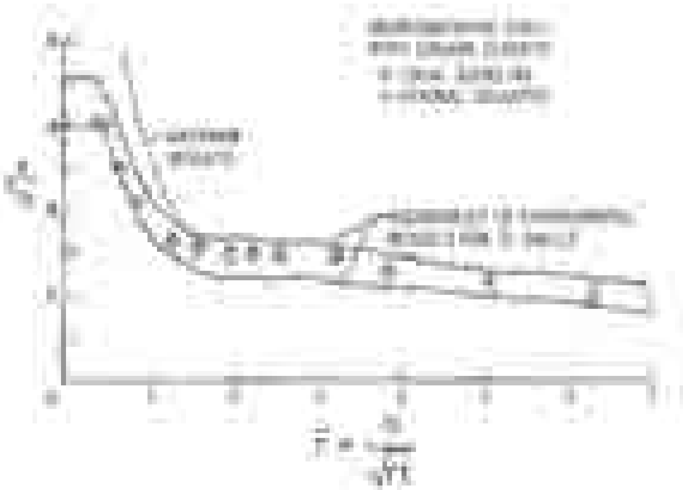
Ο Starnes εξέτασε επίσης την επίδραση της έκκεντρης αξονικής θλίψης στο λυγισμό κυλινδρικών κελυφών με κυκλικό άνοιγμα (βλέπε [Starnes, 1974]) και βρήκε ότι και σε αυτή την περίπτωση μπορούν να καθοριστούν τέσσερις χαρακτηριστικές περιοχές ως προς την παράμετρο $\bar{r}$, ανάλογα με την περίπτωση της κεντρικής αξονικής θλίψης.

Η επίδραση τετραγωνικών και ορθογωνικών ανοιγμάτων στην αντοχή κυλίνδρων υπό κεντρική αξονική θλίψη είναι ακόμη ένα θέμα το οποίο μελέτησε ο Starnes (βλέπε [Starnes, 1974]). Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής δίνονται στο Σχήμα 2.3. Τα κελύφη αυτά έχουν λόγο διαμέτρου προς πάχος r/t=400. Σε κάποιες περιπτώσεις, όπως φαίνεται και στο ίδιο σχήμα, παρατηρείται τοπικός λυγισμός πριν από τον καθολικό λυγισμό. Η διακεκομμένη γραμμή αφορά αποτελέσματα από αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων με το πρόγραμμα NASTRAN.



Σχήμα 2.2: Μορφή λυγισμού στο πρώτο τοπικό σημείο λυγισμού (κυλινδρικό κέλυφος με κυκλικό άνοιγμα, κεντρική αξονική θλίψη) ([Starnes, 1974])

Από αυτά τα αποτελέσματα ήταν δυνατός ο προσδιορισμός περιοχών συναρτήσει της παραμέτρου $\bar{r}$ οι οποίες παρουσιάζουν διαφορετική συμπεριφορά λυγισμού. Για τιμές του $\bar{r}$ μικρότερες από 1.2, η συμπεριφορά των κελυφών είναι παρόμοια με την αντίστοιχη για κελύφη με κυκλικό άνοιγμα. Για τιμές του $\bar{r}$ μεγαλύτερες από 1.2 τα φορτία λυγισμού συνεχίζουν να μειώνονται με αύξηση του $\bar{r}$ αλλά με ρυθμό μικρότερο από εκείνο για μικρότερες τιμές του $\bar{r}$. Για τετραγωνικά και ορθογωνικά ανοίγματα δεν παρατηρείται η μεταβατική περιοχή όπως συμβαίνει με τα κυκλικά ανοίγματα αλλά πριν από τον καθολικό λυγισμό παρατηρείται πάντοτε τοπικός λυγισμός με μια προς τα έσω μεταλυγισμική παραμόρφωση. Η τοπική μορφή λυγισμού ακολουθείται από καθολικό λυγισμό καθώς το φορτίο αυξάνεται. Για τιμές του $\bar{r}$ από 1.2 ως 1.6, η ευσταθής τοπική μορφή λυγισμού παρουσιαζόταν πάντοτε κατά ένα συμμετρικό τρόπο με τη μορφή μιας έλλειψης με τον μεγάλο ημιάξονα (semi-major axis) εφαπτομενικό στην περιφέρεια του κελύφους. Για τιμές του $\bar{r}$ μεγαλύτερες από 1.6 πριν από την συμμετρική αυτή τοπική μορφή λυγισμού προηγείτο μια ασύμμετρη μορφή, η οποία ευθυγραμμιζόταν με μια από τις διαγωνίους του ανοίγματος. Στην περίπτωση τετραγωνικών και ορθογωνικών ανοιγμάτων, για τιμές του $\overline{r}$ μεγαλύτερες από περίπου 2.5 παρατηρείται πριν από το λυγισμό σημαντική συμμετρική προς τα έξω παραμόρφωση πριν τις προαναφερθείσες ασύμμετρες παραμορφώσεις. Σε όλες τις περιπτώσεις η διαφορά μεταξύ του τοπικού και του καθολικού φορτίου λυγισμού είναι μικρή.

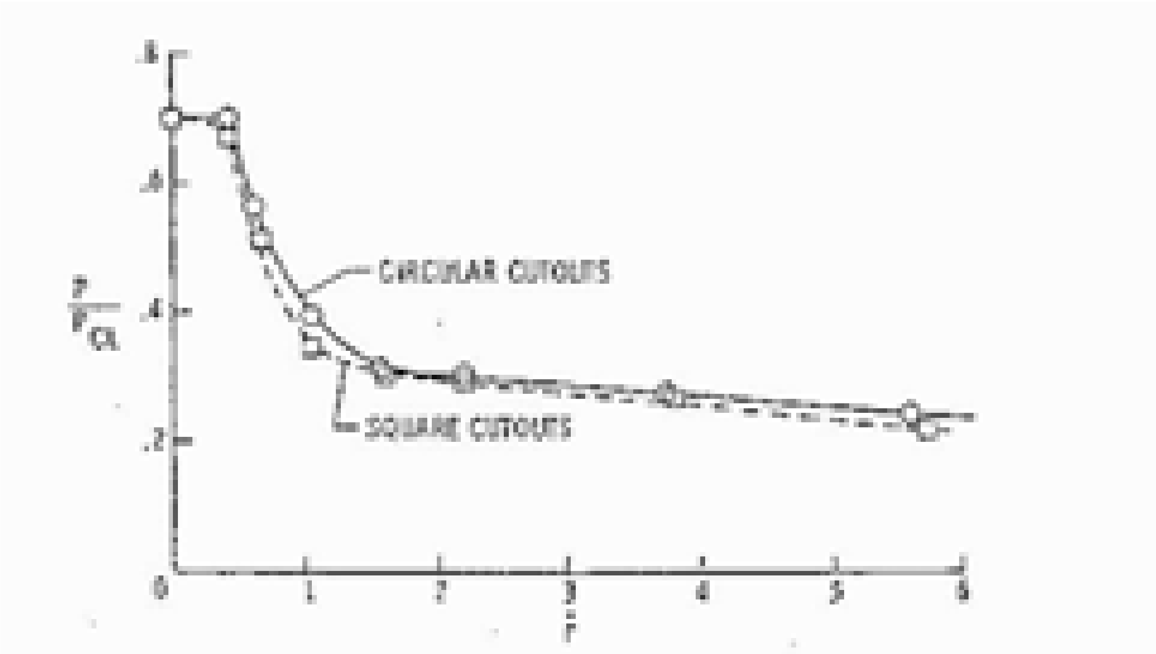


Σχήμα 2.3: Φορτίο λυγισμού κυλινδρικών κελυφών από Mylar υπό κεντρική αξονική θλίψη (τετραγωνική ή ορθογωνικά ανοίγματα ([Starnes, 1974])

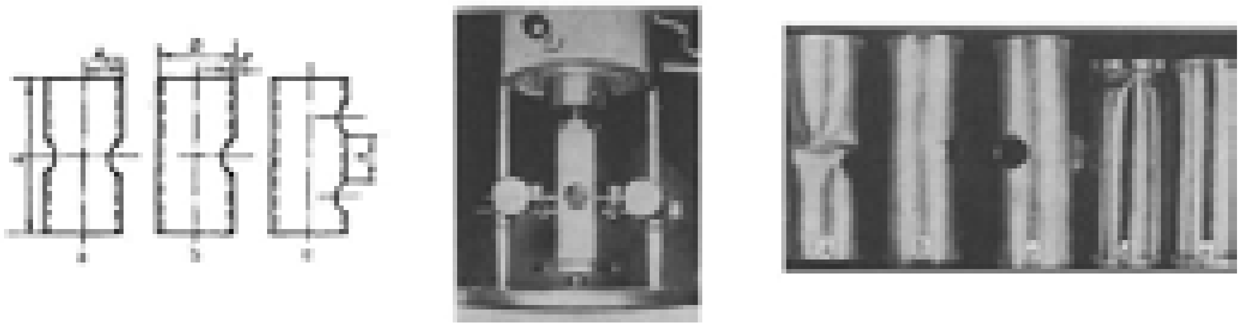
Σε γενικές γραμμές, για δεδομένη τιμή του $\overline{r}$, το φορτίο καθολικού λυγισμού για κυλίνδρους με τετραγωνικό ή ορθογωνικό άνοιγμα έχει βρεθεί ότι είναι ελαφρώς μικρότερο από το αντίστοιχο φορτίο για κελύφη με κυκλικό άνοιγμα. Στο Σχήμα 2.4 συγκρίνονται τα φορτία καθολικού λυγισμού για παρόμοια κυκλικά και τετραγωνικά ανοίγματα (με το ημι-πλάτος του τετραγώνου να είναι ίσο με την ακτίνα του κυκλικού ανοίγματος). Οι διαφορές, όπως φαίνεται, είναι αρκετά μικρές, με τις μειώσεις στην αντοχή λόγω τετραγωνικών ανοιγμάτων να είναι ελαφρώς μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες λόγω κυκλικών ανοιγμάτων.

2.2.3 Πειράματα Gavrish et al. (1971)

Οι [Gavrish et al., 1971] διεξήγαγαν μια λεπτομερή έρευνα σε 200 σχετικώς παχιά κελύφη από χάλυβα ($r/t \approx 60$) με κυκλικό άνοιγμα, για να διευρύνουν τα πειραματικά αποτελέσματα και στην περιοχή του ανελαστικού λυγισμού. Στο Σχήμα 2.5 δίνονται κάποια βασικά γεωμετρικά στοιχεία των δοκιμίων, η πειραματική διάταξη καθώς επίσης και κάποιες μορφές αστοχίας. Στη εργασία αυτή δεν λήφθηκαν υπόψη ενισχύσεις για το άνοιγμα.



Σχήμα 2.4: Φορτίο λυγισμού κυλινδρικών κελυφών από Mylar υπό κεντρική αξονική θλίψη (τετραγωνικά ή κυκλικά ανοίγματα ([Starnes, 1974])



Σχήμα 2.5: Στοιχεία των πειραμάτων των [Gavrish et al., 1971]

2.2.4 Πειράματα Almroth and Holmes (1972)

Στην εργασία αυτή εξετάστηκαν έντεκα κυλινδρικά κελύφη από αλουμίνιο υπό αξονική θλίψη και ορθογωνικό άνοιγμα. Ο λόγος ακτίνας προς πάχος r/t ήταν 430 για τα κελύφη με αριθμούς Nr. 1 ως 7 και 675 για κελύφη με αριθμούς Nr. 8 ως 11. Κάποια από τα δοκίμια ενισχύθηκαν με διαμήκεις ράβδους οι οποίες επεκτείνονταν από το πάνω και κάτω άκρο του ανοίγματος.

2.2.5 Πειράματα Schulz (1976)

Ο [Schulz, 1976] στα τέλη της δεκαετίας του 70 πραγματοποίησε εκτενή πειράματα στο Πολυτεχνείο της Karlruhe για τη μελέτη της επιρροής ανοιγμάτων και των ενισχύσεων τους στη συμπεριφορά κυλινδρικών κελυφών από εποξεικό υλικό (glass-epoxy cylindrical shells) υπό αξονική θλίψη. Τα πειράματα του περιέλαβαν κυκλικά, τετραγωνικά ανοίγματα και ανοίγματα μορφής «διαμαντιού» (βλ. Σχήμα 2.6) και κάλυπταν ένα ευρύ φάσμα μεγεθών για τα ανοίγματα $2\alpha/r = 0.286 - 1.285$, όπου r είναι η ακτίνα του κυλίνδρου και α είναι μια χαρακτηριστική διάσταση του ανοίγματος (π.χ. η ακτίνα του κυκλικού ανοίγματος).

Σχήμα 2.6: Πειραματικά δοκίμια (από το [Schulz, 1976])

Τα κελύφη αρχικά δοκιμάστηκαν σε λυγισμό χωρίς να έχουν την οποιαδήποτε οπή. Ακολούθως, το κέλυφος αποφορτιζόταν μέχρις ενός σημείου, έτσι ώστε να μην μετακινηθεί εντός της πειραματικής διάταξης και διαταραχθούν οι συνοριακές του συνθήκες και ανοιγόταν η κατάλληλη οπή. Μετά την επανάληψη του πειράματος, τοποθετείτο μια ενίσχυση και επαναλαμβανόταν το πείραμα. Στη συνέχεια ανοιγόταν ένα μεγαλύτερο άνοιγμα και επαναλαμβανόταν η ίδια διαδικασία. Ο λόγος ακτίνας προς πάχος των δοκιμίων κυμάνθηκε από 163 μέχρι 212.

2.2.6 Πειράματα Toda (1975, 1980, 1983(a), 1983(b))

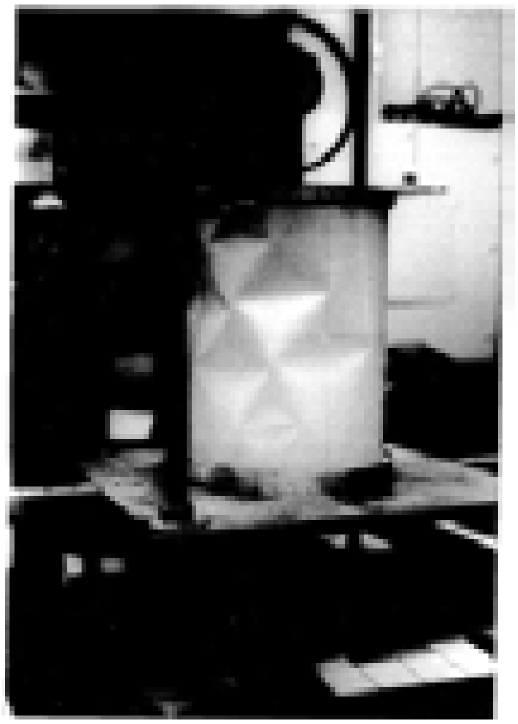
Ο [Toda, 1980] εξέτασε την επιρροή μεγάλων ελλειπτικών ανοιγμάτων στην αντοχή κυλινδρικών κελυφών υπό αξονική θλίψη. Ο λόγος μεγάλου άξονα προς μικρού άξονα του ελλειπτικού άξονα ήταν ίσος με 1 (περίπτωση κυκλικού ανοίγματος), 1.5 και 2.0. Ο λόγος ακτίνας προς πάχος όλων των δοκιμίων ήταν ίσος με 400. Στοιχεία αυτής της ερευνητικής εργασίας δίνονται και στο [Toda, 1975]. Ο Toda όρισε την αδιάστατη γεωμετρική παράμετρο ανοίγματος σαν:

$$\overline{r} = \sqrt{\frac{A}{\pi r t}} \tag{2.3}$$

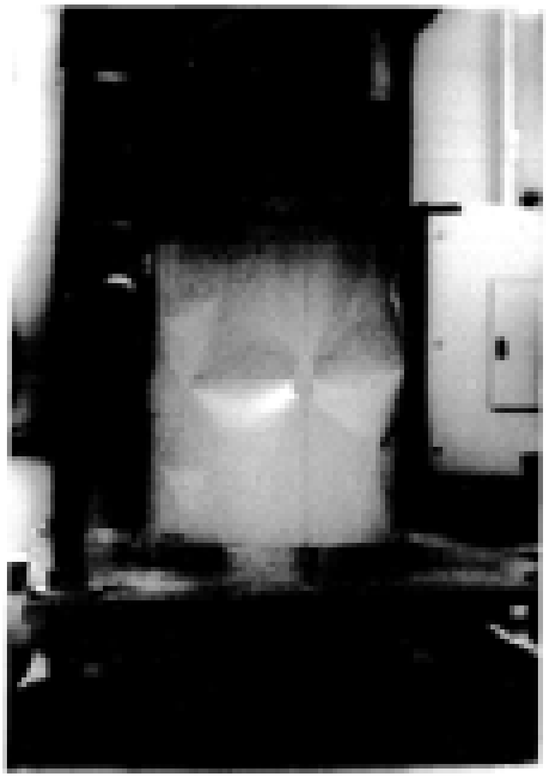
όπου A είναι το εμβαδόν του ανοίγματος. Για την περίπτωση κυκλικού ανοίγματος, η σχέση (2.3) είναι ισοδύναμη με την σχέση (2.2). Η μέγιστη αδιάστατη παράμετρος ανοίγματος που λήφθηκε υπόψη είναι, σύμφωνα με τη σχέση (2.3), ίση με 9.798. Όπως και ο Starnes, έτσι και ο Toda κατάληξε σε όμοια συμπεράσματα σχετικά με την επιρροή των ανοιγμάτων στην αντοχή των κελυφών αλλά και τη συσχέτιση της αντοχής τους με την αδιάστατη παράμετρο ανοίγματος της σχέσης (2.3). Για πολύ μικρά ανοίγματα (π.χ. $\overline{r} < 2$), η γενική μορφή αστοχίας είναι η κλασική μορφή «διαμαντιού» (βλ. Σχήμα 2.7). Στο Σχήμα 2.8 δίνεται η γενική μορφή αστοχίας για κελύφη με αδιάστατη παράμετρο ανοίγματος μεγαλύτερη ή ίση με 2.

2.2.7 Πειράματα Palchevski and Polyakov (1976)

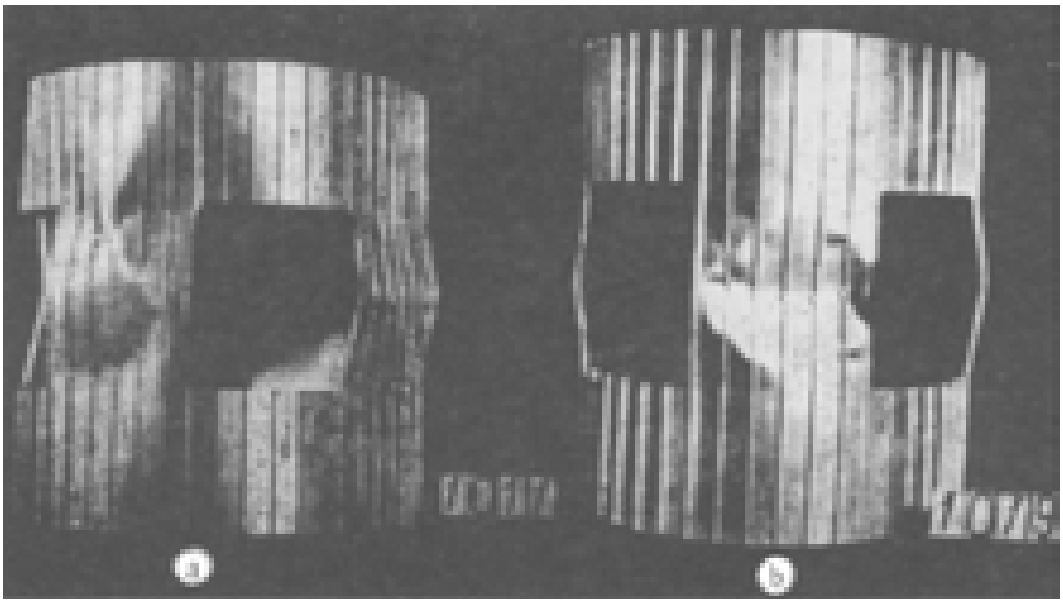
Στην εργασία αυτή εξετάστηκαν κυλινδρικά κελύφη από αλουμίνιο με μεγάλα ορθογωνικά ανοίγματα υπό αξονική θλίψη. Ο λόγος ακτίνας προς πάχος r/t των κελυφών ήταν ίσος με 400. Οι ενισχύσεις που χρησιμοποιήθηκαν αποτελούνταν από ράβδους συγκολλημένες στις παρειές των ανοιγμάτων (flanging stringers, flanging hoops) καθώς επίσης και διαμήκεις ράβδους (plain stringers) στην υπόλοιπη επιφάνεια του κελύφους για να ενισχυθεί γενικά το κέλυφος (βλ. Σχήμα 2.9).



Σχήμα 2.7: Μορφή λυγισμού για $\overline{r} < 2$ σύμφωνα με τη σχέση (2.3) ([Toda, 1975])



Σχήμα 2.8: Μορφή λυγισμού για $\overline{r} \geq 2$ σύμφωνα με τη σχέση (2.3) ([Toda, 1975])



Σχήμα 2.9: Ενισχυμένα κελύφη από [Palchevski and Polyakov, 1976] σε κατάσταση αστοχίας

2.2.8 Πειράματα Antonenko et al. (1977)

Στην εργασία αυτή εξετάστηκαν 44 κελύφη υπό αξονική θλίψη. Κάθε δοκίμιο είχε τέσσερα ανοίγματα ισοκατανεμημένα στην περίμετρο τους στη μέση διατομή του κελύφους. Τα ανοίγματα ήταν τετραγωνικά με ή χωρίς κατάλληλα διαμορφωμένα άκρα ή κυκλικά. Στην εργασία δεν αναφέρεται το είδος του υλικού, δίνονται όμως οι ιδιότητες του. Σαν μέτρο ελαστικότητας δίνεται η τιμή 92 GPa, οπότε εικάζεται ότι το υλικό ήταν αλουμίνιο. Ο λόγος ακτίνας προς πάχος r/t των κελυφών ήταν ίσος με 185.

2.2.9 Πειράματα Jung and Nonhoff (1978)

Στην εργασία αυτή εξετάστηκε ένας μεγάλος αριθμός κυλινδρικών κελυφών υπό αξονική θλίψη και κάμψη. Εξετάστηκαν 12 κελύφη από αλουμίνιο Al 99,5, 82 κελύφη από αλουμίνιο AlCuMg 1, και 59 κελύφη από συνθετικό υλικό. Όλα τα κελύφη από αλουμίνιο είχαν ανοίγματα κυκλικά ή ορθογωνικά. Για τα κελύφη από αλουμίνιο Al 99,5 ο λόγος ακτίνας προς πάχος ήταν ίσος με 168, ενώ για τα κελύφη από AlCuMg 1 ο λόγος r/t κυμάνθηκε από 140 μέχρι 440. Στην εργασία αυτή δεν εξετάστηκε η επιρροή ενισχύσεων για το άνοιγμα.

2.2.10 Πειράματα Montague and Horne (1981)

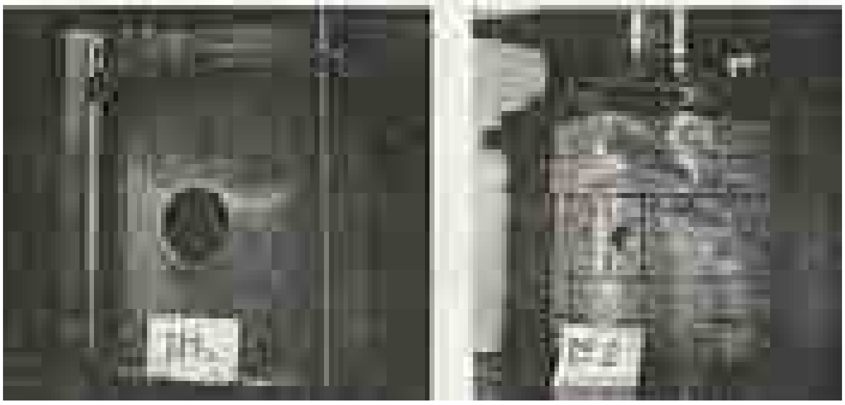
Στην εργασία των [Montague and Horne (1981)] εξετάστηκαν δεκατρία κυλινδρικά κελύφη από χάλυβα υπό αξονική θλίψη. Τα ανοίγματα που εξετάστηκαν ήταν ορθογωνικά με ύψος που κυμαινόταν από 91 mm ως 273 mm. Η περιεχόμενη γωνιά των ανοιγμάτων ήταν 74.6^{o}. Ο λόγος ακτίνας προς πάχος r/t κυμαινόταν από 35.4 μέχρι 83. Στην εργασία αυτή προτάθηκε επίσης και ένα μηχανικό μοντέλο προσδιορισμού της αντοχής των κελυφών.

2.2.11 Πειράματα Bennet et al. (1982)

Στην εργασία αυτή εξετάστηκαν δεκατρία κυλινδρικά κελύφη από χάλυβα υπό αξονική θλίψη. Ο λόγος ακτίνας προς πάχος r/t ήταν ίσος με 460. Τρία από τα κελύφη αυτά δεν περιείχαν άνοιγμα και χρησιμοποιήθηκαν για να βρεθεί το φορτίο αστοχίας τους το οποίο θα αποτελούσε φορτίο αναφοράς για τα υπόλοιπα πειράματα. Τα υπόλοιπα δέκα κελύφη είχαν κυκλικό άνοιγμα με αδιάστατη παράμετρο ανοίγματος ίση με 3.64 σύμφωνα με τη σχέση (2.2). Οκτώ κελύφη με άνοιγμα ενισχύθηκαν σύμφωνα με τις διαδικασίες ARM-ASME (ARM-Area Replacement Method) [ASME, 1977]. Το εμβαδόν της ενίσχυσης που χρησιμοποιήθηκε κυμάνθηκε από 0 ως 100% του εμβαδού που αφαιρέθηκε λόγω του ανοίγματος.

2.2.12 Πειράματα Miller (1982)

Στις αρχές του 1980 ο [Miller, 1982] διεξήγαγε στο Chigago Bridge and Iron Co. πειράματα πάνω σε κυλινδρικά κελύφη με ενισχυμένα ανοίγματα υποκείμενα σε θλίψη. Πειράματα έγιναν επίσης με αξονική θλίψη συνδυασμένη με εσωτερική ή εξωτερική πίεση. Τα δοκίμια είχαν διάμετρο 15 in $(\sim 381mm)$ για τα κελύφη από Mylar και 18 in $(\sim 457mm)$ για τα κελύφη από Lexan (είδος πλαστικού). Ο λόγος ακτίνας προς πάχος r/t ήταν ίσος είτε με 569 ή με 552. Τα κελύφη επαναχρησιμοποιήθηκαν για διάφορα ανοίγματα και ενισχύσεις, όπως ακριβώς οριζόταν από τα πλαίσια μιας παραμετρικής ανάλυσης. Στην μελέτη αυτή διερευνήθηκαν η επίδραση στην αντοχή της προσθήκης ενισχύσεων κάθετα και οριζόντια του άξονα του κελύφους, η επίδραση στην αντοχή ενισχύσεων τύπου «κολλάρου» (βλέπε Σχήμα 2.10) και η συμπεριφορά των διαφόρων ενισχύσεων στην αντοχή λόγω συνδυασμένης αξονικής θλίψης και εξωτερικής πίεσης.



Σχήμα 2.10: Αστοχία κελυφών με κυκλική οπή και ενίσχυση (από [Miller, 1982])

2.2.13 Jullien JF and Limam A (1998)

Στην εργασία αυτή εξετάστηκε η επιρροή κυκλικών, τετραγωνικών και ορθογωνικών ανοιγμάτων στην αντοχή κυλινδρικών κελυφών υπό θλίψη. Τα κελύφη που εξετάστηκαν είχαν λόγο ακτίνας προς πάχος r/t ίσο με 280. Η πειραματική αυτή εργασία μαζί με την αριθμητική ανάλυση που τη συνοδεύει επαλήθευσε την εξάρτηση της αντοχής του κελύφους από την αδιάστατη παράμετρο του ανοίγματος $\overline{r}$. Επίσης, διέκρινε ότι η συμπεριφορά μπορεί να διακριθεί σε δυο τύπους: (α) για μικρά ανοίγματα υπάρχει μια αλληλεπίδραση γεωμετρικών ατελειών και παρουσίας ανοίγματος ενώ (β) για σχετικά μεγάλα ανοίγματα η επιρροή των γεωμετρικών ατελειών δεν είναι σημαντική. Το όριο μεταξύ αυτών των δυο περιοχών ορίζεται από ένα άνοιγμα με γωνία που αντιστοιχεί στο ημικύμα αστοχίας τύπου Yoshimura ενός κελύφους χωρίς άνοιγμα. Το ύψος και η θέση του ανοίγματος επηρεάζουν ελαφρώς την αντοχή του κελύφους. Στοιχεία αυτής της δουλειάς δίνονται και στα [Al Sarraj et al., 1995] και [Al Sarraj, 1995].

Για την περίπτωση τετραγωνικών και ορθογωνικών ανοιγμάτων η αδιάστατη παράμετρος ανοίγματος ορίζεται σαν:

$$\overline{r} = \frac{r\Theta_0}{\sqrt{rt}} \tag{2.4}$$

όπου $2\Theta_0$ είναι η περιεχόμενη γωνιά του ανοίγματος. Ο ίδιος ορισμός αναφέρεται και στο [Velickov, 2000]. Με βάση αυτόν τον ορισμό ένας τυπικός πυλώνας ανεμογεννήτριας έχει αδιάστατη παράμετρο ανοίγματος ίση με περίπου 1.5.

2.2.14 Πειράματα Velickov (2000)

Στη διατριβή του [Velickov, 2000] παρουσιάστηκαν πειράματα σε κυλινδρικά κελύφη υπό αξονική θλίψη. Ο λόγος της ακτίνας προς το πάχος του κελύφους κυμάνθηκε από 74.5 μέχρι 150. Η περιεχόμενη γωνιά του ανοίγματος κυμάνθηκε από 30^o μέχρι 62^o. Ο λόγος ύψους προς πλάτος του ανοίγματος κυμάνθηκε από 1.5 μέχρι 2. Σημειώνεται ότι στα πειραματικά δοκίμια της παρούσας εργασίας ο λόγος ύψους προς πλάτος ανοίγματος είναι ίσος με περίπου 3.4, δηλαδή αρκετά πιο μεγάλος. Επίσης, η αντίστοιχη περιεχόμενη γωνιά του ανοίγματος είναι ίση με 24^o.

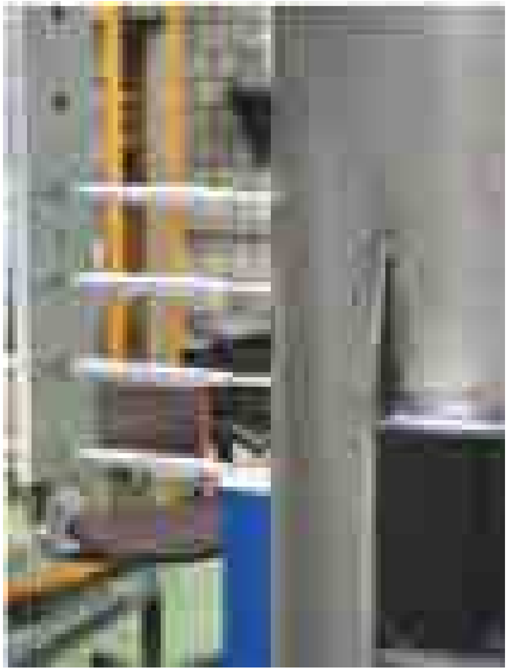
2.2.15 Πειράματα Han et al. (2006)

Μια πρόσφατη μελέτη κυκλικών κελυφών από αλουμίνιο υπό θλίψη δημοσιεύτηκε το 2006 από τους [Han et al., 2006]. Εξετάστηκαν κελύφη με τετραγωνικό άνοιγμα διαφόρων μεγεθών και με λόγους διαμέτρου d προς πάχος t ίσους με d/t=45 και d/t=450. Πειραματικά αποτελέσματα δόθηκαν μόνο για την περίπτωση των κελυφών μέτριου πάχους με d/t=45, ενώ για την περίπτωση των λεπτών κελυφών με d/t=450 πραγματοποιήθηκαν μόνο αριθμητικές αναλύσεις με πεπερασμένα στοιχεία. Στην πειραματική εργασία δεν χρησιμοποιήθηκαν ενισχύσεις για το άνοιγμα.

Ένα βασικό συμπέρασμα αποτελεί το γεγονός ότι στην περίπτωση των κελυφών μέτριου πάχους με d/t=45 τα φορτία κατάρρευσης προσεγγίζουν ικανοποιητικά τα αντίστοιχα πειραματικά αποτελέσματα. Παρατηρήθηκε επίσης ότι το μέγεθος των ανοιγμάτων επηρεάζει σημαντικά την αντοχή των κελυφών.

2.2.16 Πειράματα Wirth (2008)

Σε αυτή τη διδακτορική διατριβή εξετάστηκαν έξι κυλινδρικά δοκίμια από χάλυβα υπό κεντρική θλίψη. Ο λόγος ακτίνας προς πάχος του κελύφους ήταν ίσος με 100 για τα τρία κελύφη και 150 για τα υπόλοιπα. Κάθε δοκίμιο είχε δυο αντιδιαμετρικές οπές. Οι οπές σε πέντε από τα έξι δοκίμια είχαν περιεχόμενη γωνιά ίση με 30^o ενώ στο έκτο δοκίμιο η γωνιά αυτή ήταν ίση με 60^o. Ο λόγος ύψους προς πλάτος ανοίγματος ήταν ίσος με 1.5 για τα τέσσερα κελύφη και 2 για τα άλλα δυο. Η μορφή ενίσχυσης που χρησιμοποιήθηκε σε κάποια από τα πειράματα δίνεται στο Σχήμα 2.11.



Σχήμα 2.11: Μορφή ενίσχυσης στην πειραματική εργασία του [Wirth, 2008]

2.2.17 Πειράματα Shariati and Rokhi (2008)

Στην εργασία των [Shariati and Rokhi, 2008] εξετάστηκε ένας αριθμός από πειράματα σε κυλινδρικά κελύφη υπό αξονική θλίψη. Ο λόγος ακτίνας προς πάχος r/t ήταν ίσος με 26.92 και 30.83. Δηλαδή τα κελύφη ήταν αρκετά παχιά ώστε να επηρεάζονται κυρίως από φαινόμενα διαρροής. Το άνοιγμα ήταν ελλειπτικής μορφής με το μικρό άξονα της να είναι παράλληλος με την αξονική διεύθυνση. Τα πειραματικά φορτία αστοχίας βρίσκονταν σε καλή συμφωνία με τα αποτελέσματα της αριθμητικής ανάλυσης της εργασίας.

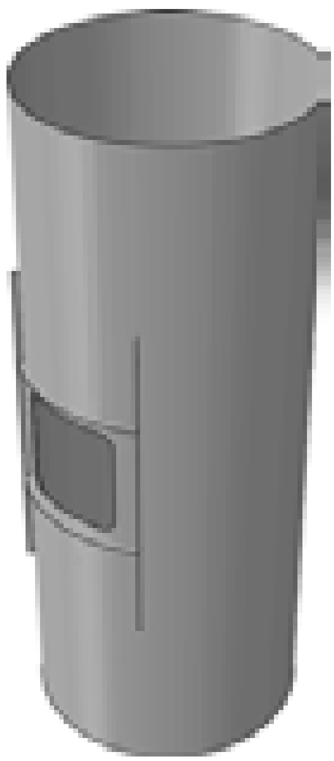
2.3 Κελύφη υπό κάμψη

2.3.1 Πειράματα Chiang and Witmer (1974)

Στην εργασία αυτή εξετάστηκαν 22 κυλινδρικά κελύφη από αλουμίνιο. Τρία δοκίμια δεν περιελάμβαναν άνοιγμα, δέκα δοκίμια είχαν κυκλικό άνοιγμα με διάφορα μεγέθη, ενώ τα υπόλοιπα εννιά είχαν επίμηκες άνοιγμα (Ausschnitten, Schlitz). Ο λόγος ακτίνας προς πάχος των κελυφών κυμάνθηκε από 86 μέχρι 104. Δεν εξετάστηκαν ενισχυμένα ανοίγματα.

2.3.2 Πειράματα Baehre and Knödel (1985, 1986)

Στα πλαίσια της εργασίας [Baehre and Knödel, 1985] εξετάστηκαν εφτά κυλινδρικά κελύφη από χάλυβα. Ο λόγος ακτίνας προς πάχος r/t κυμαινόταν από 57 ως 113. Έξι από τα δοκίμια είχαν ορθογωνικό άνοιγμα με κατάλληλα διαμορφωμένες γωνιές. Το ύψος του ανοίγματος ήταν ίσο με 610 mm, το πλάτος ίσο με 370 mm και η περιεχόμενη γωνιά ίση με 94^o. Η ενίσχυση που επιλέγηκε ήταν δυο διαμήκεις ράβδοι οι οποίοι επεκτείνονταν πάνω και κάτω από τις παρειές του ανοίγματος. Οι δυο διαμήκεις ράβδοι ενώνονταν με δυο νευρώσεις κατά την περιφερειακή διεύθυνση (όχι δακτύλιοι 360^o) λίγο πάνω και κάτω από τις παρειές του ανοίγματος (Σχήμα 2.12). Η επίδραση του μήκους των διαμήκων ράβδων στην αντοχή των κελυφών αποτέλεσε θέμα προς εξέταση μιας άλλης ανάλογης ερευνητικής δουλειάς [Baehre and Knödel, 1986].

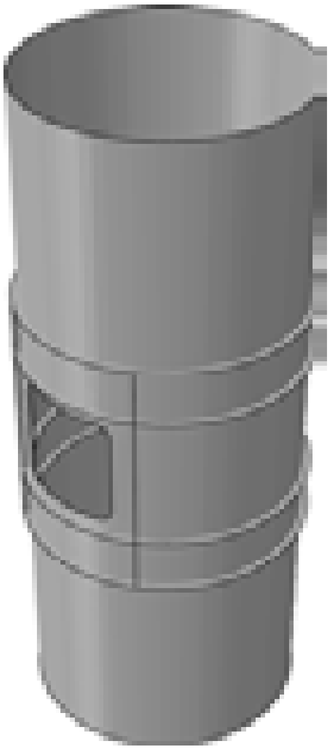


Σχήμα 2.12: Τύπος ενίσχυσης που χρησιμοποιήθηκε στο [Baehre and Knödel, 1985, 1986]

2.3.3 Πειράματα Öry et al. (1987)

Στην εργασία των [Öry et al., 1987] εξετάστηκαν έξι κυλινδρικά κελύφη από χάλυβα υπό καμπτική καταπόνηση. Ο λόγος ακτίνας προς πάχος r/t κυμάνθηκε από 100 μέχρι

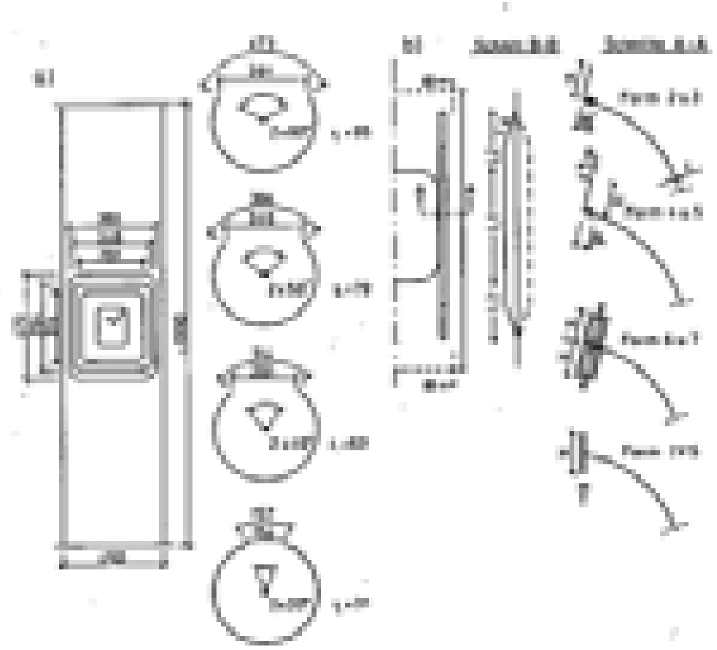
150, ενώ η περιεχόμενη γωνιά του ανοίγματος ήταν ίση με 120^o. Κάποια από τα κελύφη είχαν ενισχυμένο άνοιγμα. Η ενίσχυση που χρησιμοποιήθηκε αποτελείτε από ένα συνδυασμό διαμήκων ράβδων και δακτυλίων (Σχήμα 2.13).



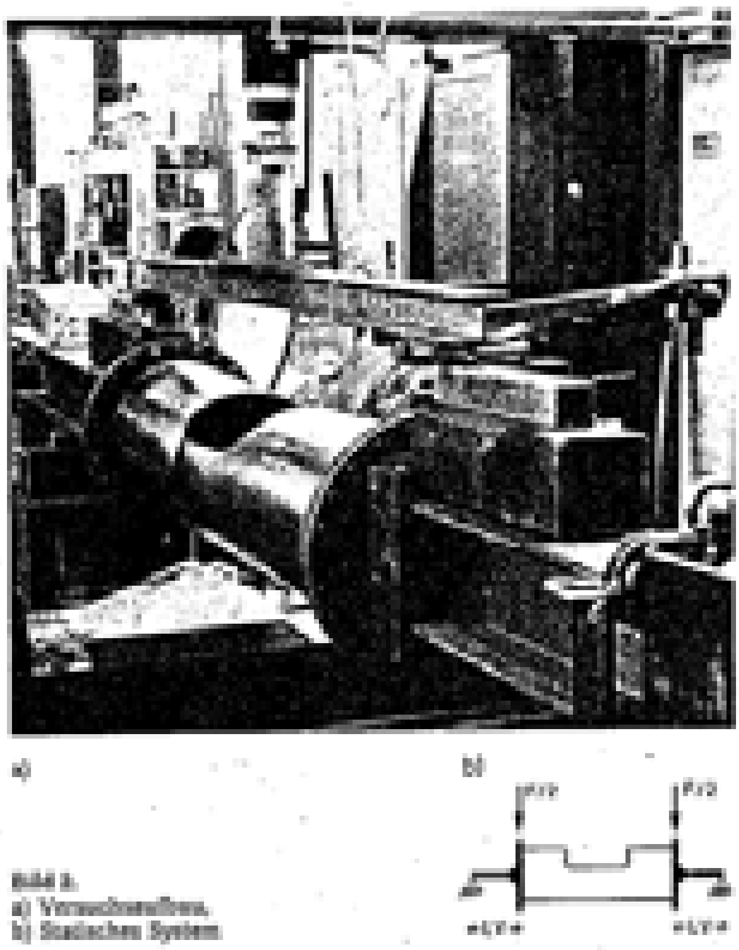
Σχήμα 2.13: Τύπος ενίσχυσης που χρησιμοποιήθηκε στο [Öry et al., 1987]

2.3.4 Πειράματα Knödel and Schulz (1988)

Η αντοχή κυλινδρικών κελυφών από χάλυβα με ορθογωνικά ανοίγματα (με κατάλληλα διαμορφωμένες γωνιές) εξετάστηκε από τους [Knödel and Schulz, 1988]. Εξετάστηκαν περίπου πενήντα πειραματικά δοκίμια με ή χωρίς διαμήκεις ενισχύσεις (stringer stiffeners) υπό καθαρή κάμψη (Σχήμα 2.14 και Σχήμα 2.15). Επίσης, γίνεται και μια αναφορά της επιρροής μερικώς περιφερειακών ενισχύσεων (partial ring stiffeners). Επιπλέον, προτείνεται μια απλή μέθοδος υπολογισμού ελαστικών μη ενισχυμένων κελυφών και ελαστοπλαστικών κελυφών με διαμήκεις ή χωρίς ενισχύσεις, στα πλαίσια του κανονισμού DASt Ri 013 [DASt, 1980].



Σχήμα 2.14: Βασικά γεωμετρικά στοιχεία δοκιμίων και τρόποι ενίσχυσης [Knödel and Schulz, 1988]



Σχήμα 2.15: Πειραματική διάταξη και τρόπος φόρτισης [Knödel and Schulz, 1988]

Τα κελύφη είχαν μήκος 1.99m, και διάμετρο περίπου 0.45m. Τόσο το πάχος των δοκιμίων, όσο και τα χαρακτηριστικά του χάλυβα ήταν μεταβαλλόμενα. Τα ακριβή στοιχεία των δοκιμίων δίνονται στο [Knödel and Schulz, 1988]. Ο λόγος ακτίνας προς πάχος κυμάνθηκε από 74.92 μέχρι 405.26.

2.3.5 Πειράματα Meng-Kao Yeh et al. (1999)

Η εργασία των [Meng-Kao Yeh et al., 1999] διαπραγματεύθηκε το θέμα του ελαστοπλαστικού λυγισμού ενός κυλινδρικού κελύφους από αλουμίνιο με άνοιγμα υπό συνθήκες καθαρής κάμψης. Τα ανοίγματα που εξετάζονται είναι ορθογωνικά και κυκλικά. Ο λόγος ακτίνας προς πάχος του κελύφους ήταν ίσος με 50. Η αντιμετώπιση του προβλήματος έγινε τόσο αριθμητικά όσο και πειραματικά. Δεν εξετάστηκε η επιρροή ενίσχυσης των ανοιγμάτων στην αντοχή των κελυφών.

Για την πειραματική αντιμετώπιση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκε μια συσκευή ειδική για κάμψη παρόμοια με εκείνη η οποία προτάθηκε από τους Kyriakides and Shaw ([Kyriakides and Shaw 1982], [Kyriakides and Shaw, 1987]).

2.3.6 Πειράματα Poursaeidi et al. (2004)

Οι [Poursaeidi et al., 2004] μελέτησαν την ελαστοπλαστική συμπεριφορά κυλινδρικών κελυφών από ανοξείδωτο χάλυβα με κυκλικά και ορθογωνικά ανοίγματα υπό καμπτικά φορτία τόσο αριθμητικά όσο και πειραματικά. Τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν σε μια ειδική πειραματική διάταξη επιβολής καθαρής κάμψης. Ο λόγος διαμέτρου προς πάχος των κελυφών ήταν 40.4 ενώ ο λόγος μήκους προς διάμετρο ήταν 7.94. Τα πειραματικά δοκίμια κατηγοριοποιήθηκαν σε πέντε ομάδες. Εξετάστηκε η επίδραση του μεγέθους, της θέσης και του αριθμού των ανοιγμάτων στην πλαστική αντοχή. Επίσης, διερευνήθηκε η κατανομή της παραμόρφωσης γύρω από το άνοιγμα με τη βοήθεια εννέα μετρητών παραμόρφωσης (strain gauges). Οι αριθμητικές αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν είναι σε ικανοποιητική συμφωνία με τα πειραματικά αποτελέσματα. Παρατηρήθηκε ότι η αντοχή σε κάμψη των κυλινδρικών κελυφών μειώνεται με αύξηση του μεγέθους του ανοίγματος και αυξάνεται με αλλαγή της θέσης του ανοίγματος από την θλιβόμενη περιοχή στην εφελκυόμενη περιοχή. Η επίδραση του αριθμού των ανοιγμάτων (αυξανόμενου από 1 σε 3 (αξονοσυμμετρικά)) στην αντοχή του κελύφους είναι αμελητέα.

2.3.7 Πειράματα Vartdal et al. (2006)

Στην εργασία αυτή εξετάστηκαν κύλινδροι από χάλυβα με ορθογωνικό άνοιγμα υπό καθαρή κάμψη. Ο λόγος ακτίνας προς πάχος r/t ήταν ίσος με 19. Τα κελύφη ήταν αρκετά παχιά ώστε να επηρεάζονται κυρίως από φαινόμενα διαρροής. Τα ορθογωνικά ανοίγματα χαρακτηρίζονταν από ύψος 2.5 mm, 15 mm και 30 mm, ενώ η περιεχόμενη γωνιά τους από τις τιμές 90^o, 120^o και 180^o. Επομένως, τα ανοίγματα ήταν αρκετά επιμήκη κατά την περιφερειακή διεύθυνση. Δεν χρησιμοποιήθηκε καμιά ενίσχυση. Το όριο διαρροής του υλικού ήταν ίσο με 276 MPa.

2.3.8 Πειράματα Alashti et al. (2008)

Οι [Alashti et al., 2008] διεξήγαγαν πειράματα καθαρής κάμψης σε τέσσερα δοκίμια από ανοξείδωτο χάλυβα τα οποία είχαν κατασκευαστεί από επίπεδα ελάσματα και συγκολληθεί μέσω μιας διαμήκους ραφής (seam weld). Ο λόγος διαμέτρου προς πάχος των δοκιμίων ήταν 41.3 ενώ ο λόγος μήκους προς διάμετρο ήταν 7.94. Το δοκίμιο Μ1 αφορούσε το κέλυφος χωρίς άνοιγμα ενώ τα δοκίμια Μ2, Μ3 και Μ4 είχαν κυκλικό άνοιγμα με ακτίνα 3.0mm, 7.5mm και 15mm αντίστοιχα. Το όριο διαρροής του χάλυβα ήταν ίσο με 343 MPa.

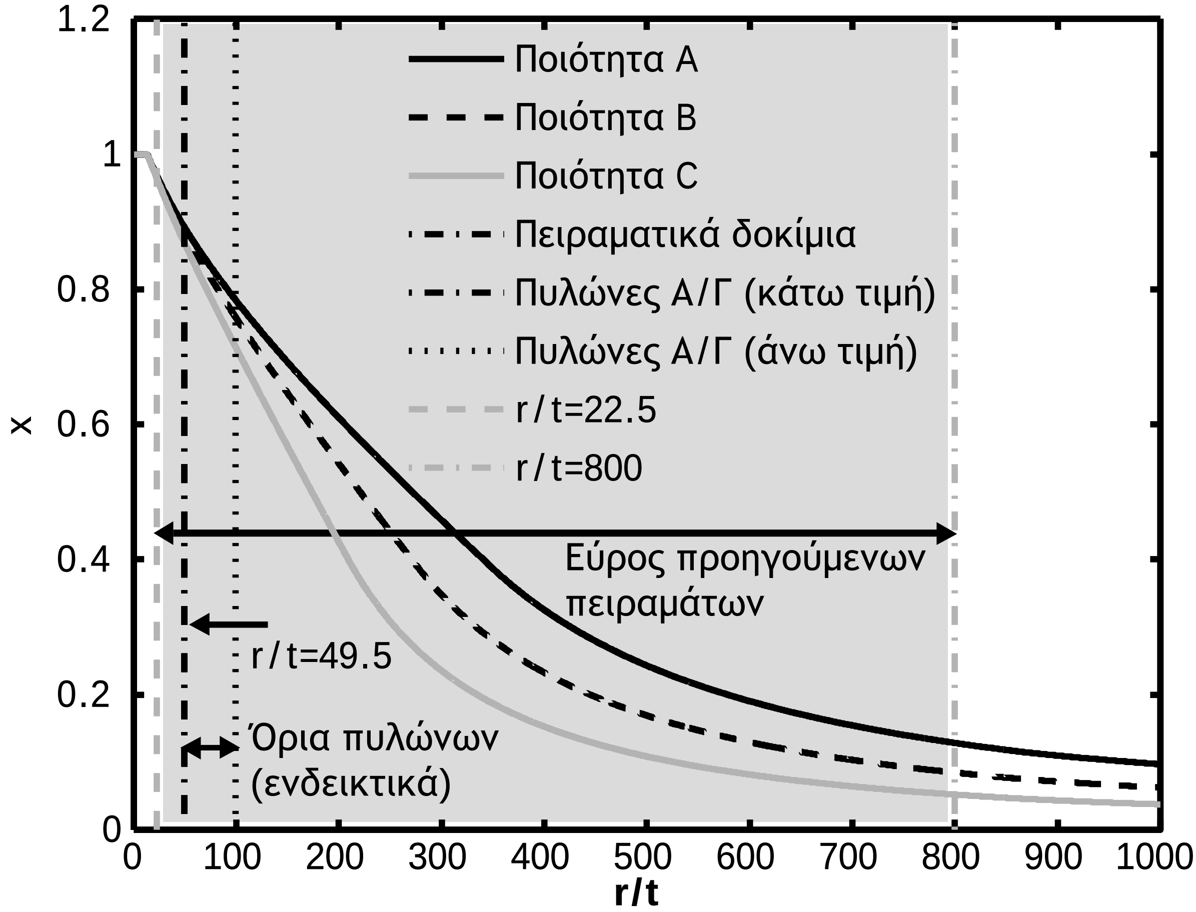
Ένα βασικό συμπέρασμα που προέκυψε ήταν ότι το πειραματικό φορτίο αντοχής του κελύφους χωρίς άνοιγμα ήταν μεγαλύτερο από το πλαστικό φορτίο το οποίο προκύπτει από αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων ή άλλες αναλυτικές μεθόδους, στις οποίες θεωρείται ελαστικό-τελείως πλαστικό υλικό. Καθώς το μέγεθος του ανοίγματος αύξανε, αυτή η διαφορά μεταξύ πειραματικής και αριθμητικής αντοχής μειωνόταν. Πέραν ενός συγκεκριμένου μεγέθους ανοίγματος, η πειραματική αντοχή ήταν μικρότερη από εκείνη των αριθμητικών αναλύσεων. Αυτό θεωρήθηκε ότι μπορεί να αποδοθεί κυρίως στην αυξημένη επίδραση της τοπικής συγκέντρωσης τάσεων και του λυγισμού.

2.4 Σύγκριση πειραματικών δοκιμίων αυτής της εργασίας με προηγούμενα πειράματα

Στις προηγούμενες παραγράφους δόθηκαν τα βασικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά των δοκιμίων προηγούμενων πειραματικών μελετών, τόσο σε αξονική θλίψη όσο και σε κάμψη. Όσον αφορά τα πειράματα αξονικής θλίψης είναι προφανές ότι υπάρχει μια σαφής διαφοροποίηση από τα πειράματα της παρούσας εργασίας, στα οποία υιοθετείται το στατικό σύστημα του προβόλου, που αντιστοιχεί στην στατική μορφή και τη λειτουργία των πυλώνων ανεμογεννητριών. Επομένως, τα πειραματικά δοκίμια υποβάλλονται σε μια συνδυασμένη καμπτική και διατμητική φόρτιση, με την καμπτική να είναι η κυρίαρχη φόρτιση.

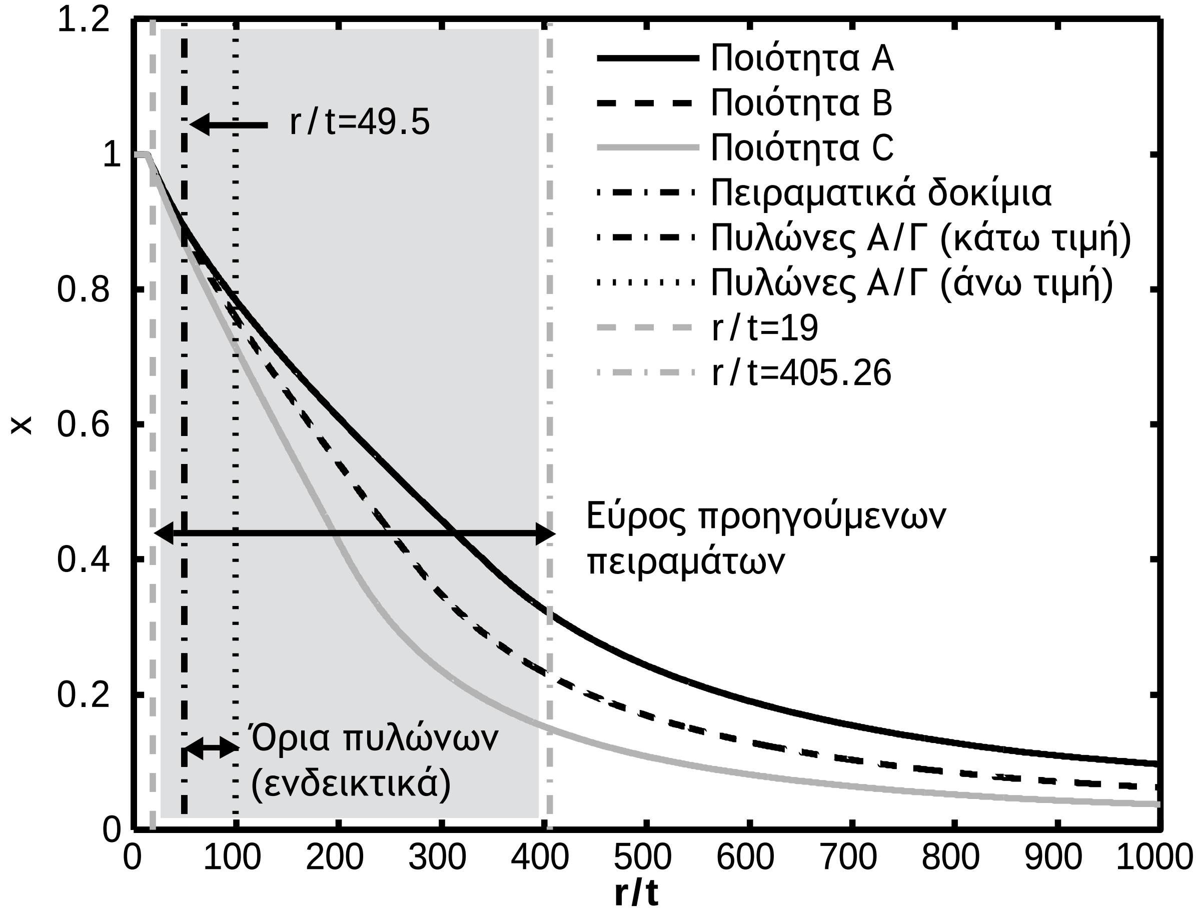
Στο Σχήμα 2.16 δίνεται στον οριζόντιο άξονα το εύρος του λόγου ακτίνας προς πλάτος των κελυφών που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες παραγράφους για κελύφη υπό αξονική θλίψη. Στον κατακόρυφο άξονα δίνεται ενδεικτικά ο μειωτικός συντελεστής αξονικής θλίψης κυλινδρικού κελύφους χ σύμφωνα με το [Eurocode 3, Part 1-6, 2006] για ποιότητα χάλυβα S355. Στο σχήμα αυτό δίνονται επίσης ενδεικτικά οι καμπύλες λυγισμού για τις τρεις ποιότητες κατασκευής σύμφωνα με το [Eurocode 3, Part 1-6, 2006] καθώς επίσης και ο λόγος r/t των πειραματικών δοκιμίων αυτής της εργασίας. Τα προηγούμενα πειράματα αξονικής θλίψης που περιγράφηκαν πιο πάνω έχουν λόγο r/t που κυμαίνεται από 22.5 μέχρι 800. Ο αντίστοιχος λόγος των πειραμάτων αυτής της εργασίας είναι ίσος με 49.5. Επομένως, φαίνεται ότι διεξήχθησαν πειράματα με ανάλογες λυγηρότητες r/t (π.χ. r/t≈60 [Gavrish et al., 1971], r/t=35.4 [Montague and Horne, 1981], r/t=74.5 [Velickov, 2000], r/t=22.5 [Han et al., 2006], r/t=26.923, 30.8335 [Shariati and Rokhi, 2008]. Παρόλα αυτά, υπάρχουν κάποιες ουσιαστικές διαφοροποιήσεις. Πρώτον, η φόρτιση τους είναι διαφορετική. Επιπλέον, κάποια από αυτά αφορούν αρκετά παχιά κελύφη που επηρεάζονται κυρίως από φαινόμενα διαρροής. Οι υπόλοιπες διαφοροποιήσεις έχουν να κάνουν με τις διαστάσεις των ανοιγμάτων, με το κατά πόσο χρησιμοποιήθηκαν ενισχύσεις καθώς και με τον τύπο της ενίσχυσης. Ο συνδυασμός αυτών των στοιχείων που παρατηρήθηκαν στα πειράματα κελυφών υπό αξονική θλίψη δεν παρέπεμπε σε πυλώνες ανεμογεννητριών.

Η δεύτερη φόρτιση, και η πιο σημαντική, είναι η καμπτική. Στο Σχήμα 2.17 δίνεται στον οριζόντιο άξονα ο λόγος ακτίνας προς πάχος r/t και στον κατακόρυφο άξονα ο μειωτικός συντελεστής χ για θλιπτική αξονική τάση σύμφωνα με το [Eurocode 3, Part 1-6, 2006]. Στο σχήμα αυτό δίνονται εκτός από τις καμπύλες λυγισμού για τις τρεις ποιότητες κατασκευής και τη λυγηρότητα r/t των πειραματικών δοκιμίων της παρούσας εργασίας, το εύρος λυγηροτήτων r/t των πειραματικών εργασιών που παρουσιάστηκαν πιο πάνω και αφορούσαν κάμψη. Μια ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι το γεγονός ότι για καμπτική καταπόνηση εξετάστηκαν πιο παχιά κελύφη από ότι για αξονική θλίψη, όπου εξετάστηκαν και πιο λεπτά κελύφη.



Σχήμα 2.16: Σύγκριση λόγου r/t πειραματικών δοκιμίων αυτής της εργασίας και εύρους βασικών πειραματικών δοκιμών κελυφών με άνοιγμα υπό θλίψη

Επίσης, φαίνεται, όπως και στην περίπτωση της αξονικής θλίψης, ότι υπάρχουν πειράματα με λυγηρότητες r/t στην περιοχή των πειραμάτων αυτής της εργασίας. Οι βασικές διαφοροποιήσεις σε αυτές τις περιπτώσεις είναι οι ακόλουθες. Πρώτα από όλα η φόρτιση των πειραμάτων που περιγράφηκαν πιο πάνω αντιστοιχεί σε καθαρή κάμψη, ενώ στην περίπτωση των πειραμάτων αυτής της διατριβής, η φόρτιση είναι συνδυασμένη κάμψη και διάτμηση όπως ακριβώς επιτάσσει το στατικό σύστημα του προβόλου. Παρόλα αυτά, οι ουσιαστικές διαφορές αφορούν το γεγονός ότι είτε χρησιμοποιούνται μεγαλύτερα ανοίγματα (π.χ. σημαντικά μεγαλύτερες περιεχόμενες γωνίες ανοίγματος της τάξης των 120^{o} για λυγηρότητες σχετικά κοντά στα πειράματα της παρούσας εργασίας [Knödel and Schulz, 1988]) ή/και διαφορετικού τύπου ενισχύσεις (βλ. Σχήμα 2.11, Σχήμα 2.12 και Σχήμα 2.13) από αυτά που συνηθίζεται να χρησιμοποιούνται στους πυλώνες των ανεμογεννητριών.



Σχήμα 2.17: Σύγκριση λόγου r/t πειραματικών δοκιμίων αυτής της εργασίας και εύρους βασικών πειραματικών δοκιμών κελυφών με άνοιγμα υπό κάμψη

2.5 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό έγινε μια εκτενής αναφορά σε προηγούμενη πειραματική έρευνα η οποία αφορούσε κυλινδρικά κελύφη σε θλίψη ή κάμψη. Βασικό ζητούμενο αυτής της πειραματικής διερεύνησης ήταν αφενός μεν η εξακρίβωση της επιρροής ανοιγμάτων διαφόρων μορφών, αφετέρου δε της επιρροής των ενισχύσεων στην αντοχή των κελυφών.

Τα προηγούμενα πειράματα και κυρίως αυτά που αφορούν κάμψη, τα οποία έχουν μεγαλύτερη σχέση με το αντικείμενο της διατριβής αυτής, χαρακτηρίζονταν από λυγηρότητες, μεγέθη ανοιγμάτων και τύπους ενίσχυσης οι οποίες δεν ανταποκρίνονται σε πυλώνες σύγχρονων ανεμογεννητριών. Επομένως, γίνεται αντιληπτό ότι υπάρχει ένα κενό σε πειραματικό επίπεδο ως προς την επιρροή ενός ανοίγματος, χαρακτηριστικού της ανθρωποθυρίδας που υπάρχει στους πυλώνες ανεμογεννητριών, στην αντοχή του πυλώνα. Επιπλέον, κενό υπάρχει στην επιρροή μιας κατάλληλης ενίσχυσης που συνηθίζεται να χρησιμοποιείται για να ενισχύεται τοπικά ο πυλώνας στην περιοχή της ανθρωποθυρίδας.

Αυτό το κενό έρχεται να καλύψει αυτή η διατριβή με την πραγματοποίηση έξι συνολικά πειραμάτων κατάλληλα σχεδιασμένων από άποψης λυγηρότητας κελύφους, μεγέθους και τύπου ανοίγματος αλλά και τύπου ενίσχυσης ώστε να ανταποκρίνονται σε σύγχρονους πυλώνες ανεμογεννητριών.

2.6 Βιβλιογραφία

Alashti RA, Rahimi GH and Poursaeidi E, “Plastic limit load of cylindrical shells with cutouts subject to pure bending moment”, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 85, pp. 498-506, 2008.

Almroth BO and Holmes AMC, “Buckling of Shells with Cutouts, Experiment and Analysis”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 8, (8), pp. 1057-1071, 1972.

Almroth BO, Brogan FA and Marlowe MB, “Stability Analysis of Cylinders with Circular Cutouts”, AIAA Journal, Vol. 11, (11), pp. 1582-1584, 1973.

Al Sarraj M, “Effets des ouvertures sur la stabilite des coques cylindriques minces soumises a compression axiale”, Dissertation, *Institute National des Sciences appliquees de Lyon*, 1995.

Al Sarraj M, Jullien JF and Liman A, “A study of the effect of openings on the stability of thin cylindrical shells under axial compression”, *Nordic Steel Construction Conference*, pp. 95-101, 1995.

Antonenko MP, Geshtarovich AI and Kuptsov AN, “Stability of Cylindrical Shells with Unreinforced Cutouts”, *Prikladnaya Mekkanika*, Vol. 13, (7), pp. 117-121, 1977.

Athiannan K and Palaninathan R, “Experimental investigations on buckling of cylindrical shells under axial compression and transverse shear”,*Sādhanā*, Vol. 29, Part 1, pp. 93–115, February 2004.

ASME, “Boiler and Pressure Vessel Code, Section III: Nuclear power plant components, Division 1, Subsection NE, Class MC Components, NE-3332”, pp. 68-70, 1977.

Baehre R and Knödel P, “Stabilität und Gebrauchsfähigkeit von biegebeanspruchten Stahlschornsteinen mit Ausschnitten“, Gutachten für die Fa. Mauer u. Söhne vom Lehrstuhl für Stahl- und Leichtbau, Universität Karlsruhe, Februar 1986.

Bardi FC, Yun HD and Kyriakides S, “On the axisymmetric progressive crushing of circular tubes under axial compression”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, pp. 3137 – 55, 2003.

Bardi FC and Kyriakides S, ”Plastic buckling of circular tubes under axial compression – part I: Experiments”, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 48, pp. 830 – 841, 2006.

Batterman SC, “Plastic buckling of axially compressed cylindrical Shells”, *AIAA Journal*, Vol. 3, pp. 316 – 25, 1965.

Bennett JG, Dove RC and Butler TA, “An investigation of buckling of steel cylinders with circular reinforced cutouts”, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 69, pp. 229 – 239, 1982.

Chiang CHF and Witmer EA, “Buckling and postbuckling studies of moment-loaded thin-walled cylindrical shells with cutouts”, *Rep. Army Material and Mechanics Research Center Interim*, DAA 646-C-0212, 1974.

Corona E and Kyriakides S, “On the collapse of inelastic tubes under combined bending and pressure”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 24, pp. 505 – 535, 1988.

DASt (Deutscher Ausschuß für Stahlbau), “DASt-Richtlinie 013, Beulsicherheitsnachweis für Schalen”, Juli 1980.

Donnell LH, “A new theory for the buckling of thin cylinders under axial compression and bending”, *Trans ASME*, Vol. 56, pp. 795 – 806, 1934.

Gavrish VS, Shapovalov AP, Tamurov NG and Tantsura NYa, “Inelastic Stability of Cylindrical Shells Weakened by Circular Cutouts”, *Prikladnaya Mekkanika*, Vol. 7, (11), pp. 105-109, 1971.

Han H, Cheng J, Taheri F and Pegg Neil, “Numerical and experimental investigations of the response of aluminium cylinders with a cutout subject to axial compression”, *Thin-Walled Structures*, Vol. 44, pp. 254-270, 2006.

Horton WH, Bailey SC and Edwards AM, “Nonsymmetric Buckle Patterns in Progressive Plastic Buckling, *Experimental Mechanics*, Vol. 6, pp. 433 – 444, Sept. 1966.

Imperial FF, "The criterion of elastic instability of thin duralumin tubes subjected to bending", MS Thesis, *Dept. of Mechanical Engineering. University of California*, 1932.

Jirsa JO, Lee FK, Wilhoit JC and Merwin JE, "Ovaling of pipelines under pure bending", OTC 1569, *Proc. Offshore Tech. Conf. I,* pp. 573 – 578, 1972.

Johns TG, Mesloh RE, Winegardener R and Sorenson JE, "Inelastic buckling of pipelines under combined loads", *OTC 2209, Proc. Offshore Tech. Conf.*, II, pp. 635 – 646, 1975.

Ju GT and Kyriakides S, "Bifurcation buckling vs limit load instabilities of elastic-plastic tubes under bending and external pressure", ASME, *J. Offshore Mech. Arctic Engng*, Vol. 113, pp. 43 – 52, 1991.

Jullien JF and Limam A, "Effects of openings of the buckling of cylindrical shells subjected to axial compression", *Thin-Walled Structures*, Vol. 31, pp. 187-202, 1998.

Jung O and Nonhoff G, "Stabilitätsuntersuchung an zylindrischen Bauteilen mit Ausschnitten unter Axialdruck und Biegebelastung", Forsch.ber. NRW, Nr. 2727, Opladen: Westdeutscher Verlag, 1978.

Knödel P and Schulz U, "Zur Stabilität vor Schornsteinen mit Fuchsöffnungen", Stahlbau, Vol. 57, pp. 13-21, 1988.

Kyriakides S and Shaw PK, "Response and Stability of elastoplastic circular pipes under combined bending and external pressure", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 18, No, 11, pp. 957-973, 1982.

Kyriakides S and Shaw PK, "Inelastic Buckling of Tubes under Cyclic Bending", *Journal of Pressure Vessel Technology*, ASME, Vol. 109, pp. 169-178, 1987.

Kyriakides S and Ju GT, "Bifurcation and Localization Instabilities in Cylindrical Shells under Bending", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 29, No. 9, pp. 1117 – 1142, 1992.

Lee LHN, "Inelastic buckling of initially imperfect cylindrical shells subject to axial compression", *Journal of Aeronautical Sciences*, Vol. 29, pp. 87 – 95, 1962.

Lundquist EE, "Strength tests of thin-walled duralumin cylinders in compression", *NACA Report No. 473*, 1933 (a).

Lundquist EE, "Strength tests of thin-walled duralumin cylinders in pure Bending", *NACA Report 479*, 1933 (b).

Lundquist EE, "Strength tests of thin-walled duralumin cylinders in combined transverse shear and bending", *NACA Report 523*, 1935.

Mathon C and Limam A, " Experimental collapse of thin cylindrical shells submitted to internal pressure and pure bending", *Thin-Walled Structures*, Vol. 44, pp. 39 – 50, 2006.

Meng-Kao Yeh, Ming-Chyuan Lin and Wen-Tsang Wu, "Bending buckling of an elastoplastic cylindrical shell with a cutout", *Engineering Structures*, Vol. 21, pp. 996-1005, 1999.

Miller CD, "Experimental Study of the Buckling of Cylindrical Shells with Reinforced Openings", Presented at the ASME/ANS Nuclear Engineering Conference, Portland, Oregon, July, pp. 25-28, 1982.

Montague P and Horne MR, "The behaviour of circular tubes with large openings subjected to axial compression", *Jour. Mech. Eng. Sci.*, Vol. 23 (5), pp. 225-242, 1981.

Mossman RW and Robinson RG, "Bending tests on metal monocoque fuselage construction", *NACA TN 357*, 1930.

Moore RL and Clark JW, "Torsion, compression and bending tests of tubular sections machined from 75S-T6 rolled round rod", *NACA RM 52125*, 1952.

Öry H, Ferlic N and Reimerdes HG, "Große Ausschnitte in langen Kreiszylinderschalen", Forsch.ber., T1863, 2. Fassung, 1987.

Osgood WR, "The Crinkling Strength and the Bending Strength of Round Aircraft Tubing", *NACA Report 632*, 1938.

Palchevski AS and Polyakov PS, "Experimental Investigation of the Stress-Strain State and the Stability of Rib-Reinforced Cylindrical Shells with Sizable Rectangular Holes", *Prikladnaya Mekhanika*, Vol. 12(10), pp. 118-122, Oct. 1976.

Poursaeidi E, Rahimi GH and Vafai AH, "Plastic buckling of cylindrical shells with cutouts", *Asian Journal of Civil Engineering* (Building and Housing), Vol. 5, Nos 3-4, pp. 191-207, 2004.

Reddy BD, “An experimental study of the plastic buckling of circular cylinders in pure bending”. *International Journal of Solids and Structures,* Vol. 15, pp. 669-685, 1979.

Rhode RV and Lundquist EE, “Strength tests on paper cylinders in compression, bending and shear”, *NACA TN 370*, 1931.

Schneider MH Jr., “Investigations of the stability of imperfect cylinders using structural models”, *Engineering Structures, Vol.* 8, pp. 792 – 800, 1996.

Schulz U, “Die Stabilität axial belasteter Zylinderschalen mit Mantelöffnungen”, *Der Bauingenieur*, Vol. 51, (10), pp. 387-396, 1976.

Sherman DR, “Tests of circular steel tubes in bending”, .ASCE, *Journal of Structural Division,* Vol. 102, ST1I, pp. 2181-2195, 1976.

Shariati M and Rokhi MM, “Numerical and experimental investigations on buckling of steel cylindrical shells with elliptical cutout subject to axial compression”, *Thin – Walled Structures*, Vol. 46, pp. 1251 – 1261, 2008.

Starnes JH Jr, “The Effect of a Circular Hole on the Buckling of Cylindrical Shells”, Ph.D. thesis, *California Institute of Technology*, Pasadena, California, 1970.

Starnes JH Jr, “Effect of a Slot on the Buckling Load of a Cylindrical Shell with a Circular Cutout”, *AIAA Journal*, Vol. 10 (2), pp. 227-229, 1972 (a).

Starnes JH Jr, “Effect of a Circular Hole on the Buckling of Cylindrical Shells Loaded by Axial Compression”, *AIAA Journal*, Vol. 10 (11), pp. 1466-1472, 1972 (b).

Starnes JH Jr, “The Effect of Cutouts on the Buckling of Thin Shells”, in Thin Shell Structures, Theory, Experiment and Design, YC Fung and EE Sechler, eds., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, pp. 289-304, 1974.

Suer HS, Harris LA, Skene WT and Benjamin RJ, “The bending stability of thin-walled unstiffened circular cylinder including the effects of internal Pressure”, *Journal of Aeronautical Sciences,* Vol. 25 (5), pp. 281 – 7, 1958.

Tennyson RC, “Buckling of circular cylindrical shells in axial compression”, *AIAA Journal, Vol.* 2, pp. 1351–1353, 1964.

Tennyson RC, “The effect of unreinforced circular cutouts on the buckling of circular cylindrical shells under axial compresion”, *Transactions ASME, Journal of Engineering for Industry*, Vol. 90, (4), pp. 541-546, 1968.

Toda S, “Buckling of Cylindrical Shells with Circular Cutouts under Axial Compression”, *National Aerospace Laboratory*, NAL TR-560, Tokyo, 1979 (in Japanese).

Toda S, “Experimental Investigation on the Effects of Elliptic Cutouts on the Buckling of Cylindrical Shells Loaded by Axial Compression”, *Transactions, Japan Society for Aeronautical and Space Science*s, Vol. 23, (59), pp. 57-63, 1980 (a).

Toda S, “Some Considerations on the Buckling of the Thin Cylindrical Shells with Cutouts”, *Transactions, Japan Society for Aeronautical and Space Scienses*, Vol. 23, (6), pp. 104-112, 1980 (b).

Toda S, “Buckling of Cylinders with Cutouts under Axial Compression”, *Experimental Mechanics*, Vol. 23, (4), pp. 414-417, 1983.

Tuggu P and Schroeder J, “Plastic deformation and stability of pipes exposed to external coupler”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 15, pp. 643 – 658, 1979.

Vartdal BJ, Al-Hassani STS, and Burley SJ, “A tube with a rectangular cut-out. Part 1: subject to pure bending”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 220, pp. 625-643, 2006.

Velickov D, Stabilität stählerner Kreiszylinderschalen mit unversteiften und umlaufend randversteiften Mantelöffnungen unter Axialdruck, *Universität Essen GH*, 2000.

Weingarten VI, Morgan EJ and Seide P, “Elastic stability of thin-walled cylindrical and conical shells under axial compression”, *AIAA Journal,* Vol. 3, pp. 500–505, 1965.

Wirth S, “Beulsicherheitsnachweise für schalenförmige Bauteile nach EN 1993-1-6: Kritische Analyse der praktischen Anwendbarkeit anhand zweier Fallstudien mit experimentellem Hintergrund”, Dissertation, *Universität Duisburg-Essen*, 2008.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

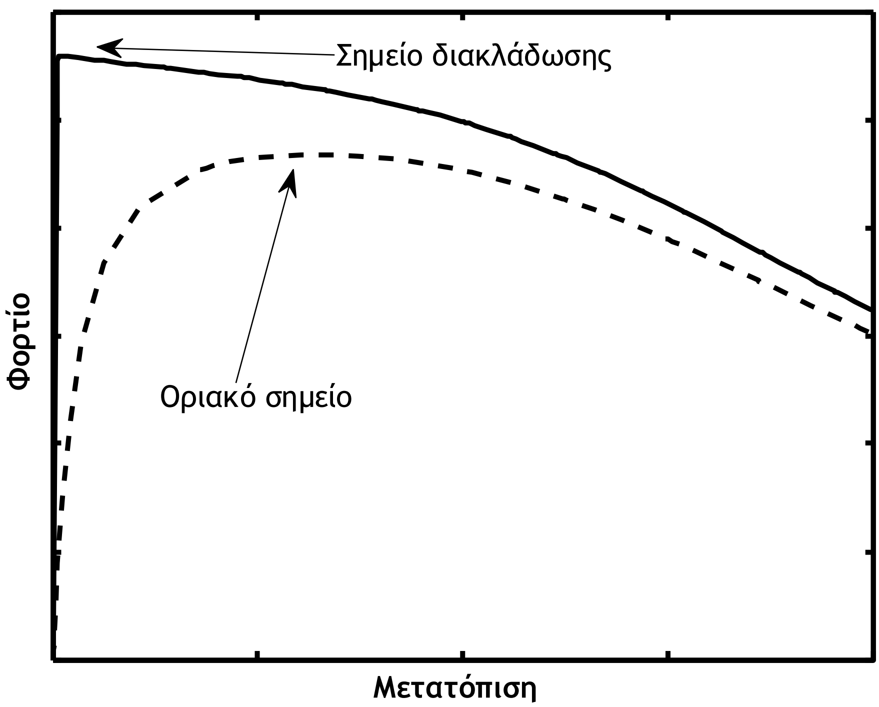
Αριθμητικές μέθοδοι υπολογισμού της αντοχής κελυφών

3.1 Εισαγωγή

Στον τομέα των κατασκευών, και ειδικότερα των μεταλλικών κατασκευών, είναι αρκετά συνήθης η περίπτωση να χρησιμοποιούνται πολύ λυγηρά μέλη, αφενός μεν διότι η αντοχή των υλικών από τα οποία αποτελούνται το επιτρέπει, αφετέρου δε διότι είναι επιθυμητό σε κάθε περίπτωση να γίνεται οικονομία και να αποφεύγεται η χρησιμοποίηση περιττής ποσότητας υλικού ή με άλλα λόγια να αποφεύγεται η υπερδιαστασιολόγηση τους. Αυτή η μεθοδολογία ενός οικονομικού σχεδιασμού οδηγεί σε μέλη με λεπτότοιχες διατομές και μεγάλη τοπική και/ή καθολική λυγηρότητα, τα οποία κινδυνεύουν να αστοχήσουν λόγω λυγισμού διαφόρων μορφών. Τα φαινόμενα αυτά είναι αρκετά πολύπλοκα και σε αρκετές περιπτώσεις απαιτούνται εξελιγμένοι αριθμητικοί αλγόριθμοι ανάλυσης για την προσομοίωση τους. Αυτό γίνεται περισσότερο επιτακτικό στην περίπτωση των κελυφών, τα οποία λόγω των λεπτών τοιχωμάτων τους είναι ιδιαίτερα επιρρεπή σε τοπικό λυγισμό, συνοδευόμενο από φαινόμενα δευτέρας τάξεως. Επιπλέον, όταν οι τάσεις που αναπτύσσονται σε μια κατασκευή πριν από την οποιαδήποτε αστάθεια ή κατά την εξέλιξη της είναι μεγαλύτερες από το όριο διαρροής του υλικού, τότε είναι αναγκαία κατά την προσομοίωση η χρησιμοποίηση ειδικών αλγορίθμων, οι οποίοι να λαμβάνουν υπόψη και την ανελαστική φύση του υλικού.

Για την επιτυχή αντιμετώπιση των πιο πάνω προβλημάτων έχουν προταθεί διάφοροι τύποι αναλύσεων. Η πιο «απλή» μέθοδος ανάλυσης, η οποία λαμβάνει υπόψη της τα φαινόμενα δευτέρας τάξεως είναι η επαναληπτική μέθοδος Newton-Raphson ([Kreyszig, 1983] και [Bicanic and Johnson, 1978]). Αυτή η μέθοδος παρέχει πληροφόρηση για την συμπεριφορά της κατασκευής μέχρι το σημείο όπου παρατηρείται κάποια μορφής αστοχία, όπως τα οριακά σημεία ή τα σημεία διακλάδωσης. Με αυτήν την μέθοδο είναι αδύνατη η εκτίμηση της μεταλυγισμικής συμπεριφοράς. Για την υπερκέραση αυτής της αδυναμίας, έχει προταθεί από τον Riks [Riks, 1979] μια ειδική μέθοδος, η οποία χαρακτηρίζεται από την επιβολή ενός περιορισμού στο επιβαλλόμενο φορτίο ή την μετατόπιση. Η βασική ιδέα τέτοιων μεθόδων είναι η εισαγωγή ενός συντελεστή φόρτισης, ο οποίος αυξάνει ή μειώνει το μέγεθος των επιβαλλόμενων φορτίων, έτσι ώστε να επιτυγχάνεται μια γρήγορη λύση σε κάθε βήμα φόρτισης, πετυχαίνοντας παράλληλα την υπερπήδηση οριακών σημείων και τον υπολογισμό της μεταλυγισμικής συμπεριφοράς. Διάφορες εκδοχές αυτής της μεθόδου έχουν προταθεί από τους Crisfield [Crisfield, 1981], Ramm [Ramm, 1981] και

Bathe and Dvorkin [Bathe and Dvorkin, 1983]. Παρόλα αυτά, αυτές οι μέθοδοι δεν φαίνεται να αποδίδουν καλά σε ότι αφορά τον υπολογισμό των σημείων διακλάδωσης, τα οποία μπορεί να βρίσκονται είτε πριν είτε μετά από το οριακό σημείο. Για το λόγο αυτό έχουν προταθεί από τους Wriggers και Simo [Wriggers and Simo, 1990] και Wriggers, Wagner και Miehe [Wriggers et al., 1987], διάφοροι τρόποι άμεσου υπολογισμού σημείων διακλάδωσης ή οριακών σημείων. Σύμφωνα με τις μεθόδους αυτές, εκτός από τις μη γραμμικές εξισώσεις ισορροπίας λαμβάνονται υπόψη κατά την επίλυση και οι διάφορες συνθήκες ευστάθειας, οι οποίες αφορούν τα σημεία διακλάδωσης και τα οριακά σημεία. Αξίζει να σημειωθεί ότι με την εισαγωγή μιας γεωμετρικής ατέλειας στον αρχικό τέλειο φορέα μπορούμε, σε γενικές γραμμές, να μετατρέψουμε ένα πρόβλημα σημείου διακλάδωσης σε ένα πρόβλημα οριακού σημείου (στην περίπτωση όπου υπάρχει ένα σημείο διακλάδωσης πριν από το πρώτο οριακό σημείο και εφόσον δώσουμε αρχική ατέλεια που χαρακτηρίζει την διακλάδωση αυτή) (βλ. Σχήμα 3.1). Με αυτό τον τρόπο οι «κλασικοί» αλγόριθμοι με έλεγχο φορτίου (π.χ. επαναληπτικές μέθοδοι, μέθοδοι υπερπήδησης οριακών σημείων) αρκούν για την ανάλυση μιας κατασκευής. Αυτός φαίνεται να είναι και ο λόγος για τον οποίο τα συνήθη εμπορικά προγράμματα αρκούνται σε τέτοιους αλγόριθμους και δεν εφαρμόζουν τις μεθόδους άμεσου υπολογισμού των σημείων διακλάδωσης.



Σχήμα 3.1: Μετάβαση από σημείο διακλάδωσης σε οριακό σημείο

Η διάταξη αυτού του κεφαλαίου είναι η ακόλουθη. Αρχικά δίνονται χαρακτηριστικές ερευνητικές εργασίες σχετικά με αριθμητικές μεθόδους υπολογισμού της αντοχής των κελυφών. Ακολούθως, παρουσιάζονται οι βασικές αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης μη γραμμικών προβλημάτων, όπως η επαναληπτική μέθοδος Newton-Rap son, και στη συνέχεια δίνονται βασικές πληροφορίες για τις μεθόδους με έλεγχο του επιβαλλόμενου φορτίου. Τέλος, παρουσιάζονται και σχολιάζονται οι διάφοροι αλγόριθμοι οι οποίοι χρησιμοποιούνται στην μη γραμμική ανάλυση και στην ανάλυση λυγισμού.

3.2 Αριθμητικές μέθοδοι υπολογισμού της αντοχής κελυφών

Η συμπεριφορά και ο σχεδιασμός των κελυφών έχει αποτελέσει αντικείμενο ευρείας έρευνας από πολλούς ερευνητές. Χαρακτηριστικό αυτών των κατασκευών αποτελεί η μεγάλη απόκλιση μεταξύ θεωρητικών και πειραματικών φορτίων λυγισμού όπως βέβαια και η μεγάλη διασπορά που παρουσιάζουν τα πειραματικά φορτία αστοχίας σε κελύφη με ίδια ονομαστικά χαρακτηριστικά.

Είναι γνωστό ότι οι ιδιαιτερότητες αυτές των κελυφών οφείλονται στην ευαισθησία των φορτίων λυγισμού τους κυρίως στις αρχικές γεωμετρικές ατέλειες αλλά και στη μεταβλητότητα του πάχους τους, των μηχανικών ιδιοτήτων του υλικού τους και των ατελειών στις συνοριακές ατέλειες. Η ραγδαία εξέλιξη των αριθμητικών μεθόδων ανάλυσης των κατασκευών επέτρεψε την ακριβή ανάλυση κελυφών και τον προσδιορισμό της αντοχής τους. Μια κατηγορία αριθμητικής προσέγγισης της συμπεριφοράς των κελυφών αποτελεί η ντετερμινιστική μέθοδος, όπου όλες οι αβεβαιότητες που αναφέρθηκαν πιο πάνω λαμβάνονται υπόψη με την υιοθέτηση μιας ισοδύναμης γεωμετρικής ατέλειας [EC3, 1.6, 2006], η οποία είναι ικανή να μειώσει το φορτίο κατάρρευσης του κελύφους σε ρεαλιστικά μεγέθη (όπως π.χ. στα κανονιστικά φορτία λυγισμού των κελυφών για τις τρεις βασικές φορτίσεις της αξονικής θλίψης, της περιφερειακής θλίψης και της διάτμησης [EC3, 1.6, 2006]). Με μια τέτοια αριθμητική αντιμετώπιση, προκύπτουν καταστάσεις παραμόρφωσης συνοδευμένες από χαρακτηριστικούς δρόμους ισορροπίας, το μέγιστο φορτίο των οποίων αντιστοιχεί στο φορτίο κατάρρευσης της κατασκευής. Σε αυτές τις αναλύσεις ενδέχεται τα κελύφη να είναι αρκετά παχιά, ώστε η επιρροή των διάφορων δομικών αβεβαιοτήτων (με κύρια τις αρχικές ατέλειες) να μην είναι σημαντική, έτσι ώστε η αριθμητική ανάλυση χωρίς ατέλειες να δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Σε τέτοιες περιπτώσεις είναι απαραίτητη η γνώση των ιδιοτήτων του υλικού (π.χ. όριο διαρροής και όριο ελαστικότητας), οι οποίες λαμβάνουν συγκεκριμένες τιμές για όλο το σώμα του κελύφους. Χαρακτηριστικές εργασίες αυτής της μεθοδολογίας υπολογισμού της αντοχής των κελυφών είναι των [Meng-Kao Yeh et al., 1999], [Schneider W, 2006], [Han H et al., 2006], [Shariati M and Rokhi MM, 2008], [Pircher M and Bridge R, 2001] και [Sadowski AJ and Rotter JM, 2011].

Η δεύτερη μεθοδολογία αριθμητικής εκτίμησης της αντοχής των κελυφών κάνει χρήση της στοχαστικής μεθόδου στην οποία πλέον η αρχική γεωμετρική ατέλεια δεν είναι μια συγκεκριμένη, αλλά προέρχεται από μια βάση δεδομένων με χαρακτηριστικές γεωμετρικές ατέλειες, οι οποίες έχουν προσδιοριστεί πειραματικά με μετρήσεις δοκιμίων. Αυτές οι γεωμετρικές ατέλειες χαρακτηρίζονται από πιθανοτικά μεγέθη τα οποία επηρεάζουν την μορφή της ατέλειας που λαμβάνεται υπόψη στην ανάλυση. Πέρα από τις γεωμετρικές ατέλειες είναι δυνατό να ληφθεί υπόψη η μεταβλητότητα των ιδιοτήτων του υλικού και του πάχους του κελύφους από σημείο σε σημείο, καθώς και οι ατέλειες των συνοριακών συνθηκών. Μια αρκετά δημοφιλής μεθοδολογία αυτού του τύπου είναι η στοχαστική μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων, η οποία συνδυάζεται με την πιθανοτική μέθοδο Monte Carlo για την πραγματοποίηση ενός επαρκούς αριθμού αναλύσεων, από τις οποίες προκύπτει ένα σύνολο από φορτία κατάρρευσης, μιας και σε κάθε ανάλυση η στοχαστικότητα της μεθοδολογίας αναγκάζει το υπό ανάλυση κέλυφος να υπόκειται σε διαφορετική γεωμετρική ατέλεια, κατανομή πάχους, ιδιοτήτων υλικού και συνοριακών συνθηκών. Έχει φανεί από ερευνητικές εργασίες ότι το σύνολο αυτό από τα φορτία κατάρρευσης εξηγεί ικανοποιητικά την διασπορά των πειραματικών αποτελεσμάτων και την απόκλιση των θεωρητικών από τα πειραματικά αποτελέσματα. Χαρακτηριστικές εργασίες αυτής της μεθοδολογίας είναι αυτές των [Chryssanthopoulos and Poggi, 1995], [Arbocz and Starnes Jr, 2002], [Bielewicz and Gσrski, 2002], [Tsouvalis et al., 2003], [Papadopoulos and Papadrakakis, 2004, 2005], [Schenk and Schuëller, 2003], [Papadopoulos and Iglesis, 2007], [Schenk and Schuëller, 2007] και [Papadopoulos et al., 2009].

Κάποιες άλλες μεθοδολογίες οι οποίες δεν είναι τόσο διαδεδομένες όσο οι προηγούμενες δυο, είναι η μέθοδος των [Deml and Wunderlich, 1999] στην οποία υπολογίζεται η δυσμενέστερη γεωμετρική ατέλεια και το αντίστοιχο φορτίο κατάρρευσης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, καθώς και η μέθοδος της ελάχιστης ενέργειας διαταραχής (minimum energy perturbation) (βλ. παραδείγματος χάριν τις αναφορές [Wagenhuber, 1989], [Duddeck et al., 1990], [Tranel, 1993], [Spohr, 1998] και [Pontow, 2009]).

Στη συνέχεια δίνονται βασικά στοιχεία αλγόριθμων οι οποίοι χρησιμοποιούνται στην αριθμητική ανάλυση κατασκευών, όπως είναι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Οι αλγόριθμοι αυτοί αφορούν είτε μη γραμμικές αναλύσεις, είτε γραμμικοποιημένες αναλύσεις λυγισμού με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Ειδικότερα για την γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μιας ερευνητικής εργασίας που έγινε στα πλαίσια αυτής της διατριβής η οποία είχε να κάνει με τις ιδιαιτερότητες κάποιων αλγορίθμων ανάλυσης λυγισμού οι οποίοι χρησιμοποιούνται σε εμπορικά προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων. Αυτά τα αποτελέσματα γίνονται κατανοητά με τρία αριθμητικά παραδείγματα κάθε ένα από τα οποία αφορά μια κατασκευή η οποία χαρακτηρίζεται από διαφορετική συμπεριφορά.

3.3 Διατύπωση εξισώσεων πεπερασμένων στοιχείων

3.3.1 Γραμμικό πρόβλημα

Η βάση της επίλυσης των πεπερασμένων στοιχείων είναι η αρχή των δυνατών μετατοπίσεων (ή αρχή των δυνατών έργων). Σύμφωνα με την αρχή αυτή, η ισορροπία ενός σώματος απαιτεί ότι για κάθε δυνατό πεδίο μικρών μετακινήσεων, το οποίο είναι συμβιβαστό με τις συνοριακές συνθήκες, το συνολικό εσωτερικό δυνατό έργο είναι ίσο με το συνολικό εξωτερικό δυνατό έργο:

$$\int_V \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}\boldsymbol{\tau} dV = \int_V \bar{\mathbf{U}}^T \mathbf{f}^B dV + \int_{S_f} \left(\bar{\mathbf{U}}^{S_f}\right)^T \mathbf{f}^{S_f} dS + \sum_i \left(\bar{\mathbf{U}}^i\right)^T \mathbf{R}_C^i \qquad (4.1)$$

όπου $\bar{\mathbf{U}}$ είναι οι δυνατές μετατοπίσεις και $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ οι αντίστοιχες δυνατές παραμορφώσεις, $\boldsymbol{\tau}$ είναι οι τάσεις οι οποίες εξισορροπούν τα ασκούμενα φορτία, $\mathbf{f}^B$ είναι οι δυνάμεις σώματος (δυνάμεις ανά μονάδα όγκου), $\mathbf{f}^{S_f}$ είναι επιφανειακές δυνάμεις και $\mathbf{R}_C$ είναι συγκεντρωμένες δυνάμεις.

Με τη διακριτοποίηση της κατασκευής προκύπτει το εξής σύστημα γραμμικών εξισώσεων:

$$\mathbf{KU} = \mathbf{R} \qquad (4.2)$$

όπου $\mathbf{K}$ είναι το γραμμικό μητρώο δυσκαμψίας, $\mathbf{U}$ το διάνυσμα των γενικευμένων μετακινήσεων και $\mathbf{R}$ το διάνυσμα των εξωτερικών δράσεων. Για περισσότερες πληροφορίες, ο αναγνώστης καλείται να ανατρέξει στο [Bathe, 1996].

3.3.2 Μη γραμμικό πρόβλημα

Σε μια μη γραμμική ανάλυση η ισορροπία του σώματος εκφράζεται στην τρέχουσα θέση. Σε αυτή την ανάλυση είναι πολύ χρήσιμη η υιοθέτηση μιας χρονικής μεταβλητής η οποία περιγράφει τη φόρτιση και την κίνηση του σώματος. Ο σκοπός μιας μη γραμμική ανάλυση είναι να υπολογιστεί η θέση ισορροπίας σε διακριτές χρονικές στιγμές 0, Δt, 2Δt, 3Δt, … όπου Δt είναι επαύξηση του χρόνου. Θεωρείται ότι όλες οι στατικές και κινηματικές μεταβλητές του προβλήματος από το χρόνο 0 (αρχική θέση ισορροπίας) ως το χρόνο t έχουν υπολογιστεί. Τότε αυτό που ζητείται είναι η αναζήτηση της θέσης ισορροπίας για το χρόνο t+Δt. Επομένως, κατά την ανάλυση ακολουθούμε την κίνηση όλων των τμημάτων του σώματος από την αρχική στην τελική θέση του σώματος, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι υιοθετείται η διατύπωση του προβλήματος κατά Lagrange. Η διατύπωση κατά Lagrange μπορεί να πάρει δυο μορφές, την Ολική διατύπωση (Total Lagrangian Formulation ή TL) και την Επαυξητική διατύπωση κατά Lagrange (Updated Lagrangian Formulation ή UL).

Στην ολική διατύπωση κατά Lagrange η αρχή των δυνατών έργων παίρνει την μορφή:

$$\int_{^0V} {}^{t+\Delta t}_{0}\mathbf{S}_{ij}\,\delta\,{}^{t+\Delta t}_{0}\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}\,d^0V = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} \tag{4.3}$$

όπου ${}^{t+\Delta t}_{0}\mathbf{S}_{ij}$ είναι ο δεύτερος τανυστής τάσεων Piola-Kirchoff ο οποίος αφορά τη θέση ισορροπίας στη χρονική στιγμή t+Δt και εκφράζεται ως προς την αρχική θέση ισορροπίας 0

$${}^{t+\Delta t}_{0}\mathbf{S}_{ij} = \frac{{}^{0}\rho}{{}^{t+\Delta t}\rho}\,{}^{0}_{t+\Delta t}\mathbf{x}_{i,m}\,{}^{t+\Delta t}\boldsymbol{\tau}_{mn}\,{}^{t+\Delta t}_{0}\mathbf{x}_{j,n} \tag{4.4}$$

$\delta\,{}^{t+\Delta t}_{0}\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$ είναι η μεταβολή του τανυστή παραμορφώσεων Green-Lagrange ο οποίος αφορά τη θέση ισορροπίας στη χρονική στιγμή t+Δt και εκφράζεται ως προς την αρχική θέση ισορροπίας 0

$$\delta\,{}^{t+\Delta t}_{0}\boldsymbol{\varepsilon} = \delta\frac{1}{2}\left({}^{t+\Delta t}_{0}\mathbf{u}_{i,j} + {}^{t+\Delta t}_{0}\mathbf{u}_{j,i} + {}^{t+\Delta t}_{0}\mathbf{u}_{k,i}\,{}^{t+\Delta t}_{0}\mathbf{u}_{k,j}\right) \tag{4.5}$$

όπου ${}^{0}V$ είναι ο όγκος του σώματος στο χρόνο 0, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{R}$ είναι το διάνυσμα των εξωτερικών δράσεων στο χρόνο $t+\Delta t$, ${}^{t+\Delta t}\boldsymbol{\tau}_{mn}$ είναι οι καρτεσιανές συνιστώσες του τανυστή τάσεων Cauchy στην παραμορφωμένη γεωμετρία στο χρόνο $t+\Delta t$, ${}^{t+\Delta t}\rho$ είναι η πυκνότητα του σώματος στο χρόνο $t+\Delta t$ και ${}^{t+\Delta t}_{0}\mathbf{u}_i$ είναι οι συνιστώσες του διανύσματος μετατοπίσεων στη θέση ισορροπίας κατά το χρόνο $t+\Delta t$.

Σε κάθε ποσότητα ο αριστερός εκθέτης δείχνει σε ποια θέση ισορροπίας εμφανίζεται η ποσότητα και ο αριστερός δείκτης δείχνει τη θέση ισορροπίας στην οποία μετρείται η ποσότητα. Στην ολική διατύπωση κατά Lagrange ο αριστερός δείκτης είναι ίσος με 0. Επιπλέον, το κόμμα που συναντάται στο δεξιό δείκτη κάποιων ποσοτήτων σημαίνει παραγώγιση ως προς τη συντεταγμένη που ακολουθεί.

Για την Επαυξητική διατύπωση κατά Lagrange η αρχή των δυνατών έργων παίρνει την μορφή:

$$\int_{{}^{t}V} {}^{t+\Delta t}_{t}\mathbf{S}_{ij}\,\delta\,{}^{t+\Delta t}_{t}\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}\,d^{t}V = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} \tag{4.6}$$

Το πρώτο βήμα για τη γραμμικοποίηση της μη γραμμικής εξίσωσης ισορροπίας (4.6) είναι η επαυξητική ανάλυση των τάσεων και των παραμορφώσεων. Οι τάσεις Piola-Kirchhoff δεύτερης τάξης ${}^{t+\Delta t}_{0}\mathbf{S}_{ij}$ αναλύονται σε:

$${}^{t+\Delta t}_{0}\mathbf{S}_{ij} = {}^{t}_{0}\mathbf{S}_{ij} + {}_{0}\mathbf{S}_{ij} \tag{4.7}$$

Με τον ίδιο τρόπο, οι παραμορφώσεις Green-Lagrange μπορούν να αναλυθούν σε:

$${}^{t+\Delta t}_{0}\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = {}^{t}_{0}\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} + {}_{0}\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} \tag{4.8}$$

$${}_{0}\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = {}_{0}\mathbf{e}_{ij} + {}_{0}\mathbf{n}_{ij} \tag{4.9}$$

$${}_{0}\mathbf{e}_{ij} = \frac{1}{2}\left({}_{0}\mathbf{u}_{i,j} + {}_{0}\mathbf{u}_{j,i} + \underbrace{{}^{t}_{0}\mathbf{u}_{k,i}\,{}_{0}\mathbf{u}_{k,j} + {}_{0}\mathbf{u}_{k,i}\,{}^{t}_{0}\mathbf{u}_{k,j}}_{\text{επιρροή αρχικών μετατοπίσεων}} \right) \tag{4.10}$$

$${}_{0}\mathbf{n}_{ij} = \frac{1}{2}\,{}_{0}\mathbf{u}_{k,i}\,{}_{0}\mathbf{u}_{k,j} \tag{4.11}$$

όπου ${}_{0}\mathbf{S}_{ij}$ είναι οι συνιστώσες των επαυξητικών τάσεων Piola-Kirchhoff δεύτερης τάξης και ${}_{0}\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$ είναι οι συνιστώσες των επαυξητικών παραμορφώσεων Green-Lagrange.

Ακολούθως, οι μη γραμμικές εξισώσεις ισορροπίας διατυπώνονται λαμβάνοντας υπόψη την επαυξητική ανάλυση των τάσεων και των παραμορφώσεων. Λαμβάνοντας υπόψη ότι $\delta\,{}^{t+\Delta t}_{0}\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = \delta\,{}_{0}\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$, οι εξισώσεις ισορροπίας γράφονται:

$$\int_{{}^0V} {}_0\mathbf{S}_{ij}\delta_0\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}d^0V + \int_{{}^0V} {}_0^t\mathbf{S}_{ij}\delta_0\mathbf{n}_{ij}d^0V = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - \int_{{}^0V} {}_0^t\mathbf{S}_{ij}\delta_0\mathbf{e}_{ij}d^0V \tag{4.12}$$

Το τελικό βήμα είναι η γραμμικοποίηση της εξίσωσης (4.12). Χρησιμοποιώντας τις προσεγγιστικές σχέσεις ${}_0\mathbf{S}_{ij} = {}_0\mathbf{C}_{ijrs}\,{}_0\mathbf{e}_{rs}$ και $\delta_0\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = \delta_0\mathbf{e}_{ij}$, προκύπτει η ακόλουθη προσεγγιστική εξίσωση ισορροπίας (βλέπε επίσης [Brendel and Ramm, 1980]):

$$\int_{{}^0V} {}_0\mathbf{C}_{ijrs}\,{}_0\mathbf{e}_{rs}\delta_0\mathbf{e}_{ij}d^0V + \int_{{}^0V} {}_0^t\mathbf{S}_{ij}\delta_0\mathbf{n}_{ij}d^0V = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - \int_{{}^0V} {}_0^t\mathbf{S}_{ij}\delta_0\mathbf{e}_{ij}d^0V \tag{4.13}$$

όπου ${}_0\mathbf{C}_{ijrs}$ είναι ο επαυξητικός τανυστής τάσεων-παραμορφώσεων στο χρόνο t ως προς τη θέση ισορροπίας 0.

Η εξίσωση (4.13) είναι η πολύ γνωστή γραμμικοποιημένη εξίσωση ισορροπίας της ολικής διατύπωσης Lagrange. Το συνολικό μητρώο δυσκαμψίας της κατασκευής μπορεί να ληφθεί αφού εισαχθεί ένα πεδίο μετατοπίσεων στη διακριτοποίηση πεπερασμένων στοιχείων. Σύμφωνα με το [Wempner, 1971], από το πρώτο ολοκλήρωμα του αριστερού μέρους της εξίσωσης (4.13), προκύπτουν δυο μητρώα, το γραμμικό ελαστικό μητρώο ${}_0^t\mathbf{K}_0$ και το μητρώο αρχικών μετατοπίσεων ${}_0^t\mathbf{K}_u$ (εξαιτίας των όρων της επίδρασης των αρχικών μετατοπίσεων της (4.10)). Από το δεύτερο ολοκλήρωμα του αριστερού τμήματος της εξίσωσης (4.13) προκύπτει το μητρώο αρχικών τάσεων ή το γεωμετρικό μητρώο ${}_0^t\mathbf{K}_g$. Τελικά, το ολοκλήρωμα στο δεξί μέρος της (4.13) δίνει το διάνυσμα των εσωτερικών δράσεων της θέσης ισορροπίας t το οποίο μπορεί να οριστεί σαν ${}_0^t\mathbf{F}$.

Οπότε, σε μητρωϊκή γραφή, η εξίσωση (4.13) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\left(\underbrace{{}_0^t\mathbf{K}_0 + {}_0^t\mathbf{K}_u + {}_0^t\mathbf{K}_g}_{{}_0^t\mathbf{K}_T}\right)\mathbf{U} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}_0^t\mathbf{F} \tag{4.14}$$

3.4 Επίλυση μη γραμμικών εξισώσεων

Ας υποθέσουμε ότι έχει υιοθετηθεί ένα προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων το οποίο περιγράφει το φυσικό πρόβλημα που εξετάζεται. Θεωρώντας ότι τα εξωτερικά φορτία είναι συνάρτηση του χρόνου, η συνθήκη ισορροπίας του συστήματος πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να εκφραστεί από τη σχέση:

$${}^t\mathbf{R} - {}^t\mathbf{F} = 0 \tag{4.15}$$

όπου το διάνυσμα ${}^{t}\mathbf{R}$ είναι οι εξωτερικές επικόμβιες δράσεις στο «χρόνο» t και το διάνυσμα ${}^{t}\mathbf{F}$ τις επικόμβιες δυνάμεις που αντιστοιχούν στις τάσεις των στοιχείων στον ίδια θέση παραμόρφωσης.

Στη μη γραμμική ανάλυση η επιβολή του φορτίου συνηθίζεται να επιβάλλεται σταδιακά. Βάσει αυτής της μεθόδου επίλυσης των μη γραμμικών εξισώσεων που καλείται επαυξητική βήμα προς βήμα επίλυση θεωρεί γνωστή την λύση στο «χρόνο» t και αναζητεί την λύση στο «χρόνο» $t+\Delta t$, όπου Δt είναι μια κατάλληλα επιλεγόμενη επαύξηση του χρόνου. Επομένως, θεωρώντας την εξίσωση (4.15) για «χρόνο» $t+\Delta t$ η συνθήκη ισορροπίας είναι:

$$ {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F} = 0 \tag{4.16} $$

όπου ${}^{t+\Delta t}\mathbf{R}$ είναι το διάνυσμα των εξωτερικών δράσεων και ${}^{t+\Delta t}\mathbf{F}$ το διάνυσμα των εσωτερικών δυνάμεων που αντιστοιχούν στις εσωτερικές τάσεις των στοιχείων στο «χρόνο» t+Δt. Έστω ότι το διάνυσμα είναι ανεξάρτητο από τις παραμορφώσεις. Επειδή η λύση είναι γνωστή στο χρόνο t, ισχύει:

$$ {}^{t+\Delta t}\mathbf{F} = {}^{t}\mathbf{F} + \mathbf{F} \tag{4.17} $$

όπου $\mathbf{F}$ είναι η επαύξηση των επικόμβιων δράσεων που αντιστοιχούν στην επαύξηση των μετατοπίσεων και των τάσεων από το χρόνο t στο χρόνο $t+\Delta t$. Αυτό το διάνυσμα μπορεί να προσεγγιστεί από το εφαπτομενικό μητρώο δυσκαμψίας ${}^{t}\mathbf{K}$ το οποίο αντιστοιχεί στις γεωμετρικές συνθήκες και στις συνθήκες του υλικού στο χρόνο t:

$$ \mathbf{F} = {}^{t}\mathbf{K}\mathbf{U} \tag{4.18} $$

όπου $\mathbf{U}$ είναι ένα διάνυσμα επαυξητικών επικόμβιων μετατοπίσεων και

$$ {}^{t}\mathbf{K} = \frac{\partial\, {}^{t}\mathbf{F}}{\partial\, {}^{t}\mathbf{U}} \tag{4.19} $$

Επομένως, το εφαπτομενικό μητρώο δυσκαμψίας αντιστοιχεί στην παράγωγο των εσωτερικών επικόμβιων δράσεων ${}^{t}\mathbf{F}$ ως προς τις επικόμβιες μετατοπίσεις ${}^{t}\mathbf{U}$.

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (4.17) και (4.18) στην εξίσωση (4.16), προκύπτει:

$$ {}^{t}\mathbf{K}\mathbf{U} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t}\mathbf{F} \tag{4.20} $$

Επιλύοντας την πιο πάνω εξίσωση ως προς το $\mathbf{U}$, μπορεί να υπολογιστεί μια προσέγγιση των μετατοπίσεων στο χρόνο $t+\Delta t$:

$$ {}^{t+\Delta t}\mathbf{U} = {}^{t}\mathbf{U} + \mathbf{U} \tag{4.21} $$

Οι ακριβείς μετατοπίσεις στο χρόνο $t+\Delta t$ είναι εκείνες που αντιστοιχούν στα εφαρμοζόμενα εξωτερικά φορτία ${}^{t}\mathbf{R}$. Η εξίσωση (4.21) υπολογίζει προσεγγιστικά τις μετατοπίσεις λόγω της χρήσης της εξίσωσης (4.18).

Έχοντας υπολογίσει μια προσέγγιση των μετατοπίσεων που αντιστοιχούν στο χρόνο $t+\Delta t$, μπορούν να βρεθούν προσεγγιστικά οι τάσεις και οι αντίστοιχες εσωτερικές επικόμβιες δράσεις στο χρόνο $t+\Delta t$ και να συνεχιστεί η μεθοδολογία αυτή για το επόμενο χρονικό βήμα. Παρόλα αυτά, λόγω της παραδοχής που γίνεται στην εξίσωση (4.18), μια τέτοια λύση μπορεί να επιφέρει σημαντικά σφάλματα και ανάλογα με τα μεγέθη των χρονικών βημάτων μπορεί να είναι και ασταθής. Στην πράξη απαιτείται να γίνει μια επανάληψη μέχρι η λύση της εξίσωσης (4.16) να επιτευχθεί με σημαντική ακρίβεια.

Οι πιο γνωστές επαναληπτικές μέθοδοι στην ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία βασίζονται στην επαναληπτική μέθοδο της Newton-Raphson, η οποία παρουσιάζεται στην επόμενη ενότητα του παρόντος κεφαλαίου. Αυτή η μέθοδος είναι μια επέκταση της απλής επαυξητικής μεθόδου των εξισώσεων (4.20) και (4.21).

Οι εξισώσεις οι οποίες χρησιμοποιούνται στην επαναληπτική μέθοδο Newton-Raphson είναι, για i=1, 2, 3, …:

$$ {}^{t+\Delta t}\mathbf{K}^{(i-1)}\Delta\mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} \tag{4.22} $$

όπου i είναι ο αριθμός της τρέχουσας επανάληψης, ${}^{\tau}\mathbf{K}^{(i-1)}$ είναι το εφαπτομενικό μητρώο δυσκαμψίας και $\Delta\mathbf{U}^{(i)}$ είναι μια επαύξηση του τρέχοντος διανύσματος μετατοπίσεων:

$$ {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta\mathbf{U}^{(i)} \tag{4.23} $$

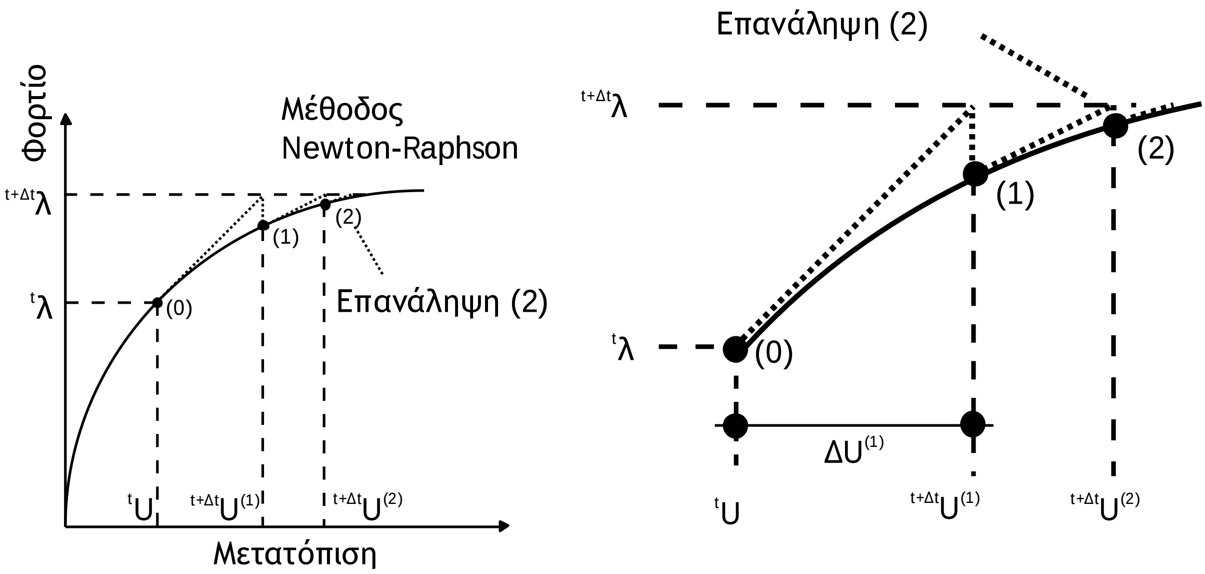
με τις αρχικές συνθήκες:

$$ {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(0)} = {}^{t}\mathbf{U},\quad {}^{t+\Delta t}\mathbf{K}^{(0)} = {}^{t}\mathbf{K},\quad {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(0)} = {}^{t}\mathbf{F} \tag{4.24} $$

Στις πιο πάνω εξισώσεις δεν αναγράφεται στα διανύσματα και τα μητρώα ο κάτω αριστερός δείκτης έτσι ώστε να μην γίνει διάκριση μεταξύ των δυο διατυπώσεων επίλυσης που αναφέρονται στην προηγούμενη παράγραφο, της ολικής διατύπωσης (Total Lagrangian Formulation ή TL) και της επαυξητικής διατύπωσης κατά Lagrange (Updated Lagrangian Formulation ή UL).

3.4.1 Διαδικασία Newton-Raphson

Η πλέον χρησιμοποιούμενη μέθοδος επίλυσης των μη γραμμικών εξισώσεων ισορροπίας προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων είναι η πλήρης Newton-Raphson που περιγράφεται στο Σχήμα 3.2 και περιγράφεται στη συνέχεια.



Σχήμα 3.2: Η μέθοδος full Newton-Raphson και μεγέθυνση στο τρέχον βήμα

Η απαίτηση για ισορροπία στο προσομοίωμα των πεπερασμένων στοιχείων απαιτεί την εύρεση της λύσης του ακόλουθου συστήματος εξισώσεων:

$$\mathbf{f}\left(\bar{\mathbf{U}}\right) = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R}\left(\bar{\mathbf{U}}\right) - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}\left(\bar{\mathbf{U}}\right) = 0 \tag{4.25}$$

όπου $\bar{\mathrm{U}}$ είναι το διάνυσμα της λύσης το οποίο μπορεί εκτός από μετατοπίσεις να περιέχει και άλλες μεταβλητές όπως πιέσεις και στροφές.

Αν υποθέσουμε ότι επιλύουμε το πρόβλημα επαναληπτικά και ότι έχουμε υπολογίσει στην επανάληψη $i-1$ το διάνυσμα ${}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)}$. Τότε αν εκφράσουμε την εξίσωση ισορροπίας (4.25) σε σειρά Taylor έχουμε τα εξής:

$$\mathbf{f}\left(\bar{\mathbf{U}}\right) = \mathbf{f}\left({}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)}\right) + \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{U}}\right]\Bigg|_{{}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)}} \left(\bar{\mathbf{U}} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)}\right) + \mathrm{O}\left(\left(\bar{\mathbf{U}} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)}\right)^2\right) \tag{4.26}$$

Αν αντικαταστήσουμε την (4.25) στην (4.26) τότε προκύπτει:

$$\left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{U}}\right]\Bigg|_{{}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)}} \left(\bar{\mathbf{U}} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)}\right) + \mathrm{O}\left(\left(\bar{\mathbf{U}} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)}\right)^2\right) = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} \tag{4.27}$$

όπου έχουμε θεωρήσει ότι τα εξωτερικά φορτία είναι ανεξάρτητα της παραμόρφωσης.

Αν αγνοήσουμε τους όρους ανώτερης τάξης στην (4.27) τότε προκύπτει:

$$ {}^{t+\Delta t}\mathbf{K}^{(i-1)}\Delta\mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} \tag{4.28} $$

όπου ${}^{t+\Delta t}\mathbf{K}^{(i-1)}$ είναι το τρέχον εφαπτομενικό μητρώο της κατασκευής.

$$ {}^{t+\Delta t}\mathbf{K}^{(i-1)} = \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{U}}\right]\Bigg|_{{}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)}} \tag{4.29} $$

ενώ η βελτιωμένη λύση είναι ίση με:

$$ {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta\mathbf{U}^{(i)} \tag{4.30} $$

Οι σχέσεις (4.28) και (4.30) αποτελούν την ουσία της διαδικασίας επίλυσης full Newton-Raphson. Επειδή η επίλυση γίνεται επαναληπτικά με βήμα Δt, οι αρχικές συνθήκες αυτής της επανάληψης είναι ${}^{t+\Delta t}\mathbf{K}^{0} = {}^{t}\mathbf{K}$, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(0)} = {}^{t}\mathbf{U}$ και ${}^{\Delta t}\mathbf{F}^{(0)} = {}^{t}\mathbf{F}$. Οι επαναλήψεις συνεχίζονται μέχρι να ικανοποιηθούν κάποια κατάλληλα κριτήρια σύγκλισης.

Τα βασικότερα κριτήρια σύγκλισης είναι τα ακόλουθα τρία:

- Κριτήριο μετατοπίσεων

$$ \frac{\left\|\Delta\mathbf{U}^{(i)}\right\|_2}{\left\|{}^{t+\Delta t}\mathbf{U}\right\|_2} \le \varepsilon_D \tag{4.31} $$

όπου σαν ${}^{t+\Delta t}\mathbf{U}$ χρησιμοποιείται η τελευταία υπολογιζόμενη τιμή ${}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i)}$ και $\left\|\ldots\right\|_2$ είναι η ευκλείδεια νόρμα.

- Κριτήριο δυνάμεων

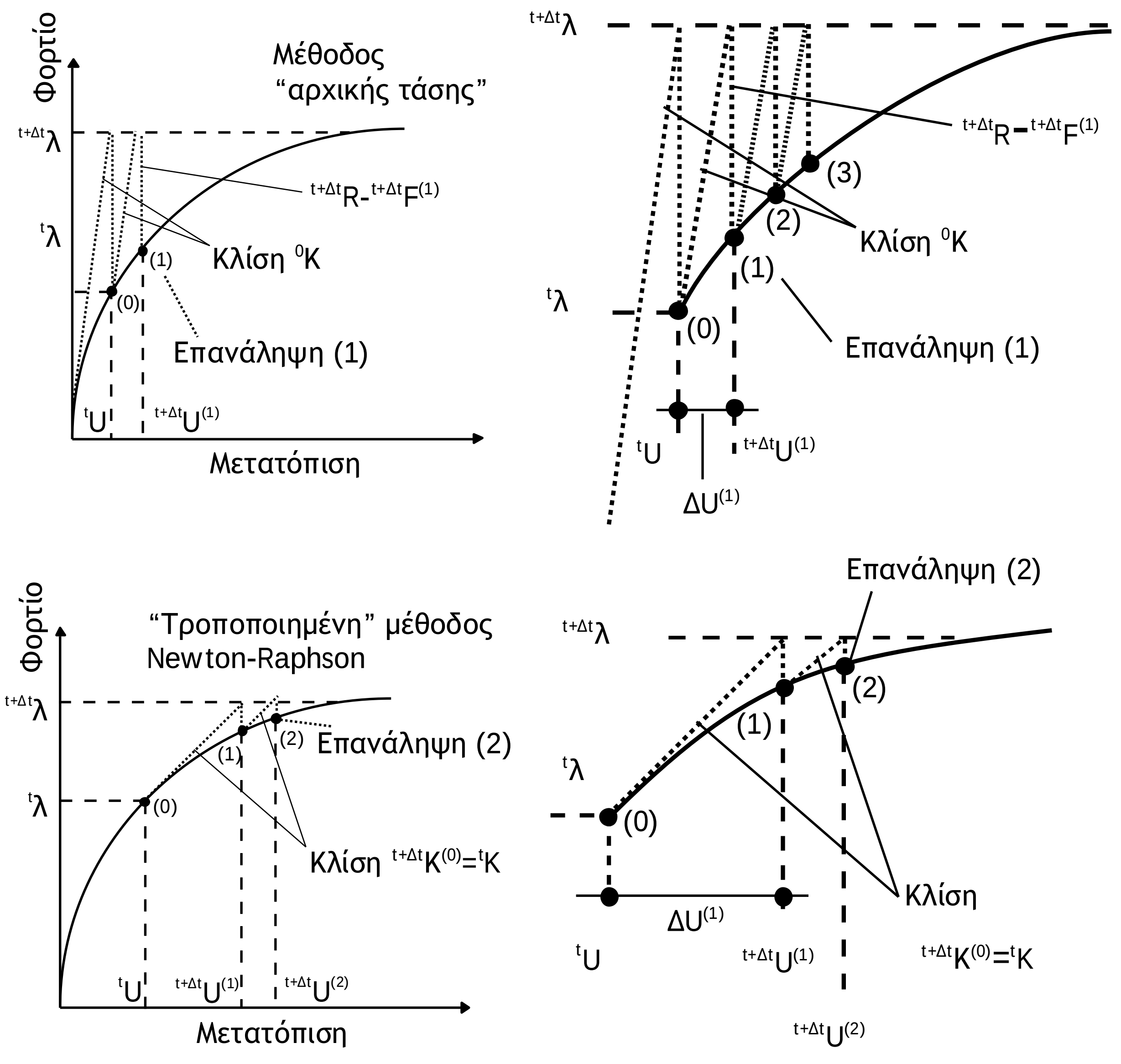
$$ \left\|{}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i)}\right\|_2 \le \varepsilon_F \left\|{}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t}\mathbf{F}\right\|_2 \tag{4.32} $$

- Κριτήριο ενέργειας

$$ \Delta\mathbf{U}^{(i)^T}\left({}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)}\right) \le \varepsilon_E\left(\Delta\mathbf{U}^{(1)^T}\left({}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t}\mathbf{F}\right)\right) \tag{4.33} $$

Στα πιο πάνω τρία κριτήρια οι σταθερές ε_D, ε_F και ε_E είναι οι ανοχές σύγκλισης και η επιλογή τους προκύπτει από την ανάγκη συμβιβασμού μεταξύ της ακρίβειας της λύσης και της οικονομίας του χρόνου ή της εφικτότητας της λύσης.

Το πιο χρονοβόρο μέρος σε μια επανάληψη της διαδικασίας Newton-Raphson αποτελεί ο υπολογισμός και η παραγοντοποίηση του εφαπτομενικού μητρώου δυσκαμψίας. Επειδή αυτοί οι υπολογισμοί μπορεί να είναι ιδιαίτερα χρονοβόροι όταν επιλύονται συστήματα μεγάλης τάξης, η χρήση μιας τροποποιημένης μορφής της πλήρους Newton-Raphson μπορεί να είναι αποδοτική. Υπάρχουν δυο τροποποιημένες μορφές της πλήρως Newton-Raphson: η μέθοδος «αρχικής τάσης» (initial stress method) και η «τροποποιημένη» Newton-Raphson (modified Newton-Raphson) [Bathe, 1996]. Σχηματικά οι δυο αυτές μέθοδοι δίνονται στο Σχήμα 3.3.



Σχήμα 3.3: Απεικόνιση των μεθόδων «αρχικής τάσης» και «τροποποιημένης» Newton-Raphson και μεγέθυνση στο τρέχον βήμα

Σύμφωνα με την μέθοδο «αρχικής τάσης», το μητρώο δυσκαμψίας υπολογίζεται μόνο μια φορά, η οποία αντιστοιχεί στην αρχική θέση του συστήματος πεπερασμένων στοιχείων. Το σύστημα εξισώσεων που πρέπει να επιλυθεί είναι το εξής:

$$ {}^{0}\mathbf{K}\Delta\mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} \qquad (4.34) $$

με τις αρχικές συνθήκες ${}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(0)} = {}^{t}\mathbf{F}$, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(0)} = {}^{t}\mathbf{U}$.

Η «τροποποιημένη» Newton-Raphson αποτελεί μια μέθοδο η οποία βρίσκεται μεταξύ της πλήρους Newton-Raphson και της μεθόδου «αρχικής τάσης». Το σύστημα που πρέπει να επιλυθεί είναι το εξής:

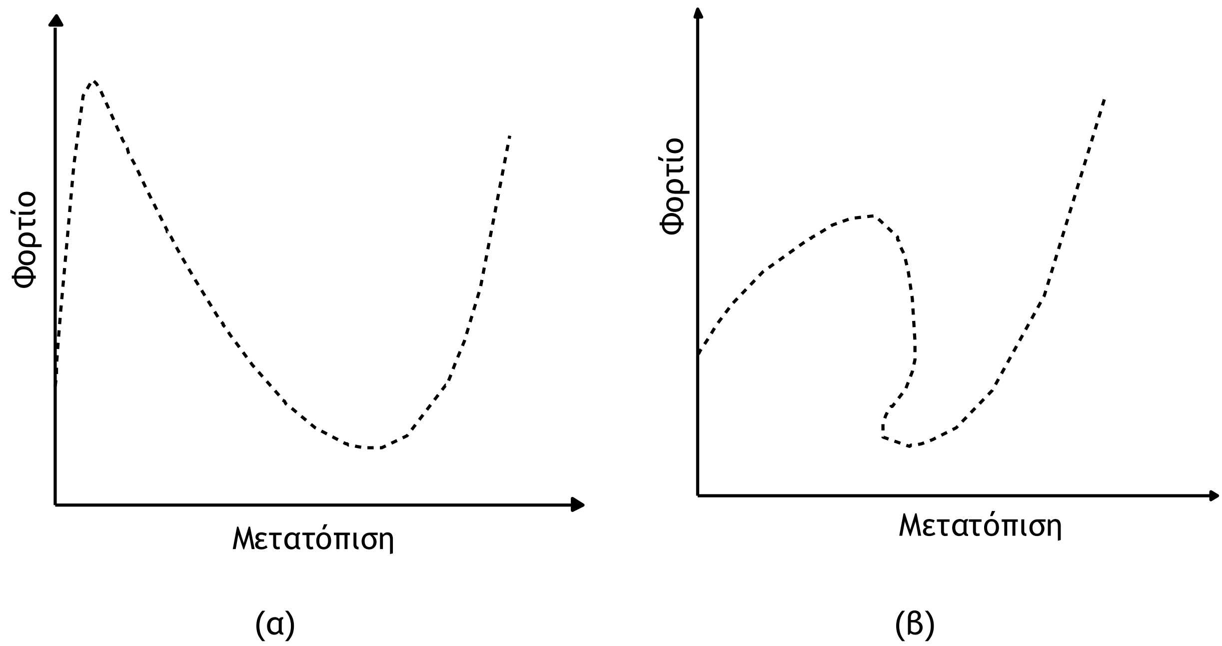
$$ {}^{\tau}\mathbf{K}\Delta\mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} \qquad (4.35) $$

με τις αρχικές συνθήκες ${}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(0)} = {}^{t}\mathbf{F}$, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(0)} = {}^{t}\mathbf{U}$ και τ που αντιστοιχεί σε μια από τις αποδεκτές θέσεις ισορροπίας στους χρόνους 0, Δt, 2Δt, …, ή t. Η «τροποποιημένη» μέθοδος Newton-Raphson απαιτεί λιγότερους ανασχηματισμούς του εφαπτομενικού μητρώου δυσκαμψίας από ότι η πλήρης Newton-Raphson. Η επιλογή της συχνότητας ανασχηματισμού του μητρώου δυσκαμψίας εξαρτάται από το βαθμό της μη γραμμικότητας του συστήματος. Όσο πιο μη γραμμική γίνεται η συμπεριφορά, τόσο πιο συχνά θα πρέπει να γίνεται ο ανασχηματισμός.

3.4.2 Η μέθοδος περιορισμού του επιβαλλόμενου φορτίου

Η μέθοδος επίλυσης με περιορισμό στο μέγεθος του επιβαλλόμενου φορτίου ή διαφορετικά η μέθοδος του μήκους τόξου (arc-length method) σκοπό έχει την υπερπήδηση οριακών σημείων ισορροπίας (τοπικά μέγιστα ή τοπικά ελάχιστα φορτία – βλέπε Σχήμα 3.4). Πριν από την εισαγωγή αυτής της μεθόδου, οι αναλυτές χρησιμοποιούσαν είτε τεχνητά ελατήρια για αύξηση της δυσκαμψίας ώστε να αποφεύγονται τα οριακά σημεία, είτε εφάρμοζαν αντί για ανάλυση με έλεγχο φορτίου ανάλυση με έλεγχο μετατοπίσεων που έχει όμως το μειονέκτημα ότι πρέπει να καθοριστεί εκ των προτέρων το σχήμα της παραμόρφωσης.

Η χρήση τέτοιων μεθόδων είναι ιδιαίτερα σημαντική ιδιαίτερα σε λεπτότοιχες κατασκευές όπου τα φαινόμενα τοπικού λυγισμού είναι πολύ συχνά διότι παρέχει πολύ σημαντικές πληροφορίες για τα χαρακτηριστικά της συμπεριφοράς των κατασκευών. Εκτός από τον υπολογισμό των μέγιστων φορτίων που μπορεί να παραλάβει μια κατασκευή, η κλίση του μεταλυγισμικού κλάδου μπορεί να δώσει μια ένδειξη για την μεταλυγισμική αντοχή της. Ένας ανοδικός μεταλυγισμικός κλάδος υποδηλώνει ότι η κατασκευή μετά το λυγισμό μπορεί να παραλάβει και άλλα φορτία με σημαντική πιθανώς αύξηση των μετατοπίσεων της. Από την άλλη πλευρά, ένας καθοδικός κλάδος ισορροπίας υποδηλώνει την ανεπάρκεια της κατασκευής να παραλάβει άλλα φορτία. Επιπλέον, η μορφή αστοχίας η γνώση της οποίας είναι σημαντική αρχίζει να γίνεται πιο προφανής σε προχωρημένες θέσεις του μεταλυγισμικού κλάδου όπου έχουν προλάβει να αναπτυχθούν σημαντικές μετακινήσεις.



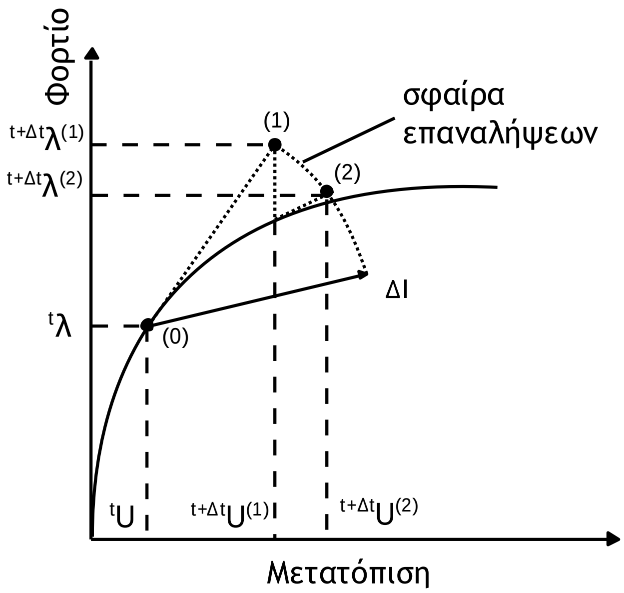
Σχήμα 3.4: Τυπικοί μη γραμμικοί δρόμοι ισορροπίας (Snap-through (α) και Snap-back (β))

Πιο κάτω δίνονται κάποια βασικά στοιχεία της μεθόδου μήκους τόξου τα οποία στηρίζονται σε σύγγραμμα του Criesfield [Crisfield, 1991]. Κατά την πάροδο των χρόνων έχουν υπάρξει διάφορες εκδοχές αυτής της μεθόδου, οι οποίες είναι γνωστές και ως «μέθοδοι συνέχειας» (continuation methods). Σχηματικά η μέθοδος μήκους τόξου δίνεται στο Σχήμα 3.5.

Ως αφετηρία της μεθόδου αυτής έχουμε τις μη γραμμικές εξισώσεις ισορροπίας υπό τη μορφή:

$$\mathbf{G}(\mathbf{U},\lambda) = {}^{t+\Delta t}\lambda\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}\left({}^{t+\Delta t}\mathbf{U}\right) = 0 \tag{4.36}$$

όπου **R** είναι το διάνυσμα της εξωτερικής φόρτισης, ${}^{t+\Delta t}\lambda$ είναι ένας συντελεστής φόρτισης τη χρονική στιγμή $t+\Delta t$, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{F}$ είναι το διάνυσμα των ισοδύναμων εσωτερικών δράσεων και ${}^{t+\Delta t}\mathbf{U}$ είναι το διάνυσμα των μετατοπίσεων.



Σχήμα 3.5: Η μέθοδος σφαιρικού τόξου του Crisfield για μη γραμμικά προβλήματα

Σε μια μη γραμμική ανάλυση με σταδιακή αύξηση του φορτίου, η ανάλυση θα συναντούσε δυσκολίες κοντά στο οριακό σημείο, αφού σε αυτή την περιοχή δεν θα υπήρχε θέση ισορροπίας που να αντιστοιχεί στο επόμενο επίπεδο φόρτισης. Με τη μέθοδο του μήκους τόξου επιδιώκεται η εύρεση της διασταύρωσης των εξισώσεων ισορροπίας (4.36) με ένα σταθερό μήκος τόξου S το οποίο ορίζεται σαν:

$$S=\int dS \tag{4.37}$$

$$dS=\sqrt{d\mathbf{U}^{T}d\mathbf{U}+d\lambda^{2}\psi^{2}\mathbf{R}^{T}\mathbf{R}} \tag{4.38}$$

όπου d**U** είναι η διαφορική μεταβολή των μετατοπίσεων, dλ είναι η διαφορική μεταβολή του συντελεστή φόρτισης και ψ είναι ένας συντελεστής κλίμακας (scaling parameter).

Σε μια επαυξητική μορφή επίλυσης του μη γραμμικού προβλήματος, η διαφορική εξίσωση (4.38) μπορεί να αντικατασταθεί από μια επαυξητική εξίσωση της μορφής:

$$\alpha=\mathbf{U}^{(i)T}\mathbf{U}^{(i)}+\left[\left({}^{t+\Delta t}\lambda^{(i-1)}-{}^{t}\lambda\right)+\Delta\lambda^{(i)}\right]^{2}\psi^{2}\mathbf{R}^{T}\mathbf{R}-\Delta l^{2}=0 \tag{4.39}$$

όπου Δl είναι μια σταθερή «ακτίνα» της επιθυμητής διασταύρωσης με το δρόμο ισορροπίας, η οποία αποτελεί μια προσέγγιση του επαυξητικού μήκους τόξου, $\mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i)} - {}^{t}\mathbf{U}$ είναι η επαυξητική μεταβολή της μετατόπισης στην επανάληψη i του τρέχοντος βήματος και $\Delta\lambda^{(i)}$ είναι η μεταβολή του συντελεστή φόρτισης στην επανάληψη i του τρέχοντος βήματος.

Με την εισαγωγή της εξίσωσης (4.39), ο αριθμός των N άγνωστων μετατοπίσεων αυξάνεται σε $N+1$, όπου ο επιπρόσθετος άγνωστος είναι η μεταβολή του συντελεστή φόρτισης $\Delta\lambda^{(i)}$. Αν αναπτύξουμε τις εξισώσεις (4.36) και (4.39) σε σειρά Taylor, σύμφωνα με τους Riks [Riks, 1979], [Riks, 1972] και τον Wempner [Wempner, 1971], ως προς την εκτιμούμενη θέση ισορροπίας της προηγούμενης επανάληψης $i-1$ και κρατήσουμε τους όρους μέχρι πρώτης τάξης, έχουμε τα εξής:

$$\mathbf{G}^{(i)} = \mathbf{G}^{(i-1)} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{U}}\delta\mathbf{U} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \lambda}\delta\lambda = \mathbf{G}^{(i-1)} + \mathbf{K_t}\Delta\mathbf{U}^{(i)} - \mathbf{R}\Delta\lambda^{(i)} = 0 \tag{4.40}$$

$$\alpha^{(i)} = \alpha^{(i-1)} + 2\mathbf{U}^{(i-1)T}\Delta\mathbf{U}^{(i)} + 2\left[\left({}^{t+\Delta t}\lambda^{(i-1)} - {}^{t}\lambda\right)\right]^{T}\Delta\lambda^{(i)}\psi^2\mathbf{R}^T\mathbf{R} = 0 \tag{4.41}$$

Οι εξισώσεις (4.39) μπορούν να συνδυαστούν και να δώσουν την λύση για τα $\mathbf{\Delta U}^{(i)}$ και $\Delta\lambda^{(i)}$:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\mathbf{U}^{(i)} \\ \Delta\lambda^{(i)} \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{K_t} & -\mathbf{R} \\ 2\Delta\mathbf{U}^{(i-1)T} & 2\left[\left({}^{t+\Delta t}\lambda^{(i-1)} - {}^{t}\lambda\right)\right]^{T}\psi^2\mathbf{R}^T\mathbf{R} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{G}^{(i-1)} \\ \alpha^{(i-1)} \end{Bmatrix} \tag{4.42}$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι το επαυξημένο μητρώο δυσκαμψίας της εξίσωσης (4.42), σε αντίθεση με το μητρώο $\mathbf{K_t}$, δεν είναι ούτε συμμετρικό ούτε καλά δομημένο (banded).

3.4.2.1 Η μέθοδος του «σφαιρικού μήκους τόξου»

Αντί της επίλυσης του συστήματος (4.42), οι Batoz και Dhatt [Batoz and Dhatt, 1979] εισήγαγαν ένα διαφορετικό τρόπο επίλυσης του προβλήματος. Σύμφωνα με αυτήν, η επαναληπτική επαύξηση $\Delta U^{(i)}$ χωρίζεται σε δυο μέρη.

$$\Delta\mathbf{U}^{(i)} = -\mathbf{K_t}^{-1}\left(\mathbf{G}^{(i-1)}\left({}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)}, {}^{t+\Delta t}\lambda^{(i-1)}\right) - \Delta\lambda^{(i)}\mathbf{R}\right) \tag{4.43}$$

$$\Delta\mathbf{U}^{(i)} = -\mathbf{K_t}^{-1}\mathbf{G}^{(i-1)}\left({}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)}, {}^{t+\Delta t}\lambda^{(i-1)}\right) + \Delta\lambda^{(i)}\mathbf{K_t}^{-1}\mathbf{R} = \mathbf{\Delta\bar{U}}^{(i)} + \Delta\lambda^{(i)}\Delta\bar{\bar{\mathbf{U}}}^{(i)} \tag{4.44}$$

όπου $G^{(0)} = 0$ επειδή αντιστοιχεί στην θέση ισορροπίας του προηγούμενου βήματος.

Το επαναληπτικό επαυξητικό διάνυσμα μετατοπίσεων έχει τη μορφή:

$$\mathbf{U}^{(i)} = \mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta\overline{\mathbf{U}}^{(i)} + \Delta\lambda^{(i)}\Delta\overline{\overline{\mathbf{U}}}^{(i)} \tag{4.45}$$

όπου $\mathbf{U}^{(0)} = 0$

Αν τώρα εισάγουμε τις επαναληπτικές επαυξητικές μετατοπίσεις της εξίσωσης (4.45) στην εξίσωση περιορισμού του φορτίου (4.39) προκύπτει μια εξίσωση δευτέρας τάξεως:

$$\alpha_1\left(\Delta\lambda^{(i)}\right)^2 + \alpha_2\Delta\lambda^{(i)} + \alpha_3 = 0 \tag{4.46}$$

όπου

$$\alpha_1 = \Delta\overline{\overline{\mathbf{U}}}^{(i)T}\Delta\overline{\overline{\mathbf{U}}}^{(i)} + \psi^2\mathbf{R}^T\mathbf{R} \tag{4.47}$$

$$\alpha_2 = 2\Delta\overline{\overline{\mathbf{U}}}^{(i)}\left(\mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta\overline{\mathbf{U}}^{(i)}\right) + 2\left({}^{t+\Delta t}\lambda^{(i-1)} - {}^{t}\lambda\right)\psi^2\mathbf{R}^T\mathbf{R} \tag{4.48}$$

$$\alpha_3 = \left(\mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta\overline{\mathbf{U}}^{(i)}\right)^T\left(\mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta\overline{\mathbf{U}}^{(i)}\right) - \Delta l^2 + \left({}^{t+\Delta t}\lambda^{(i-1)} - {}^{t}\lambda\right)^2\psi^2\mathbf{R}^T\mathbf{R} \tag{4.49}$$

Από την επίλυση της εξίσωσης (4.46) προκύπτει η μεταβολή του συντελεστή φόρτισης στην επανάληψη i. Σε αντίθεση με την επίλυση του προβλήματος μέσω της σχέσης (4.42), η τεχνική αυτή απαιτεί τον υπολογισμό του αντίστροφου πίνακα του εφαπτομενικού μητρώου $\mathbf{K}_t$. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το εφαπτομενικό μητρώο δεν μπορεί να αντιστραφεί εφόσον σε κάποια από τις επαναλήψεις ο αλγόριθμος βρει με «απόλυτη» ακρίβεια το οριακό σημείο. Στην πράξη αυτό δεν συμβαίνει διότι ο αλγόριθμος προσεγγίζει μεν με ικανοποιητική ακρίβεια, αλλά δεν βρίσκει κατά απόλυτο τρόπο το οριακό σημείο.

3.4.2.2 Η μέθοδος του «κυλινδρικού μήκους τόξου»

Η μέθοδος του κυλινδρικού μήκους τόξου είναι μια απλοποιητική εκδοχή της μεθόδου του «σφαιρικού μήκους τόξου», στην οποία ο συντελεστής ψ λαμβάνει την τιμή μηδέν [Crisfield, 1991]. Συνεπώς, η μεταβολή του συντελεστή φόρτισης $\Delta\lambda^{(i)}$ στην επανάληψη i δίνεται από τις σχέσεις:

$$\alpha_1\left(\Delta\lambda^{(i)}\right)^2 + \alpha_2\Delta\lambda^{(i)} + \alpha_3 = 0 \tag{4.50}$$

όπου

$$\alpha_1 = \Delta\bar{\bar{\mathbf{U}}}^{(i)T}\Delta\bar{\bar{\mathbf{U}}}^{(i)} \tag{4.51}$$

$$\alpha_2 = 2\Delta\bar{\bar{\mathbf{U}}}^{(i)}\left(\mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta\bar{\mathbf{U}}^{(i)}\right) \tag{4.52}$$

$$\alpha_3 = \left(\mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta\bar{\mathbf{U}}^{(i)}\right)^T\left(\mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta\bar{\mathbf{U}}^{(i)}\right) - \Delta l^2 \tag{4.53}$$

Η επίλυση της εξίσωσης (4.50) δίνει δυο ρίζες, από τις οποίες μόνο η μια είναι η κατάλληλη. Αρχικά θα πρέπει να υπολογιστούν οι δυο ρίζες $\Delta\lambda_1^{(i)}$, $\Delta\lambda_2^{(i)}$ και οι αντίστοιχες επαναληπτικές επαυξητικές μετατοπίσεις:

$$\mathbf{U}_1^{(i)} = \mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta\bar{\mathbf{U}}^{(i)} + \Delta\lambda_1^{(i)}\Delta\bar{\bar{\mathbf{U}}}^{(i)} \tag{4.54}$$

$$\mathbf{U}_2^{(i)} = \mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta\bar{\mathbf{U}}^{(i)} + \Delta\lambda_2^{(i)}\Delta\bar{\bar{\mathbf{U}}}^{(i)} \tag{4.55}$$

Ακολούθως υπολογίζουμε τα ακόλουθα συνημίτονα για κάθε λύση:

$$\cos\theta = \frac{\left(\mathbf{U}^{(i-1)}\right)^T\mathbf{U}^{(i)}}{\Delta l^2} = \frac{\left(\mathbf{U}^{(i-1)}\right)^T\left(\mathbf{U}^{(i-1)} + \mathbf{\Delta}\bar{\mathbf{U}}^{(i)}\right)}{\Delta l^2} + \Delta\lambda_1^{(i)}\frac{\left(\mathbf{U}^{(i-1)}\right)^T\Delta\bar{\bar{\mathbf{U}}}^{(i)}}{\Delta l^2} \tag{4.56}$$

Η κατάλληλη λύση είναι εκείνη για την οποία η ποσότητα cosθ λαμβάνει την μεγαλύτερη τιμή. Σε περίπτωση όπου η εξίσωση (4.50) δώσει δυο μιγαδικές λύσεις, τότε θα πρέπει να μειωθεί το μήκος τόξου. Η μείωση αυτή μπορεί να γίνει με τη βοήθεια της επόμενης σχέσης:

$$0.1 \leq \frac{\Delta l^{(i)}}{\Delta l^{(i-1)}} = \frac{\beta_d}{\beta} \leq 0.5 \tag{4.57}$$

όπου β είναι ένας συντελεστής σύγκλισης $(0.001 - 0.01)$ και β_d είναι ο επιθυμητός συντελεστής σύγκλισης.

3.4.2.3 Αυτόματη μεταβολή φορτίου

Για την αυτόματη μεταβολή του φορτίου έχουν προταθεί διάφορες διαδικασίες ([Den Heijer and Rheinboldt, 1981], [Schmidt, 1978], [Bergan and Soreide, 1978], [Bergan and Soreide, 1973], [Crisfield, 1981], [Ramm, 1981], [Ramm, 1982]). Οι Den Heijer και Rheinboldt [Den Heijer and Rheinboldt, 1981] έχουν συσχετίσει το μέγεθος της μεταβολής με την καμπυλότητα του μη γραμμικού δρόμου ισορροπίας, ενώ ο Bergan και οι συνεργάτες του ([Bergan and Soreide, 1978], [Bergan, 1980], [Dennis and More, 1977]) έχουν προτείνει μια διαδικασία βασιζόμενη σε μια παράμετρο η οποία καλείται «παράμετρος τρέχουσας δυσκαμψίας» (current stiffness parameter).

Σύμφωνα με τον Crisfield [Crisfield, 1981], το μέγεθος του μήκους τόξου στην επόμενη επανάληψη συσχετίζεται με το μέγεθος του μήκους τόξου στην τρέχουσα επανάληψη μέσω της σχέσης:

$$\Delta l^{(i)} = \Delta l^{(i-1)} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^{1/2} \tag{4.58}$$

όπου N_1 είναι ο βέλτιστος ή ο επιθυμητός αριθμός επαναλήψεων (π.χ. 3) και N_2 είναι ο αριθμός των επαναλήψεων που απαιτήθηκαν στο προηγούμενο βήμα.

3.5 Ανάλυση γραμμικού λυγισμού

Η ανάλυση γραμμικού λυγισμού είναι μια σχετικά απλή ανάλυση τουλάχιστον από πλευράς υπολογιστικού φόρτου. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού τα οποία λαμβάνονται από μια τέτοια ανάλυση δεν είναι στις πλείστες των περιπτώσεις ασφαλείς προβλέψεις της αντοχής. Παρόλα αυτά, τέτοιου είδους ανάλυση μπορεί να προηγηθεί μιας πιο ακριβούς μη γραμμικής ανάλυσης για διάφορους λόγους: (i) Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού τα οποία προκύπτουν από γραμμικές αναλύσεις λυγισμού αποτελούν μια πρώτη ένδειξη και συνήθως ένα άνω όριο της πραγματικής αντοχής. Λαμβάνοντας υπόψη ότι είναι μια πολύ γρήγορη ανάλυση, μπορεί να αποτελέσει ένα χρήσιμο εργαλείο για την αξιολόγηση διάφορων εναλλακτικών λύσεων σε προκαταρκτικό στάδιο, προτού χρησιμοποιηθούν σε πιο χρονοβόρες μη γραμμικές αναλύσεις. (ii) Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού συνήθως χρειάζονται για τον υπολογισμό αδιάστατων λυγηροτήτων οι οποίες απαιτούνται σε συνάρτηση με διάφορες καμπύλες λυγισμού που δίνονται σε κανονισμούς σχεδιασμού. (iii) Έχει βρεθεί ότι η ανάλυση λυγισμού μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη θέση μιας γεωμετρικώς μη γραμμικής ανάλυσης για τον υπολογισμό του μη γραμμικού φορτίου λυγισμού ενός αριθμού κατασκευών με την διεξαγωγή ενός αριθμού διαδοχικών αναλύσεων λυγισμού στην απροφόρτιστη και σε κάποιες προφορτισμένες θέσεις ισορροπίας της κατασκευής [Chang and Chen, 1986]. (iv) Οι ιδιομορφές που προκύπτουν από γραμμικές αναλύσεις λυγισμού συνηθίζεται να χρησιμοποιούνται σαν αρχικές ατέλειες σε πλήρως μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού. Τέτοιες ατέλειες είναι χρήσιμες στο να διεγείρουν όλους τους πιθανούς μηχανισμούς αστοχίας και στο να διασφαλιστεί ότι ο κρίσιμος μηχανισμός αστοχίας εντοπίζεται από τον αλγόριθμο αριθμητικής ανάλυσης.

Στο σημείο κατάρρευσης μιας κατασκευής, το εφαπτομενικό μητρώο δυσκαμψίας είναι αόριστο. Η συνθήκη ευστάθειας της κατασκευής τότε είναι:

$$\det\left({}_0^t\mathbf{K}_T\right) = \det\left({}_0^t\mathbf{K}_0 + {}_0^t\mathbf{K}_u + {}_0^t\mathbf{K}_g\right) = 0 \tag{4.59}$$

Σύμφωνα με τα [Brendel and Ramm, 1980] και [Wriggers, Onate and Wriggers, 2001], μπορούν να οριστούν τα δυο ακόλουθα προβλήματα λυγισμού:

$$\left({}_0^t\mathbf{K}_0 + {}_0^t\mathbf{K}_u + {}^t\lambda\,{}_0^t\mathbf{K}_g\right)\phi_i = 0 \tag{4.60}$$

$$\left({}_0^t\mathbf{K}_0 + {}^t\lambda\left({}_0^t\mathbf{K}_u + {}_0^t\mathbf{K}_g\right)\right)\phi_i = 0 \tag{4.61}$$

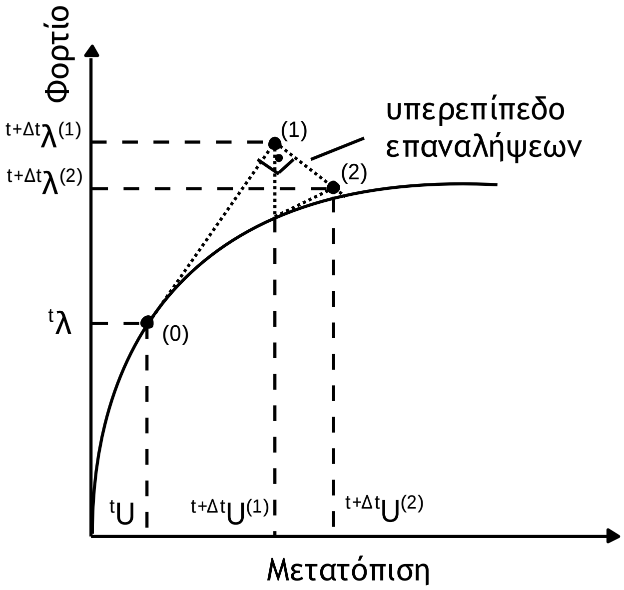
τα οποία διαφέρουν το ένα από το άλλο ως προς τον τρόπο που η παράμετρος ${}^t\lambda$ του φορτίου λυγισμού ${}^t\lambda\,{}^t\mathbf{R}$ συσχετίζεται με τα στοιχεία του εφαπτομενικού μητρώου δυσκαμψίας. Στις πιο πάνω εξισώσεις το ϕ_i χαρακτηρίζει την i^{th} μορφή λυγισμού.

Εάν το μητρώο αρχικών μετατοπίσεων ${}_0^t\mathbf{K}_u$ παραληφθεί από τα δυο μη γραμμικά προβλήματα λυγισμού, τότε προκύπτει το κλασσικό πρόβλημα λυγισμού:

$$\left({}_0^t\mathbf{K}_0 + {}^t\lambda\,{}_0^t\mathbf{K}_g\right)\phi_i = 0 \tag{4.62}$$

3.6 Μη γραμμική ανάλυση και γραμμικός λυγισμός με δυο εμπορικά προγράμματα

Στις προηγούμενες παραγράφους παρουσιάστηκαν τα βασικά στοιχεία της μεθόδου Newton-Raphson και των μεθόδων συνέχειας (continuation methods), οι οποίες με την εισαγωγή μιας επιπλέον εξίσωσης που δεσμεύει το μέγεθος της επιτρεπόμενης μεταβολής του συντελεστή φόρτισης, μπορούν να υπερπηδήσουν οριακά σημεία και να υπολογίσουν μεταλυγισμικούς κλάδους ισορροπίας. Η πρώτη εκδοχή αυτών των μεθόδων έχει προέλθει από τους Riks [Riks, 1979] και Wempner [Wempner, 1971], βάσει της οποίας οι επαναλήψεις της μεθόδου Newton-Raphson κείνται σε ένα υπερ-επίπεδο κάθετο στο εφαπτομενικό υπερ-επίπεδο του προηγούμενου σημείου ισορροπίας. Αυτή η ιδέα ήταν αρκετά επιτυχημένη και η σύγκλιση ήταν διασφαλισμένη, υπό την προϋπόθεση ότι το αρχικό βήμα κατά το εφαπτομενικό υπερ-επίπεδο δεν είναι αρκετά μεγάλο. Την επόμενη σημαντική εκδοχή των μεθόδων συνέχειας αποτέλεσε η τροποποιημένη μέθοδος Riks-Wempner, η οποία προτάθηκε από τον Crisfield [Crisfield, 1981]. Σε αντίθεση με την μέθοδο Riks-Wempner, η τροποποιημένη μέθοδος διασφαλίζει ότι οι επαναλήψεις κείνται επί μιας «σφαίρας» αντί ενός «υπερ-επιπέδου». Η τροποποίηση αυτή αυξάνει όχι μόνο την αξιοπιστία της μεθόδου, αλλά και την αποδοτικότητά της, αφού μπορεί να υπάρξει σύγκλιση και με μεγαλύτερα βήματα κατά μήκος της αρχικής εφαπτομενικής διεύθυνσης.



Σχήμα 3.6: Η μέθοδος Riks-Wempner για μη γραμμικά προβλήματα

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι αλγόριθμοι επίλυσης των μη γραμμικών εξισώσεων ισορροπίας που χρησιμοποιούνται σε δυο διαθέσιμα εμπορικά προγράμματα, το ADINA και το ABAQUS. Το ADINA χρησιμοποιεί μια εκδοχή του «σφαιρικού» μήκους τόξου σε συνδυασμό με μια μέθοδο της επαύξησης του εξωτερικού έργου (βλ. Σχήμα 3.5). Το ABAQUS χρησιμοποιεί μια εκδοχή του «κάθετου» στο εφαπτομενικό επίπεδο επιπέδου του προηγούμενου σημείου ισορροπίας (βλ. Σχήμα 3.6).

3.6.1 Ανάλυση κατάρρευσης (Collapse Analysis) του ADINA

Οι πληροφορίες οι οποίες περιέχονται σε αυτή την ενότητα στηρίζονται στο άρθρο των [Bathe and Dvorkin, 1983].

Θεωρείται ότι η κατασκευή υποβάλλεται σε ένα φορτίο αναφοράς **R** το οποίο αυξάνεται στο βήμα $t+\Delta t$ στο φορτίο ${}^{t+\Delta t}\lambda\mathbf{R}$ όπου ${}^{t+\Delta t}\lambda$ είναι ένας συντελεστής φορτίου ο οποίος ρυθμίζει το μέγεθος της φόρτισης. Τότε η εξίσωση (4.22) λαμβάνει τη μορφή:

$$ {}^{\tau}\mathbf{K}^{(i-1)}\Delta\mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\lambda\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} \tag{4.63} $$

Το βασικό ζητούμενο είναι η αυτόματη επιλογή του συντελεστή φορτίου λ και η συνεπακόλουθη επανάληψη μέσα στο τρέχον βήμα για το συγκεκριμένο φορτίο. Η ανάγκη για διόρθωση του επιβαλλόμενου φορτίου σε κάθε επανάληψη οδηγεί στην εξής διατύπωση της εξίσωσης ισορροπίας:

$$ {}^{\tau}\mathbf{K}^{(i-1)}\Delta\mathbf{U}^{(i)} = \left({}^{t+\Delta t}\lambda^{(i-1)} + \Delta\lambda^{(i)} \right)\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} \tag{4.64} $$

Για την εύρεση της μεταβολής του συντελεστή φορτίου $\Delta\lambda^{(i)}$ θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί μια επιπλέον εξίσωση της μορφής:

$$ f\left(\Delta\lambda^{(i)}, \Delta\mathbf{U}^{(i)}\right) = 0 \tag{4.65} $$

Η εξίσωση αυτή μπορεί να πάρει διάφορες μορφές.

Για τις περιοχές μακριά από οριακά σημεία χρησιμοποιείται η τεχνική του σταθερού σφαιρικού μήκους τόξου. Η μορφή της εξίσωσης τότε είναι:

$$ \left[\left({}^{t+\Delta t}\lambda^{(i-1)} - {}^{t}\lambda \right) + \Delta\lambda^{(i)}\right]^2 + \mathbf{U}^{(i)T}\mathbf{U}^{(i)} = \Delta l^2 \tag{4.66} $$

$$ \mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i)} - {}^{t}\mathbf{U} \tag{4.67} $$

όπου Δl είναι το μήκος τόξου.

Κοντά στα οριακά σημεία χρησιμοποιείται η μέθοδος της επαύξησης του εξωτερικού έργου. Σε αυτή την περίπτωση η εξίσωση (4.65) είναι για την πρώτη επανάληψη

$$ \left({}^{t}\lambda + \frac{1}{2}\Delta\lambda^{(i)} \right)\mathbf{R}^{T}\Delta\mathbf{U}^{(i)} = W \tag{4.68} $$

και για τις επόμενες επαναλήψεις

$$ \left({}^{t+\Delta t}\lambda^{(i-1)} + \frac{1}{2}\Delta\lambda^{(i)} \right)\mathbf{R}^{T}\Delta\mathbf{U}^{(i)} = 0 \tag{4.69} $$

όπου W είναι το μέγεθος του εξωτερικού έργου στο τρέχον βήμα (θετικό ή αρνητικό).

Πριν την έναρξη της ανάλυσης, θα πρέπει να δοθούν τα εξής τρία δεδομένα:

- Το φορτίο αναφοράς $\mathbf{R}$.

- Μια μετακίνηση σε ένα κόμβο ${}^{\Delta t}\mathbf{U}_{\mathbf{k}}^{*}$ η οποία αντιστοιχεί στο πρώτο επίπεδο φόρτισης ${}^{\Delta t}\lambda$. Η μετακίνηση αυτή πρέπει να έχει κατάλληλο πρόσημο σύμφωνα με την αναμενόμενη φορά παραμόρφωσης. Επιπλέον, πρέπει να έχει τέτοιο μέγεθος που να μην υπερβαίνει την κρίσιμη τιμή στην οποία παρουσιάζεται η οποιαδήποτε αστάθεια.
- Μια σταθερά α η οποία περιορίζει το μέγεθος της οποιαδήποτε μεταβολής φορτίου ανά βήμα αφού ο αλγόριθμος φροντίζει ώστε να ισχύει:

$$\|\mathbf{U}\| \leq \alpha \left\| {}^{\Delta t}\mathbf{U} \right\| \tag{4.70}$$

όπου $\mathbf{U}$ είναι η επαύξηση των μετατοπίσεων σε οποιοδήποτε βήμα και ${}^{\Delta t}\mathbf{U}$ είναι οι μετατοπίσεις οι οποίες αντιστοιχούν στο χρόνο Δt. Σημειώνεται ότι όσο πιο μικρή είναι η σταθερά α τόσο πιο μεγαλύτερη είναι η πυκνότητα των σημείων ισορροπίας που υπολογίζονται από το πρόγραμμα.

Για την εύρεση της θέσης ισορροπίας στο χρόνο Δt ισχύουν τα εξής:

$${}^{0}\mathbf{K}\Delta\mathbf{U}^{(i)} = \left({}^{\Delta t}\lambda^{(i-1)} + \Delta\lambda^{(i)}\right)\mathbf{R} - {}^{\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} \tag{4.71}$$

όπου

$${}^{\Delta t}\lambda^{0} = 0;\ {}^{\Delta t}\mathbf{F}^{(0)} = 0 \tag{4.72}$$

Για $i = 1$ λαμβάνουμε:

$${}^{0}\mathbf{K}\Delta\mathbf{U}^{(1)} = \mathbf{R} \tag{4.73}$$

$${}^{\Delta t}\lambda^{(1)} = \frac{{}^{\Delta t}\mathbf{U}_{\mathbf{k}}^{*}}{\Delta\mathbf{U}_{\mathbf{k}}^{(1)}};\ {}^{\Delta t}\mathbf{U}^{(1)} = {}^{\Delta t}\lambda^{(1)}\Delta\mathbf{U}^{(1)} \tag{4.74}$$

Τότε για $i = 2,3,\ldots$ χρησιμοποιούμε δυο εξισώσεις αντί για την εξίσωση (4.71):

$${}^{0}\mathbf{K}\Delta\overline{\mathbf{U}}^{(i)} = {}^{\Delta t}\lambda^{(i-1)}\mathbf{R} - {}^{\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} \tag{4.75}$$

$${}^{0}\mathbf{K}\Delta\overline{\overline{\mathbf{U}}}^{(i)} = \Delta\lambda^{(i)}\mathbf{R} \tag{4.76}$$

όπου $\Delta\overline{\overline{\mathbf{U}}}^{(i)} = \Delta\lambda^{(i)}\Delta\mathbf{U}^{(1)}$. Επειδή επιβάλλεται η μετατόπιση στο βαθμό ελευθερίας k έχουμε τη συνθήκη:

$$\Delta\lambda^{(i)} = \frac{\Delta\overline{\mathbf{U}}_{\mathbf{k}}^{(i)}}{\Delta\mathbf{U}_{\mathbf{k}}^{(1)}} \tag{4.77}$$

και ακολούθως

$$^{\Delta t}\lambda^{(i)} = {}^{\Delta t}\lambda^{(i-1)} + \Delta\lambda^{(i)} \tag{4.78}$$

$$^{\Delta t}\mathbf{U}^{(i)} = {}^{\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta\mathbf{U}^{(i)} \tag{4.79}$$

$$\Delta\mathbf{U}^{(i)} = \Delta\overline{\mathbf{U}}^{(i)} + \Delta\overline{\overline{\mathbf{U}}}^{(i)} = \Delta\overline{\mathbf{U}}^{(i)} + \Delta\lambda^{(i)}\Delta\mathbf{U}^{(1)} \tag{4.80}$$

Η επανάληψη θεωρείται ότι έχει συγκλίνει εφόσον ικανοποιείται η εξής ανισότητα:

$$\frac{\Delta\mathbf{U}^{(i)T}\left({}^{\Delta t}\lambda^{(i-1)}\mathbf{R} - {}^{\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)}\right)}{\Delta\mathbf{U}^{(1)T}\left({}^{\Delta t}\lambda^{(1)}\mathbf{R}\right)} \leq \mathrm{ETOL} \tag{4.81}$$

όπου ETOL είναι ένας συντελεστής ανοχής.

Για την εύρεση της θέσης ισορροπίας στους χρόνους $2\Delta t$, $3\Delta t$, $4\Delta t, \ldots$ ισχύουν τα εξής:

Στην αρχή κάθε βήματος υπολογίζεται το μήκος τόξου Δl από τη σχέση:

$$\Delta l = \beta\sqrt{\mathbf{U}^T\mathbf{U} + \lambda^2} \tag{4.82}$$

όπου $\mathbf{U} = {}^{t}\mathbf{U} - {}^{t-\Delta t}\mathbf{U}; \lambda = {}^{t}\lambda - {}^{t-\Delta t}\lambda$ και β είναι μια σταθερά η οποία διαβαθμίζει το προηγούμενο μήκος τόξου σε ένα κατάλληλο τρέχον μήκος τόξου.

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (4.64) λαμβάνουμε για την επανάληψη $i = 1$:

$$^{\tau}\mathbf{K}\Delta\overline{\mathbf{U}}^{(1)} = {}^{t}\lambda\mathbf{R} - {}^{t}\mathbf{F} \tag{4.83}$$

$$^{\tau}\mathbf{K}\Delta\overline{\overline{\mathbf{U}}}^{(1)} = \mathbf{R} \tag{4.84}$$

και

$$\Delta\mathbf{U}^{(1)} = \Delta\overline{\mathbf{U}}^{(1)} + \Delta\lambda^{(1)}\Delta\overline{\overline{\mathbf{U}}}^{(1)} \tag{4.85}$$

$$^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(1)} = {}^{t}\mathbf{U} + \Delta\mathbf{U}^{(1)};\ {}^{t+\Delta t}\lambda^{(1)} = {}^{t}\lambda + \Delta\lambda^{(1)} \tag{4.86}$$

όπου το $\Delta\lambda^{(1)}$ υπολογίζεται από το τρέχον μήκος τόξου, βλ. εξίσωση (4.66):

$$\Delta\mathbf{U}^{(1)T}\Delta\mathbf{U}^{(1)} + \left(\Delta\lambda^{(1)}\right)^2 = \Delta l^2 \tag{4.87}$$

Για τις επαναλήψεις $i = 2,3,\ldots$ χρησιμοποιούμε την εξίσωση (4.84) και επιπρόσθετα επιλύουμε την εξίσωση:

$$ {}^{\tau}\mathbf{K}\Delta\overline{\mathbf{U}}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\lambda^{(i-1)}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} \tag{4.88} $$

έτσι ώστε

$$ {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta\overline{\mathbf{U}}^{(i)} + \Delta\lambda^{(i)}\Delta\overline{\overline{\mathbf{U}}}^{(1)} \tag{4.89} $$

Η εξίσωση (4.66) δίνει το $\Delta\lambda^{(i)}$, οπότε έχουμε:

$$ {}^{t+\Delta t}\lambda^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\lambda^{(i-1)} + \Delta\lambda^{(i)} \tag{4.90} $$

Η επανάληψη θεωρούμε ότι έχει συγκλίνει εφόσον ικανοποιείται η ανισότητα:

$$ \frac{\Delta\mathbf{U}^{(i)T}\left({}^{t+\Delta t}\lambda^{(i-1)}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)}\right)}{\Delta\mathbf{U}^{(i)T}\left(\Delta\lambda^{(1)}\mathbf{R}\right)} \le \mathrm{ETOL} \tag{4.91} $$

Σημειώνεται ότι το $\Delta\lambda^{(i)}$ προκύπτει από την επίλυση μιας αλγεβρικής εξίσωσης δευτέρας τάξης, οπότε υπάρχουν οι εξής δυνατές λύσεις:

- Δεν προκύπτουν πραγματικές λύσεις. Σε αυτή την περίπτωση η ανάλυση ξεκινά ξανά από την τελευταία θέση ισορροπίας χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο της σταθερής επαύξησης του εξωτερικού έργου.
- Προκύπτουν δυο πραγματικές λύσεις. Σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιούμε την λύση για την οποία το γ είναι μεγαλύτερο, όπου

$$ \gamma = \mathbf{U}^{(i-1)T}\mathbf{U}^{(i)} \tag{4.92} $$

Μόλις έχει καθοριστεί μια καινούργια θέση ισορροπίας, ελέγχουμε κατά πόσον η συνθήκη (4.70) ικανοποιείται. Εάν η εξίσωση (4.70) δεν ικανοποιείται τότε γίνεται επανεκκίνηση από την προηγούμενη θέση ισορροπίας χρησιμοποιώντας:

$$ \Delta l_{new} = \Delta l_{old}\frac{\left\|\mathbf{U}\right\|_{allowable}}{\left\|\mathbf{U}\right\|_{actual}} \tag{4.93} $$

όπου $\left\|\mathbf{U}\right\|_{allowable} = \alpha\left\|{}^{\Delta t}U\right\|$ σύμφωνα με την εξίσωση (4.70) και $\left\|\mathbf{U}\right\|_{actual}$ είναι η νόρμα της πραγματικής επαύξησης των μετατοπίσεων που υπολογίζεται από την επαναληπτική διαδικασία.

Εάν η εξίσωση (4.70) ικανοποιείται, τότε προχωρούμε με το επόμενο βήμα χρησιμοποιώντας:

$$\Delta l_{new} = \Delta l_{old}\sqrt{\frac{N_1}{N_2}\frac{\|\mathbf{U}\|_{allowable}}{\|\mathbf{U}\|_{actual}}} \tag{4.94}$$

όπου N_1 είναι ο βέλτιστος αριθμός επαναλήψεων και N_2 είναι ο αριθμός των επαναλήψεων ο οποίος έχει χρησιμοποιηθεί στο προηγούμενο βήμα.

Όταν η επίλυση είναι μακριά από οριακά σημεία χρησιμοποιείται ο πιο πάνω αλγόριθμος. Σε αντίθετη περίπτωση είναι περισσότερο αποδοτικό να χρησιμοποιείται η διαδικασία της σταθερής επαύξησης του εξωτερικού έργου. Το κριτήριο το οποίο καθορίζει αυτήν την εναλλαγή μεθόδου από τη μέθοδο σταθερού μήκους τόξου στη μέθοδο σταθερής επαύξησης του εξωτερικού έργου είναι η τιμή του λόγου ${}^{t}W/{}^{t-\Delta t}W$, όπου το εξωτερικό έργο δίνεται από την εξίσωση (4.68). Όταν ισχύει $1-\delta \le {}^{t}W/{}^{t-\Delta t}W \le 1+\delta$, όπου δ είναι ένας μικρός αριθμός τότε ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί τη μέθοδο της σταθερής επαύξησης του εξωτερικού έργου.

Για την εύρεση των θέσεων ισορροπίας $2\Delta t, 3\Delta t, 4\Delta t, \ldots$ χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της σταθερής επαύξησης του εξωτερικού έργου ακολουθείται η επόμενη διαδικασία.

Στην αρχή κάθε βήματος υπολογίζουμε το έργο:

$${}^{t+\Delta t}W = \beta' \, {}^{t}W \tag{4.95}$$

όπου το ${}^{t}W$ αντιστοιχεί στην εξίσωση (4.68) και β' είναι μια σταθερά η οποία είναι ίση με ${}^{t}\lambda/{}^{t-\Delta t}\lambda$. Η επανάληψη διεξάγεται τώρα όπως και στη μέθοδο του σταθερού μήκους τόξου με τη διαφορά ότι το $\Delta\lambda^{(i)}$ υπολογίζεται από τις εξισώσεις (4.68) και (4.69).

Για την πρώτη επανάληψη χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις (4.83)-(4.86) και την εξίσωση (4.68). Για τις επαναλήψεις $i = 2,3,4,\ldots$ χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις (4.84), (4.88)-(4.90) και την (4.69) και η σύγκλιση ελέγχεται σύμφωνα με την εξίσωση (4.91). Σε αυτές τις επαναλήψεις λαμβάνουμε πάντα δυο πραγματικές λύσεις για το $\Delta\lambda^{(i)}$ όταν $i = 2,3,4,\ldots$. Το ίδιο ισχύει και για το $\Delta\lambda^{(1)}$ με την προϋπόθεση ότι το ${}^{t+\Delta t}W$ είναι αρκετά μικρό και η ισορροπία του προηγούμενου βήματος έχει ικανοποιηθεί επαρκώς.

Για την έναρξη του αλγόριθμου θα πρέπει να καθοριστούν μια σειρά από σταθερές, συγκεκριμένα τα α, δ και N_1. Λογικές τιμές για τα δ και N_1 είναι 0.15 και 6 αντίστοιχα.

Το μέγεθος το α εξαρτάται από το είδος του προβλήματος. Ενδεικτικά το α μπορεί να πάρει τιμές από 2 ως 50.

3.6.2 Ανάλυση Riks του ABAQUS

Για την εύρεση μεταλυγισμικών κλάδων ισορροπίας σε περίπτωση μη γραμμικής ανάλυσης, το πρόγραμμα ABAQUS χρησιμοποιεί μια τροποποιημένη μορφή του αλγορίθμου Riks. Η μορφή του αλγόριθμου αυτού παρουσιάζεται στη συνέχεια και στηρίζεται στις πληροφορίες του [ABAQUS, 2008].

Έστω ότι το διάνυσμα $\mathbf{R}$ είναι το διάνυσμα φόρτισης. Έστω επίσης ότι λ είναι ένας συντελεστής φορτίου ο οποίος καθορίζει το πραγματικά επιβαλλόμενο φορτίο σε κάθε «χρονική» στιγμή το οποίο είναι $\lambda\mathbf{R}$. Επίσης, θεωρούμε το $\mathbf{U}$ ως το διάνυσμα των μετατοπίσεων στη συγκεκριμένη στιγμή.

Ο αλγόριθμος επίλυσης χρησιμοποιεί αδιαστατοποιημένες παραμέτρους φορτίου και μετατοπίσεων. Για τις μετατοπίσεις αυτό γίνεται με τη βοήθεια της απόλυτα μέγιστης μετατόπισης $\hat{U}$ που αφορά την αρχική γραμμική επανάληψη. Για το φορτίο χρησιμοποιείται το μέγεθος $\hat{R} = \left(\mathbf{R}^T\mathbf{R}\right)^{1/2}$. Ο αδιαστατοποιημένος χώρος επίλυσης περιγράφεται από τις επόμενες δυο παραμέτρους:

- $\lambda\tilde{\mathbf{R}} = \lambda\mathbf{R}/\hat{R}$ (αδιάστατο φορτίο) (4.96)
- $\tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{U}/\hat{U}$ (αδιάστατες μετατοπίσεις) (4.97)

Έστω ότι έχει βρεθεί ένα σημείο ισορροπίας το οποίο καταλαμβάνει τη θέση $A^0 = \left({}^t\tilde{\mathbf{U}};{}^t\lambda\right) = \left({}^{t+\Delta t}\tilde{\mathbf{U}}^{(0)};{}^{t+\Delta t}\lambda^{(0)}\right)$. Τότε μορφώνεται το εφαπτομενικό μητρώο δυσκαμψίας ${}^{t+\Delta t}\mathbf{K}^{(0)} = {}^t\mathbf{K}$ και επιλύεται το πρόβλημα:

$$ {}^{t+\Delta t}\mathbf{K}^{(0)}\Delta\bar{\bar{\mathbf{U}}}^{(0)} = \mathbf{R} \tag{4.98}$$

Το μέγεθος της επαύξησης από το A^0 στο A^1 επιλέγεται βάσει ενός προκαθορισμένου μήκους Δl, έτσι ώστε:

$$\Delta\lambda^{(0)} = \frac{\pm\Delta l}{\left[\left(\Delta\tilde{\bar{\bar{\mathbf{U}}}}^{(0)}\right)^T\Delta\tilde{\bar{\bar{\mathbf{U}}}}^{(0)} + 1\right]^{1/2}} \tag{4.99}$$

όπου ${}^{t+\Delta t}\tilde{\mathbf{U}}^{(0)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(0)} / \hat{U}$. Το μέγεθος ΔΙ αρχικά επιλέγεται από το χρήστη και στη συνέχεια ρυθμίζεται αυτόματα από το πρόγραμμα. Το πρόσημο του $\Delta\lambda^{(0)}$ επιλέγεται έτσι ώστε:

$$\Delta\lambda^{(0)}\left[\left(\Delta\tilde{\bar{\bar{\mathbf{U}}}}^{(0)}\right)^{T}\,{}^{t}\Delta\tilde{\mathbf{U}} + {}^{t}\Delta\lambda\right] > 0 \tag{4.100}$$

όπου $\left({}^{t}\Delta\tilde{\mathbf{U}};\,{}^{t}\Delta\lambda\right)$ είναι τα επαυξητικά μεγέθη του προηγούμενου βήματος.

Έτσι προκύπτει το σημείο $A^{1}\left({}^{t}\tilde{\mathbf{U}} + \Delta\lambda^{(0)}\,{}^{t+\Delta t}\tilde{\mathbf{U}}^{(0)};\,{}^{t}\lambda + \Delta\lambda^{(0)}\right)$. Η λύση αυτή θα πρέπει να διορθωθεί, ώστε να βρεθεί το πραγματικό σημείο πάνω στο δρόμο ισορροπίας βάσει του επόμενου αλγόριθμου:

- Έναρξη: $\Delta\lambda^{(i)} = \Delta\lambda^{(0)}$, $\Delta\mathbf{U}^{(i)} = \Delta\lambda^{(0)}\,{}^{t+\Delta t}\tilde{\mathbf{U}}^{(0)}$
- Για $i = 1, 2, 3, \ldots$

  α. Βρίσκουμε τις εσωτερικές δυνάμεις στους κόμβους ${}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i)}$ και το εφαπτομενικό μητρώο δυσκαμψίας ${}^{t+\Delta t}\mathbf{K}^{(i)}$ στη θέση $\left({}^{t+\Delta t}\mathbf{U} + \Delta\mathbf{U}^{(i)};\,{}^{t}\lambda + \Delta\lambda^{(i)}\right)$, δηλαδή στο A^{i}.

  β. Ελέγχουμε την ισορροπία:

$$\mathbf{G}^{(i)} = \left({}^{t}\lambda + \Delta\lambda^{(i)}\right)\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i)} \tag{4.101}$$

  Εάν όλες οι καταχωρήσεις στο μητρώο $\mathbf{R}_{i}^{N}$ είναι αρκούντως μικρές, τότε το βήμα αυτό το βήμα συγκλίνει στη σωστή λύση. Εάν όχι προχωρούμε στα επόμενα.

  γ. Επιλύουμε τα δυο επόμενα προβλήματα

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{K}^{(i)}\Delta\bar{\mathbf{U}}^{(i)} = \mathbf{G}^{(i)} \quad \text{και} \quad {}^{t+\Delta t}\mathbf{K}^{(i)}\Delta\bar{\bar{\mathbf{U}}}^{(i)} = \mathbf{R} \tag{4.102}$$

  και λαμβάνουμε τα δυο διανύσματα μετατοπίσεων $\Delta\bar{\mathbf{U}}^{(i)}$ και $\Delta\bar{\bar{\mathbf{U}}}^{(i)}$

  δ. Διορθώνουμε την προηγούμενη επανάληψη μέσω της παραμέτρου

$$\mu = -\frac{\left(\Delta\tilde{\bar{\mathbf{U}}}^{(i)}\right)^{T}\Delta\tilde{\bar{\bar{\mathbf{U}}}}^{(0)}}{\left(\Delta\tilde{\bar{\bar{\mathbf{U}}}}^{(i)}\right)^{T}\Delta\tilde{\bar{\bar{\mathbf{U}}}}^{(0)} + 1} \tag{4.103}$$

  οπότε το σημείο της επανάληψης αυτής είναι

$$A^{i}\left({}^{t}\mathbf{U}+\Delta\mathbf{U}^{(i)}+\Delta\bar{\mathbf{U}}^{(i)}+\mu\Delta\bar{\bar{\mathbf{U}}}^{(i)};\,{}^{t}\lambda+\Delta\lambda^{(i)}+\mu\right) \tag{4.104}$$

ε. Αναβαθμίζουμε τα βασικά μεγέθη για την επόμενη επανάληψη

$$\Delta\mathbf{U}^{(i+1)}=\Delta\mathbf{U}^{(i)}+\Delta\bar{\mathbf{U}}^{(i)}+\mu\Delta\bar{\bar{\mathbf{U}}}^{(i)} \tag{4.105}$$

$$\Delta\lambda^{(i+1)}=\Delta\lambda^{(i)}+\mu \tag{4.106}$$

$$\Delta\bar{\bar{\mathbf{U}}}^{(0)}=\Delta\bar{\bar{\mathbf{U}}}^{(i)} \tag{4.107}$$

$$i=i+1 \tag{4.108}$$

και πηγαίνουμε στο βήμα (α) για την επόμενη επανάληψη.

3.6.3 Ο γραμμικός λυγισμός του ADINA και ABAQUS

Το ADINA έχει δυο διατυπώσεις λυγισμού [ADINA, 2006]. Η πρώτη διατύπωση καλείται ‘Secant’ και η δεύτερη ‘Classical’. Το ABAQUS παρέχει τη δυνατότητα ανάλυσης λυγισμού με ή χωρίς μη γραμμική προφόρτιση. Οι αλγόριθμοι της ανάλυσης λυγισμού των δυο προγραμμάτων περιγράφονται περιληπτικά πιο κάτω.

3.6.3.1 Διατύπωση λυγισμού ‘Secant’

Η βασική εξίσωση της διατύπωση ‘Secant’ είναι η ακόλουθη:

$${}^{t_1}_{0}\mathbf{K}\phi_i=\gamma_i\,{}^{t_0}_{0}\mathbf{K}\phi_i \tag{4.109}$$

όπου ${}^{t_0}_{0}\mathbf{K}$ και ${}^{t_1}_{0}\mathbf{K}$ είναι τα μητρώα δυσκαμψίας στους χρόνους t_0 και t_1 αντιστοίχως, t_0 είναι ο χρόνος ο οποίος αντιστοιχεί στην αρχή της ανάλυσης, t_1 είναι ίσο με $t_0+\Delta t$, όπου Δt είναι μια επαύξηση του χρόνου, ϕ_i είναι η i^{th} ιδιομορφή και γ_i είναι μια συνάρτηση της ιδιοτιμής λ_i

$$\gamma_i=1-\frac{1}{\lambda_i} \tag{4.110}$$

Εάν αντικαταστήσουμε την (4.110) στην (4.109) τότε έχουμε:

$${}^{t_1}_{0}\mathbf{K}\phi_i=\gamma_i\,{}^{t_0}_{0}\mathbf{K}\phi_i\Rightarrow{}^{t_1}_{0}\mathbf{K}\phi_i=\left(1-\frac{1}{\lambda_i}\right){}^{t_0}_{0}\mathbf{K}\phi_i\Rightarrow\left({}^{t_1}_{0}\mathbf{K}-{}^{t_0}_{0}\mathbf{K}\right)\phi_i+\frac{1}{\lambda_i}\,{}^{t_0}_{0}\mathbf{K}\phi_i=0\Rightarrow$$

$$\left({}^{t_0}_{0}\mathbf{K}+\lambda_i\left({}^{t_1}_{0}\mathbf{K}-{}^{t_0}_{0}\mathbf{K}\right)\right)\phi_i=0 \tag{4.111}$$

Παρατηρώντας την εξίσωση (4.111), παρατηρείται ότι η διατύπωση λυγισμού ‘Secant’ δεν λύνει το κλασικό πρόβλημα λυγισμού, αφού το ${}^{t_0}_{0}\mathbf{K}$ δεν αντιστοιχεί στο γραμμικό μητρώο δυσκαμψίας και ${}^{t_1}_{0}\mathbf{K} - {}^{t_0}_{0}\mathbf{K}$ δεν αντιστοιχεί στο μητρώο αρχικών τάσεων ${}^{t_1}_{0}\mathbf{K}_g$.

Στην διατύπωση λυγισμού ‘Secant’, τα κρίσιμα φορτία λυγισμού $\mathbf{R}_{cr,i}$ καθορίζονται από τους κρίσιμους συντελεστές λυγισμού χρησιμοποιώντας την σχέση:

$$\mathbf{R}_{cr,i} = {}^{t_0}\mathbf{R} + \lambda_i \left({}^{t_1}\mathbf{R} - {}^{t_0}\mathbf{R} \right) \tag{4.112}$$

όπου ${}^{t_0}\mathbf{R}$ και ${}^{t_1}\mathbf{R}$ είναι τα εφαρμοζόμενα φορτία στους χρόνους t_0 και t_1 αντιστοίχως. Όταν ο χρόνος t_0 αντιστοιχεί στην αρχική μη προεντεταμένη θέση ισορροπίας, τότε το κρίσιμο φορτίο είναι ίσο με:

$$\mathbf{R}_{cr,i} = \lambda_i \, {}^{t_1}\mathbf{R} \tag{4.113}$$

Σε κάθε περίπτωση, το ${}^{t_1}\mathbf{R}$ μπορεί να θεωρηθεί σαν το φορτίο αναφοράς, το οποίο και έχει ένα μεγάλο αντίκτυπο στα αριθμητικά αποτελέσματα τόσο των φορτίων λυγισμού όσο και των μορφών λυγισμού.

3.6.3.2 Διατύπωση λυγισμού ‘Classical’

Η βασική εξίσωση της διατύπωσης λυγισμού ‘Classical’ είναι:

$${}^{t_1}_{0}\mathbf{K}\phi_i = \gamma_i \left({}^{t_1}_{0}\mathbf{K} - {}^{t_1}_{0}\mathbf{K}_g \right)\phi_i \Rightarrow {}^{t_1}_{0}\mathbf{K}\phi_i = \left(1 - \frac{1}{\lambda_i}\right)\left({}^{t_1}_{0}\mathbf{K} - {}^{t_1}_{0}\mathbf{K}_g \right)\phi_i \Rightarrow {}^{t_1}_{0}\mathbf{K}_g\phi_i = \frac{1}{\lambda_i}\left({}^{t_1}_{0}\mathbf{K}_g - {}^{t_1}_{0}\mathbf{K} \right)\phi_i \Rightarrow$$

$$\left(\left({}^{t_1}_{0}\mathbf{K} - {}^{t_1}_{0}\mathbf{K}_g \right) + \lambda_i \, {}^{t_1}_{0}\mathbf{K}_g \right)\phi_i = 0 \Rightarrow$$

$$\left({}^{t_1}_{0}\mathbf{K}_0 + {}^{t_1}_{0}\mathbf{K}_u + \lambda_i \, {}^{t_1}_{0}\mathbf{K}_g \right)\phi_i = 0 \tag{4.114}$$

Σύμφωνα με τα προηγούμενα, γίνεται κατανοητό ότι το πρόβλημα λυγισμού της εξίσωσης (4.114) δεν αντιστοιχεί στην εξίσωση του κλασικού προβλήματος (4.62), αλλά στο μη γραμμικό πρόβλημα της εξίσωσης (4.60). Όταν τα εφαρμοζόμενα φορτία είναι αρκούντως μικρά, τότε το φορτίο λυγισμού το οποίο προκύπτει από την εξίσωση (4.114) είναι πρακτικά ίσο με το κλασσικό φορτίο λυγισμού (βλέπε επίσης [Brendel and Ramm, 1980]).

Στην διατύπωση λυγισμού ‘Classical’, το κρίσιμο φορτίο λυγισμού καθορίζεται από το κρίσιμο συντελεστή λυγισμού χρησιμοποιώντας τη σχέση:

$$\mathbf{R}_{cr,i} = \lambda_i \, {}^{t_1}\mathbf{R} \tag{4.115}$$

όπου ${}^{t_1}\mathbf{R}$ είναι το φορτίο αναφοράς ή το εφαρμοζόμενο φορτίο στην ανάλυση λυγισμού της κατασκευής.

3.6.3.3 Ο γραμμικός λυγισμός του ABAQUS

Σύμφωνα με το [ABAQUS, 2008], η ανάλυση λυγισμού του ABAQUS χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των φορτίων διακλάδωσης ‘στιβαρών’ κατασκευών. Αυτή η εκτίμηση των κρίσιμων φορτίων λυγισμού πραγματοποιείται με τη βοήθεια μιας διαδικασίας γραμμικής διαταραχής μιας θέσης ισορροπίας η οποία καλείται θέση αναφοράς. Αυτή η θέση αναφοράς μπορεί να είναι η αρχική θέση ισορροπίας της κατασκευής ή η τελευταία υπολογιζόμενη θέση ισορροπίας μιας προηγούμενης γραμμικής ή μη γραμμικής ανάλυσης με προφόρτιση $\bar{\mathbf{P}}$. Εάν σε αυτή την αρχική στατική ανάλυση, αμεληθεί η γεωμετρική μη γραμμικότητα τότε η θέση αναφοράς αντιστοιχεί με την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος. Με βάση τον αλγόριθμο λυγισμού του ABAQUS, υπολογίζονται δυο μητρώα δυσκαμψίας: το μητρώο δυσκαμψίας της θέσης αναφοράς και το διαφορικό μητρώο δυσκαμψίας. Το μητρώο δυσκαμψίας της θέσης αναφοράς είναι το άθροισμα ενός μητρώου του υλικού, του μητρώου αρχικών τάσεων και του μητρώου φόρτισης. Σύμφωνα με το [Belytschko, Liu and Moran, 2000], το μητρώο φόρτισης συσχετίζει το λόγο των εξωτερικών επικόμβιων δράσεων και των επικόμβιων ταχυτήτων. Αυτό το μητρώο δυσκαμψίας είναι σχετικό μόνο όταν στην ανάλυση υπάρχουν φορτία εξαρτόμενα από την παραμόρφωση (follower loads). Το διαφορικό μητρώο δυσκαμψίας αποτελείται από το άθροισμα ενός μητρώου αρχικών τάσεων λόγω τάσεων διαταραχής από τη θέση αναφοράς και το μητρώο φόρτισης λόγω φορτίων διαταραχής από τη θέση αναφοράς.

Εάν το μητρώο φόρτισης αγνοηθεί τότε στην περίπτωση απουσίας προφόρτισης ή στην περίπτωση γραμμικής προφόρτισης, η διατύπωση λυγισμού του ABAQUS είναι ταυτόσημη με το κλασσικό πρόβλημα λυγισμού:

$$\left({}_0^t\mathbf{K}_0 + \lambda_i \, {}_0^t\mathbf{K}_g \right) \phi_i = 0 \tag{4.116}$$

Όταν κατά τη διάρκεια της προφόρτισης η γεωμετρική μη γραμμικότητα ληφθεί υπόψη, τότε το μητρώο ${}_0^t\mathbf{K}_0$ αντικαθίσταται από το εφαπτομενικό μητρώο δυσκαμψίας εξαιτίας της προφόρτισης $\bar{\mathbf{P}}$, ενώ το μητρώο αρχικών τάσεων αντικαθίσταται από το διαφορικό μητρώο δυσκαμψίας λόγω τάσεων και φορτίων διαταραχής από τη θέση αναφοράς.

Τέλος, τα κρίσιμα φορτία λυγισμού είναι ίσα με $\overline{\mathbf{P}}+\lambda_i\mathbf{Q}$, όπου λ_i είναι η i^{th} ιδιοτιμή η οποία προκύπτει από την ανάλυση λυγισμού και $\mathbf{Q}$ είναι το φορτίο αναφοράς στο βήμα της ανάλυσης λυγισμού το οποίο μπορεί να θεωρηθεί σαν το φορτίο αναφοράς.

3.7 Παραδείγματα

3.7.1 Υποστύλωμα υπό θλίψη

Αρχικά εξετάζεται η περίπτωση ενός υποστυλώματος από χάλυβα ύψους 3m με μια κοίλη τετραγωνική διατομή πλάτους 200mm και 10mm πάχους. Το μέτρο ελαστικότητας του υλικού είναι 210GPa. Το κλασικό φορτίο λυγισμού δίνεται από τη γνωστή σχέση του Euler:

$$P_{cl}=\frac{\pi^2 EI}{L^2}\Rightarrow P_{cl}=\frac{\pi^2\times 210\text{GPa}\times 4585.33\text{cm}^4}{\left(3.0\text{m}\right)^2}=10559.6\text{kN} \tag{4.117}$$

Στον Πίνακα 3.1 δίνονται τα αποτελέσματα μιας παραμετρικής διερεύνησης ως προς το φορτίο λυγισμού το οποίο υπολογίζεται από τη διατύπωση λυγισμού ‘Classical’ του ADINA, έτσι ώστε να προκύψει ένας ικανοποιητικός αριθμός στοιχείων δοκού. Στον ίδιο πίνακα δίνονται τα αποτελέσματα για το στοιχείο δοκού B33 του ABAQUS. Για τις περαιτέρω αναλύσεις έχει επιλεγεί ένας αριθμός 20 στοιχείων δοκού τόσο για τις αναλύσεις με το ADINA όσο και για τις αναλύσεις με το ABAQUS.

Πραγματοποιώντας μια ανάλυση λυγισμού με το ABAQUS χωρίς προφόρτιση, προκύπτει ένα φορτίο λυγισμού ίσο με 10530kN, το οποίο μπορεί να θεωρηθεί σαν μια καλή προσέγγιση του φορτίου λυγισμού κατά Euler. Υπενθυμίζεται ότι αυτή η ανάλυση αντιστοιχεί στο κλασσικό πρόβλημα λυγισμού. Ακολούθως, το πρόβλημα επιλύεται και με τις δυο διατυπώσεις λυγισμού, ‘Classical’ και ‘Secant’, όπως επίσης και με το ABAQUS με προφόρτιση. Η πρώτη ιδιομορφή η οποία προκύπτει από όλες τις διατυπώσεις λυγισμού είναι πρακτικά η ίδια και δίνεται στο Σχήμα 3.7. Η μορφή λυγισμού έχει υπολογιστεί για φορτία αναφοράς 10kN και 10000kN και έχει διαφανεί ότι παραμένει η ίδια χωρίς να επηρεάζεται από το μέγεθος του φορτίου αναφοράς. Στους Πίνακες 3.2 ως 3.4 δίνονται τα αποτελέσματα της αριθμητικής διερεύνησης για τις δυο διατυπώσεις λυγισμού του ADINA και της ανάλυσης λυγισμού του ABAQUS με μη γραμμική προφόρτιση. Αποδεικνύεται ότι όλες οι διατυπώσεις λυγισμού δίνουν αποτελέσματα τα οποία είναι ακριβή για πρακτικές εφαρμογές, ανεξαρτήτως του μεγέθους του φορτίου αναφοράς.

Πίνακας 3.1: Ανάλυση πυκνότητας δικτύου πεπερασμένων στοιχείων

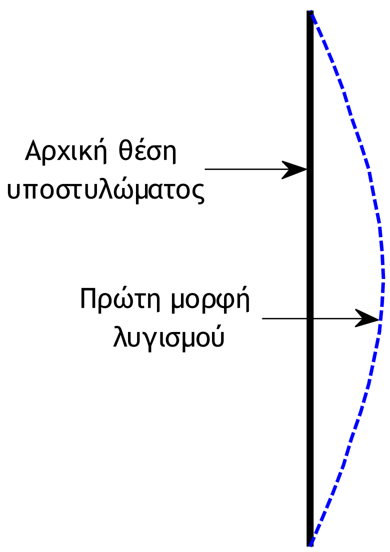
N^1	P_{ref} (kN)	P_{LBA} (kN) ^{2}	P_{LBA}/P_{cl} ^{2}	P_{LBA} (kN) ^{3}	P_{LBA}/P_{cl} ^{3}
4	10	10495.60	0.9939	10536.00	0.998
10	10	10490.40	0.9934	10531.00	0.997
12	10	10490.30	0.9934	10530.00	0.997
18	10	10490.30	0.9934	10530.00	0.997
20^4	10	10490.30	0.9934	10530.00	0.997
40	10	10490.30	0.9934	10530.00	0.997

1) Αριθμός στοιχείων

2) Στοιχεία δοκού ‘Hermitian’ του ADINA και διατύπωση λυγισμού ‘Classical’

3) ABAQUS 2-node cubic beam in space with no preloading

4) Επιλεγόμενος αριθμός στοιχείων



Σχήμα 3.7: Πρώτη μορφή λυγισμού όπως προκύπτει από την διατύπωση λυγισμού ‘Classical’ του ADINA

Στο Σχήμα 3.8 δίνεται η συνάρτηση του φορτίου λυγισμού, η οποία συσχετίζει το φορτίο λυγισμού P_{LBA} με το φορτίο αναφοράς P_{ref}, τα οποία αδιαστατοποιούνται ως προς το φορτίο λυγισμού P_{cl}, για τις δυο διατυπώσεις λυγισμού του ADINA και την ανάλυση λυγισμού του ABAQUS λαμβάνοντας υπόψη μη γραμμική προφόρτιση. Παρατηρείται ότι το φορτίο λυγισμού είναι πρακτικά ανεξάρτητο από το μέγεθος του φορτίου αναφοράς για όλες τις διατυπώσεις λυγισμού. Αυτή η σταθερή φύση της συνάρτησης του φορτίου λυγισμού μπορεί να αποδοθεί στο γεγονός ότι πριν από το λυγισμό δεν εμφανίζεται σημαντική μη γραμμικότητα.

Πίνακας 3.2: Φορτία λυγισμού υποστυλώματος υπό θλίψη – διατύπωση ‘Classical’

$P_{ref}\,(kN)$	ADINA ‘Classical'		
	Ιδιοτιμή	P_{LBA}	P_{LBA}/P_{cl}
1	10490.2	10490.20	0.99343
100	104.909	10490.90	0.99349
1000	1.05555	10555.50	0.99961

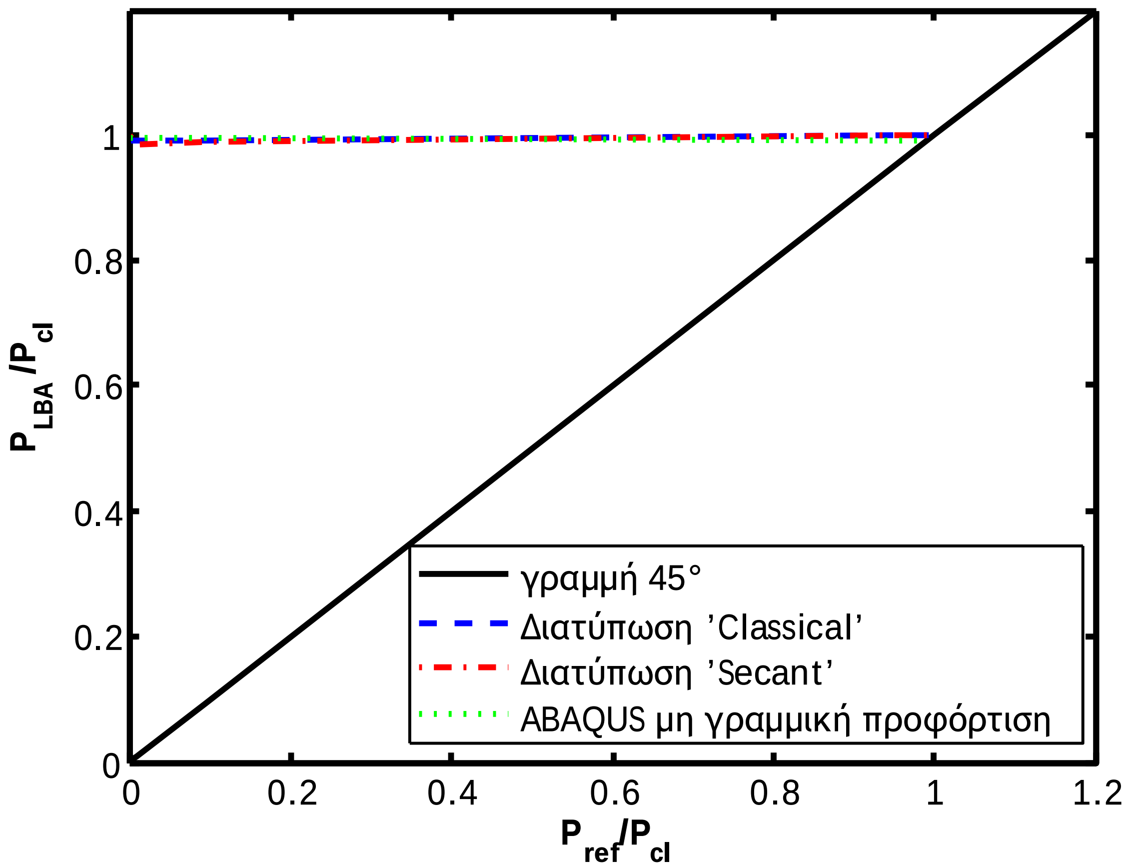
Πίνακας 3.3: Φορτία λυγισμού υποστυλώματος υπό θλίψη – διατύπωση ‘Secant’

$P_{ref}\,(kN)$	ADINA ‘Secant'		
	Ιδιοτιμή	P_{LBA}	P_{LBA}/P_{cl}
1	10542.20	10542.20	0.99835
100	104.10600	10410.60	0.98589
1000	1.05510	10551.00	0.99919

Πίνακας 3.4: Φορτία λυγισμού υποστυλώματος υπό θλίψη - ABAQUS

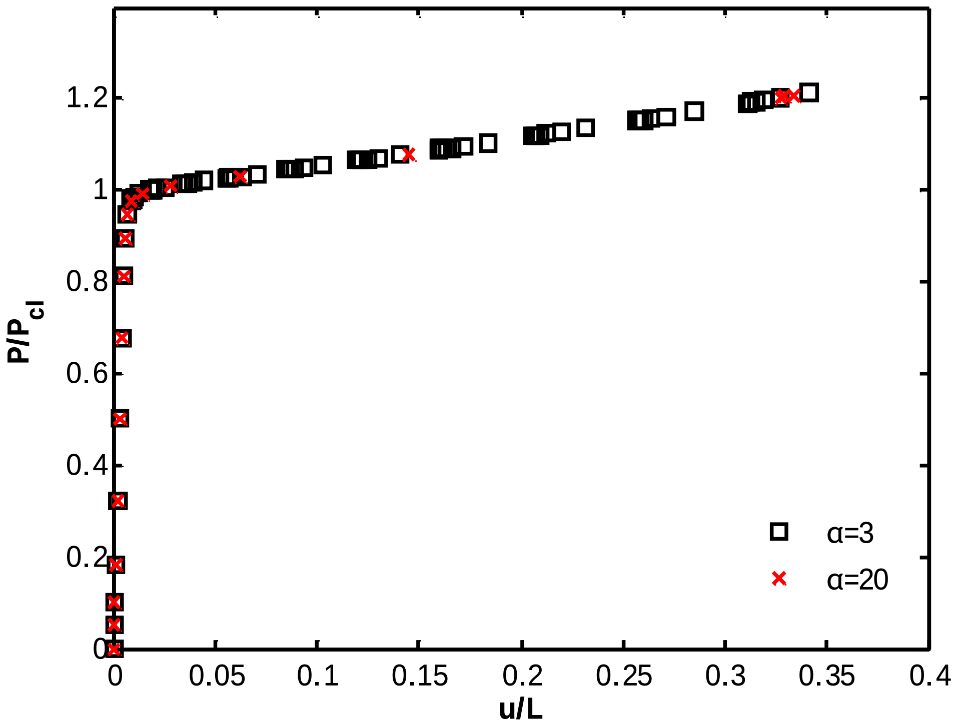
$P_{ref}\,(kN)$	ABAQUS με μη γραμμική προφόρτιση		
	Ιδιοτιμή	P_{LBA}	P_{LBA}/P_{cl}
1	10529	10530	0.99720
100	10429	10529	0.99710
1000	9518.8	10518.8	0.99614

Για την επαλήθευση αυτού του συμπεράσματος, θα πρέπει να διεξαχθεί μια γεωμετρικώς μη γραμμική ανάλυση με ατέλεια (GNIA). Στο ADINA η μη γραμμική ανάλυση βασίζεται μεταξύ άλλων σε δυο βασικές παραμέτρους: την παράμετρος α και την αρχική μετατόπιση σε ένα σημείο της κατασκευής. Όσον αφορά την παράμετρο της αρχικής μετατόπισης, εφόσον επιλεγεί να είναι αρκετά μικρότερη από εκείνη που αντιστοιχεί σε κάποιο σημείο αστάθειας της κατασκευής δεν επηρεάζει τα αποτελέσματα σε βαθμό που να χρήζει ειδικής διερεύνησης. Για το λόγο αυτό διερευνάται μόνο η επίδραση της παραμέτρου α στην ποιότητα των αποτελεσμάτων. Σημειώνεται ότι στην περίπτωση του ABAQUS, ο αλγόριθμος επίλυσης των μη γραμμικών προβλημάτων, ο οποίος χρησιμοποιεί μια τροποποιημένη μορφή του αλγορίθμου Riks, εξαρτάται από ανάλογες παραμέτρους οπότε δεν εξετάζεται εδώ η επιρροή αυτών των παραμέτρων στα αποτελέσματα των αναλύσεων.



Σχήμα 3.8: Συνάρτηση φορτίου λυγισμού για το πρόβλημα του υποστυλώματος

Στο Σχήμα 3.9 δίνεται ο δρόμος ισορροπίας της κορυφής του υπόψη υποστυλώματος για δυο τιμές της παραμέτρου α. Το πλάτος της ατέλειας επιλέγεται να είναι ίσο με $L/1000$ όπου L είναι το μήκος του υποστυλώματος. Στον κατακόρυφο άξονα δίνεται το επιβαλλόμενο φορτίο P αδιαστατοποιημένο ως προς το φορτίου λυγισμού P_{cl} της εξίσωσης (4.117) και στον οριζόντιο δίνεται η αξονική μετατόπιση της κορυφής u του υποστυλώματος αδιαστατοποιημένη ως προς το μήκος του υποστυλώματος L.

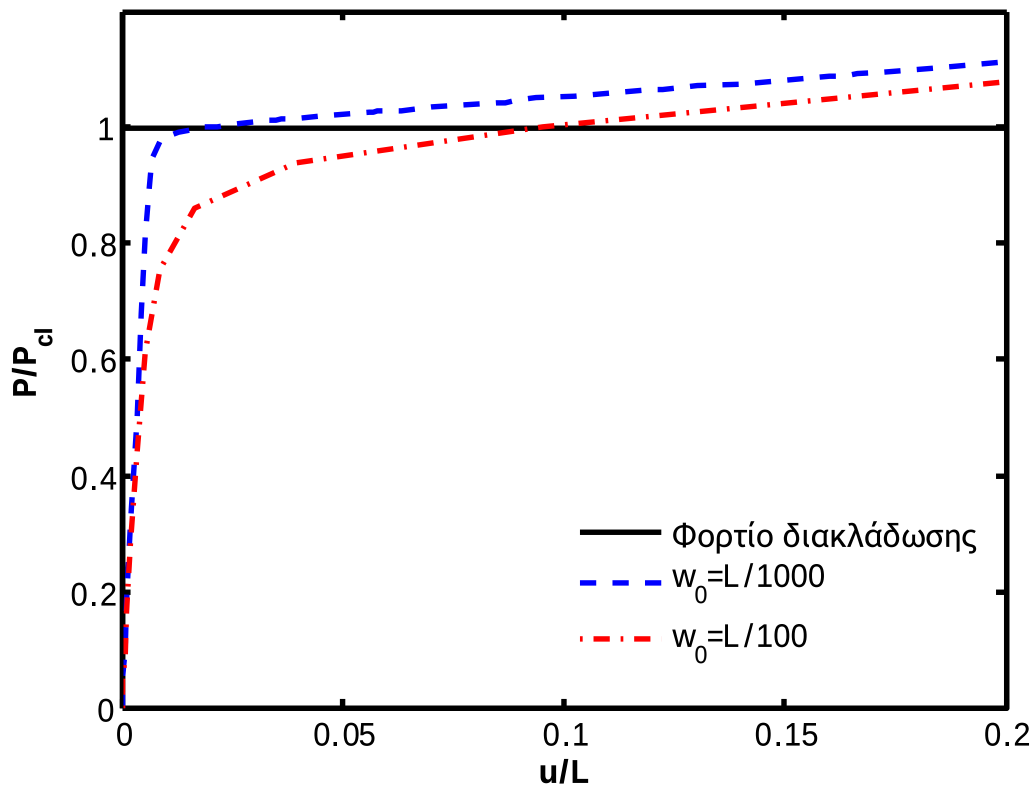


Σχήμα 3.9: Δρόμος ισορροπίας της κορυφής του υποστυλώματος

Από το Σχήμα 3.9 παρατηρείται ότι στην περίπτωση που η τιμή του α είναι ίση με τρία, η πυκνότητα των σημείων ισορροπίας είναι μεγαλύτερη στο μεταλυγισμικό κλάδο. Επιπλέον, και για τις δυο περιπτώσεις τιμών του α $(\alpha = 3,\ \alpha{=}20)$, οι θέσεις ισορροπίας στο προλυγισμικό κλάδο είναι οι ίδιες.

Στο Σχήμα 3.10 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας από γεωμετρικώς μη γραμμική ανάλυση με ατέλεια (GNIA) η οποία πραγματοποιείται με το ADINA. Σαν ατέλεια χρησιμοποιείται η πρώτη μορφή λυγισμού με το πλάτος της w_0 να είναι ίσο με ένα κλάσμα του μήκους του υποστυλώματος L. Στον οριζόντιο άξονα η αξονική μετατόπιση u του φορτιζόμενου άκρου αδιαστατοποιείται με το μήκος L του υποστυλώματος. Στον κατακόρυφο άξονα, το εφαρμοζόμενο φορτίο P αδιαστατοποιείται ως προς το κλασσικό φορτίο λυγισμού P_{cl}. Για μικρά πλάτη ατελειών μπορεί να φανεί η γραμμική φύση της προ-του-λυγισμού απόκρισης. Καθώς το φορτίο πλησιάζει το κλασσικό φορτίο λυγισμού, παρατηρείται μια οξεία μείωση της δυσκαμψίας πράγμα το οποίο είναι ενδεικτικό του λυγισμού που συμβαίνει. Όσο αυξάνεται το πλάτος της ατέλειας, ο λυγισμός εμφανίζεται σε μικρότερα φορτία ενώ η μείωση της δυσκαμψίας είναι σαφώς πιο ομαλή.

Μια ενδιαφέρουσα ιδιότητα της συνάρτησης του φορτίου λυγισμού αποτελεί το γεγονός ότι δεν τέμνει την γραμμή των 45°. Αυτό ισχύει τόσο για τις δυο διατυπώσεις του ADINA όσο και για τη διατύπωση λυγισμού του ABAQUS με μη γραμμική προφόρτιση. Αυτό συμβαίνει διότι όλοι οι αλγόριθμοι απαιτούν το φορτίο αναφοράς να μην είναι μεγαλύτερο από το φορτίο λυγισμού, αλλιώς δεν είναι δυνατή η σύγκλιση τους.



Σχήμα 3.10: Δρόμος ισορροπίας για το υποστύλωμα με αναλύσεις GNIA

Θα πρέπει να σημειωθεί εδώ, ότι στην περίπτωση του αλγόριθμου λυγισμού του ABAQUS με μη γραμμική προφόρτιση, για μια πολύ μικρή περιοχή προφορτίσεων $(10456\text{kN} \leq P \leq 10460\text{kN})$, έχει διαπιστωθεί ότι ο αλγόριθμος υπολογίζει την δεύτερη ιδιομορφή λυγισμού του υποστυλώματος. Για μεγαλύτερες τιμές προφόρτισης $(P > 10460\text{kN})$, η ανάλυση διακοπτόταν με μια σημείωση σφάλματος ότι το προσομοίωμα πιθανόν έχει προφορτιστεί πάνω από το φορτίο διακλάδωσης (λυγισμού).

3.7.2 Κυκλικό τόξο υπό συγκεντρωμένο φορτίο

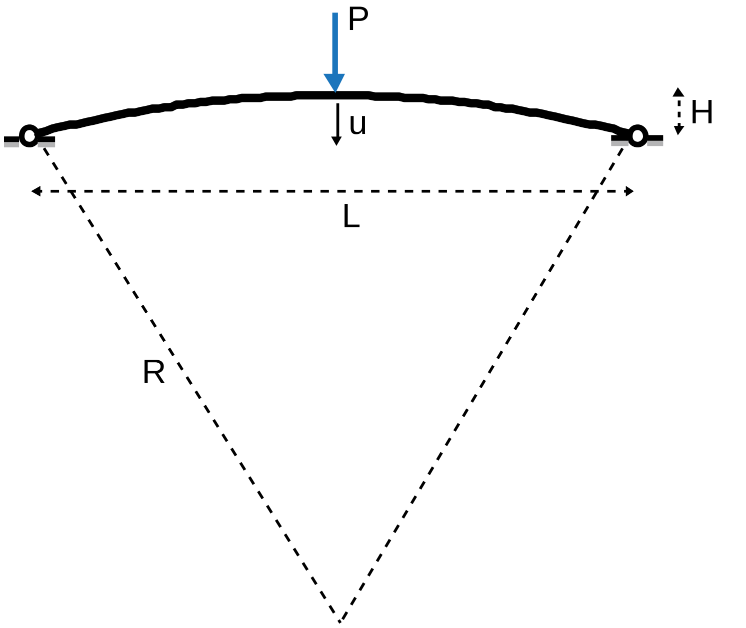
Το δεύτερο πρόβλημα υπό διερεύνηση αφορά την περίπτωση ενός κυκλικού τόξου με ακτίνα $R = 50m$, ύψος $H = 1.7037m$, άνοιγμα $L = 25.882m$, μήκος $S = 26.18m$ και περιεχόμενη γωνιά $\Theta = 30°$. Το τόξο φορτίζεται με ένα συγκεντρωμένο φορτίο στην κορυφή (Σχήμα 3.11).

Το πρόβλημα επιλύεται αριθμητικά και με τα δυο προγράμματα πεπερασμένων στοχείων, το ADINA [ADINA, 2006] και το ABAQUS [ABAQUS, 2008]. Στον Πίνακα 3.5 δίνονται τα αποτελέσματα της παραμετρικής ανάλυσης για την εύρεση κατάλληλου δικτύου πεπερασμένων στοιχείων. Από την διερεύνηση αυτή προκύπτει ότι 100 στοιχεία δοκού τύπου Hermitian και 100 B31 στοιχεία δοκού με δυο κόμβους είναι επαρκή για τις αναλύσεις που ακολουθούν.

Στο ABAQUS το φορτίο λυγισμού που υπολογίζεται, στην περίπτωση όπου δεν συμπεριλαμβάνεται μη γραμμικότητα κατά την προφόρτιση, δεν εξαρτάται από το μέγεθος του φορτίου αναφοράς οπότε μπορεί να θεωρηθεί σαν το κλασσικό φορτίο λυγισμού. Για την περίπτωση του τόξου, το κρίσιμο φορτίο λυγισμού το οποίο εκτιμάται από το ABAQUS είναι ίσο με:

$$P_{ABAQUS} = P_{cl} = 1893.3kN \tag{4.118}$$

Στο Σχήμα 3.12 δίνεται η πρώτη μορφή λυγισμού για τις τρεις διατυπώσεις λυγισμού για δυο φορτία αναφοράς ή προφορτίσεις. Καθώς το φορτίο αναφοράς αυξάνεται από 10kN στα 1500kN δεν παρατηρουνται σημαντικές διαφορές στο σχήμα της πρώτης μορφής λυγισμού για τις διατυπώσεις λυγισμού ‘Classical’ και ‘Secant’. Παρόλα αυτά υπάρχει μια μικρή διαφορά ανάμεσα στις μορφές των δυο διατυπώσεων αλλά και στις δυο περιπτώσεις παραμένουν ασύμμετρες. Από την άλλη πλευρά, στην περίπτωση της προφόρτισης των 10kN η διατύπωση λυγισμού του ABAQUS δίνει μια μορφή λυγισμού η οποία είναι πολύ κοντά στην αντίστοιχη μορφή της διατύπωσης λυγισμού ‘Classical’. Για την περίπτωση των 1500kN η μορφή λυγισμού του ABAQUS είναι πολύ κοντά στην μορφή λυγισμού της διατύπωσης λυγισμού ‘Secant’. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί από την συνάρτηση του φορτίου λυγισμού για το πρόβλημα του τόξου η οποία δίνεται πιο κάτω. Για μικρά φορτία αναφοράς, η διατύπωση λυγισμού του ABAQUS είναι πιο κοντά στη διατύπωση λυγισμού ‘Classical’. Παρόλα αυτά, καθώς το φορτίο αναφοράς ή η προφόρτιση αυξάνεται, η διατύπωση λυγισμού του ABAQUS προσεγγίζει τη διατύπωση ‘Secant’.



Σχήμα 3.11: Γεωμετρία και φόρτιση του τόξου

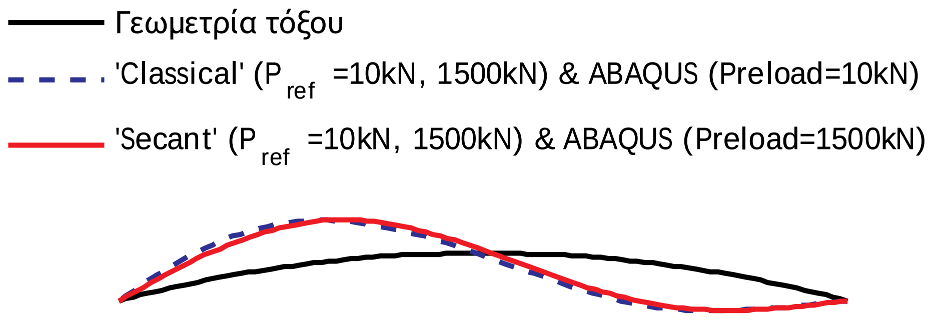
Πίνακας 3.5: Παραμετρική ανάλυση για την εύρεση κατάλληλου δικτύου στοιχείων

N^1	P_{ref} (kN)	P_{LBA} (kN) ^{2}	P_{LBA} (kN) ^{3}
10	18	1889.46	1924.74
20	18	1901.09	1900.98
50	18	1913.56	1894.32
80	18	1913.98	1893.42
100^4	18	1904.81	1893.24
200	18	1904.94	1893.06

1) Αριθμός στοιχείων
2) ADINA – στοιχεία δοκού Hermitian (διατύπωση 'Classical')
3) ABAQUS – γραμμικά στοιχεία δοκού B31 με 2 κόμβους
4) Επιλεγόμενος αριθμός στοιχείων

Αυτή η μορφή λυγισμού λαμβάνεται υπόψη σε αναλύσεις GNIA για ένα αριθμό από πλάτη της ατέλειας, έτσι ώστε να μελετηθεί η ευαισθησία του τόξου σε ατέλειες (Σχήμα 3.13). Όταν δεν λαμβάνεται υπόψη στην ανάλυση ατέλεια (ανάλυση GNA), τότε το τόξο αστοχεί μέσω οριακού σημείου. Το μέγιστο φορτίο σε αυτή την περίπτωση είναι ίσο με:

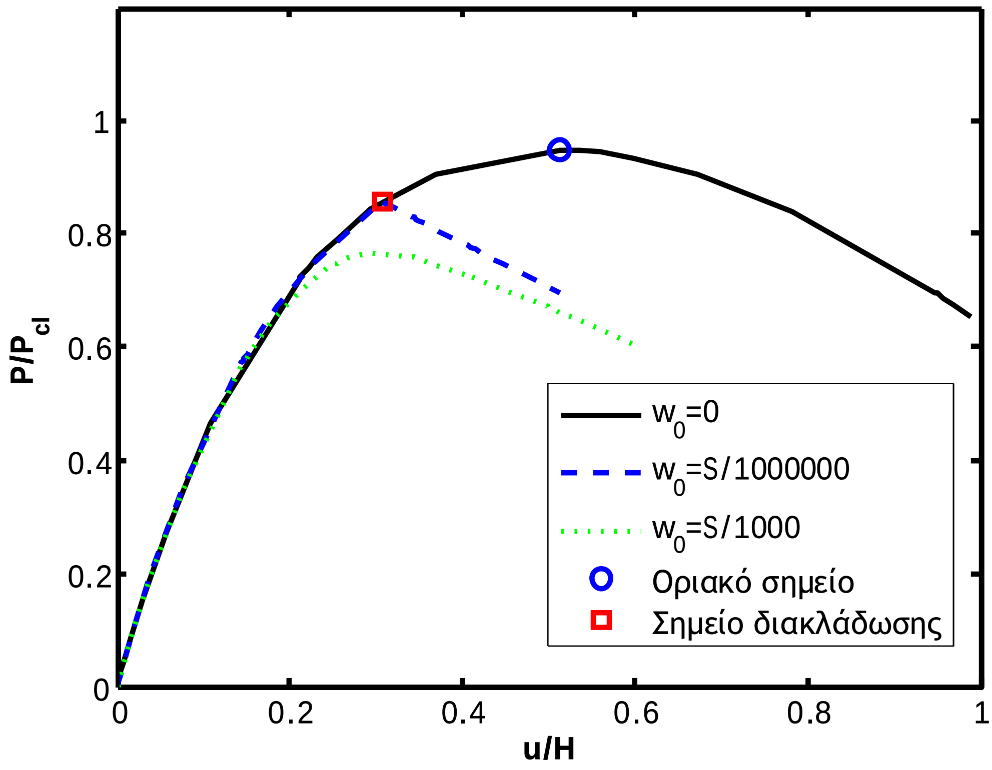
$$P_{GNA} = 1795.82\text{kN} \tag{4.119}$$



Σχήμα 3.12: Μορφή λυγισμού του τόξου (διατύπωση λυγισμού ‘Classical’ του ADINA)

Όταν εισαχθεί στο προσομοίωμα του τόξου μια πολύ μικρή αντισυμμετρική ατέλεια $\left(w_0 = S/1000000\right)$ με τη μορφή της πρώτης μορφής λυγισμού, τότε το τόξο αστοχεί μέσω ενός σημείου διακλάδωσης:

$$P_{GNIA} = 1621.86kN \quad (4.120)$$



Σχήμα 3.13: Δρόμοι ισορροπίας για το τόξο από αναλύσεις GNIA

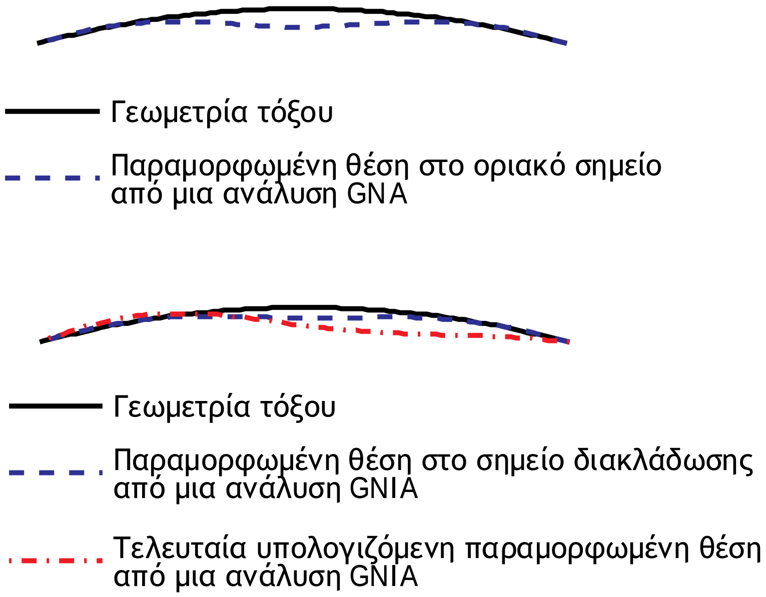
Στο Σχήμα 3.14 δίνονται οι μορφές παραμόρφωσεις για διάφορες θέσεις ισορροπίας του δρόμου ισορροπίας του Σχήματος 3.13. Αυτές οι μορφές παραμόρφωσης αφορούν τόσο το οριακό σημείο της ανάλυση GNA αλλά και το σημείο διακλάδωσης της ανάλυσης GNIA. Στη δεύτερη περίπτωση δίνεται επίσης και μορφή παραμόρφωσης της τελευταίας υπολογιζόμενης θέσης ισορροπίας. Όταν δεν λαμβάνεται υπόψη στην ανάλυση ατέλεια, τότε η παραμόρφωση μέχρι και το οριακό σημείο είναι συμμετρική. Όταν θεωρηθεί μια μικρή ατέλεια $\left(w_0 = S/1000000\right)$, η μορφή παραμόρφωσης είναι πρακτικά συμμετρική. Μετά το σημείο διακλάδωσης όμως, η παραμόρφωση αρχίζει να γίνεται αντισυμμετρική.

Τα αποτελέσματα από την αριθμητική διερεύνηση δίνονται στους Πίνακες 3.6, 3.7 και 3.8 για τις διατυπώσεις λυγισμού ‘Classical’, ‘Secant’ και τη διατύπωση λυγισμού του ABAQUS με μη γραμμική προφόρτιση αντίστοιχα.

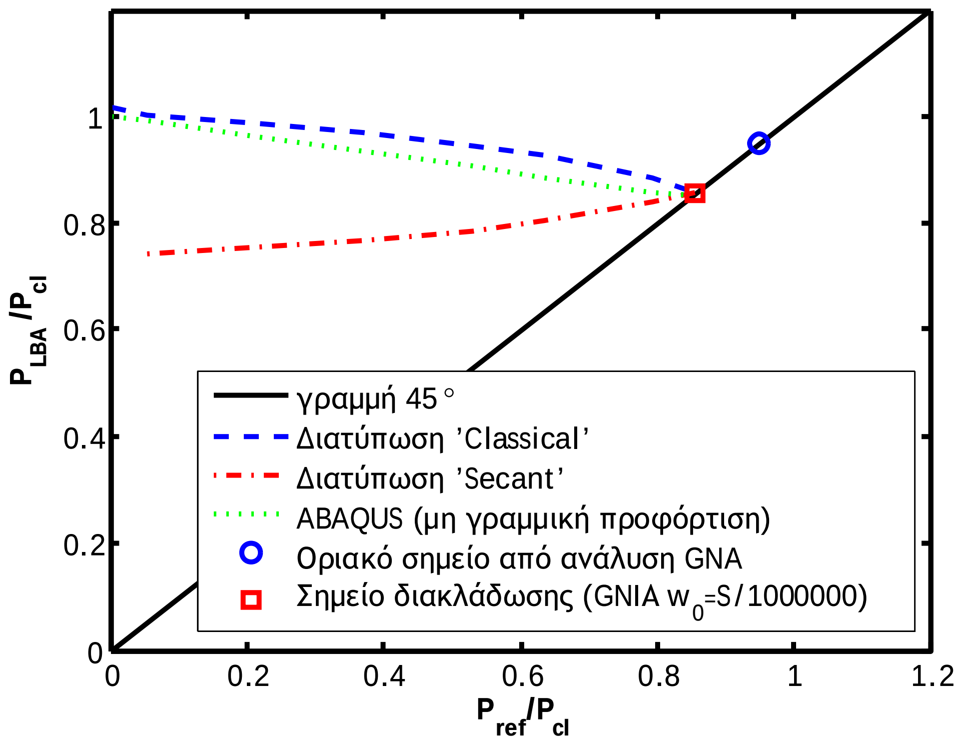
Η πρώτη βασική παρατήρηση είναι ότι και στις δυο διατυπώσεις λυγισμού του ADINA, η ‘Classical’ και η ‘Secant’, το φορτίο λυγισμού εξαρτάται ουσιαστικά από το μέγεθος του φορτίου αναφοράς. Ανάμεσα στις δυο διατυπώσεις, η διατύπωση ‘Secant’ υποεκτιμά ουσιαστικά το κλασσικό φορτίο λυγισμού. Από την άλλη πλευρά, η διατύπωση ‘Classical’ προσεγγίζει το κλασσικό φορτίο λυγισμού ικανοποιητικά, όταν το φορτίο αναφοράς είναι μικρότερο από το $1/20$ περίπου του φορτίου κατάρρευσης του τόξου. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι παρά το γεγονός ότι το φορτίο λυγισμού μεταβάλλεται ανάλογα με το φορτίο αναφοράς, η μορφή λυγισμού παραμένει αντισυμμετρική (Σχήμα 3.12).

Όσον αφορά τη διατύπωση λυγισμού του ABAQUS, το φορτίο λυγισμού επηρεάζεται σημαντικά από το μέγεθος της μη γραμμικής προφόρτισης, κάτι το οποίο αποδίδεται στη σημαντική γεωμετρική μη γραμμικότητα την οποία το τόξο επιδεικνύει πριν από το φορτίο κατάρρευσης.

Στο Σχήμα 3.15 δίνεται η συνάρτηση του φορτίου λυγισμού για όλες τις διατυπώσεις λυγισμού. Για μικρές τιμές του φορτίου αναφοράς, το φορτίο λυγισμού το οποίο προκύπτει από τη διατύπωση λυγισμού ‘Classical’ του ADINA και από το ABAQUS με μη γραμμική προφόρτιση αποτελεί καλή προσέγγιση του κλασσικού φορτίου λυγισμού. Αυτές οι δυο συναρτήσεις του φορτίου λυγισμού παρουσιάζουν παρόμοια χαρακτηριστικά. Καθώς το φορτίο αναφοράς αυξάνεται το φορτίο λυγισμού μειώνεται. Από την άλλη πλευρά, η διατύπωση λυγισμού ‘Secant’ υποεκτιμά το κλασσικό φορτίο λυγισμού για μικρές τιμές του φορτίου αναφοράς ενώ καθώς αυξάνεται το φορτίο αναφοράς το φορτίο λυγισμού αυξάνεται επίσης. Μια πολύ ενδιαφέρουσα παρατήρηση αποτελεί το γεγονός ότι όλες οι διατυπώσεις λυγισμού τέμνουν τη γραμμή των 45° σε μια τιμή η οποία πρακτικά είναι ίση με το σημείο διακλάδωσης από μια ανάλυση GNIA. Με άλλα λόγια οι διατυπώσεις λυγισμού μπορούν να εκτιμήσουν το πραγματικό φορτίο αστοχίας του τόξου.



Σχήμα 3.14: Διάφορες θέσεις παραμόρφωσης από αναλύσεις GNA και GNIA



Σχήμα 3.15: Συνάρτηση φορτίου λυγισμού για τις διάφορες περιπτώσεις λυγισμού

Πίνακας 3.6: Φορτία λυγισμού για το τόξο – Διατύπωση λυγισμού 'Classical'

$P_{ref}\,(kN)$	ADINA 'Classical'		
	Ιδιοτιμή	P_{LBA}	P_{LBA}/P_{cl}
1	1923.15	1923.15	1.01577
100	18.9789	1897.89	1.00242
1000	1.7942	1794.23	0.94767
1500	1.1168	1675.20	0.88480

Πίνακας 3.7: Φορτία λυγισμού για το τόξο – Διατύπωση λυγισμού 'Secant'

$P_{ref}\,(kN)$	ADINA 'Secant'		
	Ιδιοτιμή	P_{LBA}	P_{LBA}/P_{cl}
1	-	-	-
100	14.08690	1408.69	0.74404
1000	1.49149	1491.49	0.78777
1500	1.05963	1589.45	0.83951

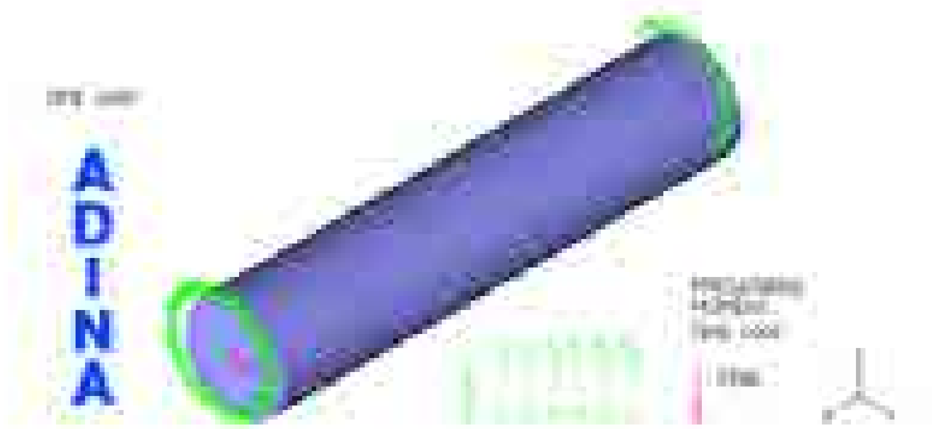
Πίνακας 3.8: Φορτία λυγισμού για το τόξο – ABAQUS

$\overline{P}\,(kN)$	ABAQUS με μη γραμμική προφόρτιση		
$(Q = 1kN)$	Ιδιοτιμή	P_{LBA}	P_{LBA}/P_{cl}
1	1892.20	1893.2	0.99995
100	1777.10	1877.1	0.99144
1000	716.90	1716.9	0.90683
1500	120.67	1620.67	0.85600

3.7.3 Κυλινδρικό κέλυφος υπό κάμψη

Το τρίτο παράδειγμα αφορά ένα κυλινδρικό κέλυφος μήκους $L = 14m$, διαμέτρου $D = 3m$ και πάχους $t = 20mm$. Το κέλυφος υποβάλλεται σε μια καμπτική ροπή στο ένα άκρο. Το ένα άκρο του κελύφους είναι πακτωμένο ενώ στο άλλο άκρο ο μετακινησιακός βαθμός ελευθερίας στη διεύθυνση της καμπτικής ροπής και ο στροφικός βαθμός ελευθερίας στη διεύθυνση του άξονα του κελύφους δεσμεύονται (Σχήμα 3.16).

Το πρόβλημα επιλύεται και με δυο προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων, το ADINA [ADINA, 2006] και το ABAQUS [ABAQUS, 2008]. Στον Πίνακα 3.9 δίνονται τα αποτελέσματα μιας παραμετρικής ανάλυσης με βάση την οποία επιλέγεται ο κατάλληλος αριθμός πεπερασμένων στοιχείων. Από τη διερεύνηση αυτή προκύπτει ότι ένας αριθμός από 9243 στοιχεία κελύφους MITC4 για το ADINA και ο ίδιος αριθμός στοιχείων κελύφους S4 για το ABAQUS είναι επαρκής.



Σχήμα 3.16: Κυλινδρικό κέλυφος υπό θλίψη

Πίνακας 3.9: Παραμετρική ανάλυση για την εύρεση κατάλληλου δικτύου πεπερασμένων στοιχείων

N^1	M_{ref} (kN)	M_{LBA} $(kN)^2$	M_{LBA} $(kN)^3$
2128	2500	316062.50	320150.00
3290	2500	288685.00	291950.00
5192	2500	270980.00	273475.00
6700	2500	264175.00	266300.00
9243^4	2500	257877.50	259775.00
13160	2500	252842.50	254550.00
20650	2500	248626.25	250175.00

1) Αριθμός στοιχείων

2) ADINA - Στοιχεία κελύφους MITC4 (διατύπωση λυγισμού ‘Classical’)

3) ABAQUS - Στοιχεία κελύφους S4

4) Επιλεγόμενος αριθμός στοιχείων

Το φορτίο λυγισμού το οποίο προκύπτει από μια ανάλυση λυγισμού με το ABAQUS χωρίς προφόρτιση μπορεί να θεωρηθεί σαν το κλασσικό φορτίο λυγισμού:

$$M_{ABAQUS} = M_{cl} = 259775 kNm \tag{4.121}$$

Στο Σχήμα 3.17 δίνεται η πρώτη μορφή λυγισμού όπως προκύπτει από την διατύπωση λυγισμού 'Classical' του ADINA με $M_{ref} = 2597.74 kNm$.

Αυτή η ατέλεια λαμβάνεται υπόψη στις αναλύσεις GNIA έτσι ώστε να μελετηθεί η ευαισθησία του κελύφους υπό κάμψη. Στο Σχήμα 3.18 δίνονται οι καμπύλες ροπής-στροφής από τις αναλύσεις αυτές. Στον κατακόρυφο άξονα η εφαρμοζόμενη ροπή αδιαστατοποιείται ως προς το κλασσικό φορτίο λυγισμού M_{cl}. Στον οριζόντιο άξονα δίνεται η στροφή του κόμβου στον οποίο εφαρμόζεται η ροπή.

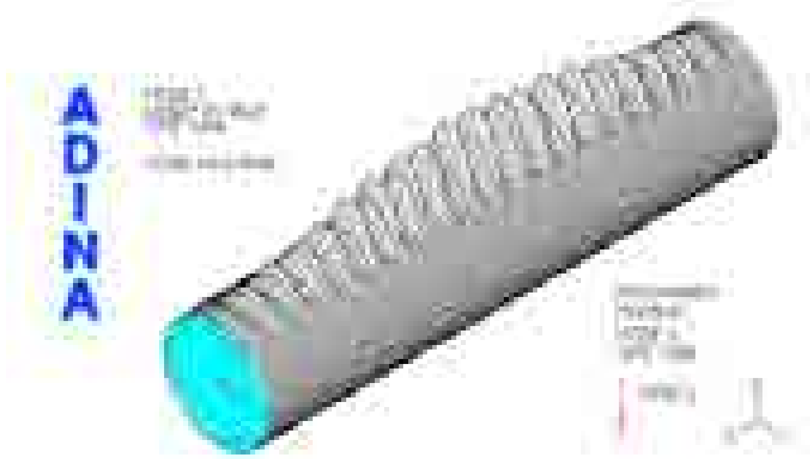
Από το Σχήμα 3.18 γίνεται αμέσως κατανοητό ότι το κέλυφος είναι ιδιαίτερα ευαίσθητο σε ατέλειες. Παραδείγματος χάριν, εάν εισαχθεί μια ατέλεια με πλάτος $t/10$, τότε το φορτίο λυγισμού του ατελούς κελύφους είναι περίπου 47% μικρότερο από το αντίστοιχο φορτίο του τέλειου κελύφους. Για το κέλυφος χωρίς ατέλεια η ροπή αντοχής δεν είναι ίση με τη ροπή M_{cl} επειδή η γραμμικά μεταβαλλόμενη αξονική τάση καθ' ύψος της διατομής του κελύφους λόγω της ροπής δρα σαν ατέλεια στην κατασκευή.

Το φορτίο κατάρρευσης το οποίο προκύπτει από μια ανάλυση GNA με το ADINA είναι ίσο με:

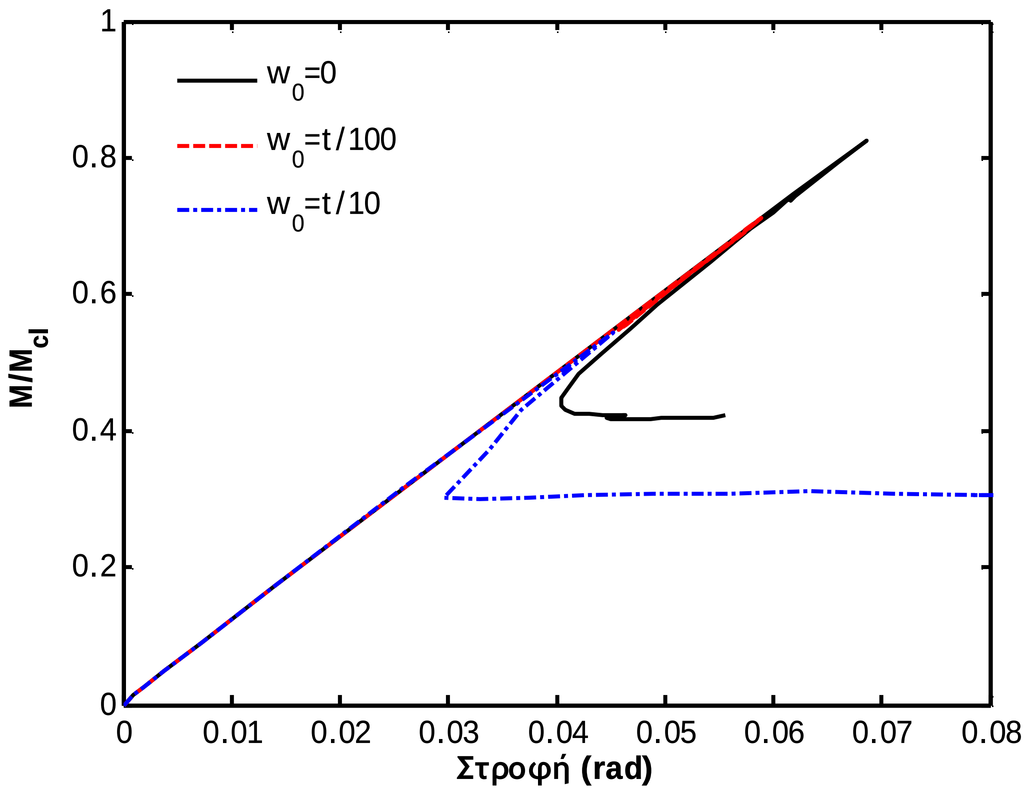
$$M_{GNA} = 214271 kNm \tag{4.122}$$

Τα αποτελέσματα των αναλύσεων λυγισμού δίνονται στους Πίνακες 3.10 και 3.11 για την διατύπωση λυγισμού 'Classical' και 'Secant' αντίστοιχα, και στον Πίνακα 3.12 για τη διατύπωση λυγισμού του ABAQUS με μη γραμμική προφόρτιση.

Για μικρά φορτία αναφοράς, η διατύπωση λυγισμού 'Classical' του ADINA όπως επίσης η διατύπωση λυγισμού του ABAQUS με μη γραμμική προφόρτιση δίνουν μια καλή προσέγγιση του κλασσικού φορτίου λυγισμού. Αυτό δεν συμβαίνει όμως στην περίπτωση της διατύπωσης λυγισμού 'Secant'. Καθώς το φορτίο αναφοράς αυξάνεται, και οι δυο διατυπώσεις λυγισμού συγκλίνουν πρακτικά στο ίδιο φορτίο λυγισμού, ενώ το ABAQUS δίνει μικρότερο φορτίο.



Σχήμα 3.17: Πρώτη μορφή λυγισμού της διατύπωσης λυγισμού ‘Classical’ του ADINA



Σχήμα 3.18: Καμπύλες ροπής-στροφής για το κυλινδρικό κέλυφος (αναλύσεις GNIA)

Στο Σχήμα 3.19 δίνεται η πρώτη μορφή λυγισμού για τις τρεις εξεταζόμενες μορφές λυγισμού για δυο διαφορετικά φορτία αναφοράς στην περίπτωση του ADINA και τα αντίστοιχα μεγέθη προφόρτισης $\bar{M}$ για την περίπτωση του ABAQUS. Παρατηρείται ότι υπάρχει μια καλή συμφωνία μεταξύ της διατύπωσης ‘Classical’ του ADINA και της διατύπωσης του ABAQUS με μη γραμμική προφόρτιση. Για το μεγαλύτερο μέγεθος του φορτίου αναφοράς που αντιστοιχεί σε 200000kNm, η διατύπωση ‘Secant’ συμφωνεί ικανοποιητικά με τις δυο άλλες διατυπώσεις λυγισμού. Από την άλλη πλευρά, για το χαμηλότερο φορτίο αναφοράς των 10000kNm, η διατύπωση λυγισμού ‘Secant’ υπολογίζει μια μορφή λυγισμού η οποία διαφοροποιείται ουσιαστικά από την αντίστοιχη μορφή λυγισμού των δυο άλλων διατυπώσεων.

Πίνακας 3.10: Φορτίο λυγισμού για το κέλυφος – διατύπωση λυγισμού ‘Classical’

$M_{ref}\ (kNm)$	ADINA ‘Classical’		
	Ιδιοτιμή	$M_{LBA}\ (kNm)$	M_{LBA}/M_{cl}
1000	257.96	257960	1.04712
10000	25.7409	257409	1.04488
100000	2.4578	245778	0.99767
200000	1.0721	214412	0.87035

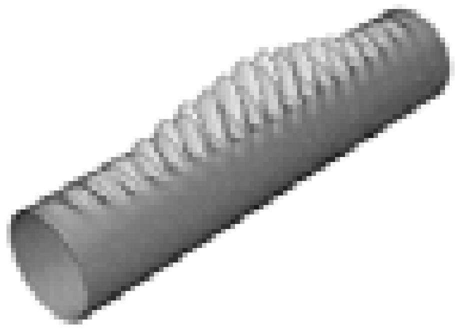
Πίνακας 3.11: Φορτία λυγισμού για το κέλυφος – Διατύπωση λυγισμού ‘Secant’

$M_{ref}\ (kNm)$	ADINA ‘Secant'		
	Ιδιοτιμή	$M_{LBA}\ (kNm)$	M_{LBA}/M_{cl}
1000	-	-	-
10000	12.7685	127685.00	0.51830
100000	1.6833	168325.00	0.68327
200000	1.0550	211000.00	0.85650

Πίνακας 3.12: Φορτία λυγισμού για το κέλυφος – ABAQUS

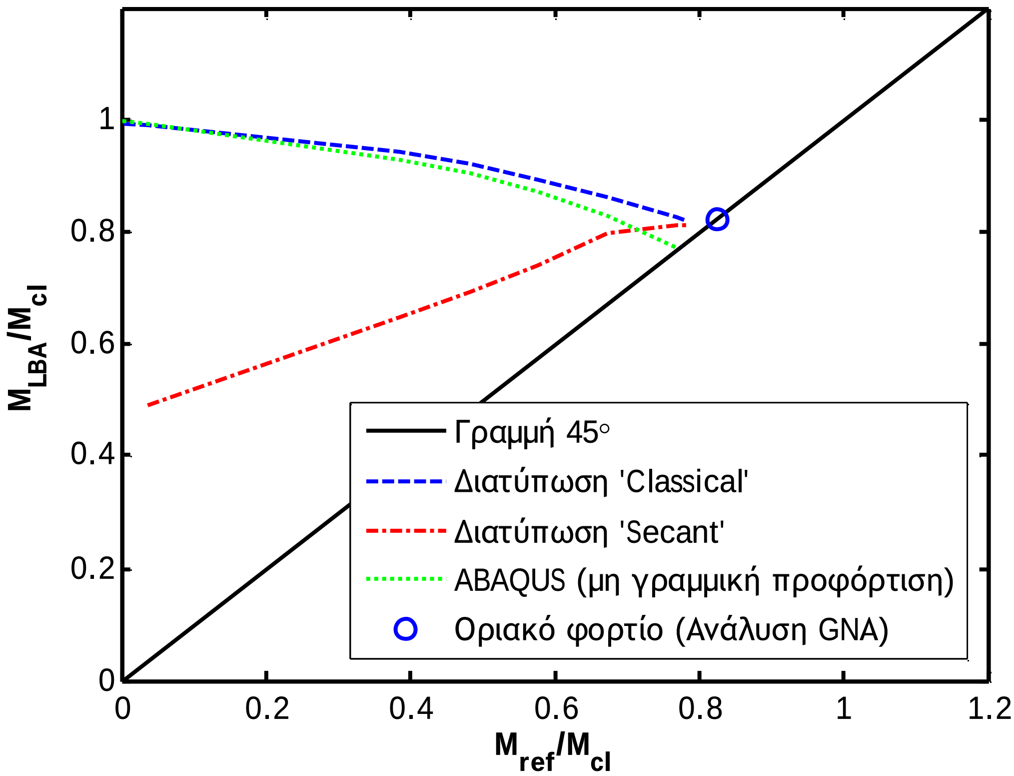
$\bar{M}\ (kNm)$	ABAQUS με μη γραμμική προφόρτιση		
$(M_{ref} = 1kNm)$	Ιδιοτιμή	$M_{LBA}\ (kNm)$	M_{LBA}/M_{cl}
1000	258671.00	259671	0.99960
10000	248576.00	258576	0.99538
100000	141655.00	241655	0.93025
200000	795.94	200795.9	0.77296

Στο Σχήμα 3.20 δίνεται η συνάρτηση του φορτίου λυγισμού του κυλινδρικού κελύφους υπό κάμψη και για τους τρεις εξεταζόμενους αλγόριθμους. Εάν το φορτίο αναφοράς διατηρηθεί σε χαμηλά επίπεδα, η διατύπωση λυγισμού ‘Classical’ του ADINA δίνει μια καλή προσέγγιση του κλασσικού φορτίου λυγισμού. Μια ακόμα σημαντική παρατήρηση είναι ότι και οι δυο διατυπώσεις λυγισμού του ADINA οδηγούν στο ίδιο φορτίο λυγισμού καθώς το φορτίο αναφοράς αυξηθεί στην τιμή των 203500 kNm. Εάν χρησιμοποιηθεί αυτό το φορτίο αναφοράς τότε το υπολογιζόμενο φορτίο λυγισμού είναι ίσο με 213038 kNm και 210775 kNm για τις διατυπώσεις ‘Classical’ και ‘Secant’ αντίστοιχα. Αυτά τα μη γραμμικά φορτία λυγισμού είναι μια καλή προσέγγιση του μη γραμμικού φορτίου κατάρρευσης, το οποίο είναι ίσο με 214271 kNm, και το οποίο προκύπτει από μια ανάλυση GNA με τον αλγόριθμο Collapse Analysis του ADINA [Bathe and Dvorkin, 1983].

	$M_{ref}(\text{ADINA})$ ή $\bar{M}(\text{ABAQUS})$ σε kNm	
	10000	200000
ADINA ‘Classical’		
ADINA ‘Secant’		
ABAQUS (μη γραμμική προφόρτιση)		

Σχήμα 3.19: Πρώτη μορφή λυγισμού ως προς το φορτίο αναφοράς

Παρατηρώντας τη συνάρτηση του φορτίου λυγισμού του ABAQUS με μη γραμμική προφόρτιση μπορεί να διαφανεί ότι μοιάζει με τα αποτελέσματα της διατύπωσης λυγισμού 'Classical' του ADINA, αλλά τελικά οδηγεί σε ένα ελαφρώς μικρότερο φορτίο λυγισμού στην τομή με τη γραμμή των $45°$. Είναι επίσης ενδιαφέρον το γεγονός ότι η διατύπωση 'Secant' διαφοροποιείται σημαντικά από τις άλλες δυο διατυπώσεις λυγισμού για μικρά φορτία αναφοράς κάτι το οποίο οφείλεται στο γεγονός ότι υπολογίζει πολύ διαφορετικές μορφές λυγισμού (βλέπε Σχήμα 3.19).



Σχήμα 3.20: Συνάρτηση φορτίου λυγισμού κυλινδρικού κελύφους υπό θλίψη

3.8 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό έγινε αναφορά σε βασικές μεθοδολογίες αριθμητικής ανάλυσης κελυφών με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η ανάπτυξη των αριθμητικών εργαλείων επιτρέπει σήμερα την ακριβή ανάλυση γενικότερα των κατασκευών χρησιμοποιώντας αλγόριθμους μη γραμμικής ανάλυσης ή γραμμικού λυγισμού.

Η μη γραμμική ανάλυση είναι η πλέον κατάλληλη μέθοδος για την εκτίμηση της αντοχής όχι μόνο των κελυφών αλλά γενικά των κατασκευών, μιας και λαμβάνει υπόψη της όλους εκείνους τους σημαντικούς παράγοντες που επηρεάζουν την τελική αντοχή. Τέτοιοι παράγοντες είναι η ανελαστικότητα του υλικού, η γεωμετρική μη γραμμικότητα, οι αρχικές γεωμετρικές ατέλειες, ακόμη και τα φαινόμενα επαφής μεταξύ των διάφορων τμημάτων των κατασκευών. Μεγάλο ζήτημα παραμένει το θέμα της κατάλληλης γεωμετρικής ατέλειας και του μεγέθους αυτής που πρέπει να υιοθετηθεί στη προσομοίωση με μη γραμμική ανάλυση. Σε αρκετές περιπτώσεις η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού είναι επαρκής αλλά στην περίπτωση των κελυφών κάτι τέτοιο δεν ισχύει πάντοτε.

Πάντως, η γραμμική ανάλυση λυγισμού παραμένει ένα σημαντικό εργαλείο για τον πρακτικό δομοστατικό σχεδιασμό καθώς παρέχουν: (i) μια πρώτη ένδειξη και στις πλείστες περιπτώσεις ένα άνω όριο της πραγματικής αντοχής, (ii) κρίσιμα φορτία για τον υπολογισμό αδιάστατων λυγηροτήτων στο πλαίσιο κανονιστικών διατάξεων σχεδιασμού, (iii) προσεγγιστικές τιμές γεωμετρικώς μη γραμμικών φορτίων λυγισμού, (iv) σχήματα ατελειών για πλήρως μη γραμμικές αναλύσεις γεωμετρίας και υλικού. Από την εμπειρία που έχει αποκτηθεί χρησιμοποιώντας εμπορικά προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων προκύπτει ότι τόσο η ιδιομορφή όσο και το μέγεθος του κρίσιμου φορτίου μπορεί να διαφέρει, μερικές φορές σημαντικά, από τον ένα αλγόριθμο στον άλλο και μπορεί να εξαρτάται και από το μέγεθος του φορτίου αναφοράς.

Για τη σύγκριση των αλγορίθμων γραμμικού λυγισμού που υπάρχουν στα πολύ γνωστά προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων ADINA και ABAQUS έχουν αναλυθεί τρία παραδείγματα. Το πρώτο παράδειγμα, ενός αμφιαρθρωτού υποστυλώματος υπό θλίψη, είναι χαρακτηριστικό κατασκευών οι οποίες έχουν γραμμική προλυγισμική συμπεριφορά και ευσταθή μεταλυγισμικό κλάδο. Το δεύτερο παράδειγμα, ενός ρηχού τόξου υποβαλλόμενου σε συγκεντρωμένο φορτίο στην κορυφή, είναι χαρακτηριστικό κατασκευών με μη γραμμική προλυγισμική συμπεριφορά. Το τρίτο παράδειγμα, ενός λεπτότοιχου κυλινδρικού κελύφους υποβαλλόμενου σε καθαρή κάμψη, είναι τυπικό κατασκευών με γραμμική προλυγισμική συμπεριφορά και με πολύ ασταθή μεταλυγισμική συμπεριφορά.

Ανάμεσα στους αλγορίθμους γραμμικού λυγισμού που μελετήθηκαν, ο μόνος αλγόριθμος που αντιστοιχεί στην κλασική ανάλυση λυγισμού είναι εκείνος του ABAQUS χωρίς προφόρτιση. Η ‘κλασική’ διατύπωση λυγισμού του ADINA και η διατύπωση του ABAQUS με μη γραμμική προφόρτιση προσεγγίζουν την κλασική ανάλυση λυγισμού εφόσον το φορτίο αναφοράς διατηρηθεί σε χαμηλά επίπεδα. Ένας πρακτικός τρόπος για τον προσδιορισμό τέτοιων μικρών φορτίων αναφοράς είναι ο ακόλουθος. Αρχικά διεξάγεται μια ανάλυση λυγισμού με τυχαίο φορτίο αναφοράς για να προκύψει μια πρώτη εκτίμηση του φορτίου λυγισμού και ακολούθως χρησιμοποιείται το $1/100$ αυτού του φορτίου λυγισμού σαν φορτίο αναφοράς σε μια δεύτερη ανάλυση λυγισμού. Η διατύπωση 'Secant' του ADINA δεν οδηγεί σε ικανοποιητική προσέγγιση του κλασικού φορτίου λυγισμού.

Και οι δυο διατυπώσεις λυγισμού του ADINA καθώς επίσης και η διατύπωση του ABAQUS με μη γραμμική προφόρτιση παρέχουν καλή προσέγγιση των γεωμετρικώς μη γραμμικών φορτίων λυγισμού, εφόσον το φορτίο αναφοράς βρίσκεται κοντά στο τελικό μη γραμμικό φορτίο. Αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί με διαδοχικές αναλύσεις λυγισμού όπου αυξάνεται σταδιακά το φορτίο αναφοράς και απεικονίζοντας τις συναρτήσεις λυγισμού μέχρι να φτάσουν την γραμμή με κλίση 45°. Με αυτή τη μεθοδολογία, οι δυο διατυπώσεις του ADINA έχουν αποδειχτεί πιο ακριβείς από ότι η διατύπωση λυγισμού του ABAQUS με μη γραμμική προφόρτιση.

3.9 Βιβλιογραφία

ABAQUS/Standard and ABAQUS/Explicit, "Abaqus Theory Manual", Dassault Systems, 2008.

ADINA R & D, Inc., "Theory and Modeling Guide Volume I: ADINA", Report ARD 06-7, 2006.

Arbocz J and Starnes Jr JH, "Future directions and challenges in shell stability analysis", Thin-Walled Structures, Vol. 40 (9), pp. 729–754, 2002.

Bathe KJ and Dvorkin EN, "On the Automatic Solution of Nonlinear Finite Element Equations", *Computers & Structures*, Vol. 17, pp. 871-879, 1983.

Bathe KJ, "Finite Element Procedures", *Prentice Hall*, 1996.

Batoz JL and Dhatt G, "Incremental displacement algorithms for non-linear problems", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 14, pp. 1262-1266, 1979.

Belytschko T, Liu WK and Moran B, "Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures", John Wiley & Sons Ltd., 2000.

Bergan PG and Soreide T, “A comparative study of different numerical techniques as applied to a nonlinear structural problem”, *Computation Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 2, pp. 185-201, 1973.

Bergan PG and Soreide T, “Solution of large displacement and instability problems using the current stiffness parameter”, Finite Elements in Nonlinear Mechanics, Tapir Press, pp. 647-669, 1978.

Bergan PG, “Solution algorithms for non-linear structural problems”, *Computers & Structures*, Vol. 12, pp. 497-509, 1980.

Bicanic N and Johnson KH, “Who Was ‘-Raphson’?”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 14, pp. 148-152, 1978.

Bielewicz E and Gσrski J, “Shells with random geometric imperfections: simulation-based approach”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 37 (4–5), pp. 777–784, 2002.

Brendel B and Ramm E, “Linear and nonlinear stability analysis of cylindrical shells”, *Computers & Structures*, Vol. 12, pp. 549-558, 1980.

Chang SC and Chen JJ, “Effectiveness of linear bifurcation analysis for predicting the nonlinear stability limits of structures”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 23, pp. 831-846, 1986.

Chryssanthopoulos MK and Poggi C, “Probabilistic imperfection sensitivity analysis of axially compressed composite cylinders”, *Engineering Structures*, Vol. 17 (6), pp. 398–406, 1995.

Crisfield MA, “A Fast Incremental/Iterative Solution Procedure That Handles Snap-Through”, *Computers & Structures*, Vol. 13, pp. 55-62, 1981.

Crisfield MA, “Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures, Volume 1: Essentials”, John Wiley & Sons, 1991.

Deml M and Wunderlich W, “Direct evaluation of the ‘worst’ imperfection shape in shell buckling”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 149 (1–4), pp. 201–222, 1997.

Den Heijer C and Rheinboldt WC, “On steplength algorithms for a class of continuation methods”, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, Vol. 18, pp. 925-948, 1981.

Dennis JE and More J, "Quasi-Newton methods, motivation and theory", *SIAM Review*, Vol. 19, pp. 46-89, 1977.

Duddeck H, Kröplin B, Dinkler D, Hillmann J and Wagenhuber W, Berechnung des nichtlinearen Tragverhaltens dünner Schalen im Vor- und Nachbeulbereich, In Nichtlineare Berechnungen im Konstruktiven Ingenieurbau (ed. E. Stein), Berlin, Springer-Verlag, 1990.

Han H, Cheng J, Taheri F and Pegg Neil, "Numerical and experimental investigations of the response of aluminium cylinders with a cutout subject to axial compression", *Thin-Walled Structures*, Vol. 44, pp. 254-270, 2006.

Kreyszig E, "Advanced Engineering Mathematics", 5th Edition, John Wiley, New York, 1983.

Meng-Kao Yeh, Ming-Chyuan Lin and Wen-Tsang Wu, "Bending buckling of an elastoplastic cylindrical shell with a cutout", *Engineering Structures*, Vol. 21, pp. 996-1005, 1999.

Papadopoulos V and Papadrakakis M, "Finite element analysis of cylindrical panels with random initial imperfections", J*ournal of Engineering Mechanics (ASCE)*, Vol. 130 (8), pp. 867–876, 2004.

Papadopoulos V and Papadrakakis M, "The effect of material and thickness variability on the buckling load of shells with random initial imperfections", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 194 (12–16), pp. 1405–1426, 2005.

Papadopoulos V and Iglesis P, "The effect of non-uniformity of axial loading on the buckling behavior of shells with random imperfections", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 44 (18–19), 6299–6317, 2007.

Papadopoulos V, Charmpis DC and Papadrakakis M, "A computationally efficient method for the buckling analysis of shells with stochastic imperfections", Computational Mechanics, Vol. 43, pp. 687–700, 2009.

Pircher M and Bridge R, "The influence of circumferential weld-induced imperfections on the buckling of silos and tanks", Journal of Constructional Steel Research, Vol. 57, pp. 569–580, 2001.

Pontow J, "Imperfektionsempfindlichkeit und Grenzlasten von Schalentragwerken", Dissertation, TU Braunschweig, 2009.

Ramm E, "Strategies for Tracing Nonlinear Responses Near Limit Points", Nonlinear Finite Element Analysis in Structural Mechanics (W. Wunderlich, E. Stein and K.J. Bathe, eds.), pp. 63-89, Springer-Verlag, New York, 1981.

Ramm E, "The Riks/Wempner approach-an extension of the displacement control method in nonlinear analysis", Non-linear Computational Mechanics, ed. E. Hinton et al, Pineridge, Swansea, pp. 63-86, 1982.

Riks E, "The application of Newton's method to the problem of elastic stability", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 39, pp. 1060-1066, 1972.

Riks E, "An Incremental Approach to the Solution of Snapping and Buckling Problems", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 15, pp. 529-551, 1979.

Sadowski AJ and Rotter JM, "Buckling of very slender metal silos under eccentric discharge", Engineering Structures, Vol. 33, pp. 1187–1194, 2011.

Shariati M and Rokhi MM, "Numerical and experimental investigations on buckling of steel cylindrical shells with elliptical cutout subject to axial compression", *Thin – Walled Structures*, Vol. 46, pp. 1251 – 1261, 2008.

Schenk CA and Schuëller GI, "Buckling analysis of cylindrical shells with random geometric imperfections", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 38 (7), pp. 1119–1132, 2003.

Schenk CA and Schuëller GI, "Buckling analysis of cylindrical shells with cutouts including random boundary and geometric imperfections", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 196 (35–36), pp. 3424–3434, 2007.

Schmidt WF, "Adaptive step size selection for use with the continuation method", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 12, pp. 677-694, 1978.

Schneider W, "Stimulating Equivalent Geometric Imperfections for the Numerical Buckling Strength Verification of Axially Compressed Cylindrical Steel Shells", Computational Mechanics, Vol. 37, pp. 530–536, 2006.

Spohr I, Störenergie-Konzept für den elasto-plastischen Beulsicherheitsnachweis beliebig belasteter Zylinderschalen, Dissertation, TU Braunschweig, 1998.

Tranel G, Stabilitätsnachweis belieger Schalen mit dem Konzept den Störenergie, Dissertation, TU Braunschweig, 1993.

Tsouvalis NG, Zafeiratou AA and Papazoglou VJ, "The effect of geometric imperfections on the buckling behavior of composite laminated cylinders under external hydrostatic pressure", *Composites Part B: Engineering, Vol.* 34, pp. 217–226, 2003.

Wagenhuber W, Imperfektionssensivität und rechnerischer Nachweis der Beulsicherheit dünner Schalen, Dissertation, TU Braunschweig, 1989.

Wempner GA, "Discrete approximations related to nonlinear theories of solids", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 7, pp. 1581-1599, 1971.

Wriggers P, Wagner W and Miehe C, "A quadratically convergent procedure for the calculation of stability points in finite element analysis", *Computation Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 70, pp. 329-347, 1987.

Wriggers P and Simo JC, "A general procedure for the direct computation of turning and bifurcation points", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 30, pp. 155-176, 1990.

Wriggers H, Onate E and Wriggers P, "Direct Computation of Instability Points with Inequality Constraints Using the Finite Element Method", *International Center for Numerical Methods in Engineering*, 2001.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Ιστορική εξέλιξη κανόνων σχεδιασμού κελυφών έναντι λυγισμού

4.1 Εισαγωγή

Η πρώτη προσπάθεια δημιουργίας μιας γενικής μεθόδου υπολογισμού της αντοχής ισότροπων κελυφών έγινε στη Γερμανία το 1980 με την εισαγωγή του DASt – Richtlinie 013. Περίπου ταυτόχρονα δημιουργήθηκαν σε ευρωπαϊκό επίπεδο οι συστάσεις σχεδιασμού κελυφών της ECCS.

Στη συνέχεια αναπτύχθηκε ο κανονισμός DIN 18800 – 4 ο οποίος αντικατέστησε τον κανονισμό DASt – Richtlnie 013 το 1990. Ο DIN 18800 – 4 αποτελεί στην ουσία μια εξέλιξη του DASt – Richtlinie 013, όμως συμμορφώθηκε ως προς τη γενικότερη φιλοσοφία του με τους άλλους κανονισμούς σχετικούς με φαινόμενα ευστάθειας, DIN 18800 – 2 και DIN 18800 – 3. Με αυτές τις εξελίξεις, ο κανονισμός DASt – Richtlinie 013 αποσύρθηκε και έπαψε να χρησιμοποιείται πλέον.

Με την πρόοδο της γνώσης στα θέματα ευστάθειας κελυφών και την αλματώδη ανάπτυξη των αριθμητικών μεθόδων ανάλυσης και των υπολογιστικών ικανοτήτων των Η/Υ, υπήρξε η ανάγκη συμπλήρωσης των πιο πάνω κανόνων σχεδιασμού. Για το λόγο αυτό παρουσιάστηκε το 1992 ένα σχέδιο κανόνων, το DASt – Richtlinie 017, το οποίο έδινε οδηγίες σχεδιασμού για κελύφη με ενισχύσεις, ενώ για πρώτη φορά εμφανίζεται και η δυνατότητα σχεδιασμού με αποκλειστική χρήση αριθμητικών μεθόδων.

Η βασική φιλοσοφία που ακολουθείται σε αυτούς τους κανονισμούς συνοψίζεται στα επόμενα τρία βήματα. Στο πρώτο βήμα υπολογίζεται η ιδεατή ελαστική κρίσιμη τάση λυγισμού του τέλειου κελύφους με τη βοήθεια αναλυτικών εκφράσεων. Σε ιδιαίτερες περιπτώσεις είναι δυνατή η χρήση πιστοποιημένων αριθμητικών μεθόδων για τον υπολογισμό αυτού του φορτίου. Στο δεύτερο βήμα γίνεται χρήση ενός ή περισσοτέρων συντελεστών για την απομείωση του ιδεατού ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού σε ένα φορτίο αντιπροσωπευτικό της αντοχής των πραγματικών κελυφών. Η απομείωση αυτή βασίζεται σε μια στατιστική μελέτη ενός πολυάριθμου δείγματος πειραματικών δοκιμίων και λαμβάνει υπόψη της συνολικά την επίδραση όλων των δυνατών παραγόντων που προκαλούν την μείωση της αντοχής των κελυφών, όπως παραδείγματος χάριν τις γεωμετρικές και συνοριακές ατέλειες και την διαρροή του υλικού. Στο τρίτο και τελευταίο βήμα, το απομειωμένο φορτίο λυγισμού απομειώνεται περαιτέρω με τη βοήθεια ενός συντελεστή ασφαλείας.

Στις ακόλουθες παραγράφους γίνεται μια περιγραφή των βασικών χαρακτηριστικών των τριών γερμανικών οδηγιών σχεδιασμού, DASt – Richtlinie 013, DIN 18800 – 4, DASt – Richtlinie 017, των συστάσεων σχεδιασμού του ECCS, καθώς επίσης και του πιο πρόσφατου κανονισμού κελυφών, EN1993 – Part 1.6. Έχει γίνει προσπάθεια να υιοθετηθούν στο κεφάλαιο αυτό ενιαία σύμβολα για τα διάφορα μεγέθη που παρατηρούνται στους διάφορους κανονισμούς, οπότε ενδέχεται να αποκλίνουν από τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται στους ίδιους τους κανονισμούς.

Πέρα από τους πιο πάνω κανονισμούς, άλλοι κανονισμοί σχετικοί με την ευστάθεια ενισχυμένων ή μη κελυφών είναι ο αμερικάνικος κανονισμός της [ASME, 1980], ο βρεττανικός [BSI, 1976] και ο νορβηγικός [DNV, 1982], ενώ κάποιες προτάσεις για την ενίσχυση οπών σε κελύφη δίνονται στα [DIN 4131, 1991], [DIN 4133, 1991], [DIN 4119, 1980], [DIN 18914, 1985], [GL, 2010] και [DIBt, 2004].

4.2 DASt – Richtlinie 013

Το DASt – Richtlinie 013 παρείχε κανόνες σχεδιασμού έναντι λυγισμού για μη ενισχυμένα κυλινδρικά, κωνικά καθώς επίσης και σφαιρικά κελύφη. Αυτοί οι κανόνες σχεδιασμού αφορούσαν την περίπτωση της αξονικής θλίψης, της εξωτερικής πίεσης και της στρέψης όπως επίσης και συνδυασμού των βασικών αυτών φορτίσεων. Μια εξαίρεση αποτελούσε το σφαιρικό κέλυφος για το οποίο εξεταζόταν μόνο η περίπτωση της εξωτερικής πίεσης.

Η φιλοσοφία σχεδιασμού που ακολουθείται για κάθε είδος κελύφους αλλά και φόρτισης ήταν η ίδια. Το άθροισμα κάθε είδους τάσης (αξονικής, περιφερειακής, στρεπτικής) πολλαπλασιασμένης με τον κατάλληλο συντελεστή ασφαλείας θα έπρεπε να είναι μικρότερη από την οριακή τάση. Το βασικό μέλημα του κανονισμού ήταν ο προσδιορισμός της τάσης σχεδιασμού σ_{Rk}. Στην ελαστική περιοχή ήταν αναγκαία η εκτίμηση της αξονικής $\sigma_{x,Rcr}$, περιφερειακής $\sigma_{\theta,Rcr}$ και διατμητικής $\tau_{x\theta,Rcr}$ κρίσιμης τάσης διακλάδωσης του τέλειου λεπτότοιχου κελύφους με τη βοήθεια της γραμμικής θεωρίας λυγισμού. Η απομείωση από την ιδεατή τάση λυγισμού στην χαρακτηριστική τάση λυγισμού ατελών και ελαστικών κελυφών γινόταν μέσω ενός μειωτικού συντελεστή α:

$$\sigma_{x,e} = \alpha_x \sigma_{x,Rcr} \quad \text{και} \quad \tau_{x\theta,e} = \alpha_{x\theta} \tau_{x\theta,Rcr} \tag{4.1}$$

Οι μειωτικοί συντελεστές α ήταν διαφορετικοί για τις διάφορες μεμβρανικές καταπονήσεις. Στην ουσία αποτελούσαν κάτω όρια αντοχής όπως αυτά είχαν προσδιοριστεί από πολλά πειράματα. Για την περίπτωση της αξονικής θλίψης κυλινδρικού κελύφους, ο μειωτικός συντελεστής δινόταν από τη σχέση:

$$\alpha_x = \frac{0.52}{\sqrt{1+\frac{r}{100t}}} \tag{4.2}$$

όπου r και t είναι η ακτίνα και το πάχος του κελύφους.

Αυτός ο μειωτικός συντελεστής επειδή λάμβανε υπόψη του τις γεωμετρικές και τις υπόλοιπες δομικές ατέλειες χαρακτηριζόταν και ελαστικός μειωτικός συντελεστής.

Ενώ για τον καθαρά ελαστικό λυγισμό, με εξαίρεση το μέτρο ελαστικότητας, δεν χρησιμοποιείτο άλλη ιδιότητα του υλικού, στην περίπτωση του ελαστο – πλαστικού λυγισμού θα έπρεπε να ληφθεί υπόψη και το όριο διαρροής του υλικού.

Για την δημιουργία μιας διαδικασίας σχεδιασμού ανεξάρτητης από το όριο διαρροής είχε εισαχθεί η λυγηρότητα (για αξονική θλιπτική τάση):

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{f_{y,k}}{\alpha_x \sigma_{x,Rcr}}} \tag{4.3}$$

όπου $f_{y,k}$ είναι το όριο διαρροής.

και η αδιάστατη χαρακτηριστική τάση λυγισμού:

$$\bar{\sigma}_{x,Rk} = \frac{\sigma_{x,Rk}}{f_{y,k}} \tag{4.4}$$

Η αδιάστατη χαρακτηριστική τάση λυγισμού $\bar{\sigma}_{x,Rk}$ για την περίπτωση αξονικά θλιβόμενου κελύφους υπό αξονική θλίψη δινόταν από τις ακόλουθες εκφράσεις σαν συνάρτηση της λυγηρότητας λ_s :

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{x,Rk} &= \left(1-0.434\left(\lambda_s-0.2\right)\right), \quad \sigma_{x,e} > 0.40 f_{y,k} \\ \bar{\sigma}_{x,Rk} &= \frac{1}{\lambda_s^2}, \quad \sigma_{x,e} \leq 0.40 f_{y,k} \end{aligned} \tag{4.5}$$

Με την εισαγωγή αυτής της λυγηρότητας μπορούσε να αντιμετωπιστεί από άποψη σχεδιασμού τόσο η ελαστική περιοχή όσο και η πλαστική περιοχή. Στο DASt – Richtlinie 013 η πλαστική περιοχή ξεκινούσε όταν η ελαστική απομειωμένη τάση λυγισμού γινόταν ίση με το 40% του ορίου διαρροής $f_{y,k}$. Αξίζει να σημειωθεί ότι στην εξίσωση (4.3) που αφορά την λυγηρότητα, συμπεριλαμβανόταν και ο ελαστικός μειωτικός συντελεστής, πράγμα το οποίο δεν παρατηρείται στους σημερινούς κανονισμούς σχεδιασμού όπως παραδείγματος χάριν ο DIN 18800 – 4 και ο EN1993 – Part 1-6.

Στον κανονισμό αυτό γίνεται αναφορά σε ενίσχυση οπών. Προτείνεται η χρήση ενισχύσεων με εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν που αφαιρείται λόγω του ανοίγματος με ταυτόχρονο έλεγχο έναντι ευστάθειας των στοιχείων της ενίσχυσης. Αναφέρεται επίσης ότι οι συγκεντρώσεις τάσεων εξαιτίας του ανοίγματος μπορεί να οδηγήσουν σε τοπικό λυγισμό.

4.3 DIN 18800 – 4

Το DIN 18800 – 4 αποτελεί στην ουσία μια εξέλιξη του DASt – Richtlinie 013. Και στον κανονισμό αυτό απαιτείται οι μεμβρανικές τάσεις $\left(\sigma_x, \sigma_\theta, \tau_{x\theta}\right)$ να είναι μικρότερες από τις οριακές τάσεις λυγισμού:

$$\frac{\sigma_{x,Ed}}{\sigma_{x,Rd}} \leq 1.0, \quad \frac{\sigma_{\theta,Ed}}{\sigma_{\theta,Rd}} \leq 1.0 \quad \text{και} \quad \frac{\tau_{x\theta,Ed}}{\tau_{x\theta,Rd}} \leq 1.0 \tag{4.6}$$

όπου $\sigma_{x,Rk}$, $\sigma_{\theta,Rk}$ και $\tau_{x\theta,Rk}$ είναι οι αντοχές σχεδιασμού για αξονική, περιφερειακή και διατμητική τάση, οι οποίες προκύπτουν από τις χαρακτηριστικές τιμές των αντοχών $\sigma_{x,Rk}$, $\sigma_{\theta,Rk}$ και $\tau_{x\theta,Rk}$ διαιρεμένες με κάποιους συντελεστές ασφαλείας οι οποίοι δίνονται στη συνέχεια.

Στον κανονισμό αυτό χρησιμοποιείται η ιδεατή αξονική $\sigma_{x,Rcr}$, περιφερειακή $\sigma_{\theta,Rcr}$ και διατμητική $\tau_{x\theta,Rcr}$ ελαστική κρίσιμη τάση λυγισμού, η οποία στην ουσία δίνεται από τις εκφράσεις του κανονισμού DASt – Richtlinie 013 διορθωμένες με το συντελεστή C. Για ένα αξονικά θλιβόμενο κέλυφος, η ιδεατή ελαστική τάση λυγισμού δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_{x,Rcr} = 0.605 C_x E \frac{t}{r} \tag{4.7}$$

όπου E είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού, και C_x είναι ένας συντελεστής ο οποίος χρησιμοποιείται έτσι ώστε να ληφθούν υπόψη οι ιδιορρυθμίες των κοντών αλλά και των μακριών κελυφών.

Για κυλινδρικά κελύφη ο συντελεστής C_x δίνεται από την σχέση:

$$C_x = \begin{cases} 1+1.5\left(\dfrac{r}{L}\right)^2 \dfrac{t}{r}, & \dfrac{L}{r} \le 0.5\sqrt{\dfrac{r}{t}} \\ 1-\dfrac{0.4\dfrac{L}{r}\sqrt{\dfrac{t}{r}}-0.2}{\eta} \ge 0.6 & \end{cases} \tag{4.8}$$

όπου L είναι το μήκος του κελύφους και η είναι ένας συντελεστής ο οποίος εξαρτάται από τις συνοριακές συνθήκες. Όταν $L/r \le 0.5\sqrt{r/t}$ επιτρέπεται να λαμβάνεται C_x=1.0.

Επόμενο βήμα είναι ο προσδιορισμός της λυγηρότητας με τη βοήθεια της χαρακτηριστικής τιμής του ορίου διαρροής $f_{y,k}$ και της ιδεατής τάσης λυγισμού σ_{Rcr} βάσει της σχέσης:

$$\lambda = \sqrt{\frac{f_{y,k}}{\sigma_{Rcr}}} \tag{4.9}$$

όπου η ιδεατή τάση λυγισμού σ_{Rcr} μπορεί να αφορά είτε αξονική τάση $\sigma_{x,Rcr}$, είτε περιφερειακή τάση $\sigma_{\theta,Rcr}$ είτε διατμητική τάση $\tau_{x\theta,Rcr}$.

Η πιο πάνω λυγηρότητα έχει μια βασική διαφορά από την αντίστοιχη λυγηρότητα του DASt – Richtlinie 013. Αυτή έγκειται στο γεγονός ότι η λυγηρότητα του DIN 18800 – 4 αποτελεί μια χαρακτηριστική τιμή του τέλειου γεωμετρικά κελύφους μιας και δεν υπεισέρχεται κάποιος συντελεστής που να αφορά αρχικές ατέλειες. Η λυγηρότητα αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του μειωτικού συντελεστή κ ο οποίος λαμβάνει υπόψη την επιρροή των αρχικών ατελειών.

Με τη βοήθεια του συντελεστή κ επιτυγχάνεται η κατάλληλη απομείωση από την ιδεατή κρίσιμη τάση λυγισμού σ_{Rcr} στην χαρακτηριστική οριακή τάση του ατελούς και ελαστοπλαστικού κελύφους σ_{Rk}. Αυτή η απομείωση γίνεται σε ένα βήμα σε αντίθεση με το DASt – Richtlinie 013 όπου η αντίστοιχη απομείωση πραγματοποιείται σε δυο διαδοχικά βήματα (ένα βήμα για την εκτίμηση της επιρροής των αρχικών ατελειών μέσω της λυγηρότητας και ένα άλλο βήμα για την εκτίμηση της επιρροής των φαινομένων διαρροής). Η χαρακτηριστική οριακή τάση λυγισμού σ_{Rk} δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_{x,Rk} = \kappa f_{y,k}, \quad \sigma_{\varphi,Rk} = \kappa f_{y,k} \quad \text{και} \quad \tau_{x\theta,Rk} = \kappa \frac{f_{y,k}}{\sqrt{3}} \tag{4.10}$$

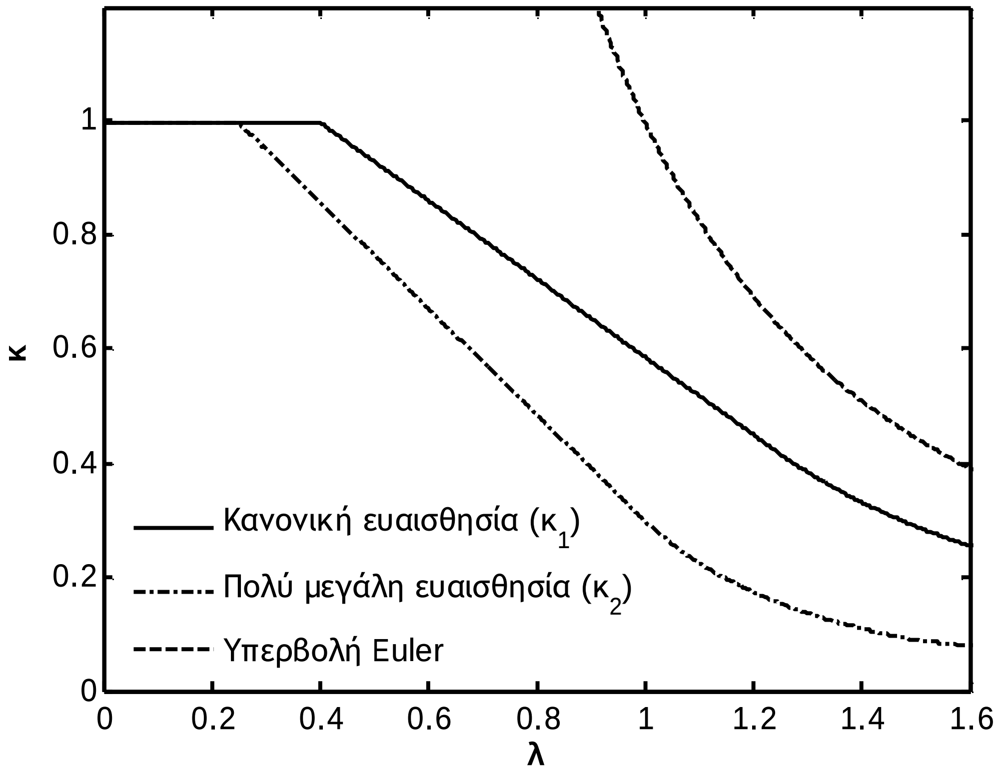
Ο μειωτικός συντελεστής κ εξαρτάται από την ευαισθησία στις αρχικές ατέλειες. Στο DIN 18800 – 4 γίνεται διάκριση σε δυο κατηγορίες κελυφών: τα κελύφη με κανονική ευαισθησία σε ατέλειες (κ_1) και τα κελύφη με μεγάλη ευαισθησία σε ατέλειες (κ_2).

Οι μειωτικοί συντελεστές κ_1 και κ_2 δίνονται από τις σχέσεις:

$$\kappa_1 = \begin{cases} 1, & \lambda \le 0.4 \\ 1.274 - 0.686\lambda, & 0.4 \le \lambda < 1.2 \\ 0.65/\lambda^2, & \lambda \ge 1.2 \end{cases} \tag{4.11}$$

$$\kappa_2 = \begin{cases} 1, & \lambda \le 0.25 \\ 1.233 - 0.933\lambda, & 0.25 \le \lambda < 1.0 \\ 0.3/\lambda^3, & 1.0 < \lambda \le 1.5 \\ 0.2/\lambda^2, & \lambda > 1.5 \end{cases} \tag{4.12}$$

Στο Σχήμα 4.1 δίνεται ο μειωτικός συντελεστής κ για τις δυο κατηγορίες κελυφών συναρτήσει της λυγηρότητας λ.



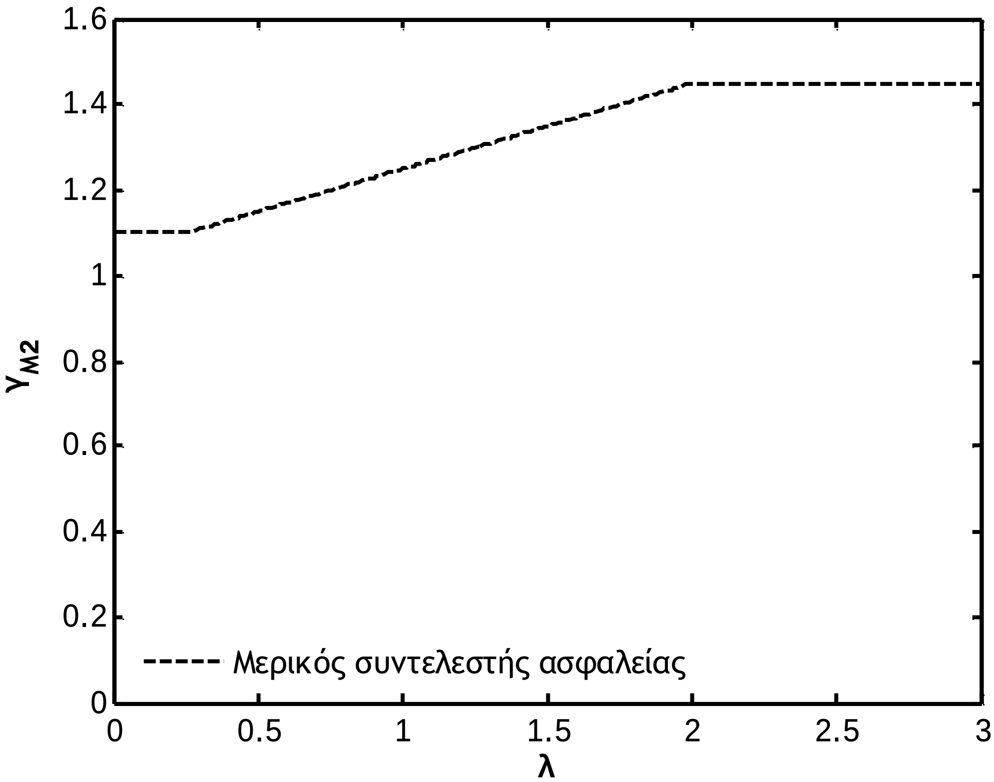
Σχήμα 4.1: Μειωτικός συντελεστής κ του DIN 18800 – 4

Στο τελικό βήμα προκύπτει η αντοχή σχεδιασμού με τη βοήθεια των σχέσεων:

$$\sigma_{x,Rd} = \frac{\sigma_{x,Rk}}{\gamma_M}, \quad \sigma_{x,Rd} = \frac{\sigma_{x,Rk}}{\gamma_M} \quad \text{και} \quad \tau_{x\theta,Rd} = \frac{\tau_{x\theta,Rd}}{\gamma_M} \tag{4.13}$$

Όπως και στη περίπτωση του μειωτικού συντελεστή έτσι και στη περίπτωση του επιμέρους συντελεστή ασφαλείας γ_M γίνεται διάκριση μεταξύ των δυο κατηγοριών κελυφών. Στην πρώτη κατηγορία κελυφών με κανονική ευαισθησία σε ατέλειες, ο επιμέρους συντελεστής ασφαλείας είναι ίσος με $\gamma_M = \gamma_{M1} = 1.10$. Στην δεύτερη κατηγορία κελυφών με πολύ μεγάλη ευαισθησία σε ατέλεια, ο επιμέρους συντελεστής ασφαλείας ο οποίος εξαρτάται από την λυγηρότητα λ λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές λόγω της μεγαλύτερης ευαισθησίας σε αρχικές ατέλειες και δίνεται από τις σχέσεις (4.14) (βλ. Σχήμα 4.2).

$$\gamma_{M2} = \begin{cases} 1.1, & \lambda \leq 0.25 \\ 1.1\left(1+0.318\dfrac{\lambda - 0.25}{1.75}\right), & 0.25 < \lambda < 2.00 \\ 1.45, & \lambda \geq 2.00 \end{cases} \tag{4.14}$$



Σχήμα 4.2: Μερικός συντελεστής ασφαλείας γ_{M2} κατά DIN 18800 – 4

Σημειώνεται ότι στον κανονισμό αυτό δεν υπάρχουν διατάξεις σχετικά με κελύφη με άνοιγμα ενισχυμένο ή μη.

4.4 DASt – Richtlinie 017

Με τις κανονιστικές διατάξεις του DIN 18800 – 4 δεν ήταν δυνατός ο σχεδιασμός όλων των δυνατών μορφών κελυφών που παρουσιάζονται στην πράξη. Παρέμεναν αρκετές κατασκευές για τις οποίες δεν υπήρχε διαθέσιμη ικανή γνώση για μελετητικούς σκοπούς. Η ομάδα εργασίας του DASt επιχειρώντας να δώσει λύσεις στο ζήτημα αυτό, παρουσίασε ένα σχεδιάγραμμα κανονιστικών διατάξεων, το DASt – Richtlinie 017.

Ίσως το πιο ενδιαφέρον μέρος αυτών των διατάξεων αποτελεί το κεφάλαιο 6 το οποίο παρέχει κατευθυντήριες γραμμές για την ορθή χρήση των διαθέσιμων αριθμητικών εργαλείων για τον σχεδιασμό κελυφών. Στον Πίνακα 4.1 δίνονται οι προτεινόμενοι τύποι αριθμητικής ανάλυσης.

Πίνακας 4.1: Τύποι αριθμητικής ανάλυσης κατά το DASt – Richtlinie 017

Προσομοίωση υλικού	Προσομοίωση γεωμετρίας	
	Τέλεια γεωμετρία	Ατελής γεωμετρία
Ελαστικό υλικό	(I) ▪ Αριθμητική εύρεση του ιδεατού φορτίου λυγισμού του ελαστικού, τέλειου γεωμετρικά κελύφους ▪ Χρήση μειωτικού συντελεστή για την επίδραση των ατελειών και της διαρροής του υλικού	(IIIa) ▪ Αριθμητική εύρεση του φορτίου λυγισμού με ικανές υποθετικές ατέλειες το οποίο να ανταποκρίνεται στο φορτίο λυγισμού της πραγματικής κατασκευής
Ελαστο–πλαστικό υλικό	(II) ▪ Αριθμητική εύρεση του ιδεατού φορτίου λυγισμού του ελαστο-πλαστικού, τέλειου γεωμετρικά κελύφους ▪ Χρήση μειωτικού συντελεστή για την επιρροή των ατελειών	(IIIb) ▪ Όταν απαιτείται, στην αριθμητική εύρεση του φορτίου λυγισμού να λαμβάνεται υπόψη η ελαστο-πλαστική φύση του υλικού.

Τύπος αριθμητικής ανάλυσης I

Σύμφωνα με αυτό τον τύπο ανάλυσης υπολογίζεται το ιδεατό φορτίο λυγισμού του τέλειο γεωμετρικά ελαστικού κελύφους F_{Rcr}. Η πλαστική αντοχή F_{Rpl} ορίζεται ως εκείνος ο συντελεστής για τον οποίο οι μεμβρανικές δυνάμεις ικανοποιούν το κριτήριο Mises:

$$n_x^2 - n_x n_\theta + n_\theta^2 + 3n_{x\theta}^2 = \left(t f_{y,k}\right)^2 \tag{4.15}$$

όπου οι μεμβρανικές δυνάμεις είναι ίσες με $n_x=\sigma_x t$, $n_\theta=\sigma_\theta t$ και $n_{x\theta}=\sigma_{x\theta} t$ ενώ σ_x, σ_θ και $\sigma_{x\theta}$ είναι οι αξονικές, περιφερειακές και διατμητικές τάσεις.

Συντηρητικά, η αντοχή αυτή μπορεί να οριστεί για εκείνο το βήμα φόρτισης για το οποίο μια εκ των τριών μεμβρανικών δυνάμεων $\left(n_x, n_\theta, n_{x\theta}\right)$ φτάνει τη μέγιστη δυνατή τιμή της.

Με βάση αυτά τα δυο μεγέθη, προκύπτει η ανηγμένη λυγηρότητα:

$$\lambda_{ov} = \sqrt{\frac{F_{Rpl}}{F_{Rcr}}} \tag{4.16}$$

Το χαρακτηριστικό φορτίο λυγισμού δίνεται από τη σχέση:

$$F_{Rk} = \kappa_S F_{Rpl} \quad \text{όπου} \quad \kappa_S = f\left(\lambda_{ov}\right) \tag{4.17}$$

Ο μειωτικός συντελεστής κ_S λαμβάνει υπόψη του τόσο τις αρχικές ατέλειες όσο και την ανελαστικότητα του υλικού.

Όταν δεν μπορεί να γίνει άλλη κατάλληλη και αξιόπιστη επιλογή για τον μειωτικό συντελεστή κ_S, τότε μπορεί να λαμβάνεται υπόψη ο μειωτικός συντελεστής κ_2 του DIN 18800-4, δηλαδή:

$$\kappa_S = \kappa_2 \tag{4.18}$$

Τύπος αριθμητικής ανάλυσης II

Σύμφωνα με αυτόν τον τύπο ανάλυσης υπολογίζεται αρχικά η αντοχή του κελύφους από μια γεωμετρικώς μη γραμμική ανάλυση με ανελαστικό υλικό χωρίς γεωμετρικές ατέλειες $F_{R,GMNA}$.

Η χαρακτηριστική αντοχή του κελύφους προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$F_{Rk} = \alpha_S F_{R,GMNA} \quad \text{όπου} \quad \alpha_S = f(\lambda) \tag{4.19}$$

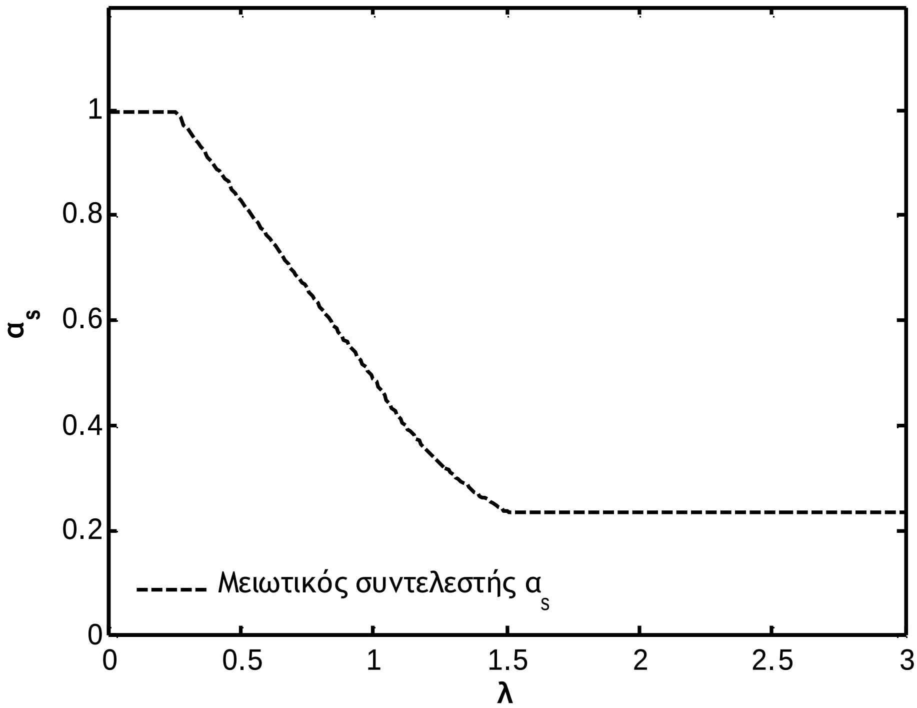
Ο μειωτικός συντελεστής λαμβάνει υπόψη την επιρροή των αρχικών ατελειών, εξαρτάται από την λυγηρότητα λ της σχέσης (4.16). Αν δεν μπορεί να δικαιολογηθεί μια άλλη πιο ευνοϊκή ευαισθησία σε ατέλειες και επομένως ένας λιγότερο συντηρητικός συντελεστής, προτείνεται να λαμβάνεται ένας μειωτικός συντελεστής που αντιστοιχεί σε εξαιρετικά μεγάλη ευαισθησία σε ατέλειες και που δίνεται από τις σχέσεις (βλ. και Σχήμα 4.3):

$$\lambda \leq 0.25 : \alpha_S = 1 \tag{4.20}$$

$$0.25 < \lambda \leq 1.0 : \alpha_S = 1.17 - 0.68\lambda \tag{4.21}$$

$$1.0 < \lambda \leq 1.5 : \alpha_S = \frac{0.49}{\lambda^{1.81}} \tag{4.22}$$

$$1.5 < \lambda : \alpha_S = 0.235 \tag{4.23}$$



Σχήμα 4.3: Μειωτικός συντελεστή α_S

Τύπος αριθμητικής ανάλυσης ΙΙΙ

Ο τρίτος τύπος αριθμητικής ανάλυσης είναι ο πιο λεπτομερής. Για την εφαρμογή του απαιτείται η χρήση εξελιγμένων αριθμητικών εργαλείων. Όλοι οι υπολογισμοί στηρίζονται πλέον στον γεωμετρικά ατελή φορέα αντί στον τέλειο, όπως συμβαίνει στους άλλους τύπους αριθμητικής ανάλυσης που έχουν εξεταστεί. Η επιρροή των γεωμετρικών και λοιπών δομικών ατελειών λαμβάνεται υπόψη μέσω κάποιων ισοδύναμων γεωμετρικών ατελειών. Η μορφή αυτών των ισοδύναμων γεωμετρικών ατελειών επιλέγεται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να έχει δυσμενή επιρροή στην αντοχή του κελύφους. Εάν η πιο δυσμενής μορφή δεν μπορεί να εξακριβωθεί, τότε θα πρέπει να εξεταστεί μια σειρά από ατέλειες και να εκτιμηθεί βάσει αυτών η πιο δυσμενής περίπτωση.

Το μέγιστο πλάτος w_0 της ισοδύναμης γεωμετρικής ατέλειας δίνεται από τη σχέση:

$$\max w_0 = \max\left(1.5\frac{l_m}{100} = 1.5\frac{4\sqrt{rt}}{100};1.5t\right) \tag{4.24}$$

όπου l_m είναι ένα χαρακτηριστικό μήκος προσδιορισμού των γεωμετρικών ατελειών το οποίο δίνεται στο [DIN 18800-4, 1990].

Η εξίσωση (4.24) στηρίζεται στην υπόθεση ότι για το πλάτος της ισοδύναμης γεωμετρικής ατέλειας μπορεί να χρησιμοποιηθεί η τιμή της κατασκευαστικής ανοχής.

Με χρήση μια ελαστικής γεωμετρικά μη γραμμικής ανάλυσης με αρχική γεωμετρική ατέλεια, υπολογίζεται το οριακό φορτίο, όποιο εμφανίζεται νωρίτερα στο δρόμο ισορροπίας. Όταν όλη η περιοχή του κελύφους πριν από το κρίσιμο φορτίο παραμένει ελαστική τότε η χαρακτηριστική τιμή του φορτίου λυγισμού F_{Rk} καλείται $F_{R,GNIA}$. Η μέθοδος αριθμητικής εκτίμησης της αντοχής του κελύφους το οποίο παραμένει στην ελαστική περιοχή καλείται τύπος αριθμητικής ανάλυσης ΙΙΙ(a).

Όταν στο κέλυφος αρχίζει να εμφανίζεται διαρροή, τότε θα πρέπει να διεξαχθεί μια καινούργια αριθμητική ανάλυση. Σε αυτή την ανάλυση θα πρέπει να ληφθεί υπόψη τόσο η γεωμετρική μη γραμμικότητα όσο και η μη γραμμικότητα του υλικού καθώς επίσης και αρχική γεωμετρική ατέλεια. Αυτή η αριθμητική ανάλυση αντιστοιχεί στον τύπο αριθμητικής ανάλυσης ΙΙΙ(b). Το εκτιμούμενο φορτίο λυγισμού καλείται $F_{R,GMNIA}$.

Το φορτίο λυγισμού το οποίο προκύπτει τόσο από τον τύπο αριθμητικής ανάλυσης ΙΙΙ(a) όσο και από τον τύπο αριθμητικής ανάλυσης ΙΙΙ(b) θα πρέπει να βαθμονομηθεί με τη βοήθεια πειραματικών αποτελεσμάτων. Τα πειραματικά αποτελέσματα θα πρέπει να αφορούν πειράματα τα οποία να είναι σχετικά με το εξεταζόμενο κέλυφος τόσο από άποψης λυγηρότητας όσο και από άποψης ιδιοτήτων υλικού και συμπεριφοράς έναντι λυγισμού.

Η βαθμονόμηση αυτή γίνεται με τη βοήθεια του συντελεστή βαθμονόμησης:

$$k_{GMNIA} = \frac{F_{R,test,known,check}}{F_{R,GMNIA,check}} \leq 1.0 \tag{4.25}$$

όπου $F_{R,test,known,check}$ είναι η αντοχή του πειραματικού δοκιμίου.

Η χαρακτηριστική αντοχή του κελύφους F_{Rk} προκύπτει τελικά με τη βοήθεια του συντελεστή βαθμονόμησης και είναι ίση:

$$F_{Rk} = k_{GMNIA} F_{R,GMNIA} \tag{4.26}$$

για την περίπτωση του ανελαστικού λυγισμού ή με:

$$F_{Rk} = k_{GNIA} F_{R,GNIA} \tag{4.27}$$

για την περίπτωση του ελαστικού λυγισμού.

Η χρήση του συντελεστή βαθμονόμησης μειώνει την αριθμητικά υπολογιζόμενη αντοχή και επιχειρεί να προσδώσει στην αριθμητική ανάλυση ένα ικανοποιητικό επίπεδο ασφαλείας.

Σημειώνεται ότι στον κανονισμό αυτό υπάρχουν κάποιες διατάξεις ειδικά για κυλινδρικά κελύφη με άνοιγμα αλλά και με ενισχυμένο άνοιγμα όπου η ενίσχυση αφορά δυο διαμήκη ελάσματα (βλ. Σχήμα 2.12 του κεφαλαίου 2).

Για πολύ μικρά μη ενισχυμένα ανοίγματα, ο σχεδιασμός μπορεί να διεξάγεται χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η παρουσία του ανοίγματος. Αυτό ισχύει εφόσον ικανοποιούνται οι εξής συνθήκες:

$$h/a \leq 1.0 \tag{4.28}$$

$$a/r \leq 2\sqrt{t/r} \tag{4.29}$$

και

$$a/r \leq 0.10 \tag{4.30}$$

Οι κανόνες σχεδιασμού μη ενισχυμένων ανοιγμάτων ισχύουν εφόσον ικανοποιούνται οι εξής συνθήκες:

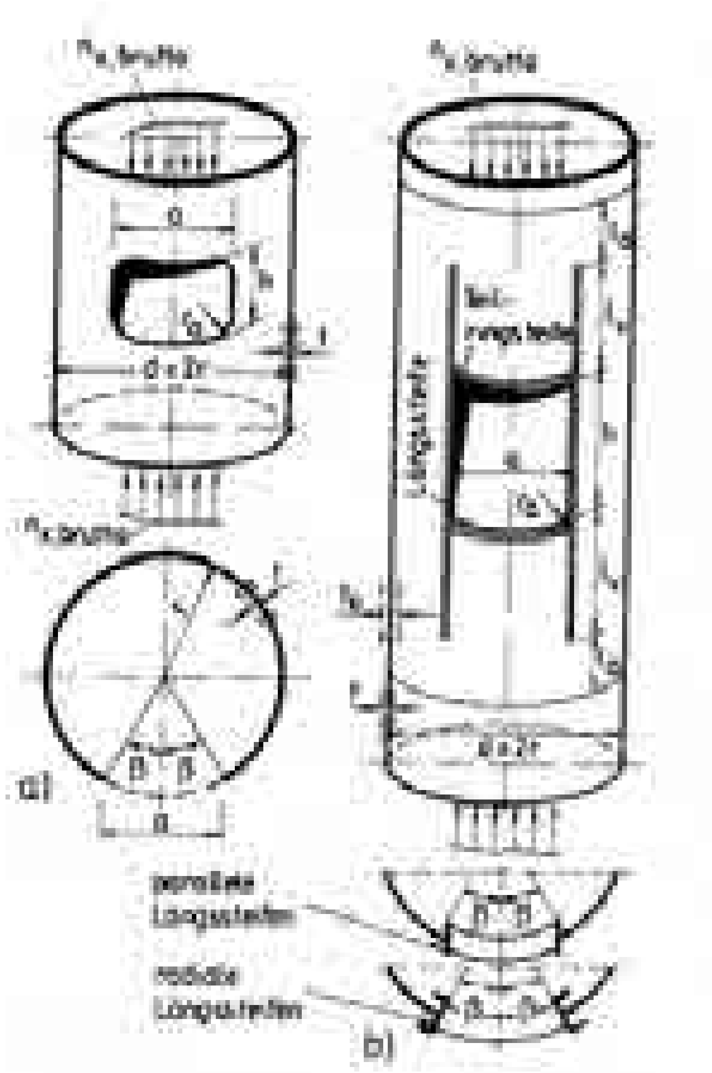
$$r/t \leq 400 \tag{4.31}$$

$$\lambda \leq 1.5 \tag{4.32}$$

$$h/a \leq 1.0 \tag{4.33}$$

$$2\beta \leq 120^{\circ} \tag{4.34}$$

Τα διάφορα γεωμετρικά στοιχεία ενός κυλινδρικού κελύφους με άνοιγμα δίνονται στο Σχήμα 4.4**.**



Σχήμα 4.4: Γεωμετρικά στοιχεία κυλινδρικού κελύφους με άνοιγμα [DASt 017, 1992]

Η αντοχή έναντι αξονικής μεμβρανικής δύναμης n_{xRd} δίνεται από τη σχέση:

$$n_{xRd} = t\sigma_{x,Rd}\left(0.80+0.20\frac{n_{x,brutto}}{n_{x,netto}}\right) \tag{4.35}$$

όπου $\sigma_{x,Rd}$ είναι η αντοχή έναντι αξονικής τάσης κυκλικού κυλινδρικού κελύφους χωρίς άνοιγμα βάσει του [DIN 18800-4, 1990] και t το πάχος του κελύφους στην περιοχή του ανοίγματος. Τα $n_{x,brutto}$ και $n_{x,netto}$ αφορούν τις μεμβρανικές αξονικές δυνάμεις που αναπτύσσονται με βάση την θεωρία κάμψης δοκού εκτός ή εντός της περιοχής του ανοίγματος αντίστοιχα (βλ. Σχήμα 4.5).

Οι διατάξεις για το ενισχυμένο άνοιγμα ισχύσουν εφόσον ικανοποιούνται οι εξής συνθήκες:

$$r/t \le 400 \tag{4.36}$$

$$\lambda \le 1.5 \tag{4.37}$$

$$h/a \le 1.5 \tag{4.38}$$

$$2\beta \le 120^\circ \tag{4.39}$$

Οι διαμήκεις ενισχύσεις θα πρέπει να επεκτείνονται πέραν του κάτω και του πάνω άκρου του ανοίγματος κατά μια ικανοποιητική απόσταση, η οποία ορίζεται από τις εξής σχέσεις:

$$l_v \ge 0.8h,\ l_v \ge 0.8a \tag{4.40}$$

Η αντοχή έναντι αξονικής μεμβρανικής δύναμης n_{xRd} δίνεται από τη σχέση:

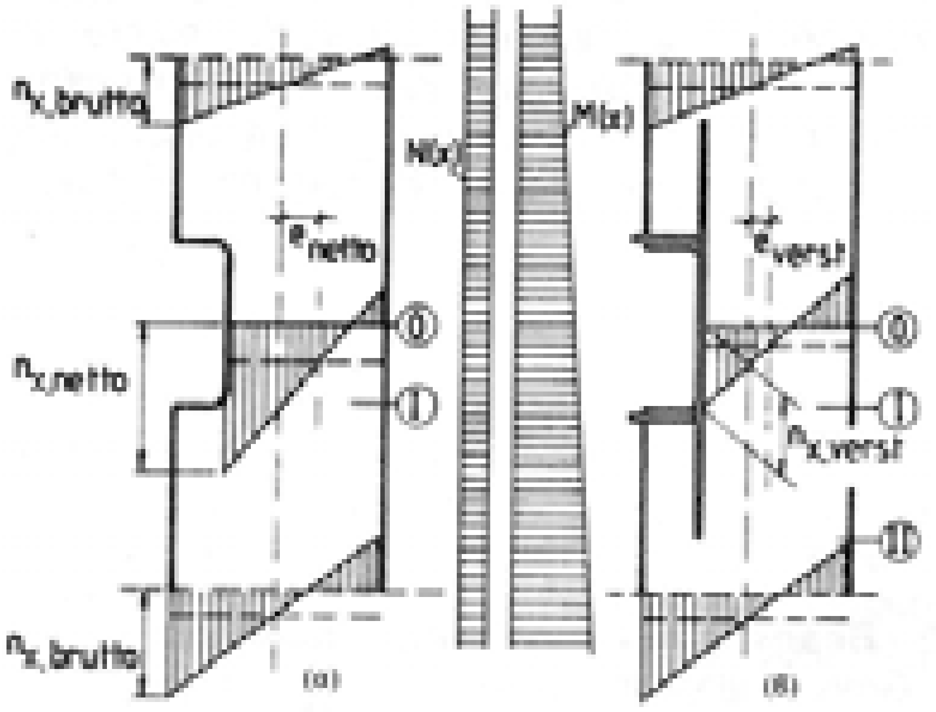
$$n_{xRd} = t\sigma_{x,Rd}\left(0.80+0.20\frac{n_{x,brutto}}{n_{x,netto}}+2\left(\frac{n_{x,brutto}}{n_{x,verst}}-\frac{n_{x,brutto}}{n_{x,netto}}\right)\right) \tag{4.41}$$

Ωστόσο θα πρέπει να ισχύει:

$$n_{xRd} \le t\sigma_{xRd} \tag{4.42}$$

Στην περιοχή της άκρης των διαμήκων ενισχύσεων θα πρέπει να γίνεται έλεγχος έναντι τοπικού λυγισμού, ο οποίος ικανοποιείται εφόσον ισχύει η εξής σχέση:

$$\frac{1.1n_{x,brutto}}{t\sigma_{xRd}} \le 1.0 \tag{4.43}$$



Σχήμα 4.5: Η μεμβρανική αξονική δύναμη nx σε διάφορες θέσεις για (α) κέλυφος με μη ενισχυμένο άνοιγμα και (β) κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα [DASt 017, 1992]

4.5 Συστάσεις ECCS

Οι συστάσεις [ECCS, 1988] ισχύουν τόσο για μη ενισχυμένα, όσο και ενισχυμένα με διαμήκεις ή περιφερειακές νευρώσεις κυλινδρικά κελύφη, για τις περιπτώσεις αξονικής, καμπτικής και στρεπτικής καταπόνησης όπως επίσης και για εξωτερική πίεση.

Ο έλεγχος επάρκειας μιας κατασκευής γίνεται σε επίπεδο ελέγχου των μεμβρανικών τάσεων σ και των διατμητικών τάσεων τ σχεδιασμού, οι οποίες πρέπει να είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες τάσεις αντοχής $\sigma_{x,Rd}$, $\sigma_{\varphi,Rd}$ και $\tau_{x\theta,Rd}$:

$$\sigma_{x,Ed} \le \sigma_{x,Rd}, \quad \sigma_{\theta,Ed} \le \sigma_{\theta,Rd}, \quad \tau_{x\theta,Ed} \le \tau_{x\theta,Rd} \tag{4.44}$$

Για την περίπτωση του αξονικά θλιβόμενου κυλινδρικού κελύφους από χάλυβα, η τάση αντοχής είναι:

$$\sigma_{x,Rd} = \frac{\alpha_x \sigma_{x,Rcr}}{\gamma_M}, \quad \alpha_x \sigma_{x,Rcr} \le \frac{1}{2} f_{y,k} \tag{4.45}$$

$$\sigma_{x,Rd} = f_{y,k}\left[1-0.4123\left(\frac{f_{y,k}}{\alpha_x \sigma_{x,Rcr}}\right)^{0.6}\right], \quad \alpha_x \sigma_{x,Rcr} \geq \frac{1}{2} f_{y,k} \tag{4.46}$$

Στις πιο πάνω εξισώσεις το $f_{y,k}$ αντιστοιχεί στο όριο διαρροής, το α_x στον ελαστικό μειωτικό συντελεστή λόγω ατελειών, το $\sigma_{x,Rcr}$ στην ιδεατή τάση ελαστικού λυγισμού, ενώ ο συντελεστής γ_M ο οποίος ισούται με 4/3 χρησιμοποιείται για λόγους ασφαλείας μιας και η περίπτωση ενός αξονικά θλιβόμενου κελύφους είναι εξαιρετικά ευαίσθητη σε αρχικές ατέλειες.

Η ιδεατή κρίσιμη τάση λυγισμού δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_{x,Rcr} = 0.605 E \frac{t}{r} \tag{4.47}$$

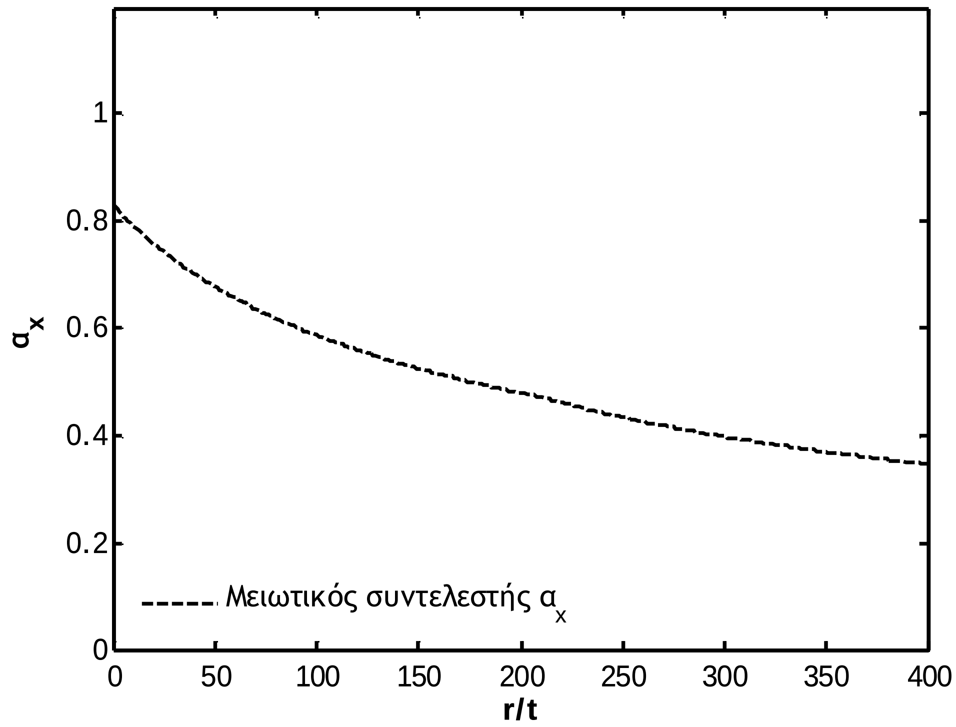
Ο ελαστικός μειωτικός συντελεστής λόγω ατελειών α για την περίπτωση του αξονικά θλιβόμενου κελύφους εξαρτάται από το λόγο ακτίνας προς πάχος κελύφους (r/t) και δίνεται από τις σχέσεις (βλ. και Σχήμα 4.6):

$$\alpha_x = \frac{0.83}{\sqrt{1+0.01\frac{r}{t}}} \quad \left(\text{για } \frac{r}{t} \leq 212\right) \tag{4.48}$$

$$\alpha_x = \frac{0.70}{\sqrt{0.1+0.01\frac{r}{t}}} \quad \left(\text{για } \frac{r}{t} \geq 212\right) \tag{4.49}$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι οι τελευταίες συστάσεις [ECCS, 2008], τροποποιήθηκαν σημαντικά από την προηγούμενη έκδοσης τους του 1988 και είναι εναρμονισμένες με τις διατάξεις του μέρους 1.6 του Ευρωκώδικα 3 σχετικά με την αντοχή και την ευστάθεια των κελυφών.

Στις συστάσεις αυτές δεν υπάρχουν διατάξεις για το σχεδιασμό κελυφών με άνοιγμα ενισχυμένο ή μη.



Σχήμα 4.6: Μειωτικός συντελεστή α_x κατά [ECCS, 1988]

4.6 Κανονισμός κελυφών του Ευρωκώδικα 3 (EN1993-1.6)

Ο κανονισμός που εξέδωσε ο Ευρωπαϊκός Οργανισμός Κανονισμών (CEN) στα πλαίσια των Ευρωκωδίκων σχετικά με τα κελύφη από χάλυβα (EN1993-Μέρος 1.6), αποτελεί την πλέον εξελιγμένη πρόταση για το σχεδιασμό κελυφών. Μάλιστα σε αντίθεση με τους προϋπάρχοντες κανονισμούς, ο EN1993-1.6 (EN1993 – Μέρος 1.6, 2006) εξετάζει πέρα από την οριακή κατάσταση έναντι λυγισμού, και άλλες τρεις οριακές καταστάσεις αντιμετωπίζοντας με αυτό τον τρόπο όλα τα πιθανά σενάρια αστοχίας σε ένα και μόνο κανονισμό. Συγκεκριμένα, εξετάζονται τέσσερις οριακές καταστάσεις (limit states):

- ❑ Οριακή κατάσταση 1 (LS1): Διαρροή κελύφους
- ❑ Οριακή κατάσταση 2 (LS2): Κυκλική διαρροή κελύφους
- ❑ Οριακή κατάσταση 3 (LS3): Λυγισμός κελύφους
- ❑ Οριακή κατάσταση 4 (LS4): Κόπωση

Ο σχεδιασμός έναντι λυγισμού (LS3) βάσει του EN1993 – 1.6 γίνεται με τις εξής βασικές μεθόδους:

- ❑ Μέθοδος των τάσεων

- ❑ Αριθμητική μέθοδος MNA/LBA
- ❑ Αριθμητική μέθοδος GMNIA

Για την πραγματοποίηση του σχεδιασμού ενός κελύφους, ο EN1993-1.6 έχει ορίσει κάποιους θεμελιώδεις τύπους ανάλυσης, οι οποίοι φαίνονται στον Πίνακα 4.2. Η σημασία αυτής της τυποποίησης είναι μεγάλη, και έχει οδηγήσει την υιοθέτηση αυτών των ορολογιών και σε υπόλοιπους κλάδους των μεταλλικών κατασκευών.

Πίνακας 4.2: Τύποι ανάλυσης κελυφών

Τύπος ανάλυσης	Θεωρία κελύφους	Νόμος υλικού	Γεωμετρία κελύφους
Μεμβρανική θεωρία κελυφών	Μεμβρανική θεωρία	Δεν εφαρμόζεται	Τέλεια
Γραμμική ελαστική θεωρία κελυφών (LA)	Γραμμική καμπτική θεωρία	Γραμμικός	Τέλεια
Γραμμική ελαστική θεωρία λυγισμού (LBA)	Γραμμική καμπτική θεωρία	Γραμμικός	Τέλεια
Γεωμετρικώς μη γραμμική ελαστική ανάλυση (GNA)	Μη γραμμική θεωρία	Γραμμικός	Τέλεια
Ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού μόνο (MNA)	Γραμμική θεωρία	Μη γραμμικός	Τέλεια
Ανάλυση με γεωμετρική μη γραμμικότητα και μη γραμμικότητα υλικού (GMNA)	Μη γραμμική θεωρία	Μη γραμμικός	Τέλεια
Γεωμετρικώς μη γραμμική ελαστική ανάλυση με αρχικές ατέλειες (GNIA)	Μη γραμμική θεωρία	Γραμμικός	Ατελής
Ανάλυση με γεωμετρική μη γραμμικότητα και μη γραμμικότητα υλικού με αρχικές ατέλειες (GMNIA)	Μη γραμμική θεωρία	Μη γραμμικός	Ατελής

Από τους τύπους ανάλυσης που δίνονται στον Πίνακα 4.2, οι πλέον χρήσιμοι τύποι που χρησιμοποιούνται στα πλαίσια αυτής της διατριβής είναι οι πιο κάτω:

Γραμμική ελαστική ανάλυση λυγισμού (LBA)

Η γραμμική ελαστική ανάλυση λυγισμού υπολογίζει την ιδιοτιμή η οποία αντιστοιχεί στο χαμηλότερο σημείο διακλάδωσης και στο οποίο το κέλυφος με βάση τη φόρτιση και τις συνοριακές συνθήκες που λαμβάνονται υπόψη μπορεί να λυγίσει σε μια παραμόρφωση διαφορετική από εκείνη που θα αντιστοιχούσε σε μια γραμμική ελαστική ανάλυση με τις ίδιες αρχικές συνθήκες (φόρτισης και συνοριακών συνθηκών). Πληροφορίες σχετικά με αλγόριθμους γραμμικού λυγισμού που υπάρχουν σε εμπορικά λογισμικά, καθώς επίσης και βασικοί αλγόριθμοι μη γραμμικής ανάλυσης που είναι απαραίτητοι για τις πιο κάτω μη γραμμικές αναλύσεις, δίνονται στο κεφάλαιο 3 της παρούσας διατριβής.

Γεωμετρικώς μη γραμμική ελαστική ανάλυση (GNA)

Στην ανάλυση αυτή λαμβάνεται υπόψη η γεωμετρική μη γραμμικότητα (μεγάλες μετατοπίσεις και στροφές) ενώ το υλικό θεωρείται ως ελαστικό. Αυτή η ανάλυση μπορεί να είναι χρήσιμη για τον υπολογισμό του ελαστικού φορτίου λυγισμού, το οποίο χρησιμοποιείται σε κάποιες περιπτώσεις στον έλεγχο της οριακής κατάστασης έναντι λυγισμού (LS3).

Ανάλυση με μη γραμμικότητα υλικού μόνο (MNA)

Στην ανάλυση αυτή λαμβάνεται υπόψη η ανελαστικότητα του υλικού αλλά θεωρείται γραμμική συσχέτιση μεταξύ παραμορφώσεων και μετακινήσεων. Η ανάλυση αυτή είναι χρήσιμη για τον προσδιορισμό της οριακής πλαστικής αντοχής της κατασκευής, η οποία είναι χρήσιμη τόσο στον έλεγχο της οριακής κατάστασης έναντι λυγισμού (LS3) όσο και στον έλεγχο της οριακής κατάστασης έναντι διαρροής (LS1) και κυκλικής διαρροής (LS2).

Ανάλυση με γεωμετρική μη γραμμικότητα και μη γραμμικότητα υλικού (GMNA)

Στην ανάλυση αυτή λαμβάνονται υπόψη τόσο οι μεγάλες μετατοπίσεις και στροφές (γεωμετρική μη γραμμικότητα) όσο και η μη γραμμικότητα του υλικού (ανελαστικότητα). Η ανάλυση αυτή είναι ιδιαίτερα χρήσιμη καθώς υπολογίζει το γεωμετρικώς μη γραμμικό ανελαστικό οριακό φορτίο, το οποίο ενδέχεται να είναι ιδιαίτερης αξίας κατά τον έλεγχο της οριακής κατάστασης έναντι λυγισμού (π.χ. σε παχιά κελύφη όπου η επιρροή των ατελειών δεν είναι σημαντική). Επίσης, από την ανάλυση αυτή προκύπτει και η επαυξητική πλαστική παραμόρφωση (plastic strain increment), η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατά τον έλεγχο της οριακής κατάστασης έναντι διαρροής (LS1) και κυκλικής διαρροής (LS2).

Γεωμετρικώς μη γραμμική ελαστική ανάλυση με αρχικές ατέλειες (GNIA)

Στην ανάλυση αυτή λαμβάνονται υπόψη μεγάλες παραμορφώσεις και στροφές (γεωμετρική μη γραμμικότητα), ελαστικό υλικό και αρχικές γεωμετρικές ατέλειες. Παρέχει το ελαστικό φορτίο λυγισμού της ατελούς κατασκευής που μπορεί να είναι ιδιαίτερα χρήσιμο κατά τον έλεγχο της οριακής κατάστασης έναντι λυγισμού (LS3) όταν το κέλυφος είναι αρκετά λεπτό και δεν παρατηρείται διαρροή του υλικού πριν από το φορτίο κατάρρευσης.

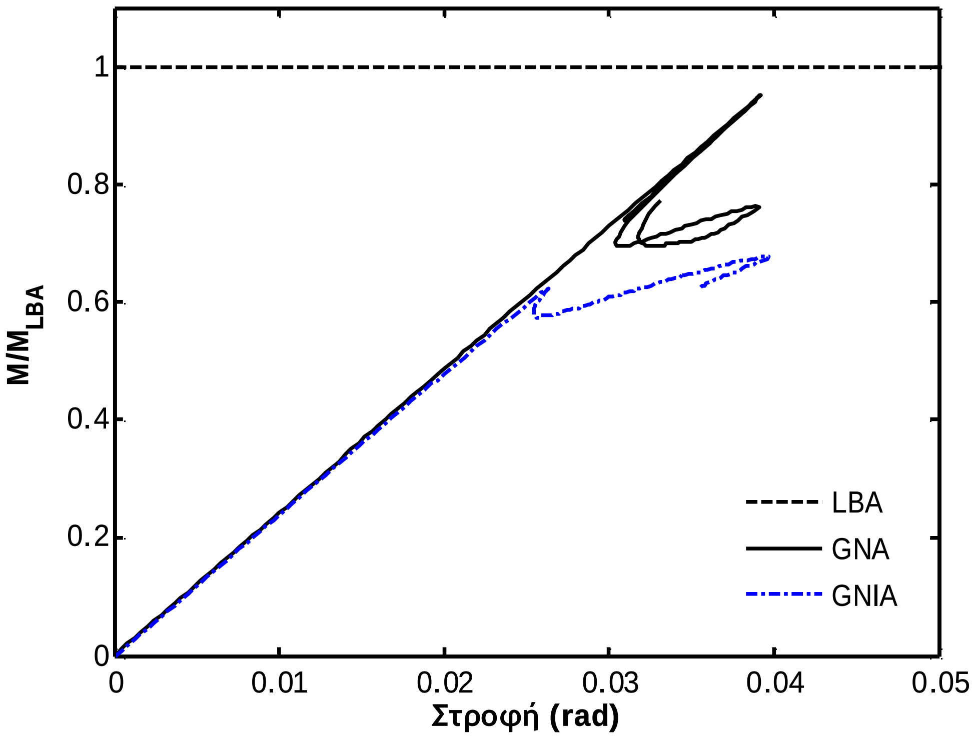
Ανάλυση με γεωμετρική μη γραμμικότητα και μη γραμμικότητα υλικού με αρχικές ατέλειες (GMNIA)

Στην ανάλυση αυτή, η οποία είναι η πλέον εξελιγμένη μέθοδος αριθμητικής ανάλυσης, λαμβάνονται υπόψη οι μεγάλες μετατοπίσεις και στροφές (γεωμετρική μη γραμμικότητα) και η μη γραμμικότητα του υλικού. Επιπλέον, λαμβάνονται υπόψη και ισοδύναμες γεωμετρικές ατέλειες. Παρέχει το ελαστοπλαστικό φορτίο κατάρρευσης της ατελούς κατασκευής, το οποίο είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για τον έλεγχο της οριακής κατάστασης έναντι λυγισμού (LS3).

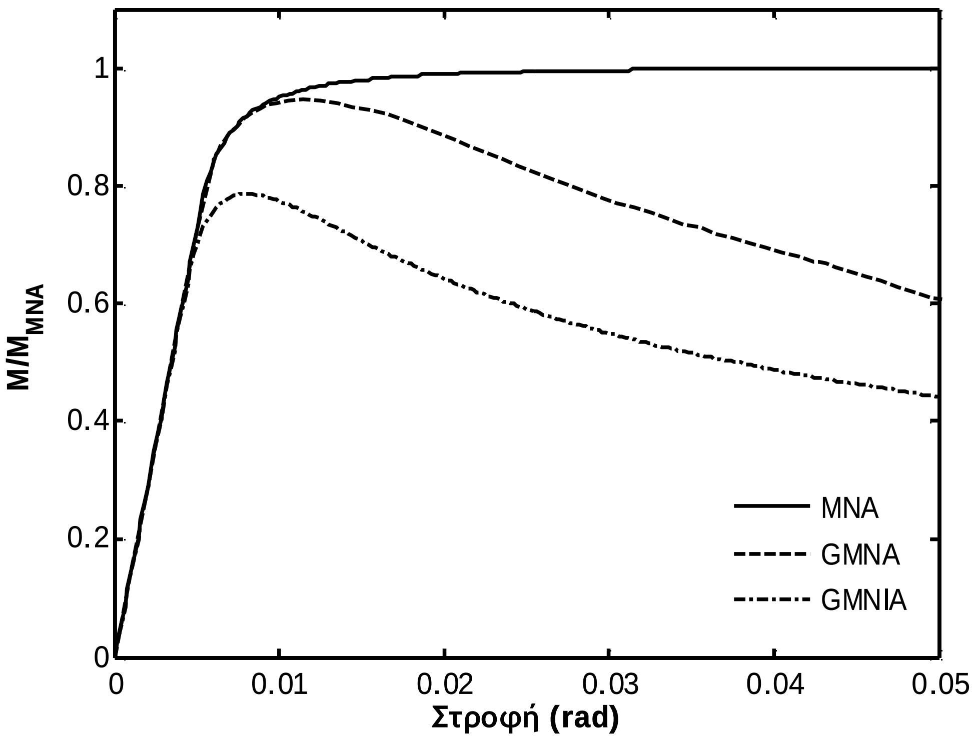
Στο Σχήμα 4.7 δίνονται χαρακτηριστικοί δρόμοι ισορροπίας από τις ελαστικές γεωμετρικώς μη γραμμικές αναλύσεις χωρίς ατέλεια GNA και με ατέλεια GNIA σε ένα καμπτόμενο κέλυφος. Στον οριζόντιο άξονα δίνεται η επιβαλλόμενη στροφή και στον κατακόρυφο άξονα η αναπτυσσόμενη ροπή M αδιαστατοποιημένη ως προς το ιδεατό φορτίο λυγισμού M_{LBA} που προκύπτει από μια ανάλυση LBA.

Στο Σχήμα 4.8 δίνονται χαρακτηριστικοί δρόμοι ισορροπίας από τις ανελαστικές αναλύσεις MNA, GMNA και GMNIA, για το ίδιο κέλυφος υπό κάμψη. Στον οριζόντιο άξονα δίνεται η επιβαλλόμενη στροφή και στον κατακόρυφο άξονα η αναπτυσσόμενη στροφή αδιαστατοποιημένη ως προς τη μέγιστη πρόβλεψη από την ανάλυση MNA.

Χαρακτηριστικές εργασίες όπου χρησιμοποιούνται αριθμητικές αναλύσεις με πεπερασμένα στοιχεία για τον προσδιορισμό της αντοχής κελυφών είναι οι εργασίες των [Song et al., 2004], [Meng-Kao Yeh et al., 1999], [Schneider W, 2006], [Han H et al., 2006], [Shariati M and Rokhi MM, 2008], [Pircher M and Bridge R, 2001] και [Sadowski AJ and Rotter JM, 2011].

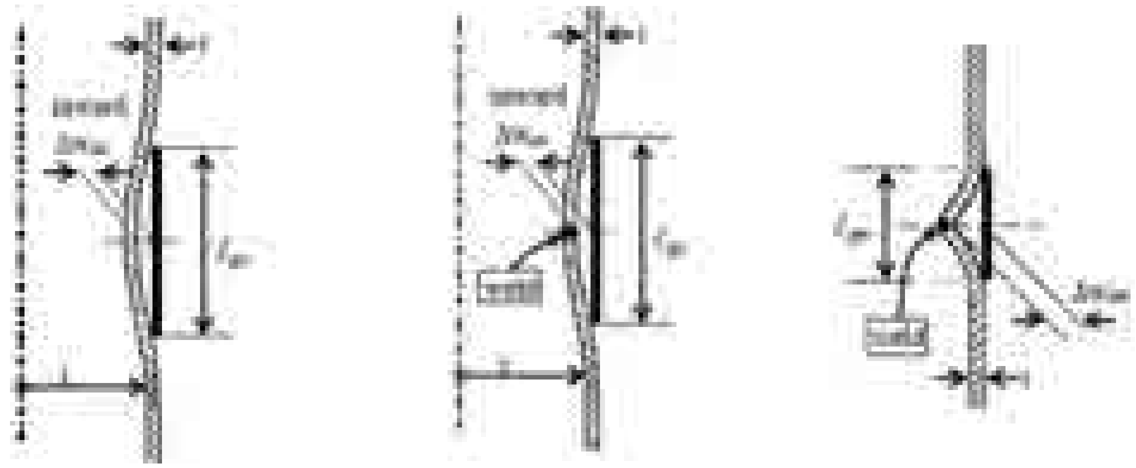


Σχήμα 4.7: Χαρακτηριστικοί δρόμοι ισορροπίας από αναλύσεις GNA και GNIA



Σχήμα 4.8: Χαρακτηριστικοί δρόμοι ισορροπίας από αναλύσεις MNA, GMNA και GMNIA

Με βάση τον [EN1993-1.6,2006] τα κελύφη μπορούν να καταταχτούν σε τρεις κατηγορίες ποιότητες κατασκευής, την A (την περισσότερο ποιοτική), την B και την C (την λιγότερο ποιοτική). Για κάθε ποιότητα κελύφους ο Ευρωκώδικας προτείνει κάποιες κατασκευαστικές ανοχές που αφορούν διάφορες γεωμετρικές αποκλίσεις από τις ονομαστικά και ιδεατά χαρακτηριστικά των κελυφών, όπως παραδείγματος το βάθος των αρχικών κοιλωμάτων που παρατηρούνται στα κελύφη (βλ. Σχήμα 4.9).



(α) μέτρηση σε μια γενέτειρα

(β) μέτρηση κατά μήκος μιας συγκόλλησης

(γ) μέτρηση κατά μήκος μιας συγκόλλησης με ειδικό μετρητή

Σχήμα 4.9: Μέτρηση βάθους Δw_0 αρχικών κοιλωμάτων ([EN1993-1.6,2006])

Όταν στο κέλυφος υπάρχουν αξονικές θλιπτικές τάσεις, συμπεριλαμβανομένου και κατά μήκος συγκολλήσεων, τότε θα πρέπει να γίνονται μετρήσεις για το βάθος των κοιλωμάτων τόσο στην αξονική όσο και στην περιφερειακή διεύθυνση χρησιμοποιώντας ένα μετρητή μήκους:

$$\ell_{gx} = 4\sqrt{rt} \tag{4.50}$$

Στις θέσεις συγκολλήσεων, το βάθος των αρχικών κοιλωμάτων θα πρέπει να εκτιμάται χρησιμοποιώντας ένα μετρητή μήκους:

$$\ell_{gw} = 25t \text{ ή } \ell_{gw} = 25t_{min} \text{ αλλά με } \ell_{gw} \leq 500\text{mm} \tag{4.51}$$

όπου t_{min} είναι το πάχος του λεπτότερου ελάσματος στη συγκόλληση.

Το βάθος των αρχικών κοιλωμάτων στην αξονική διεύθυνση χαρακτηρίζεται από τις παραμέτρους κοιλώματος U_{0x} και U_{0w}:

$$U_{0x} = \frac{\Delta w_{0x}}{\ell_{gx}}, \quad U_{0w} = \frac{\Delta w_{0w}}{\ell_{gw}} \tag{4.52}$$

Οι τιμές των παραμέτρων κοιλώματος U_{0x} και U_{0w} θα πρέπει να ικανοποιούν τις συνθήκες:

$$U_{0x} \leq U_{0,max}, \quad U_{0w} \leq U_{0,max} \tag{4.53}$$

όπου $U_{0,max}$ είναι η ανοχή της παραμέτρου κοιλώματος για τις διάφορες ποιότητες κελυφών. Στον Πίνακα 4.3 δίνονται οι προτεινόμενες από τον [EN1993-1.6, 2006] τιμές για την ανοχή της παραμέτρου κοιλώματος.

Πίνακας 4.3: Προτεινόμενες από [EN1993-1.6, 2006] τιμές για την ανοχή της παραμέτρου κοιλώματος

Επίπεδο ποιότητας κατασκευής	Περιγραφή	Προτεινόμενη τιμή του $U_{0,max}$
A	Εξαιρετική	0.006
B	Υψηλή	0.01
C	Κανονική	0.016

Στις επόμενες παραγράφους περιγράφονται οι βασικές μέθοδοι σχεδιασμού των κελυφών σύμφωνα με τις αντίστοιχες διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 (EN1993-1.6). Πληροφορίες λαμβάνονται επίσης και από το [ECCS-TWG 8.4, 2008].

4.6.1 Σχεδιασμός κελυφών με τη μέθοδο των τάσεων

Τιμές τάσεων σχεδιασμού

Οι τιμές σχεδιασμού των τάσεων σ_{Ed} πρέπει να λαμβάνονται σαν οι τιμές των τάσεων που προκύπτουν από μια γραμμική ελαστική ανάλυση (LA) όπου επιβάλλονται οι χαρακτηριστικές τιμές των φορτίων αυξημένες κατάλληλα με τους επιμέρους συντελεστές ασφαλείας γ_F. Στην περίπτωση αξονοσυμμετρικών φορτίων, οι τάσεις σχεδιασμού μπορούν να προκύψουν από την μεμβρανική θεωρία.

Οι τιμές των μεμβρανικών τάσεων θα πρέπει να λαμβάνονται ίσες με τη μέγιστη τιμή κάθε τάσης, εκτός και αν προβλέπεται κάτι διαφορετικό από τις διατάξεις του EN1993-1-6. Μια τέτοια περίπτωση, όπου οι κρίσιμες τιμές των τάσεων σχεδιασμού δεν ταυτίζονται απόλυτα με τις μέγιστες τιμές έκαστης μεμβρανικής τάσης, αποτελεί η περίπτωση αλληλεπίδρασης των μεμβρανικών τάσεων (π.χ. περίπτωση κυλινδρικού κελύφους υπό διάτμηση, όπου ενώ η μέγιστη διατμητική τάση παρατηρείται στη θέση του ουδέτερου άξονα, η μέγιστη ορθή τάση παρατηρείται σε μια θέση με 90^o διαφορά από τον ουδέτερο άξονα). Σε τέτοια περίπτωση, η υιοθέτηση των μέγιστων τιμών των τάσεων ως κρίσιμων τιμών οδηγεί μεν σε ασφαλή σχεδιασμό, αλλά ενδεχομένως σε βάρος της οικονομίας. Για το λόγο αυτό, προτείνονται άλλες μεθοδολογίες περισσότερο οικονομικές.

Αντοχή σχεδιασμού

Οι τάσεις αντοχής σε λυγισμό δίνονται από τις σχέσεις:

$$\sigma_{x,Rd} = \sigma_{x,Rk} / \gamma_{M1} \tag{4.54}$$

$$\sigma_{\theta,Rd} = \sigma_{\theta,Rk} / \gamma_{M1} \tag{4.55}$$

$$\tau_{x\theta,Rd} = \tau_{x\theta,Rk} / \gamma_{M1} \tag{4.56}$$

όπου $\sigma_{x,Rd}$, $\sigma_{\theta,Rd}$ και $\tau_{x\theta,Rd}$ είναι οι αντοχές σχεδιασμού έναντι λυγισμού για αξονική και περιφερειακή θλίψη και διάτμηση αντίστοιχα, ενώ $\sigma_{x,Rk}$, $\sigma_{\theta,Rk}$ και $\tau_{x\theta,Rk}$ είναι οι χαρακτηριστικές αντοχές λυγισμού για αξονική και περιφερειακή θλίψη και διάτμηση αντίστοιχα. Ο επιμέρους συντελεστής ασφάλειας γ_{M1} μπορεί να λαμβάνεται από τα Εθνικά Πρότυπα. Εάν δεν δίνονται σε αυτά τιμές για το γ_{M1}, προτείνεται από τον [EN1993-1.6, 2006] να μην λαμβάνεται μικρότερη από $\gamma_{M1} = 1.10$.

Η χαρακτηριστική τιμή των τάσεων λυγισμού λαμβάνεται πολλαπλασιάζοντας την χαρακτηριστική τιμή του ορίου διαρροής $f_{y,k}$ με τον κατάλληλο μειωτικό συντελεστή για λυγισμό x:

$$\sigma_{x,Rk} = x_x f_{y,k} \tag{4.57}$$

$$\sigma_{\theta,Rk} = x_\theta f_{y,k} \tag{4.58}$$

$$\tau_{x\theta,Rk} = x_\tau f_{y,k} / \sqrt{3} \tag{4.59}$$

Οι μειωτικοί συντελεστές x_x, x_θ και x_τ υπολογίζονται σαν συνάρτηση της ανηγμένης λυγηρότητας του κελύφους λ από τις σχέσεις:

$$x = 1 \qquad (\lambda \leq \lambda_0) \tag{4.60}$$

$$x = 1 - \beta\left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_p - \lambda_0}\right)^n \qquad (\lambda_0 \leq \lambda \leq \lambda_p) \tag{4.61}$$

$$x = \frac{\alpha}{\lambda^2} \qquad (\lambda_p \leq \lambda) \tag{4.62}$$

όπου

α είναι ελαστικός μειωτικός συντελεστής λόγω ατελειών

β είναι συντελεστής εύρους πλαστικής περιοχής

η είναι εκθέτης αλληλεπίδρασης

λ_0 είναι ανώτατη ανηγμένη λυγηρότητα της πλαστικής περιοχής

Η ανηγμένη λυγηρότητα λ δίνεται από τις σχέσεις:

$$\lambda_x = \sqrt{\frac{f_{yk}}{\sigma_{x,Rcr}}}, \quad \lambda_\theta = \sqrt{\frac{f_{yk}}{\sigma_{\theta,Rcr}}}, \quad \lambda_\tau = \sqrt{\frac{f_{yk}/\sqrt{3}}{\tau_{x\theta,Rcr}}} \tag{4.63}$$

όπου λ_x, λ_θ και λ_τ είναι η ανηγμένη λυγηρότητα λ για την περίπτωση της αξονικής και περιφερειακής θλίψης και της διάτμησης αντίστοιχα.

Στο Σχήμα 4.10 δίνεται ο μειωτικός συντελεστής που προβλέπεται από τον [EN1993-1.6, 2006] για τις τρεις ποιότητες κατασκευής.

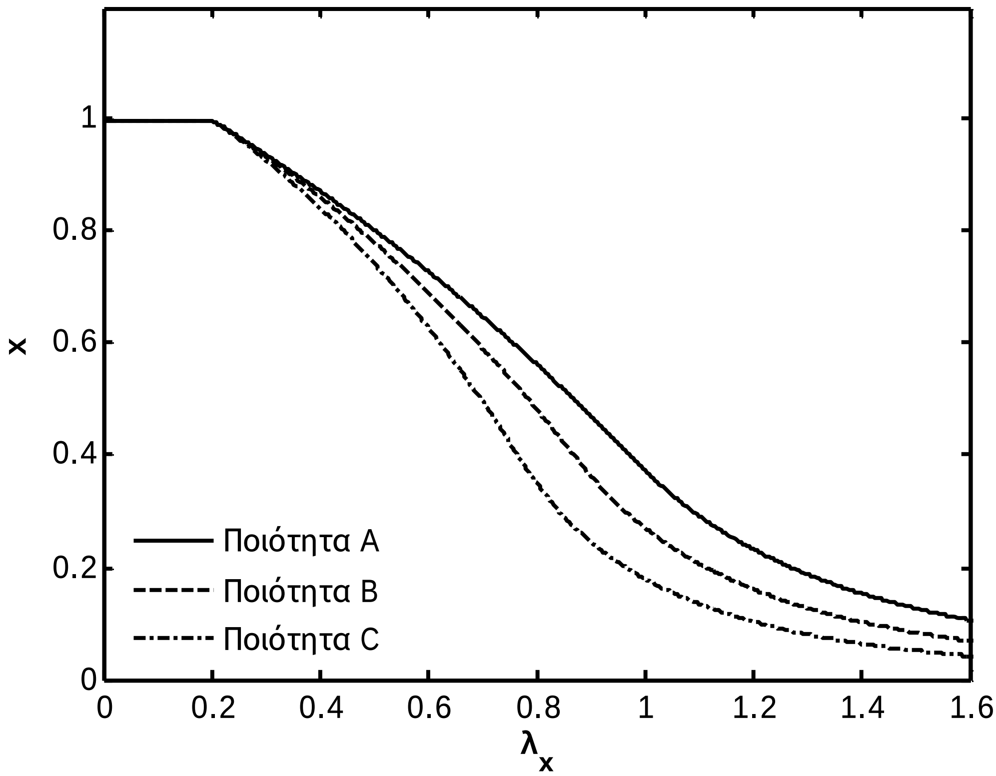
Για την περίπτωση της θλιπτικής αξονικής τάσης, η οποία αφορά αξονικά ή καμπτικά φορτιζόμενα κελύφη ισχύει λ_0=λ_{x0}= 0,20, β = 0.60 και η = 1.0.

Ο ελαστικός μειωτικός συντελεστής α λόγω ατελειών για την περίπτωση της θλιπτικής αξονικής τάσης είναι ίσος με:

$$\alpha_x = \frac{0.62}{1 + 1.91(\Delta w_k/t)^{1.44}} \tag{4.64}$$

$$\Delta w_k = \frac{1}{Q}\left(\sqrt{\frac{r}{t}}\right)t \tag{4.65}$$

όπου ο συντελεστής Q λαμβάνει τις τιμές 40, 25 και 16 για τις ποιότητες κατασκευής A, B και C.



Σχήμα 4.10: Μειωτικός συντελεστής έναντι αξονικής τάσης [EN1993-1.6, 2006]

Οι εξισώσεις (4.60) μέχρι (4.62) καθορίζουν την καμπύλη αντοχής για όλα τα κελύφη, η οποία συσχετίζει την χαρακτηριστική τάση αντοχής με το όριο διαρροής. Επειδή στα κελύφη η αλληλεπίδραση μεταξύ ελαστικού λυγισμού και διαρροής μπορεί να πάρει πολλές μορφές, η καμπύλη αντοχής ορίζεται κατά ένα αρκετά γενικό τρόπο ώστε να μπορεί να μεταχειριστεί διάφορες ευαισθησίες σε ατέλειες, διαφορετικά εύρη πλαστικής περιοχής (plastic plateaus) και διαφορετικές καμπυλότητες της ελαστοπλαστικής μεταβατικής καμπύλης (elastic-plastic interaction).

Επομένως, η μορφή της καμπύλης μπορεί να οριστεί ανεξάρτητα για κάθε γεωμετρία και είδος φόρτισης, με κατάλληλη επιλογή της τιμής των παραμέτρων α, β, η και λ_0.

Η τιμή της ανώτατης ανηγμένης λυγηρότητας της ελαστοπλαστικής περιοχής θα πρέπει να καθορίζεται από τη σχέση:

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{\alpha}{1-\beta}} \tag{4.66}$$

Οι ελαστικές κρίσιμες τάσεις λυγισμού $\sigma_{x,Rcr}$, $\sigma_{\theta,Rcr}$ και $\tau_{x\theta,Rcr}$, οι οποίες απαιτούνται για τον υπολογισμό της ανηγμένης λυγηρότητας λ, λαμβάνονται από τις σχετικές εκφράσεις του Παραρτήματος D του EN 1993-1-6, οι οποίες δίνονται και αμέσως πιο κάτω:

$$\sigma_{x,Rcr} = 0.605EC_x \frac{t}{r} \tag{4.67}$$

$$\sigma_{\theta,Rcr} = \begin{cases} 0.92E\left(\frac{C_\theta}{\omega}\right)\left(\frac{t}{r}\right), & 20 \leq \frac{\omega}{C_\theta} \leq 1.63\frac{r}{t} \\ 0.92E\left(\frac{C_{\theta s}}{\omega}\right)\left(\frac{t}{r}\right), & \frac{\omega}{C_\theta} \leq 20 \end{cases} \tag{4.68}$$

$$\tau_{x\theta,Rcr} = 0.75EC_\tau\sqrt{\frac{1}{\omega}}\left(\frac{t}{r}\right) \tag{4.69}$$

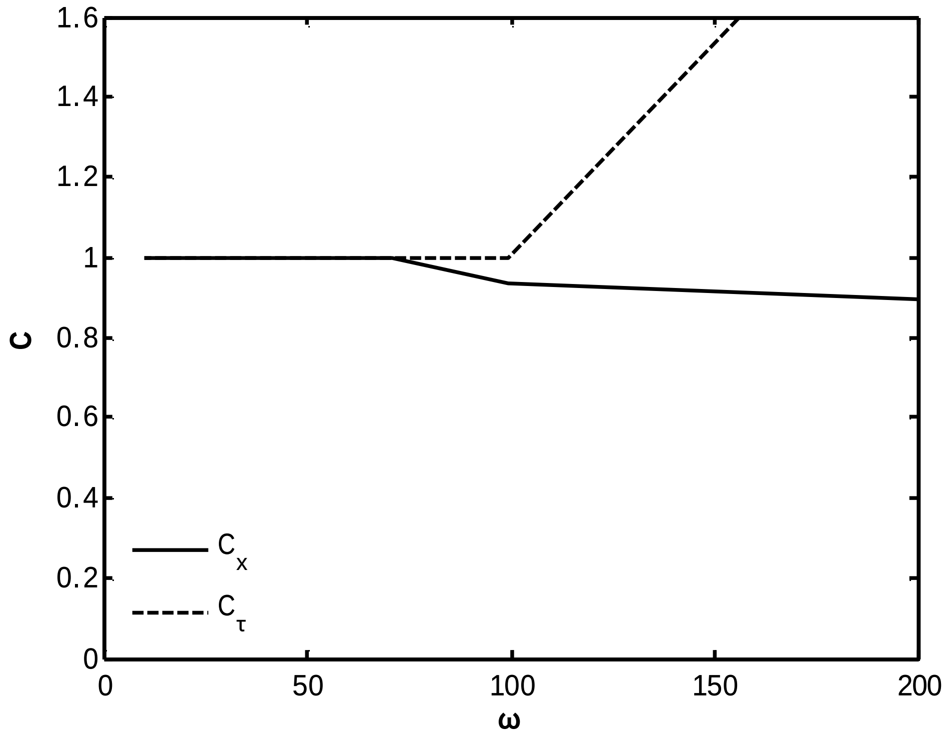
όπου

$$\omega = \frac{L}{r}\sqrt{\frac{r}{t}} = \frac{L}{\sqrt{rt}} \tag{4.70}$$

$$C_x = \begin{cases} 1.0, \quad 1.7 \leq \omega \leq 0.5\frac{r}{t} \\ 1.36 - \frac{1.83}{\omega} + \frac{2.07}{\omega^2}, \quad \omega \leq 1.7 \\ \max\left(\left(1 + \frac{0.2}{C_{xb}}\left(1 - 2\omega\frac{t}{r}\right)\right), 0.6\right), \quad \omega > 0.5\frac{r}{t} \end{cases} \tag{4.71}$$

$$C_\tau = \begin{cases} 1.0, \quad 10 \leq \omega \leq 8.7\frac{r}{t} \\ \sqrt{1 + \frac{42}{\omega^3}}, \quad \omega < 10 \\ \frac{1}{3}\sqrt{\omega\frac{t}{r}}, \quad \omega > 8.7\frac{r}{t} \end{cases} \tag{4.72}$$

ενώ C_{xb}, C_θ και $C_{\theta s}$ είναι συντελεστές οι οποίοι εξαρτώνται από τις συνοριακές συνθήκες. Στο Σχήμα 4.11 δίνονται οι γραφικές απεικονίσεις για τα C_x και C_τ.



Σχήμα 4.11: Συντελεστές C_x και C_τ του [EN1993-1.6, 2006]

Για την περίπτωση μακριών κελυφών που ικανοποιούν τις εξής συνθήκες:

$$\frac{r}{t} \le 150, \quad 0.5\frac{r}{t} < \omega \le 6\frac{r}{t}, \quad 500 \le \frac{E}{f_{y,k}} \le 1000 \tag{4.73}$$

ο συντελεστής C_x μπορεί να εκτιμηθεί από τη σχέση:

$$C_x = C_{x,N}\left(\frac{\sigma_{xE,N}}{\sigma_{xE}}\right) + \left(\frac{\sigma_{xE,M}}{\sigma_{xE}}\right) \tag{4.74}$$

όπου σ_{xE} είναι η τιμή σχεδιασμού της αξονικής τάσης $\sigma_{x,Ed}$, $\sigma_{xE,N}$ είναι η συνιστώσα του $\sigma_{x,Ed}$ η οποία προκύπτει από αξονική θλίψη, ενώ $\sigma_{xE,M}$ είναι η συνιστώσα της $\sigma_{x,Ed}$ η οποία προκύπτει από καθολική κάμψη (η μέγιστη τιμή της περιφερειακώς μεταβαλλόμενης συνιστώσας).

Επίσης, εφόσον ικανοποιούνται οι συνθήκες (4.73), η ανώτατη ανηγμένη λυγηρότητα της πλαστικής περιοχής λ_0 μπορεί εναλλακτικά να προκύψει από τη σχέση:

$$\lambda_{x0} = 0.20 + 0.10\left(\frac{\sigma_{xE,M}}{\sigma_{xE}}\right) \tag{4.75}$$

Όταν δεν δίνονται κατάλληλες εκφράσεις στο Παράρτημα D του EN 1993-1-6, οι ελαστικές τάσεις λυγισμού μπορούν να εξαχθούν από μια ανάλυση λυγισμού (LBA) του κελύφους κάτω από το σχετικό συνδυασμό φορτίσεων.

Έλεγχος σε λυγισμό

Ανάλογα με το είδος της φόρτισης και την εντατική κατάσταση, θα πρέπει να πραγματοποιηθούν ένας ή περισσότεροι έλεγχοι για τις κρίσιμες τιμές των μεμονωμένων μεμβρανικών τάσεων:

$$\sigma_{x,Ed} \le \sigma_{x,Rd} \tag{4.76}$$

$$\sigma_{\theta,Ed} \le \sigma_{\theta,Rd} \tag{4.77}$$

$$\tau_{x\theta,Ed} \le \tau_{x\theta,Rd} \tag{4.78}$$

Εάν υπό την υπόψη φόρτιση συνυπάρχουν περισσότερες της μιας μεμβρανικής τάσης, τότε θα πρέπει να πραγματοποιηθεί ειδικός έλεγχος ο οποίος δίνεται από την επόμενη σχέση αλληλεπίδρασης:

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\sigma_{x,Rd}}\right)^{k_x} - k_i\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\sigma_{x,Rd}}\right)\left(\frac{\sigma_{\theta,Ed}}{\sigma_{\theta,Rd}}\right) + \left(\frac{\sigma_{\theta,Ed}}{\sigma_{\theta,Rd}}\right)^{k_\theta} + \left(\frac{\tau_{x\theta,Ed}}{\tau_{x\theta,Rd}}\right)^{k_\tau} \le 1 \tag{4.79}$$

Σε περίπτωση όπου η $\sigma_{x,Ed}$ ή η $\sigma_{\theta,Ed}$ είναι εφελκυστικές, οι τιμές τους θα πρέπει να λαμβάνονται ίσες με το μηδέν στη σχέση (4.79).

Όσον αφορά το ποιες τάσεις σχεδιασμού ($\sigma_{x,Ed}$, $\sigma_{\theta,Ed}$, $\tau_{x\theta,Ed}$) θα χρησιμοποιούνται στη σχέση αλληλεπίδρασης (4.79), υπάρχουν δυο βασικές μεθοδολογίες. Σύμφωνα με την πρώτη μεθοδολογία, η σχέση αλληλεπίδρασης εφαρμόζεται χρησιμοποιώντας το σύνολο των μεμβρανικών τάσεων το οποίο παρουσιάζεται σε κάθε σημείο του κελύφους. Σύμφωνα με την δεύτερη μεθοδολογία, στη σχέση αλληλεπίδρασης χρησιμοποιούνται οι μέγιστες τιμές των μεμβρανικών τάσεων ανεξαρτήτως που εμφανίζονται αυτές. Η δεύτερη μεθοδολογία είναι σαφώς πιο συντηρητική.

Οι εκθέτες στη σχέση αλληλεπίδρασης δίνονται από τις σχέσεις:

$$k_x = 1.0 + x_x^2 \tag{4.80}$$

$$k_\theta = 1.0 + x_\theta^2 \tag{4.81}$$

$$k_\tau = 1.5 + 0.5x_\tau^2 \tag{4.82}$$

$$k_i = \left(x_x x_\theta\right)^2 \tag{4.83}$$

4.6.2 Καθολική αριθμητική ανάλυση MNA/LBA

Βήματα διαδικασίας

Η αριθμητική μέθοδος MNA/LBA αποτελεί την πρώτη από τις δυο αριθμητικές μεθόδους που προτείνονται από το EN 1993-1-6 για την ανάλυση κελυφών. Όπως φανερώνεται και από την ονομασία της, η μέθοδος χρησιμοποιεί ένα συνδυασμό μιας γεωμετρικώς γραμμικής πλαστικής ανάλυσης (MNA) και μιας γραμμικής ανάλυσης λυγισμού (LBA). Τα αποτελέσματα αυτών των αναλύσεων χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση της λυγηρότητας της κατασκευής, η οποία στη συνέχεια χρησιμεύει για την εκτίμηση του μειωτικού συντελεστή για το λυγισμό, όπως ακριβώς συμβαίνει και στη μέθοδο των τάσεων που έχει ήδη περιγραφεί στις προηγούμενες παραγράφους.

Τα βήματα που πρέπει να ακολουθηθούν για την εκτίμηση της αντοχής ενός κελύφους βάσει της μεθόδου MNA/LBA είναι τα εξής [ECCS, TWG 8.4]:

- Επιβολή στην κατασκευή του επιθυμητού συνδυασμού δράσεων σχεδιασμού.
- Υπολογισμός του πολλαπλασιαστικού συντελεστή της ελαστικής κρίσιμης αντοχής σε λυγισμό του τέλειου κελύφους r_{Rcr}.
- Εκτίμηση μιας κατάλληλης τιμής για τον ελαστικό μειωτικό συντελεστή α (‘Knock-down’ factor) και υπολογισμός του πολλαπλασιαστικού συντελεστή του ελαστικού κρίσιμου φορτίου για το ατελές κέλυφος αr_{Rcr}.
- Υπολογισμός του πολλαπλασιαστικού συντελεστή του πλαστικού οριακού φορτίου του τέλειου κελύφους r_{Rpl}, με τον οποίο προκύπτει η πλαστική αντοχή του κελύφους.
- Εκτίμηση της ανηγμένης λυγηρότητας λ_{ov} του κελύφους από τα μεγέθη r_{Rcr} και r_{Rpl}.
- Υπολογισμός του μειωτικού συντελεστή αντοχής x σαν συνάρτηση της ανηγμένης λυγηρότητας λ_{ov} ο οποίος λαμβάνει υπόψη τα φαινόμενα διαρροής. Με εφαρμογή αυτού του μειωτικού συντελεστή x στον πολλαπλασιαστικό συντελεστή της πλαστικής αντοχής r_{Rpl}, προκύπτει ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής της χαρακτηριστικής αντοχής σε λυγισμό r_{Rk}.

- Υπολογισμός του πολλαπλασιαστικού συντελεστή της αντοχής σχεδιασμού σε λυγισμό r_{Rd} με την εφαρμογή του επιμέρους συντελεστή ασφαλείας γ_{M1}.

Στη συνέχεια δίνονται βασικές διατάξεις του EN 1993-1-6.

Τιμές σχεδιασμού των δράσεων

Θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όλοι εκείνοι οι συνδυασμοί δράσεων οι οποίοι προκαλούν θλιπτικές ή διατμητικές μεμβρανικές τάσεις. Σε μια ανάλυση λυγισμού δεν είναι δυνατόν να γίνεται υπέρθεση δράσεων, επομένως θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όλες οι υπόψη δράσεις έκαστου συνδυασμού δράσεων.

Αντοχή σχεδιασμού έναντι λυγισμού

Η αντοχή σχεδιασμού προκύπτει αν εφαρμοστεί ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής r_{Rd} στις τιμές σχεδιασμού του συνδυασμού των δράσεων.

Ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής της πλαστικής αντοχής θα πρέπει να λαμβάνεται από μια πλαστική ανάλυση (MNA) σαν η μεγαλύτερη τιμή που προκύπτει από την ανάλυση εάν αγνοηθεί η παρουσία κράτυνσης στο υλικό.

Όταν δεν είναι δυνατή η πραγματοποίηση μιας τέτοιας ανάλυσης (MNA), τότε ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής της πλαστικής αντοχής μπορεί προσεγγιστικά να υπολογίζεται από μια γραμμική ανάλυση (LA) χρησιμοποιώντας τις τιμές σχεδιασμού του υπόψη συνδυασμού δράσεων. Οι υπολογιζόμενες μεμβρανικές δυνάμεις $n_{x,Ed}$, $n_{\theta,Ed}$ και $n_{x\theta,Ed}$ στο κάθε σημείο του κελύφους μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό του πολλαπλασιαστικού συντελεστή της πλαστικής αντοχής από τη σχέση (4.84). Η ελάχιστη από αυτές τις τιμές μπορεί να θεωρηθεί ως ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής της πλαστικής αντοχής αναφοράς r_{Rpl}. Αντί να υπολογίζεται αυτός ο συντελεστής για κάθε σημείο, μπορεί εναλλακτικά να υπολογίζεται στα τρία σημεία όπου εμφανίζονται οι μέγιστες τιμές των μεμβρανικών δυνάμεων $n_{x,Ed}$, $n_{\theta,Ed}$ και $n_{x\theta,Ed}$ και να λαμβάνεται η μικρότερη των τριών αυτών τιμών ως η r_{Rpl}.

$$r_{Rpl} = \frac{tf_{y,k}}{\sqrt{n_{x,Ed}^2 - n_{x,Ed}n_{\theta,Ed} + n_{\theta,Ed}^2 + 3n_{x\theta,Ed}^2}} \tag{4.84}$$

Ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής της ελαστικής κρίσιμης αντοχής σε λυγισμό θα πρέπει να προκύπτει από μια γραμμική ανάλυση λυγισμού (LBA) με τις τιμές σχεδιασμού του υπόψη συνδυασμού δράσεων. Η χαμηλότερη ιδιοτιμή θα πρέπει να λαμβάνεται ως ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής της ελαστικής κρίσιμης αντοχής σε λυγισμό r_{Rcr} .

Θα πρέπει να ελέγχεται ότι ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται είναι αξιόπιστος στο να υπολογίζει την ιδιομορφή με την μικρότερη ιδιοτιμή. Σε περίπτωση αμφιβολίας θα πρέπει να υπολογίζονται και γειτονικές ιδιοτιμές, έτσι ώστε να προκύπτει μια καλύτερη εικόνα της συμπεριφοράς του κελύφους έναντι λυγισμού. Η ανάλυση θα πρέπει να διεξάγεται χρησιμοποιώντας λογισμικό το οποίο έχει ελεγχθεί έναντι τυπικών προβλημάτων (benchmark cases) με παρόμοια συμπεριφορά έναντι λυγισμού.

Η καθολική ανηγμένη λυγηρότητα λ_{ov} για ολόκληρο το κέλυφος θα πρέπει να υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\lambda_{ov} = \sqrt{\frac{r_{Rpl}}{r_{Rcr}}} \tag{4.85}$$

Αν συμβολίσουμε με F_{Rcr} το ελαστικό φορτίο λυγισμού και με F_{Rpl} την πλαστική αντοχή της κατασκευής, η καθολική ανηγμένη λυγηρότητα μπορεί να υπολογιστεί και από τη σχέση:

$$\lambda_{ov} = \sqrt{\frac{F_{Rpl}}{F_{Rcr}}} \tag{4.86}$$

Ο καθολικός μειωτικός συντελεστής έναντι λυγισμού θα πρέπει να υπολογίζεται ως $x_{ov} = f\left(\lambda_{ov}, \lambda_{ov,0}, \alpha_{ov}, \beta_{ov}, \eta_{ov}\right)$, όπου α_{ov} είναι ο καθολικός ελαστικός μειωτικός συντελεστής λόγω ατελειών, β_{ov} είναι ο συντελεστής πλαστικού εύρους, η_{ov} είναι ο εκθετικός συντελεστής και $\lambda_{ov,0}$ η ανώτατη ανηγμένη λυγηρότητα της πλαστικής περιοχής. Η αριθμητική μέθοδος που περιγράφεται εδώ στηρίζεται μόνο σε δυο αναλύσεις, την MNA και την LBA. Επομένως, είναι φυσικά αδύνατο να βρεθεί με αυτές τις δυο αναλύσεις η ευαισθησία του κελύφους σε ατέλειες, στην γεωμετρική μη γραμμικότητα, την επίδραση της διαρροής και την κράτυνση του υλικού. Αυτά τα φαινόμενα χαρακτηρίζονται από τις παραμέτρους α, β, η και λ_0, οι οποίες θα πρέπει να υπολογιστούν για το καθολικό σύστημα και για το υπόψη φορτίο. Όταν αναφερόμαστε στο σύστημα χρησιμοποιούμε τον όρο ‘ον’ για να φανεί ότι γίνεται αναφορά στο συνολικό φορέα και όχι υποφορέα. Ο καθολικός μειωτικός συντελεστής έναντι λυγισμού δίνεται από τις σχέσεις:

$$x_{ov} = 1 \qquad \left(\lambda_{ov} \le \lambda_{ov,0}\right) \tag{4.87}$$

$$x_{ov} = 1 - \beta_{ov}\left(\frac{\lambda_{ov} - \lambda_{ov,0}}{\lambda_{ov,p} - \lambda_{ov,0}}\right)^{\eta_{ov}} \qquad \left(\lambda_{ov,0} \le \lambda_{ov} \le \lambda_{ov,p}\right) \tag{4.88}$$

$$x_{ov} = \frac{\alpha_{ov}}{\lambda_{ov}^2} \qquad \left(\lambda_{ov,p} \le \lambda_{ov}\right) \tag{4.89}$$

όπου

$$\lambda_{ov,p} = \sqrt{\frac{\alpha_{ov}}{1-\beta_{ov}}}$$

Η εκτίμηση των παραμέτρων α_{ov}, β_{ov}, η_{ov} και $\lambda_{0,ov}$ θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη την ευαισθησία σε ατέλειες, την γεωμετρική μη γραμμικότητα και άλλα θέματα του υπόψη προβλήματος λυγισμού. Συντηρητικές τιμές για αυτές τις παραμέτρους μπορούν να καθοριστούν μέσω σύγκρισης με γνωστά προβλήματα λυγισμού κελυφών (βλέπε Παράρτημα D του EN 1993-1-6), τα οποία έχουν παρόμοιες μορφές λυγισμού, παρόμοια ευαισθησία σε ατέλειες, παρόμοια γεωμετρική μη γραμμικότητα, παρόμοια ευαισθησία σε διαρροή και παρόμοια μεταλυγισμική συμπεριφορά. Η τιμή του α_{ov} θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη την κατάλληλη ποιότητα κατασκευής (fabrication tolerance quality class).

Εάν δεν είναι δυνατόν να καθοριστούν τιμές για αυτές τις παραμέτρους, τότε θα πρέπει να πραγματοποιηθούν κατάλληλα πειράματα.

Εάν βάσει των προηγουμένων δεν είναι δυνατόν να καθοριστούν τιμές για τις παραμέτρους α_{ov}, β_{ov}, η_{ov} και $\lambda_{0,ov}$, τότε μπορούν να υιοθετηθούν οι τιμές για το μη ενισχυμένο αξονικά θλιβόμενο κέλυφος (π.χ. λ_0=λ_{x0}= 0.20, β = 0.60 και η = 1.0 ή τις παραμέτρους των εξισώσεων (4.74) και (4.75) αν ικανοποιούνται οι εξισώσεις (4.73)). Στο Σχήμα 4.10 δίνονται τυπικές καμπύλες του μειωτικού συντελεστή για την περίπτωση της αξονικής θλίψης του EN1993-1.6 που προκύπτουν από τη μέθοδο τάσεων και μπορούν να χρησιμοποιηθούν στη μέθοδο MNA/LBA μετά τον αριθμητικό υπολογισμό της λυγηρότητας. Όταν είναι πιθανή η εμφάνιση βίαιου λυγισμού (snap-through) στην κατασκευή, τότε θα πρέπει να μειωθεί περαιτέρω ο συντελεστής α_{ov}.

Ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής της χαρακτηριστικής αντοχής έναντι λυγισμού r_{Rk} της κατασκευής θα πρέπει να λαμβάνεται από τη σχέση:

$$r_{Rk} = x_{ov} r_{Rpl} \tag{4.90}$$

Ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής της αντοχής σχεδιασμού έναντι λυγισμού θα πρέπει να λαμβάνεται από τη σχέση:

$$r_{Rd} = \frac{r_{Rk}}{\gamma_{M1}} \tag{4.91}$$

όπου ο επιμέρους συντελεστής γ_{M1} για αντοχή έναντι λυγισμού εκτιμάται όπως και στην περίπτωση της μεθόδου των τάσεων.

Έλεγχος αντοχής έναντι λυγισμού

Θα πρέπει να ελεγχθεί ότι ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής επί του συνδυασμού φορτίσεων που εφαρμόζεται στην κατασκευή r_{Rd}, δεν υπερβαίνει την μονάδα. Δηλαδή θα πρέπει να ισχύει:

$$r_{Rd} \geq 1 \tag{4.92}$$

4.6.3 Καθολική αριθμητική ανάλυση GMNIA

Διαδικασία σχεδιασμού

Η διαδικασία αυτή έρχεται να αξιοποιήσει τις μεγάλες δυνατότητες που έχουν επιφέρει η ανάπτυξη των υπολογιστών και των αριθμητικών μεθόδων. Παρόλα αυτά, η ανάλυση κελυφωτών κατασκευών ακόμα και με αυτές τις μεθόδους δεν είναι τόσο απλή υπόθεση όπως στην περίπτωση πλαισιωτών ή πλακοειδών κατασκευών, λόγω του μεγάλου αριθμού μορφών αστοχίας και της ευαισθησίας σε ατέλειες.

Σύμφωνα με τη μεθοδολογία αυτή θα πρέπει να διεξαχθεί μια σειρά από αριθμητικές αναλύσεις με διαρκώς αυξανόμενη πολυπλοκότητα όπως περιγράφεται ακολούθως [ECCS, TWG 8.4 – Shells, 2008]:

- ❑ Γραμμική ανάλυση (LA), ακολουθούμενη από μια ανάλυση λυγισμού (LBA) για να βρεθεί η ελαστική κρίσιμη αντοχή έναντι λυγισμού.
- ❑ Πλαστική ανάλυση (MNA) για να καθοριστεί η πλαστική αντοχή έναντι λυγισμού.
- ❑ Γεωμετρικώς μη γραμμική ανελαστική ανάλυση (GMNA) για να καθοριστεί η ελαστοπλαστική αντοχή του τέλειου κελύφους.

- Μια σειρά από γεωμετρικώς μη γραμμικές ανελαστικές αναλύσεις (GMNIA) χρησιμοποιώντας διάφορες μορφές αρχικών ατελειών και με διάφορα πλάτη ώστε να βρεθεί η δυσμενέστερη μορφή ατελειών (the worst practically relevant imperfection form). Η κατώτατη αντοχή η οποία εκτιμάται από αυτές τις αναλύσεις θεωρείται ως η καλύτερη αριθμητική εκτίμηση της ελαστοπλαστικής αντοχής του ατελούς φορέα.
- Ένας έλεγχος μεταξύ ενός αριθμητικού προσομοιώματος και ενός πειραματικού δοκιμίου για να βρεθεί η διαφοροποίηση μεταξύ των δυο αποτελεσμάτων, λόγω παραγόντων οι οποίοι δεν λαμβάνονται υπόψη στα απλοποιημένα αριθμητικά προσομοιώματα, όπως λόγου χάρη διαφοροποιήσεις στις συνοριακές συνθήκες, και στις λεπτομέρειες σύνδεσης του ενός μέλους με το άλλο, ύπαρξη παραμενουσών τάσεων κλπ. Από τη σύγκριση αυτών των αποτελεσματων θα προκύψει ένας συντελεστής βαθμονόμησης (calibration factor) ο οποίος θα ρυθμίζει την αντοχή των αριθμητικών προσομοιωμάτων σε πιο ρεαλιστικά επίπεδα.

Στα επόμενα αυτής της παραγράφου δίνονται βασικές διατάξεις του EN 1993-1-6.

Δράσεις σχεδιασμού

Θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όλες οι δράσεις οι οποίες προκαλούν θλιπτικές ή διατμητικές μεμβρανικές τάσεις.

Αντοχή σχεδιασμού

Η αντοχή σχεδιασμού έναντι λυγισμού θα πρέπει να θεωρηθεί σαν ένας πολλαπλασιαστικός συντελεστής r_{Rd} ο οποίος εφαρμόζεται στις τιμές σχεδιασμού του συνδυασμού των δράσεων σχεδιασμού.

Ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής της χαρακτηριστικής αντοχής έναντι λυγισμού r_{Rk} θα πρέπει να λαμβάνεται από την αντοχή έναντι λυγισμού του ατελούς ελαστοπλαστικού κελύφους $r_{R,GMNIA}$, βαθμονομημένη από τον συντελεστή k_{GMNIA}. Η αντοχή σχεδιασμού έναντι λυγισμού του κελύφους r_{Rd} θα πρέπει να βρίσκεται χρησιμοποιώντας τον επιμέρους συντελεστή γ_{M1}.

Για τον υπολογισμό του πολλαπλασιαστικού συντελεστή της αντοχής έναντι λυγισμού του ατελούς ελαστοπλαστικού κελύφους $r_{R,GMNIA}$, θα πρέπει να διεξάγεται μια ανάλυση

GMNIA του ατελούς φορέα υπό τον υπόψη συνδυασμό φορτίσεων, συνοδευόμενη από μια ανάλυση λυγισμού για τον εντοπισμό πιθανών διακλαδώσεων στο δρόμο ισορροπίας.

Αρχικά θα πρέπει να διεξαχθεί μια ανάλυση LBA στο τέλειο φορέα για τον καθορισμό του πολλαπλασιαστικού συντελεστή της ελαστικής κρίσιμης αντοχής έναντι λυγισμού $r_{R,cr}$. Ακολούθως, θα πρέπει να διεξαχθεί μια ανάλυση MNA για τον καθορισμό του πολλαπλασιαστικού συντελεστή της πλαστικής αντοχής $r_{R,pl}$. Από τις δυο αυτές αντοχές, προκύπτει η καθολική ανηγμένη λυγηρότητα για ολόκληρο το κέλυφος σύμφωνα με τη σχέση (4.85).

Ακολούθως, θα πρέπει να διεξαχθεί μια ανάλυση GMNA στην τέλεια κατασκευή για να βρεθεί ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής της ελαστοπλαστικής αντοχής έναντι λυγισμού της τέλειας κατασκευής $r_{R,GMNA}$. Η αντοχή αυτή χρησιμεύει σε επόμενα στάδια για την εξακρίβωση της ευαισθησίας της κατασκευής σε ατέλειες. Η ανάλυση GMNA θα πρέπει να διεξαχθεί για τον υπόψη συνδυασμό δράσεων και να συνοδεύεται από μια ανάλυση λυγισμού η οποία θα εντοπίσει πιθανές διακλαδώσεις στον δρόμο ισορροπίας.

Ο κρίσιμος πολλαπλασιαστικός συντελεστής της αντοχής έναντι λυγισμού του ελαστοπλαστικού ατελούς κελύφους $r_{R,GMNIA}$ θα πρέπει να λαμβάνεται ως ο μικρότερος συντελεστής φόρτισης ο οποίος προκύπτει από τα ακόλουθα τρία κριτήρια:

- Κριτήριο 1: Ο μεγαλύτερος πολλαπλασιαστικός συντελεστής του δρόμου ισορροπίας που αντιστοιχεί σε οριακό σημείο,
- Κριτήριο 2: Ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής που αντιστοιχεί σε διακλάδωση η οποία προηγείται του οριακού σημείου του δρόμου ισορροπίας. Αξίζει να σημειωθεί ότι λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων, όπως π.χ. το ABAQUS [ABAQUS, 2008] βγάζουν κατά την ανάλυση σχόλια εάν βρήκαν κάποια αρνητική ιδιοτιμή σε κάποιο βήμα. Για σχετικά παχιά κελύφη που διαρρέουν πριν το φορτίο αστοχίας, ο αλγόριθμος επίλυσης φαίνεται να είναι επαρκής στο να εντοπίσει το φορτίο αστοχίας. Προβλήματα εντοπίζονται σε λεπτότοιχα κελύφη που αστοχούν στην ελαστική περιοχή και ενδέχεται ο αλγόριθμος επίλυσης, εφόσον εντοπίσει κάποια αρνητική ιδιοτιμή, οπότε και κάποιο σημείο διακλάδωσης, να μην μπορεί να το ακολουθήσει πάντα.

- Κριτήριο 3: Ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής που αντιστοιχεί σε ένα ανώτατο αποδεκτό επίπεδο παραμόρφωσης το οποίο προηγείται οποιουδήποτε σημείου διακλάδωσης ή οριακού σημείου.

Το ανώτατο αποδεκτό επίπεδο παραμόρφωσης θα πρέπει να εκτιμάται σε σχέση με τις συνθήκες της κάθε κατασκευής ξεχωριστά. Στις περιπτώσεις όπου δεν δίνεται κάποια τιμή, προτείνεται όπως το ανώτατο αποδεκτό επίπεδο παραμόρφωσης να θεωρείται ότι υπερβαίνεται όταν η μέγιστη τοπική στροφή της επιφάνειας του κελύφους λαμβάνει την τιμή β. Εάν δεν δίνεται κάποια τιμή για το β από το Εθνικό Προσάρτημα, τότε προτείνεται η τιμή $\beta = 0.1 \text{ radians}$.

Μια συντηρητική προσέγγιση του πολλαπλασιαστικού συντελεστή της κρίσιμης αντοχής έναντι λυγισμού του ελαστοπλαστικού ατελούς φορέα $r_{R,GMNIA}$, μπορεί να εκτιμηθεί χρησιμοποιώντας μια ανάλυση GNIA του γεωμετρικώς ατελούς κελύφους υπό τον εφαρμοζόμενο συνδυασμό δράσεων. Σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί το επόμενο κριτήριο για την εκτίμηση του κατώτατου πολλαπλασιαστικού συντελεστή:

- Κριτήριο 4: Ο ζητούμενος πολλαπλασιαστικός συντελεστής είναι εκείνος για τον οποίο η ισοδύναμη τάση στο περισσότερο εντεινόμενο σημείο της επιφάνειας του κελύφους φτάνει την τιμή σχεδιασμού του ορίου διαρροής $f_{y,d} = f_{y,k} / \gamma_{M0}$. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι αναλύσεις GMNA, GMNIA και GNIA θα πρέπει να διεξάγονται με τακτικούς ελέγχους της ιδιοτιμής της κατασκευής για να διασφαλιστεί ότι θα διαπιστωθούν τυχόν διακλαδώσεις στο δρόμο ισορροπίας. Σημειώνεται ότι λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων, όπως π.χ. το ABAQUS [ABAQUS, 2008] καταγράφουν τα βήματα στα οποία παρουσιάστηκαν αρνητικές ιδιοτιμές.

Στο πλαίσιο μιας ανάλυσης GMNIA θα πρέπει να ληφθούν υπόψη ατέλειες οι οποίες δεν μπορούν να αγνοηθούν στην πράξη, οι οποίες περιλαμβάνουν τα εξής:

a) Γεωμετρικές ατέλειες όπως αποκλίσεις από το ονομαστικό γεωμετρικό σχήμα της μέσης επιφάνειας, ατέλειες στην περιοχή των συγκολλήσεων, αποκλίσεις από το ονομαστικό πάχος, έλλειψη συμμετρίας των στηρίξεων.

b) Ατέλειες του υλικού όπως παραμένουσες τάσεις που προκαλούνται από τον τρόπο κατασκευής των κελυφών (rolling, pressing, welding, straightening ect), ανομοιογένειες και ανισοτροπίες.

Οι ατέλειες θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη σε μια ανάλυση GMNIA συμπεριλαμβάνοντας κατάλληλα στοιχεία στο αριθμητικό προσομοίωμα.

Οι ατέλειες θα πρέπει σε γενικές γραμμές να εισάγονται ως ‘ισοδύναμες’ γεωμετρικές ατέλειες υπό τη μορφή αρχικών αποκλίσεων κάθετα στην επιφάνεια του κελύφους, εκτός και αν χρησιμοποιηθεί μια καλύτερη τεχνική. Η μέση επιφάνεια του γεωμετρικώς ατελούς φορέα θα πρέπει να λαμβάνεται με υπέρθεση των ισοδύναμων γεωμετρικών ατελειών πάνω στην τέλεια γεωμετρία του κελύφους.

Η μορφή των ισοδύναμων γεωμετρικών ατελειών θα πρέπει να επιλέγεται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να έχει την δυσμενέστερη δυνατή επίπτωση στον πολλαπλασιαστικό συντελεστή της αντοχής έναντι λυγισμού του ελαστοπλαστικού ατελούς φορέα $r_{R,GMNIA}$. Εάν δεν είναι γνωστή εκ των προτέρων η δυσμενέστερη ατέλεια, θα πρέπει να διεξαχθεί η ανάλυση με ένα επαρκή αριθμό ισοδύναμων γεωμετρικών ατελειών και να εξακριβωθεί η δυσμενέστερη περίπτωση (χαμηλότερη τιμή $r_{R,GMNIA}$).

Προτείνεται η χρήση της πρώτης ιδιομορφής ή ενός γραμμικού συνδυασμού των μερικών πρώτων ιδιομορφών εκτός και αν δικαιολογείται η χρήση μιας διαφορετικής δυσμενούς ατέλειας.

Η μορφή των ισοδύναμων γεωμετρικών ατελειών θα πρέπει, εφόσον είναι πρακτικό, να αντανακλά τις λεπτομέρειες κατασκευής και τις συνοριακές συνθήκες κατά ένα δυσμενή τρόπο.

Κάποιες εκ των πιθανών μορφών ατελειών μπορούν να αγνοηθούν από την διερεύνηση εφόσον κριθεί ότι είναι μη ρεαλιστικές λόγω της μεθόδου κατασκευής και της ανέγερσης.

Θα πρέπει επίσης να εξεταστεί η περίπτωση διαφοροποίησης της μορφής ατελειών που υιοθετείται ώστε να συμπεριληφθούν ρεαλιστικές δομικές λεπτομέρειες (όπως η περίπτωση αξονοσυμμετρικής ατέλειας λόγω συγκόλλησης).

Το πρόσημο των ισοδύναμων γεωμετρικών ατελειών θα πρέπει να επιλέγεται κατά τέτοιο τρόπο ώστε η μέγιστη απόκλιση της αρχικής ατέλειας από την τέλεια γεωμετρία να διευθύνεται προς το κέντρο της καμπυλότητας του κελύφους.

Το πλάτος της ισοδύναμης γεωμετρικής ατέλειας θα πρέπει να είναι συνάρτηση του επιπέδου ποιότητας της κατασκευής. Η μέγιστη απόκλιση της ισοδύναμης γεωμετρικής ατέλειας από τον τέλειο φορέα $\Delta w_{0,eq}$, θα πρέπει να είναι η μεγαλύτερη από τις δυο τιμές $\Delta w_{0,eq,1}$ και $\Delta w_{0,eq,2}$, όπου:

$$\Delta w_{0,eq,1} = \ell_g U_{n1} \tag{4.93}$$

$$\Delta w_{0,eq,2} = n_i t U_{n2} \tag{4.94}$$

όπου

ℓ_g είναι ένα χαρακτηριστικό μήκος μέτρησης της ατέλειας σύμφωνα με το 6.3.4(2) του [EN 1993-1-6], t είναι το τοπικό πάχος του κελύφους, n_i είναι ένας συντελεστής που διαμορφώνει το επιδιωκόμενο επίπεδο ποιότητας, U_{n1} και U_{n2} είναι οι συντελεστές πλάτους ατέλειας οι οποίοι εξαρτώνται από το επίπεδο ποιότητας.

Στο Εθνικό Προσάρτημα μπορεί να επιλέγεται τιμή για το n_i όπως επίσης και για τα U_{n1} και U_{n2}. Το [EN1993-1.6, 2006] προτείνει την τιμή $n_i = 25$ καθώς επίσης και τις τιμές του Πίνακα 4.4 για τα U_{n1} και U_{n2}.

Το πλάτος της ισοδύναμης γεωμετρικής ατέλειας που χρησιμοποιείται θα πρέπει να θεωρείται κατά τρόπο που να συνάδει με τη μέθοδο του χρησιμοποιούμενου μήκους (the gauge length method).

Επιπλέον, θα πρέπει να διαπιστωθεί ότι μια ανάλυση της οποίας το πλάτος είναι μικρότερο κατά 10% από την τιμή $\Delta w_{0,eq}$ δεν δίνει μικρότερη τιμή από την $r_{R,GMNIA}$. Εάν προκύπτει μικρότερη τιμή, θα πρέπει να γίνει μια σειρά από αναλύσεις με μεταβαλλόμενο πλάτος ατέλειας για να βρεθεί η μικρότερη τιμή του $r_{R,GMNIA}$.

Πίνακας 4.4: Προτεινόμενες από [EN1993-1.6, 2006] τιμές για τις παραμέτρους πλάτους ατέλειας

Επίπεδο ποιότητας κατασκευής	Περιγραφή	U_{n1}	U_{n2}
Επίπεδο A	Εξαιρετική	0.010	0.010
Επίπεδο B	Υψηλή	0.016	0.016
Επίπεδο C	Κανονική	0.025	0.025

Εάν στο πρόβλημα υπάρχουν μη συντηρητικά (ακολουθητικά) φορτία (follower loads), τότε είτε θα πρέπει να εισαχθούν στην ανάλυση, είτε θα πρέπει να εξακριβωθεί ότι η επίδραση τους είναι αμελητέα.

Για κάθε μια από τις υπολογιζόμενες τιμές του πολλαπλασιαστικού συντελεστή της αντοχής έναντι λυγισμού του ελαστοπλαστικού ατελούς κελύφους $r_{R,GMNIA}$, θα πρέπει να καθορίζεται ο λόγος της αντοχής του ατελούς προς τον τέλειο φορέα $r_{R,GMNIA}/r_{R,GMNA}$ και να συγκριθεί με τις τιμές του α που δίνονται στο Παράρτημα D του EN 1993-1-6 για να διαπιστωθεί ότι οι επιλεγόμενες γεωμετρικές ατέλειες έχουν μια δυσμενή επίδραση η οποία είναι συγκρίσιμη με εκείνη του κατώτατου ορίου αντοχής από τα πειράματα.

Η αξιοπιστία του αριθμητικά υπολογιζόμενου πολλαπλασιαστικού συντελεστή της αντοχής έναντι λυγισμού του ελαστοπλαστικού ατελούς κελύφους $r_{R,GMNIA}$ θα πρέπει να εξεταστεί με μια από τις επόμενες εναλλακτικές μεθόδους:

a) Χρησιμοποιώντας το ίδιο πρόγραμμα για τον υπολογισμό τιμών $r_{R,GMNIA,check}$ για άλλα προβλήματα κελυφών για τα οποία ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής της χαρακτηριστικής αντοχής έναντι λυγισμού $r_{Rk,known,check}$ είναι γνωστός. Τα υπόψη προβλήματα θα πρέπει να κάνουν παρόμοιες παραδοχές όσον αφορά τις ατέλειες και να έχουν τις ίδιες παραμέτρους που χαρακτηρίζουν τον λυγισμό (ανηγμένη λυγηρότητα, μεταλυγισμική συμπεριφορά, ευαισθησία σε ατέλειες, γεωμετρική μη γραμμικότητα και συμπεριφορά υλικού).

b) Συγκρίνοντας τις υπολογιζόμενες τιμές $r_{R,GMNIA,check}$ με πειραματικά αποτελέσματα $r_{R,test,known,check}$. Τα υπόψη πειράματα θα πρέπει να χαρακτηρίζονται με τις ίδιες παραμέτρους λυγισμού όπως καθορίζονται στο a).

Σημείωση 1: Άλλα προβλήματα για τα οποία ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής της χαρακτηριστικής αντοχής έναντι λυγισμού $r_{Rk,known,check}$ είναι γνωστός μπορούν να βρεθούν από την επιστημονική βιβλιογραφία που αφορά τον λυγισμό των κελυφών. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η μέθοδος των τάσεων δίνει ένα κατώτατο όριο αντοχής, όπως αυτό καθορίζεται από πειράματα, και μερικές φορές εκτιμά τόσο χαμηλές τιμές αντοχής που δύσκολα μπορούν να αναπαραχθούν αριθμητικά.

Σημείωση 2: Όπου χρησιμοποιούνται πειραματικά αποτελέσματα, θα πρέπει να εξασφαλιστεί ότι οι γεωμετρικές ατέλειες που είναι παρούσες στο πείραμα αναμένεται να είναι αντιπροσωπευτικές εκείνων που παρουσιάζονται σε μια πρακτική κατασκευή.

Ανάλογα με το είδος του προβλήματος που χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση της αξιοπιστίας του προγράμματος (αριθμητικά ή πειραματικά αποτελέσματα), ο συντελεστής βαθμονόμησης (calibration factor) θα πρέπει υπολογίζεται από τις σχέσεις:

$$k_{GMNIA} = \frac{r_{Rk,known,check}}{r_{R,GMNIA,check}} \tag{4.95}$$

$$k_{GMNIA} = \frac{r_{R,test,known,check}}{r_{R,GMNIA,check}} \tag{4.96}$$

όπου

$r_{Rk,known,check}$ είναι γνωστός πολλαπλασιαστικός συντελεστής της χαρακτηριστικής αντοχής από βιβλιογραφία.

$r_{R,test,known,check}$ είναι γνωστός πολλαπλασιαστικός συντελεστής της χαρακτηριστικής αντοχής από πείραμα.

$r_{R,GMNIA,check}$ είναι ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής από ανάλυση GMNIA με το υπό έλεγχο λογισμικό.

Όπου χρησιμοποιούνται πειραματικά αποτελέσματα και η υπολογιζόμενη τιμή του ρυθμιστικού συντελεστή k_{GMNIA} υπερβαίνει την μονάδα, τότε θα πρέπει να υιοθετηθεί η τιμή $k_{GMNIA} = 1.0$.

Όπου χρησιμοποιείται μια χαρακτηριστική τιμή βασισμένη σε κάποια υπάρχουσα θεωρία για τον υπολογισμό του k_{GMNIA} και η υπολογιζόμενη τιμή του k_{GMNIA} βρίσκεται εκτός του εύρους $0.80 < k_{GMNIA} < 1.20$, τότε αυτή η μεθοδολογία δεν πρέπει να χρησιμοποιηθεί. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης GMNIA θα πρέπει να θεωρηθούν λανθασμένα, ενώ θα πρέπει να πραγματοποιηθούν επιπλέον υπολογισμοί για την εξακρίβωση αυτής της διαφοροποίησης.

Ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής της χαρακτηριστικής αντοχής έναντι λυγισμού θα πρέπει να λαμβάνεται από:

$$r_{Rk} = k_{GMNIA} r_{R,GMNIA} \tag{4.97}$$

όπου

$r_{R,GMNIA}$ είναι ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής της αντοχής του ατελούς ελαστοπλαστικού κελύφους από ανάλυση GMNIA.

k_{GMNIA} είναι ο ρυθμιστικός συντελεστής (calibration factor)

Έλεγχος αντοχής

Ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής της αντοχής σχεδιασμού έναντι λυγισμού r_{Rd} θα πρέπει να λαμβάνεται από τη σχέση:

$$r_{Rd} = \frac{r_{Rk}}{\gamma_{M1}} \tag{4.98}$$

όπου

γ_{M1} είναι ο επιμέρους συντελεστής ασφαλείας για αντοχή έναντι λυγισμού.

Θα πρέπει να διασφαλιστεί ότι:

$$r_{Rd} \geq 1.0 \tag{4.99}$$

Στον Ευρωκώδικα 3 – Μέρος 1.6 δεν υπάρχουν διατάξεις σχεδιασμού κελυφών με άνοιγμα ενισχυμένο ή μη, οπότε οι αριθμητικές μέθοδοι που προτείνονται είναι ο μόνος εναλλακτικός τρόπος μελέτης αυτών των προβλημάτων.

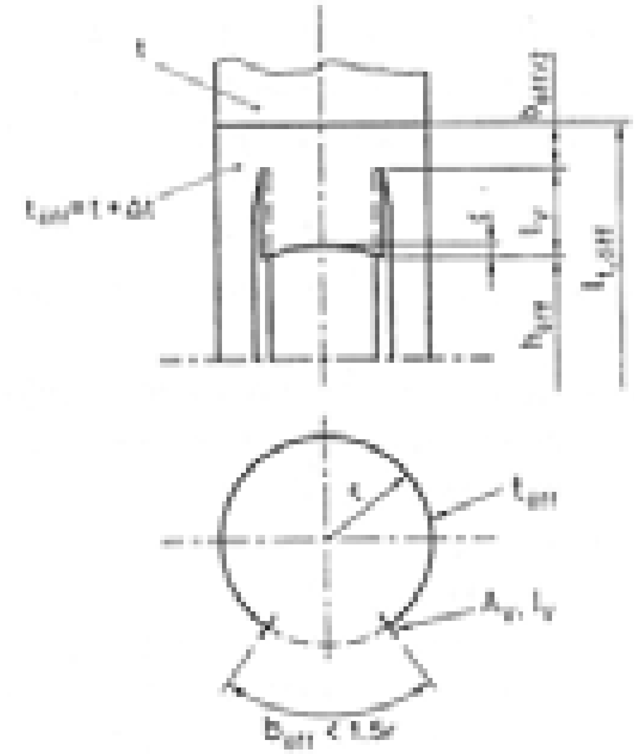
4.7 DIN 4131

Το [DIN 4131, 1991] αποτελεί το γερμανικό κανονισμό για τους ιστούς από χάλυβα. Η ενότητα 6.4.1 αυτού του κανονισμού κάνει αναφορά σε ανοίγματα σε κοίλες διατομές. Εφόσον τηρούνται κάποιες κατασκευαστικές απαιτήσεις, τότε δεν απαιτούνται ιδιαίτεροι έλεγχοι έναντι ευστάθειας. Πιο συγκεκριμένα, θεωρείται ότι ικανοποιούνται οι συνθήκες ευστάθειας εφόσον ισχύουν οι εξής ανισότητες για το εμβαδόν και τη ροπή αδράνειας των ενισχύσεων:

$$A_V \geq \frac{12r^2 - b_{öff}^2}{4r^2 - b_{öff}^2} \frac{b_{öff} t}{6} \tag{4.100}$$

$$I_{V0} \geq \frac{0.07}{\sqrt{1+0.01\frac{r}{t}}} \frac{t l_{t,\text{öff}}^2}{r} A_V \qquad (4.101)$$

Τα γεωμετρικά στοιχεία των πιο πάνω εξισώσεων δίνονται στο Σχήμα 4.12.



Σχήμα 4.12: Ενίσχυση ανοίγματος σε ένα αξονικά θλιβόμενο κέλυφος κατά το [DIN 4131, 1991]

4.8 DIN 4133

Ο κανονισμός [DIN 4133, 1991] αφορά καπνοδόχους από χάλυβα. Στην ενότητα 8.3.2 γίνεται αναφορά για τον τρόπο ενίσχυσης ανοιγμάτων και προτείνεται η σύνθετη ενίσχυση με διαμήκη ελάσματα και δακτυλίους (βλ. Σχήμα 2.13 του κεφαλαίου 2 της παρούσας διατριβής).

4.9 DIN 4119

Ο κανονισμός [DIN 4119, 1980] αφορά κυλινδρικές μεταλλικές επίγειες δεξαμενές. Στην ενότητα 6.2.2 αναφέρεται ότι τα κυκλικά ανοίγματα που βρίσκονται στις δεξαμενές υπό το καθεστώς εσωτερικής πίεσης πρέπει να ενισχύονται με ενισχύσεις εμβαδού ίσου με το εμβαδόν του ανοίγματος.

4.10 DIN 18914

Ο κανονισμός [DIN 18914, 1985] αφορά λεπτότοιχα σιλό από χάλυβα. Στην ενότητα 6.3 προτείνεται η χρήση διαμήκων ενισχύσεων εκατέρωθεν του ανοίγματος, οι οποίες πρέπει να επεκτείνονται πέρα από το άνοιγμα κατά 0.7 φορές το πλάτος του ανοίγματος.

Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τους κανονισμούς ο αναγνώστης παραπέμπεται στους ίδιους τους κανονισμούς αλλά και στα [Wirth, 2008] και [Velickov, 2000], από τα οποία έχουν ληφθεί κάποιες από τις πληροφορίες που δίνονται στο κεφάλαιο αυτό.

4.11 Αριθμητικά παραδείγματα

4.11.1 Πειραματικό κέλυφος χωρίς άνοιγμα

Στο πρώτο παράδειγμα εξετάζεται η περίπτωση του κελύφους χωρίς άνοιγμα για το οποίο πραγματοποιήθηκαν δυο πειράματα στα πλαίσια της διατριβής αυτής και τα οποία παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 5. Συνοπτικά, δίνεται ότι η πειραματική διάταξη είναι ένας απλός πρόβολος (βλ. Σχήμα 4.13), ο οποίος αποτελείται βασικά από δυο κελύφη. Το ουσιαστικό τμήμα του προβόλου αποτελεί το κέλυφος 1 το οποίο χαρακτηρίζεται από ακτίνα r, πάχος t και μήκος L ίσα με 0.198 m, 0.004 m και 1.2 m. Το μήκος του προβόλου είναι ίσο με 2.76 m, ενώ το δεξί άκρο του κελύφους 1 απέχει από το επιβαλλόμενο φορτίο απόσταση ίση με L_0=2.605 m. Ο χάλυβας έχει όριο διαρροής $f_{y,k}$=270MPa και μέτρο ελαστικότητας E=208GPa.

Η μέγιστη ροπή αναπτύσσεται στο άκρο του κελύφους 1 και δίνεται από τη σχέση:

$$M_{Rk} = P_{Rk} L_0 \tag{4.102}$$

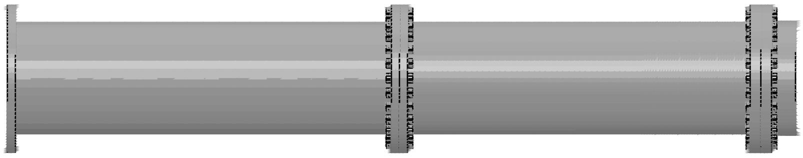
Η ροπή σε ένα κυλινδρικό κέλυφος, σαν συνάρτηση της μέγιστης αναπτυσσόμενης θλιπτικής τάσης σ_x , δίνεται από τη σχέση:

$$M = \sigma_x \left(\pi r^2 t\right) \tag{4.103}$$

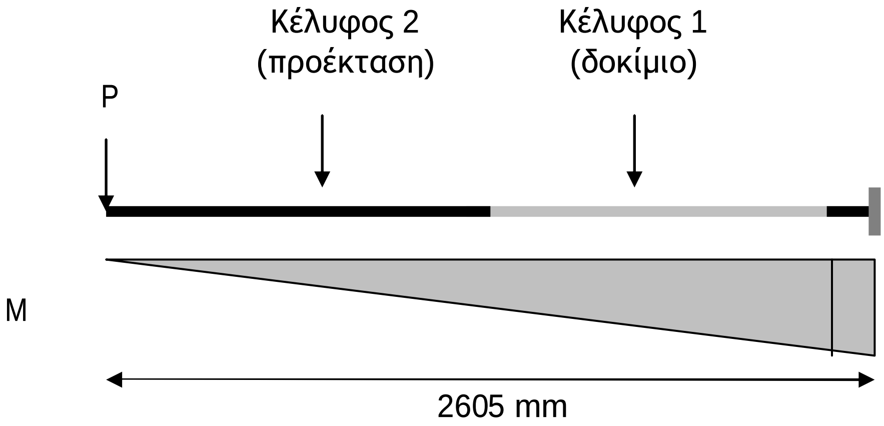
Επομένως, το μέγιστο φορτίο P_{Rk} το οποίο μπορεί να παραλάβει ο πρόβολος είναι ίσο με:

$$P_{Rk} = \sigma_{x,Rk} \left(\frac{\pi r^2 t}{L_0}\right) \tag{4.104}$$

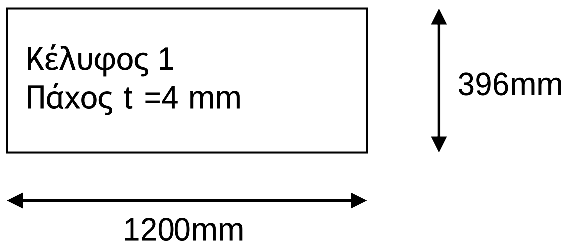
Το μέγιστο φορτίο P_{Rk} εξαρτάται πέρα από τα γεωμετρικά στοιχεία του κελύφους και από την τάση $\sigma_{x,Rk}$ την οποία μπορεί να αναλάβει το κέλυφος. Η τάση αυτή εξαρτάται από τον επιλεγόμενο κανονισμό ή συστάσεις.



(α) Όψη του πειραματικού δοκιμίου



(β) Στατικό προσομοίωμα δοκιμίου



(γ) Βασικές διαστάσεις κελύφους 1

Σχήμα 4.13: Γεωμετρία παραδείγματος 1

4.11.1.1 Οδηγίες DASt-013

Ο ελαστικός μειωτικός συντελεστής λόγω ατελειών α_x δίνεται από τη σχέση (4.2) και είναι ίσος με:

$$\alpha_x = 0.425 \tag{4.105}$$

Η ιδεατή τάση λυγισμού λαμβάνεται ίση με την εκτίμηση κατά τον [ECCS, 1988] και είναι ίση με:

$$\sigma_{x,Rcr} = 0.605E\frac{t}{r} = 0.605\times 208e6\times\frac{0.004}{0.198} = 2542222kPa$$

Η αξονική τάση λυγισμού του ελαστικού ατελούς κελύφους είναι ίση με:

$$\sigma_{x,e} = \alpha_x\sigma_{x,Rcr} = 1081176kPa \tag{4.106}$$

Η ανηγμένη λυγηρότητα είναι ίση με:

$$\lambda_x = \sqrt{\frac{f_{y,k}}{\alpha_x\sigma_{x,Rcr}}} = 0.50 \tag{4.107}$$

Επειδή ισχύει $\sigma_{x,e} > 0.40f_{y,k}$, η αδιάστατη τάση αντοχής είναι ίση με:

$$\bar{\sigma}_{Rk} = \left(1-0.434\left(\lambda_x-0.2\right)\right) = 0.87 \tag{4.108}$$

Η τάση αντοχής είναι ίση με:

$$\sigma_{Rk} = \bar{\sigma}_{Rk}f_{y,k} = 234.846MPa \tag{4.109}$$

Το φορτίο κατάρρευσης είναι ίσο με:

$$P_{Rk,DASt-013} = 44.41kN \tag{4.110}$$

4.11.1.2 DIN 18800-4

Ο συντελεστής C_x δίνεται από τη σχέση (4.8) και είναι ίσος με:

$$C_x = 0.952 \tag{4.111}$$

Επομένως, η ιδεατή τάση λυγισμού είναι ίση με:

$$\sigma_{x,Rcr} = 0.605EC_x\frac{t}{r} = 0.605\times 208e6\times 0.952\times\frac{0.004}{0.198} = 2420196kPa \tag{4.112}$$

Η ανηγμένη λυγηρότητα είναι ίση με:

$$\lambda_x = \sqrt{\frac{f_{y,k}}{\sigma_{x,Rcr}}} = 0.334 \tag{4.113}$$

Επειδή ισχύει $0.25 < \lambda_x \leq 1.0$ ο μειωτικός συντελεστής κ είναι ίσος με:

$$\kappa_2 = 1.233 - 0.933\lambda_x = 0.921 \tag{4.114}$$

όπου επιλέχθηκε ο δυσμενέστερος μειωτικός συντελεστής (κ_2) αντί του ευμενέστερου (κ_1) μιας και η βασική ένταση είναι η θλιπτική αξονική τάση.

Η χαρακτηριστική τάση σχεδιασμού είναι ίση με:

$$\sigma_{x,Rk} = \kappa_2 f_{y,k} = 0.921 \times 270e3kPa = 248.67MPa \tag{4.115}$$

Το φορτίο κατάρρευσης είναι ίσο με:

$$P_{Rk,DIN} = 47.03kN \tag{4.116}$$

4.11.1.3 Συστάσεις ECCS

Ο ελαστικός μειωτικός συντελεστής λόγω ατελειών α_x για r/t<212 δίνεται από τη σχέση (4.48) και είναι ίσος με:

$$\alpha_x = 0.679 \tag{4.117}$$

Η ιδεατή τάση λυγισμού δίνεται από τη σχέση (4.47) και είναι ίση με:

$$\sigma_{x,Rcr} = 0.605EC_x \frac{t}{r} = 0.605 \times 208e6 \times 1 \times \frac{0.004}{0.198} = 2542222kPa$$

Επειδή ισχύει $\alpha_x \sigma_{x,Rcr} \geq (1/2) f_{y,k}$ η θλιπτική τάση αντοχής είναι ίση με:

$$\sigma_{x,Rk} = f_{y,k}\left(1 - 0.4123\left(\frac{f_{y,k}}{\alpha_x \sigma_{x,Rcr}}\right)^{0.6}\right) = 233.428MPa \tag{4.118}$$

Το φορτίο κατάρρευσης είναι ίσο με:

$$P_{Rk,ECCS} = 44.15kN \tag{4.119}$$

4.11.1.4 Οδηγίες DASt-017

Η ανηγμένη λυγηρότητα του κελύφους υπολογίστηκε προηγουμένως και σύμφωνα με τη σχέση (4.144) είναι ίση με:

$$\lambda_{ov} = 0.354 \tag{4.120}$$

Σύμφωνα με τον τύπο αριθμητικής ανάλυση ΙΙ, ο μειωτικός συντελεστής δίνεται από τη σχέση (4.21) και είναι ίσος με:

$$\alpha_s = 1.17 - 0.68\lambda_{ov} = 0.929 \tag{4.121}$$

Από μια ανάλυση GMNA συμπεριλαμβανομένου των φαινομένων επαφής μεταξύ κοχλιών και φλαντζών και της ενδοτικότητας της στήριξης (βλ. Κεφάλαιο 5), το φορτίο αστοχίας $F_{R,GMNA}$ είναι ίσο με:

$$F_{R,GMNA} = 62.077kN \tag{4.122}$$

Το φορτίο κατάρρευσης δίνεται από τη σχέση (4.19) και είναι ίσο με:

$$F_{Rk} = \alpha_s F_{R,GMNA} = 0.929 \times 62.077kN = 57.67kN \tag{4.123}$$

4.11.1.5 Ευρωκώδικας 3 – Μέρος 1.6 (μέθοδος τάσεων)

Η παράμετρος μήκους του κελύφους ω είναι ίση με:

$$\omega = \frac{L}{\sqrt{rt}} = \frac{1.2}{\sqrt{0.198 \times 0.004}} = 42.64 \tag{4.124}$$

Επειδή το κέλυφος είναι μακρύ και ισχύουν οι σχέσεις:

$$\frac{r}{t} \le 150, \quad \omega \le 6\frac{r}{t}, \quad 500 \le \frac{E}{f_{y,k}} \le 1000 \tag{4.125}$$

οι συντελεστές C_x και λ_{x0} μπορούν να λάβουν ειδικές τιμές:

$$C_x = C_{x,N}\left(\frac{\sigma_{xE,N}}{\sigma_{xE}}\right) + \left(\frac{\sigma_{xE,M}}{\sigma_{xE}}\right) = C_{x,N} \times 0 + 1 = 1 \tag{4.126}$$

$$\lambda_{x0} = 0.20 + 0.10\left(\frac{\sigma_{xE,M}}{\sigma_{xE}}\right) = 0.20 + 0.10 \times 1 = 0.30 \tag{4.127}$$

αντί των τιμών $C_x = 0.952$ και $\lambda_{x0} = 0.20$ που θα προέκυπταν από τις γενικές διατάξεις.

Επομένως, η ιδεατή τάση λυγισμού που δίνεται από τη σχέση (4.67) είναι ίση με:

$$\sigma_{x,Rcr} = 0.605EC_x\frac{t}{r} = 0.605 \times 208e6 \times 1 \times \frac{0.004}{0.198} = 2542222kPa \tag{4.128}$$

Οι υπόλοιποι παράμετροι λυγισμού είναι οι εξής:

$$\beta = 0.60 \tag{4.129}$$

$$n = 1.0 \tag{4.130}$$

Η παράμετρος ποιότητας της κατασκευής Q είναι ίση με 40, 25 και 16 για ποιότητα κατασκευής A, B και C αντίστοιχα. Ο ελαστικός μειωτικός συντελεστής λόγω ατελειών α_x δίνεται από τις σχέσεις (4.64) και (4.65):

και λαμβάνει τις τιμές:

$$\alpha_{x,A} = 0.536, \quad \alpha_{x,B} = 0.474, \quad \alpha_{x,C} = 0.391 \tag{4.131}$$

για τις ποιότητες κατασκευής A, B και C αντίστοιχα.

Η λυγηρότητα λ_p δίνεται από τη σχέση (4.66) και είναι ίση με:

$$\lambda_{p,A} = 1.158, \quad \lambda_{p,B} = 1.089, \quad \lambda_{p,C} = 0.989 \tag{4.132}$$

για τις ποιότητες κατασκευής A, B και C αντίστοιχα.

Η λυγηρότητα δίνεται από την πρώτη από τις σχέσεις (4.63) και είναι ίση με:

$$\lambda_x = 0.326 \tag{4.133}$$

Ο μειωτικός συντελεστής x δίνεται από τη σχέση (4.61) και είναι ίσος με:

$$x_A = 0.982, \quad x_B = 0.98, \quad x_C = 0.977 \tag{4.134}$$

για τις ποιότητες κατασκευής A, B και C αντίστοιχα.

Η χαρακτηριστική τάση λυγισμού δίνεται από τη σχέση (4.57) και είναι ίση με:

$$\sigma_{x,Rk,A} = 265.11\text{MPa}, \quad \sigma_{x,Rk,B} = 264.681\text{MPa}, \quad \sigma_{x,Rk,C} = 263.910\text{MPa} \tag{4.135}$$

για τις ποιότητες κατασκευής A, B και C αντίστοιχα.

Το φορτίο κατάρρευσης του προβόλου δίνεται από τη σχέση (4.104) και είναι ίσο με:

$$P_{Rk,EC3\text{-}A} = 50.137\text{kN}, \quad P_{Rk,EC3\text{-}B} = 50.056\text{kN}, \quad P_{Rk,EC3\text{-}C} = 49.91\text{kN} \tag{4.136}$$

Τα πιο πάνω φορτία υπολογίστηκαν κάνοντας χρήση των ειδικών διατάξεων για ‘μακριά’ κελύφη. Αν χρησιμοποιήσουμε τις διατάξεις για ‘συνήθη’ κελύφη τότε έχουμε $C_x = 0.952$ και $\lambda_{x0} = 0.20$.

Η κρίσιμη τάση λυγισμού είναι ίση με:

$$\sigma_{x,Rcr} = 0.605EC_x \frac{t}{r} = 0.605 \times 208e6 \times 0.952 \times \frac{0.004}{0.198} = 2420195.56\text{kPa} \tag{4.137}$$

Η λυγηρότητα είναι ίση με:

$$\lambda_x = 0.334 \tag{4.138}$$

Ο μειωτικός συντελεστής χ δίνεται από τη σχέση (4.61) και είναι ίσος με:

$$\chi_A = 0.916, \quad \chi_B = 0.91, \quad \chi_C = 0.898 \tag{4.139}$$

Η χαρακτηριστική τάση λυγισμού δίνεται από τη σχέση (4.57) και είναι ίση με:

$$\sigma_{x,Rk,A} = 247.32MPa, \quad \sigma_{x,Rk,B} = 245.57MPa, \quad \sigma_{x,Rk,C} = 242.46MPa \tag{4.140}$$

για τις ποιότητες κατασκευής A, B και C αντίστοιχα.

Το φορτίο κατάρρευσης του προβόλου δίνεται από τη σχέση (4.104) και είναι ίσο με:

$$P_{Rk,EC3\text{-}A} = 46.77kN, \quad P_{Rk,EC3\text{-}B} = 46.44kN, \quad P_{Rk,EC3\text{-}C} = 45.85kN \tag{4.141}$$

4.11.1.6 Ευρωκώδικας 3 – Μέρος 1.6 (μέθοδος MNA/LBA)

Η πλαστική αντοχή της κατασκευής από μια ανάλυση MNA (χωρίς φαινόμενα επαφής και με πάκτωση, βλ. Κεφάλαιο 6) είναι ίση με:

$$F_{Rpl} = 67.094kN \tag{4.142}$$

Το ελαστικό φορτίο λυγισμού από μια ανάλυση LBA με το ίδιο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων είναι ίσο με:

$$F_{Rcr} = 535.38kN \tag{4.143}$$

Η καθολική ανηγμένη λυγηρότητα είναι ίση με:

$$\lambda_{ov} = \sqrt{\frac{F_{Rpl}}{F_{Rcr}}} = 0.354 \tag{4.144}$$

Για ποιότητα κατασκευής C, ο ελαστικός μειωτικός συντελεστής λόγω ατελειών α_x δίνεται στη σχέση (4.131):

$$\alpha_x = 0.391 \tag{4.145}$$

Για $\beta = 0.60$ και $\eta = 1.0$, είναι $\lambda_p = 0.989$, και για $\lambda_{x0} = 0.30$, ο μειωτικός συντελεστής χ υπολογίζεται από τη σχέση (4.61) και είναι ίσος με:

$$\chi = 0.953 \tag{4.146}$$

Το φορτίο κατάρρευσης δίνεται από τη σχέση:

$$P_{Rk,MNA/LBA} = \chi F_{Rpl} = 0.953 \times 67.094 = 63.94kN \tag{4.147}$$

Ο μειωτικός συντελεστής x και το φορτίο κατάρρευσης $P_{Rk,MNA/LBA}$ για τις ποιότητες A και B είναι ίσα με 0.962, 64.54kN και 0.959, 64.34kN αντίστοιχα.

Τα πιο πάνω φορτία υπολογίστηκαν κάνοντας χρήση των ειδικών διατάξεων για ‘μακριά’ κελύφη. Αν χρησιμοποιήσουμε τις διατάξεις για ‘συνήθη’ κελύφη τότε έχουμε $\lambda_{x0} = 0.20$. Ο μειωτικός συντελεστής x δίνεται από τη σχέση (4.61) και είναι ίσος με:

$$x = 0.883 \tag{4.148}$$

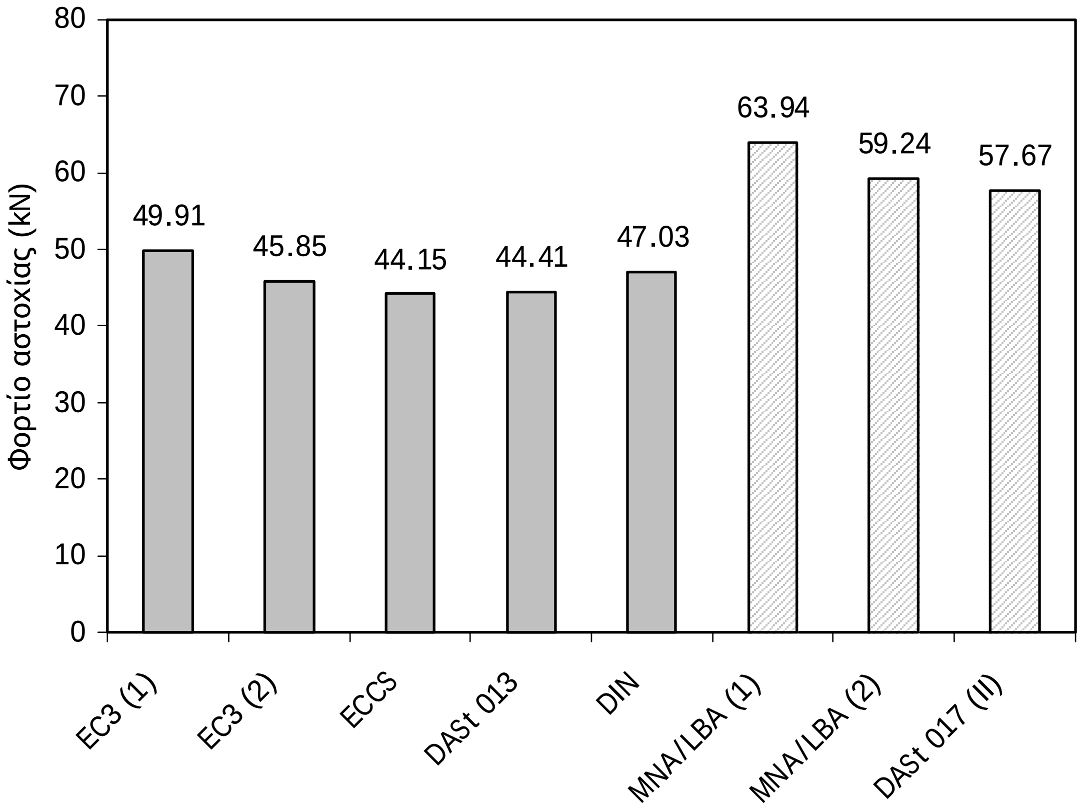
Το φορτίο κατάρρευσης δίνεται από τη σχέση:

$$P_{Rk,MNA/LBA} = xF_{Rpl} = 0.883 \times 67.094 = 59.24kN \tag{4.149}$$

Ο μειωτικός συντελεστής x και το φορτίο κατάρρευσης $P_{Rk,MNA/LBA}$ για τις ποιότητες A και B είναι ίσα με 0.904, 60.65kN και 0.896, 60.11kN αντίστοιχα.

Στο Σχήμα 4.14 συγκρίνονται τα φορτία αστοχίας που υπολογίστηκαν με τις αναλυτικές σχέσεις των πιο πάνω κανονισμών με τα πειραματικά αποτελέσματα. Στον οριζόντιο άξονα δίνεται συντομογραφικά η προέλευση της πρόβλεψης του φορτίου της αστοχίας, όπου τα EC3 (1) και EC3 (2) αφορούν τις προβλέψεις της μεθόδου των τάσεων με τις ειδικές διατάξεις για ‘μακριά’ κελύφη και τις γενικές διατάξεις για ‘συνήθη’ κελύφη του [EN1993-1.6,2006] αντίστοιχα, τα ECCS, DASt 013 και DIN αφορούν τις προβλέψεις των συστάσεων [ECCS, 1988], του DASt 013 και του DIN 18800-4 αντίστοιχα. Τα MNA/LBA (1) και MNA/LBA (2) αφορούν τις προβλέψεις της μεθόδου MNA/LBA του [EN1993-1.6, 2006] για τις διατάξεις για ‘μακριά’ κελύφη και τις γενικές διατάξεις για ‘συνήθη’ κελύφη του κανονισμού αντίστοιχα. Στον κατακόρυφο άξονα δίνεται το φορτίο αστοχίας. Το DASt 017 (II) αφορά την πρόβλεψη της αριθμητικής μεθόδου ανάλυσης επιπέδου II του [DASt 017, 1992].

Από το Σχήμα 4.14 φαίνεται ότι τα φορτία αστοχίας που υπολογίζονται με τις αναλυτικές μεθόδους σχεδιασμού είναι πιο συντηρητικά από τις προβλέψεις των αριθμητικών μεθόδων. Επιπλέον, εάν ληφθούν υπόψη οι σχετικές διατάξεις για ‘μακριά’ κελύφη του [EN1993-1.6, 2006] τόσο στη μέθοδο των τάσεων όσο και στη μέθοδο MNA/LBA, προκύπτει ελαφρώς μεγαλύτερη αντοχή από ότι προβλέπουν οι διατάξεις για ‘συνήθη’ κελύφη του ίδιου κανονισμού.



Σχήμα 4.14: Σύγκριση προβλέψεων αντοχής με διάφορους κανονισμούς για το πρώτο παράδειγμα

4.11.2 Κέλυφος χωρίς άνοιγμα παραμετρικών αναλύσεων

Στο παράδειγμα αυτό εξετάζεται το κέλυφος που θα χρησιμοποιηθεί στις εκτενείς παραμετρικές αναλύσεις του κεφαλαίου 8. Το κέλυφος είναι κυλινδρικό με ακτίνα r ίση με 1.98 m. Το πάχος t λαμβάνεται ίσο με 40 mm. Ο συνδυασμός αυτός του πάχους με την ακτίνα του κελύφους χαρακτηρίζει κελύφη που συναντιούνται στη βάση σύγχρονων πυλώνων. Το όριο διαρροής του χάλυβα είναι ίσο με 355 MPa και το μέτρο ελαστικότητας ίσο με 210 GPa. Επειδή ήδη φάνηκαν οι διαφοροποιήσεις μεταξύ των προβλέψεων των διάφορων κανονισμών, επιλέγεται εδώ να παρατεθούν οι προβλέψεις που αφορούν τον Ευρωκώδικα 3 μόνο, οι οποίες χρησιμοποιούνται και στα επόμενα κεφάλαια. Για τον υπολογισμό των διάφορων μεγεθών χρησιμοποιούνται μόνο οι γενικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3, μιας και δεν ικανοποιούνται οι συνθήκες για να καταταχθεί το εξεταζόμενο κέλυφος στα μακριά κελύφη και να χρησιμοποιηθούν οι ειδικές διατάξεις.

4.11.2.1 Ευρωκώδικας 3 – Μέρος 1.6 (μέθοδος τάσεων)

Η παράμετρος μήκους του κελύφους ω είναι ίση με:

$$\omega = \frac{L}{\sqrt{rt}} = \frac{6.35}{\sqrt{1.98 \times 0.04}} = 22.56 \tag{4.150}$$

Οι συντελεστές C_x και λ_{x0} λαμβάνουν τις τιμές:

$$C_x = 1 \tag{4.151}$$

$$\lambda_{x0} = 0.20 \tag{4.152}$$

Επομένως, η ιδεατή τάση λυγισμού που δίνεται από τη σχέση (4.67) είναι ίση με:

$$\sigma_{x,Rcr} = 0.605EC_x \frac{t}{r} = 0.605 \times 210e6 \times 1 \times \frac{0.04}{1.98} = 2566666.7kPa \tag{4.153}$$

Οι υπόλοιποι παράμετροι λυγισμού είναι οι εξής:

$$\beta = 0.60 \tag{4.154}$$

$$n = 1.0 \tag{4.155}$$

Η παράμετρος ποιότητας της κατασκευής Q είναι ίση με 40, 25 και 16 για ποιότητα κατασκευής A, B και C αντίστοιχα. Ο ελαστικός μειωτικός συντελεστής λόγω ατελειών α_x δίνεται από τις σχέσεις (4.64) και (4.65), και λαμβάνει τις τιμές:

$$\alpha_{x,A} = 0.536, \quad \alpha_{x,B} = 0.474, \quad \alpha_{x,C} = 0.391 \tag{4.156}$$

για τις ποιότητες κατασκευής A, B και C αντίστοιχα.

Η λυγηρότητα λ_p δίνεται από τη σχέση (4.66) και είναι ίση με:

$$\lambda_{p,A} = 1.158, \quad \lambda_{p,B} = 1.089, \quad \lambda_{p,C} = 0.989 \tag{4.157}$$

για τις ποιότητες κατασκευής A, B και C αντίστοιχα.

Η λυγηρότητα δίνεται από την πρώτη από τις σχέσεις (4.63) και είναι ίση με:

$$\lambda_x = 0.372 \tag{4.158}$$

Ο μειωτικός συντελεστής x δίνεται από τη σχέση (4.61) και είναι ίση με:

$$x_A = 0.8923, \quad x_B = 0.8839, \quad x_C = 0.8693 \tag{4.159}$$

για τις ποιότητες κατασκευής A, B και C αντίστοιχα.

Η χαρακτηριστική τάση λυγισμού δίνεται από τη σχέση (4.57) και είναι ίση με:

$$\sigma_{x,Rk,A} = 316.77\text{MPa}, \quad \sigma_{x,Rk,B} = 313.8\text{MPa}, \quad \sigma_{x,Rk,C} = 308.59\text{MPa} \tag{4.160}$$

για τις ποιότητες κατασκευής A, B και C αντίστοιχα.

Η μέγιστη αξονική τάση σ που προκύπτει από μια επιβαλλόμενη ροπή Μ είναι ίση με:

$$\sigma_{x,max} = \frac{M}{\pi r^2 t} \tag{4.161}$$

Η μέγιστη επιτρεπόμενη τάση δίνεται από τις τιμές του (4.160). Οπότε η χαρακτηριστική τιμή της αντοχής έναντι κάμψης M_{Rk} είναι ίση με:

$$M_{Rk,A} = 156057.14\text{kNm}, \quad M_{Rk,B} = 154594\text{kNm}, \quad M_{Rk,C} = 152025.14\text{kNm} \tag{4.162}$$

για τις ποιότητες κατασκευής A, B και C αντίστοιχα.

4.11.2.2 Ευρωκώδικας 3 – Μέρος 1.6 (μέθοδος MNA/LBA)

Η πλαστική ροπή αντοχής της κατασκευής από μια ανάλυση MNA είναι ίση με:

$$M_{Rpl} = 222181\text{kNm} \tag{4.163}$$

Το ελαστικό φορτίο λυγισμού από μια ανάλυση LBA με το ίδιο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων είναι ίσο με:

$$M_{Rcr} = 1330390\text{kNm} \tag{4.164}$$

Η καθολική ανηγμένη λυγηρότητα είναι ίση με:

$$\lambda_{ov} = \sqrt{\frac{M_{Rpl}}{M_{Rcr}}} = 0.4087 \tag{4.165}$$

Για ποιότητα κατασκευής C, ο ελαστικός μειωτικός συντελεστής λόγω ατελειών α_x δίνεται στη σχέση (4.156):

$$\alpha_x = 0.391 \tag{4.166}$$

Για $\beta = 0.60$ και $\eta = 1.0$, είναι $\lambda_p = 0.989$, και για $\lambda_{x0} = 0.30$, ο μειωτικός συντελεστής χ για ποιότητα κατασκευής C υπολογίζεται από τη σχέση (4.159) και είναι ίσος με:

$$\chi = 0.841 \tag{4.167}$$

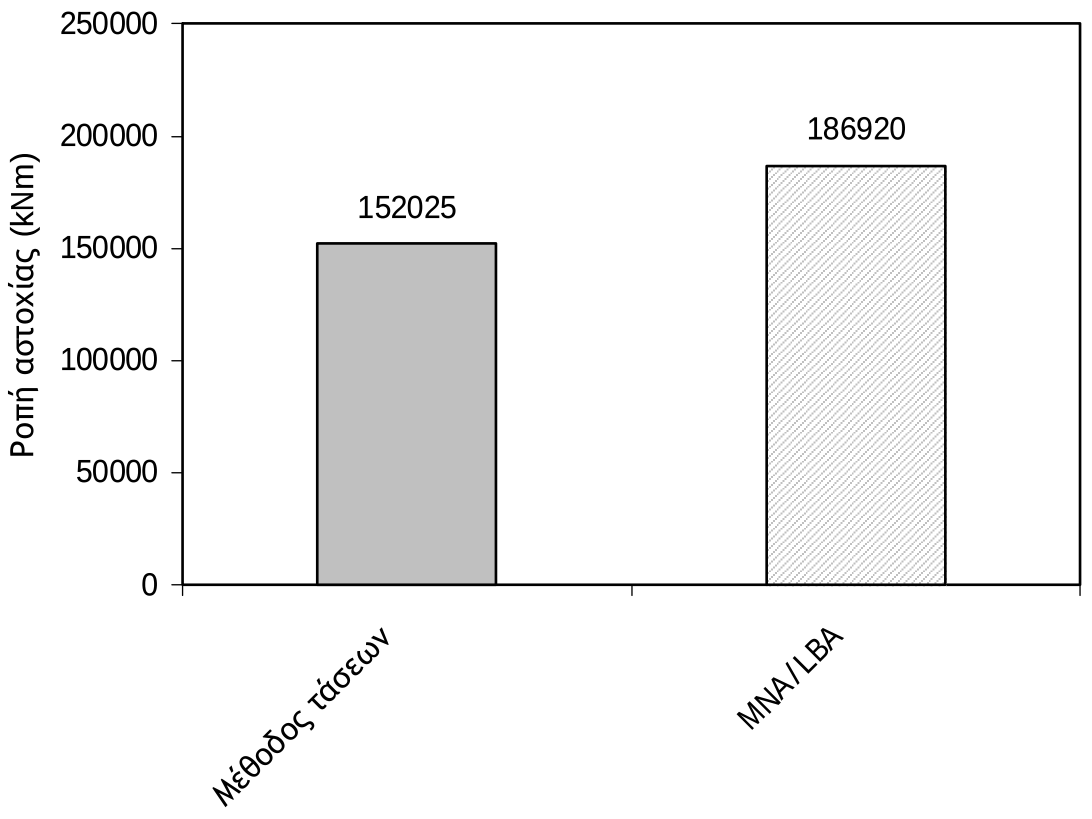
Η χαρακτηριστική τιμή της ροπής αντοχής είναι ίση με:

$$M_{Rk,MNA/LBA} = xM_{Rpl} = 0.841 \times 222181 = 186920kNm \quad (4.168)$$

Ο μειωτικός συντελεστής x και η ροπή αστοχίας $M_{Rk,MNA/LBA}$ για τις ποιότητες A και B είναι ίσα με 0.869, 193138kNm και 0.859, 190881kNm αντίστοιχα.

Στο Σχήμα 4.15 δίνεται το φορτίο αστοχίας υπολογισμένο με τη μέθοδο των τάσεων και τη μέθοδο MNA/LBA του [EN1993-1.6, 2006].

Από το σχήμα αυτό παρατηρείται ότι η αριθμητική μέθοδος εκτιμά μεγαλύτερο φορτίο απ' ότι η μέθοδος των τάσεων. Η χαρακτηριστική αντοχή που προκύπτει από τη μέθοδο MNA/LBA αποκλίνει από την από την αντοχή που προκύπτει με τη μέθοδο των τάσεων κατά περίπου 19%.



Σχήμα 4.15: Σύγκριση προβλέψεων αντοχής με τη μέθοδο των τάσεων και τη μέθοδο MNA/LBA για το δεύτερο παράδειγμα

4.12 Βιβλιογραφία

ABAQUS/Standard and ABAQUS/Explicit - Version 6.8-1, “Abaqus Theory Manual”, *Dassault Systems*, 2008.

American Society of Mechanical Engineers: ASME Boiler and Pressure Vessels Code – Section III, Code III, Code Case N-284, New York, 1980.

British Standards Institute: Specification for unfired welded pressure vessel, London, BSI, 1976.

Det Norske Veritas: Rules on the design, construction and inspection of offshore structures – Appendix C: Steel Structures. Hovik/Norway, 1982.

Deutscher Ausschuß für Stahlbau: DASt – Richtlinie 013. Beulsicherheitsnachweise für Schalen. Köln: Stahlbauverlag 1980.

Deutscher Ausschuß für Stahlbau: DASt – Richtlinie 017 Entwurf. Beulsicherheitsnachweise für Schalen – Spezielle Fälle. Köln: Stahlbau - Verlagsgesellschaft 1992.

DIBt, Richtlinie fur Windenergieanlagen: Einwirkungen und Standsicherheitsnachweise fur Turm und Grundung, Reihe B, Heft 8, 2004.

DIN 18800–4, Stahlbauten: Stabilitätsfälle, Schalenbeulen. Beuth Verlag, Berlin, 1990.

DIN 18914, Dünnwandige Rundsilos aus Stahl, Beuth Verlag, Berlin, 1985.

DIN 4119, Oberirdische zylindrische Flachboden-Tankbauwerke aus metallische Werkstoffen-Berechnung, Beuth Verlag, Berlin, 1980.

DIN 4131, Antennentragwerke aus Stahl - Statische Berechnung und Ausführung, Beuth Verlag, Berlin, 1991.

European Committee for Standardization, Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-6: Strength and Stability of Shell Structures, 2006.

ECCS Technical Committee 8, Structural Stability, TWG 8.4 – Stability of Shells, Buckling of Steel Shells, European Design Recommendations, 4th Edition, 1988.

ECCS Technical Committee 8, Structural Stability, TWG 8.4 – Shells, Buckling of Steel Shells, European Design Recommendations, 5th Edition, Editors: John Michael Rotter and Herbert Schmidt, 2008.

Germanischer Lloyd, Guideline for the Certification of Wind Turbines, 2010.

Han H, Cheng J, Taheri F and Pegg Neil, "Numerical and experimental investigations of the response of aluminium cylinders with a cutout subject to axial compression", *Thin-Walled Structures*, Vol. 44, pp. 254-270, 2006.

Meng-Kao Yeh, Ming-Chyuan Lin and Wen-Tsang Wu, "Bending buckling of an elastoplastic cylindrical shell with a cutout", *Engineering Structures*, Vol. 21, pp. 996-1005, 1999.

Pircher M and Bridge R, "The influence of circumferential weld-induced imperfections on the buckling of silos and tanks", Journal of Constructional Steel Research, Vol. 57, pp. 569–580, 2001.

Sadowski AJ and Rotter JM, "Buckling of very slender metal silos under eccentric discharge", Engineering Structures, Vol. 33, pp. 1187–1194, 2011.

Schneider W, "Stimulating Equivalent Geometric Imperfections for the Numerical Buckling Strength Verification of Axially Compressed Cylindrical Steel Shells", Computational Mechanics, Vol. 37, pp. 530–536, 2006.

Shariati M and Rokhi MM, "Numerical and experimental investigations on buckling of steel cylindrical shells with elliptical cutout subject to axial compression", *Thin – Walled Structures*, Vol. 46, pp. 1251 – 1261, 2008.

Song CY, Teng JG and Rotter JM, "Imperfection sensitivity of thin elastic cylindrical shells subject to partial axial compression", International Journal of Solids and Structures, 41, pp. 7155–7180, 2004.

Velickov D, Stabilität stählerner Kreiszylinderschalen mit unversteiften und umlaufend randversteiften Mantelöffnungen unter Axialdruck, *Universität Essen GH*, 2000.

Wirth S, "Beulsicherheitsnachweise für schalenförmige Bauteile nach EN 1993-1-6: Kritische Analyse der praktischen Anwendbarkeit anhand zweier Fallstudien mit experimentellem Hintergrund", Dissertation, *Universität Duisburg-Essen*, 2008.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Πειραματική διερεύνηση

5.1 Εισαγωγή

Η παρουσία ανοιγμάτων σε κελύφη παρατηρείται σε κατασκευές όπως είναι ο χαλύβδινοι σωληνωτοί πυλώνες ανεμογεννητριών ή σε καπνοδόχους. Στην πρώτη περίπτωση το άνοιγμα καλείται ανθρωποθυρίδα. Οι διαστάσεις της ανθρωποθυρίδας είναι σημαντικές ώστε να επιτείνονται τα φαινόμενα συγκέντρωσης τάσεων και τοπικού λυγισμού. Η ενίσχυση της περιοχής του ανοίγματος είναι συνήθης πρακτική για την επαναφορά της αντοχής του κελύφους με το άνοιγμα στα επίπεδα της αντοχής ενός κελύφους χωρίς άνοιγμα. Μια αρκετά διαδεδομένη μορφή ενίσχυσης είναι ένα πλαίσιο σταθερής διατομής περιμετρικά συγκολλημένο στο άνοιγμα.

Παρά τη μεγάλη σπουδαιότητα του θέματος της επίδρασης της ανθρωποθυρίδας και της χρησιμοποιούμενης ενίσχυσης στην αντοχή του πυλώνα, δεν έχει υπάρξει σχετική πειραματική έρευνα σε αυτόν τον τομέα όπως φαίνεται και από τη σχετική βιβλιογραφία (βλ. Κεφάλαιο 2). Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η πειραματική έρευνα που διεξήχθη στα πλαίσια αυτής της διατριβής και αφορά πειραματικά δοκίμια ειδικά σχεδιασμένα, ώστε να αφορούν σύγχρονους πυλώνες ανεμογεννητριών, τόσο όσον αφορά μεγέθη λυγηροτήτων όσο και του μεγέθους του ανοίγματος και των διαστάσεων της ενίσχυσης που χρησιμοποιήθηκε.

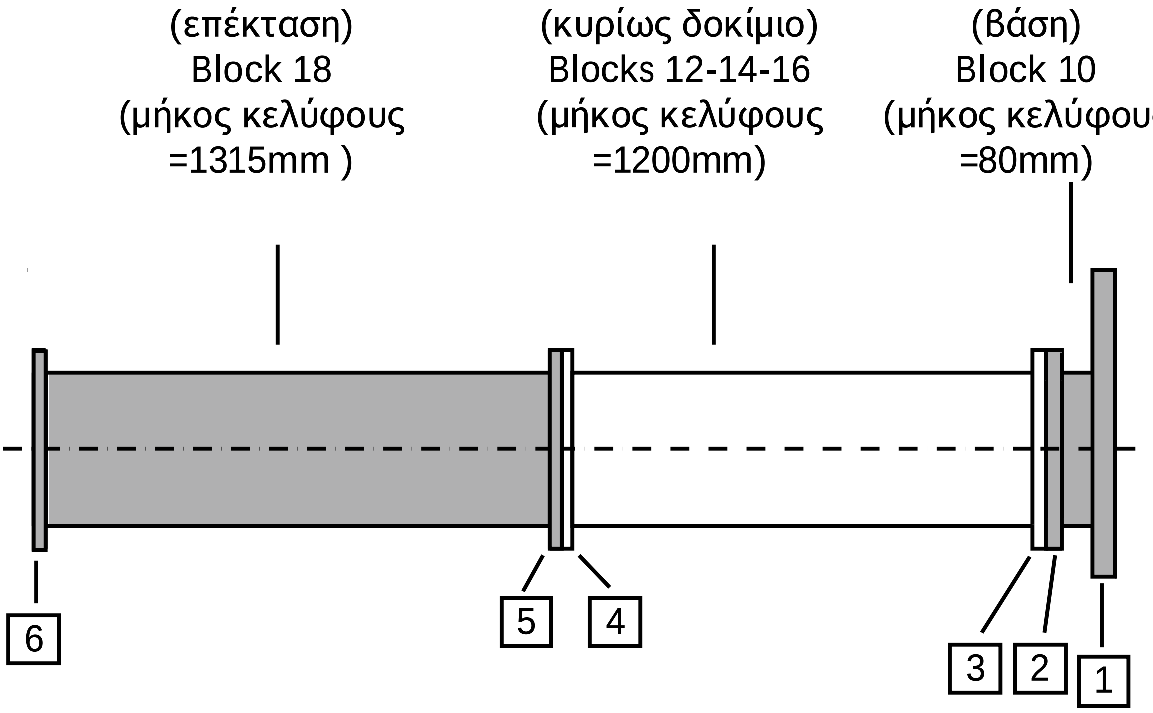
Στις επόμενες παραγράφους αυτού του κεφαλαίου παρουσιάζονται με λεπτομέρεια τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των δοκιμίων καθώς επίσης και της πειραματικής διάταξης που χρησιμοποιήθηκε για την πραγματοποίηση των πειραμάτων. Στη συνέχεια δίνονται τα βασικά στάδια κατασκευής των πειραματικών δοκιμίων καθώς επίσης και οι ιδιότητες του υλικού των δοκιμίων, οι οποίες είναι απαραίτητες για την αριθμητική προσομοίωση των πειραμάτων η οποία παρουσιάζεται στο επόμενο κεφάλαιο. Τέλος, δίνονται τα βασικά αποτελέσματα των πειραμάτων τα οποία περιλαμβάνουν χαρακτηριστικούς δρόμους ισορροπίας και καταγραφές παραμορφώσεων σε διάφορα σημεία των δοκιμίων.

5.2 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά δοκιμίων

Εξετάστηκαν έξι κελύφη με τις ίδιες γενικές γεωμετρικές διαστάσεις, από τα οποία τα πρώτα δυο δεν έχουν άνοιγμα, τα επόμενα δυο έχουν ένα μη ενισχυμένο άνοιγμα κοντά στη βάση τους ενώ τα τελευταία δυο έχουν ενισχυμένο άνοιγμα. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά αυτών των κελυφών (εξωτερική διάμετρος, πάχος, διαστάσεις ανοίγματος και ενίσχυση) επιλέχθηκαν όπως προαναφέρθηκε, ώστε να αντανακλούν τα χαρακτηριστικά σύγχρονων πυλώνων ανεμογεννητριών που χρησιμοποιούνται στην πράξη. Τα υπόλοιπα τμήματα των δοκιμίων διαστασιολογήθηκαν έτσι ώστε να διαθέτουν επαρκή υπεραντοχή και επομένως να παραμένουν στην ελαστική περιοχή καθ’ όλη τη διάρκεια της φόρτισης.

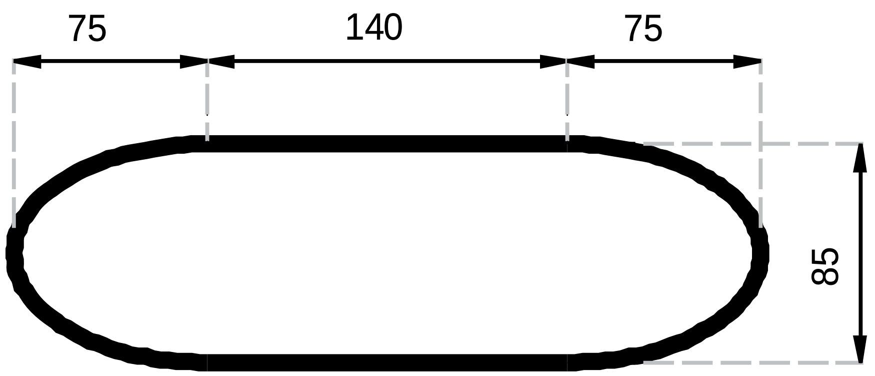
Τα τμήματα των πειραματικών δοκιμίων δίνονται στο Σχήμα 5.1. Κάθε δοκίμιο αποτελείται από τρία τμήματα: Το πρώτο τμήμα (Block 18), αποτελεί την επέκταση που χρησιμοποιείται σε όλα τα πειράματα, είναι ένα κέλυφος με εξωτερική διάμετρο 400 mm και πάχος 6 mm. Η επιβαλλόμενη κατακόρυφη μετατόπιση εφαρμόστηκε από το έμβολο φόρτισης στον ακραίο δακτύλιο αυτού του τμήματος. Το πρώτο τμήμα συνδέεται με ένα δεύτερο τμήμα, το οποίο αντικαθίστατο σε κάθε πείραμα, μέσω δυο δακτυλίων πάχους 30 mm και είκοσι οχτώ τον αριθμό κοχλιών Μ20 ποιότητας 10.9. Αυτό το δεύτερο τμήμα, αποτελεί το δοκίμιο και είναι ένα υπό κλίμακα φυσικό ομοίωμα πραγματικών πυλώνων ανεμογεννητριών σε όρους γεωμετρικών διαστάσεων, είναι ένα κέλυφος με εξωτερική διάμετρο 400 mm και πάχος 4 mm. Κατασκευάστηκαν έξι δοκίμια που αντικαθίσταντο σε κάθε πείραμα: δυο χωρίς άνοιγμα (κυρίως δοκίμιο ‘Block 12’), δυο με άνοιγμα (κυρίως δοκίμιο ‘Block 14’) και τα τελευταία δυο με ενισχυμένο άνοιγμα (κυρίως δοκίμιο ‘Block 16’) χρησιμοποιώντας ως ενίσχυση ένα περιμετρικό πλαίσιο. Το σχήμα του ανοίγματος είναι ορθογωνικό με ελλειπτικά άκρα και στην περίπτωση χρήσης ενίσχυσης αυτή ήταν ένα πλαίσιο συγκολλημένο κατά μήκος του ανοίγματος (βλ. Σχήμα 5.2). Οι ενισχύσεις είχαν πλάτος 35 mm και πάχος 6 mm. Στο Σχήμα 5.3 δίνεται η γεωμετρία των κελυφών χωρίς άνοιγμα, στο Σχήμα 5.4 η γεωμετρία των κελυφών με μη ενισχυμένο άνοιγμα, στο Σχήμα 5.5 η γεωμετρία με ενισχυμένο άνοιγμα, ενώ στο Σχήμα 5.6 δίνεται η γεωμετρία του τμήματος ‘Block 18’.

Το δοκίμιο συνδέεται με ένα σταθερό τρίτο τμήμα, τη βάση, μέσω δυο δακτυλίων 35 και 40 mm και είκοσι οχτώ κοχλιών Μ20 ποιότητας 10.9. Το τρίτο τμήμα (Block 10) αποτελείται από ένα παχύ κοντό κέλυφος με εξωτερική διάμετρο 400 mm, πάχος 20 mm και μήκος 80 mm το οποίο συγκολλείται σε ένα έλασμα πάχους 60 mm. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά αυτού του ελάσματος δίνονται στο Σχήμα 5.7. Οι οπές της πλάκας καθορίστηκαν από τις προϋπάρχουσες οπές του πειραματικού πλαισίου. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των δακτυλίων δίνονται στο Σχήμα 5.8.

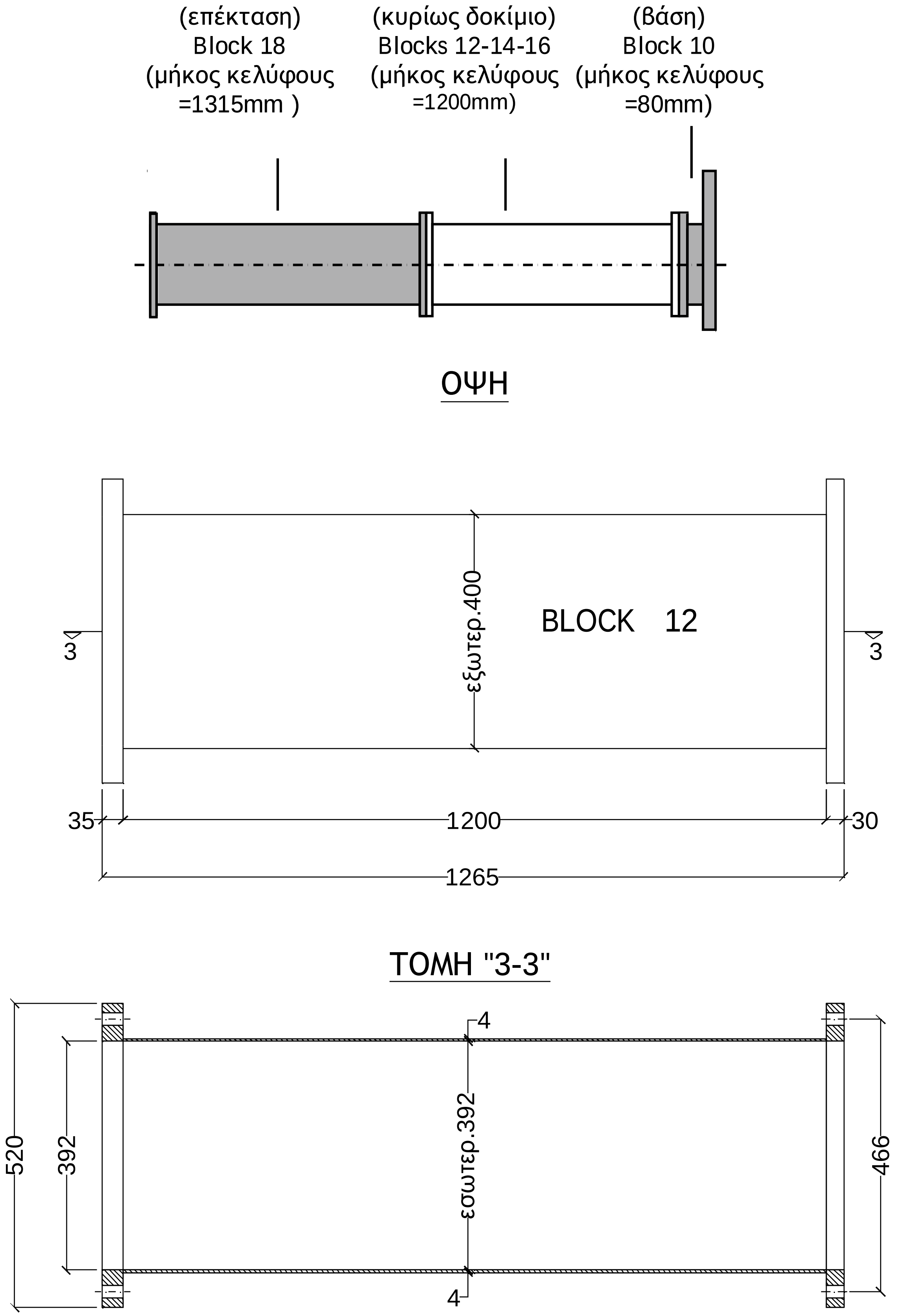


1: στηριζόμενο άκρο (μετωπική πλάκα, πάχος=60mm)
2: δακτύλιος 01, πάχος=40mm
3: δακτύλιος 02, πάχος=35mm
4: δακτύλιος 03, πάχος=30mm
5: δακτύλιος 04, πάχος=30mm
6: ελεύθερο άκρο (δακτύλιος 05, πάχος=30mm)

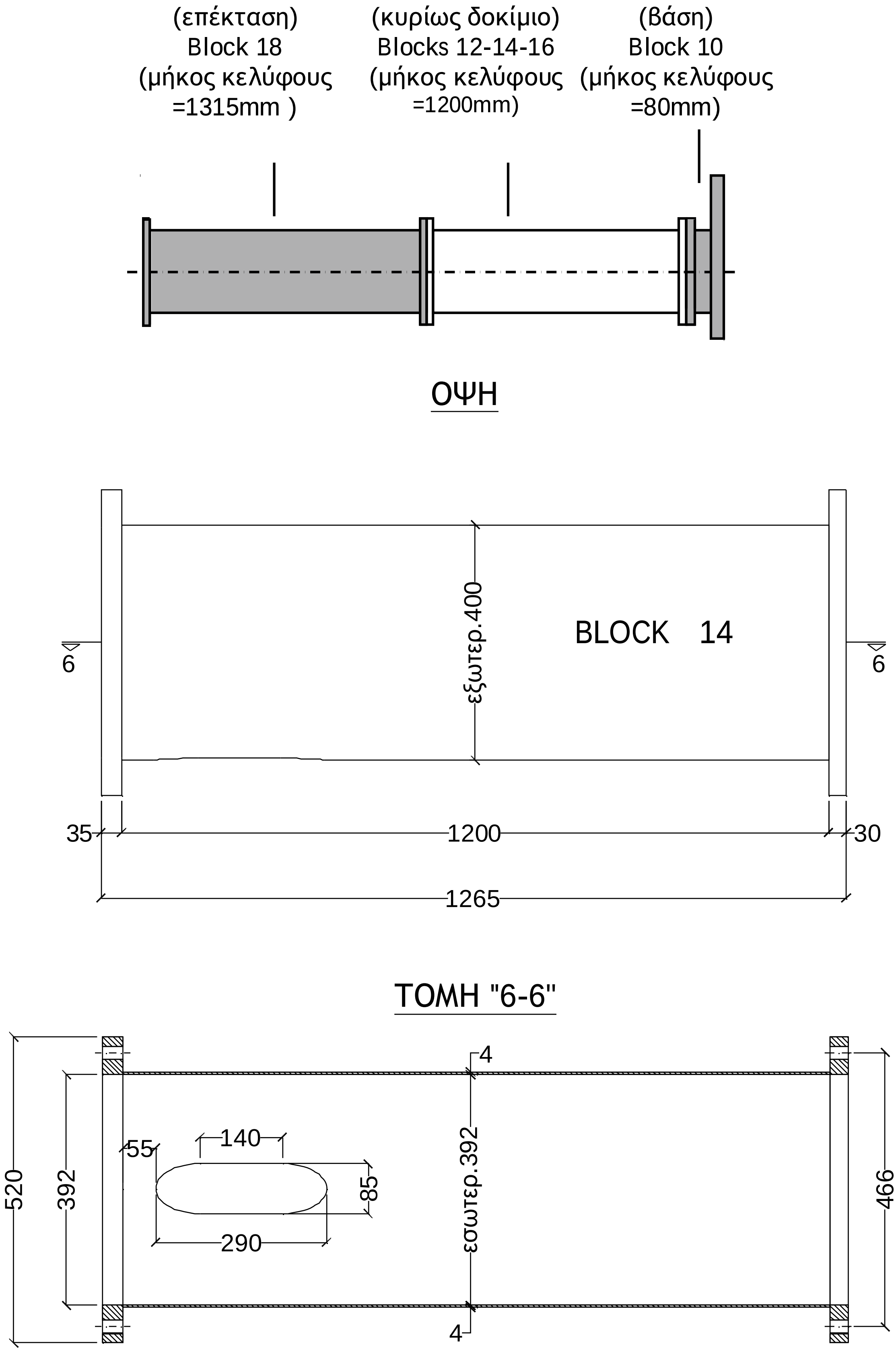
Σχήμα 5.1: Βασικά τμήματα των πειραματικών δοκιμίων



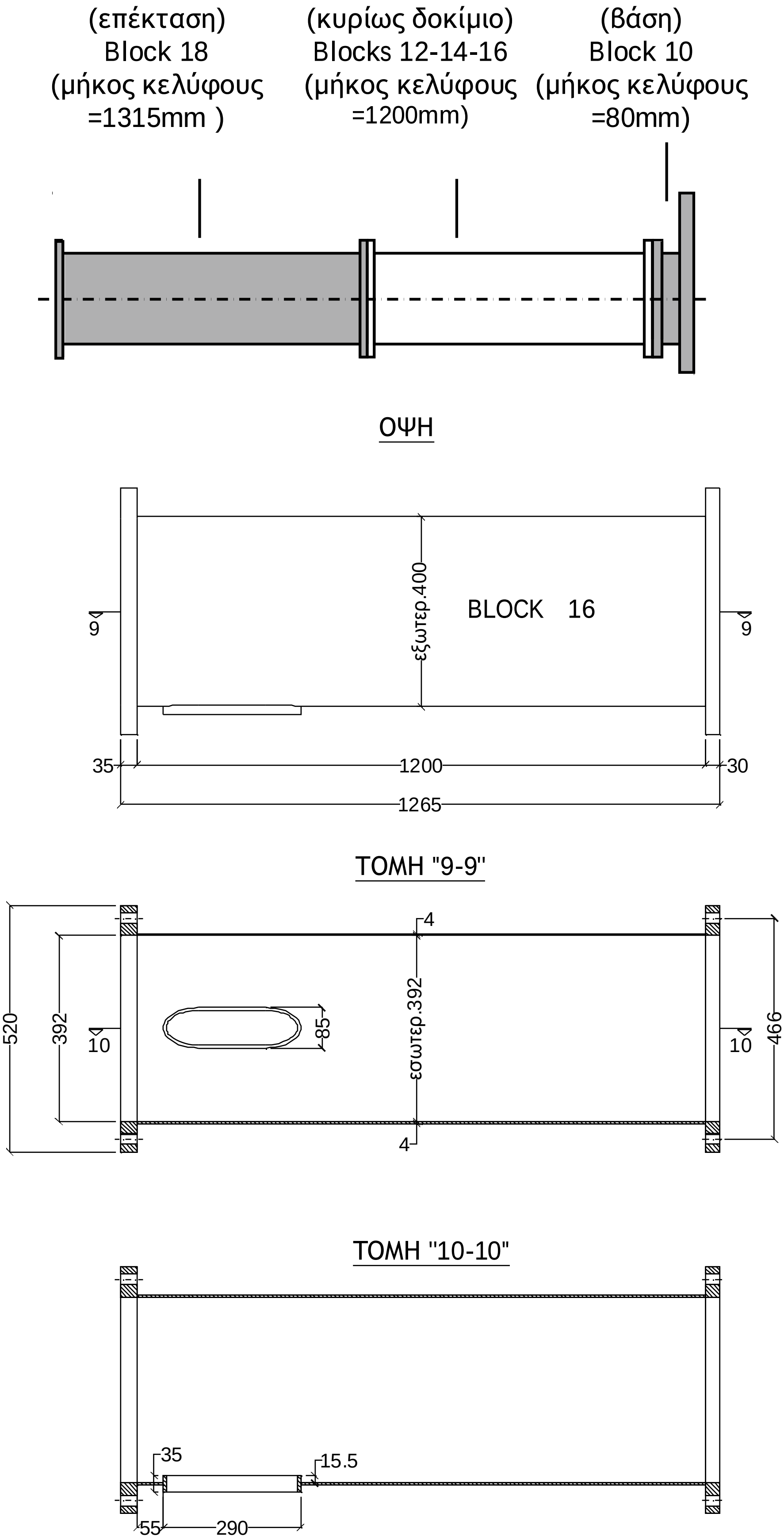
Σχήμα 5.2: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά του ανοίγματος (διαστάσεις σε mm)



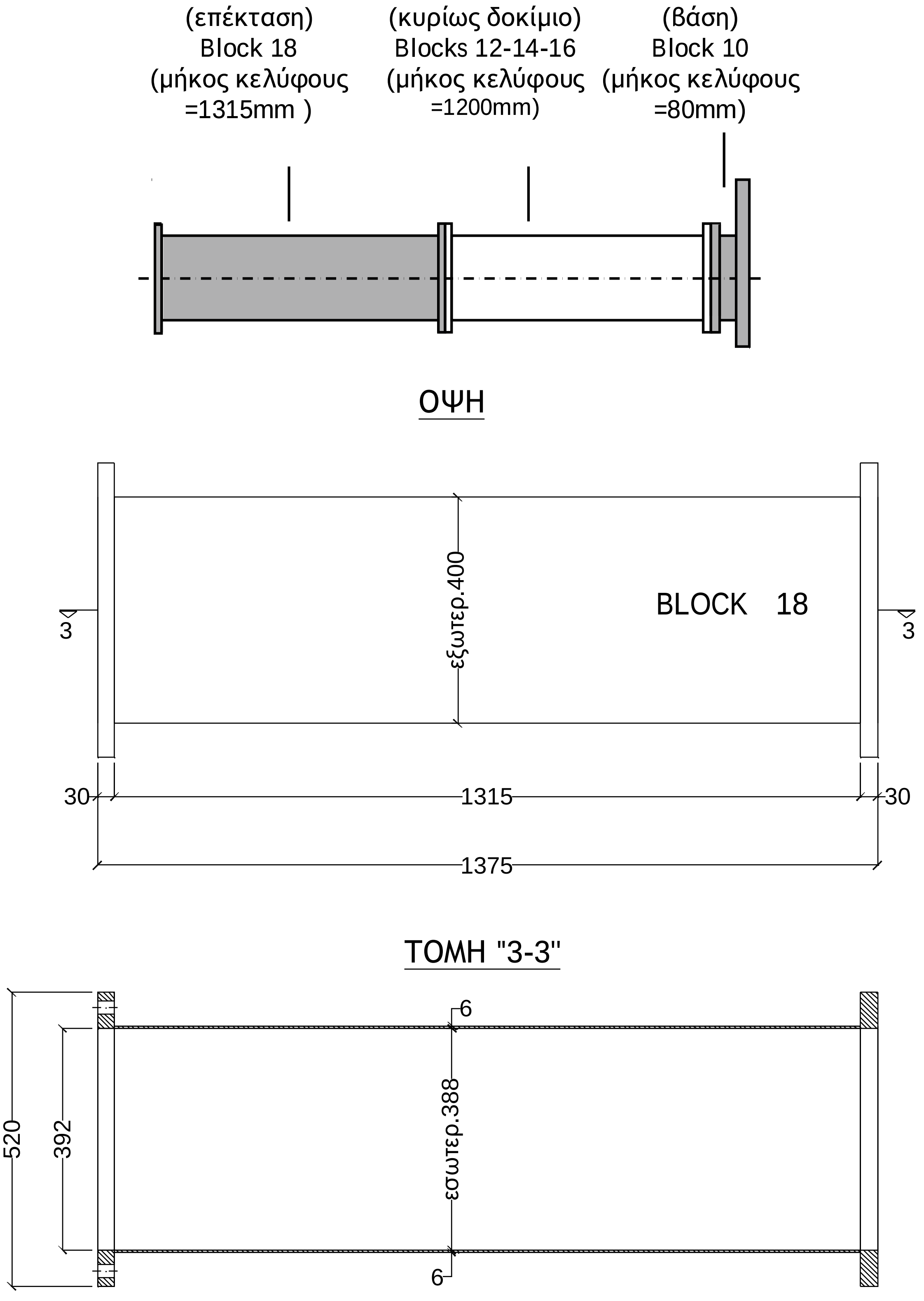
Σχήμα 5.3: Γεωμετρικά στοιχεία κυρίως δοκιμίου ‘Block 12’



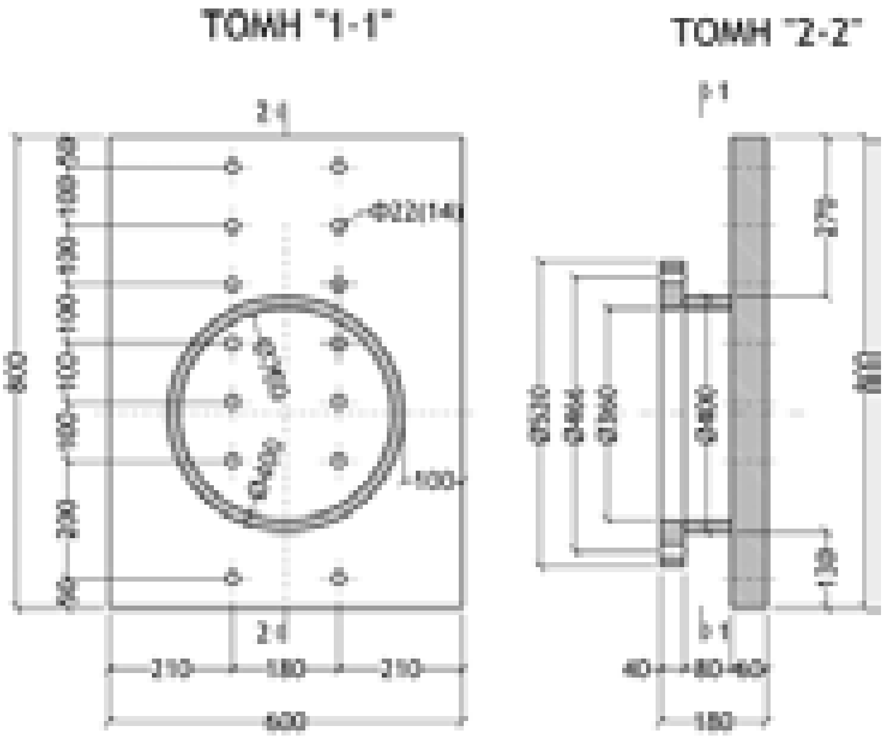
Σχήμα 5.4: Γεωμετρικά στοιχεία κυρίως δοκιμίου ‘Block 14’



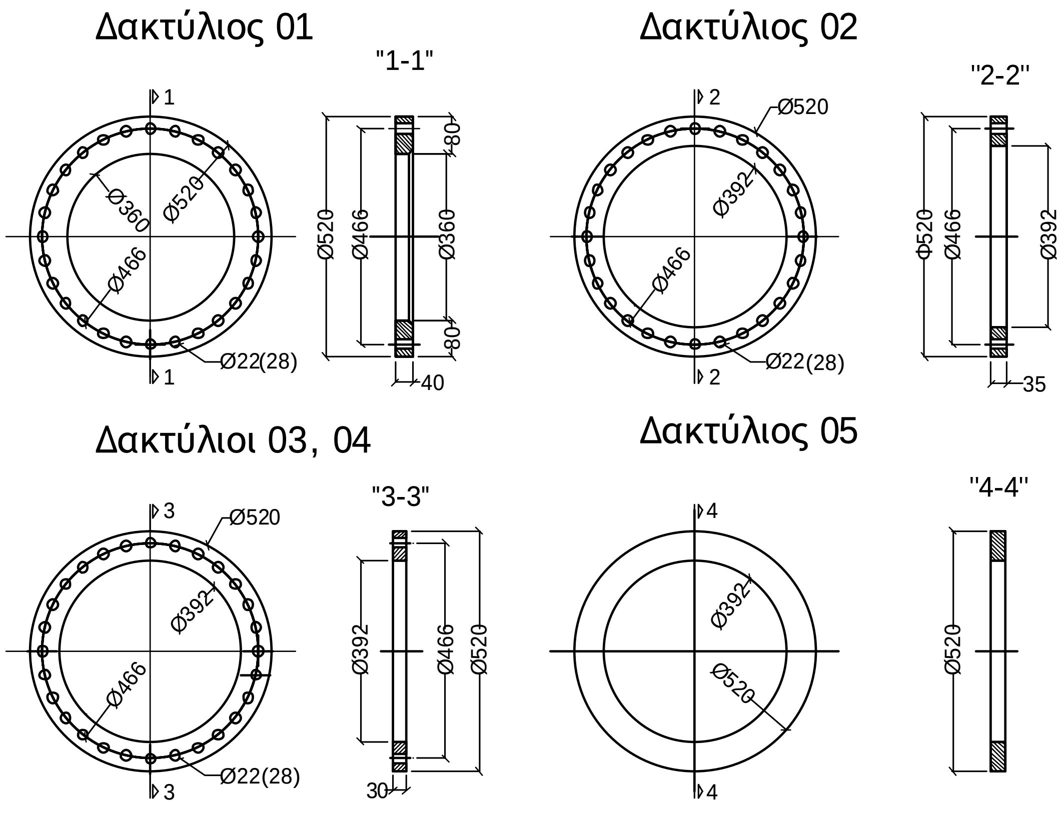
Σχήμα 5.5: Γεωμετρικά στοιχεία κυρίως δοκιμίου ‘Block 16’



Σχήμα 5.6: Γεωμετρικά στοιχεία τμήματος ‘Block 18’



Σχήμα 5.7: Διαστάσεις του ελάσματος του τμήματος ‘Block 10’



Σχήμα 5.8: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά δακτυλίων

5.3 Κατασκευή δοκιμίων

Η κατασκευή των δοκιμίων έγινε από την ελληνική εταιρεία ΕΜΕΚ η οποία πέρα από τις γενικότερες εργασίες της σε θέματα μεταλλικών κατασκευών, διαθέτει και μεγάλη πείρα σε θέματα κατασκευής πυλώνων ανεμογεννητριών. Τα βασικά στάδια που ακολουθήθηκαν για την κατασκευή των δοκιμίων είναι τα ακόλουθα:

- Κοπή των ελασμάτων στις κατάλληλες διαστάσεις από μεγαλύτερα ελάσματα.
- Πρόκαμψη των άκρων των ελασμάτων στην τελική επιδιωκόμενη καμπυλότητα (βλ. Σχήμα 5.9).
- Κυλινδροποίηση των ελασμάτων στην τελική καμπυλότητα σε κατάλληλα μηχανήματα (βλ. Σχήμα 5.10 και Σχήμα 5.11).
- Διάνοιξη οπών στους δακτυλίους (βλ. Σχήμα 5.12).
- Εκτέλεση της διαμήκους συγκόλλησης των δυο άκρων των κελυφών και των περιφερειακών συγκολλήσεων των δακτυλίων στο κέλυφος (βλ. Σχήμα 5.13).
- Βαφή των δοκιμίων (βλ. Σχήμα 5.14).

Σχήμα 5.9: Πρόκαμψη των άκρων των ελασμάτων

Σχήμα 5.10: Κυλινδροποίηση ελάσματος σε αρχικό στάδιο

Σχήμα 5.11: Κυλινδροποίηση ελάσματος σε τελικό στάδιο

Σχήμα 5.12: Διάνοιξη οπών στις φλάντζες

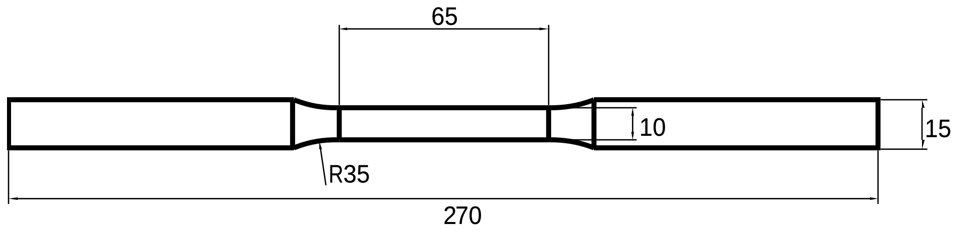
Σχήμα 5.13: Δοκίμιο μετά τη φάση συγκόλλησης

Σχήμα 5.14: Δοκίμια μετά την βαφή τους

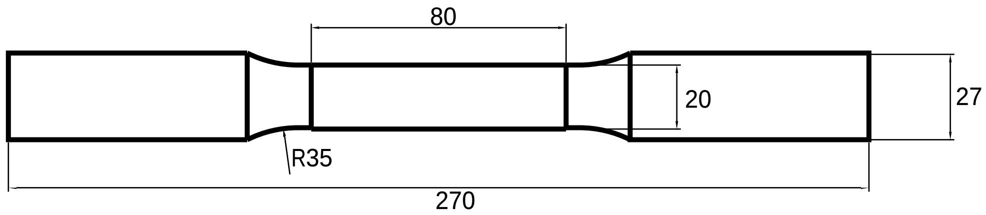
5.4 Ιδιότητες υλικού των δοκιμίων

Κατά το σχεδιασμό των πειραματικών δοκιμίων, η επέκταση και η βάση υπερδιαστασιολογήθηκαν, ώστε να συμπεριφέρονται ελαστικά καθ' όλη τη διάρκεια των πειραμάτων, για να επαναχρησιμοποιούνταν στα υπόλοιπα πειράματα χωρίς προηγουμένως να έχουν υπάρξει πλαστικές παραμορφώσεις. Για τα τμήματα αυτά ('Block 18', 'Block 10' και κοχλίες) δεν έγιναν πειράματα μονοαξονικού εφελκυσμού για τον προσδιορισμό της συμπεριφοράς τους. Αντιθέτως, στα πειραματικά δοκίμια προσδιορίστηκαν τα μηχανικά χαρακτηριστικά τους. Τα δοκίμια αφορούν το 'Block 12', το 'Block 14' και το 'Block 16'. Τα κελύφη των 'Block 14' και 'Block 16', δηλαδή των κυρίως δοκιμίων που αφορούν τα κελύφη με άνοιγμα, κατασκευάστηκαν από το ίδιο έλασμα, οπότε ο ίδιος νόμος υλικού χαρακτηρίζει όλα αυτά τα δοκίμια. Επιπλέον, υπολογίστηκε ένας νόμος του υλικού ο οποίος είναι κοινός και για τα δυο κελύφη χωρίς άνοιγμα και ένας νόμος υλικού για τις ενισχύσεις.

Τα δοκίμια μονοαξονικού εφελκυσμού κόπηκαν με πριονοκορδέλα από έλασμα από το οποίο κατασκευάστηκαν τα διάφορα τμήματα των δοκιμίων και μορφοποιήθηκαν στις τελικές τους διαστάσεις βάσει [DIN50125, 1991] με χρήση φρέζας. Οι διαστάσεις για τα δοκίμια δίνονται στο Σχήμα 5.15.



Κελύφη των Block 12, 14 και 16



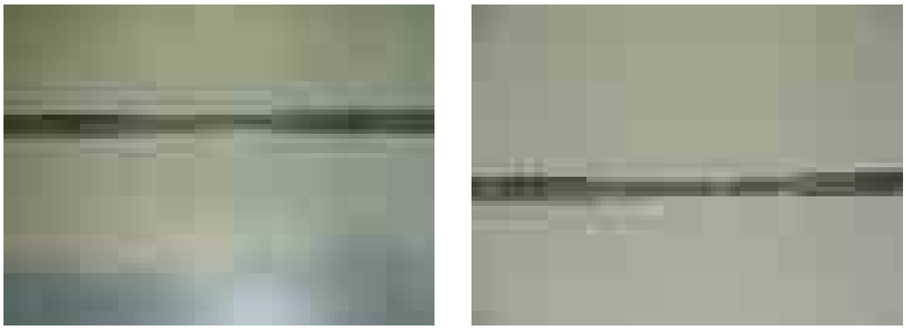
Ενίσχυση του Block 16

Σχήμα 5.15: Διαστάσεις δοκιμίων μονοαξονικού εφελκυσμού (σε mm)

Οι δοκιμές μονοαξονικού εφελκυσμού έγιναν σε σερβοϋδραυλικό πλαίσιο φόρτισης INSTRON 300 kN. Η βαθμονόμηση του φορτίου έγινε με δακτύλιο Wykeham Farrance ευαισθησίας 10.62N με γραμμική απόκριση μέγιστου σφάλματος 0.2%. Η βαθμονόμηση της μετατόπισης έγινε με διακριβωμένο μικρομετρικό κοχλία High Mag ευαισθησίας 1μm.

Στο Σχήμα 5.16 δίνεται ένα τυπικό δοκίμιο το οποίο υποβλήθηκε σε μονοαξονικό εφελκυσμό τόσο στην αρχική του μορφή όσο και σε μια προχωρημένη θέση παραμόρφωσης.

Στα Σχήματα 5.20, 5.21 και 5.22 δίνονται τα διαγράμματα μηχανικής τάσης σ_e-μηχανικής παραμόρφωσης ε_e για τα κελύφη με άνοιγμα, τα κελύφη χωρίς άνοιγμα και την ενίσχυση των κελυφών με ενισχυμένο άνοιγμα αντίστοιχα. Από τα διαγράμματα αυτά προκύπτει ότι για τα κελύφη των τμημάτων “Block 14” και “Block 16”, το μέτρο ελαστικότητας είναι ίσο με 206 GPa ενώ η τάση διαρροής, η οποία θεωρείται ίση με τη συμβατική τάση που αντιστοιχεί σε παραμόρφωση 0.2%, είναι ίση με 272 MPa. Η ενίσχυση του τμήματος “Block 16” έχει μέτρο ελαστικότητας ίσο με 208 GPa και τάση διαρροής ίση με 269 MPa. Το κέλυφος του τμήματος “Block 12” έχει μέτρο ελαστικότητας ίσο με 208 GPa και τάση διαρροής ίση με 270 MPa. Οι βασικές ιδιότητες του χάλυβα των δοκιμίων συνοψίζονται στον Πίνακα 5.1.

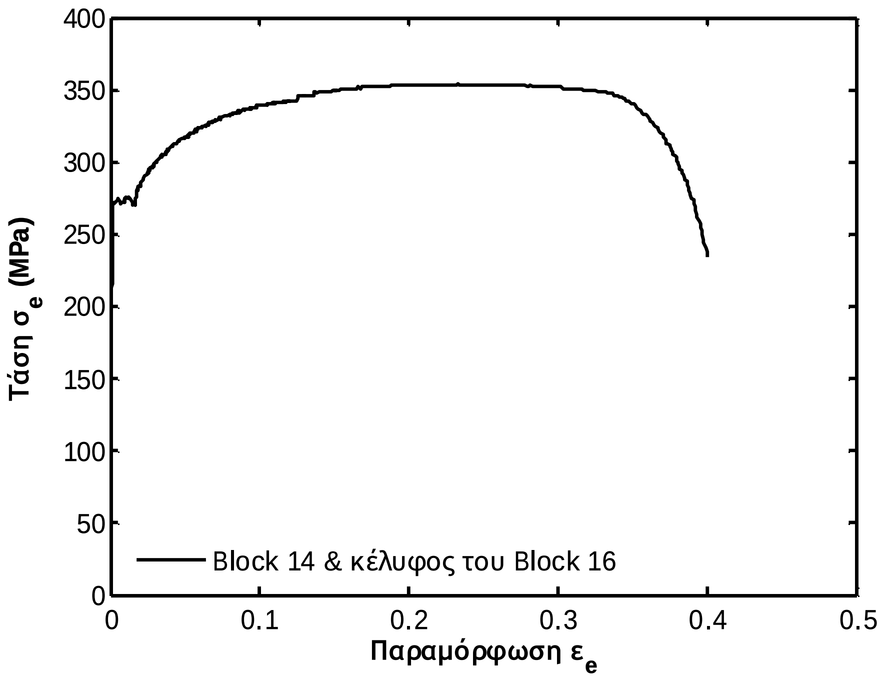


Σχήμα 5.16: Δοκίμιο υπό μοναξονικό εφελκυσμό (αρχική γεωμετρία και η μορφή αστοχίας του)

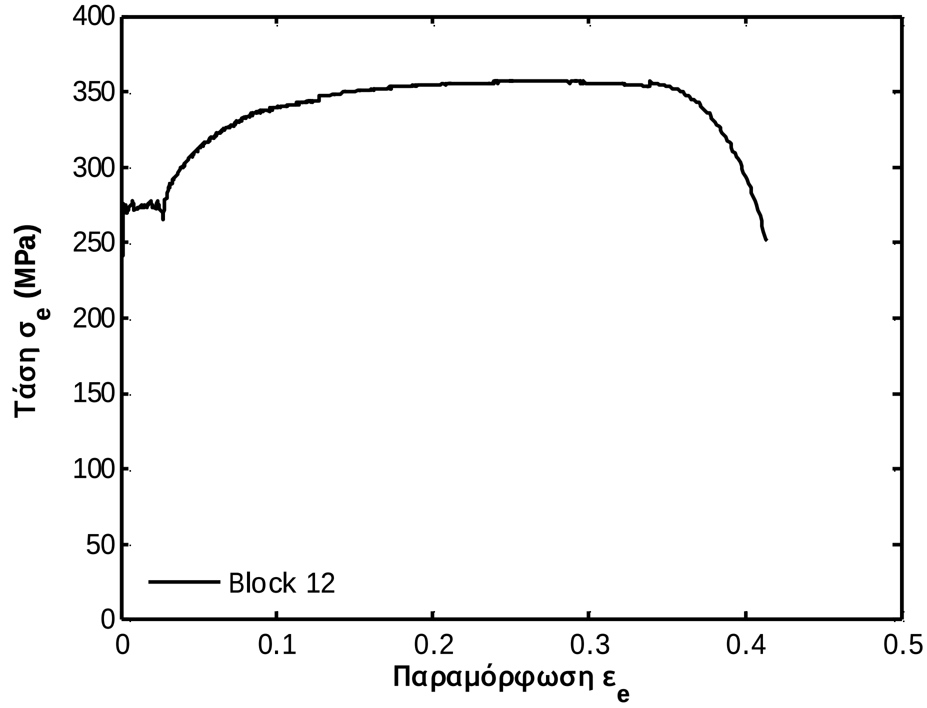
Πίνακας 5.1: Βασικές ιδιότητες χάλυβα

	Κέλυφος του Block 12	Κέλυφος του Block 14 και 16	Ενίσχυση του Block 16
Μέτρο ελαστικότητας (GPa)	208	206	208
Όριο διαρροής (1) (MPa)	270	272	269

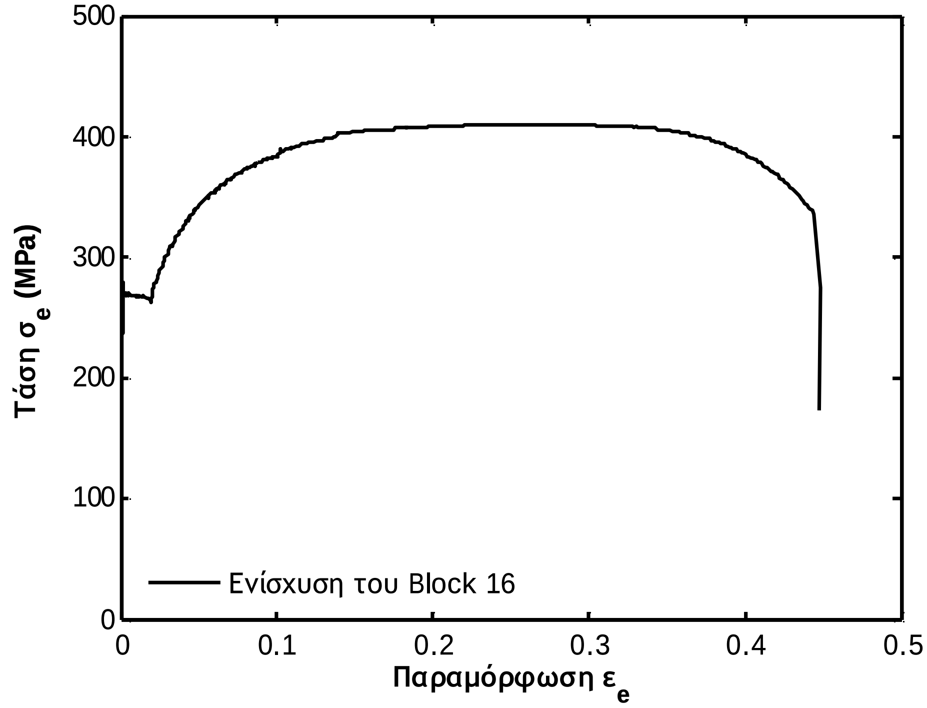
(1) το όριο διαρροής λαμβάνεται ίσο με τη συμβατική τάση διαρροής που αντιστοιχεί σε παραμόρφωση 0.2%



Σχήμα 5.17: Μηχανική παραμόρφωση – μηχανική τάση για τα κελύφη με άνοιγμα



Σχήμα 5.18: Μηχανική παραμόρφωση – μηχανική τάση για τα κελύφη χωρίς άνοιγμα



Σχήμα 5.19: Μηχανική παραμόρφωση – μηχανική τάση για την ενίσχυση του ανοίγματος

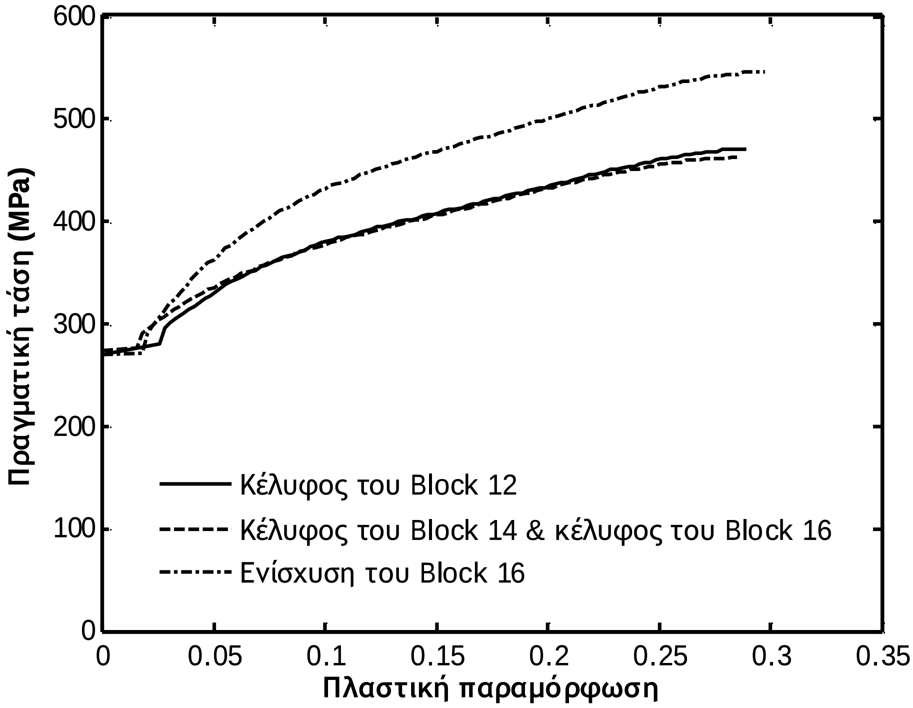
Το διάγραμμα πραγματικής τάσης – πλαστικής παραμόρφωσης για το υλικό των τριών στοιχείων των κελυφών δίνονται στο Σχήμα 5.20. Αυτή η συμπεριφορά του υλικού έχει χρησιμοποιηθεί στην αριθμητική προσομοίωση που περιγράφεται στο επόμενο κεφάλαιο. Η πραγματική τάση σ_t είναι ίση με:

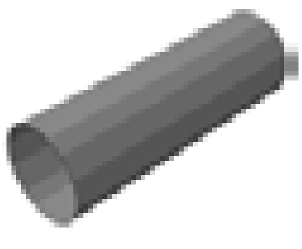
$$\sigma_t = \sigma_e \left(1+\varepsilon_e\right) \tag{5.1}$$

Η πλαστική παραμόρφωση ε_p δίνεται σαν συνάρτηση της μηχανικής παραμόρφωσης ε_e από τη σχέση:

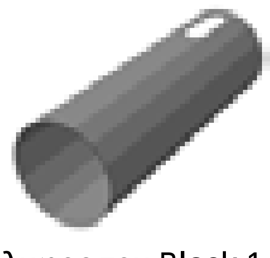
$$\varepsilon_p = \ln\left(1+\varepsilon_e\right) - \ln\left(1+\varepsilon_{ey}\right) \tag{5.2}$$

όπου ε_{ey} είναι η παραμόρφωση κατά την έναρξη της διαρροής.





Κέλυφος του Block 12



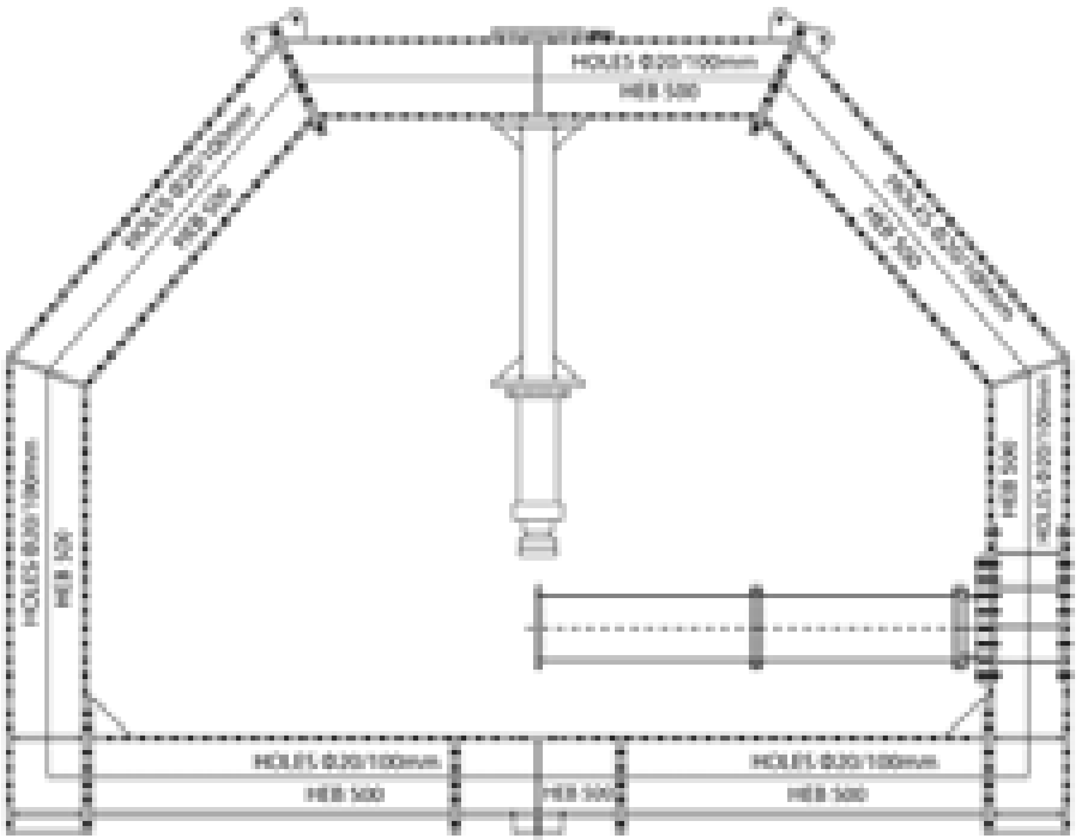
Κέλυφος του Block 14 & κέλυφος του Block 16

Ενίσχυση του Block 16

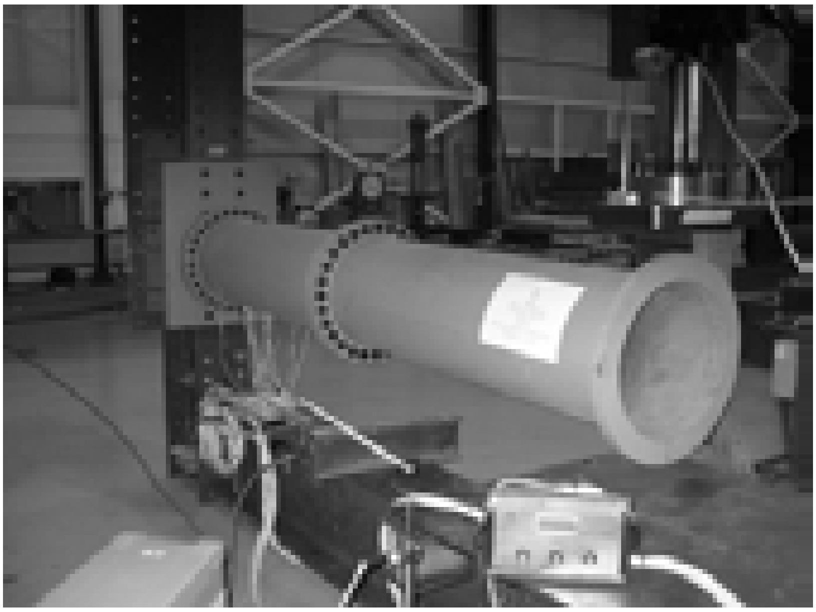
Σχήμα 5.20: Καμπύλες πραγματικής τάσης – πλαστικής παραμόρφωσης του υλικού

5.5 Πειραματική διάταξη

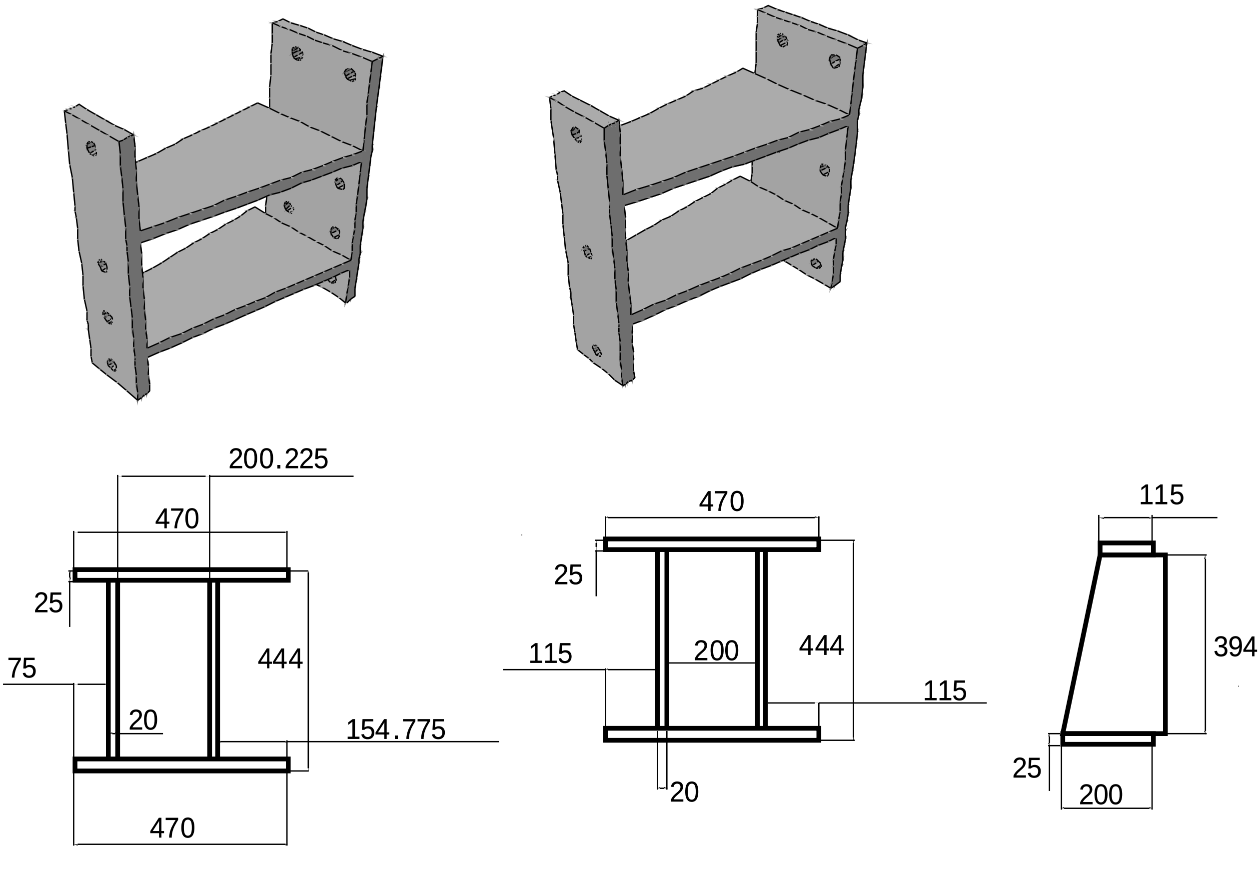
Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε για την πραγματοποίηση των πειραμάτων δίνεται στο Σχήμα 5.21 και στο Σχήμα 5.22. Το πειραματικό πλαίσιο αποτελείται από δυο επίπεδα πλαίσια τεμνόμενα κάθετα μεταξύ τους. Τα πλαίσια αποτελούνται από στοιχεία πρότυπης διατομής HEB 500. Τα πειραματικά δοκίμια στερεώνονται στο πλαίσιο με τη βοήθεια κοχλιών. Για να ενισχυθεί τοπικά το υποστύλωμα του πειραματικού πλαισίου και ειδικότερα το πέλμα στο οποίο στερεώθηκε το δοκίμιο, χρησιμοποιήθηκαν τέσσερις συνολικά ενισχύσεις, δυο σε κάθε πλευρά του υποστυλώματος (βλ. Σχήμα 5.24). Στο Σχήμα 5.23 δίνονται τα προοπτικά σχήματα των ενισχύσεων και οι βασικές τους διαστάσεις.



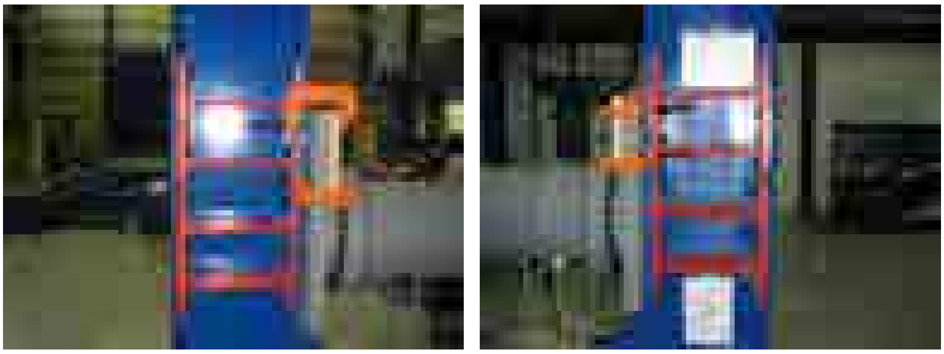
Σχήμα 5.21: Πειραματικό πλαίσιο εργαστηρίου και πειραματική διάταξη



Σχήμα 5.22: Πειραματική διάταξη



Σχήμα 5.23: Ενισχύσεις υποστυλώματος πειραματικού πλαισίου (διαστάσεις σε mm)

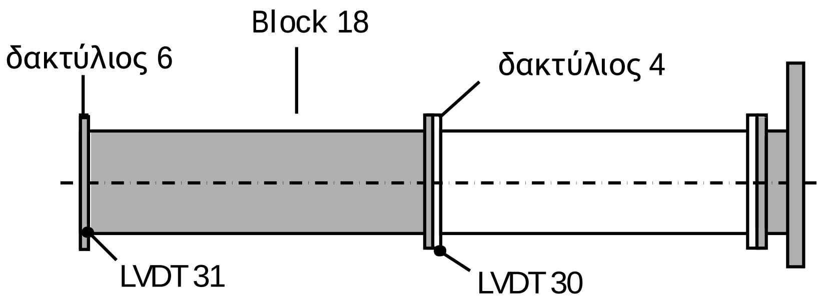


Σχήμα 5.24: Εικόνες ενισχύσεων υποστυλώματος πειραματικού πλαισίου

Οι μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια των πειραμάτων μπορούν να ταξινομηθούν σε δυο κατηγορίες:

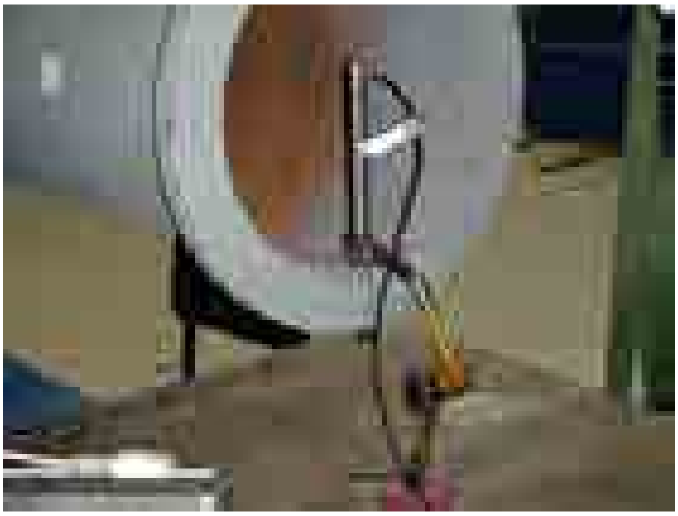
(i) Μετρήσεις οι οποίες χαρακτηρίζουν την καθολική δομική απόκριση των δοκιμίων σε όρους δρόμων ισορροπίας. Οι μετρήσεις της επιβαλλόμενης μετατόπισης και της αναπτυσσόμενης φόρτισης από το έμβολο (βλ. Σχήμα 5.25) έδωσαν τους ζητούμενους δρόμους ισορροπίας. Το έμβολο είναι της εταιρείας MALVASIA με μέγιστη επιτρεπόμενη πίεση τα 250 bar και μέγιστο επιβαλλόμενο φορτίο 500 kN. Επίσης, μετακινήσεις μετρήθηκαν σε άλλες δυο θέσεις του δοκιμίου, στην κάτω παρειά του δακτυλίου 4 και στην επαφή του δακτυλίου 6 με την κατώτατη γενέτειρα του κελύφους Block1 18, από τα μηκυνσιόμετρα LVDT 30 και LVDT 31 αντίστοιχα (βλ. Σχήμα 5.26). Τα μηκυνσιόμετρα που χρησιμοποιήθηκαν είναι της εταιρείας Applied Measurements Limited.

Σχήμα 5.25: Έμβολο με το οποίο επιβλήθηκε η μετατόπιση



(α) Θέσεις LVDT 30 και 31

(β) LVDT 30

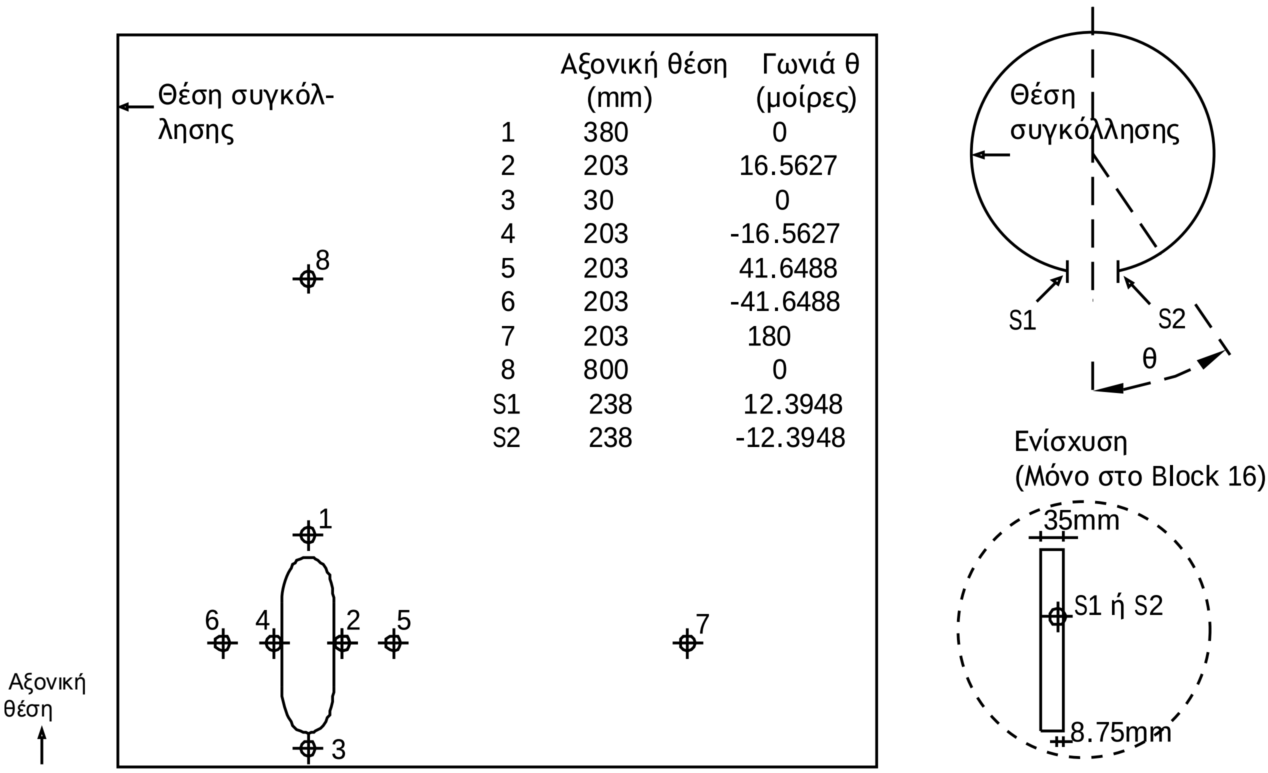


(γ) LVDT 31

Σχήμα 5.26: Μηκυνσιόμετρα για μέτρηση μετακίνησης

(ii) Μετρήσεις οι οποίες χαρακτηρίζουν την τοπική δομική απόκριση των δοκιμίων. Αυτές οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν με τη χρήση ενός αριθμού μετρητών παραμόρφωσης (strain gauges) (βλ. Σχήμα 5.27) σε χαρακτηριστικές θέσεις της εξωτερικής επιφάνειας των Block 12, 14 και 16. Ο αριθμός και οι θέσεις των μετρητών παραμόρφωσης ήταν τα ίδια και για τα έξι δοκίμια. Στην περίπτωση των κελυφών με ενίσχυση τοποθετήθηκαν ακόμη δυο μετρητές παραμόρφωσης στην εξωτερική επιφάνεια της ενίσχυσης. Η ακριβής θέση των μετρητών παραμόρφωσης δίνεται στο Σχήμα 5.28. Σε όλες τις περιπτώσεις μετρήθηκε η αξονική παραμόρφωση, εξαιρώντας τις θέσεις 1, 2, 3 και 4 όπου μετρήθηκε και η περιφερειακή παραμόρφωση.

Σχήμα 5.27: Μετρητής παραμόρφωσης σε δυο διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους

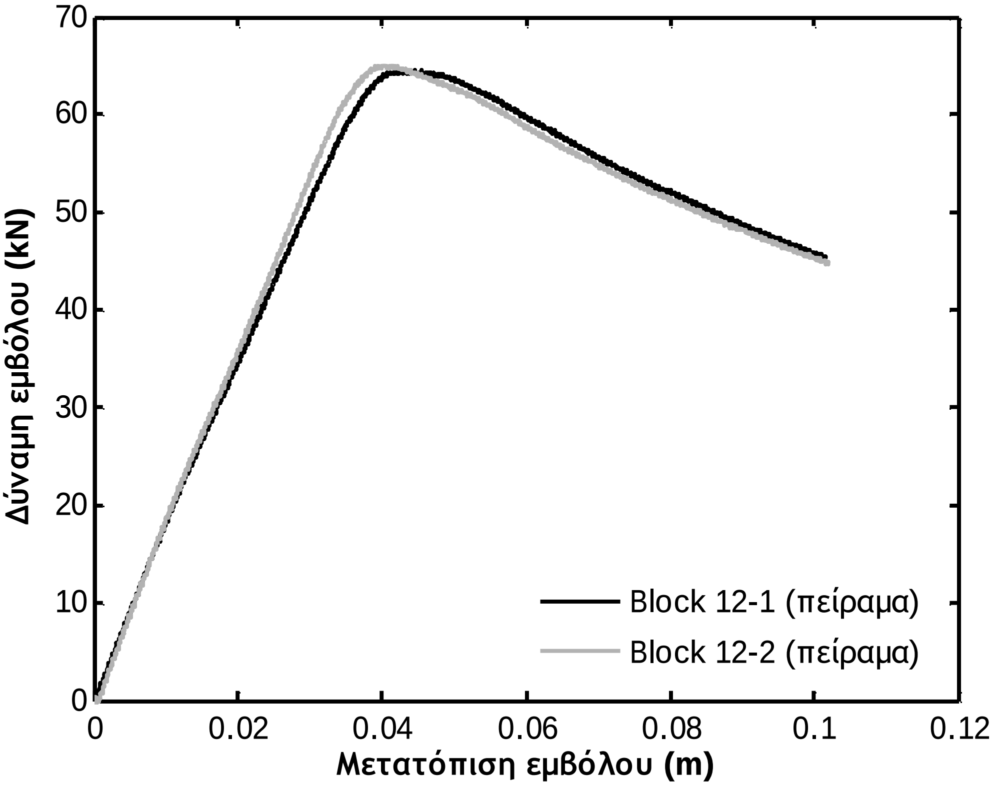


Σχήμα 5.28: Θέσεις μετρητών παραμόρφωσης

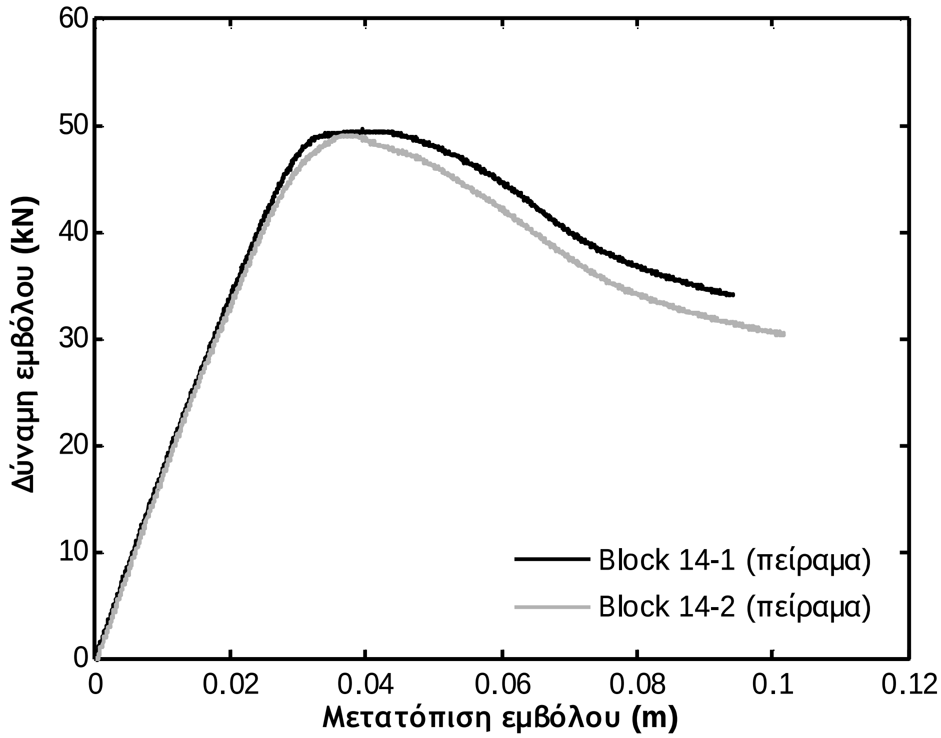
5.6 Χαρακτηριστικοί δρόμοι ισορροπίας

Στα Σχήματα 5.29, 5.30 και 5.31 δίνονται οι πειραματικοί δρόμοι ισορροπίας για τα κελύφη χωρίς άνοιγμα (‘Block 12’), τα κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα (‘Block 14’) και τα κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα (‘Block 16’) αντίστοιχα. Στον οριζόντιο άξονα δίνεται η κατακόρυφη μετατόπιση που επιβάλλεται από το έμβολο, ενώ στον κατακόρυφο δίνεται η αναπτυσσόμενη δύναμη του εμβόλου.

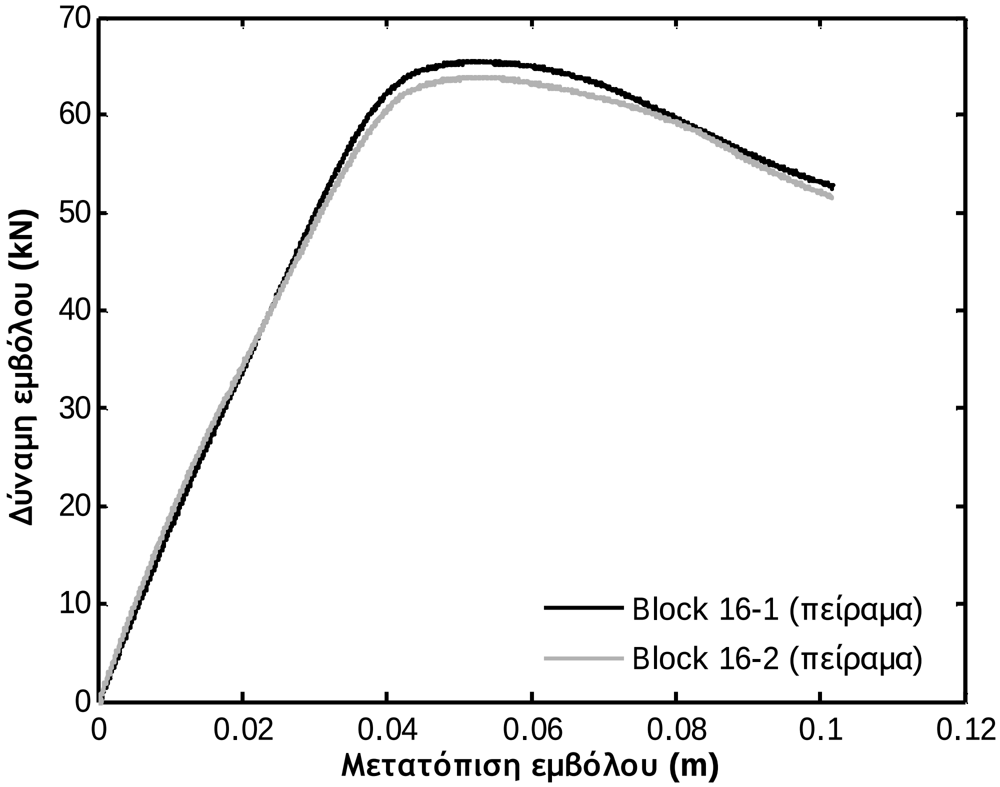
Από τους δρόμους ισορροπίας παρατηρείται ότι για κάθε είδος κελύφους οι δυο καμπύλες από τα ισάριθμα πειράματα παρουσιάζουν πολύ μεγάλες ομοιότητες τόσο όσον αφορά την αρχική κλίση των καμπύλων που υποδηλώνει την δυσκαμψία των προβόλων αλλά και το ίδιο το φορτίο κατάρρευσης όπως επίσης και το μεταλυγισμικό κλάδο.



Σχήμα 5.29: Δρόμος ισορροπίας για κελύφη χωρίς άνοιγμα

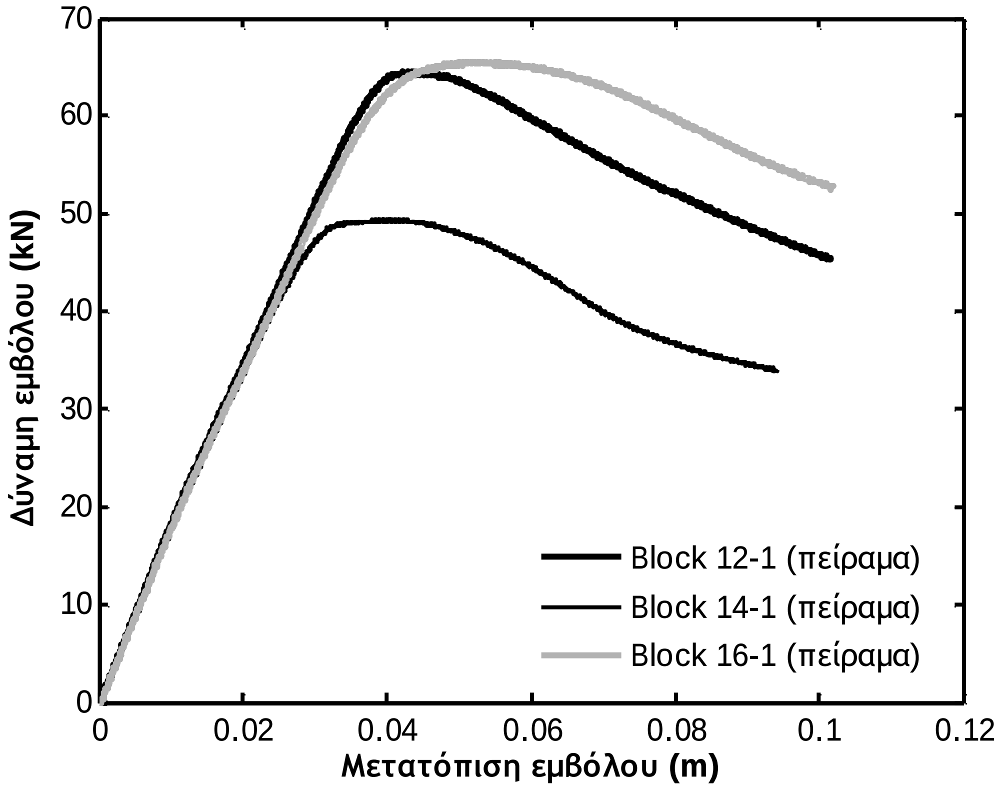


Σχήμα 5.30: Δρόμος ισορροπίας για κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα



Σχήμα 5.31: Δρόμος ισορροπίας για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα

Στο Σχήμα 5.32 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας για τα κελύφη ‘Block 12-1’, ‘Block 14-1’ και ‘Block 16-1’. Από αυτούς τους δρόμους ισορροπίας δυο είναι οι βασικές παρατηρήσεις. Πρώτον, η παρουσία της ανθρωποθυρίδας προκαλεί σημαντική μείωση της αντοχής του κελύφους της τάξης του 24%, όπως προκύπτει από τα φορτία κατάρρευσης που δίνονται στον Πίνακα 5.1 για όλα τα κελύφη. Δεύτερον, η παρουσία του περιμετρικού πλαισίου που χρησιμοποιήθηκε είναι ικανή να επαναφέρει την αντοχή του κελύφους με άνοιγμα στα επίπεδα αντοχής του κελύφους χωρίς άνοιγμα. Ενδιαφέρον προκαλεί και η πιο μικρή κλίση της μεταλυγισμικής καμπύλης του κελύφους με ενισχυμένο άνοιγμα σε σχέση με την αντίστοιχη του κελύφους χωρίς άνοιγμα. Αυτό οφείλεται στην παρουσία του πλαισίου το οποίο ενισχύει το κέλυφος και βελτιώνει τη μεταλυγισμική συμπεριφορά του.

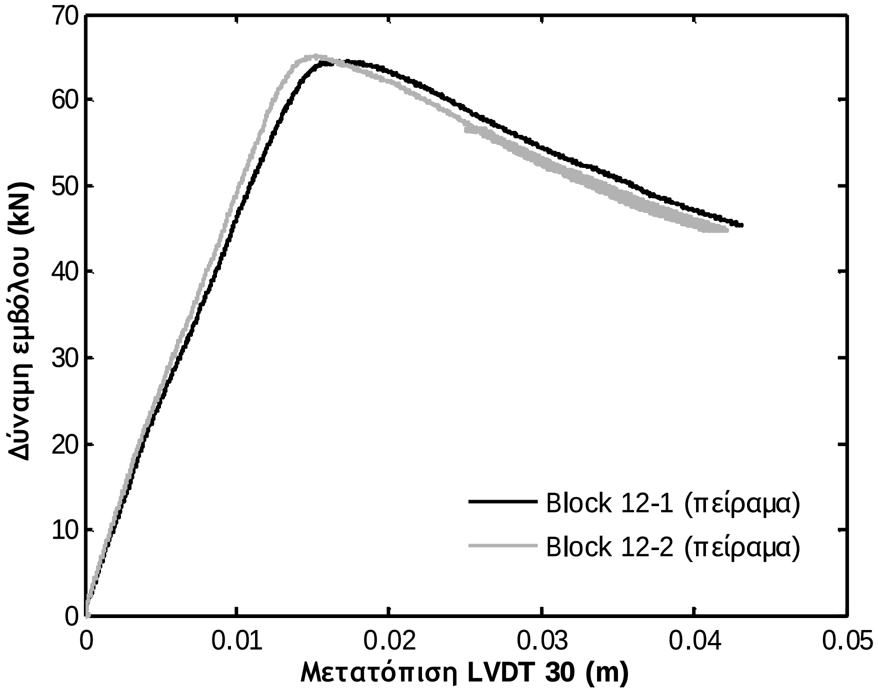


Σχήμα 5.32: Δρόμοι ισορροπίας για τα κελύφη 12-1, 14-1 και 16-1

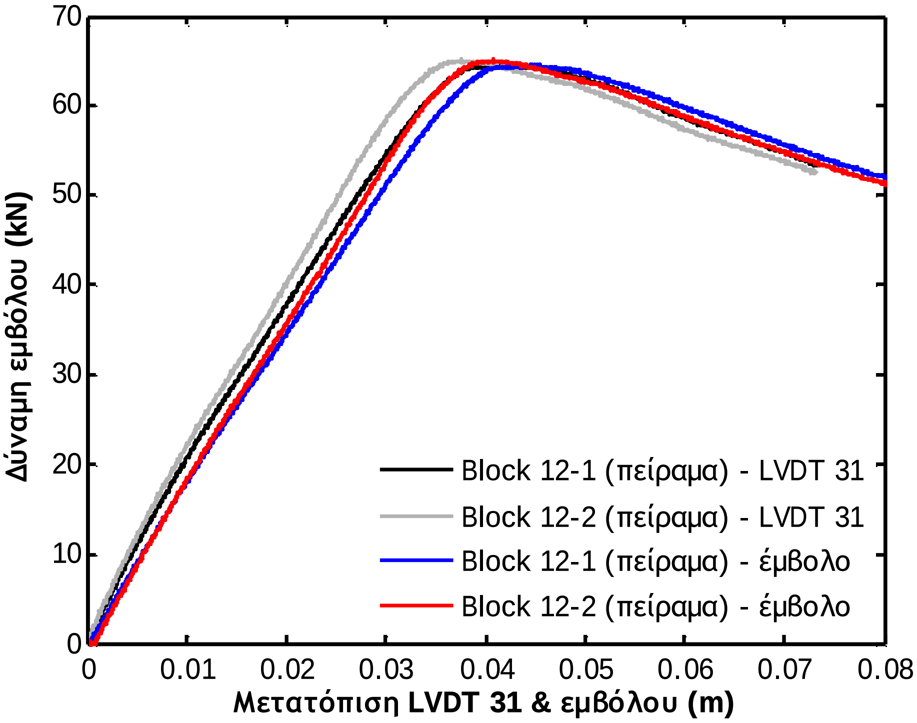
Στα Σχήματα 5.33 και 5.34 δίνεται ο δρόμος ισορροπίας για τα δυο κελύφη χωρίς οπή του μηκυνσιομέτρου LVDT 30 και 31 αντίστοιχα. Στα Σχήματα 5.35 και 5.36 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας για τα δυο κελύφη με μη ενισχυμένη οπή για τα μηκυνσιόμετρα LVDT 30 και 31 αντίστοιχα. Στο Σχήματα 5.37 και 5.38 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας για τα δυο κελύφη με ενισχυμένη οπή για τα μηκυνσιόμετρα LVDT 30 και 31 αντίστοιχα. Στα σχήματα που αφορούν το LDVT 31 προστίθενται και οι αντίστοιχοι δρόμοι ισορροπίας του εμβόλου. Παρατηρείται ότι οι δρόμοι ισορροπίας του εμβόλου έχουν ελαφρώς πιο μικρή δυσκαμψία ως προς τον προ-του-λυγισμού κλάδο. Οι μεταλυγισμικοί δρόμοι που υπολογίζονται από τα δυο όργανα μέτρησης έρχονται σε καλή συμφωνία στην περίπτωση κελυφών με άνοιγμα ενισχυμένο ή μη. Αυτές οι αποκλίσεις μεταξύ μετρήσεων εμβόλου και μηκυνσιομέτρου LVDT31 μπορούν να αποδοθούν εν μέρει στην παραμορφωσιμότητα του δακτυλίου, εν μέρει στην παραμορφωσιμότητα της δοκού του πειραματικού πλαισίου που στηρίζει το έμβολο καθώς επίσης και στις τοπικές παραμορφώσεις στη θέση επαφής του εμβόλου και του δακτυλίου.

Πίνακας 5.2: Πειραματικά φορτία κατάρρευσης δοκιμίων (σε kN)

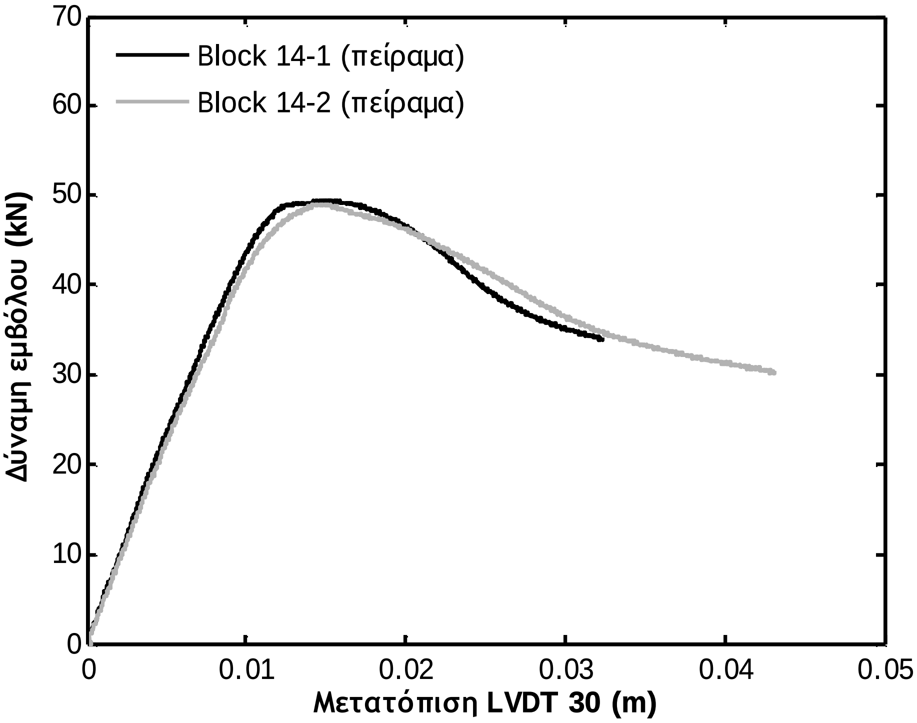
	Πειραματική ανάλυση	
	Δοκίμιο 1	Δοκίμιο 2
Block 12	64.492	65.130
Block 14	49.529	49.045
Block 16	65.584	64.020



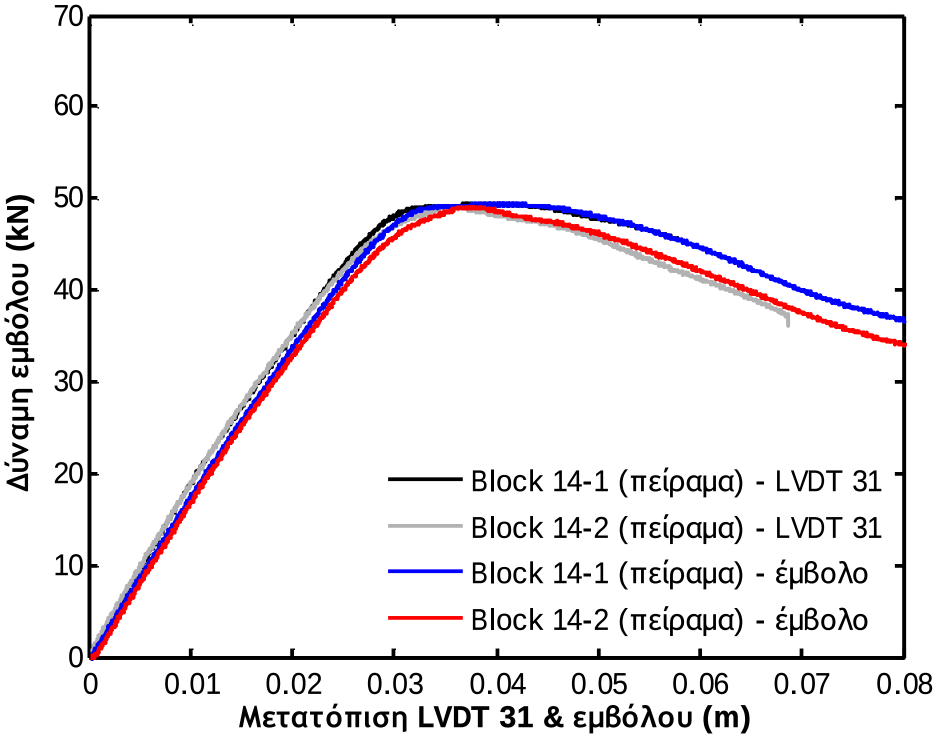
Σχήμα 5.33: Δρόμος ισορροπίας για κελύφη χωρίς άνοιγμα (LVDT 30)



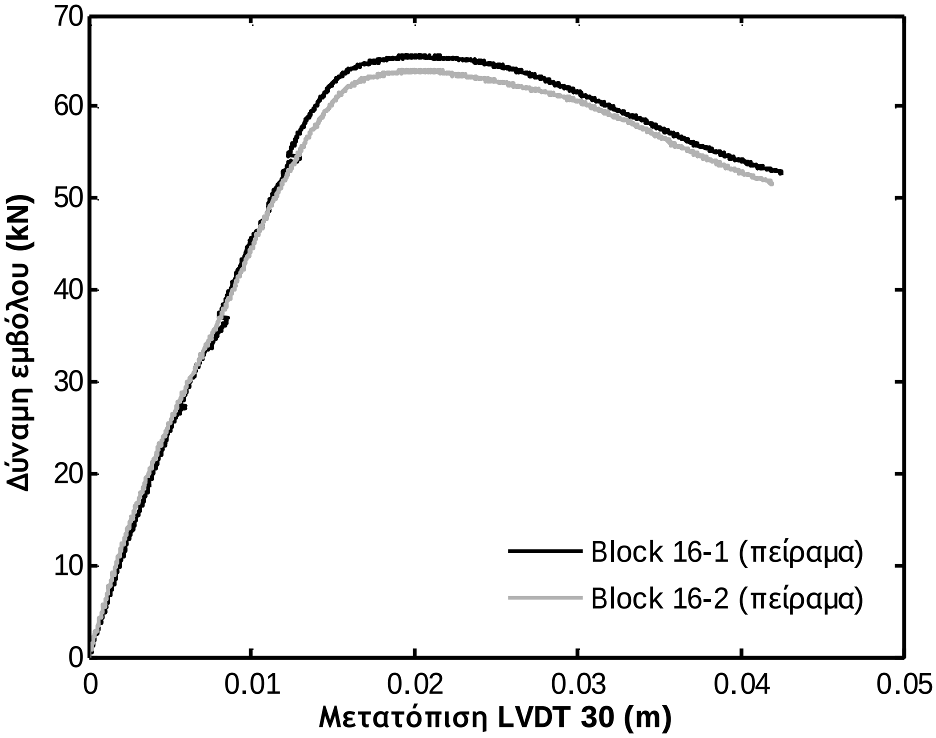
Σχήμα 5.34: Δρόμος ισορροπίας για κελύφη χωρίς άνοιγμα (LVDT 31)



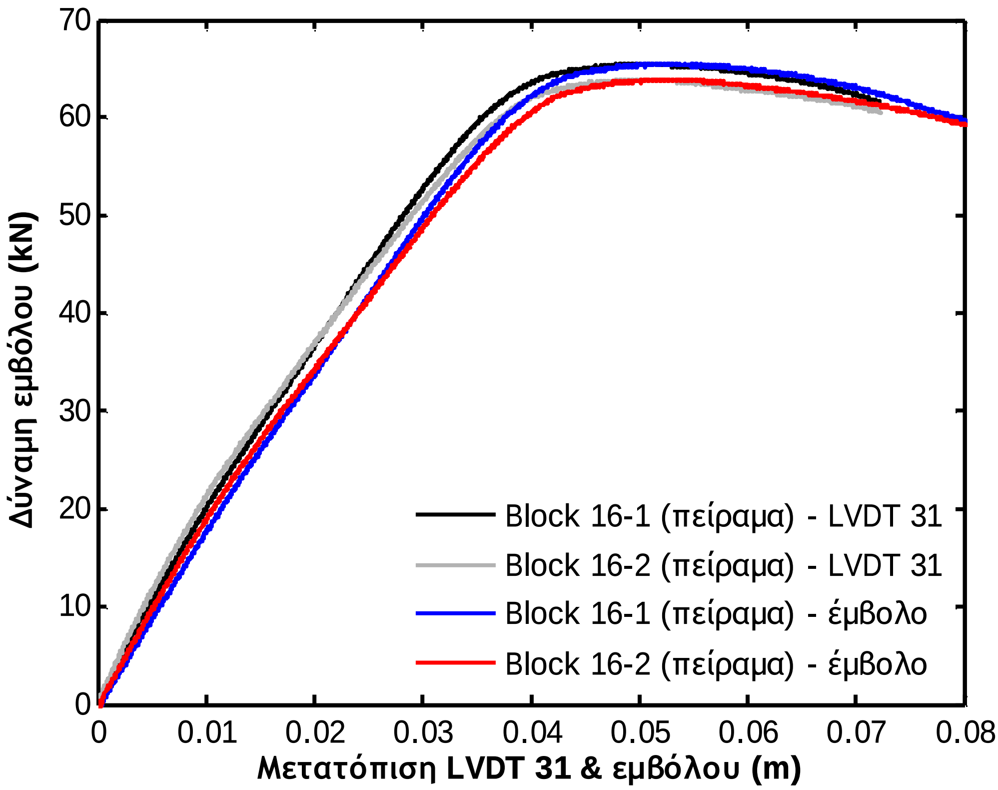
Σχήμα 5.35: Δρόμος ισορροπίας για κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα (LVDT 30)



Σχήμα 5.36: Δρόμος ισορροπίας για κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα (LVDT 31)



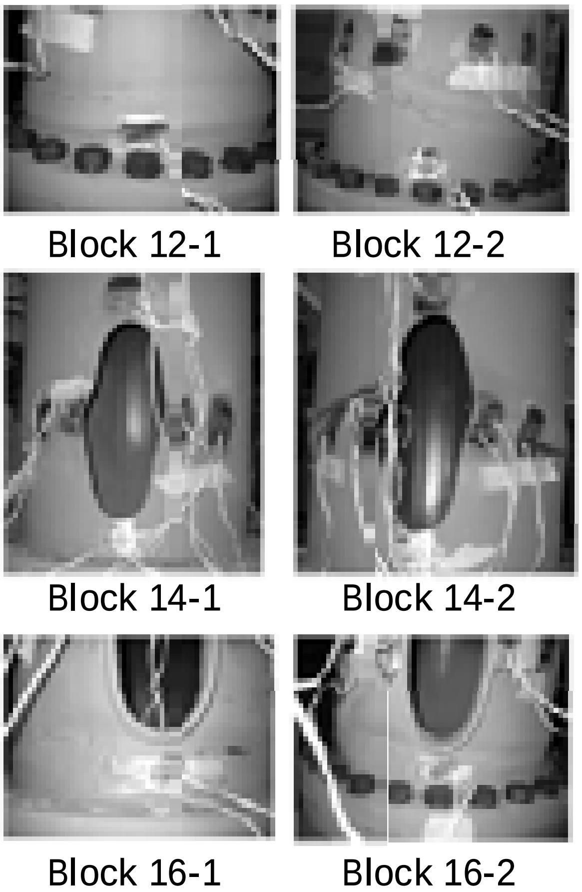
Σχήμα 5.37: Δρόμος ισορροπίας για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα (LVDT 30)



Σχήμα 5.38: Δρόμος ισορροπίας για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα (LVDT 31)

5.7 Μορφές παραμόρφωσης μετά την αστοχία

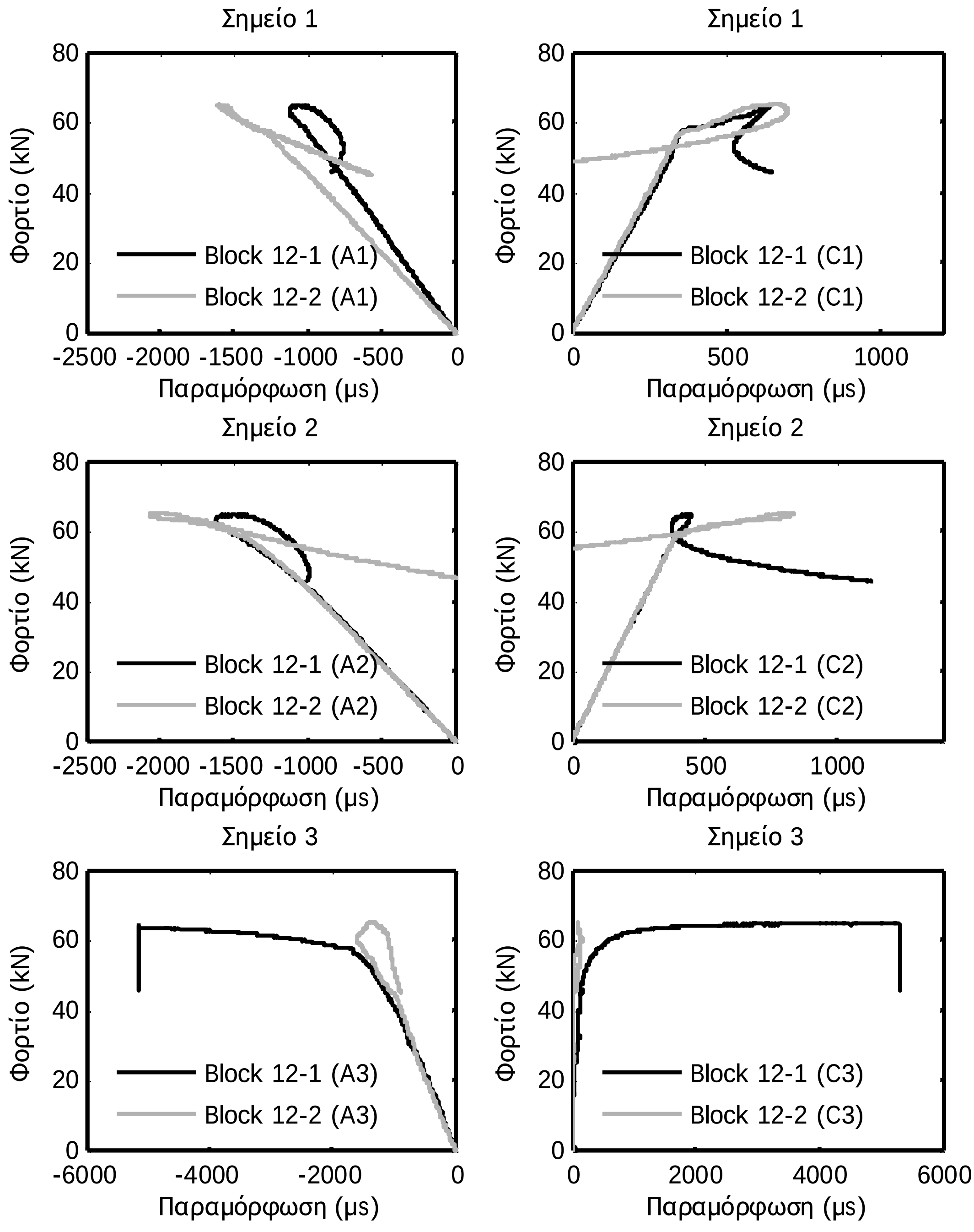
Στο Σχήμα 5.39 δίνονται οι μορφές παραμόρφωσης μετά την αστοχία όλων των εξεταζόμενων κελυφών οι οποίες προέκυψαν μετά το πέρας των πειραμάτων. Σε όλες τις περιπτώσεις η μορφή αυτή χαρακτηρίζεται από ένα κοίλωμα, το οποίο για την περίπτωση των κελυφών χωρίς άνοιγμα βρίσκεται κοντά στην άκρη του κελύφους όπου παρατηρείται η μεγαλύτερη θλίψη, για την περίπτωση των κελυφών με μη ενισχυμένο άνοιγμα βρίσκεται κοντά στο μέσο ύψος του ανοίγματος, ενώ για την περίπτωση των κελυφών με ενισχυμένο άνοιγμα βρίσκεται κοντά στο κάτω μέρος του ανοίγματος.



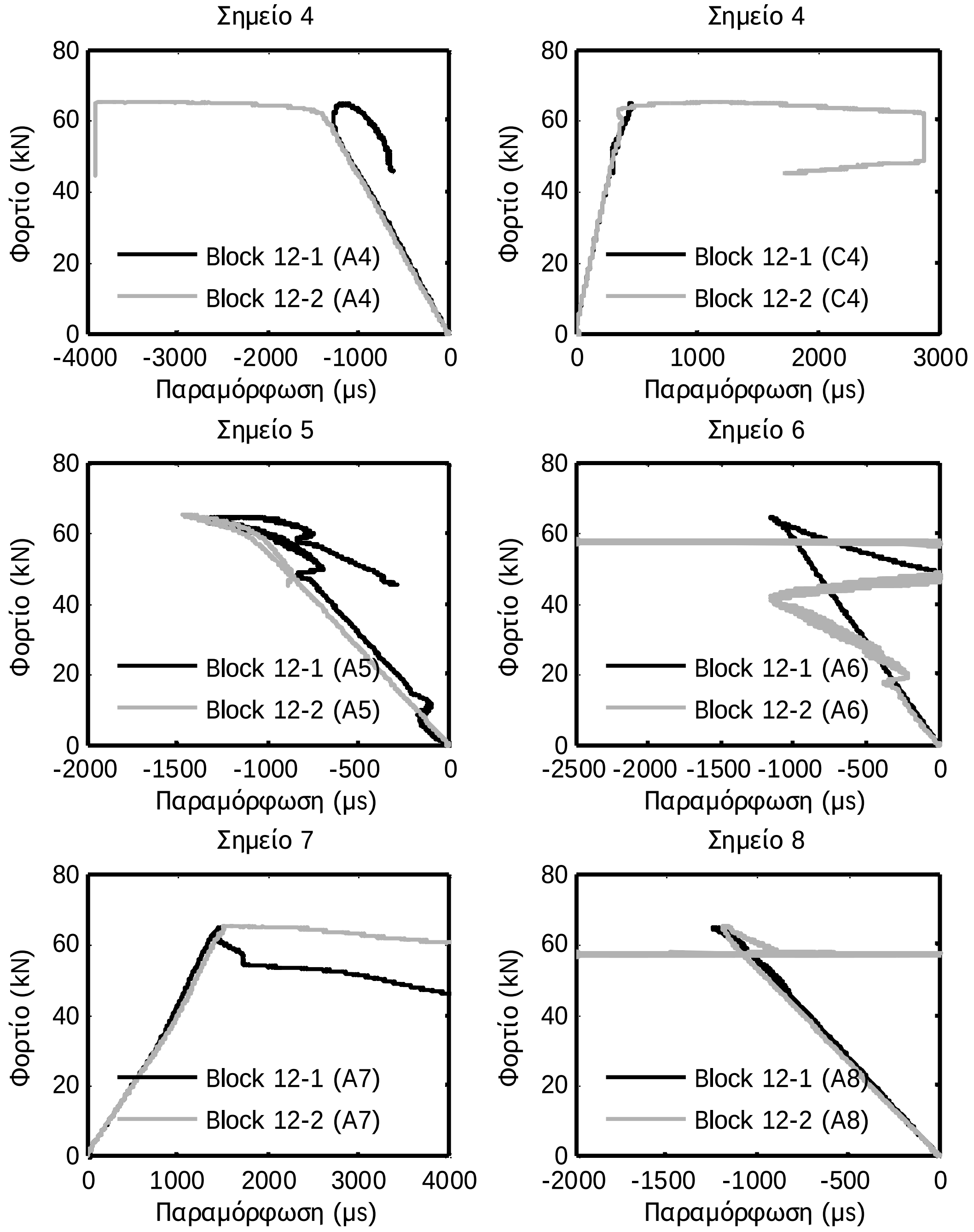
Σχήμα 5.39: Πειραματικές μορφές παραμόρφωσης μετά την αστοχία

5.8 Πειραματική εξέλιξη ανηγμένων παραμορφώσεων

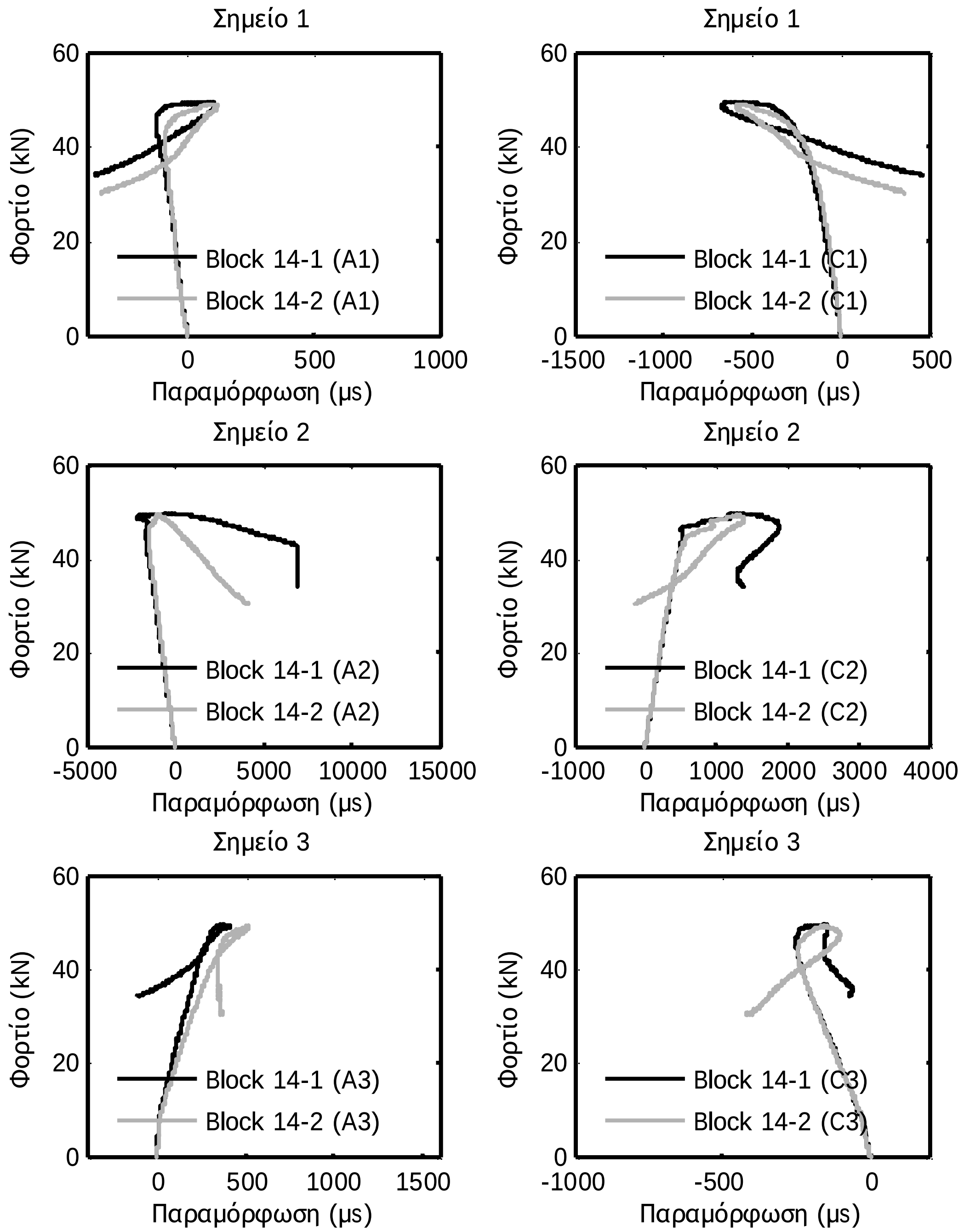
Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5.28, μετρήσεις παραμορφώσεων πραγματοποιήθηκαν σε 8 θέσεις, οι οποίες διατηρήθηκαν οι ίδιες σε κάθε κέλυφος. Στην περίπτωση των κελυφών με ενισχυμένο άνοιγμα, χρησιμοποιήθηκαν ακόμη δυο μετρητές στην ενίσχυση (βλ. Σχήμα 5.28). Στο Σχήμα 5.40 όπως και στο Σχήμα 5.41 δίνεται η εξέλιξη των παραμετρικά καταμετρημένων ανηγμένων παραμορφώσεων για τα κελύφη χωρίς άνοιγμα σε όλες τις θέσεις μέτρησης. Στον κατακόρυφο άξονα δίνεται το φορτίο που μετριέται από το έμβολο. Στο Σχήμα 5.42 όπως και στο Σχήμα 5.43 δίνονται οι ανηγμένες παραμορφώσεις για τα κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα, ενώ στα Σχήματα 5.44 και 5.45 δίνονται οι ανηγμένες παραμορφώσεις για τα κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα. Στο Σχήμα 5.46 δίνονται οι παραμορφώσεις στις θέσεις των ενισχύσεων για την περίπτωση των κελυφών με ενισχυμένο άνοιγμα.



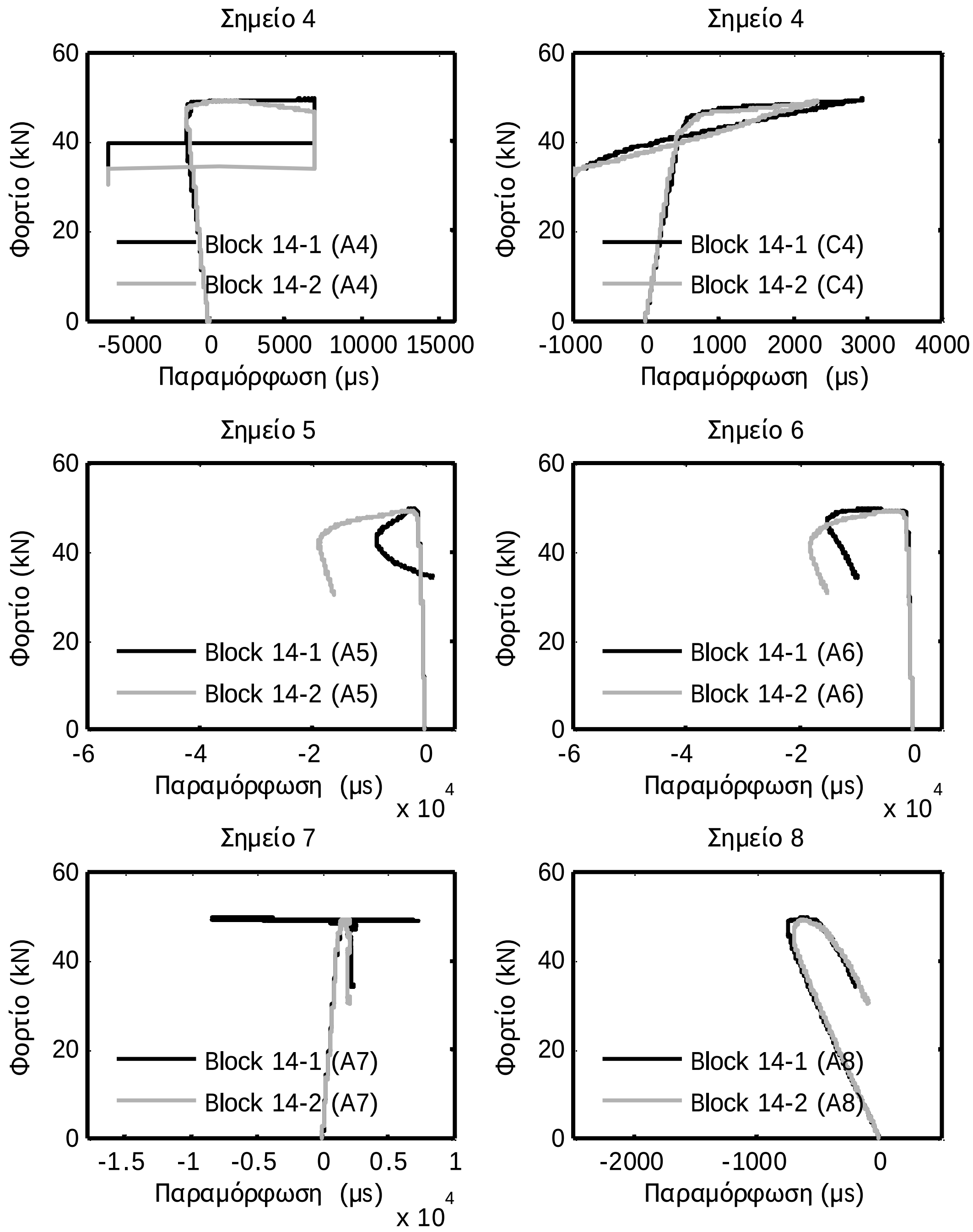
Σχήμα 5.40: Ανηγμένες παραμορφώσεις για τα κελύφη 'Block 12' (σημεία 1, 2, 3, A=αξονική παραμόρφωση, C=περιφερειακή παραμόρφωση)



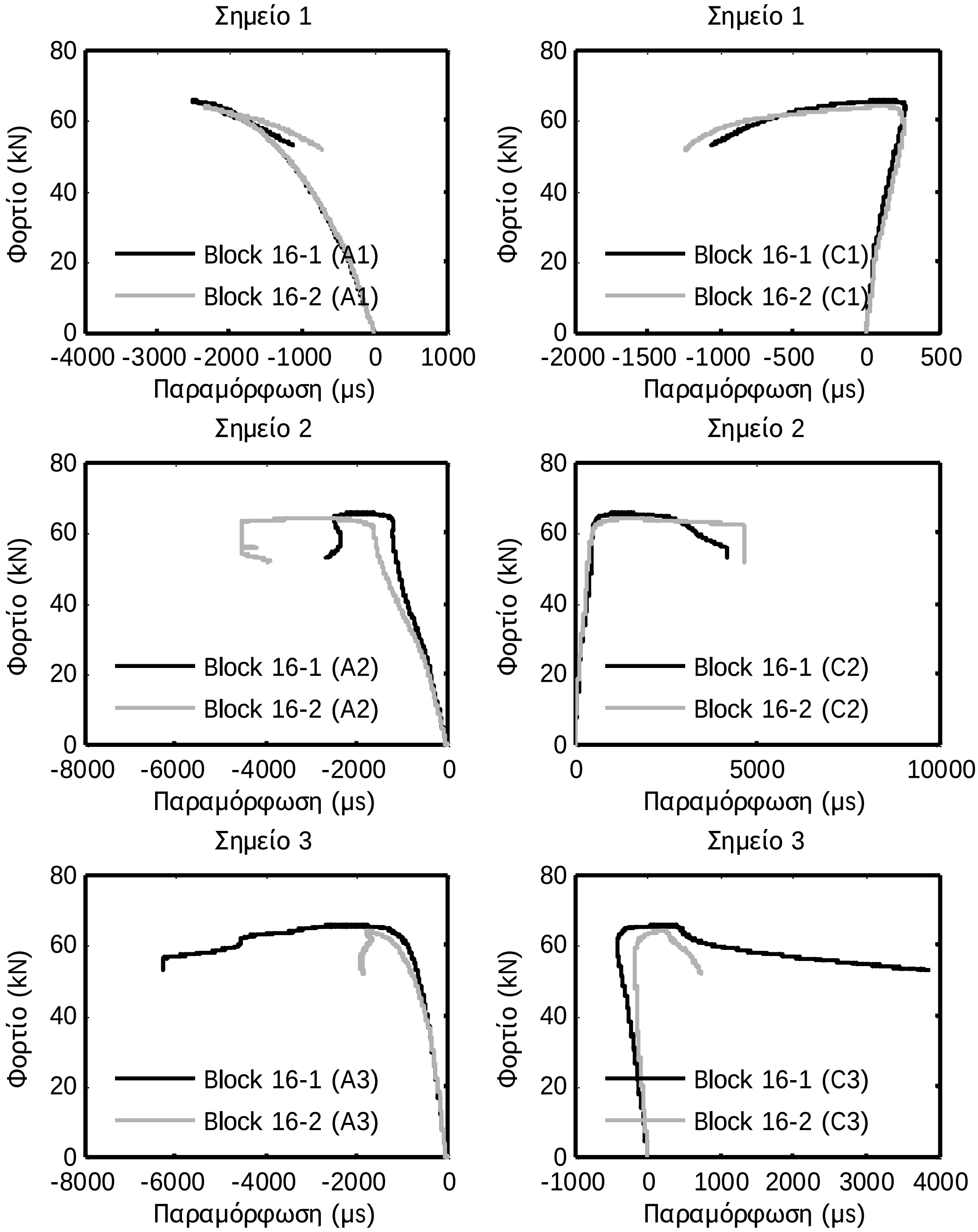
Σχήμα 5.41: Ανηγμένες παραμορφώσεις για τα κελύφη ‘Block 12’ (σημεία 4, 5, 6, 7, 8, A=αξονική παραμόρφωση, C=περιφερειακή παραμόρφωση)



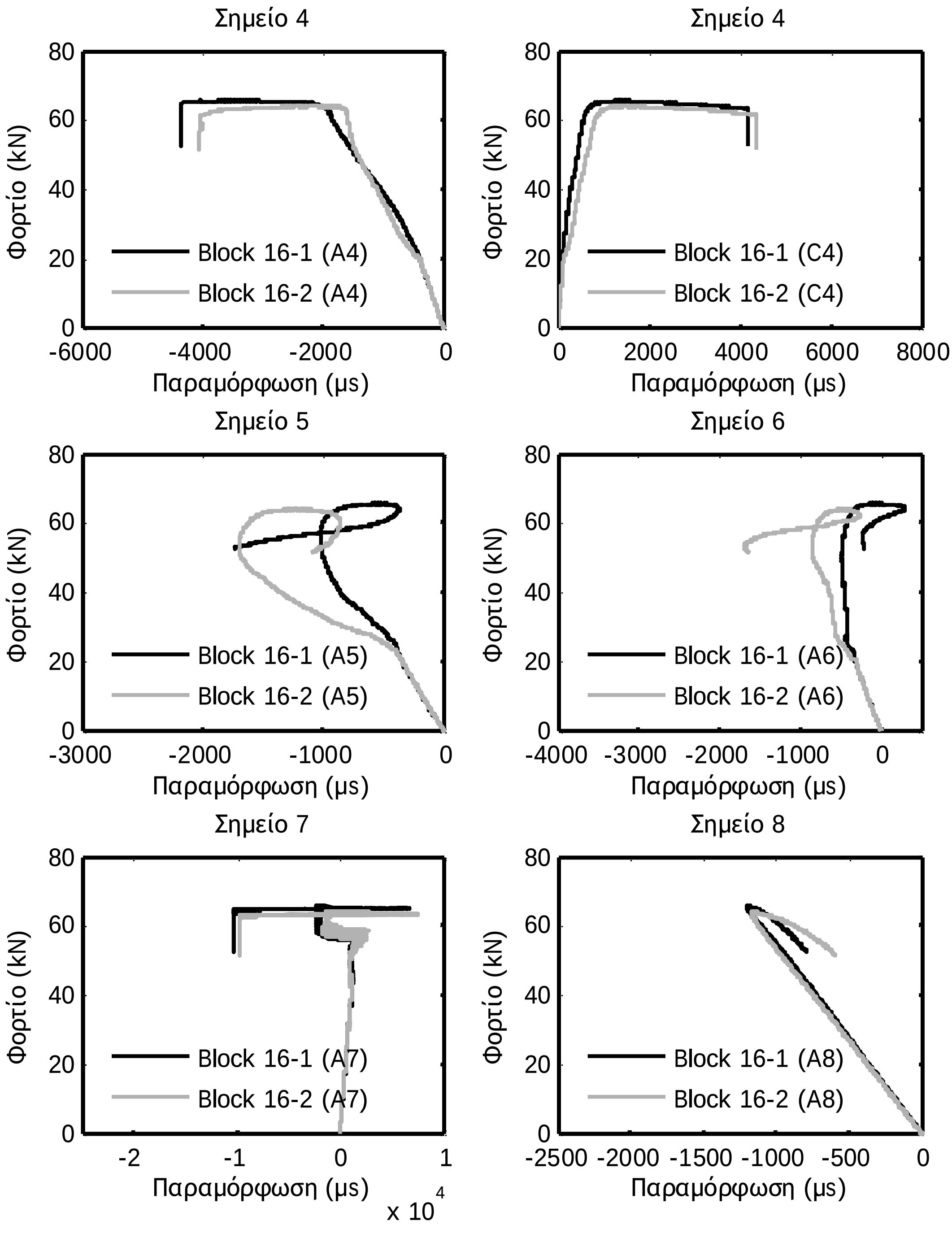
Σχήμα 5.42: Ανηγμένες παραμορφώσεις για τα κελύφη ‘Block 14’ (σημεία 1, 2, 3, A=αξονική παραμόρφωση, C=περιφερειακή παραμόρφωση)



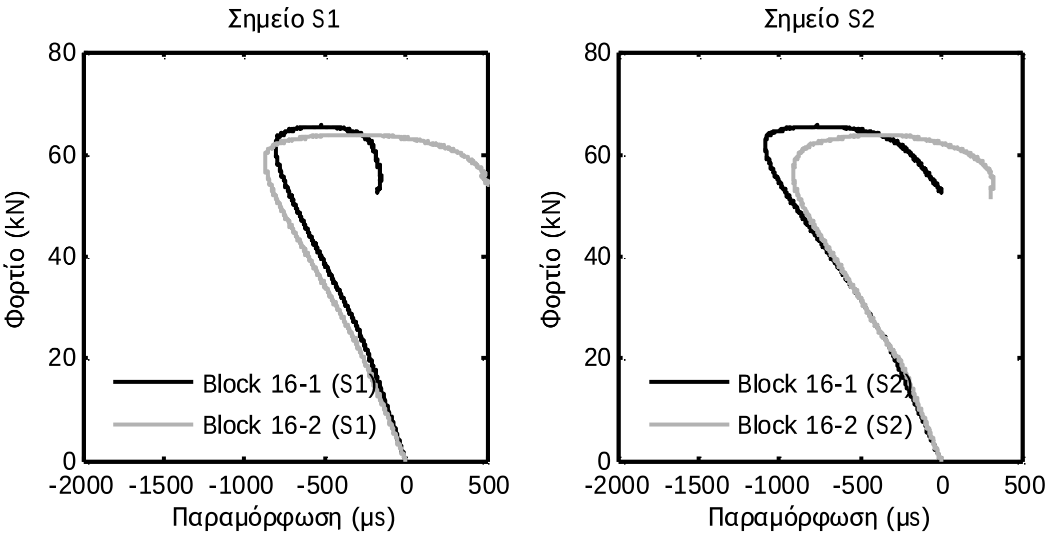
Σχήμα 5.43: Ανηγμένες παραμορφώσεις για τα κελύφη ‘Block 14’ (σημεία 4, 5, 6, 7, 8, A=αξονική παραμόρφωση, C=περιφερειακή παραμόρφωση)



Σχήμα 5.44: Ανηγμένες παραμορφώσεις για τα κελύφη 'Block 16' (σημεία 1, 2, 3, A=αξονική παραμόρφωση, C=περιφερειακή παραμόρφωση)



Σχήμα 5.45: Ανηγμένες παραμορφώσεις για τα κελύφη ‘Block 16’ (σημεία 4, 5, 6, 7, 8, A=αξονική παραμόρφωση, C=περιφερειακή παραμόρφωση)



Σχήμα 5.46: Ανηγμένες παραμορφώσεις για τις ενισχύσεις των κελυφών 'Block 16' (σημεία S1, S2, αξονική παραμόρφωση)

Από τις ανηγμένες παραμορφώσεις που δίνονται σε αυτά τα σχήματα φαίνεται ότι υπάρχει σημαντική απόκλιση μεταξύ των μετρήσεων σε δυο διαφορετικά δοκίμια του ίδιου τύπου ('Block 12', 'Block 14' και 'Block 16'). Αυτή η διαφοροποίηση είναι ιδιαίτερα εμφανής, όπως παραδείγματος χάριν στην περίπτωση του σημείου 3 των κελυφών χωρίς άνοιγμα που φαίνεται στο Σχήμα 5.40. Αυτή η διαφορά οφείλεται στο γεγονός ότι η μορφή αστοχίας, δηλ. το κοίλωμα, βρίσκεται σε διαφορετική σχετική απόσταση από τη θέση του μετρητή 3 όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5.39. Έτσι ο μετρητής αυτός στο κέλυφος 'Block 12-1' βρίσκεται σχεδόν στην κορυφή του κοιλώματος, όπου παρατηρούνται μεγάλες εφελκυστικές παραμορφώσεις, οι οποίες σε καμιά περίπτωση δεν εμφανίζονται στο 'Block 12-2', όπου ο αντίστοιχος μετρητής απέχει σημαντικά από το κοίλωμα, αλλά είναι σαφώς αρκετά μικρότερες.

Σε ορισμένες περιπτώσεις η πειραματική μετρούμενη παραμόρφωση ήταν υποκείμενη σε σημαντικό "θόρυβο" (π.χ. αξονική παραμόρφωση στο σημείο 7 (A7) του Σχήματος 5.45) ή ο εργαστηριακός εξοπλισμός δεν μπορούσε να μετρήσει παραμορφώσεις πάνω από μια προκαθορισμένη τιμή (π.χ. αξονική παραμόρφωση στο σημείο 3 (A3) του Σχήματος 5.40).

5.9 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκαν στοιχεία για την πειραματική εργασία αυτής της διατριβής. Ιδιαίτερο γνώρισμα των πειραμάτων είναι το γεγονός ότι τα δοκίμια σχεδιάστηκαν κατά τρόπο ώστε τα βασικά γεωμετρικά χαρακτηριστικών των κελυφών που υπόκειντο σε αστοχία (δηλ. τα 'Block 12', 'Block 14' και 'Block 16') να αντιστοιχούν σε σύγχρονους πυλώνες ανεμογεννητριών.

Όσον αφορά την επιρροή του ανοίγματος στην αντοχή του πυλώνα, διαφάνηκε ότι προκαλείται μείωση της τάξης του 24%. Η ενίσχυση του απλού πλαισίου φάνηκε ότι είναι επαρκής στο να επαναφέρει την αντοχή ενός κελύφους με άνοιγμα στα επίπεδα της αντοχής ενός κελύφους χωρίς άνοιγμα.

5.10 Βιβλιογραφία

DIN 50125, Test pieces for the tensile testing of metallic materials, April 1991.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Αριθμητική προσομοίωση πειραμάτων

6.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο περιγράφηκαν τα πειραματικά δοκίμια, δόθηκαν μεταξύ άλλων τα γεωμετρικά τους στοιχεία και οι ιδιότητες του υλικού τους. Δόθηκαν επίσης και τα πειραματικά αποτελέσματα, όπως είναι τα φορτία κατάρρευσης, χαρακτηριστικοί δρόμοι ισορροπίας και μετρήσεις παραμόρφωσης σε διάφορα σημεία. Στο παρόν κεφάλαιο περιγράφεται η αριθμητική προσομοίωση των πειραμάτων. Πιο συγκεκριμένα, δίνονται στοιχεία για τα αριθμητικά προσομοιώματα που κατασκευάστηκαν, τα πεπερασμένα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν καθώς επίσης και τους αλγόριθμους επίλυσης. Ακολούθως, δίνονται τα αριθμητικά αποτελέσματα και συγκρίνονται με τα αντίστοιχα πειραματικά. Περαιτέρω αξιολόγηση της αξιοπιστίας των προγραμμάτων πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS και ADINA που χρησιμοποιούνται στη διατριβή αυτή μέσω σύγκρισης με αποτελέσματα από τη βιβλιογραφία γίνεται στο Παράρτημα Α, στο οποίο δίνονται επίσης και ερευνητικές εργασίες οι οποίες κάνουν χρήση αυτών των προγραμμάτων. Στη συνέχεια, εξετάζεται η επιρροή των αρχικών γεωμετρικών ατελειών στην αντοχή των κελυφών χωρίς άνοιγμα αλλά και με άνοιγμα ενισχυμένο ή μη. Εξετάζεται επίσης, η αποδοτικότητα δυο πεπερασμένων στοιχείων κελύφους του [ABAQUS, 2008], καθώς επίσης και η συμπεριφορά των προσομοιωμάτων των κελυφών χωρίς άνοιγμα και με μη ενισχυμένο άνοιγμα, όταν λαμβάνονται υπόψη οι συνθήκες συμμετρίας του φορέα, οπότε και θεωρείται υπόψη ο μισός φορέας αντί ολόκληρου. Η επιρροή της διεύθυνσης του φορτίου ως προς τη θέση του ανοίγματος είναι ένα θέμα που εξετάζεται σε ξεχωριστή ενότητα. Τέλος, γίνεται σύγκριση μεταξύ των πειραματικών αποτελεσμάτων και των αντοχών που προβλέπονται από διάφορους κανονισμούς, οι οποίοι παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 4.

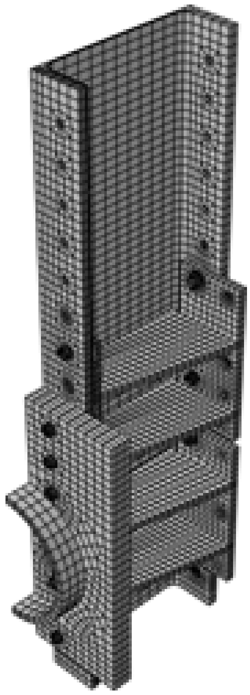
6.2 Περιγραφή των αριθμητικών προσομοιωμάτων

Για τις αριθμητικές αναλύσεις, χρησιμοποιήθηκε το εμπορικό λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS [ABAQUS, 2008]. Για να διατηρηθεί ένα αποδεκτό επίπεδο ακρίβειας και την ίδια στιγμή να κατασκευαστεί ένα αριθμητικό προσομοίωμα το οποίο να είναι αριθμητικά αποδοτικό σε όρους επάρκειας των διαθέσιμων υπολογιστικών πόρων και του χρόνου επίλυσης, στο βασικό προσομοίωμα η παρουσία του πλαισίου δοκιμών αγνοήθηκε, αν και η αλληλεπίδραση του Block 10 με το υποστύλωμα του πειραματικού πλαισίου μελετήθηκε ξεχωριστά μέσω ενός απλοποιητικού προσομοιώματος. Αυτή η αλληλεπίδραση η οποία εισάχθηκε στο βασικό προσομοίωμα του προβόλου μέσω κατάλληλων γραμμικών ελατηρίων, βρέθηκε να είναι σημαντική σε ό,τι αφορά την ακριβή εκτίμηση της αρχικής δυσκαμψίας του δρόμου ισορροπίας της δομικής απόκρισης του προβόλου.

6.2.1 Αριθμητικό προσομοίωμα της κατασκευής στήριξης

Για μια αποδεκτή σε όρους ακρίβειας εκτίμηση της ευκαμψίας της κατασκευής στήριξης, κατασκευάστηκε ένα απλοποιημένο προσομοίωμα το οποίο προσομοιάζει την αλληλεπίδραση του τμήματος “Block 10” με το υποστύλωμα του πλαισίου δοκιμών (Σχήμα 6.1). Αξιοποιώντας της συνθήκες συμμετρίας, προσομοιώθηκε μόνο το ½ της κατασκευής ενώ λήφθηκαν υπόψη και οι κατάλληλες συνοριακές συνθήκες συμμετρίας τόσο στο υποστύλωμα όσο και στο τμήμα του “Block 10”. Επιπλέον, τα άκρα του υποστυλώματος θεωρήθηκαν ως πακτωμένα. Όπως μπορεί να φανεί και στο Σχήμα 6.1, στις δυο πλευρές του υποστυλώματος τοποθετήθηκαν ενισχύσεις, έτσι ώστε να αυξηθεί η δυσκαμψία και η τοπική αντοχή του υποστυλώματος.

Το προσομοίωμα αποτελείται από: (1) το Block 10 το οποίο περιλαμβάνει τον κοντό και παχύ κύλινδρο και την μετωπική πλάκα, (2) ένα τμήμα του υποστυλώματος του πλαισίου δοκιμίων με διατομή HEB 500 και μήκος ίσο με 1800 mm, (3) οι ενισχύσεις του υποστυλώματος, (4) κοχλίες M20/10.9 συμπεριλαμβανομένων της κεφαλής και του περικοχλίου. Η θέση του υποστυλώματος στην οποία τοποθετήθηκε η μετωπική πλάκα του “Block 10” καθορίστηκε από το υψόμετρο της κεφαλής του εμβόλου (βλ. Σχήμα 5.21) και από τη θέση των οπών στο υποστύλωμα. Για όλα τα τμήματα χρησιμοποιήθηκε το πεπερασμένο στοιχείο τρισδιάστατης ελαστικότητας C3D8R, το οποίο είναι ένα οκτακομβικό γραμμικό στοιχείο, μειωμένης ολοκλήρωσης και ελέγχου του φαινομένου του “hourglass”. Τα επιβαλλόμενα φορτία ήταν μια συγκεντρωμένη δύναμη ίση με 27.6266 kN και μια συγκεντρωμένη ροπή ίση με 76.665 kNm στο κέντρο της ακραίας διατομής του κοντού κυλίνδρου του τμήματος “Block 10”. Η φόρτιση μεταδιδόταν στη ακραία αυτή διατομή με χρήση δεσμεύσεων MPC (MPC constraint). Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος ‘Static, General’ κατά την οποία υιοθετήθηκε επίσης ο αλγόριθμος αυτόματης ευσταθοποίησης (automatic stabilization) του ABAQUS με προσδιορισμό του αποσβενόμενου κλάσματος ενέργειας (dissipated energy fraction) και τιμή για το αποσβενόμενο κλάσμα ενέργειας ίση με 0.02.



Σχήμα 6.1: Αριθμητικό προσομοίωμα για την εκτίμηση της ευκαμψίας της κατασκευής στήριξης

Η αλληλεπίδραση των επαφών μεταξύ των διάφορων τμημάτων αυτού του προσομοιώματος προσομοιώθηκε με τη μέθοδο των “ζευγών επαφής” (Contact Pairs) [ABAQUS, 2008], σύμφωνα με την οποία όλες οι πιθανές επιφάνειες οι οποίες είναι επιρρεπείς σε φαινόμενα επαφής ταυτοποιούνται και χωρίζονται σε ζεύγη επαφής. Για όλες τις επιφάνειες επαφής υιοθετήθηκαν οι ίδιες ιδιότητες. Σύμφωνα με αυτές τις ιδιότητες, η εγκάρσια στις επιφάνειες επαφής διεύθυνση χαρακτηρίζεται από μια σχέση άκαμπτης συσχέτισης μεταξύ μετατόπισης και αναπτυσσόμενης πίεσης (“*Hard*” *Contact* pressure-overclosure), ενώ η εφαπτομενική στις επιφάνειες επαφής διεύθυνση περιγράφεται από μια διατύπωση τριβής με τη μέθοδο της ποινής (“penalty” friction formulation) και ένα συντελεστή τριβής ίσο με 0.50. Για μια λεπτομερή περιγραφή των ιδιοτήτων της διατύπωσης επαφής, ο αναγνώστης καλείται να συμβουλευτεί τα εγχειρίδια του ABAQUS.

6.2.2 Προσομοίωση πειραματικού δοκιμίου

Το βασικό αριθμητικό προσομοίωμα είναι το προβολοειδές δοκίμιο που παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.2, το οποίο αποτελείται από: (i) μέρη του Block 10 αγνοώντας την παχιά μετωπική πλάκα, (ii) το Block 12 (κέλυφος χωρίς άνοιγμα), 14 (κέλυφος με άνοιγμα) ή 16 (κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα), συμπεριλαμβανομένων των δακτυλίων, (iii) το

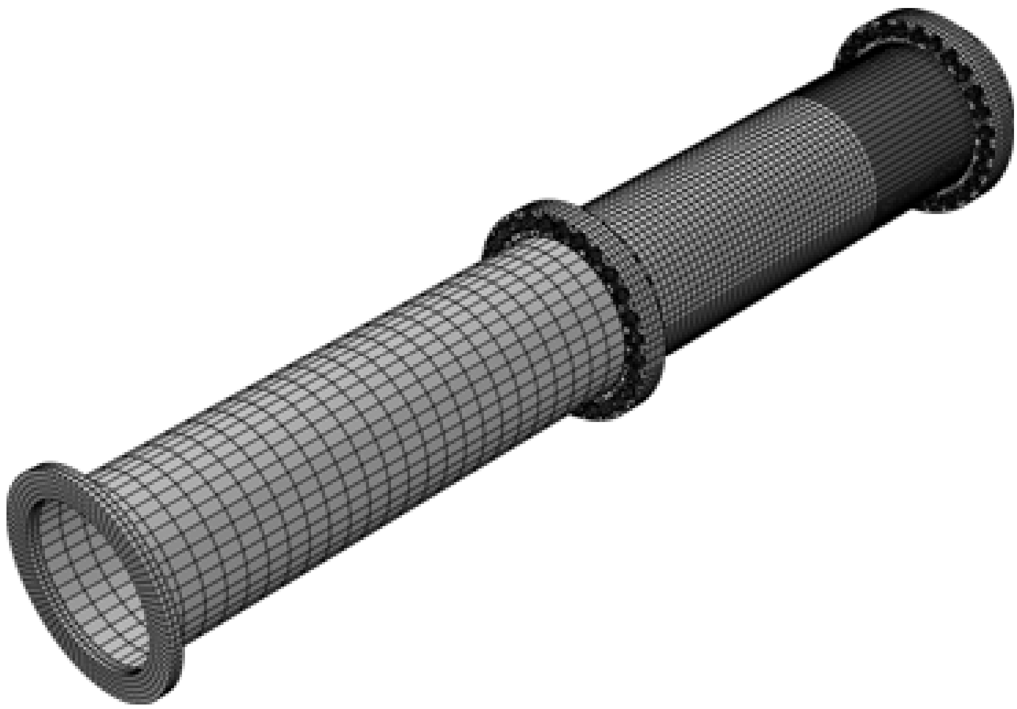
Block 18 συμπεριλαμβανομένου του κελύφους και των δακτυλίων και (iv) οι κοχλίες M20/10.9 που συνδέουν τους δακτύλιους των διαφόρων τμημάτων συμπεριλαμβανομένου του περικοχλίου και του παξιμαδιού.

Τα κελύφη των Block 12, 14, 16 και 18 όπως επίσης και της ενίσχυσης του Block 16 προσομοιώθηκαν με τα στοιχεία κελύφους S4R, τα οποία είναι τετρακομβικά στοιχεία διπλής καμπυλότητας, μειωμένης ολοκλήρωσης, με έλεγχο του φαινομένου "hourglass", τα οποία είναι κατάλληλα για λεπτά και παχιά κελύφη, ακόμη και για μεγάλες παραμορφώσεις. Τα υπόλοιπα τμήματα του προσομοιώματος (όλοι οι δακτύλιοι και το κοντό/παχύ κέλυφος στη στήριξη) προσομοιώθηκαν με τα στοιχεία τρισδιάστατης ελαστικότητας C3D8R.

Για κάθε περίπτωση κατασκευάστηκαν τρία αριθμητικά προσομοιώματα με τρία διαφορετικά επίπεδα ακρίβειας:

- Στο πρώτο προσομοίωμα (χωρίς κοχλίες – πακτωμένη στήριξη) η παρουσία των κοχλιών αγνοήθηκε ενώ οι γειτονικοί δακτύλιοι θεωρήθηκαν "συγκολλημένοι" ο ένας πάνω στον άλλο μέσω κατάλληλων δεσμεύσεων. Επιπλέον, η στήριξη του προβόλου θεωρήθηκε ως πακτωμένη. Η πάκτωση εφαρμόστηκε στο κέντρο της ακραίας διατομής και μεταφέρθηκε στους κόμβους της ακραίας διατομής μέσω κατάλληλων δεσμεύσεων (MPC constraint).
- Στο δεύτερο αριθμητικό προσομοίωμα (κοχλίες – πακτωμένη στήριξη) η παρουσία των κοχλιών λήφθηκε υπόψη και επομένως η αλληλεπίδραση μεταξύ των κοχλιών και των δακτυλίων και η αλληλεπίδραση μεταξύ των δακτυλίων συμπεριλήφθηκε στην ανάλυση. Παρόλα αυτά, στο προσομοίωμα αυτό η στήριξη θεωρήθηκε πακτωμένη.
- Στο τρίτο αριθμητικό προσομοίωμα (κοχλίες – εύκαμπτη στήριξη), η παρουσία των κοχλιών λήφθηκε υπόψη όπως προηγουμένως. Επιπρόσθετα, η επίδραση της ευκαμψίας της στήριξης συμπεριλήφθηκε στην ανάλυση μέσω της χρήσης δυο ελατηρίων τα οποία αφορούν την κατακόρυφη μετακινησιακή στιβαρότητα και την οριζόντια στροφική στιβαρότητα. Οι σταθερές των ελατηρίων αυτών υπολογίστηκαν με χρήση του προσομοιώματος που περιγράφηκε στην παράγραφο 6.2.1 και δίνονται πιο κάτω και χρησιμοποιούνται σε όλα τα δοκίμια. Σε όλα τα προσομοιώματα θεωρήθηκε ανελαστικό υλικό. Οι σταθερές του μέτρου

ελαστικότητας και οι καμπύλες πραγματικής τάσης-πλαστικής παραμόρφωσης δίνονται στο κεφάλαιο 5 της παρούσας διατριβής.



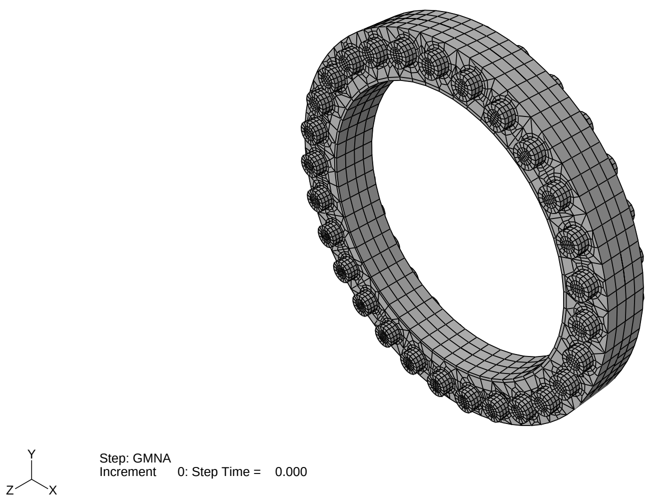
Σχήμα 6.2: Αριθμητικό προσομοίωμα του προβόλου

Η αριθμητική ανάλυση πραγματοποιήθηκε σε δυο ξεχωριστά βήματα:

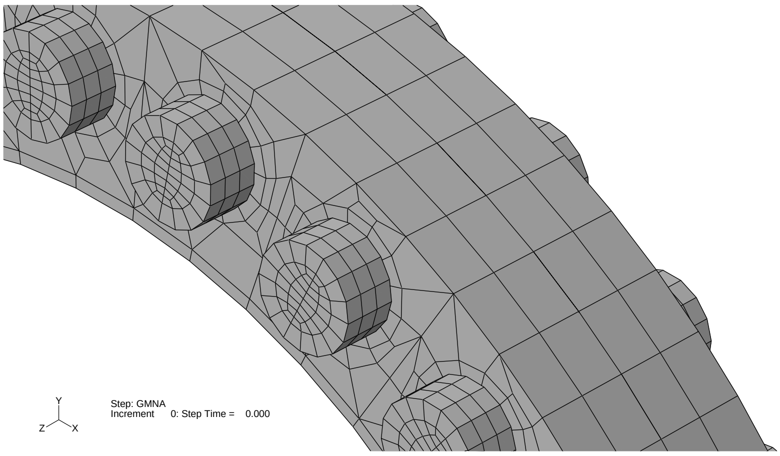
- Στην πρώτη ανάλυση, υιοθετήθηκε ο αλγόριθμος “Static, General” κατά τον οποίο επιβάλλεται τμηματικά με επαναληπτικό τρόπο (Full Newton-Raphson) ένα συγκεντρωμένο φορτίο, μικρότερο από το φορτίο κατάρρευσης, μεγέθους 40 kN. Για να υπερκεραστούν προβλήματα αριθμητικών συγκλίσεων, υιοθετήθηκε επίσης ο αλγόριθμος αυτόματης ευσταθοποίησης (automatic stabilization) του ABAQUS, με προσδιορισμό του αποσβενόμενου κλάσματος ενέργειας (dissipated energy fraction). Σε κάποιες περιπτώσεις λήφθηκε υπόψη η προτεινόμενη από το πρόγραμμα τιμή (0.0002), ενώ σε κάποιες άλλες η τιμή αυτή αυξήθηκε στο 0.002 για να ξεπεραστούν ανυπέρβλητα προβλήματα αριθμητικής σύγκλισης.
- Για να εκτιμηθεί τόσο το φορτίο κατάρρευσης όσο και ο μεταλυγισμικός κλάδος, πραγματοποιήθηκε μια δεύτερη ανάλυση χρησιμοποιώντας την επιλογή “restart” και πάλι τον αλγόριθμο ‘Static, General’, κατά τον οποίο επιβλήθηκε μια κατακόρυφη μετατόπιση (αντί κατακόρυφου φορτίου) ως εξωτερική φόρτιση. Στην περίπτωση του αλγόριθμου ‘automatic stabilization’, επιλέχθηκε η χρήση των συντελεστών απόσβεσης του προηγούμενου βήματος, δηλαδή της πρώτης

ανάλυσης. Όπως την περίπτωση του προσομοιώματος της κατασκευής της στήριξης που περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο, τα βασικά χαρακτηριστικά της προσομοίωσης των επαφών μεταξύ των διαφόρων τμημάτων στις δυο διαδοχικές αναλύσεις, διατηρήθηκαν τα ίδια.

Οι οπές των δακτυλίων ήταν μεγαλύτερης διαμέτρου (22 mm) από τους κοχλίες (20 mm), κάτι το οποίο λήφθηκε υπόψη στις αριθμητικές αναλύσεις τόσο του προσομοιώματος του προβόλου όσο και του προσομοιώματος του υποστυλώματος και της μετωπικής πλάκας (βλ. Σχήμα 6.3 και Σχήμα 6.4).



Σχήμα 6.3: Όψη δυο δακτυλίων του προσομοιώματος του προβόλου και των κοχλιών τους



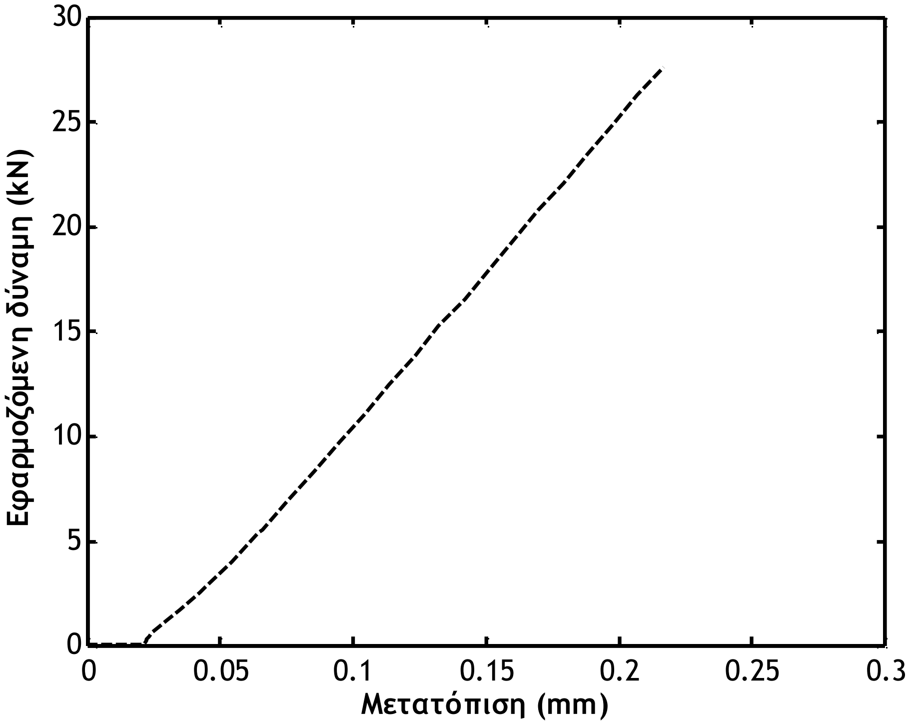
Σχήμα 6.4: Μεγέθυνση σε κάποιους κοχλίες της όψης του προηγούμενου σχήματος

6.3 Αριθμητικά αποτελέσματα και σύγκριση με τα πειράματα

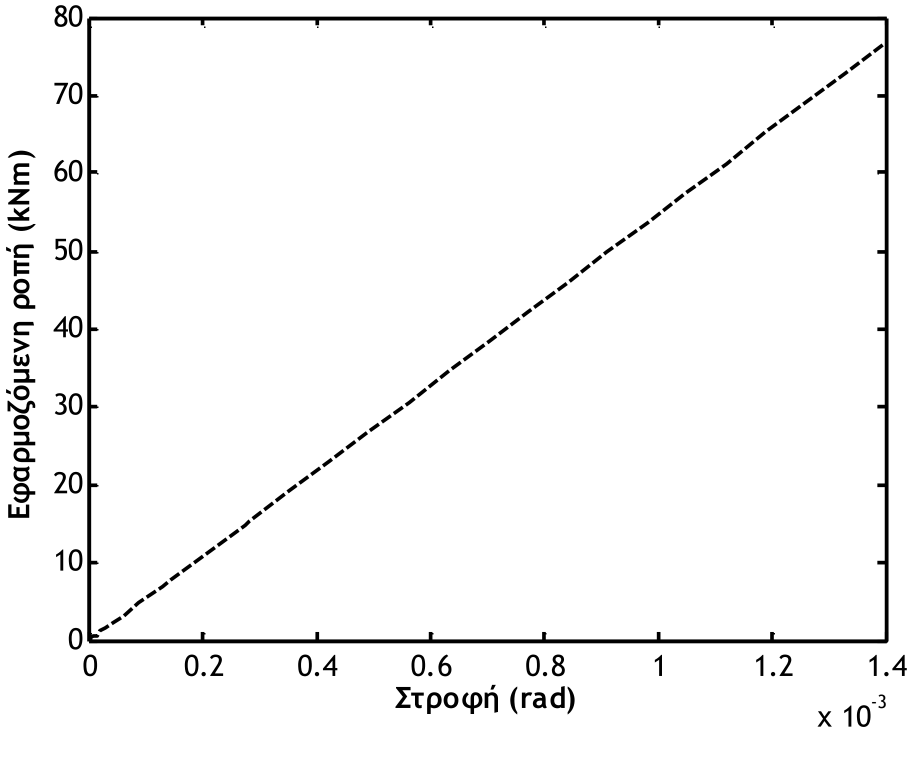
6.3.1 Αριθμητική εκτίμηση της ευκαμψίας της στήριξης

Για την εκτίμηση της ευκαμψίας της στήριξης, χρησιμοποιήθηκε το αριθμητικό προσομοίωμα της ενότητας 6.2.1 και τα αποτελέσματα αυτής της ανάλυσης δίνονται στα Σχήματα 6.5 και 6.6. Στην ανάλυση αυτή έχει ληφθεί υπόψη τόσο η γεωμετρική μη γραμμικότητα όσο και μη γραμμικότητα υλικού. Το συγκεντρωμένο κατακόρυφο φορτίο το οποίο χρησιμοποιήθηκε ήταν ίσο με το ½ του φορτίου κατάρρευσης το οποίο προέκυψε από μια αρχική αριθμητική ανάλυση του προσομοιώματος του προβόλου. Η επιβαλλόμενη οριζόντια καμπτική ροπή είχε μέγεθος ίσο με την επιβαλλόμενη συγκεντρωμένη δύναμη πολλαπλασιασμένη με ένα κατάλληλο μοχλοβραχίονα.

Στο Σχήμα 6.5 δίνεται ο δρόμος ισορροπίας του φορτιζόμενου σημείου σε όρους κατακόρυφης δύναμης – κατακόρυφης μετατόπισης. Μπορεί να φανεί ότι αγνοώντας το αρχικό τμήμα, το υπόλοιπο τμήμα είναι γραμμικό. Η αμελητέα στιβαρότητα που παρατηρείται στο αρχικό τμήμα της καμπύλης αυτής οφείλεται σε μια σχεδόν κίνηση στερεού σώματος (ολίσθηση) στην κατακόρυφη διεύθυνση των κοχλιών, οι οποίοι έχουν διάμετρο 20 mm, μέσα στις οπές οι οποίες έχουν διάμετρο 22 mm. Η κλίση αυτής της καμπύλης είναι ίση με 127625.59 kN/m και αντιπροσωπεύει την στιβαρότητα του συστήματος υποστυλώματος του πλαισίου – μετωπικής πλάκας στην κατακόρυφη διεύθυνση. Στο Σχήμα 6.6 δίνεται ο δρόμος ισορροπίας σε όρους ροπής – στροφής του φορτιζόμενου σημείου, ο οποίος είναι γραμμικός. Επειδή τα σώματα ήταν αρχικά σε επαφή στην οριζόντια διεύθυνση, δεν παρατηρήθηκε καμιά ολίσθηση επομένως δικαιολογείται η σταθερή στιβαρότητα που επιδεικνύεται από τα πρώτα στάδια της φόρτισης. Η κλίση αυτής της καμπύλης είναι ίση με 54792.02 kNm/rad και παρουσιάζει την στιβαρότητα του συστήματος υποστυλώματος πλαισίου – μετωπικής πλάκας κατά τον στροφικό βαθμό της οριζόντιας διεύθυνσης. Οι τιμές αυτών των δυο στιβαροτήτων χρησιμοποιούνται σαν ευκαμψίες των ελατηρίων της στήριξης του προσομοιώματος του προβόλου.



Σχήμα 6.5: Δύναμη – μετατόπιση του συστήματος υποστυλώματος πλαισίου – μετωπικής πλάκας



Σχήμα 6.6: Διάγραμμα ροπής – στροφής του συστήματος υποστυλώματος πλαισίου – μετωπικής πλάκας

6.3.2 Αριθμητική απόκριση του προβόλου και σύγκριση με τα πειράματα

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των αριθμητικών αναλύσεων του προσομοιώματος του προβόλου (βλ. Σχήμα 6.2) και συγκρίνονται με τα αντίστοιχα πειραματικά. Τα αποτελέσματα αυτά αφορούν χαρακτηριστικούς δρόμους ισορροπίας με βάση τις μετακινήσεις που μετρήθηκαν από το έμβολο και από δυο μηκυνσιόμετρα, τα LVDT 30 και LVDT 31 (βλ. κεφάλαιο 5).

Στα Σχήματα 6.7 ως 6.9 δίνονται χαρακτηριστικοί δρόμοι ισορροπίας τόσο πειραματικοί όσο και αριθμητικοί. Η εφαρμοζόμενη μετατόπιση από το έμβολο στο ελεύθερο άκρο του προβόλου δίνεται στον οριζόντιο κλάδο ενώ στον κατακόρυφο δίνεται η αναπτυσσόμενη κατακόρυφη αντίδραση του εμβόλου. Τα Σχήματα 6.7, 6.8 και 6.9 αναφέρονται στα κελύφη χωρίς άνοιγμα (Block 12), με άνοιγμα (Block 14) και με ενισχυμένο άνοιγμα (Block 16) αντίστοιχα.

Στην αριθμητική ανάλυση, υιοθετούνται τρία επίπεδα αυξανόμενης ακρίβειας, όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 6.2.2 πιο πάνω. Η ευκαμψία της στήριξης λαμβάνεται υπόψη μέσω κατάλληλων ελατηρίων (βλ. παράγραφο 6.3.1). Στα Σχήματα 6.7, 6.8 και 6.9 όπως επίσης και στον Πίνακα 6.1, το πρώτο, το δεύτερο και το τρίτο επίπεδο ακρίβειας χαρακτηρίζονται σαν “χωρίς κοχλίες – πακτωμένη στήριξη”, “με κοχλίες – πακτωμένη στήριξη” και “με κοχλίες – εύκαμπτη στήριξη” αντίστοιχα.

Οι αριθμητικές αναλύσεις οι οποίες παρουσιάζονται στα σχήματα αυτά έλαβαν υπόψη τους τόσο την γεωμετρική μη γραμμικότητα όσο και την μη γραμμικότητα του υλικού, αλλά δεν έλαβαν υπόψη αρχικές γεωμετρικές ατέλειες (ανάλυση GMNA). Παρατηρείται ότι στην περίπτωση των κελυφών χωρίς άνοιγμα και με ενισχυμένο άνοιγμα, η συμφωνία μεταξύ αριθμητικής ανάλυσης και πειραμάτων είναι αξιοσημείωτη, εφόσον ληφθούν υπόψη τόσο τα φαινόμενα επαφής όσο και η ευκαμψία της στήριξης. Όταν οι δυο αυτές παράμετροι αγνοηθούν στην ανάλυση, η ακρίβεια των αριθμητικών προσομοιωμάτων δεν είναι επαρκής, κυρίως όσον αφορά την εκτίμηση της δυσκαμψίας του συστήματος πριν το φορτίο κατάρρευσης. Στην περίπτωση κελυφών με μη ενισχυμένο άνοιγμα, η ανάλυση GMNA υπερεκτιμά το φορτίο κατάρρευσης. Τα φορτία κατάρρευσης όλων των δοκιμίων, όπως έχουν προκύψει από τα πειράματα και τις αριθμητικές αναλύσεις, δίνονται στον Πίνακα 6.1.

Πίνακας 6.1: Πειραματικά – αριθμητικά φορτία κατάρρευσης δοκιμίων

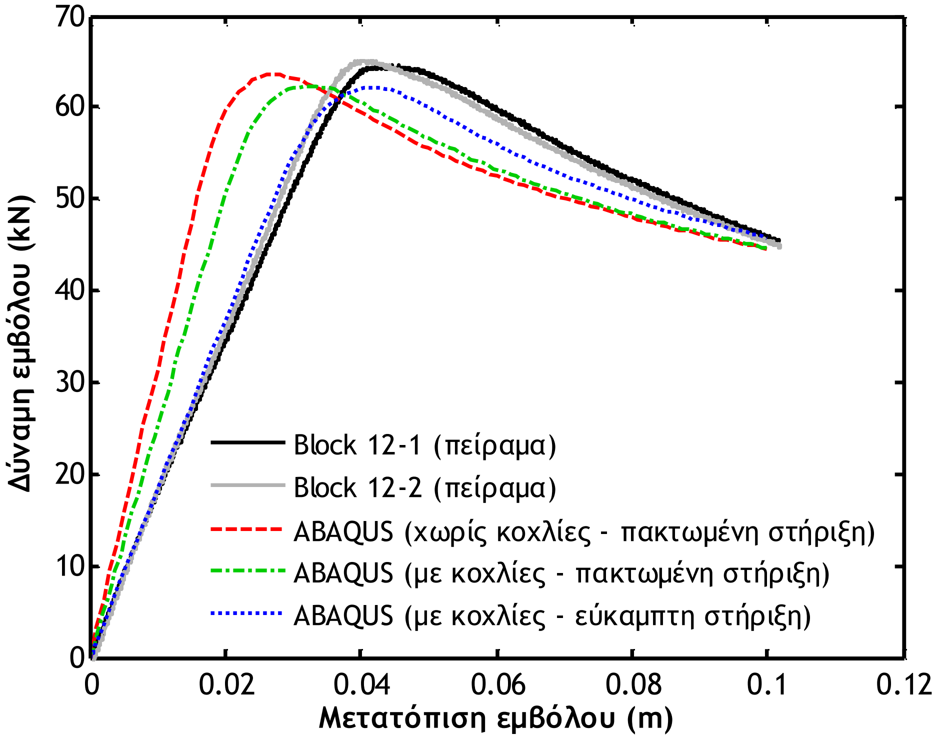
	Πειραματική ανάλυση		Αριθμητική ανάλυση		
	Δοκίμιο 1	Δοκίμιο 2	Επίπεδο 1	Επίπεδο 2	Επίπεδο 3
Block 12	64.492	65.130	63.528	62.289	62.077
Block 14	49.529	49.045	53.453	51.7485	51.772
Block 16	65.584	64.020	63.440	63.160	63.119

Επίπεδο 1: Ανάλυση GMNA (χωρίς κοχλίες – πακτωμένη στήριξη)

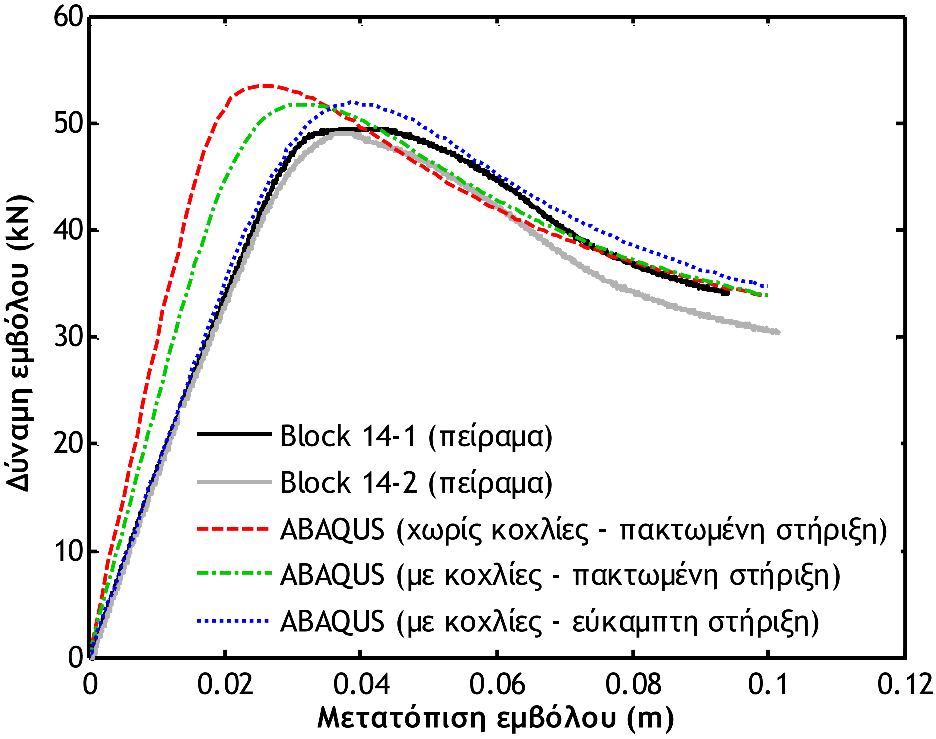
Επίπεδο 2: Ανάλυση GMNA (με κοχλίες – πακτωμένη στήριξη)

Επίπεδο 3: Ανάλυση GMNA (με κοχλίες – εύκαμπτη στήριξη)

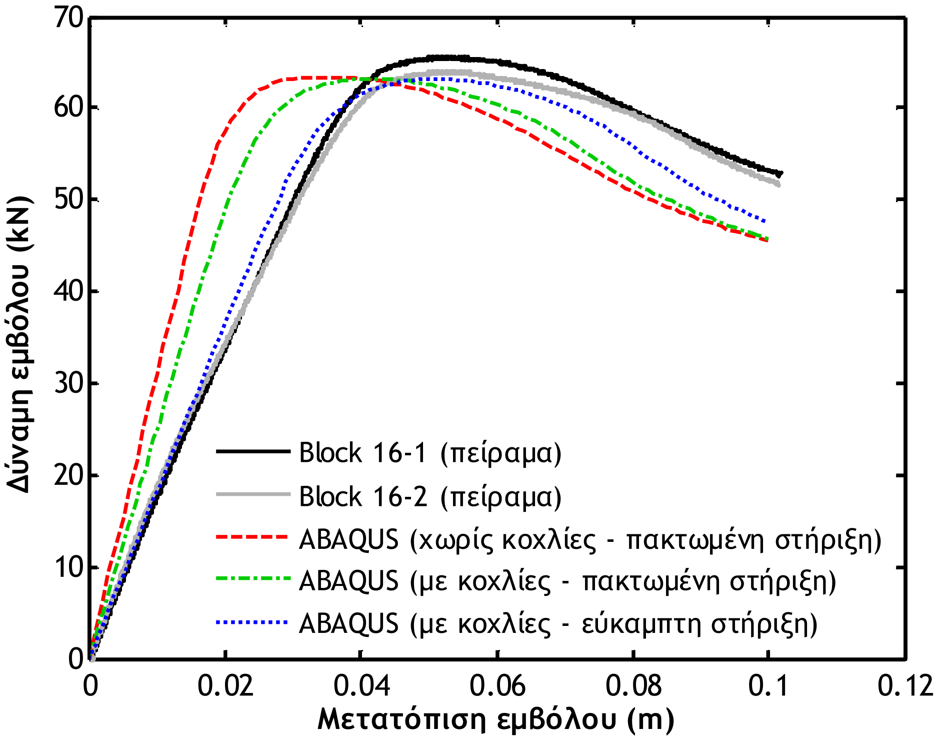
Για να διαπιστώσουμε γραφικά την επίδραση του ανοίγματος και της ενίσχυσης στην καθολική συμπεριφορά των δοκιμίων, δίνονται συγκεντρωτικά οι αριθμητικοί δρόμοι για τα τρία είδη κελυφών στο Σχήμα 6.10. Σημειώνεται ότι τα αντίστοιχα πειραματικά αποτελέσματα (βλ. Σχήμα 5.32 του κεφαλαίου 5) δίνουν πρακτικά τα ίδια αποτελέσματα. Από το σχήμα αυτό παρατηρείται ότι η παρουσία του ανοίγματος οδηγεί σε μια απομείωση της αντοχής της τάξης του 17%. Επιπλέον, η παρεχόμενη ενίσχυση αποδείχτηκε επαρκής στο να επαναφέρει τη χαμένη αντοχή λόγω του ανοίγματος, τόσο αριθμητικά όσο και πειραματικά.



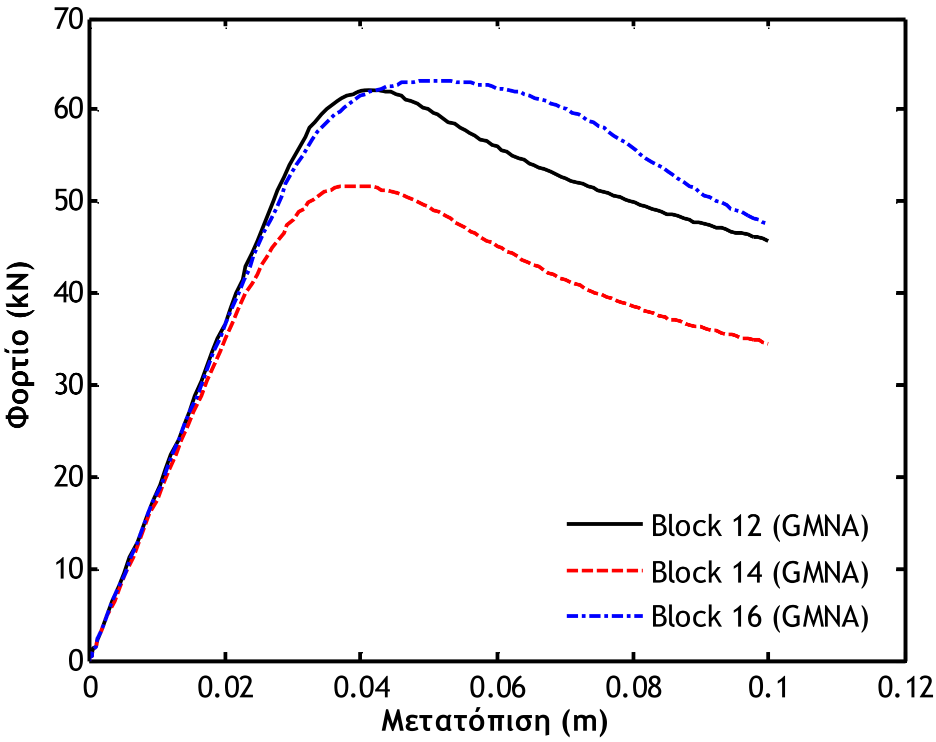
Σχήμα 6.7: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα



Σχήμα 6.8: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος με άνοιγμα

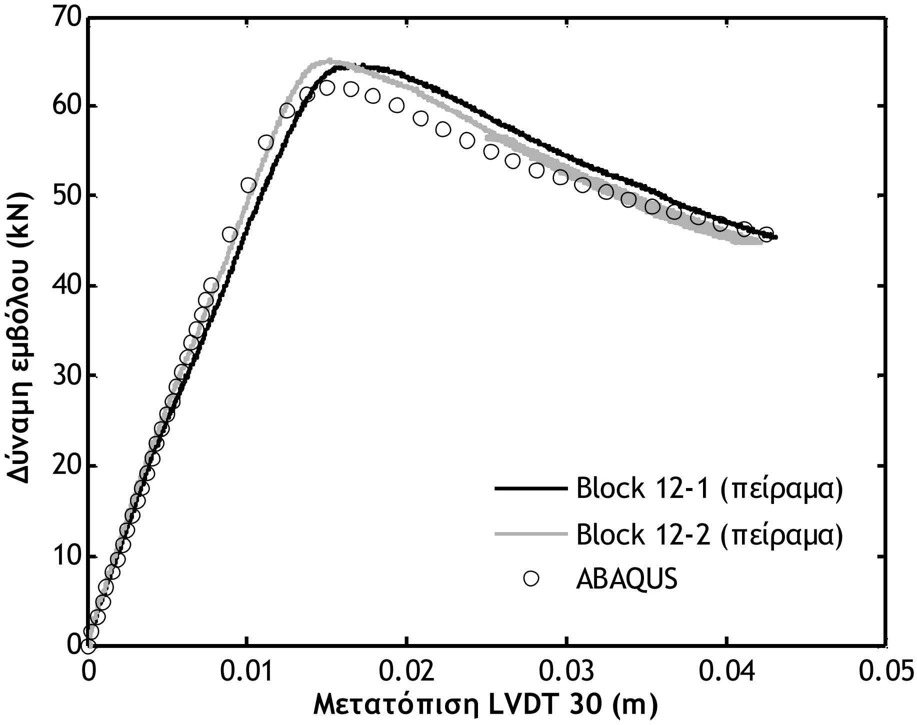


Σχήμα 6.9: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα

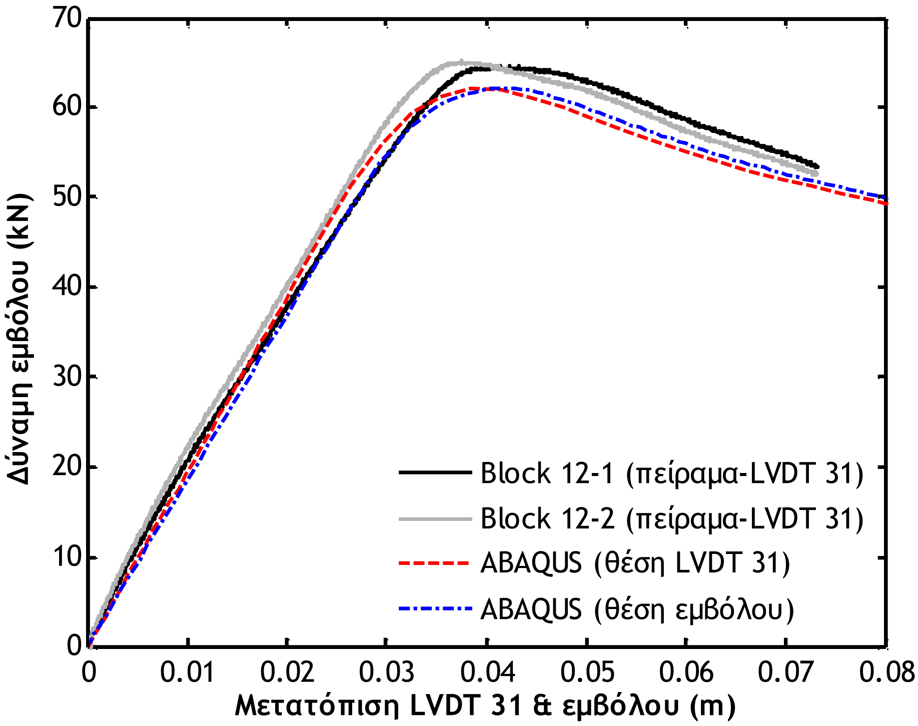


Σχήμα 6.10: Αριθμητικοί δρόμοι ισορροπίας για τα Block 12, Block 14 και Block 16

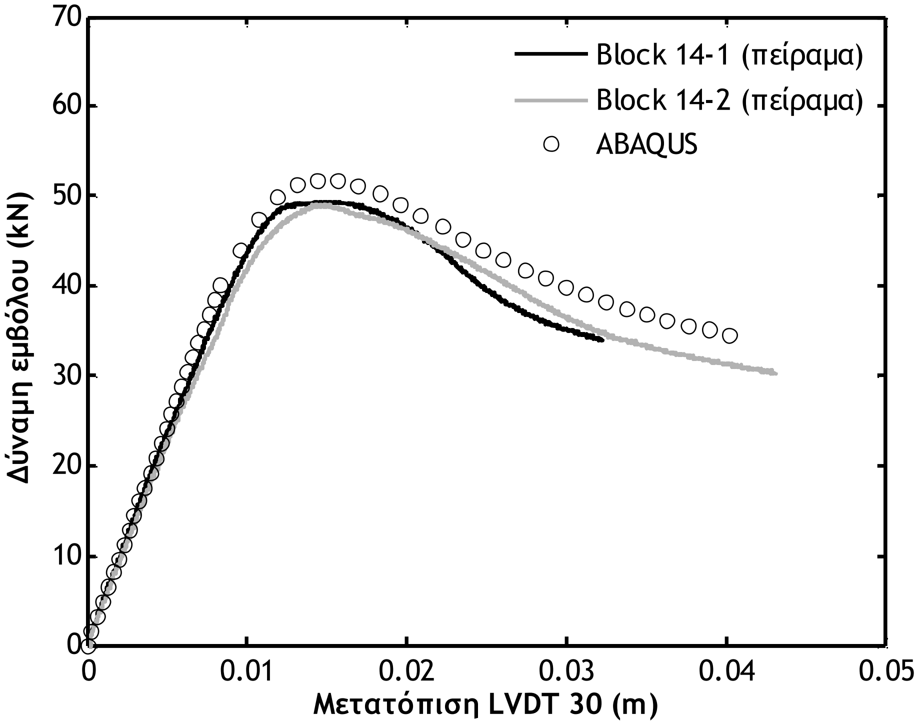
Στα Σχήματα 6.11 και 6.12 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας από τα μηκυνσιόμετρα LVDT 30 και LVDT 31 αντίστοιχα για τα κελύφη χωρίς άνοιγμα. Στα Σχήματα 6.13 και 6.14 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας από τα μηκυνσιόμετρα LVDT 30 και LVDT 31 αντίστοιχα για τα κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα. Στα Σχήματα 6.15 και 6.16 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας από τα μηκυνσιόμετρα LVDT 30 και LVDT 31 αντίστοιχα για τα κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα. Στα διαγράμματα αυτά πέρα από τα πειραματικά αποτελέσματα δίνονται οι αριθμητικές προβλέψεις του πιο λεπτομερούς επίπεδου ανάλυσης (φαινόμενα επαφής, εύκαμπτη στήριξη). Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι ανάλογα με τα αποτελέσματα των Σχημάτων 6.7-6.9 που αφορούσαν την μετατόπιση του εμβόλου. Στα Σχήματα 6.12, 6.14 και 6.16 παρατηρείται ότι και στις αριθμητικές αναλύσεις, όπως και στα πειραματικά αποτελέσματα που δίνονται στο κεφάλαιο 5, υπάρχει μια μικρή διαφοροποίηση στα αποτελέσματα στις θέσεις του εμβόλου και του μηκυνσιομέτρου LVDT31. Από τις αριθμητικές αναλύσεις φάνηκε ότι αυτή η απόκλιση οφείλεται εν μέρει στην παραμορφωσιμότητα του δακτυλίου στον οποίο επιβάλλεται η φόρτιση αλλά και από τις τοπικές παραμορφώσεις που παρατηρούνται στο σημείο του επιβαλλόμενου κατά την αριθμητική προσομοίωση φορτίου (δύναμης ή μετακίνησης).



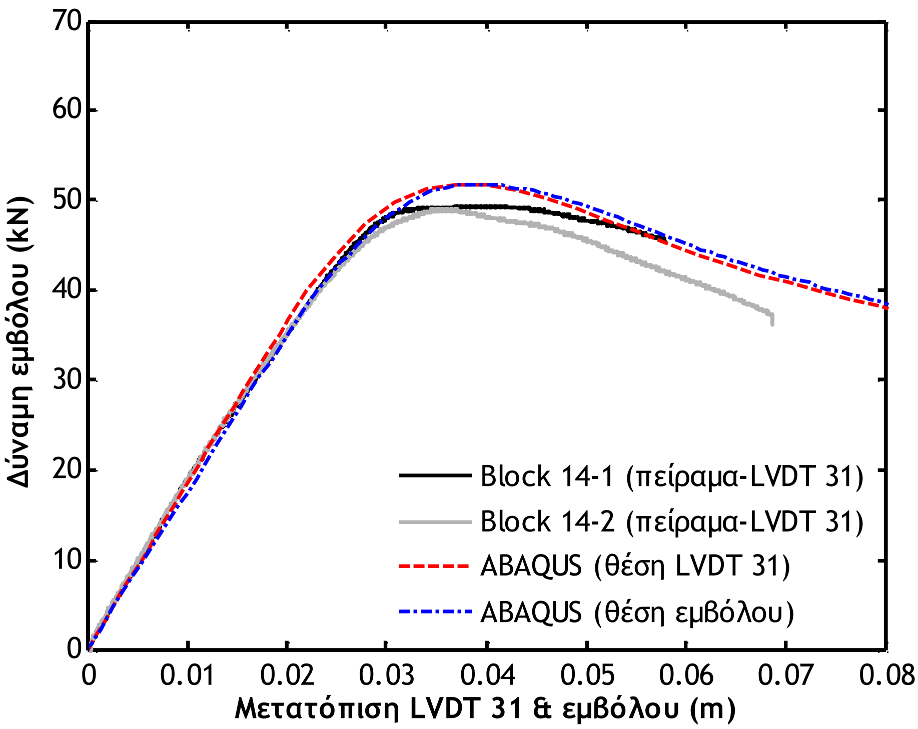
Σχήμα 6.11: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα (LVDT 30)



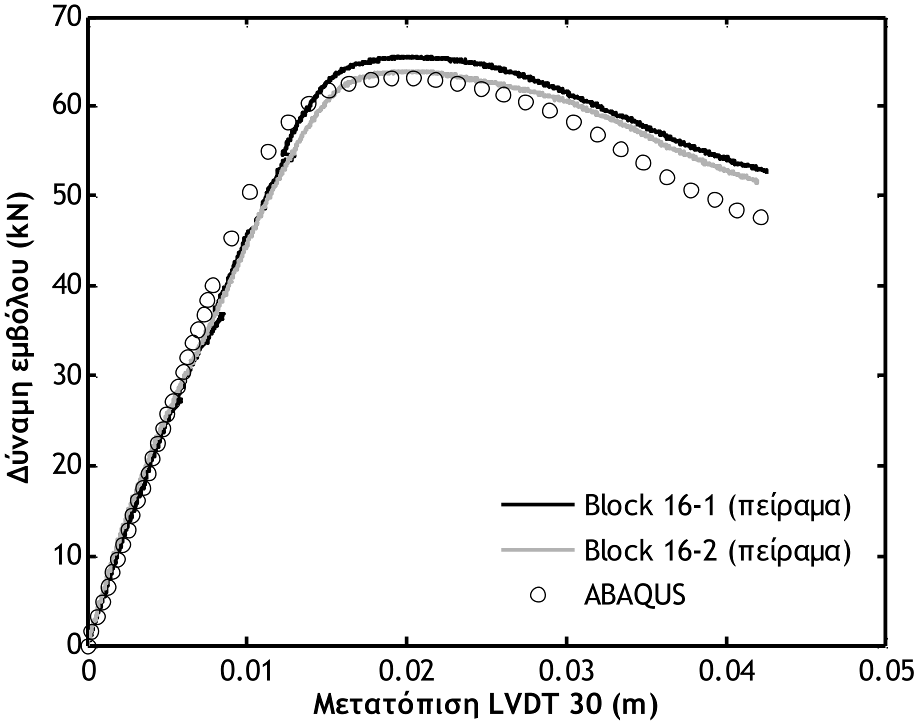
Σχήμα 6.12: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα (LVDT 31)



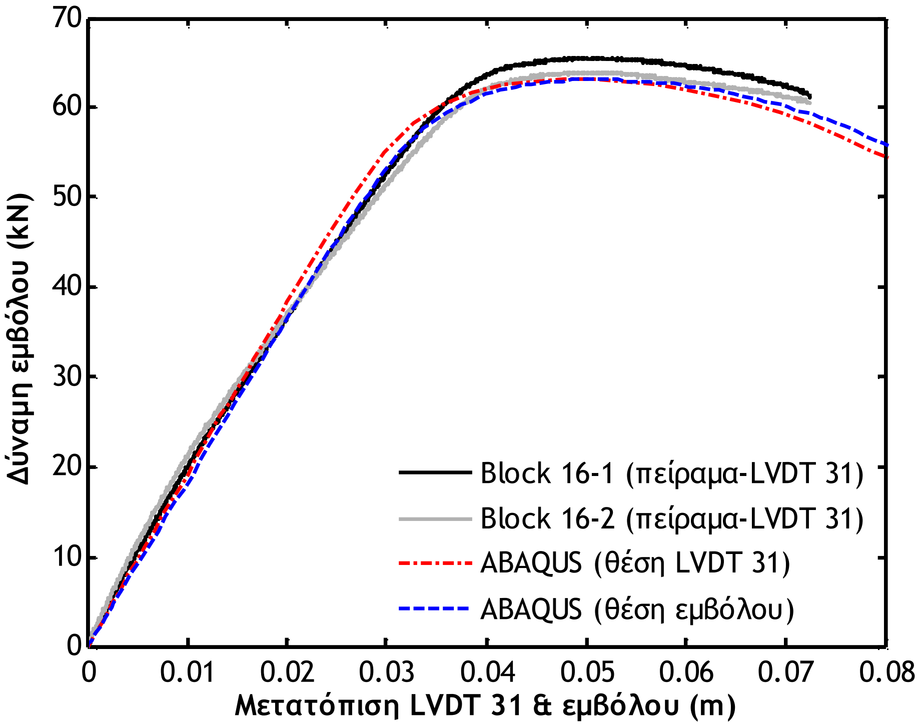
Σχήμα 6.13: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος με μη ενισχυμένο άνοιγμα (LVDT 30)



Σχήμα 6.14: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος με μη ενισχυμένο άνοιγμα (LVDT 31)

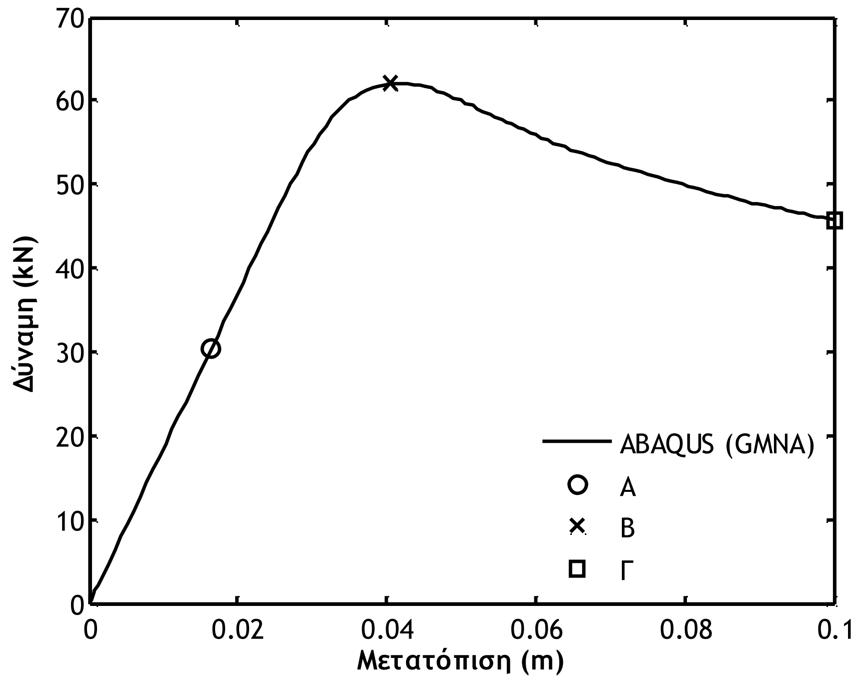


Σχήμα 6.15: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα (LVDT 30)

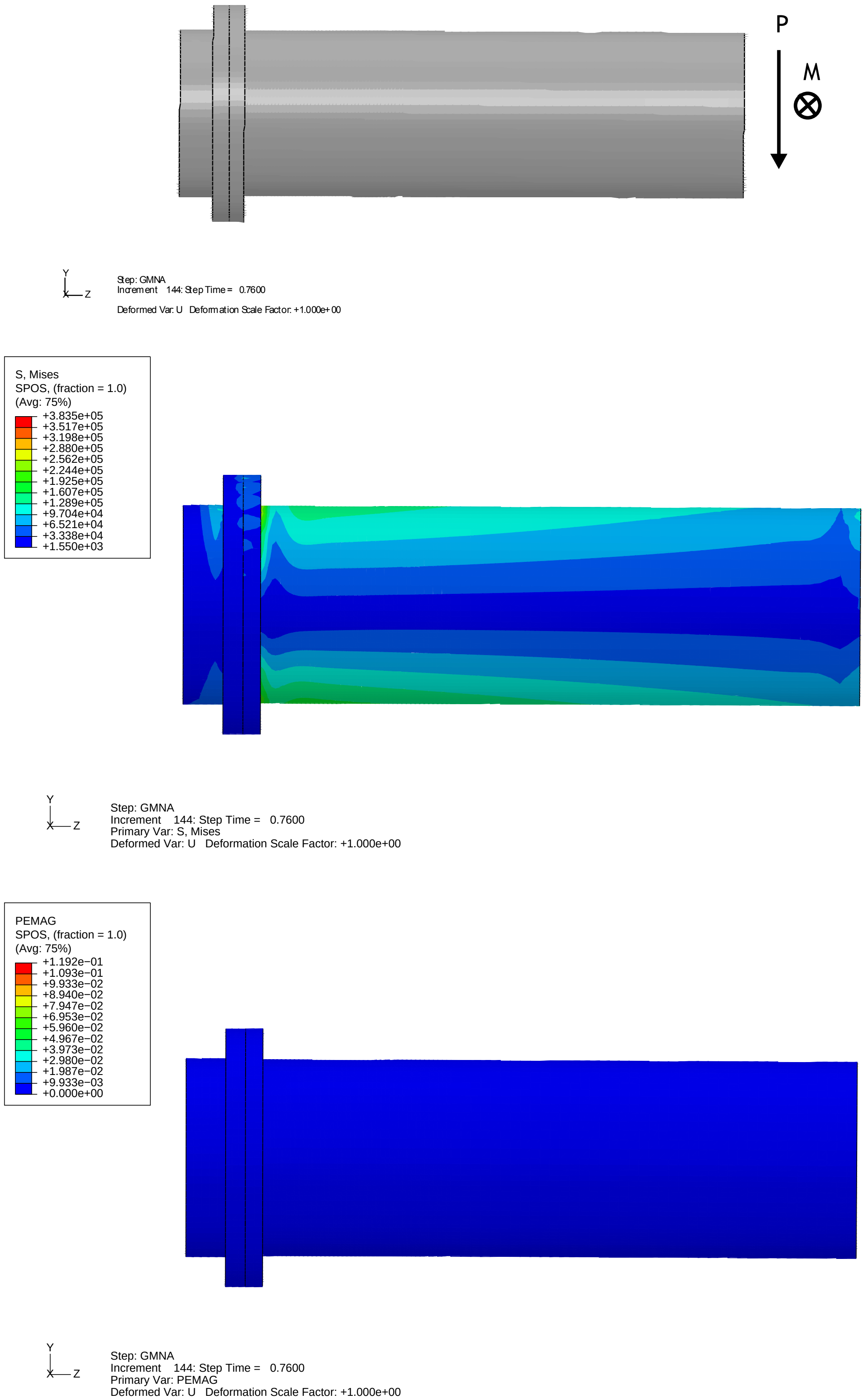


Σχήμα 6.16: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα (LVDT 31)

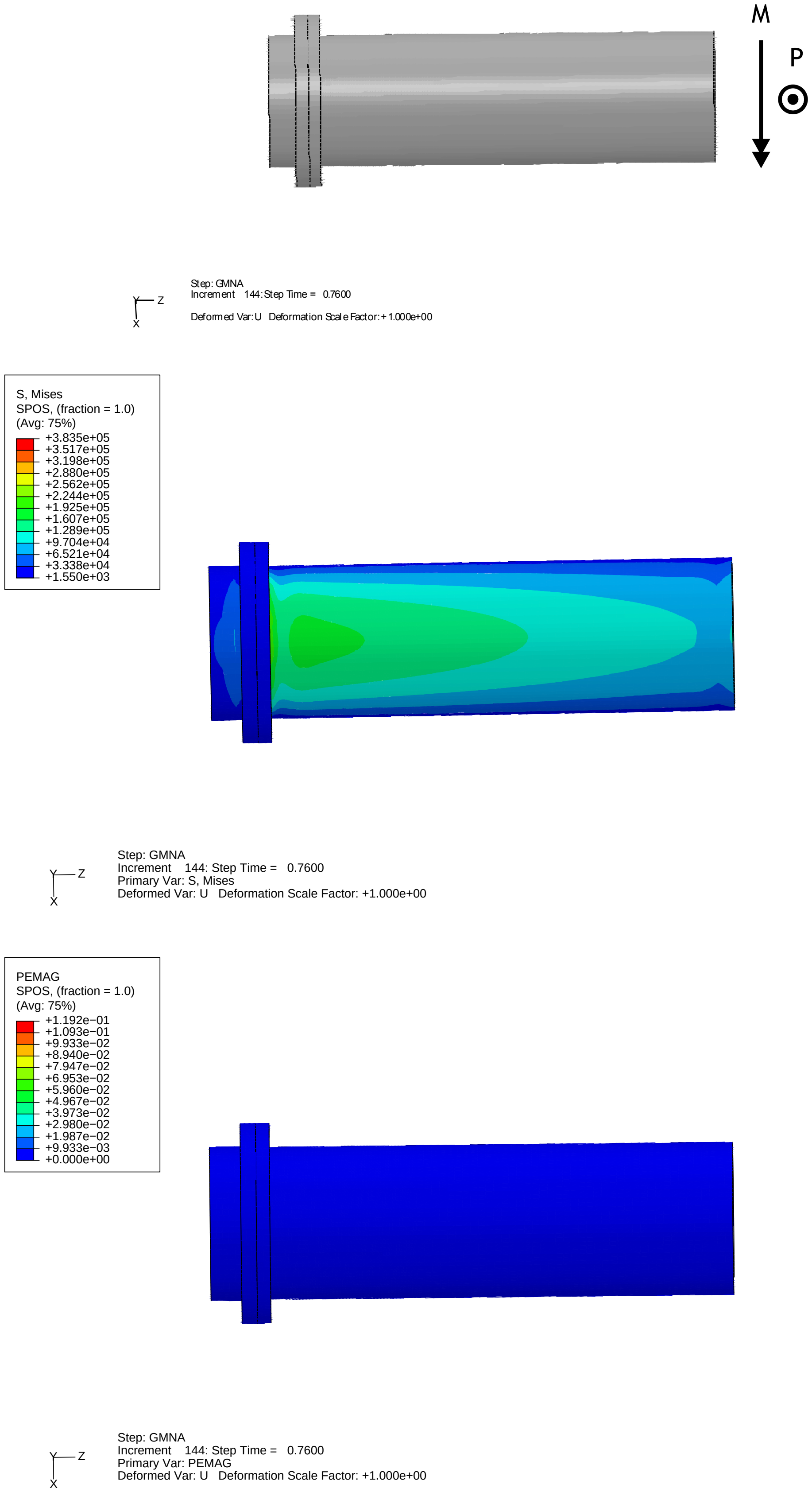
Στο Σχήμα 6.17 δίνεται ο αριθμητικός δρόμος ισορροπίας για την περίπτωση των κελυφών χωρίς άνοιγμα από μια ανάλυση GMNA στην οποία λήφθηκαν υπόψη τα φαινόμενα επαφής όπως και η ευκαμψία της στήριξης. Στο ίδιο σχήμα δίνονται τρία σημεία του δρόμου ισορροπίας τα οποία αντιστοιχούν στο σημείο έναρξης της διαρροής σε κάποιο σημείο της εξωτερικής επιφάνειας του κελύφους 'Block 12' (σημείο Α), σε ένα σημείο λίγο πριν το φορτίο κατάρρευσης (σημείο Β) και στο τελευταίο σημείο του μεταλυγισμικού κλάδου (σημείο Γ). Στα Σχήματα 6.18 – 6.23 δίνονται κάποιες κατανομές της ισοδύναμης τάσης Mises και του μεγέθους της παραμόρφωσης PEMAG που παρατηρείται, σε δυο όψεις του κελύφους για τα τρία χαρακτηριστικά σημεία του δρόμου ισορροπίας Α, Β και Γ. Η τιμή της πλαστικής παραμόρφωσης PEMAG δίνεται από τη σχέση $\sqrt{(2/3)\varepsilon_{pl} : \varepsilon_{pl}} = \sqrt{(2/3)\mathrm{tr}\left(\varepsilon_{pl}^{T} \cdot \varepsilon_{pl}\right)}$, όπου $\boldsymbol{\varepsilon}_{pl}$ είναι ο τανυστής της πλαστικής παραμόρφωσης. Για την περίπτωση της μονοτονικά αυξανόμενης φόρτισης (proportional loading) το μέγεθος PEMAG ισοδυναμεί πρακτικά με την ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση. Στο σημείο Α που αντιστοιχεί στο πρώτο υπολογισμένο βήμα όπου ξεκινά η διαρροή παρατηρείται περιορισμένη πλαστική παραμόρφωση η οποία όμως δεν είναι εμφανής στα αντίστοιχα σχήματα, ενώ εκτεταμένη είναι η πλαστική παραμόρφωση στο σημείο Γ στη θέση εμφάνισης του κυρτώματος.



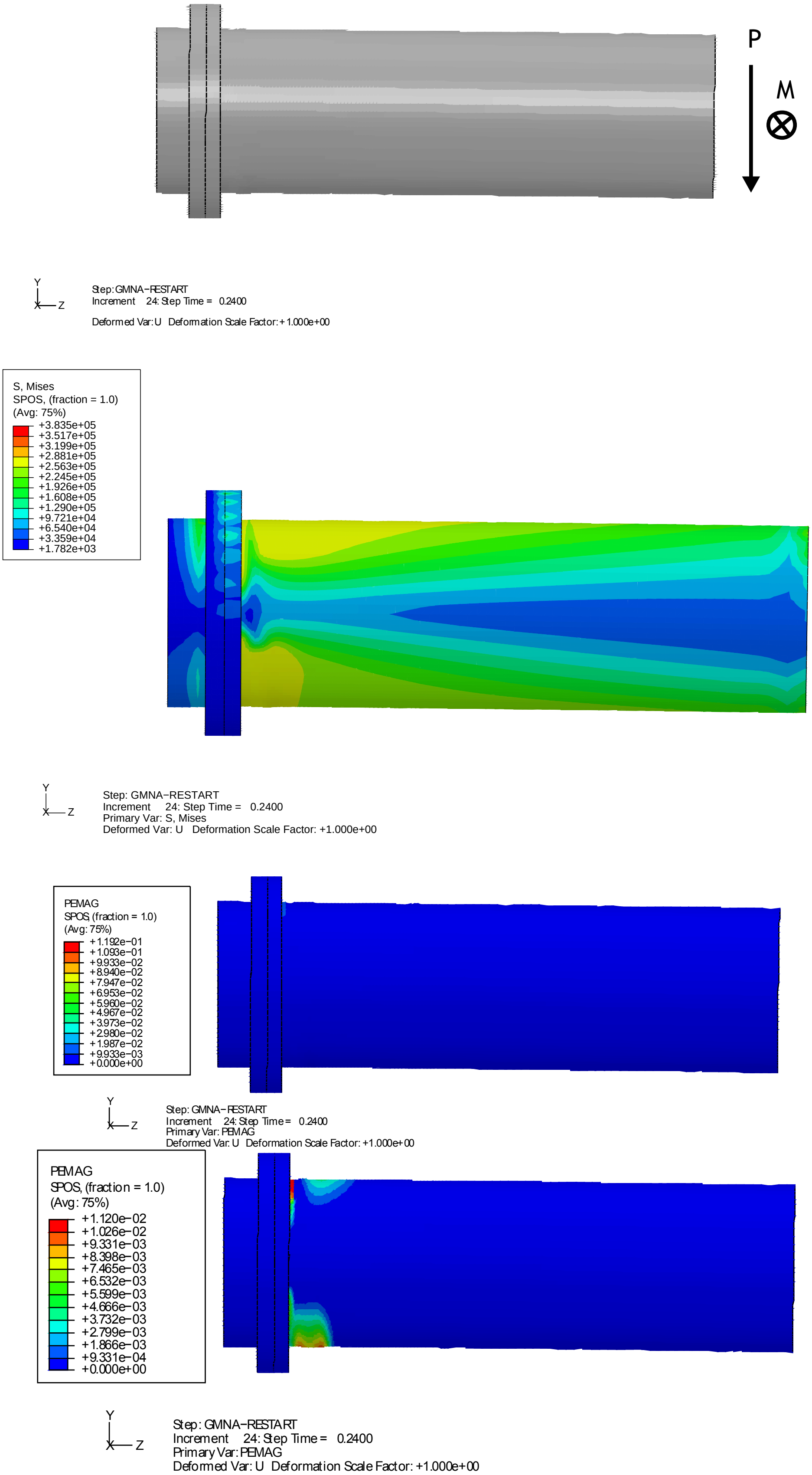
Σχήμα 6.17: Αριθμητικός δρόμος ισορροπίας για τα Block 12 και χαρακτηριστικά σημεία



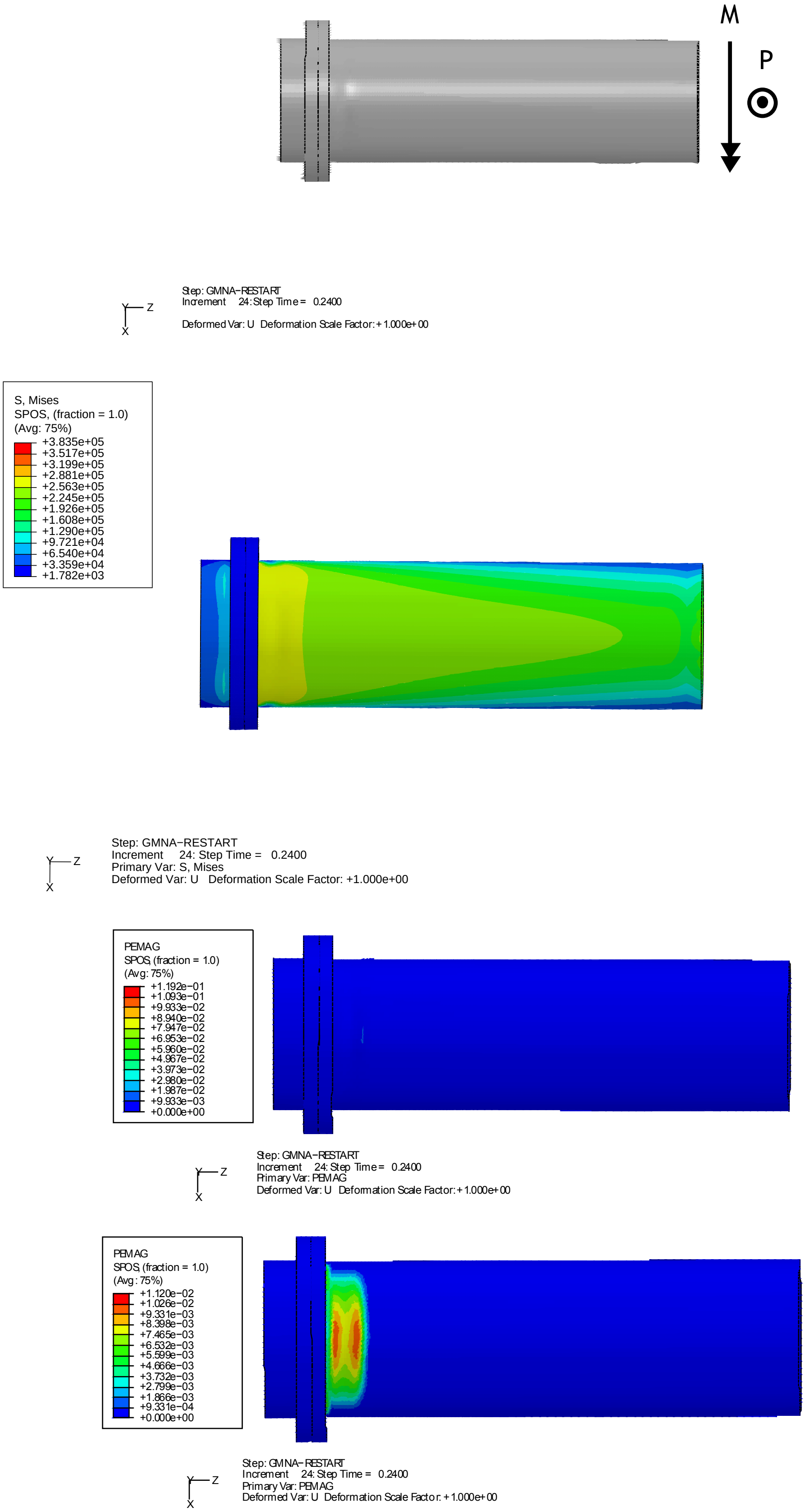
Σχήμα 6.18: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (σημείο Α-αρχική διαρροή στην εξωτερική επιφάνεια, κέλυφος χωρίς άνοιγμα, όψη ΥΖ)



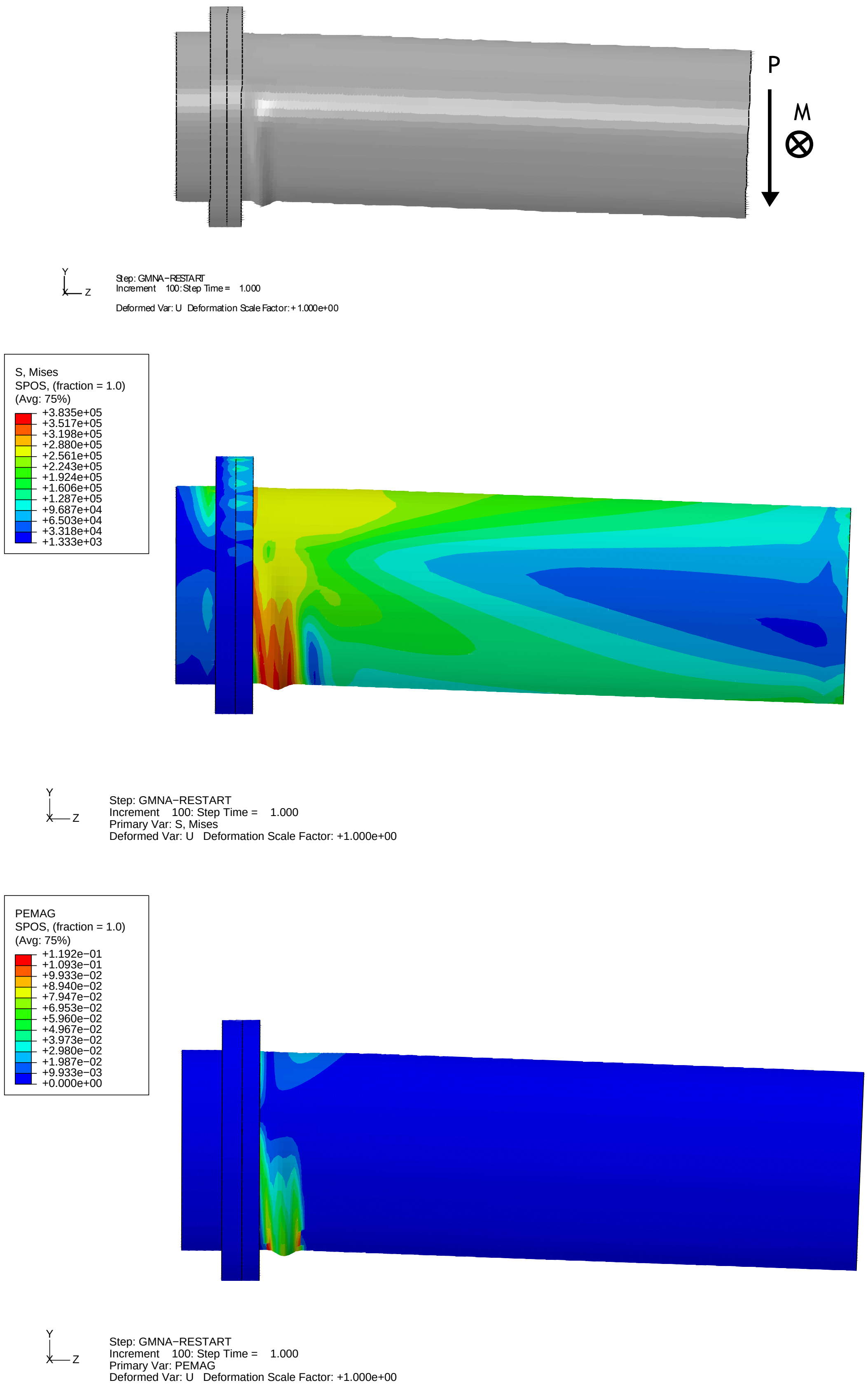
Σχήμα 6.19: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (σημείο Α-αρχική διαρροή στην εξωτερική επιφάνεια, κέλυφος χωρίς άνοιγμα, όψη XZ)



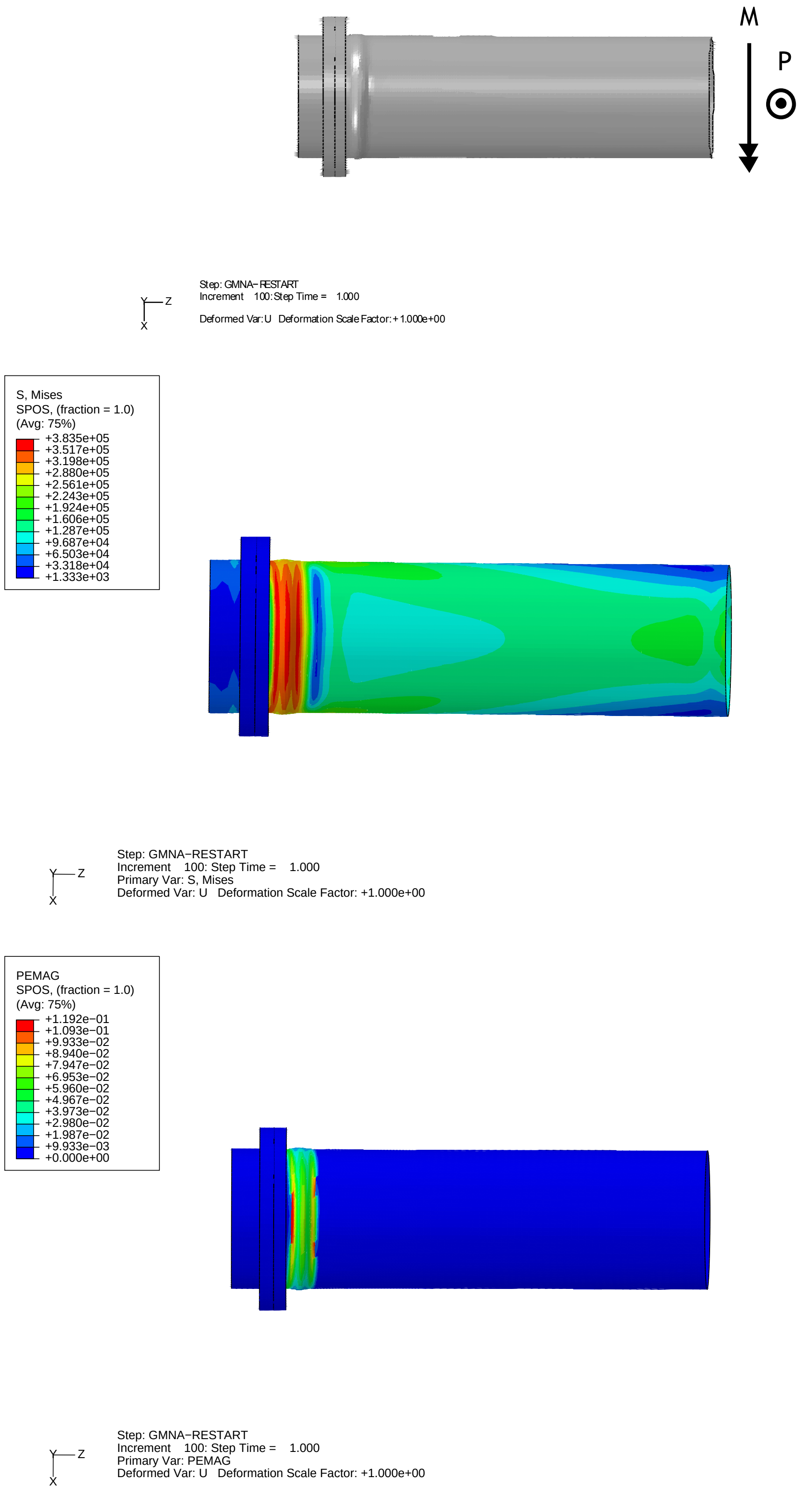
Σχήμα 6.20: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (σημείο Β-σημείο πριν λίγο από το φορτίο κατάρρευσης, κέλυφος χωρίς άνοιγμα, όψη ΥΖ)



Σχήμα 6.21: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (σημείο Β-σημείο πριν λίγο από το φορτίο κατάρρευσης, κέλυφος χωρίς άνοιγμα, όψη XZ)

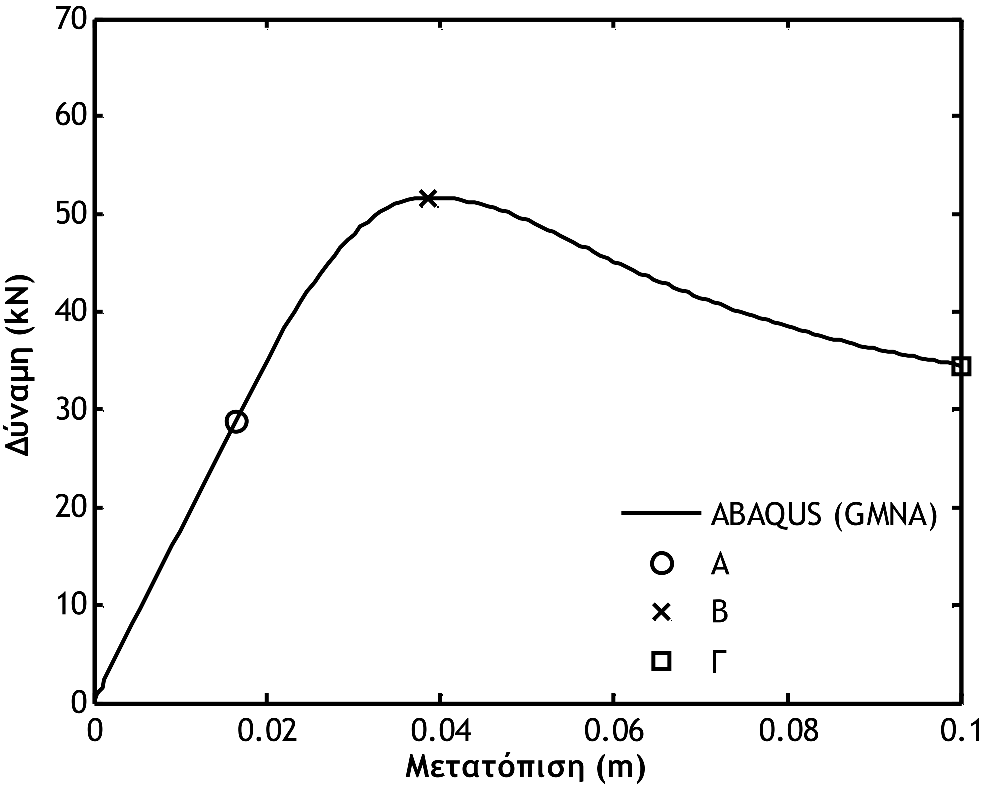


Σχήμα 6.22: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (τελικό σημείο Γ, κέλυφος χωρίς άνοιγμα, όψη YZ)

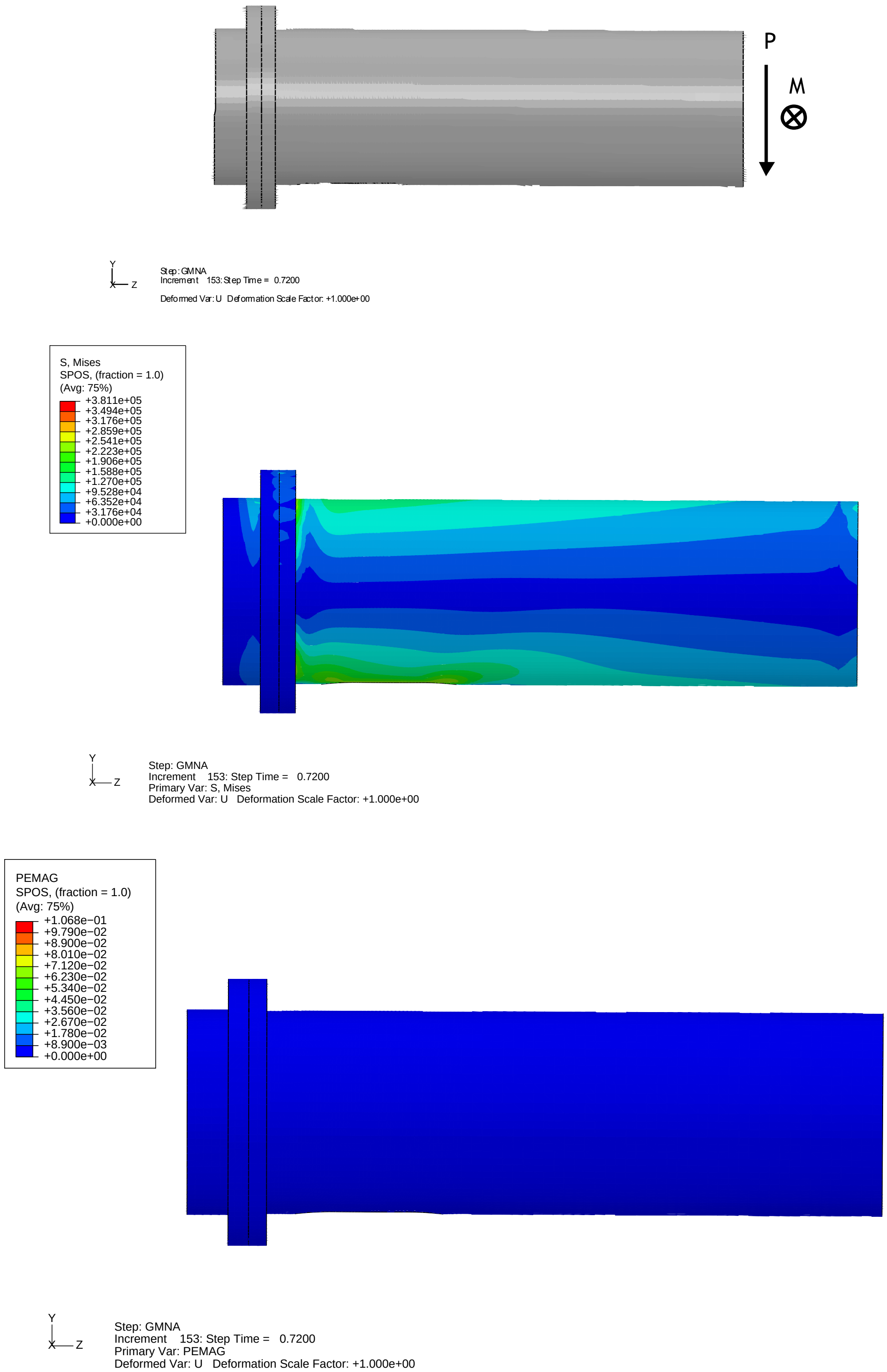


Σχήμα 6.23: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (τελικό σημείο Γ, κέλυφος χωρίς άνοιγμα, όψη XZ)

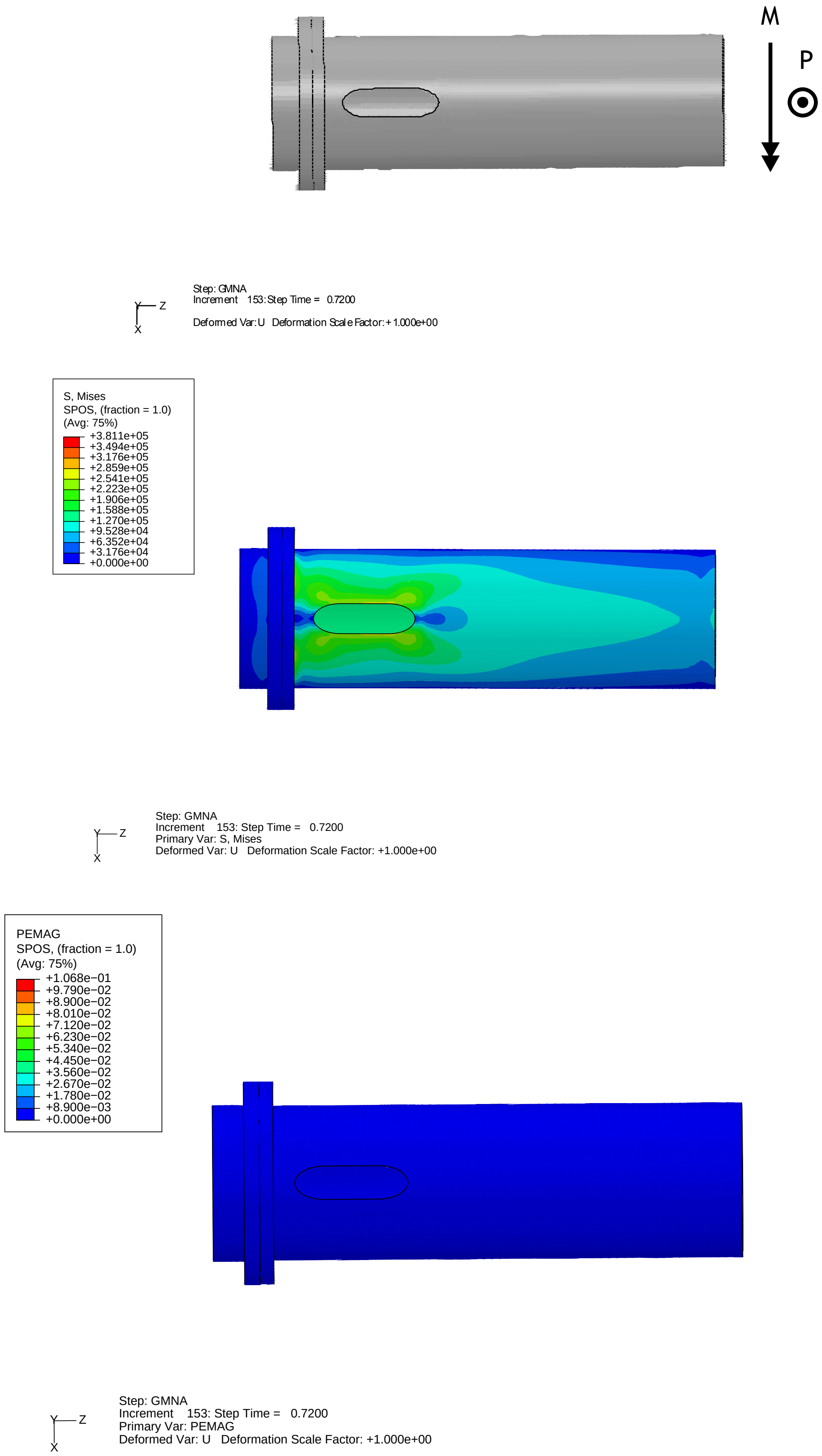
Στο Σχήμα 6.24 δίνεται ο αριθμητικός δρόμος ισορροπίας για την περίπτωση των κελυφών με μη ενισχυμένο άνοιγμα από μια ανάλυση GMNA στην οποία λήφθηκαν υπόψη τα φαινόμενα επαφής όπως και η ευκαμψία της στήριξης. Στο ίδιο σχήμα δίνονται τρία σημεία του δρόμου ισορροπίας τα οποία αντιστοιχούν στο σημείο έναρξης της διαρροής σε κάποιο σημείο της εξωτερικής επιφάνειας του κελύφους ‘Block 14’ (σημείο Α), σε ένα σημείο λίγο πριν το φορτίο κατάρρευσης (σημείο Β) και στο τελευταίο σημείο του μεταλυγισμικού κλάδου (σημείο Γ). Στα Σχήματα 6.25 – 6.30 δίνονται κάποιες κατανομές της ισοδύναμης τάσης Mises και του μεγέθους της πλαστικής παραμόρφωσης PEMAG που παρατηρείται, σε δυο όψεις του κελύφους για τα τρία χαρακτηριστικά σημεία του δρόμου ισορροπίας (Α, Β και Γ). Στο σημείο Α που αντιστοιχεί στο πρώτο υπολογισμένο βήμα όπου ξεκινά η διαρροή παρατηρείται περιορισμένη πλαστική παραμόρφωση η οποία όμως δεν είναι εμφανής στα αντίστοιχα σχήματα, ενώ εκτεταμένη είναι η πλαστική παραμόρφωση στην περιοχή του ανοίγματος λόγω της προχωρημένης κύρτωσης του τοιχώματος του δοκιμίου σε αυτή τη θέση, η οποία αντιστοιχεί στο σημείο Γ του δρόμου ισορροπίας.



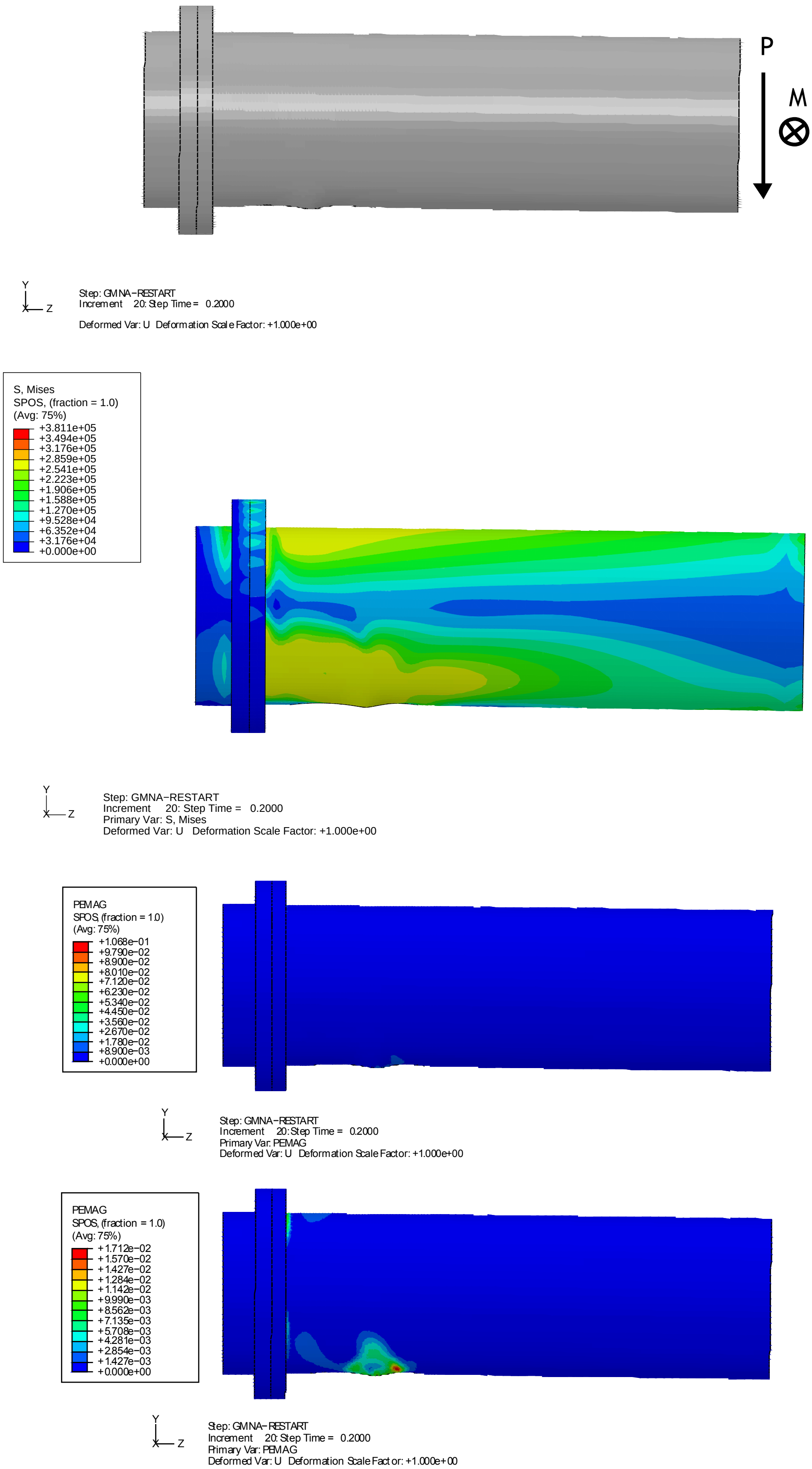
Σχήμα 6.24: Αριθμητικός δρόμος ισορροπίας για τα Block 14 και χαρακτηριστικά σημεία



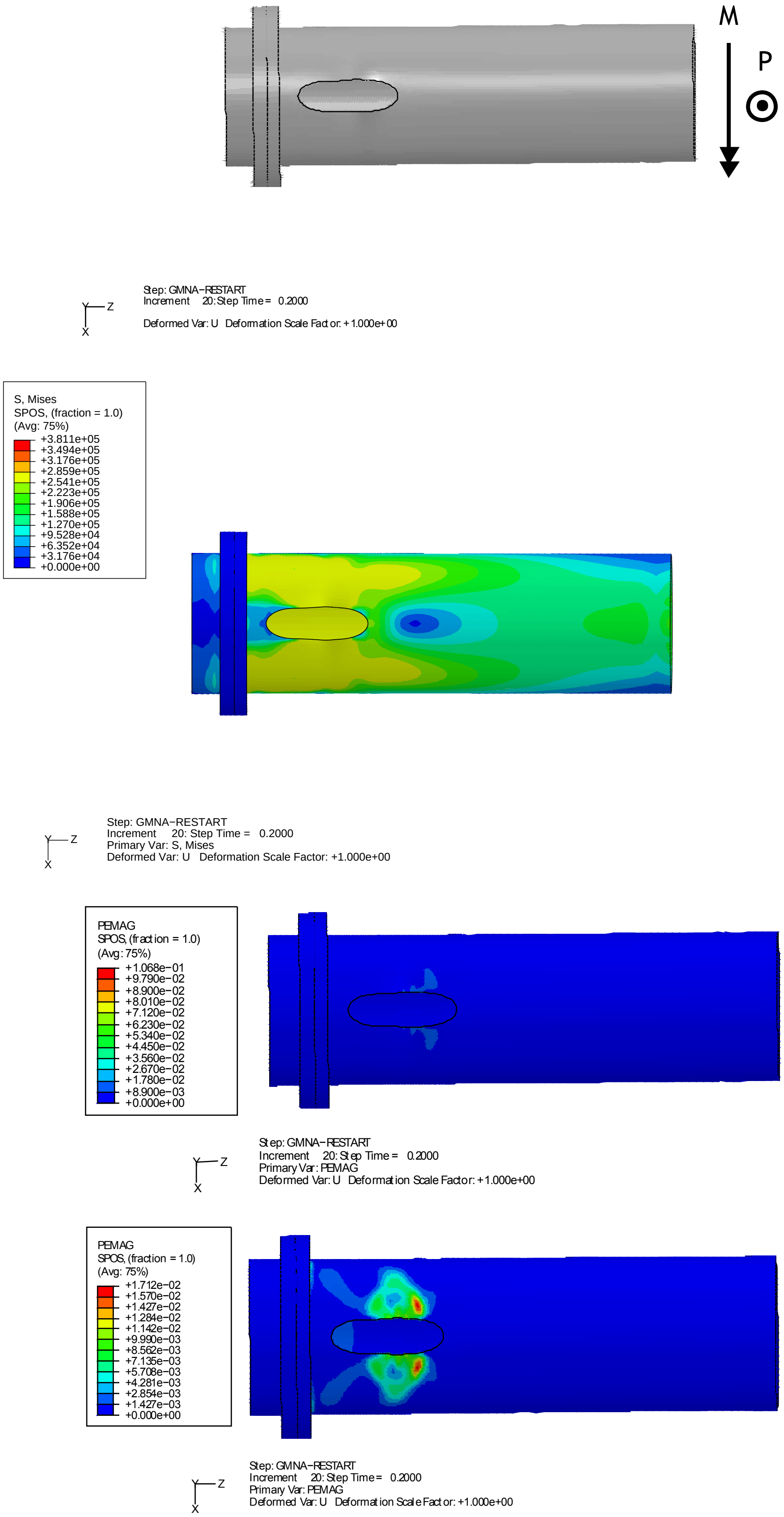
Σχήμα 6.25: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (σημείο Α-αρχική διαρροή στην εξωτερική επιφάνεια, κέλυφος με μη ενισχυμένο άνοιγμα, όψη ΥΖ)



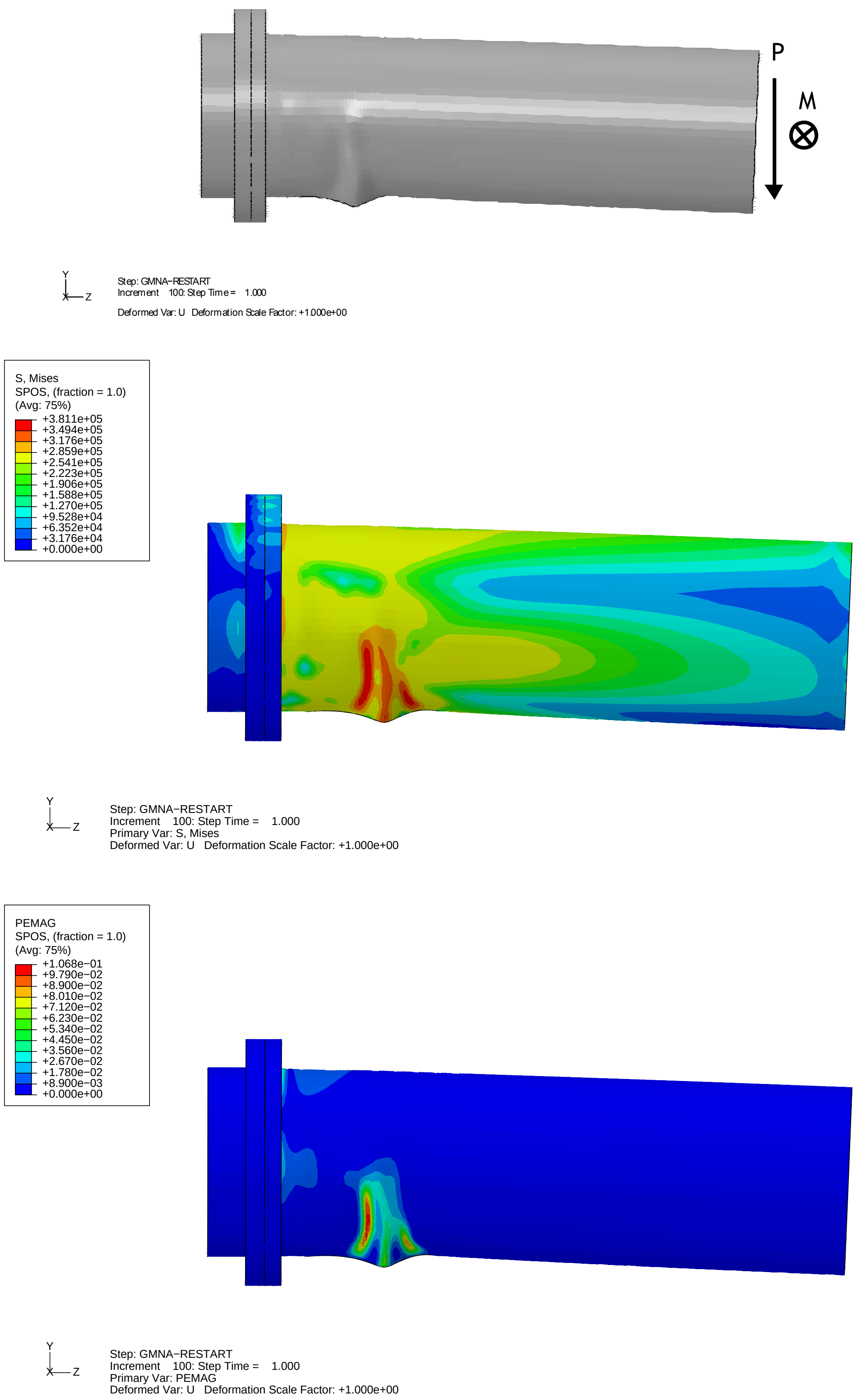
Σχήμα 6.26: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (σημείο Α-αρχική διαρροή στην εξωτερική επιφάνεια, κέλυφος με μη ενισχυμένο άνοιγμα, όψη XZ)



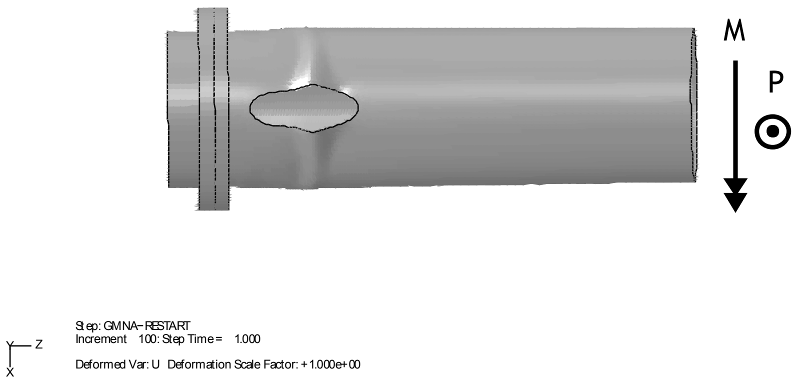
Σχήμα 6.27: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (σημείο Β λίγο πριν από το φορτίο κατάρρευσης, κέλυφος με μη ενισχυμένο άνοιγμα, όψη YZ)

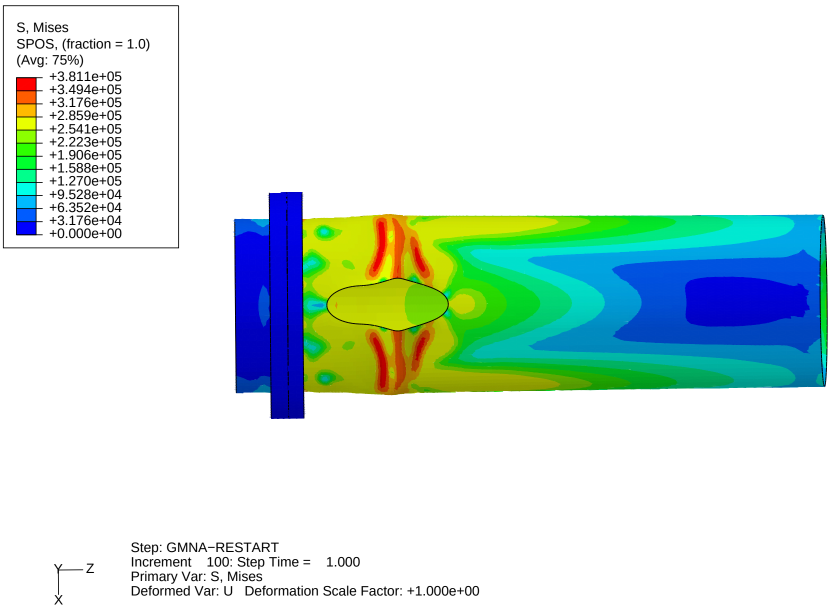


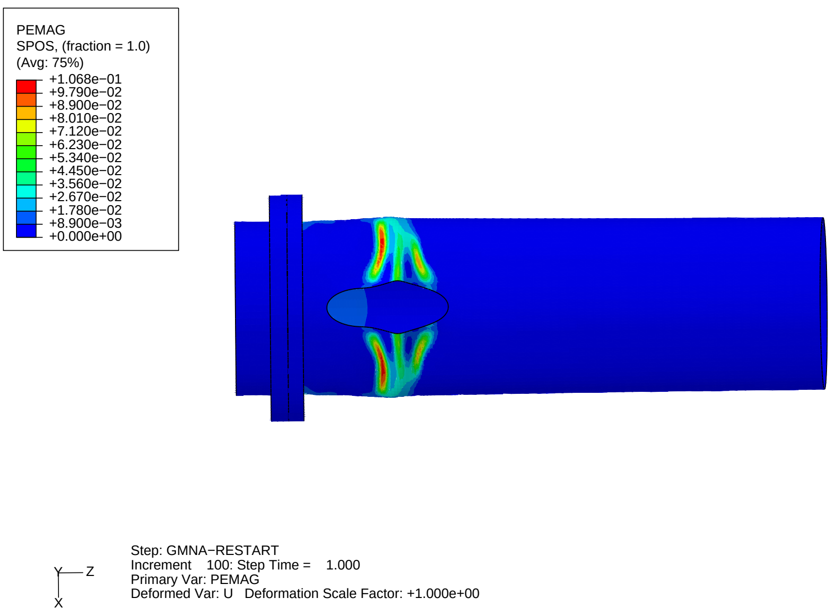
Σχήμα 6.28: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (σημείο Β λίγο πριν από το φορτίο κατάρρευσης, κέλυφος με μη ενισχυμένο άνοιγμα, όψη XZ)



Σχήμα 6.29: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (τελικό σημείο Γ, κέλυφος με μη ενισχυμένο άνοιγμα, όψη YZ)

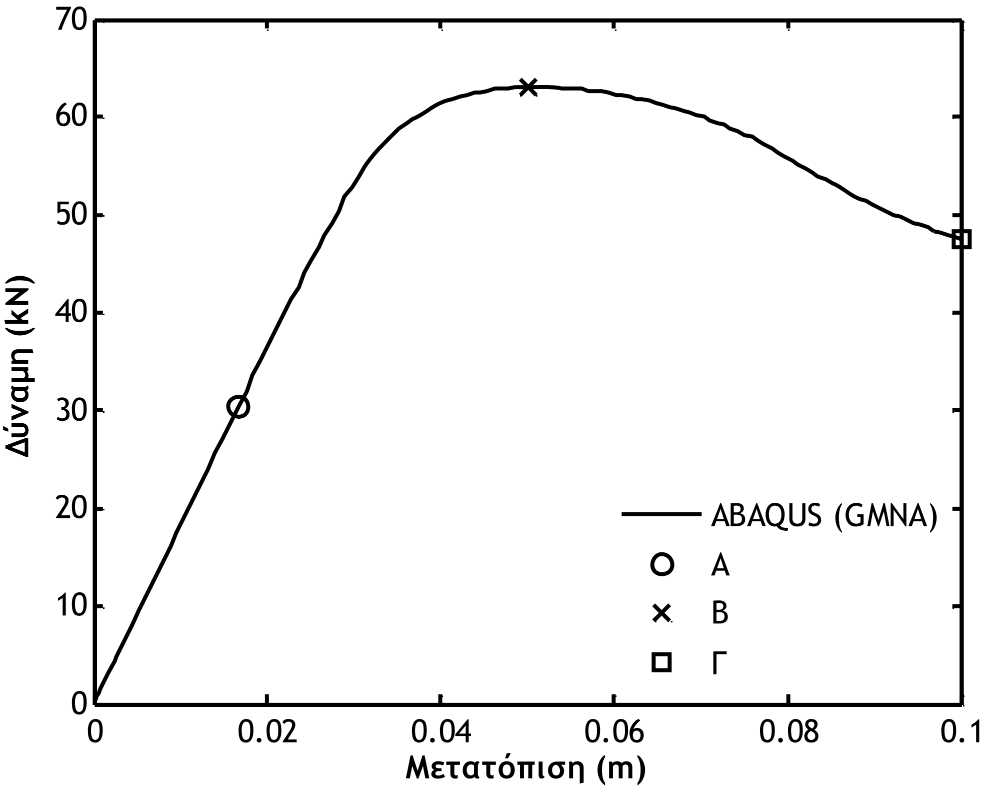




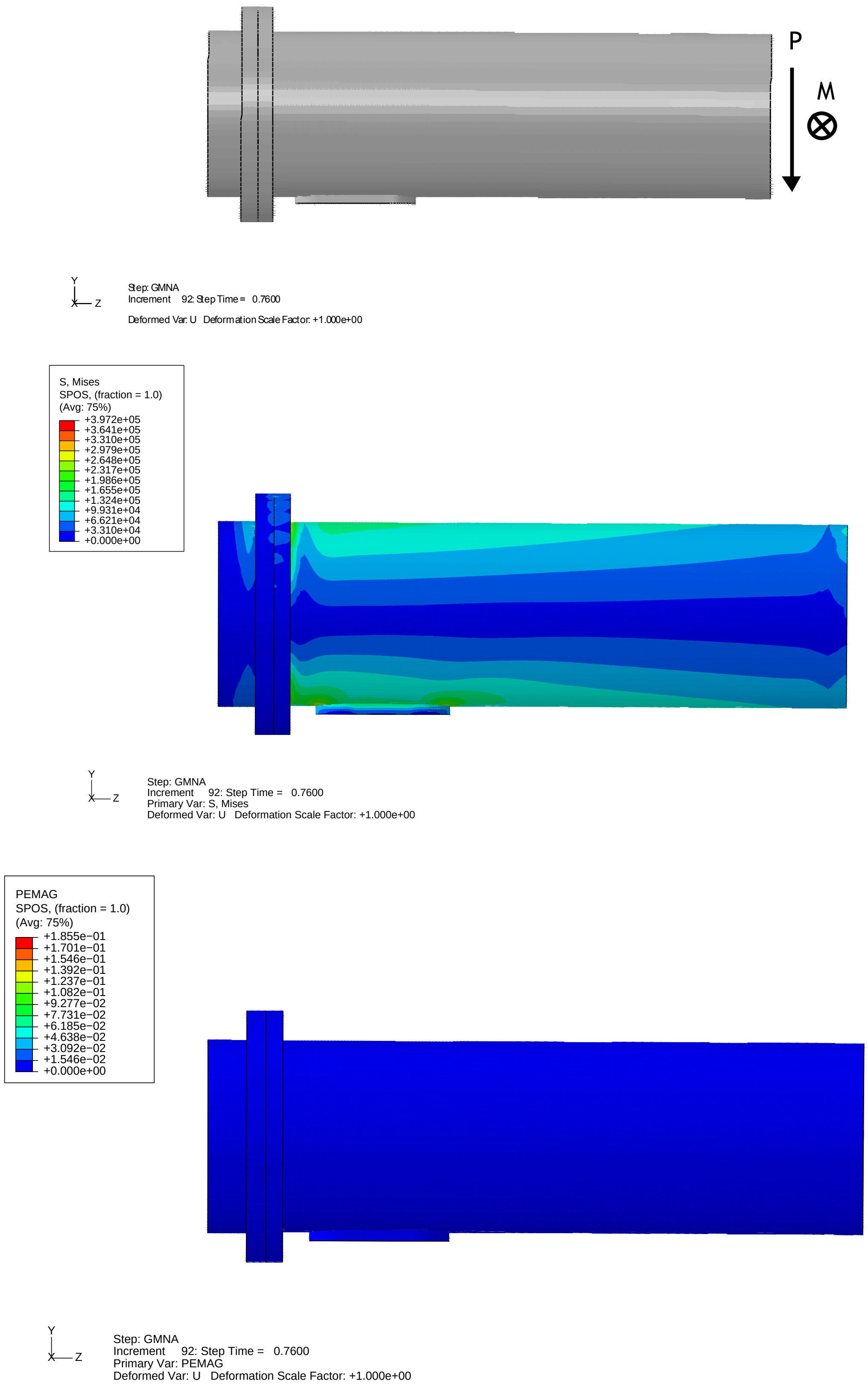


Σχήμα 6.30: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (τελικό σημείο Γ, κέλυφος με μη ενισχυμένο άνοιγμα, όψη XZ)

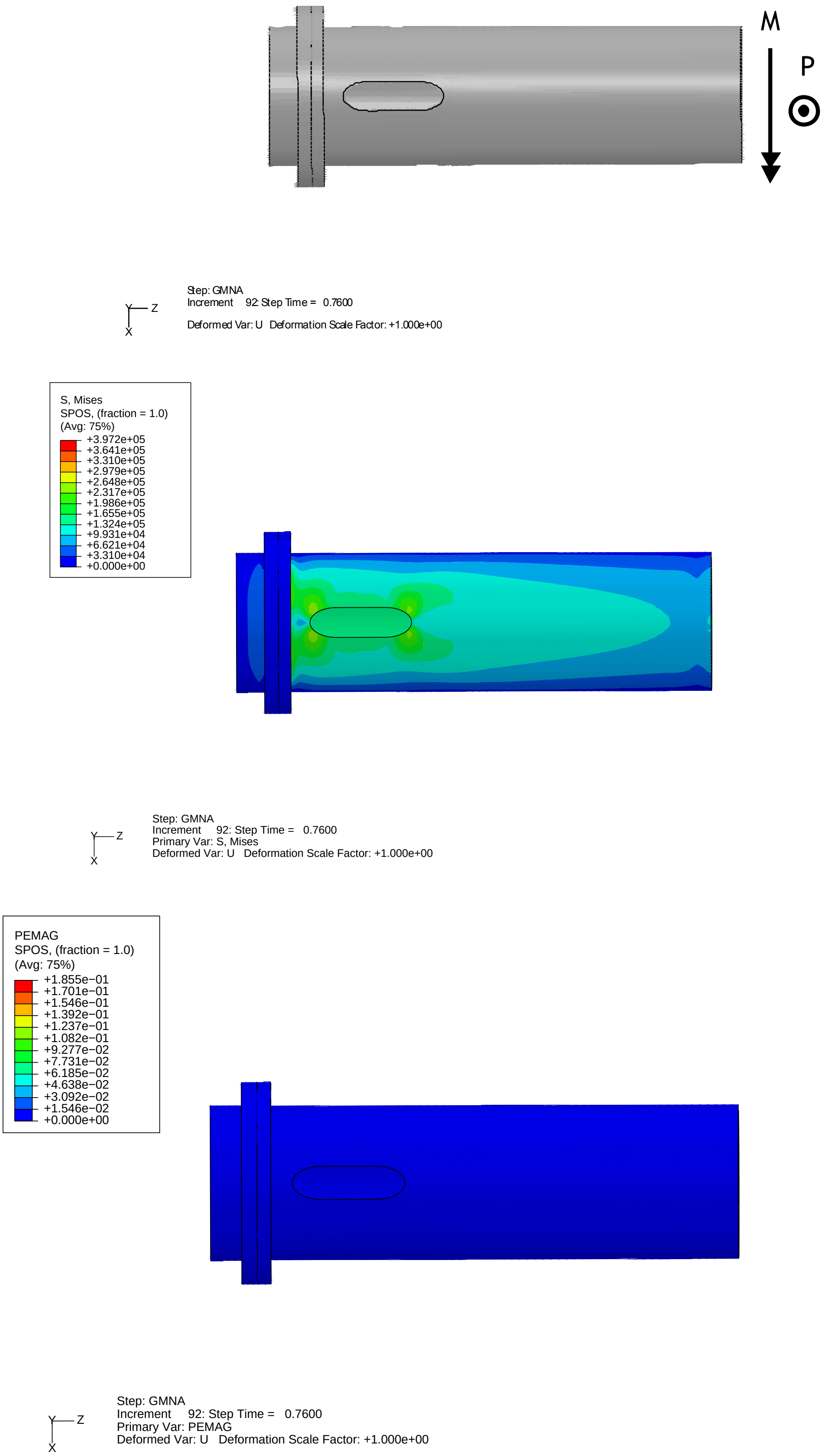
Στο Σχήμα 6.31 δίνεται ο αριθμητικός δρόμος ισορροπίας για την περίπτωση των κελυφών με ενισχυμένο άνοιγμα από μια ανάλυση GMNA στην οποία λήφθηκαν υπόψη τα φαινόμενα επαφής όπως και η ευκαμψία της στήριξης. Στο ίδιο σχήμα δίνονται τρία σημεία του δρόμου ισορροπίας τα οποία αντιστοιχούν στο σημείο έναρξης της διαρροής σε κάποιο σημείο της εξωτερικής επιφάνειας του κελύφους ‘Block 14’ (σημείο Α), σε ένα σημείο λίγο πριν το φορτίο κατάρρευσης (σημείο Β) και στο τελευταίο σημείο του μεταλυγισμικού κλάδου (σημείο Γ). Στα Σχήματα 6.32 – 6.37 δίνονται κάποιες κατανομές της ισοδύναμης τάσης Mises και του μεγέθους της πλαστικής παραμόρφωσης PEMAG που παρατηρείται, σε δυο όψεις του κελύφους για τα τρία χαρακτηριστικά σημεία του δρόμου ισορροπίας (Α, Β και Γ). Στο σημείο Α που αντιστοιχεί στο πρώτο υπολογισμένο βήμα όπου ξεκινά η διαρροή παρατηρείται περιορισμένη πλαστική παραμόρφωση η οποία όμως δεν είναι εμφανής στα αντίστοιχα σχήματα, ενώ εκτεταμένη είναι η πλαστική παραμόρφωση στο σημείο Γ στη κάτω παρειά του ανοίγματος όπου παρατηρείται ο τοπικός λυγισμός του κελύφους.



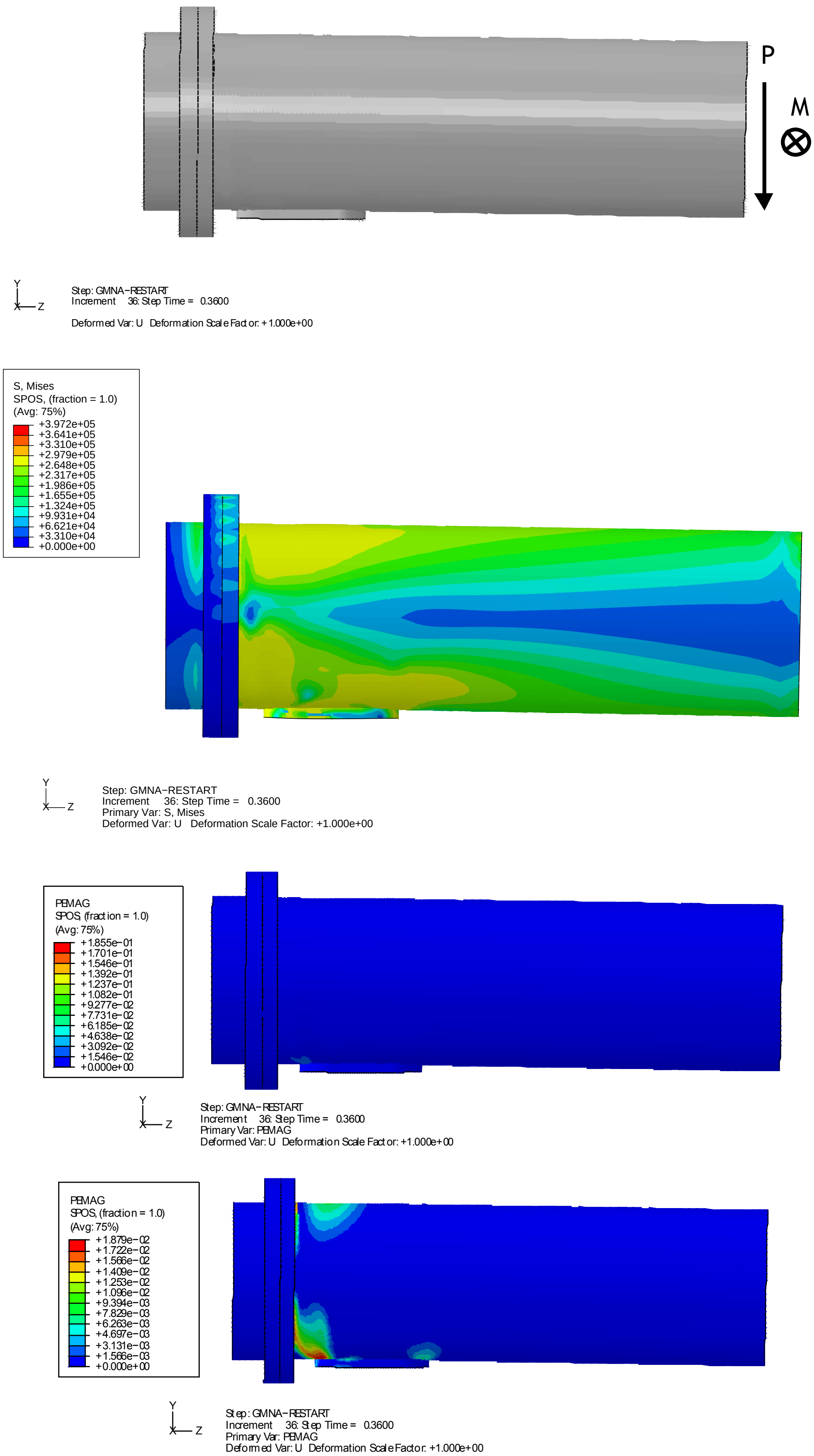
Σχήμα 6.31: Αριθμητικός δρόμος ισορροπίας για τα Block 16 και χαρακτηριστικά σημεία



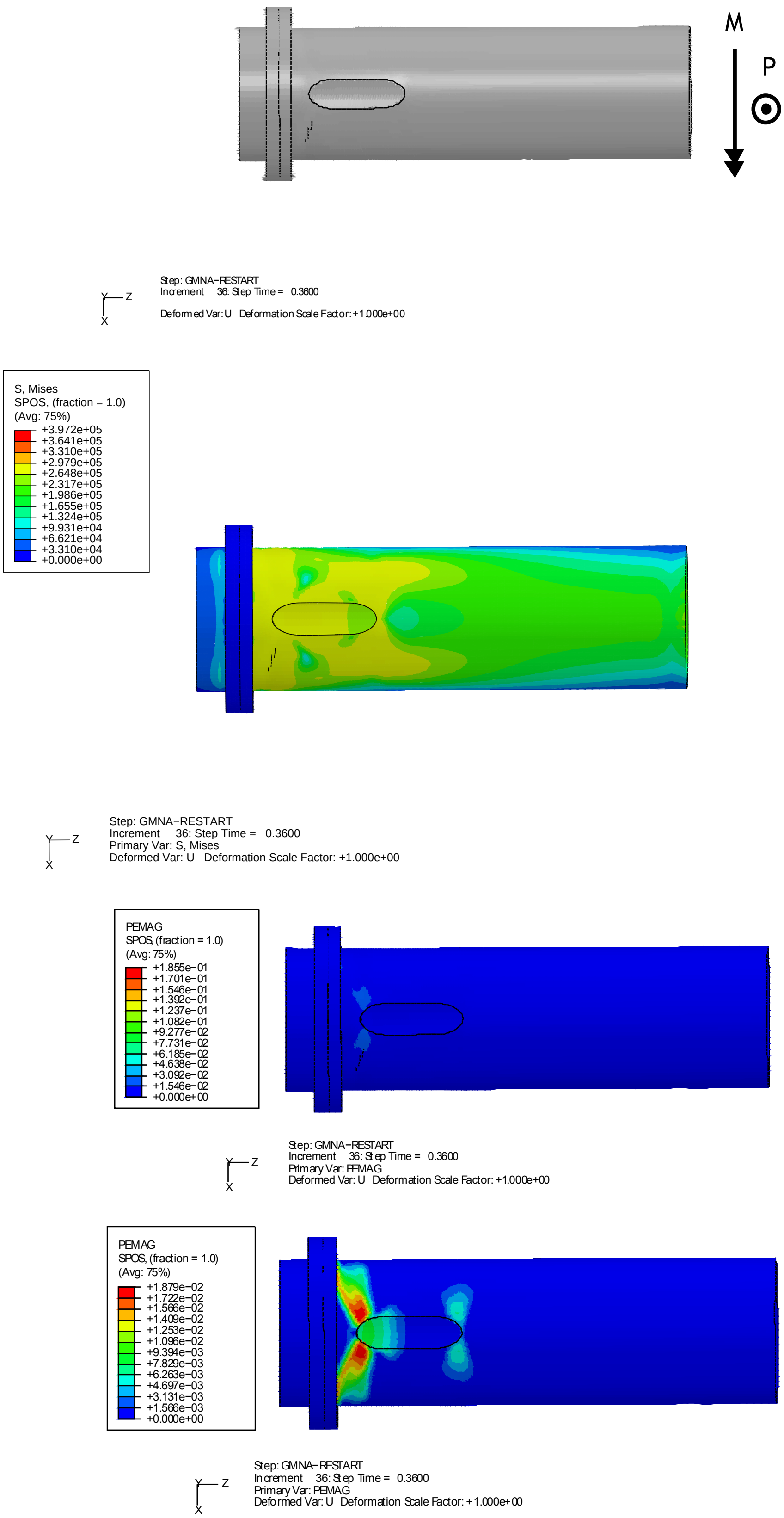
Σχήμα 6.32: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (σημείο Α-αρχική διαρροή στην εξωτερική επιφάνεια, κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα, όψη ΥΖ)



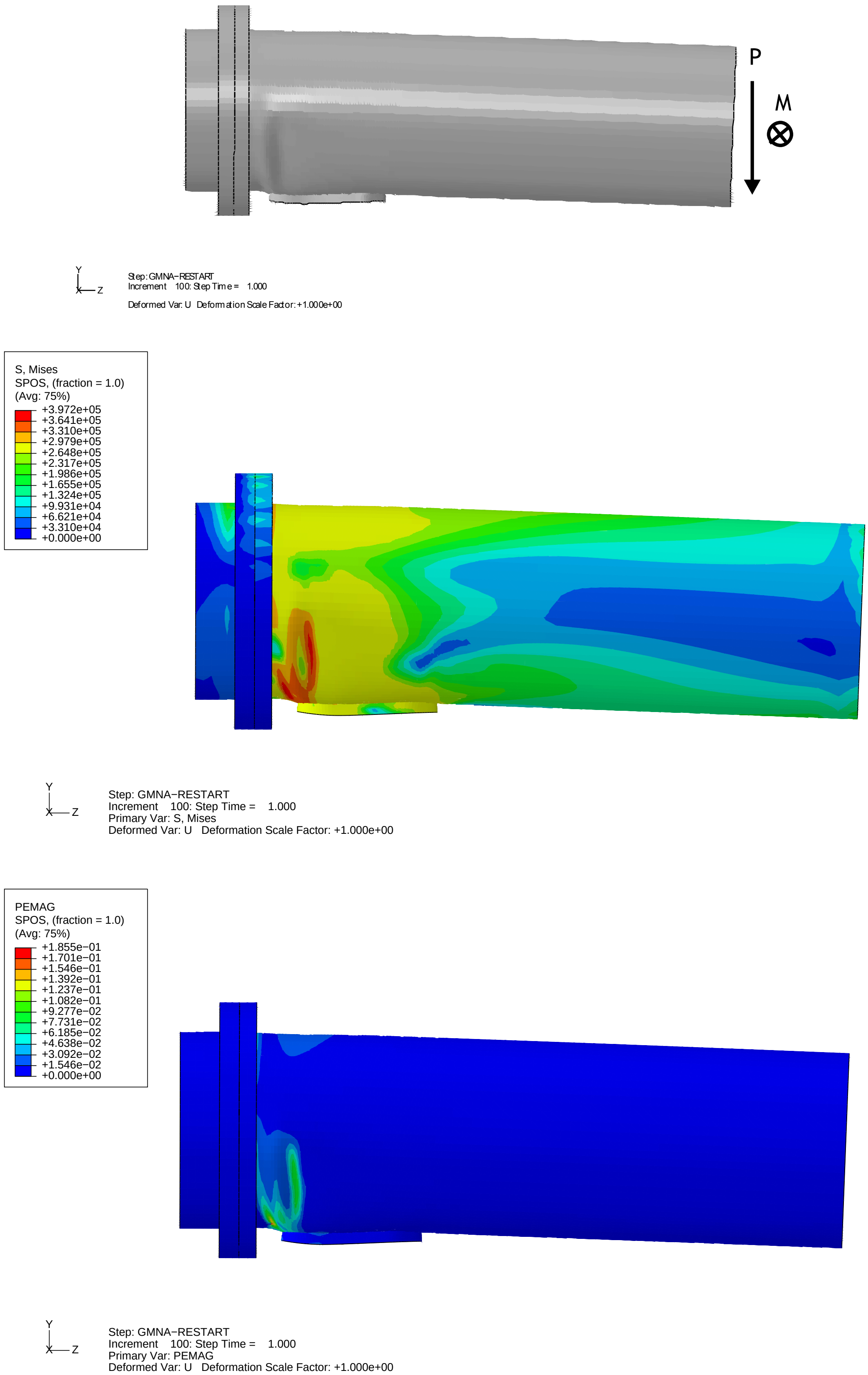
Σχήμα 6.33: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (σημείο Α-αρχική διαρροή στην εξωτερική επιφάνεια, κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα, όψη XZ)



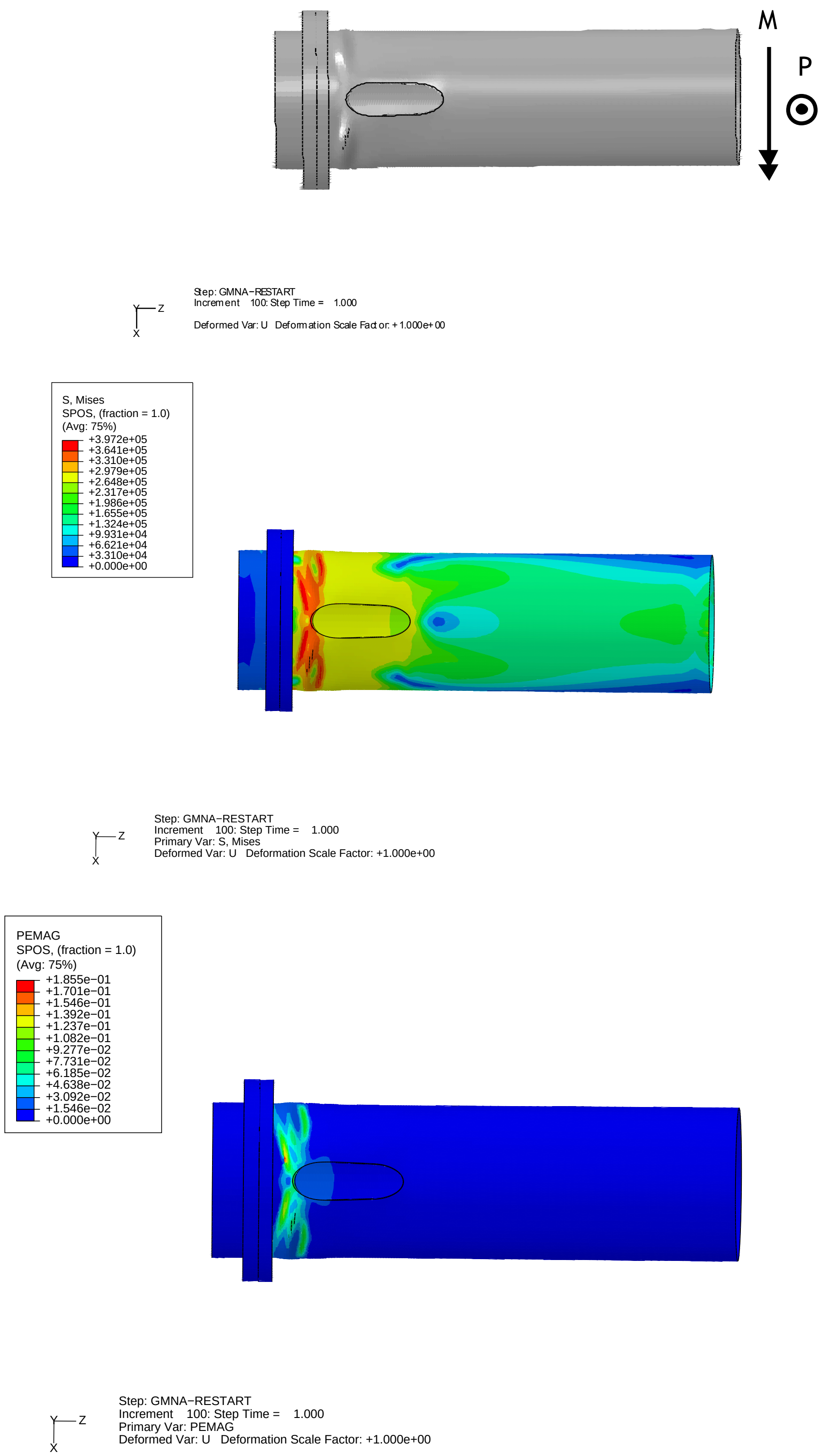
Σχήμα 6.34: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (σημείο B λίγο πριν από το φορτίο κατάρρευσης, κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα, όψη YZ)



Σχήμα 6.35: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (σημείο Β-σημείο πριν λίγο από το φορτίο κατάρρευσης, κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα, όψη ΧΖ)



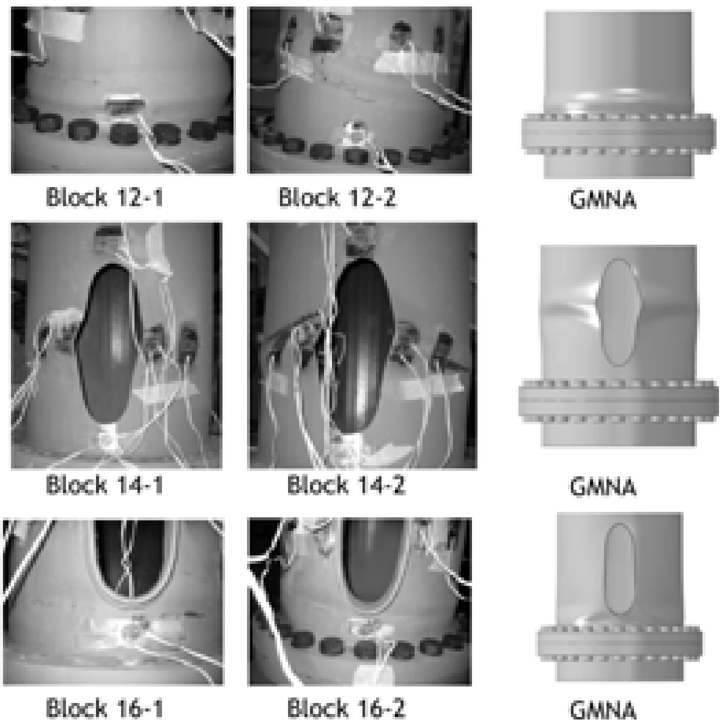
Σχήμα 6.36: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (τελικό σημείο Γ, κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα, όψη YZ)



Σχήμα 6.37: Παραμόρφωση, τάση Mises, μέγεθος πλαστικής παραμόρφωσης (τελικό σημείο Γ, κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα, όψη XZ)

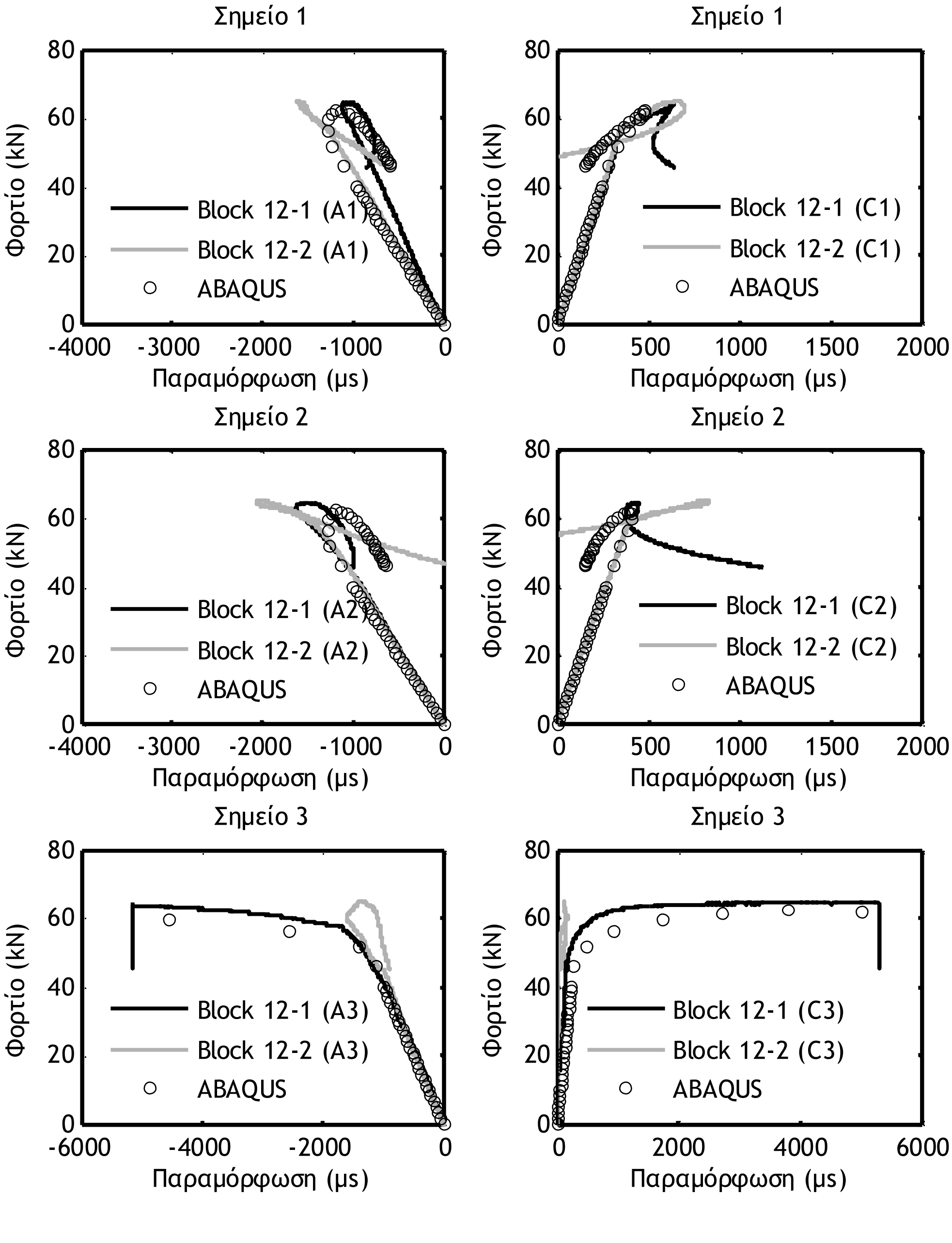
Από τα Σχήματα 6.17, 6.24, 6.31, καθώς επίσης και από τις κατανομές της τάσης Mises και του μεγέθους της πλαστικής παραμόρφωσης, φαίνεται ότι τα φαινόμενα διαρροής εμφανίζονται αρκετά νωρίς πριν από το φορτίο κατάρρευσης πράγμα που δείχνει την μεγάλη επιρροή της διαρροής του υλικού στην απόκριση των κελυφών. Επίσης, φαίνεται ότι αυτά τα φαινόμενα για την περίπτωση κελυφών χωρίς άνοιγμα λαμβάνουν χώρα κοντά στη στήριξη όπου η ένταση είναι μεγαλύτερη ενώ για τα κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα τα φαινόμενα αυτά παρουσιάζονται στο μέσο ύψος του ανοίγματος όπου παρατηρείται και ο τοπικός λυγισμός. Για την περίπτωση των κελυφών με ενισχυμένο άνοιγμα η διαρροή παρουσιάζεται κυρίως κοντά στη στήριξη όπου εμφανίζεται ο τοπικός λυγισμός.

Στο Σχήμα 6.38 δίνονται οι πειραματικές και αριθμητικές μορφές παραμόρφωσης μετά την αστοχία. Μια βασική διαπίστωση είναι ότι οι πειραματικές μορφές παραμόρφωσης μετά την αστοχία ενδέχεται να διαφέρουν σημαντικά η μια από την άλλη όπως συμβαίνει στην περίπτωση των κελυφών χωρίς άνοιγμα (block 12). Αυτή η διαφοροποίηση μπορεί να αποδοθεί στις διαφορετικές αρχικές ατέλειες οι οποίες χαρακτηρίζουν κάθε δοκίμιο. Είναι επίσης σημαντικό να επισημανθεί ότι παρόλο που η μορφή παραμόρφωσης ενδέχεται να είναι διαφορετική, το φορτίο κατάρρευσής τους παραμένει στα ίδια επίπεδα.

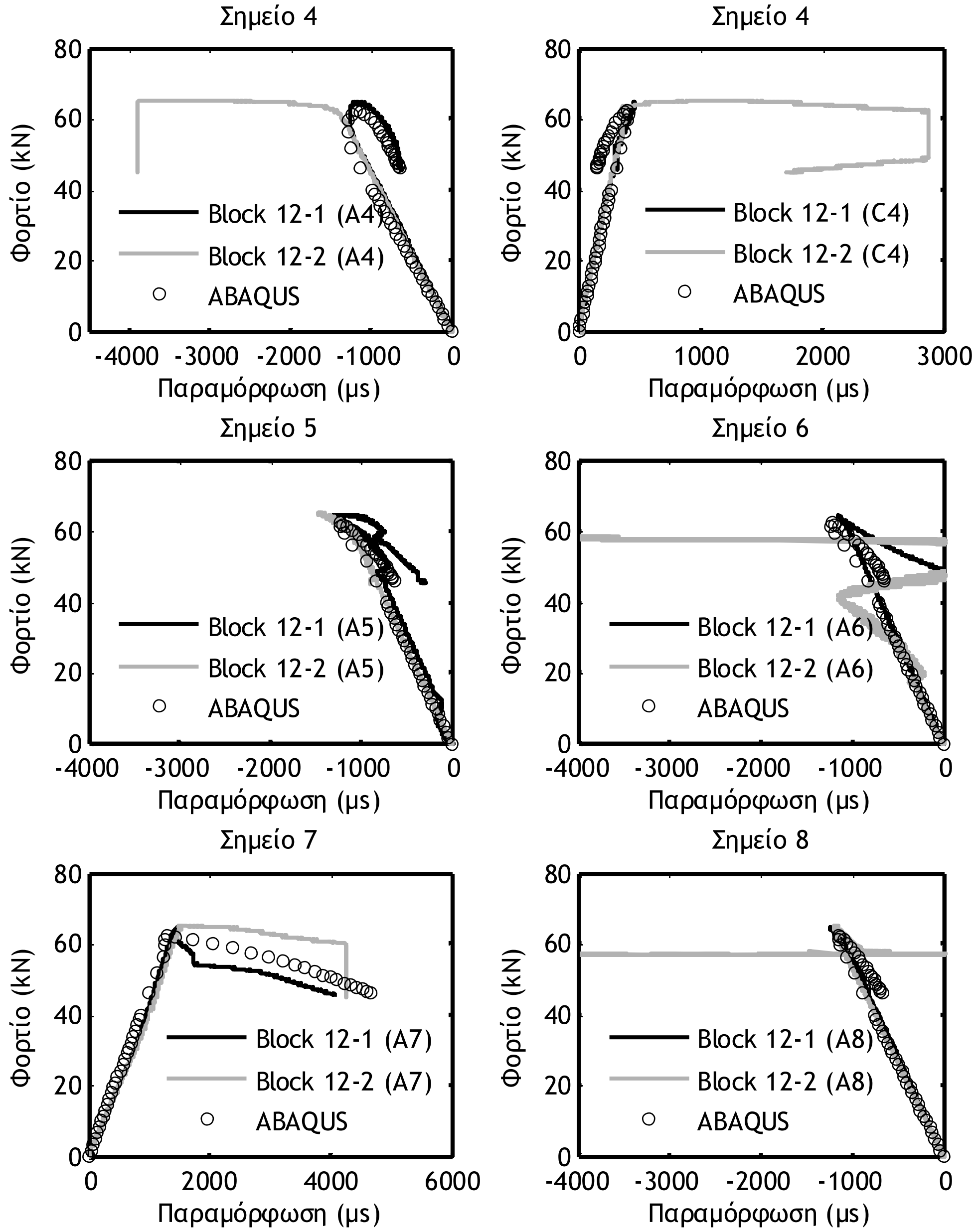


Σχήμα 6.38: Πειραματικές και αριθμητικές μορφές παραμόρφωσης μετά την αστοχία

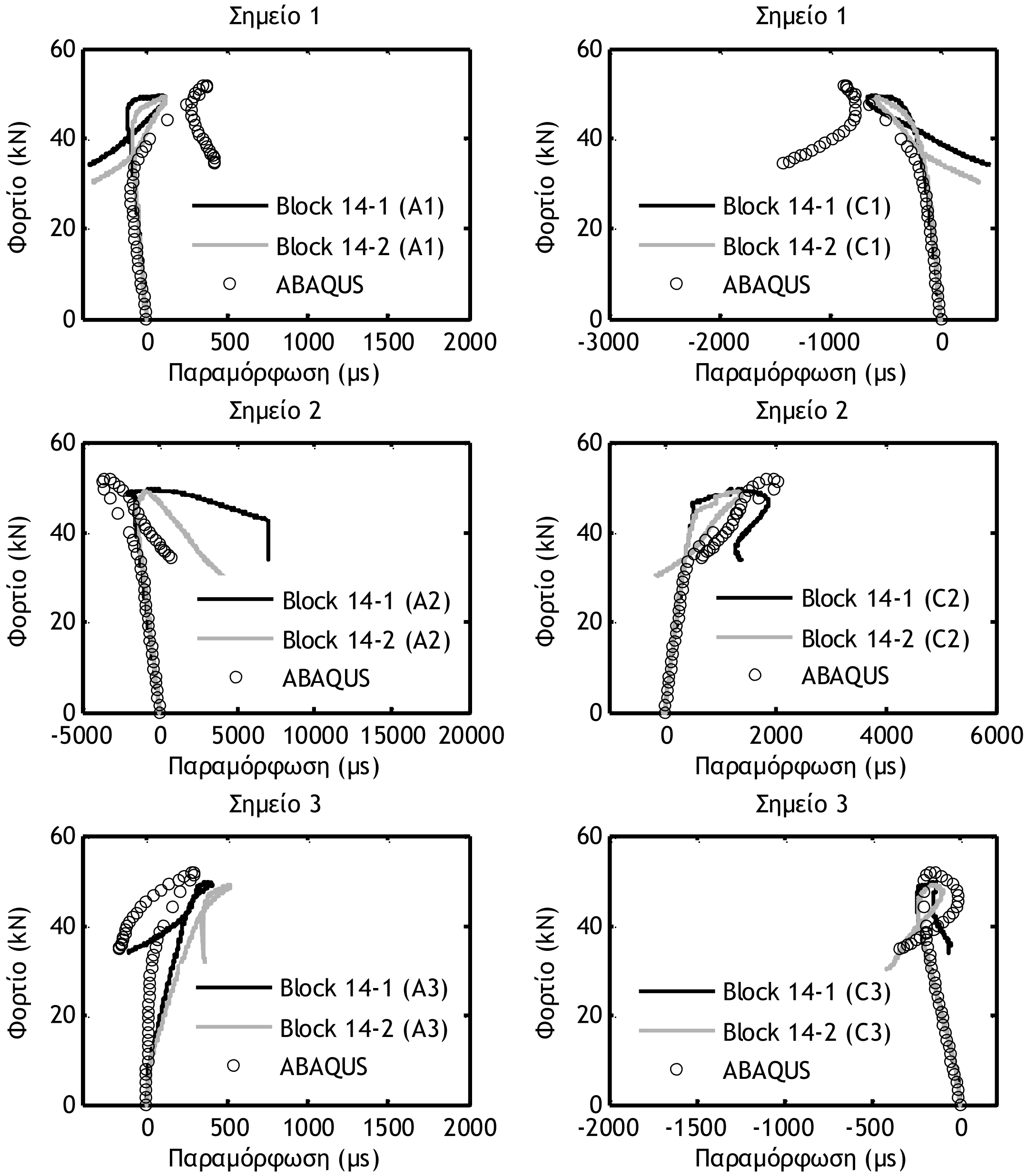
Από το Σχήμα 6.39 μέχρι το Σχήμα 6.45 δίνονται οι μετρούμενες παραμορφώσεις όλων των δοκιμίων. Λόγω του γεγονότος ότι τα δοκίμια είναι αρκούντως λεπτά ώστε να παρατηρούνται κυρτώματα στην μεταλυγισμική περιοχή, η ταύτιση πειραματικών μετρήσεων και αριθμητικών αποτελεσμάτων σε αυτή την περιοχή δεν είναι σε γενικές γραμμές ικανοποιητική. Παρόλα αυτά, στην πλειοψηφία των περιπτώσεων οι προλυγισμικές παραμορφώσεις οι οποίες υπολογίζονταν αριθμητικά είναι σε πολύ καλή συμφωνία με τις πειραματικές μετρήσεις.



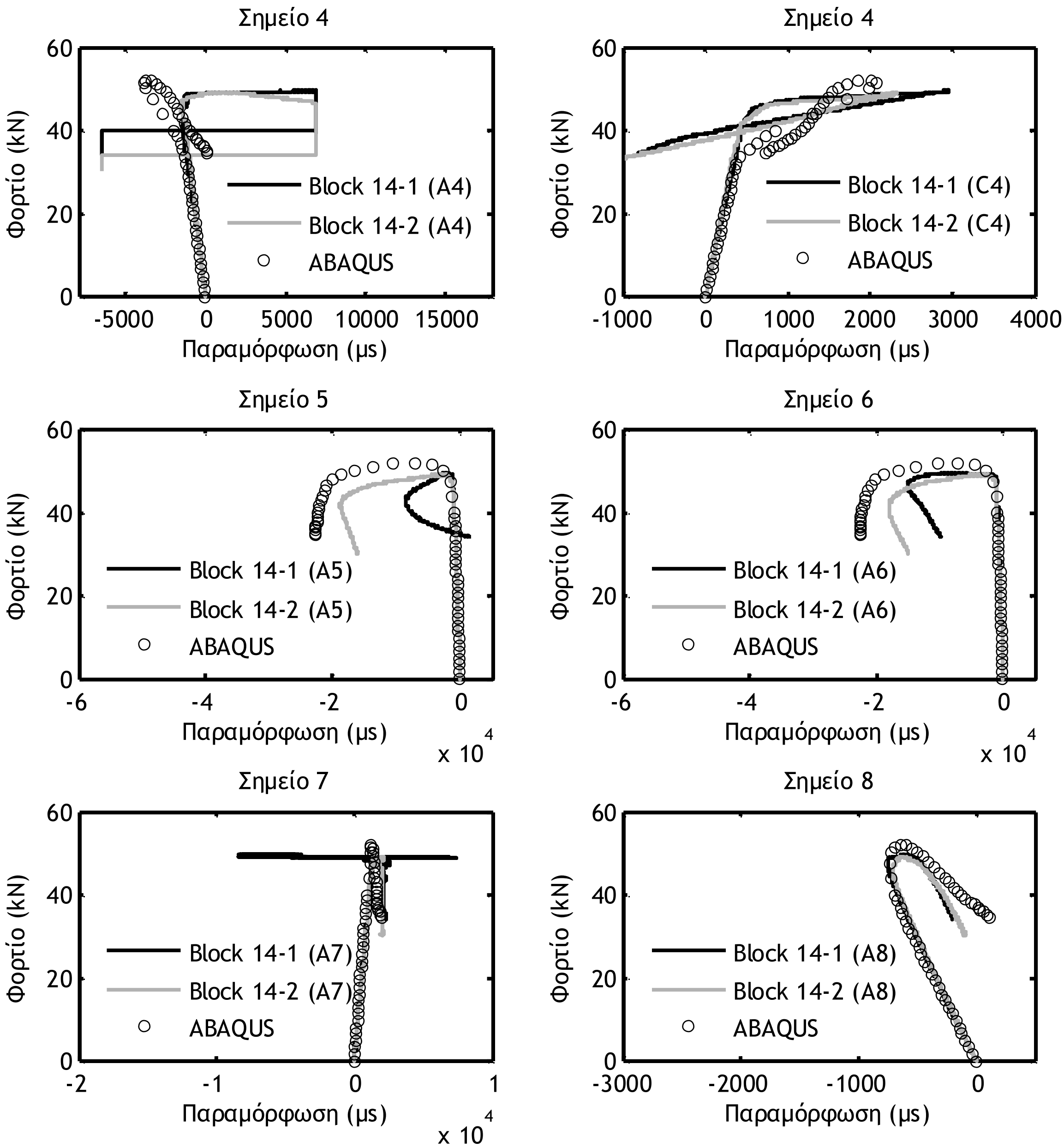
Σχήμα 6.39: Εξέλιξη παραμόρφωσης για κέλυφος χωρίς άνοιγμα (σημεία 1, 2, 3, A=αξονική παραμόρωση, C=περιφερειακή παραμόρφωση, βλ. Σχήμα 5.28 για τις θέσεις των σημείων)



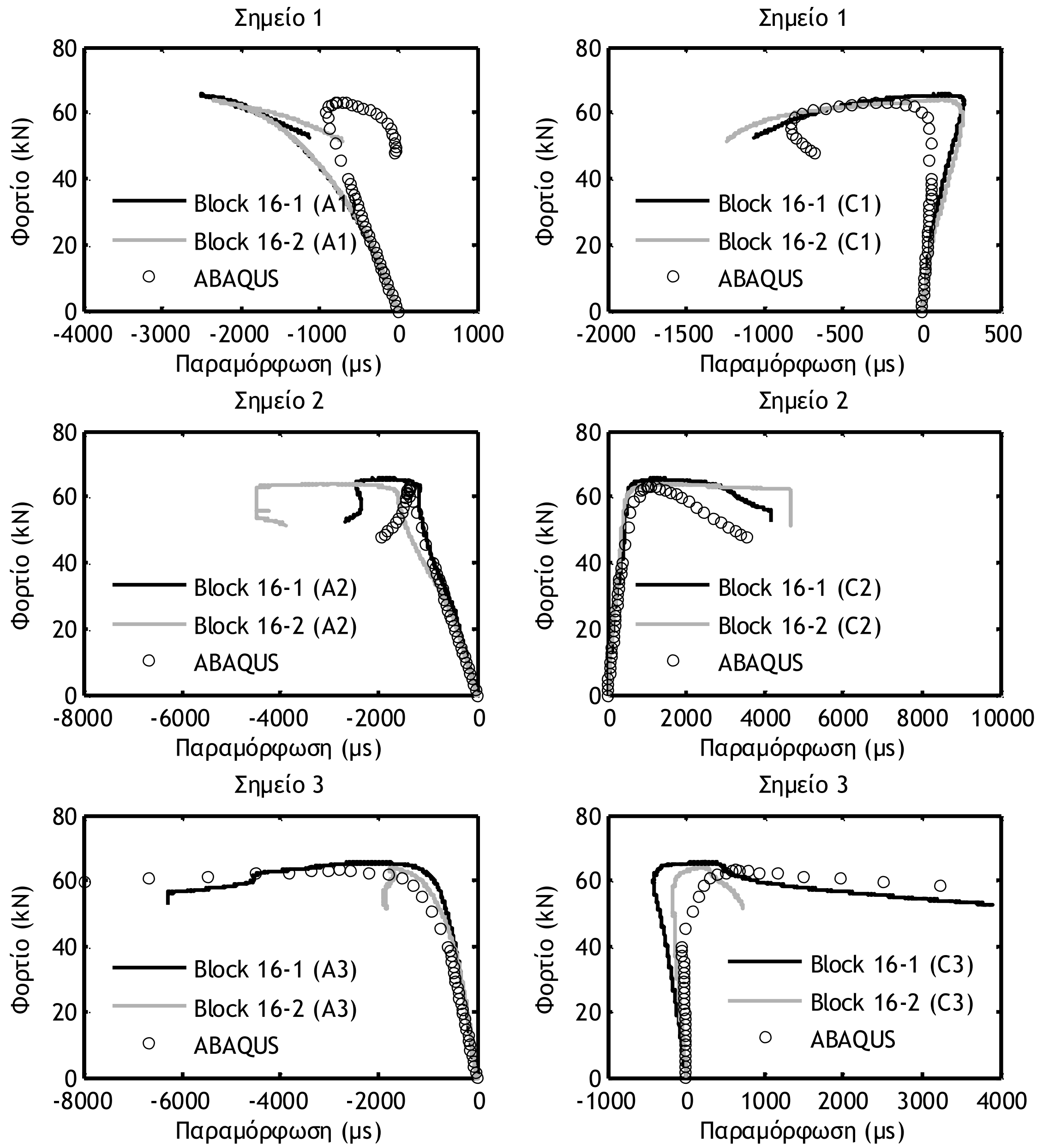
Σχήμα 6.40: Εξέλιξη παραμόρφωσης για κέλυφος χωρίς άνοιγμα (σημεία 4, 5, 6, 7, 8, A=αξονική παραμόρφωση, C=περιφερειακή παραμόρφωση, βλ. Σχήμα 5.28 για τις θέσεις των σημείων)



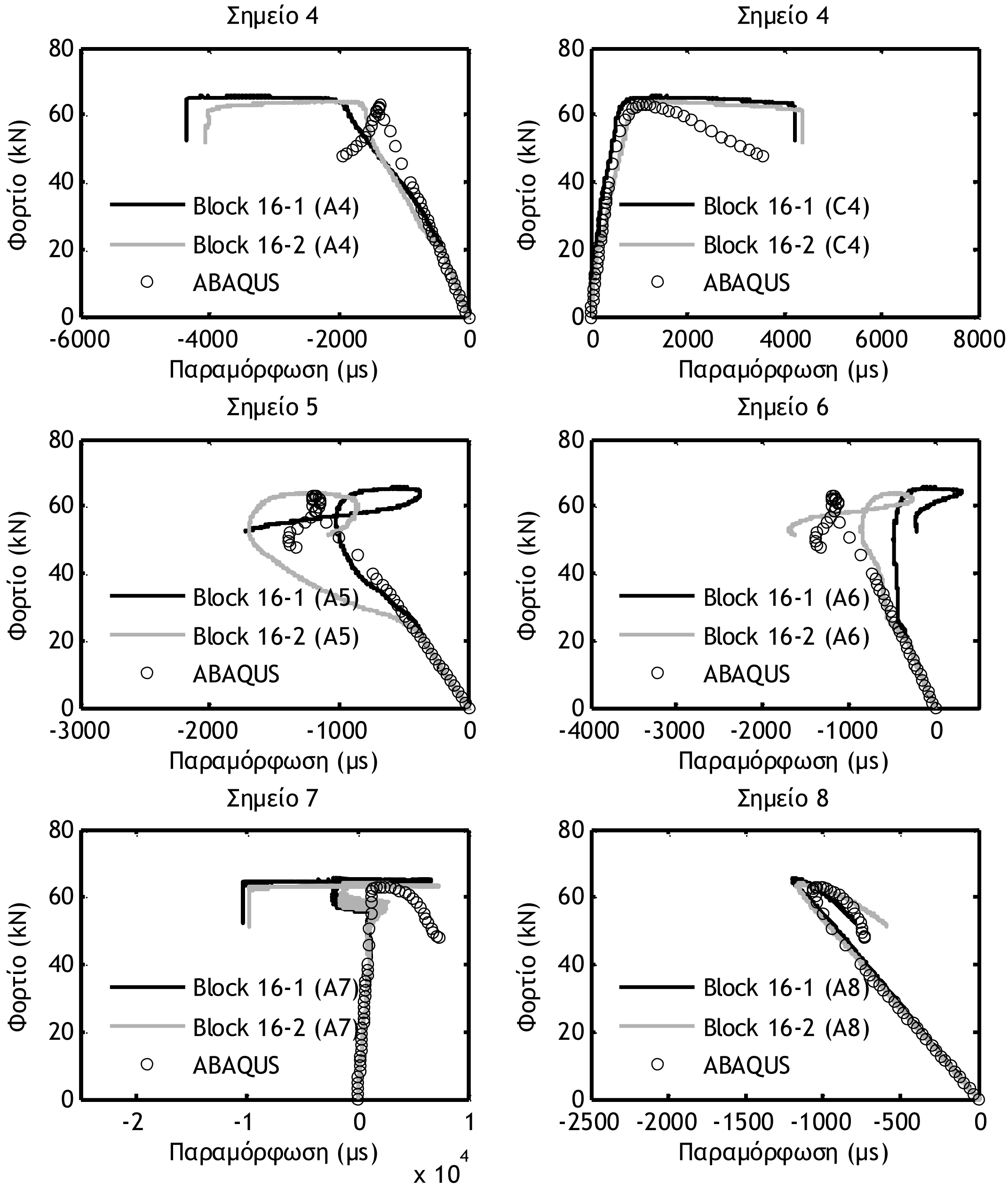
Σχήμα 6.41: Εξέλιξη παραμόρφωσης για κέλυφος με άνοιγμα (σημεία 1, 2, 3, A=αξονική παραμόρφωση, C=περιφερειακή παραμόρφωση, βλ. Σχήμα 5.28για τις θέσεις των σημείων)



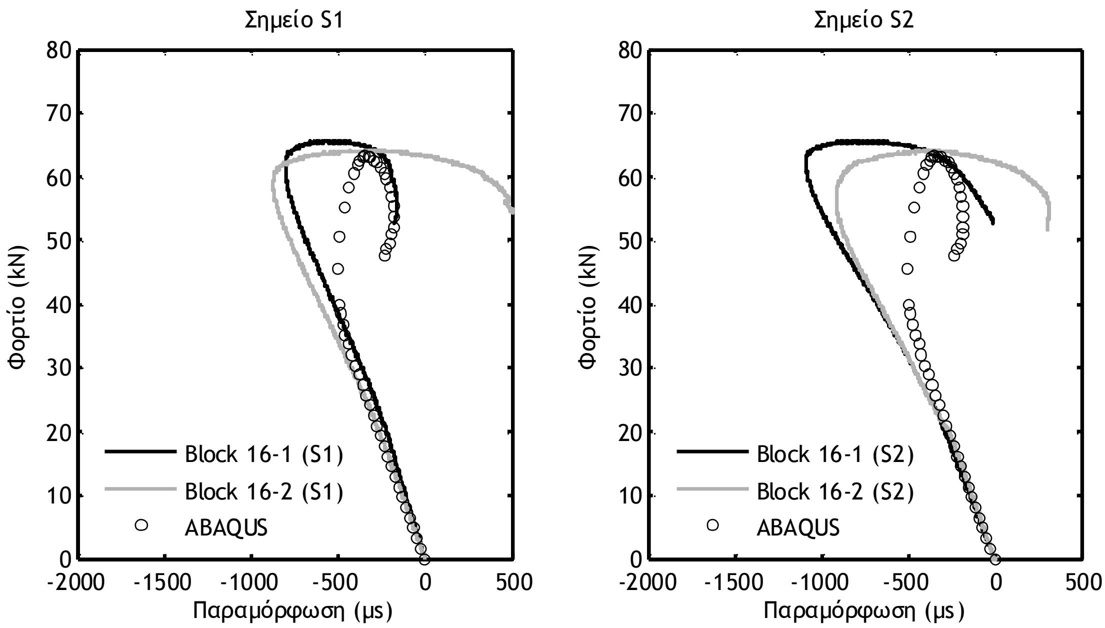
Σχήμα 6.42: Εξέλιξη παραμόρφωσης για κέλυφος με άνοιγμα (σημεία 4, 5, 6, 7, 8, A=αξονική παραμόρφωση, C=περιφερειακή παραμόρφωση, βλ. Σχήμα 5.28 για τις θέσεις των σημείων)



Σχήμα 6.43: Εξέλιξη παραμόρφωσης για κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα (σημεία 1, 2, 3, A=αξονική παραμόρφωση, C=περιφερειακή παραμόρφωση, βλ. Σχήμα 5.28 για τις θέσεις των σημείων)



Σχήμα 6.44: Εξέλιξη παραμόρφωσης για κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα (σημεία 4, 5, 6, 7, 8, A=αξονική παραμόρφωση, C=περιφερειακή παραμόρφωση, βλ. Σχήμα 5.28 για τις θέσεις των σημείων)

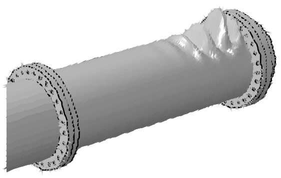


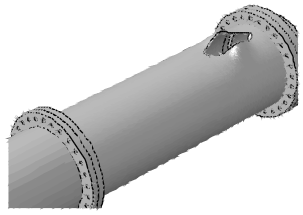
Σχήμα 6.45: Εξέλιξη παραμόρφωσης για κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα (αξονική παραμόρφωση στα σημεία S1 και S2 της ενίσχυσης, βλ. Σχήμα 5.28 για τις θέσεις των σημείων)

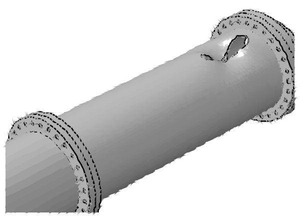
6.4 Επίδραση ατελειών στην αντοχή του κελύφους

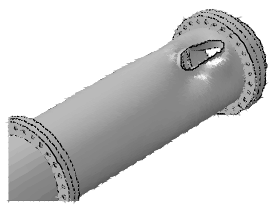
Όλες οι προαναφερθείσες αριθμητικές αναλύσεις αφορούσαν τον τέλειο γεωμετρικά φορέα (ανάλυση GMNA). Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μιας αριθμητικής ανάλυσης βασισμένης σε αναλύσεις GMNIA. Σε αυτές τις αναλύσεις ως αρχική γεωμετρική ατέλεια θεωρείται σε πρώτη φάση η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού η οποία είναι μια συνηθισμένη επιλογή σε μη γραμμικές αναλύσεις, μιας και υπολογίζεται εύκολα με τους εμπορικούς κώδικες πεπερασμένων στοιχείων και οδηγεί πολλές φορές στο ελάχιστο φορτίο κατάρρευσης. Παρόλα αυτά τα εμφανή πλεονεκτήματα, είναι γνωστό ότι αυτός ο τύπος της ατέλειας μπορεί να μην είναι ο δυσμενέστερος δυνατός, ειδικά όταν πρόκειται για κελύφη (βλ. π.χ. Ευρωκώδικας 3 – Μέρος 1.6) και επομένως ενδέχεται να μην είναι επαρκής για τον αριθμητικό υπολογισμό της αντοχής των υπόψη κατασκευών. Παρόλα αυτά, αυτή η προσέγγιση έχει επιλεγεί εδώ για να αποκτηθεί έστω μια ποιοτική ένδειξη της επίδρασης των ατελειών, ειδικά για κελύφη με μη ενισχυμένο και ενισχυμένο άνοιγμα. Πέρα από την πρώτη ιδιομορφή εξετάζεται σε δεύτερη φάση και μια άλλη γεωμετρική ατέλεια, αρκετά δυσμενής για την περίπτωση των αξονικά και καμπτικά καταπονούμενων κελυφών, η οποία αφορά την ατέλεια συγκόλλησης τύπου A των [Rotter and Teng, 1989]. Επειδή η μορφή της ατέλειας αυτής προσεγγίζει ικανοποιητικά την παραμόρφωση που παρατηρείται στη θέση του τοιχώματος των κελυφών όπου πραγματοποιείται συγκόλληση γειτονικών ελασμάτων, καλείται και ατέλεια συγκόλλησης (weld depression). Λόγω του γεγονότος ότι δεν υπήρχε κατάλληλος εξοπλισμός στο εργαστήριο, δεν μετρήθηκαν οι πραγματικές αρχικές γεωμετρικές ατέλειες των δοκιμίων, επομένως η αριθμητική ανάλυση με αυτές τις ατέλειες δεν ήταν δυνατή.

Η πρώτη ιδιομορφή των τριών τύπων κατασκευών, οι οποίοι παρουσιάστηκαν σε προηγούμενες ενότητες, δίνεται στο Σχήμα 6.46, όπως προέκυψε από γραμμικές αναλύσεις λυγισμού. Το αριθμητικό προσομοίωμα το οποίο χρησιμοποιήθηκε για να ληφθούν αυτές οι ιδιομορφές λυγισμού και ακολούθως να χρησιμοποιηθούν σε αναλύσεις GMNIA με αυτή την ιδιομορφή σαν γεωμετρική ατέλεια, ήταν το πιο απλοποιημένο μοντέλο το οποίο έχει παρουσιαστεί προηγουμένως και το οποίο αγνοεί τα φαινόμενα επαφής και την ευκαμψία της στήριξης. Ο κύριος λόγος για την επιλογή αυτού του προσομοιώματος αντί των πιο εκλεπτυσμένων προσομοιωμάτων ήταν το γεγονός ότι η γραμμική ανάλυση λυγισμού δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί παρουσία φαινομένων επαφής μεταξύ των διάφορων τμημάτων των δοκιμίων. Στο Σχήμα 6.46 διάκριση γίνεται μεταξύ της εσωτερικής και της εξωτερικής μορφής της πρώτης ιδιομορφής του κελύφους με άνοιγμα. Η διαφορά μεταξύ αυτών των δυο μορφών ατέλειας έγκειται στο αντίθετο πρόσημο που χαρακτηρίζει έκαστη μορφή (θετικό πρόσημο για την εσωτερική μορφή της ατέλειας και αρνητικό για την εξωτερική μορφή της ατέλειας).


(α) Block 12

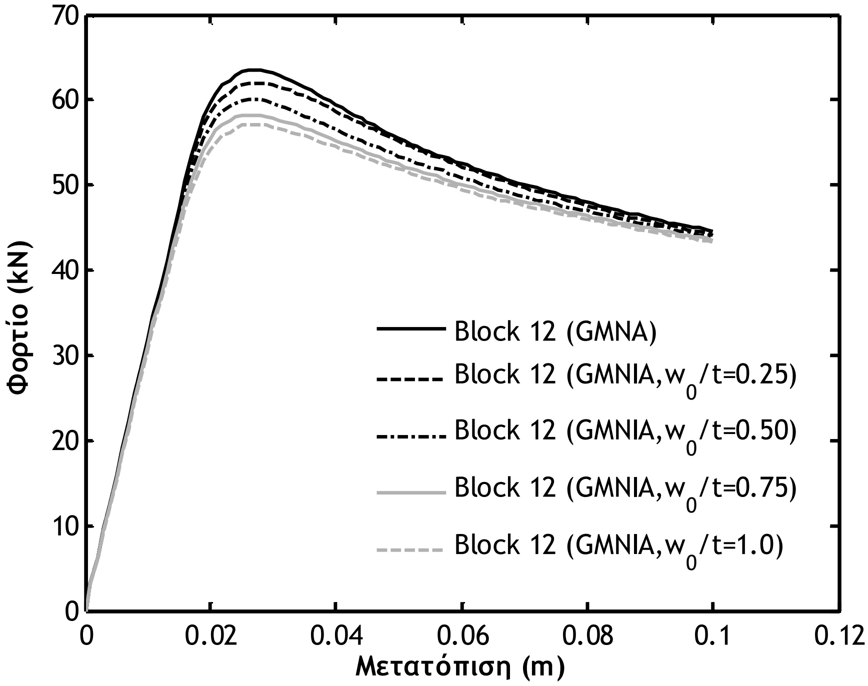

(β) Block 14 (Εξωτερική ατέλεια)


(γ) Block 14 (Εσωτερική ατέλεια)

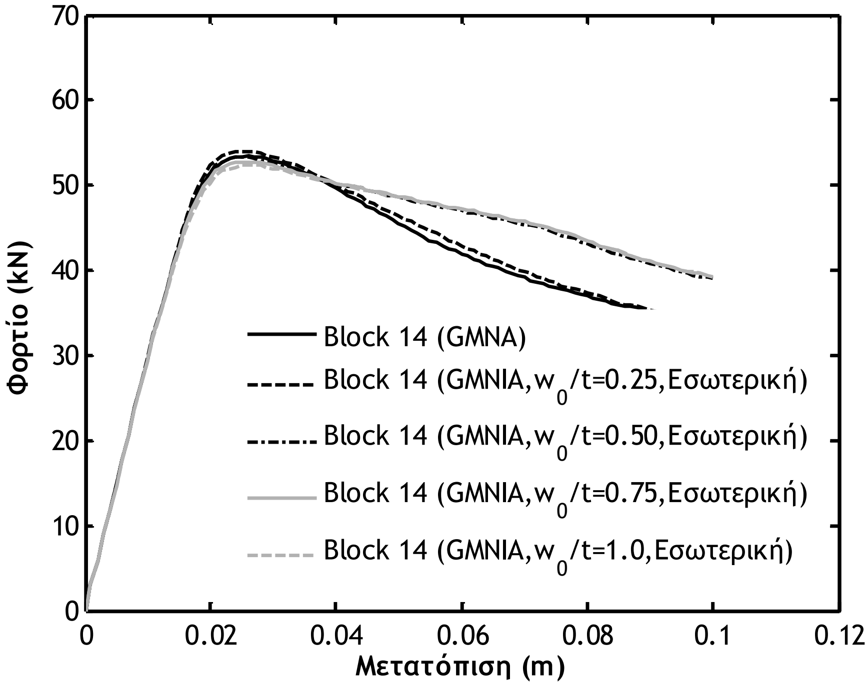

(δ) Block 16

Σχήμα 6.46: Πρώτη ιδιομορφή για τους τρεις τύπους κελυφών

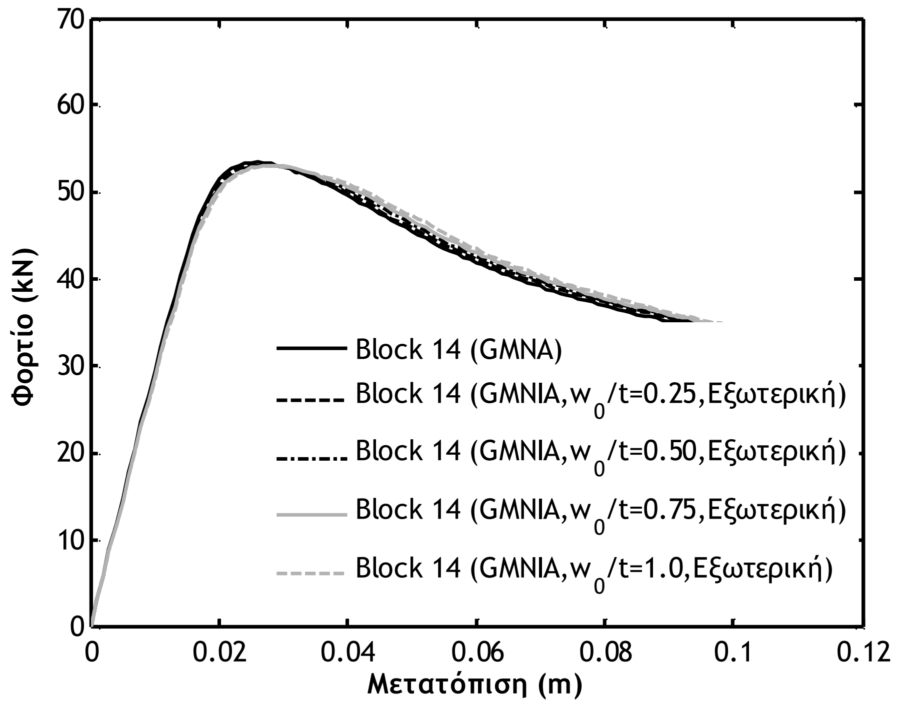
Στα Σχήματα 6.47 ως 6.50 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας για διάφορα πλάτη ατελειών.



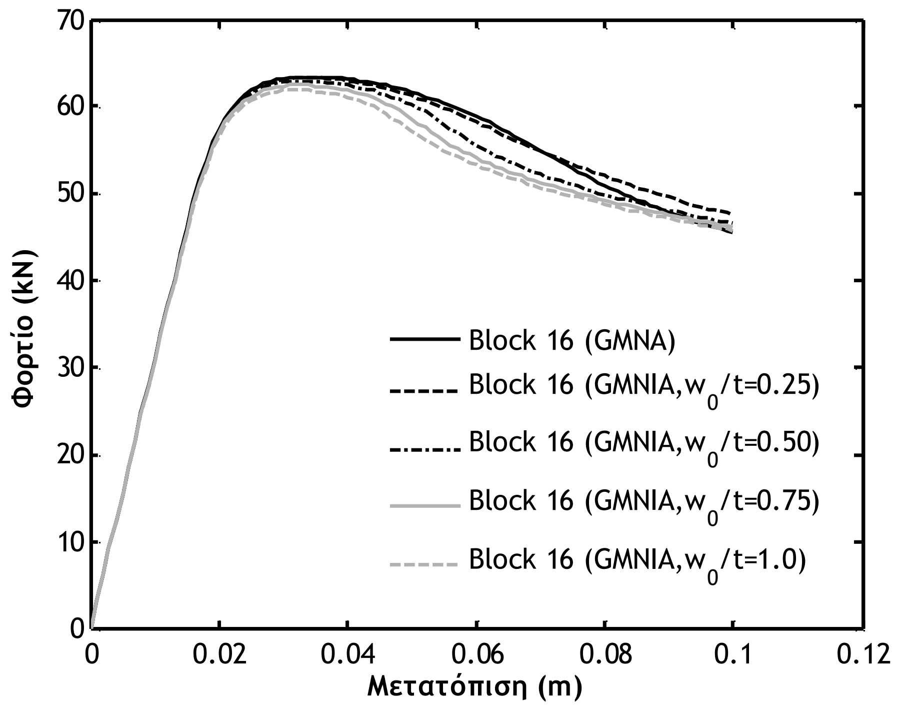
Σχήμα 6.47: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα και αρχική γεωμετρική ατέλεια



Σχήμα 6.48: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος με άνοιγμα και αρχική εσωτερική ατέλεια



Σχήμα 6.49: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος με άνοιγμα και εξωτερική αρχική γεωμετρική ατέλεια



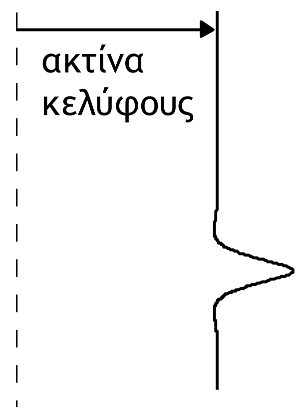
Σχήμα 6.50: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα και αρχική γεωμετρική ατέλεια

Το Σχήμα 6.47 αντιστοιχεί στο κέλυφος χωρίς άνοιγμα, τα Σχήματα 6.48 και 6.49 στα κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα για εσωτερική μορφή και εξωτερική μορφή ατέλειας αντίστοιχα, ενώ το Σχήμα 6.50 αντιστοιχεί στο κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα. Από τα σχήματα αυτά φαίνεται ότι η επιρροή των ατελειών είναι αισθητή μόνο στην περίπτωση των κελυφών χωρίς άνοιγμα. Στην περίπτωση των κελυφών με μη ενισχυμένο άνοιγμα ή ενισχυμένο άνοιγμα, αυτή η επίδραση είναι αμελητέα. Η ευαισθησία των κελυφών σε ατέλεια σε όρους αδιαστατοποιημένης αντοχής του ατελούς με του τέλειου κελύφους (P_{GMNIA}/P_{GMNA}) δίνεται στον Πίνακα 6.2.

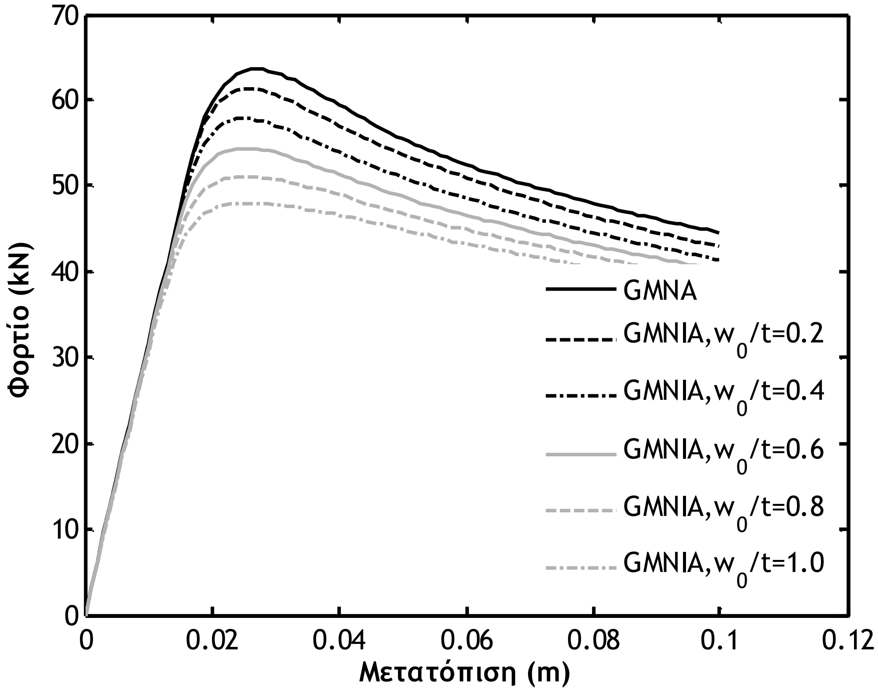
Πίνακας 6.2: Ευαισθησία σε ατέλεια $\left(P_{GMNIA}/P_{GMNA}\right)$

	Τύπος κελύφους			
w_0/t	Block 12	Block 14 (Εσωτερική ατέλεια)	Block 14 (Εξωτερική ατέλεια)	Block 16
0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.25	0.9752	1.0108	0.9960	0.9982
0.50	0.9452	0.9973	0.9947	0.9928
0.75	0.9176	0.9874	0.9938	0.9851
1.0	0.8985	0.9792	0.9930	0.9761

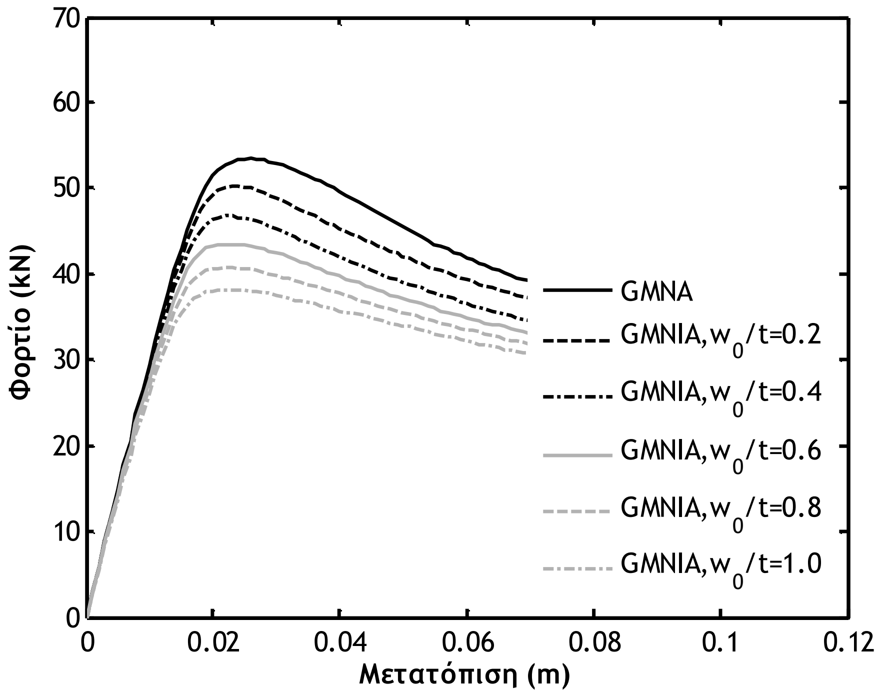
Η ατέλεια εξωτερικής συγκόλλησης τύπου Α δίνεται στο Σχήμα 6.51. Στο Σχήμα 6.52 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος χωρίς οπή για διάφορα πλάτη ατελειών. Στο Σχήμα 6.53 και στο Σχήμα 6.54 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας για τα κελύφη με μη ενισχυμένο και με ενισχυμένο άνοιγμα αντίστοιχα. Για τα αποτελέσματα αυτά χρησιμοποιήθηκαν τα απλοποιητικά προσομοιώματα χωρίς επαφές και με πακτωμένη βάση. Τα κοίλα της ατέλειας για το σκοπό της συγκεκριμένης διερεύνησης αυτής της ενότητας επιλέχθηκε να είναι προς τα μέσα (Σχήμα 6.51).



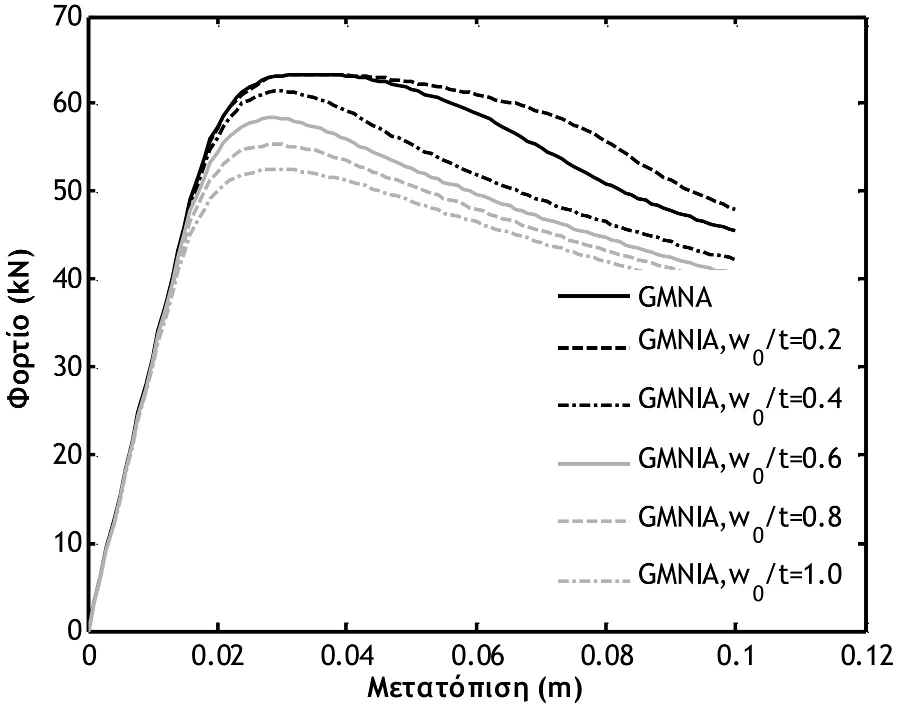
Σχήμα 6.51: Γεωμετρική ατέλεια εξωτερικής συγκόλλησης τύπου Α



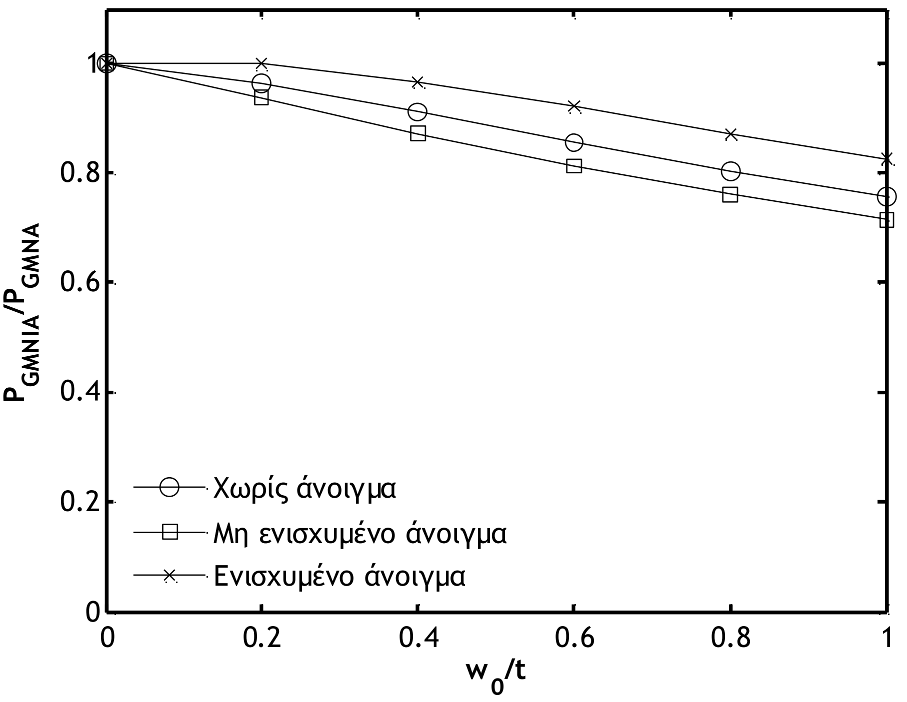
Σχήμα 6.52: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα και αρχική γεωμετρική ατέλεια συγκόλλησης τύπου Α



Σχήμα 6.53: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος με μη ενισχυμένο άνοιγμα και αρχική γεωμετρική ατέλεια συγκόλλησης τύπου Α



Σχήμα 6.54: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα και αρχική γεωμετρική ατέλεια συγκόλλησης τύπου Α

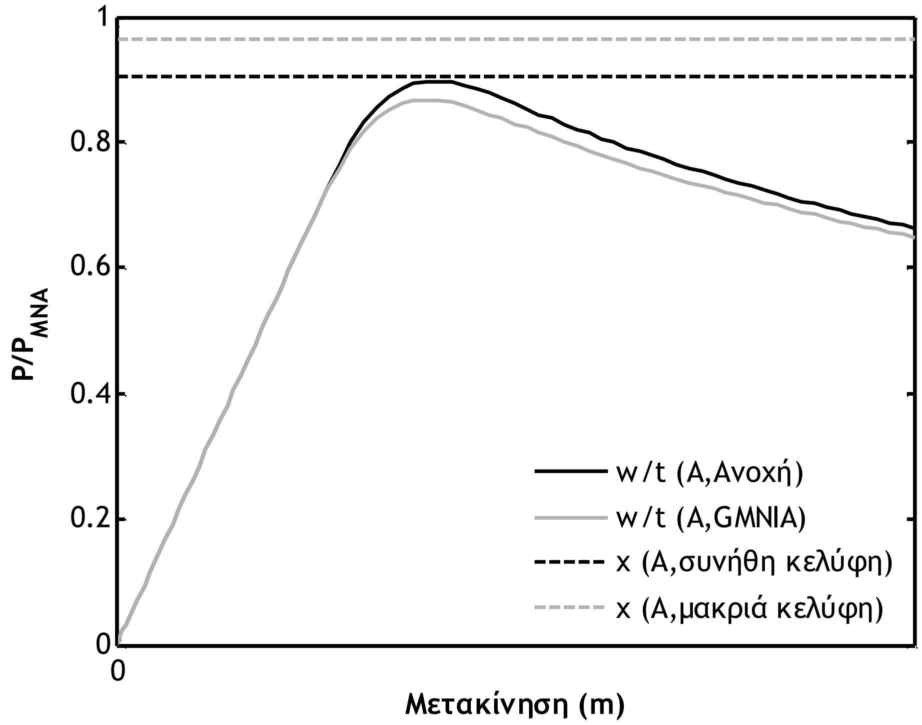


Σχήμα 6.55: Ευαισθησία κελυφών στην γεωμετρική ατέλεια συγκόλλησης τύπου Α

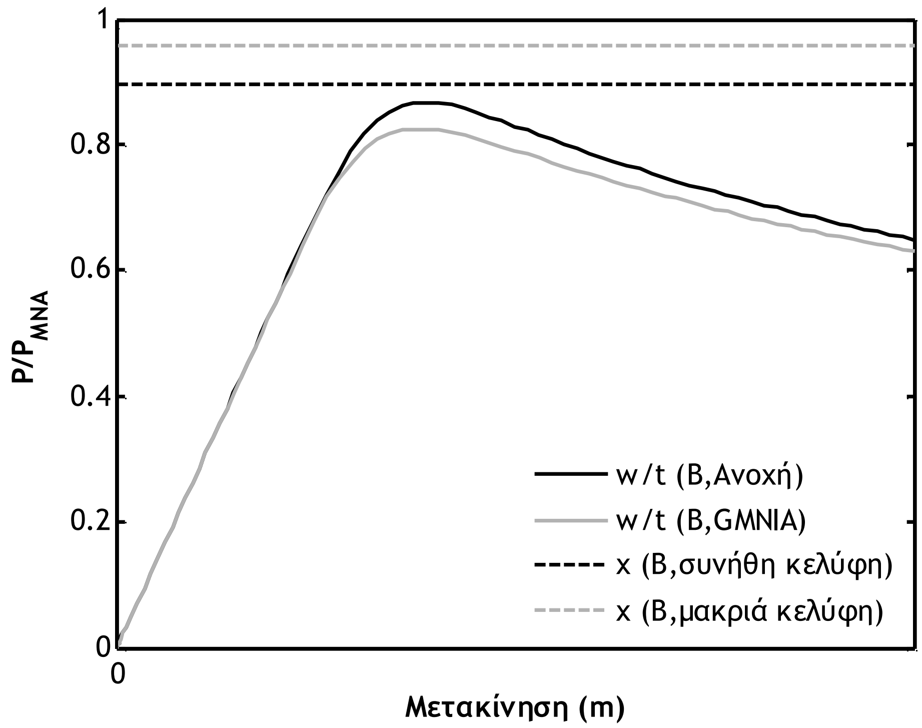
Στο Σχήμα 6.55 δίνεται ο λόγος του φορτίου αστοχίας από μια ανάλυση GMNIA ως προς το φορτίο αστοχίας από μια ανάλυση GMNA (P_{GMNIA}/P_{GMNA}).

Όπως φαίνεται από το Σχήμα 6.55 αλλά και από τους αντίστοιχους δρόμους ισορροπίας, η ατέλεια συγκόλλησης είναι αρκετά πιο δυσμενής ατέλεια ειδικά για την περίπτωση κελυφών με άνοιγμα, είτε ενισχυμένο είτε όχι.

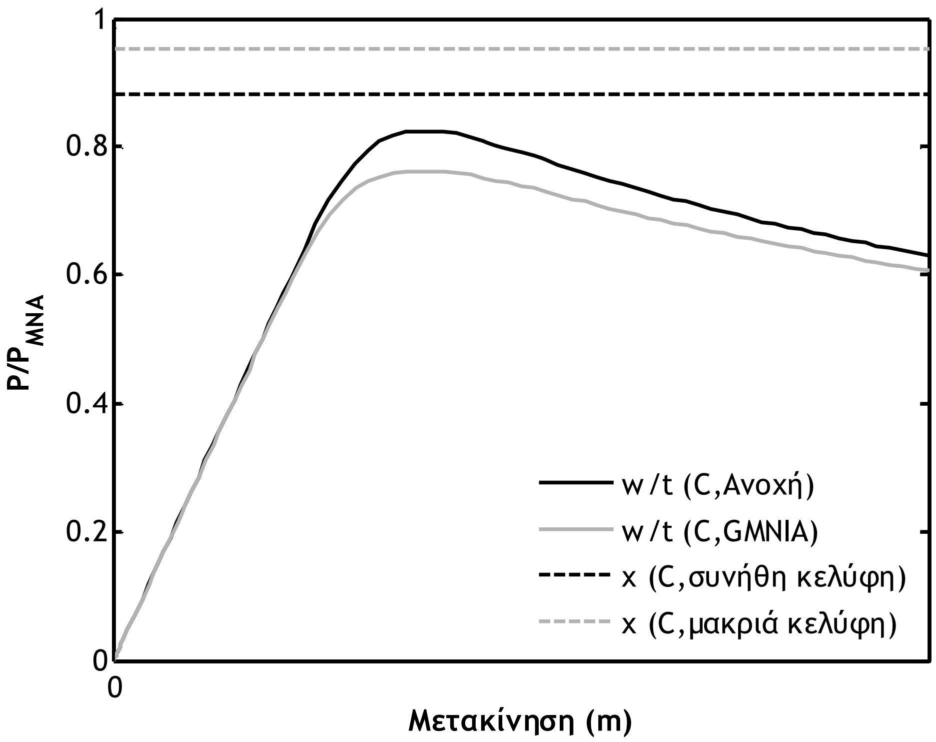
Στο Σχήμα 6.56 δίνονται κάποιοι δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα από μη γραμμικές αναλύσεις με ατέλεια και πλάτος w ίσο με την κατασκευαστική ανοχή ποιότητας A (w/t=0.17) αλλά και με το προτεινόμενο πλάτος για αναλύσεις GMNIA του [EN1993-1.6, 2006] για την ίδια ποιότητα (w/t=0.28). Στο ίδιο γράφημα δίνεται η αντοχή του κελύφους βάσει του [EN1993-1.6, 2006] λαμβάνοντας υπόψη τις ειδικές διατάξεις για μακριά κελύφη (βλ. παραγράφους D1.2.1 (7) και D1.2.2 (4) του [EN1993-1.6, 2006]) αλλά και την αντοχή που αφορούν συνήθη κελύφη και υπολογίζεται με τις γενικές διατάξεις. Παρατηρείται ότι για πλάτος ίσο με την κατασκευαστική ανοχή ποιότητας A, η ανάλυση GMNIA δίνει αντοχή πρακτικά ίση με την κανονιστική αντοχή. Με πλάτος ατέλειας ίσο με το προτεινόμενο πλάτος για αναλύσεις GMNIA η αντοχή που προκύπτει είναι ελαφρώς πιο μικρή. Στο Σχήμα 6.57 και στο Σχήμα 6.58 δίνονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα για κελύφη ποιότητας B και C αντίστοιχα. Με βάση αυτά τα γραφήματα φαίνεται ότι ακόμη και με πλάτος ίσο με την κατασκευαστική ανοχή, η αντοχή που προκύπτει από τις αναλύσεις GMNIA είναι μικρότερη από της προβλέψεις του κανονισμού. Τα μεγαλύτερα πλάτη που απαιτούνται για τις αριθμητικές αναλύσεις GMNIA δίνουν λίγο πιο μικρή αντοχή. Επομένως, στην διερεύνηση που ακολουθεί σχετικά με τους απαιτούμενους λόγους A/A_0 για να επιτυγχάνεται η κανονιστική αντοχή, λαμβάνονται υπόψη στις αναλύσεις GMNIA τα πλάτη που αφορούν τις κατασκευαστικές ανοχές, μιας και δίνουν αποτελέσματα πιο μικρά από τις κανονιστικές αντοχές (ποιότητες B, C) ή στα ίδια επίπεδα με αυτές (ποιότητα A), και όχι τα πιο συντηρητικά πλάτη που προτείνονται από τον [EN1993-1.6, 2006] για τις μη γραμμικές αναλύσεις GMNIA.



Σχήμα 6.56: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα (ποιότητα Α)



Σχήμα 6.57: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα (ποιότητα Β)



Σχήμα 6.58: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα (ποιότητα C)

Στη συνέχεια εξετάζεται η επιρροή του μεγέθους της ενίσχυσης στην αντοχή του κελύφους με άνοιγμα ενισχυμένο με το πλαίσιο πλάτους 35 mm. Στις αναλύσεις αυτές χρησιμοποιήθηκε το πιο ακριβές προσομοίωμα με τους κοχλίες και την εύκαμπτη στήριξη. Η μεταβολή του συνολικού εμβαδού της ενίσχυσης Α επιτυγχάνεται με αύξηση του πάχους της ενίσχυσης και δίνεται από τη σχέση:

$$A = 2b_{fr}t_{fr} \tag{6.1}$$

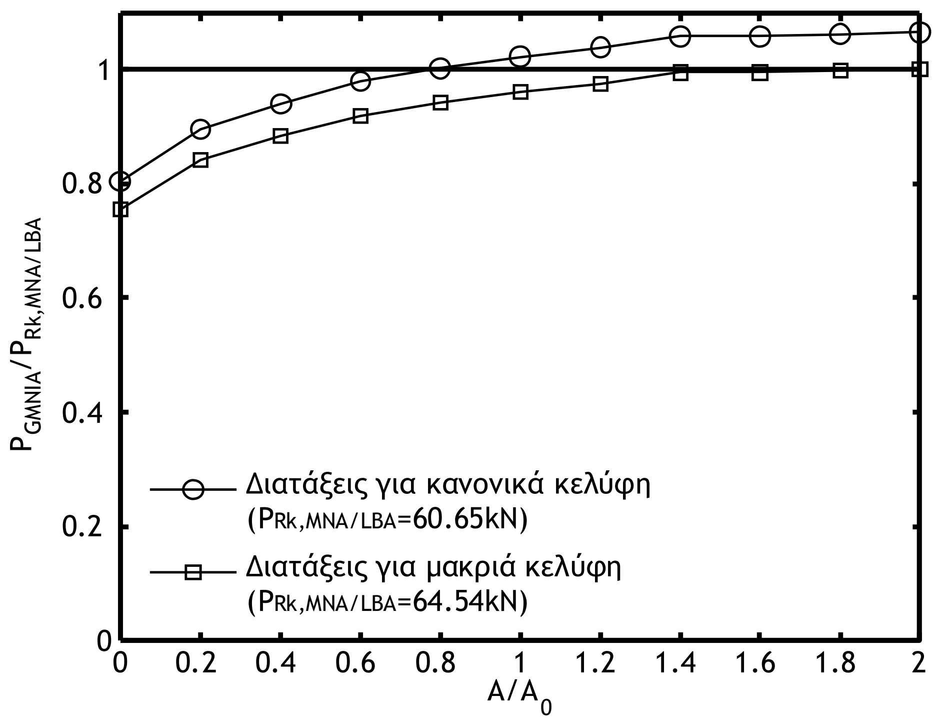
όπου b_{fr} και t_{fr} είναι το πλάτος (35 mm) και το πάχος (μεταβαλλόμενο) κάθε μιας εκ των δυο ορθογωνικών διατομών της ενίσχυσης τύπου πλαισίου που λήφθηκε υπόψη.

Το εμβαδόν της ενίσχυσης Α αδιαστατοποιείται με το εμβαδόν του ανοίγματος A_0. Η ατέλεια συγκόλλησης τύπου Α τοποθετήθηκε σε θέση 200 mm από το σύνορο των κελυφών του Block 12, 14 και 16 (βλ. Σχήματα 5.3, 5.4 και 5.5 του κεφαλαίου 5). Η θέση αυτή αντιστοιχεί στο μέσο του ύψους του ανοίγματος για τα κελύφη του Block 14 και 16. Το πλάτος ατέλειας το οποίο λήφθηκε υπόψη είναι ίσο με $w_0 = \left(4\sqrt{rt}\right)U_{0,max}$, σύμφωνα με την παράγραφο 8.4.2(2) του [EN1993-1.6, 2006], όπου $U_{0,max}$ είναι η παράμετρος ανοχής κοιλώματος (dimple tolerance parameter). Για το μέγεθος $U_{0,max}$

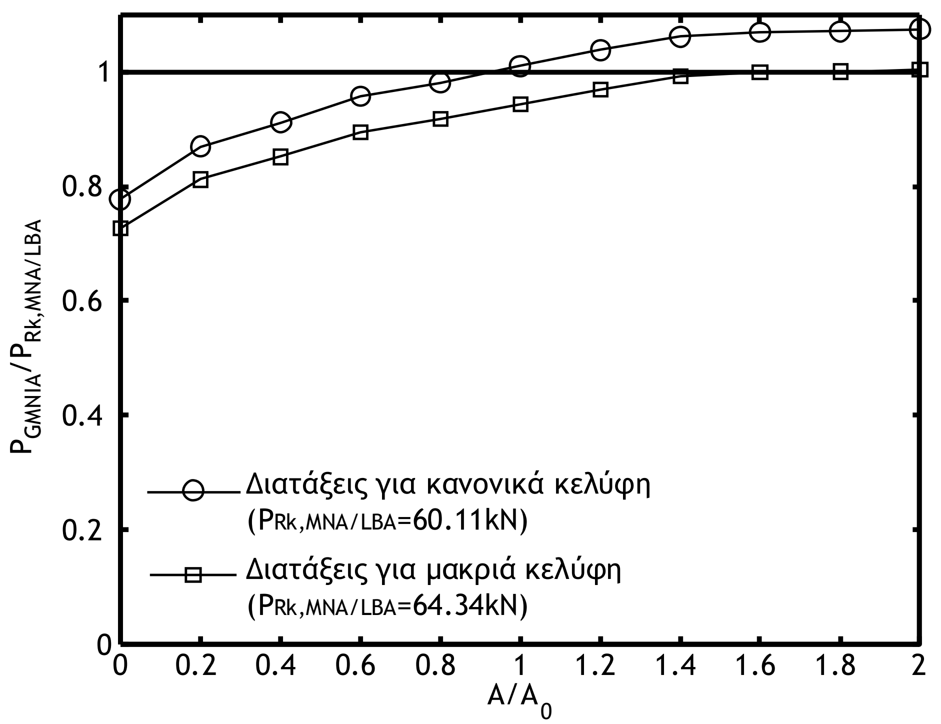
δόθηκε τιμή ίση με την τιμή που προτείνει ο [EC3-1.6, 2006] για κελύφη ποιότητας κατασκευής A, B και C.

Το Σχήμα 6.59 αφορά αποτελέσματα μη γραμμικών αναλύσεων με ατέλεια πλάτους ίσο με την κατασκευαστική ανοχή ποιότητας A. Στον οριζόντιο άξονα δίνεται το αδιαστατοποιημένο εμβαδόν της ενίσχυσης A/A_0 και στον κατακόρυφο άξονα το φορτίο αστοχίας P_{GMNIA} αδιαστατοποιημένο με το κανονιστικό φορτίο αστοχίας $P_{RK,MNA/LBA}$ το οποίο υπολογίστηκε και δίνεται στο πρώτο παράδειγμα του κεφαλαίου 4. Διάκριση γίνεται μεταξύ του κανονιστικού φορτίου αστοχίας το οποίο υπολογίζεται με τις διατάξεις των συνήθων κελυφών (60.65kN) και εκείνου του φορτίου το οποίο υπολογίζεται με τις ειδικές διατάξεις για μακριά κελύφη (64.54kN) (βλ. παραγράφους D1.2.1 (7) και D1.2.2 (4) του [EN1993-1.6, 2006]). Επομένως, στο σχήμα αυτό δίνονται δυο καμπύλες οι οποίες αφορούν τις δυο κανονιστικές αντοχές. Από το σχήμα αυτό, φαίνεται ότι για ατελή κελύφη με πλάτος ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική ανοχή ποιότητας A απαιτείται μια ενίσχυση με A/A_0=0.8 και A/A_0=2 για να επιτευχθεί η κανονιστική αντοχή για συνήθη και για μακριά κελύφη αντίστοιχα.

Το Σχήμα 6.60 αφορά αποτελέσματα μη γραμμικών αναλύσεων με ατέλεια πλάτους ίσο με την κατασκευαστική ανοχή ποιότητας B. Η αδιαστατοποίηση του φορτίου αστοχίας P_{GMNIA} γίνεται με τις κανονιστικές αντοχές για συνήθη (60.11kN) και μακριά κελύφη (64.34kN). Από το σχήμα αυτό, φαίνεται ότι για ατελή κελύφη με πλάτος ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική ανοχή ποιότητας A απαιτείται μια ενίσχυση με A/A_0=1 και A/A_0=2 για να επιτευχθεί η κανονιστική αντοχή για συνήθη και για μακριά κελύφη αντίστοιχα.

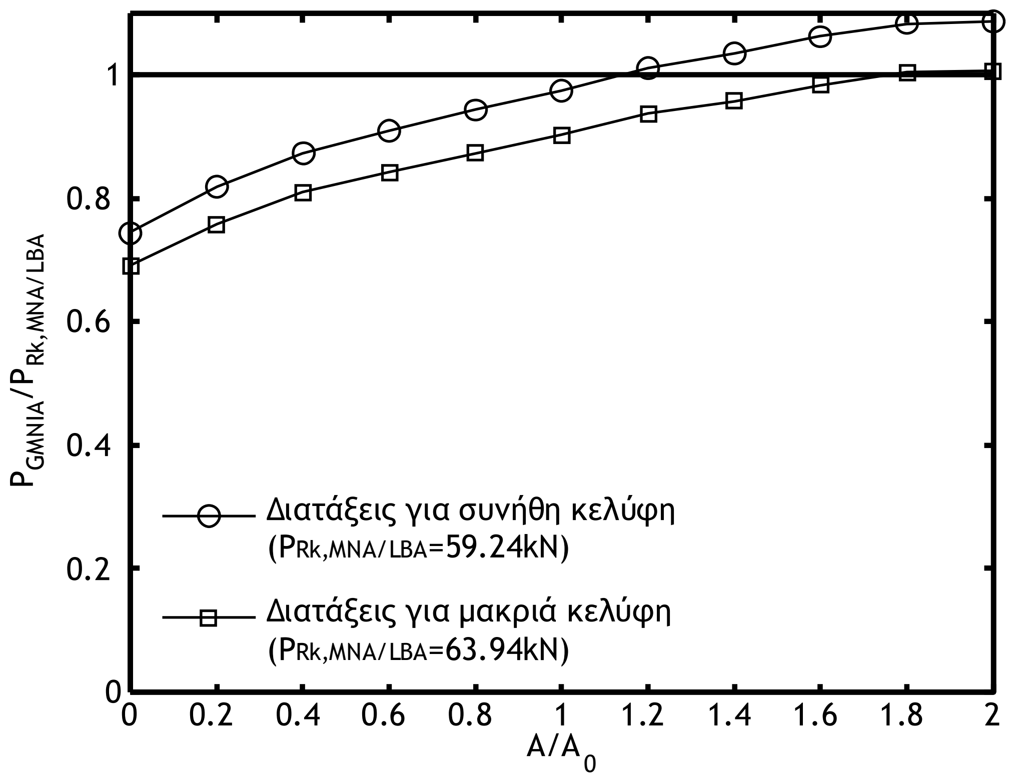


Σχήμα 6.59: Επιρροή εμβαδού ενίσχυσης στο φορτίο αστοχίας (για πλάτος ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική ανοχή ποιότητας A)



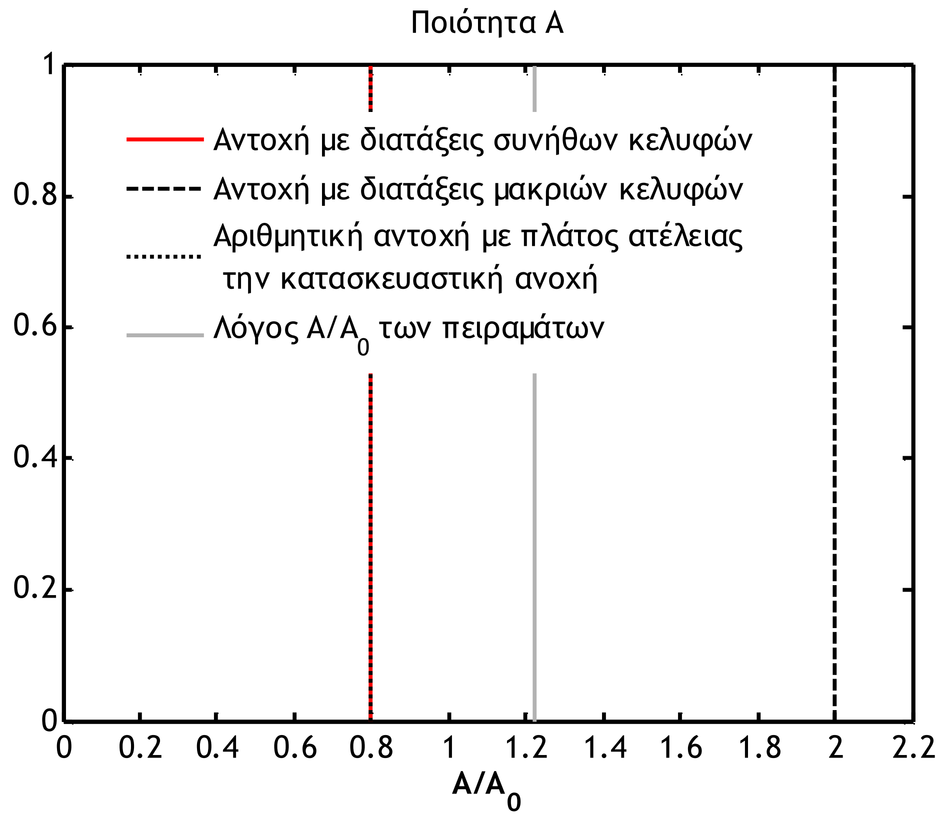
Σχήμα 6.60: Επιρροή εμβαδού ενίσχυσης στο φορτίο αστοχίας (για πλάτος ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική ανοχή ποιότητας B)

Το Σχήμα 6.61 αφορά αποτελέσματα μη γραμμικών αναλύσεων με ατέλεια πλάτους που αντιστοιχεί στην κατασκευαστική ανοχή ποιότητας C. Η αδιαστατοποίηση του φορτίου αστοχίας P_{GMNIA} γίνεται με τις κανονιστικές αντοχές για συνήθη (59.24kN) και μακριά κελύφη (63.94kN). Από το σχήμα αυτό, φαίνεται ότι για ατελή κελύφη με πλάτος ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική ανοχή ποιότητας C απαιτείται μια ενίσχυση με A/A_0=1.2 και A/A_0=1.8 για να επιτευχθεί η κανονιστική αντοχή για συνήθη και για μακριά κελύφη αντίστοιχα.



Σχήμα 6.61: Επιρροή εμβαδού ενίσχυσης στο φορτίο αστοχίας (για πλάτος ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική ανοχή ποιότητας C)

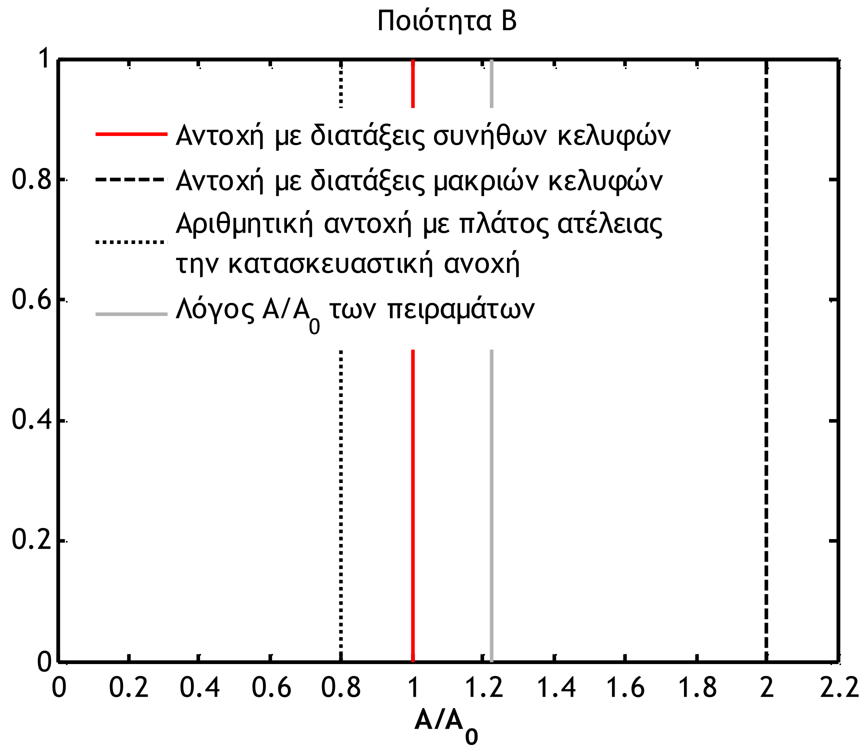
Στο Σχήμα 6.62 δίνονται οι αναγκαίοι λόγοι εμβαδού ενίσχυσης A/A_0 οι οποίοι πρέπει να χρησιμοποιούνται έτσι ώστε να υπερβαίνεται η κανονιστική αντοχή ποιότητας A υπολογισμένη είτε με τις διατάξεις των συνήθων κελυφών, είτε με τις διατάξεις των μακριών κελυφών, καθώς επίσης και η αριθμητική αντοχή από ανάλυση GMNIA με πλάτος ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική ανοχή που αφορά κελύφη ποιότητας A.



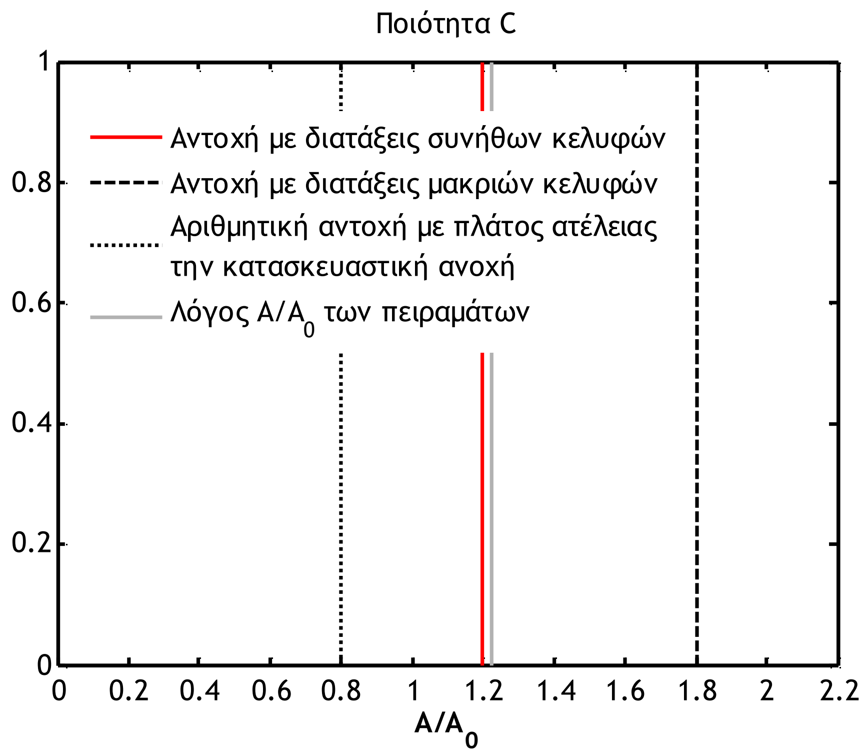
Σχήμα 6.62: Αναγκαίος λόγος εμβαδού ενίσχυσης A/A_0 για ποιότητα κελύφους A

Στο Σχήμα 6.63 και στο Σχήμα 6.64 δίνονται τα αντίστοιχα αποδεκτά εμβαδά ενίσχυσης A/A_0 που πρέπει να χρησιμοποιούνται για να επιτυγχάνεται η κανονιστική αντοχή για κελύφη ποιότητας B και C αντίστοιχα, καθώς επίσης και αριθμητική αντοχή από ανάλυση GMNIA και πλάτος ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική ανοχή της αντίστοιχης ποιότητας.

Και για τις τρεις ποιότητες ο απαιτούμενος λόγος εμβαδού ενίσχυσης είναι σημαντικά μεγαλύτερος εφόσον επιδιώκεται η υπέρβαση της κανονιστικής αντοχής που αφορά τα μακριά κελύφη. Την μικρότερη απαίτηση σε εμβαδόν ενίσχυσης έχουμε εφόσον κριτήριο έχουμε την επίτευξη της αριθμητικής αντοχής από ανάλυση GMNIA. Μάλιστα σε αυτήν την περίπτωση, ο απαιτούμενος λόγος εμβαδού ενίσχυσης είναι ανεξάρτητος από την ποιότητα του κελύφους και ίσος με $A/A_0=0.8$. Ο λόγος που προκύπτει μικρότερη απαίτηση σε εμβαδόν ενίσχυσης για την περίπτωση της αριθμητικής αντοχής είναι διότι αυτή η αντοχή είναι μικρότερη (βλ. Σχήμα 6.57 και Σχήμα 6.58) ή περίπου ίση (βλ. Σχήμα 6.56) της κανονιστικής αντοχής. Αυτό οδηγεί είτε σε ίδια (βλ. Σχήμα 6.62) ή σε μικρότερη (βλ. Σχήμα 6.63 και Σχήμα 6.64) απαίτηση εμβαδού A/A_0 με εκείνη της κανονιστικής αντοχής βάσει των διατάξεων για συνήθη κελύφη.



Σχήμα 6.63: Αναγκαίος λόγος εμβαδού ενίσχυσης A/A_0 για ποιότητα κελύφους B

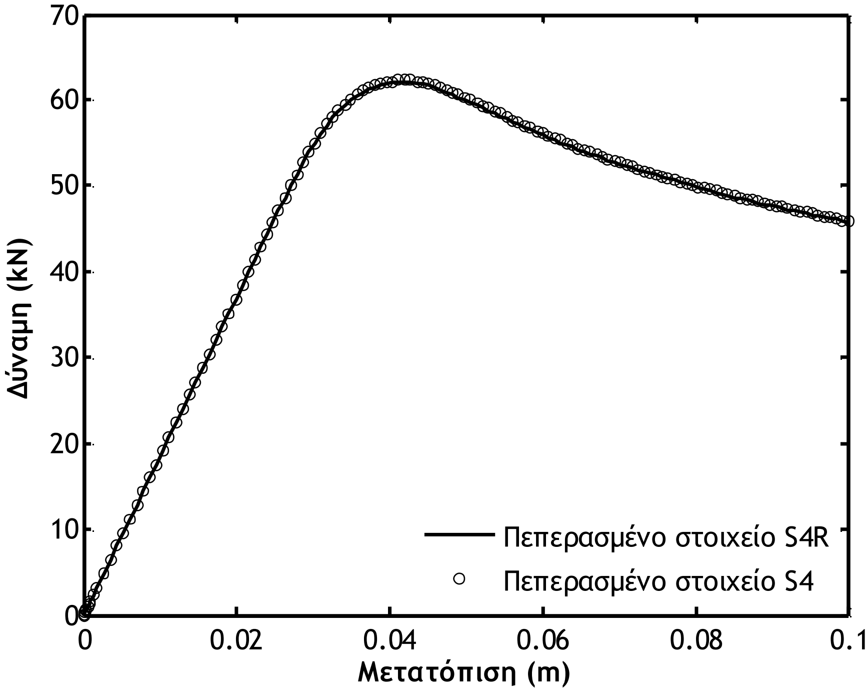


Σχήμα 6.64: Αναγκαίος λόγος εμβαδού ενίσχυσης A/A_0 για ποιότητα κελύφους C

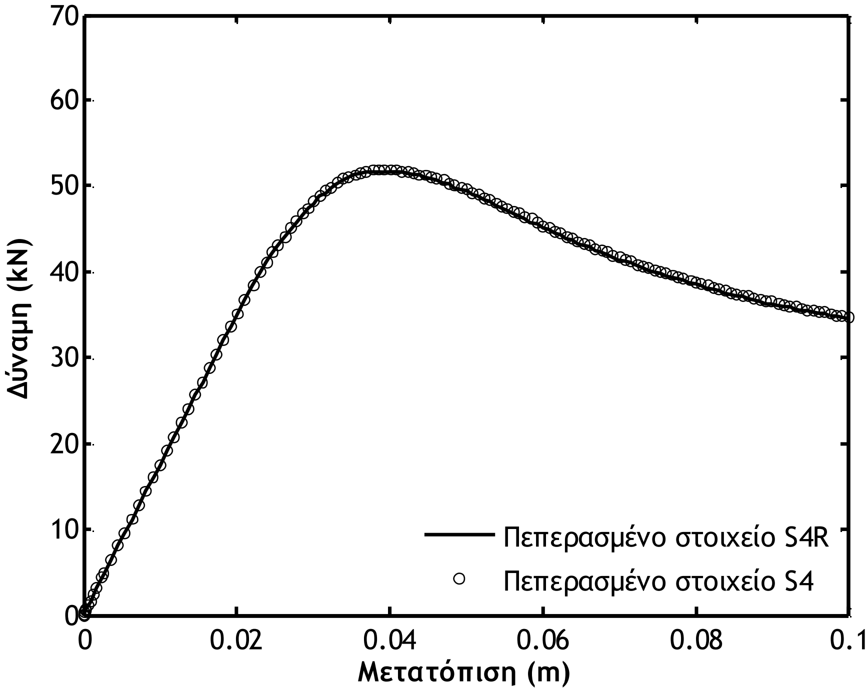
6.5 Αξιολόγηση αποδοτικότητας πεπερασμένων στοιχείων κελύφους S4

Στις προηγούμενες παραγράφους, τα αποτελέσματα αφορούσαν αναλύσεις με χρήση του πεπερασμένου κελύφους του ABAQUS S4R, το οποίο είναι ένα τετρακομβικό στοιχείο διπλής καμπυλότητας, μειωμένης ολοκλήρωσης, με έλεγχο του φαινομένου “hourglass”, το οποίο είναι κατάλληλο για λεπτά και παχιά κελύφη ακόμη και για μεγάλες παραμορφώσεις. Η επιλογή του έγινε λόγω της μεγάλης οικονομίας που επιτυγχάνεται λόγω της μειωμένης ολοκλήρωσης που πραγματοποιείται. Παρόλα αυτά σε παραμετρικές αναλύσεις που έγιναν και παρουσιάζονται στα Κεφάλαια 7, 8 και 9 της παρούσας εργασίας, διαφάνηκε ότι το πεπερασμένο στοιχείο S4 του ABAQUS σε κάποιες περιπτώσεις είναι πιο αποδοτικό ξεπερνώντας καλύτερα προβλήματα αριθμητικής σύγκλισης. Το θεωρητικό υπόβαθρο του πεπερασμένου στοιχείου S4 είναι η ίδια με εκείνη του στοιχείου S4R με τη διαφορά ότι πραγματοποιείται κανονική ολοκλήρωση αντί μειωμένη.

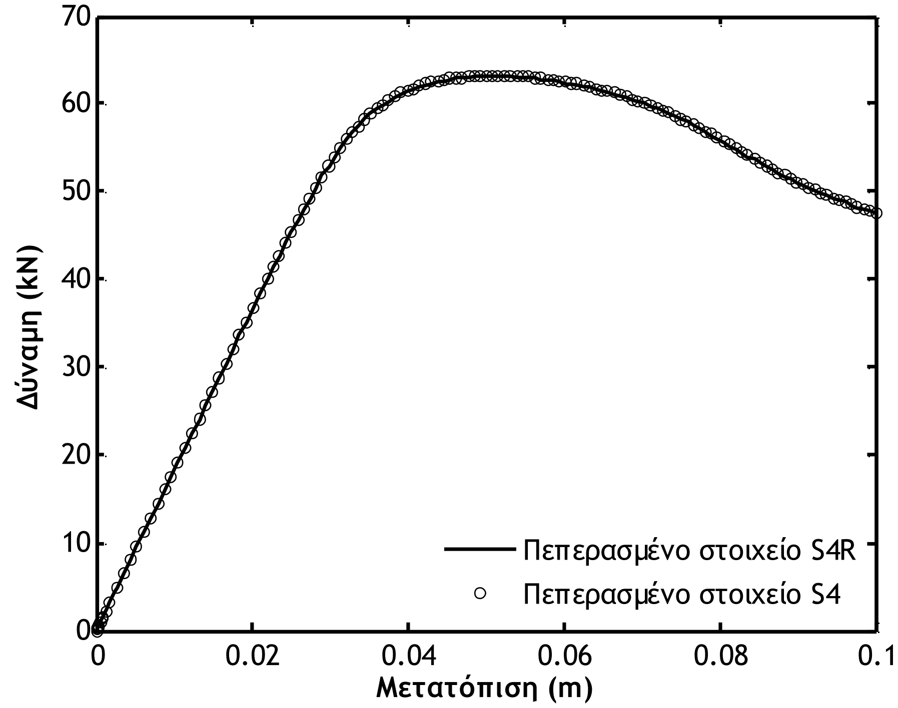
Στο Σχήμα 6.65 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας του προβόλου με το κέλυφος χωρίς άνοιγμα ‘Block 12’ για τα δυο στοιχεία. Οι δρόμοι ισορροπίας αφορούν αναλύσεις GMNA στις οποίες λαμβάνονται υπόψη τα φαινόμενα επαφής των κοχλιών και η ευκαμψία της στήριξης. Στο Σχήμα 6.66 όπως και στο Σχήμα 6.67 δίνονται οι αντίστοιχοι δρόμοι ισορροπίας για τα κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα ‘Block 14’ και με ενισχυμένο άνοιγμα ‘Block 16’ αντίστοιχα. Από τα σχήματα αυτά είναι εμφανές ότι τα πεπερασμένα στοιχεία S4 δίνουν τα ίδια αποτελέσματα με το στοιχείο S4R.



Σχήμα 6.65: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα (σύγκριση πεπερασμένων στοιχείων S4R και S4)



Σχήμα 6.66: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος με μη ενισχυμένο άνοιγμα (σύγκριση πεπερασμένων στοιχείων S4R και S4)

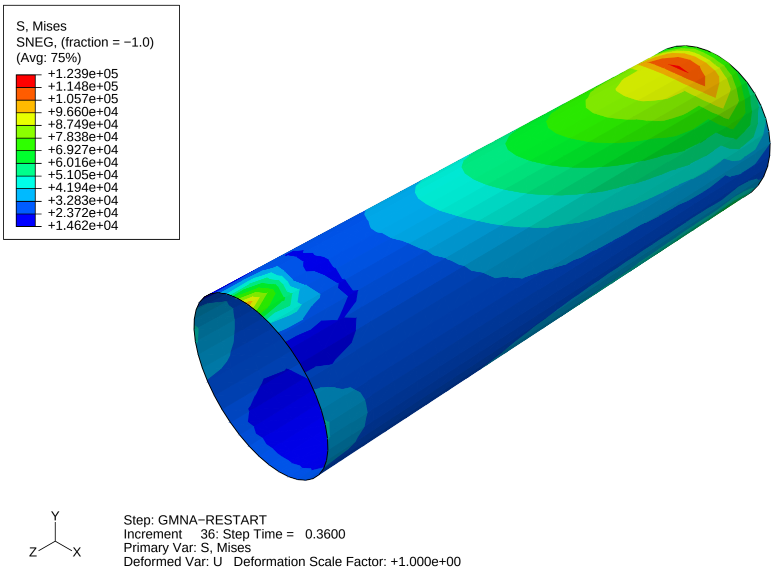


Σχήμα 6.67: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα (σύγκριση πεπερασμένων στοιχείων S4R και S4)

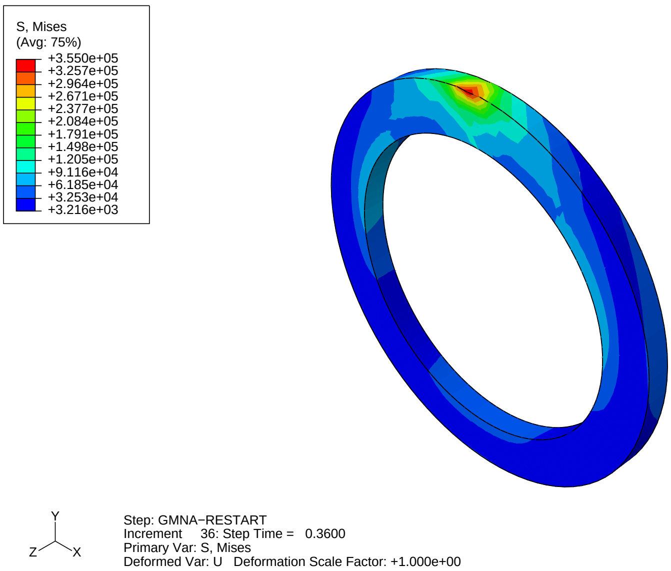
6.6 Έλεγχος της ελαστικής απόκρισης δευτερευόντων στοιχείων των πειραματικών δοκιμίων

Στα Σχήματα 6.68 – 6.75 δίνονται οι κατανομές της τάσης Mises για τα δευτερεύοντα στοιχεία των πειραματικών δοκιμίων για την τελευταία υπολογισμένη θέση ισορροπίας πριν από το φορτίο κατάρρευσης του κελύφους με ενισχυμένο άνοιγμα. Το κέλυφος του 'Block 18' είχε ονομαστικό όριο διαρροής τα 355 MPa, όπως και οι δυο δακτύλιοι του. Οι δυο δακτύλιοι των 'Block 12, 14 και 16' όπως επίσης και το κέλυφος και ο δακτύλιος του 'Block 10' είχαν όριο διαρροής τα 355 MPa. Οι κοχλίες που χρησιμοποιήθηκαν ήταν ποιότητας 10.9.

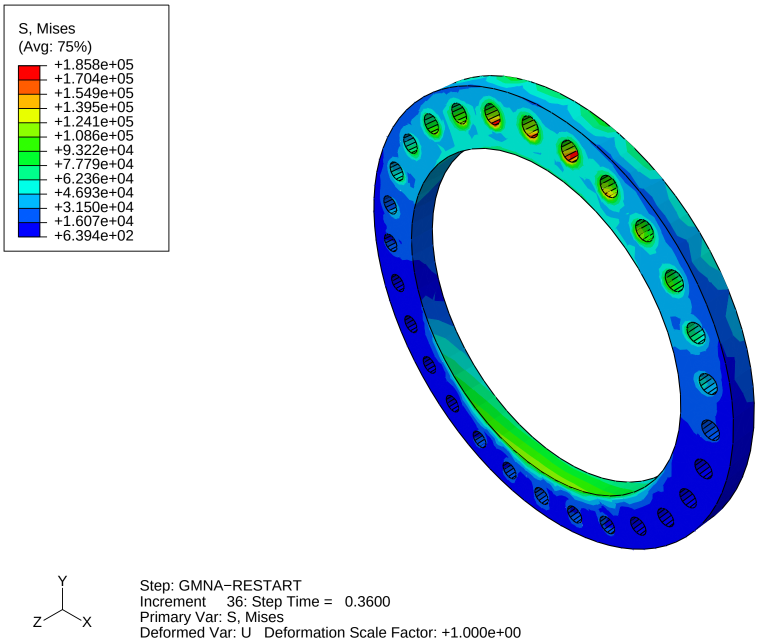
Όπως μπορεί να φανεί από τα σχήματα μόνο ο δακτύλιος χωρίς οπές του 'Block 18' τοπικά υφίσταται διαρροή. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι αυτός είναι ο δακτύλιος στην οποία ασκείται είτε μια επικόμβια δύναμη είτε μια επικόμβια μετατόπιση στα πλαίσια των δυο αριθμητικών αναλύσεων που απαιτούνται για τον υπολογισμού όλου του δρόμου ισορροπίας (βλ. παράγραφο 6.2.2). Μια τέτοια διαρροή είναι αναπόφευκτη. Στην πράξη το έμβολο ασκεί τη μετατόπιση του σε μια πιο μεγάλη επιφάνεια αντί σημειακά με αποτέλεσμα να είναι πιο ήπια η κατανομή και το μέγεθος των αναπτυσσόμενων τάσεων.



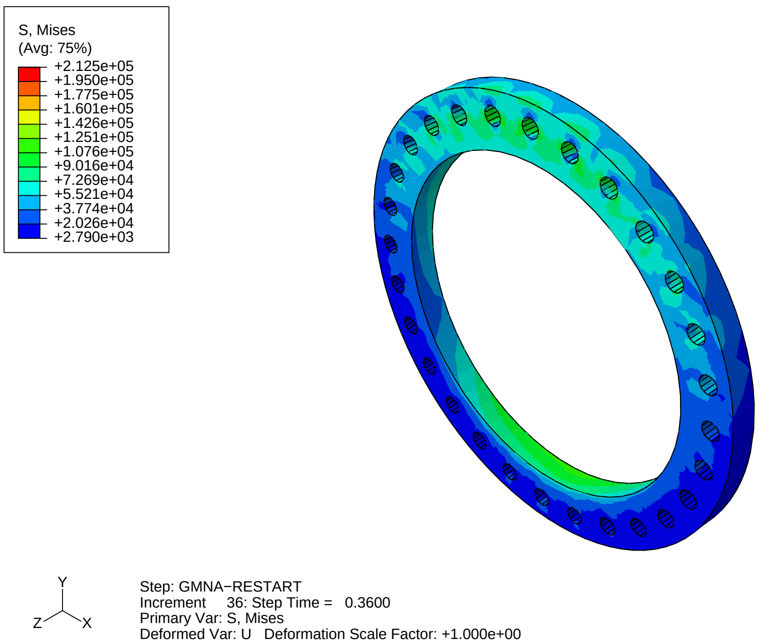
Σχήμα 6.68: Κατανομή τάσεων Mises για το κέλυφος του 'Block 18'



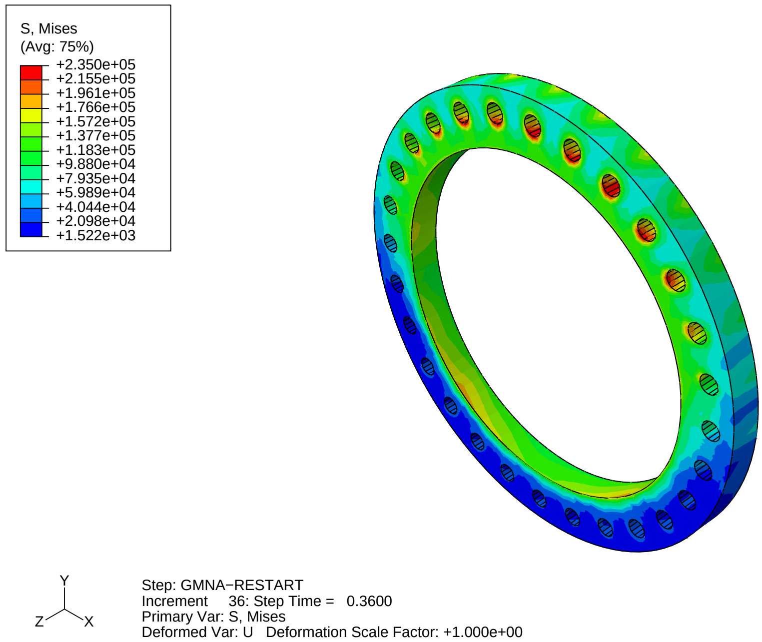
Σχήμα 6.69: Κατανομή τάσεων Mises για το δακτύλιο χωρίς οπές του 'Block 18'



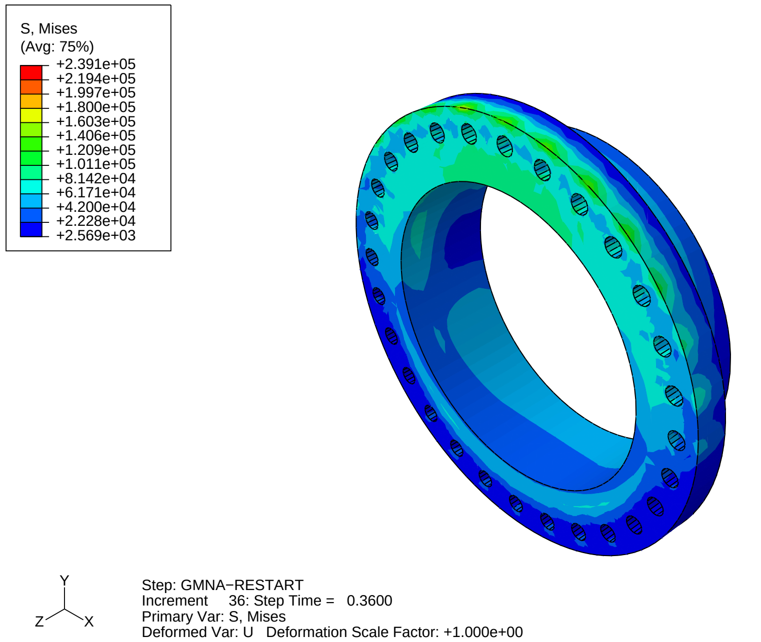
Σχήμα 6.70: Κατανομή τάσεων Mises για το δακτύλιο με οπές του ‘Block 18’



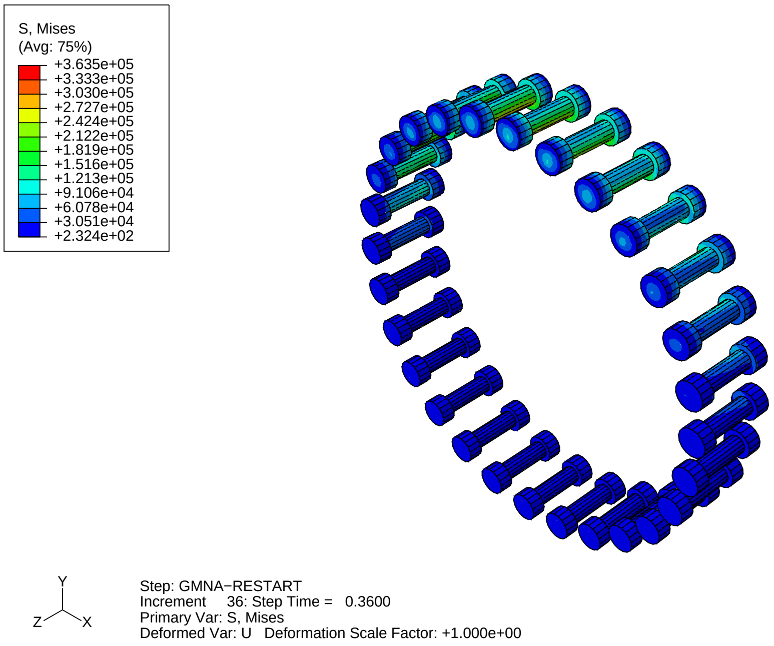
Σχήμα 6.71: Κατανομή τάσεων Mises για το δακτύλιο πάχους 30 mm των ‘Block 12, 14 και 16’



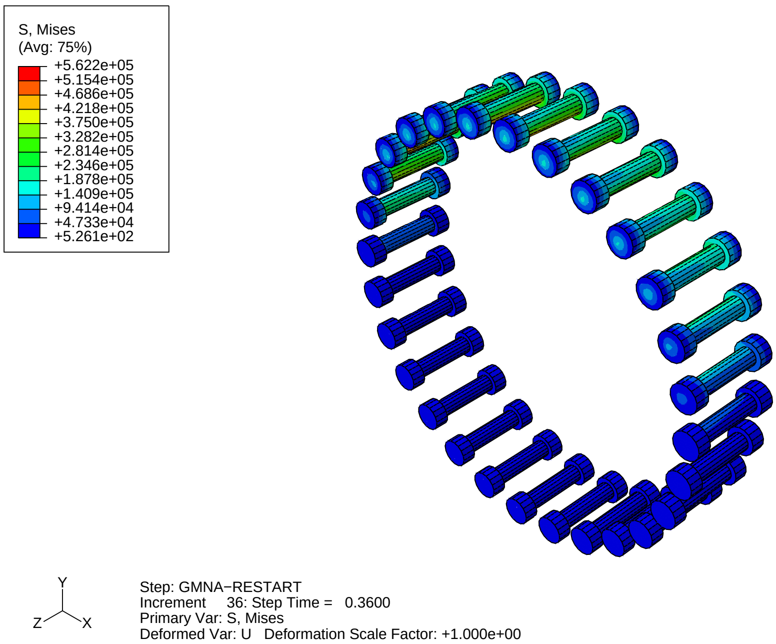
Σχήμα 6.72: Κατανομή τάσεων Mises για το δακτύλιο πάχους 35 mm των 'Block 12, 14 και 16'



Σχήμα 6.73: Κατανομή τάσεων Mises για το δακτύλιο πάχους 40 mm και το κοντό κέλυφος πάχους 20mm του 'Block 10'



Σχήμα 6.74: Κατανομή τάσεων Mises για τους κοχλίες σύνδεσης των κελυφών των ‘Block 12, 14, 16’ με το ‘Block 18’

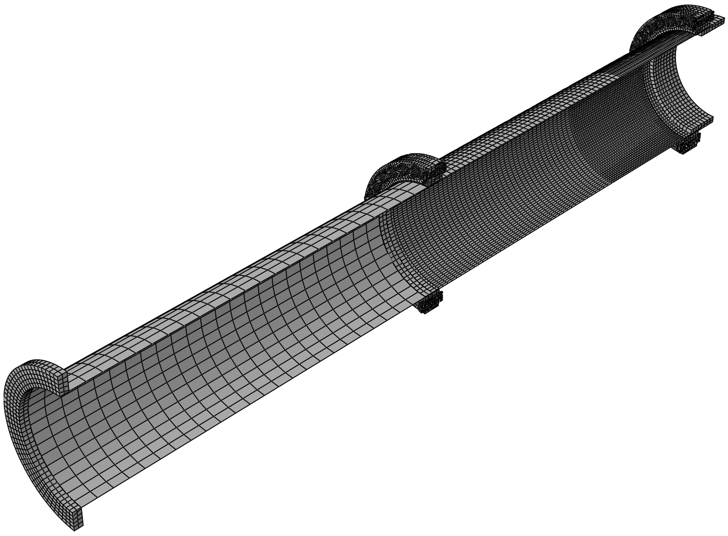


Σχήμα 6.75: Κατανομή τάσεων Mises για τους κοχλίες σύνδεσης των κελυφών των ‘Block 12, 14, 16’ με το ‘Block 10’

6.7 Ανάλυση μισού φορέα και σύγκριση με τον πλήρη φορέα

Το προσομοίωμα του προβόλου που παρουσιάστηκε στην παράγραφο 6.2.2 (βλ. Σχήμα 6.2) είναι συμμετρικό τόσο από πλευράς γεωμετρίας όσο και από πλευρά φόρτισης. Οπότε εξετάζεται στην παρούσα παράγραφο κατά πόσο ο μισός φορέας με κατάλληλες συνθήκες συμμετρίας στο επίπεδο συμμετρίας δίνουν τα ίδια αποτελέσματα με τον πλήρη φορέα. Κατασκευάστηκαν δυο προσομοιώματα: (1) ένα για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα (βλ. Σχήμα 6.76) και (2) ένα για το κέλυφος με μη ενισχυμένο άνοιγμα (βλ. Σχήμα 6.77).

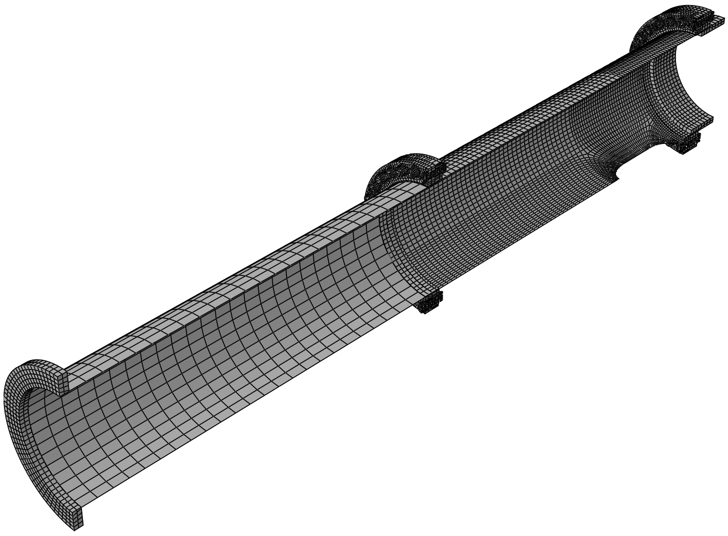
Στο Σχήμα 6.78 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας του πλήρους και του μισού φορέα για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα. Στα δυο προσομοιώματα λήφθηκαν υπόψη τόσο τα φαινόμενα επαφής όσο και η ευκαμψία της στήριξης. Στο Σχήμα 6.79 δίνονται οι μορφές παραμόρφωσης για τον πλήρη και το μισό φορέα οι οποίες δείχνουν μια μικρή διαφοροποίηση η οποία φαίνεται να εξηγεί και τις μικρές διαφορές των δρόμων ισορροπίας στον μεταλυγισμικό κλάδο.



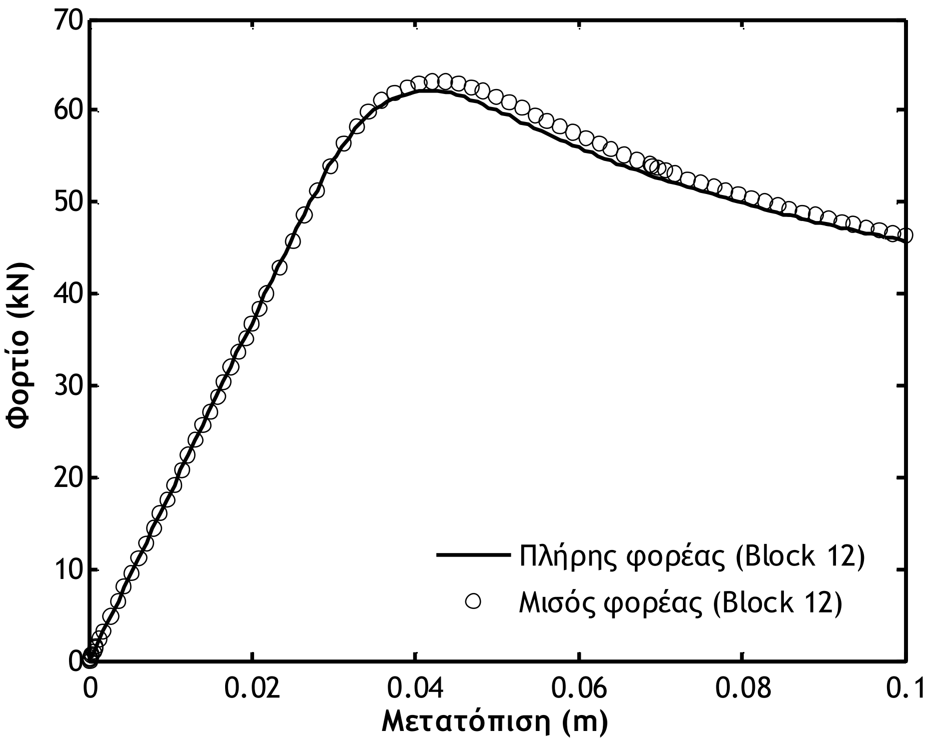
Σχήμα 6.76: Ο μισός φορέας για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα

Στο Σχήμα 6.80 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας του πλήρους και του μισού φορέα για την περίπτωση του κελύφους με μη ενισχυμένο άνοιγμα. Στα δυο προσομοιώματα λήφθηκαν υπόψη τα φαινόμενα επαφής και η ευκαμψία της στήριξης. Από το σχήμα αυτό φαίνεται ότι η αρχική δυσκαμψία των δυο προσομοιωμάτων είναι η ίδια αλλά παρουσιάζονται σημαντικές διαφορές ήδη από την περιοχή πριν από τον λυγισμό.

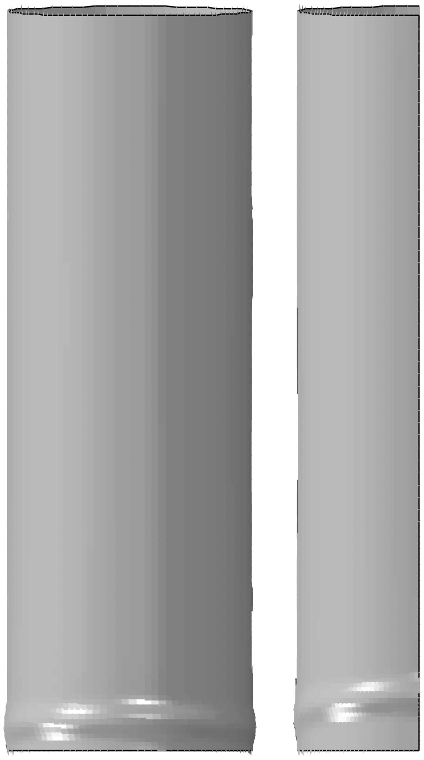
Αυτή η απόκλιση στα αποτελέσματα μπορεί να αποδοθεί στις διαφορετικές μορφές αστοχίας που αναπτύσσονται όπως φαίνεται και στο Σχήμα 6.81.



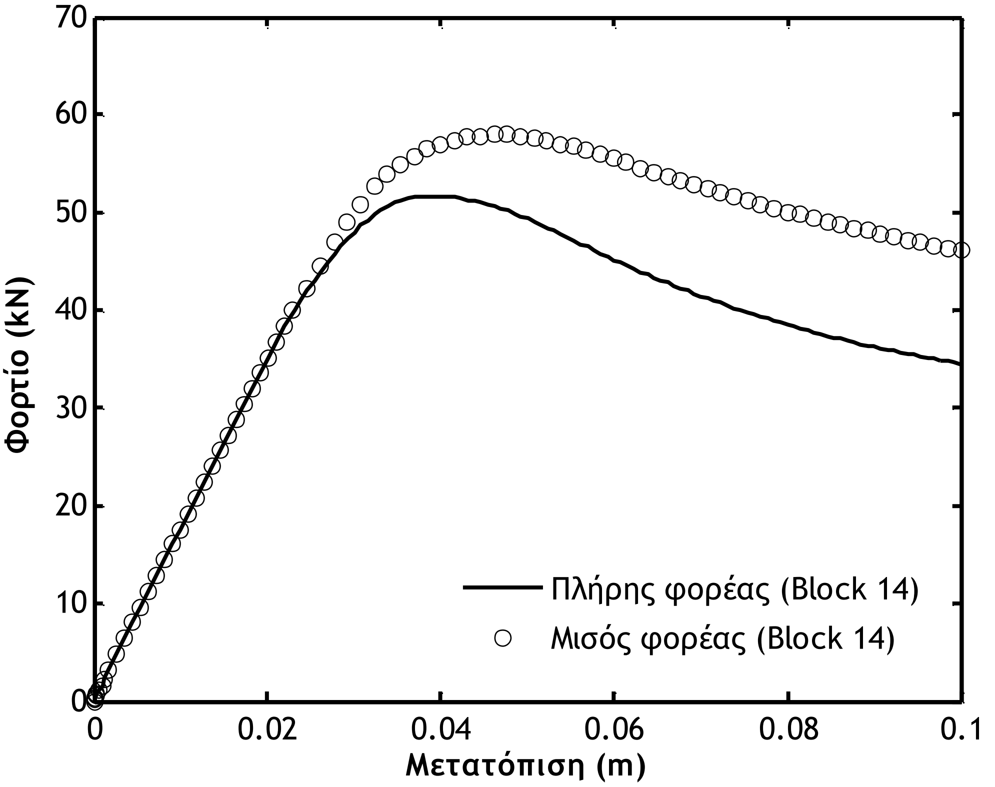
Σχήμα 6.77: Ο μισός φορέας για το κέλυφος με μη ενισχυμένο άνοιγμα



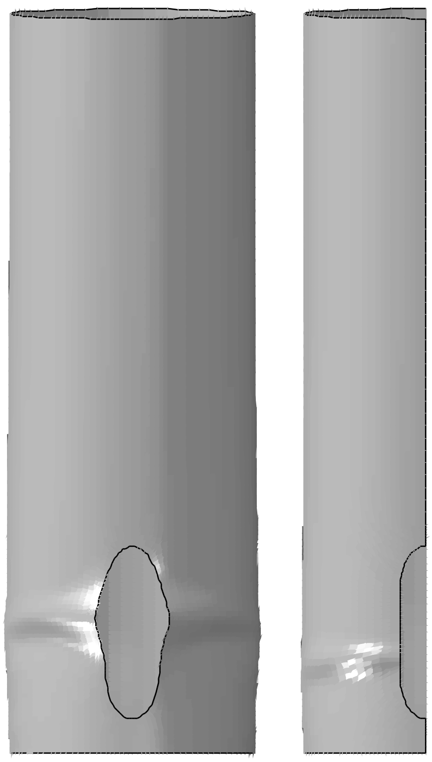
Σχήμα 6.78: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα



Σχήμα 6.79: Μορφές παραμόρφωσης για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα



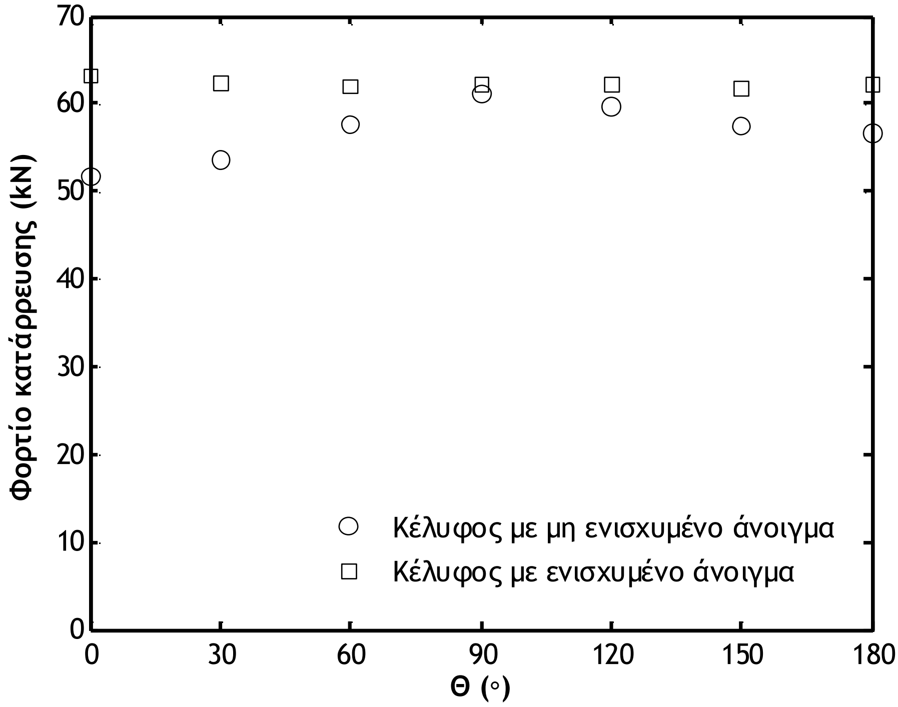
Σχήμα 6.80: Δρόμοι ισορροπίας για το κέλυφος με μη ενισχυμένο άνοιγμα



Σχήμα 6.81: Μορφές παραμόρφωσης για το κέλυφος με μη ενισχυμένο άνοιγμα

6.8 Επίδραση γωνίας φόρτισης σε σχέση με το άνοιγμα

Η επίδραση της διεύθυνσης της φόρτισης σε σχέση με το άνοιγμα εξετάστηκε από τους [Yeh at al., 1999]. Στην εργασία αυτή μελετήθηκε ο λυγισμός έναντι κάμψης ενός ελαστοπλαστικού κελύφους με μη ενισχυμένο άνοιγμα τόσο πειραματικά όσο και αριθμητικά. Η πιο δυσμενής περίπτωση, η οποία δίνει το μικρότερο φορτίο κατάρρευσης, είναι εκείνη στην οποία το άνοιγμα βρίσκεται στην θλιπτική πλευρά. Το μέγιστο φορτίο κατάρρευσης προκύπτει όταν το άνοιγμα βρίσκεται στον ουδέτερο άξονα (του κελύφους χωρίς άνοιγμα). Για την περίπτωση κελύφους με ενισχυμένο άνοιγμα βρέθηκε από τους [Nuta et al, 2011] ότι η δυσμενέστερη περίπτωση είναι όταν η γωνιά Θ μεταξύ της διεύθυνσης του φορτίου και της θέσης του ανοίγματος είναι 22.5^{o}. Από μια σειρά από αριθμητικές αναλύσεις στο προσομοίωμα μας (με φαινόμενα επαφής και εύκαμπτη στήριξη) προέκυψαν τα ίδια αποτελέσματα για την περίπτωση του μη ενισχυμένου ανοίγματος με εκείνα των [Yeh et al., 1999], όπως φαίνεται και από το Σχήμα 6.82, όπου στον οριζόντιο άξονα δίνεται η γωνιά Θ μεταξύ διεύθυνσης φορτίου και θέσης ανοίγματος και στον κατακόρυφο άξονα δίνεται το φορτίο κατάρρευσης.



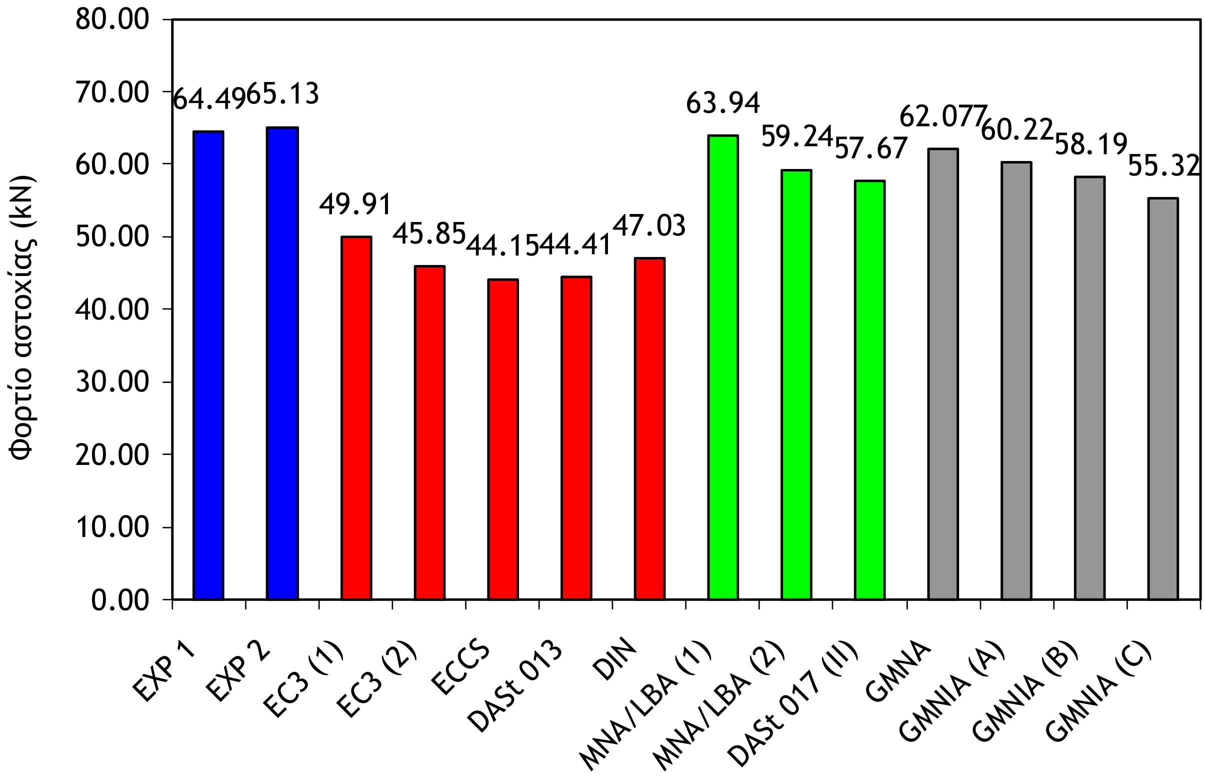
Σχήμα 6.82: Φορτίο κατάρρευσης σαν συνάρτηση της γωνιάς θέσης του ανοίγματος ($\Theta=0^o$ στη θλιπτική πλευρά και $\Theta=180^o$ στην εφελκυόμενη πλευρά)

Για την περίπτωση ενισχυμένου ανοίγματος, βρέθηκε ότι οι αποκλίσεις των φορτίων κατάρρευσης σε σχέση με τη γωνία Θ είναι πρακτικά αμελητέες. Αυτά τα αποτελέσματα αφορούν το συγκεκριμένο εμβαδόν της ενίσχυσης το οποίο είναι επαρκές στο να επαναφέρει τη χαμένη αντοχή λόγω του ανοίγματος. Μια μικρότερη ενίσχυση θα μπορούσε να οδηγήσει σε διαφορετικά αποτελέσματα και συμπεράσματα.

6.9 Σύγκριση πειραματικών και κανονιστικών αντοχών

Στην ενότητα αυτή γίνεται μια σύγκριση μεταξύ των πειραματικών αντοχών που προέκυψαν για τα δυο κελύφη χωρίς άνοιγμα (βλ. Πίνακα 6.1) με τις αντοχές που προβλέπονται από τους διάφορους κανονισμούς κελυφών. Οι κανονιστικές αντοχές δίνονται στο πρώτο παράδειγμα του κεφαλαίου 4 της παρούσας διατριβής.

Στο Σχήμα 6.83 δίνονται τα πειραματικά φορτία αστοχίας μαζί με τα αντίστοιχα κανονιστικά φορτία. Τα πειραματικά φορτία αστοχίας παρουσιάζονται στο σχήμα αυτό συντομογραφικά σαν EXP1 και EXP2 για τα δυο πειραματικά δοκίμια. Με EC3 (1), EC3 (2) δίνονται οι προβλέψεις της μεθόδου των τάσεων του [EN1993-1.6, 2006] για ποιότητα κελύφους C και χρησιμοποιώντας τις διατάξεις για 'μακριά' κελύφη ή τις διατάξεις για 'συνήθη' κελύφη αντίστοιχα. Με ECCS, DASt 013 και DIN είναι οι προβλέψεις του [ECCS, 1988], του [DASt 013, 1980] και του [DIN 18800-4, 1990] αντίστοιχα. Με MNA/LBA (1) και MNA/LBA (2) συμβολίζονται οι προβλέψεις της μεθόδου MNA/LBA του [EN1993-1.6, 2006] για ποιότητα κελύφους C χρησιμοποιώντας τις διατάξεις για 'μακριά' κελύφη ή τις διατάξεις για 'συνήθη' κελύφη αντίστοιχα, ενώ με DASt 017 (II) συμβολίζεται η πρόβλεψη του επιπέδου αριθμητικής ανάλυσης II του κανονισμού [DASt 017, 1992]. Στο ίδιο σχήμα δίνονται οι προβλέψεις των πλήρως μη γραμμικών αναλύσεων χωρίς αρχική γεωμετρική ατέλεια (GMNA) ή με αρχική γεωμετρική ατέλεια (GMNIA). Σαν αρχική γεωμετρική ατέλεια λήφθηκε υπόψη η ατέλεια εξωτερικής συγκόλλησης τύπου Α (βλ. Σχήμα 6.51) με πλάτος το οποίο αντιστοιχεί στην κατασκευαστική ανοχή για τις τρεις ποιότητες κελυφών (Α, Β, C), βάσει του [EN1993-1.6, 2006].



Σχήμα 6.83: Φορτία αστοχίας από πειράματα και από τους κανονισμούς

Από το σχήμα αυτό φαίνεται ότι οι αριθμητικές προβλέψεις δίνουν αποτελέσματα πολύ κοντά στα πειραματικά, ενώ οι αναλυτικές προβλέψεις της μεθόδου των τάσεων του [EN1993-1.6, 2006] και των υπόλοιπων κανονισμών είναι σημαντικά μικρότερες. Επιπλέον, αν ληφθούν οι ευνοϊκές διατάξεις για 'μακριά' κελύφη, η πρόβλεψη της μεθόδου MNA/LBA του [EN1993-1.6, 2006] είναι ακόμα πιο κοντά στα πειραματικά αποτελέσματα.

6.10 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό πραγματοποιήθηκε μια αριθμητική προσομοίωση των πειραμάτων που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS. Υιοθετήθηκαν τρία επίπεδα αριθμητικής ακρίβειας: (1) τα φαινόμενα επαφής καθώς επίσης και η ευκαμψία της στήριξης αγνοούνταν, (2) τα φαινόμενα επαφής λαμβάνονταν υπόψη αλλά θεωρείτο πακτωμένη στήριξη και (3) τόσο τα φαινόμενα επαφής όσο και η ευκαμψία της στήριξης λαμβάνονταν υπόψη. Το τελευταίο επίπεδο ακρίβειας έδωσε πολύ καλά αποτελέσματα σε όρους χαρακτηριστικών δρόμων ισορροπίας, μιας και ο προλυγισμός κλάδος υπολογίστηκε με εξαιρετική ακρίβεια από τα αριθμητικά προσομοιώματα, ενώ τα φορτία κατάρρευσης είχαν μικρή απόκλιση από τα πειραματικά. Οι αριθμητικοί μεταλυγισμικοί κλάδοι αν και δεν ταυτίζονταν ακριβώς με τους πειραματικούς όπως στην περίπτωση των προλυγισμικών κλάδων, εντούτοις πλησίασαν τους πειραματικούς με ικανοποιητική ακρίβεια.

Όσον αφορά τις αριθμητικές προβλέψεις των παραμορφώσεων στα επιλεγμένα σημεία, παρατηρήθηκε στην πλειονότητα των περιπτώσεων καλή πρόβλεψη του προλυγισμικού κλάδου αλλά μικρή ως μεγάλη απόκλιση σε σχέση με τις πειραματικές προβλέψεις στο μεταλυγισμικό κλάδο. Η κύρια αιτία αυτής της απόκλισης είναι οι αρχικές γεωμετρικές ατέλειες οι οποίες προκαλούσαν διαφοροποίηση των παραμορφώσεων σε τοπικό επίπεδο αλλά και των τοπικών λυγισμών.

Από τις αριθμητικές αναλύσεις (GMNA) υπολογίστηκε ότι η παρουσία του ανοίγματος προκαλεί μια μείωση της αντοχής του πυλώνα της τάξης του 17% η οποία είναι μια καλή εκτίμηση της πειραματικής μείωσης της αντοχής η οποία κυμαινόταν στο 24%. Επιπλέον, από τις αριθμητικές αναλύσεις φάνηκε, όπως και στα πειράματα, ότι η επιλεγόμενη ενίσχυση δύναται να επαναφέρει την αντοχή του κελύφους με άνοιγμα στην αντοχή ενός κελύφους χωρίς άνοιγμα.

Τα κελύφη παρουσίασαν σημαντική ευαισθησία στην αρχική γεωμετρική ατέλεια τύπου συγκόλλησης. Η πρώτη ιδιομορφή σαν γεωμετρική ατέλεια επηρέασε πρακτικά μόνο την αντοχή του κελύφους χωρίς άνοιγμα αλλά πάντως σε μικρότερο βαθμό από ότι η ατέλεια συγκόλλησης. Δόθηκαν επίσης για κάθε ποιότητα κελύφους (A, B και C) αποδεκτά εύρη εμβαδών ενίσχυσης A/A_0 τα οποία απαιτούνται για να επαναφέρουν την αντοχή του πειραματικού δοκιμίου με ενισχυμένο άνοιγμα στις κανονιστικές αντοχές βάσει του [EN1993-1.6, 2006] και πιο συγκεκριμένα βάσει της μεθόδου MNA/LBA. Όσον αφορά τις κανονιστικές αντοχές διάκριση έγινε στην αντοχή που προκύπτει εφόσον λάβουμε υπόψη τις ειδικές διατάξεις για μακριά κελύφη ή τις γενικές διατάξεις για συνήθη κελύφη.

Τα πεπερασμένα στοιχεία S4R και S4 έδωσαν τα ίδια αποτελέσματα σε σχέση με τους χαρακτηριστικούς δρόμους ισορροπίας που δόθηκαν προηγουμένως στο κεφάλαιο αυτό. Επομένως, η επιλογή του κατάλληλου στοιχείου κρίνεται από δυο παράγοντες οι οποίοι αφορούν την οικονομία στον χρόνο επίλυσης καθώς επίσης και στην στιβαρότητα του έναντι αριθμητικών προβλημάτων σύγκλισης. Μετά από αριθμητικές αναλύσεις στα πλαίσια της μελέτης της ευαισθησίας των κελυφών με ή χωρίς άνοιγμα (βλ. κεφάλαιο 7), φάνηκε ότι σε κάποιες περιπτώσεις, το πεπερασμένο στοιχείο S4R παρουσίαζε προβλήματα σύγκλισης τις οποίες δεν επιδείκνυε το στοιχείο S4 το οποίο και υιοθετήθηκε στις αναλύσεις των επόμενων κεφαλαίων.

Σε μη γραμμικά προβλήματα υποκείμενα σε φαινόμενα λυγισμού, συμμετρικές κατασκευές, οι οποίες υποβάλλονται σε συμμετρικά φορτία, δεν αστοχούν κατ' ανάγκη συμμετρικά. Επομένως, η ανάλυση του μισού φορέα με κατάλληλες συνοριακές συνθήκες συμμετρίας στο επίπεδο συμμετρίας μπορεί να δώσει ίδια αλλά και διαφορετικά αποτελέσματα (π.χ. χαρακτηριστικούς δρόμους ισορροπίας, μορφές αστοχίας) όπως φάνηκε στη σχετική παράγραφο του παρόντος κεφαλαίου.

Όσον αφορά τη δυσμενέστερη θέση του ανοίγματος σε σχέση με τη διεύθυνση του φορτίου όταν αυτό δεν είναι ενισχυμένο, βρέθηκε ότι αυτή αφορά την περίπτωση που το άνοιγμα βρίσκεται στη θέση της μέγιστης θλίψης. Το πιο μεγάλο φορτίο κατάρρευσης προκύπτει όταν το άνοιγμα βρίσκεται στη θέση του ουδέτερου άξονα. Αυτά τα αποτελέσματα έρχονται σε συμφωνία με τα αποτελέσματα των [Yeh et al., 1999]. Για την περίπτωση του ενισχυμένου ανοίγματος βρέθηκε ότι το φορτίο κατάρρευσης πρακτικά δεν εξαρτάται από τη σχετική θέση του ανοίγματος ως προς τη διεύθυνση του φορτίου. Αυτό ισχύει όταν το εμβαδόν της ενίσχυσης είναι επαρκές στο να επαναφέρει την χαμένη αντοχή λόγω του ανοίγματος.

Για την περίπτωση κελυφών χωρίς άνοιγμα, φάνηκε ότι η μέθοδος των τάσεων του [EN 1993-1.6, 2006], και οι ανάλογες μέθοδοι των υπόλοιπων κανονισμών που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 6.9, είναι αρκετά συντηρητικές συγκρινόμενες με τα δυο πειραματικά αποτελέσματα. Η αριθμητική μέθοδος MNA/LBA του [EN 1993-1.6, 2006], η αριθμητική ανάλυση επιπέδου II του [DASt 017, 1992], καθώς και οι πλήρως μη γραμμικές αναλύσεις (GMNA, GMNIA) δίνουν πιο ρεαλιστικές αντοχές.

6.11 Βιβλιογραφία

ABAQUS/Standard and ABAQUS/Explicit - Version 6.8-1, “Abaqus Theory Manual”, *Dassault Systems*, 2008.

Deutscher Ausschuß für Stahlbau: DASt – Richtlinie 013. Beulsicherheitsnachweise für Schalen. Köln: Stahlbauverlag 1980.

Deutscher Ausschuß für Stahlbau: DASt – Richtlinie 017 Entwurf. Beulsicherheitsnachweise für Schalen – Spezielle Fälle. Köln: Stahlbau - Verlagsgesellschaft, 1992.

DIN 18800 – 4, Stahlbauten: Stabilitätsfälle, Schalenbeulen. Beuth Verlag, Berlin, 1990.

European Committee for Standardization, Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-6: Strength and Stability of Shell Structures, 2006.

ECCS Technical Committee 8, Structural Stability, TWG 8.4 – Stability of Shells, Buckling of Steel Shells, European Design Recommendations, 4th Edition, 1988.

Meng – Kao Yeh, Ming – Chyuan Lin and Wen – Tsang Wu, “Bending buckling of an elastoplastic cylindrical shell with a cutout”, *Engineering Structures*, Vol. 21, pp. 996 – 1005, 1999.

Nuta E, Christopoulos C, and Packer JA, “Methodology for seismic risk assessment for tubular steel wind turbine towers: application to Canadian seismic environment”, Can. J. Civ. Eng. Vol. 38, pp. 293–304, 2011.

Rotter JM and Teng J-G, “Elastic Stability of Cylindrical Shells with Weld Depressions”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, No. 5, pp. 1244 - 1263, 1989.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

Ευαισθησία σε αρχικές ατέλειες

7.1 Εισαγωγή

Η αντοχή κυλινδρικών κελυφών έχει αποτελέσει αντικείμενο ευρείας πειραματικής αλλά και αριθμητικής ανάλυσης. Ειδικότερα όσον αφορά το πειραματικό σκέλος αυτής της έρευνας, έχει αποτελέσει τη βάση πολλών κανόνων σχεδιασμού (DIN 18800-4, DASt – Richtlinie 017, ECCS, EN1993 – Part 1.6). Αντίθετα με άλλες κατασκευές, όπως υποστυλώματα, δοκοί, τόξα και πλάκες, τα κυλινδρικά και κωνικά κελύφη παρουσιάζουν μια σημαντική ιδιαιτερότητα. Είναι εξαιρετικά ευαίσθητα στις αρχικές γεωμετρικές και λοιπές ατέλειες που αναπόφευκτα υπάρχουν σε αυτά. Για το λόγο αυτό, τα πειραματικά αποτελέσματα έχουν δείξει ότι σε περιπτώσεις πολύ λεπτότοιχων κελύφων, η αντοχή είναι αισθητά πιο μικρή από την αντοχή που εκτιμά η γραμμική θεωρία λυγισμού. Για μια ρεαλιστική εκτίμηση του φορτίου κατάρρευσης των κελυφών θα έπρεπε να συμπεριληφθούν στο αριθμητικό προσομοίωμα η γεωμετρική μη γραμμικότητα, η μη γραμμικότητα του υλικού και οι αρχικές ατέλειες. Η εξέλιξη των δυνατοτήτων των Η/Υ καθώς και των αριθμητικών μεθόδων (βλ. κεφάλαιο 3 του παρόντος συγγράμματος) έχει καταστήσει δυνατή μια τέτοια ανάλυση.

Αν και έχει υπάρξει σημαντική πρόοδος στις μεθόδους ανάλυσης, εντούτοις στην περίπτωση των κυλινδρικών κελυφών παραμένει ανοικτό ένα μεγάλο ζήτημα, δηλαδή ποιες είναι οι αρχικές ατέλειες που υπάρχουν στο κέλυφος. Αυτό το ερώτημα είναι πολύ δύσκολο να απαντηθεί. Για το λόγο αυτό το μέρος EN1993-1.6 του Ευρωκώδικα 3 που αφορά τα κελύφη έχει συμπεριλάβει στο κείμενο συγκεκριμένες διατάξεις που αφορούν την αριθμητική ανάλυση των κελυφών. Σημαντική είναι η διάταξη με την οποία οι αρχικές ατέλειες μπορούν να αντικαθιστούνται από μια ισοδύναμη γεωμετρική ατέλεια. Ο όρος «ισοδύναμη» σημαίνει ότι αυτή η γεωμετρική ατέλεια θα πρέπει να έχει τέτοια επίδραση στην αντοχή του κελύφους ώστε να περιγράφει ικανοποιητικά την συμπεριφορά του κελύφους εκείνου που περιέχει όλες τις δυνατές αρχικές ατέλειες.

Η μορφή της «ισοδύναμης» γεωμετρικής ατέλειας είναι πολύ δύσκολο να εξακριβωθεί ακόμα και για την σχετικά απλή περίπτωση του κυλινδρικού κελύφους. Ο EN1993-1.6 αναφέρει ότι η «ισοδύναμη» γεωμετρική ατέλεια θα πρέπει να έχει την πιο δυσμενή επίδραση στην αριθμητικά υπολογισμένη αντοχή του κελύφους. Εάν δεν μπορεί να διαπιστωθεί ποια είναι η πιο δυσμενής γεωμετρική μορφή των ατελειών, θα πρέπει να διεξαχθούν αριθμητικές αναλύσεις λαμβάνοντας υπόψη μια σειρά από γεωμετρικές ατέλειες και από αυτές να επιλεγεί η πιο δυσμενής. Γενικώς προτείνεται να χρησιμοποιείται ως σχήμα αρχικών ατελειών η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού, εκτός και αν μπορεί να δικαιολογηθεί μια πιο δυσμενής μορφή.

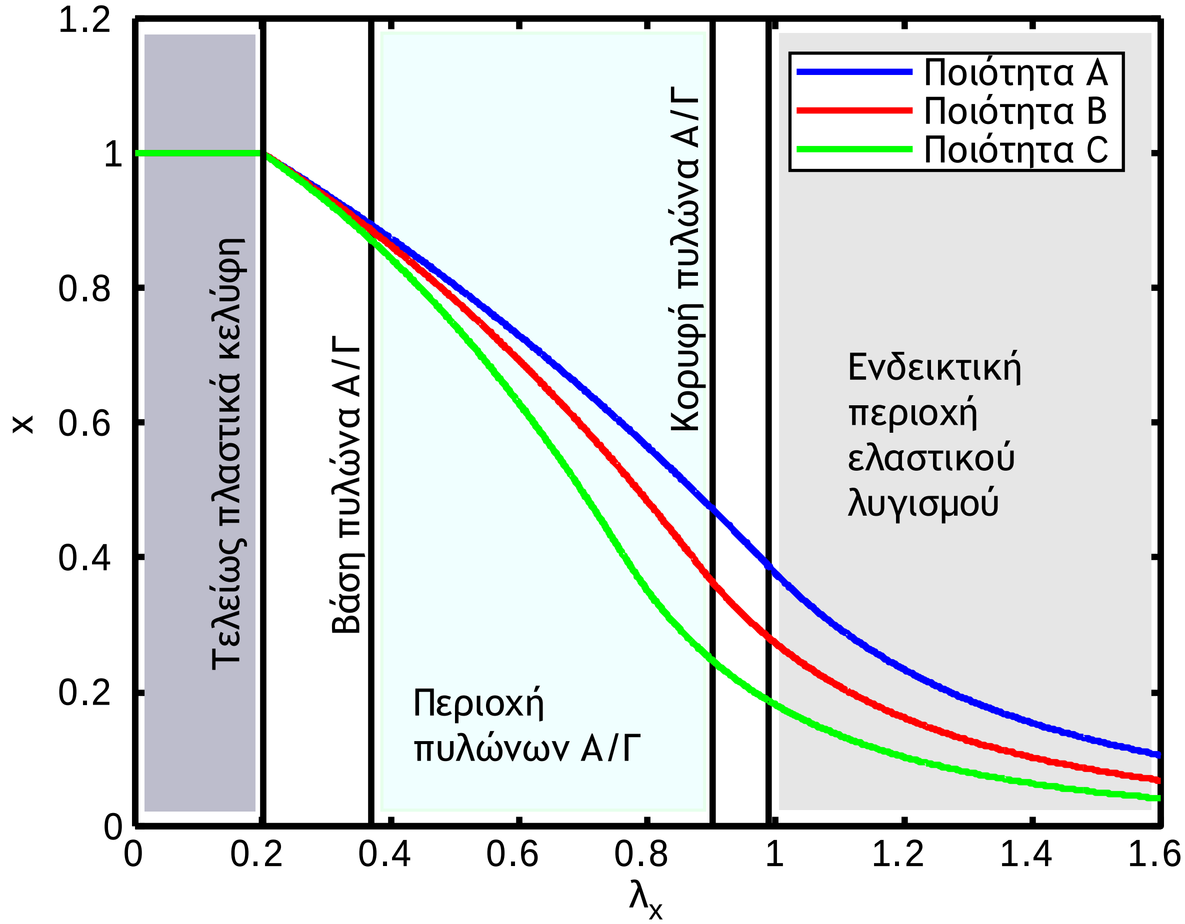
Μέσα από την έρευνα των τελευταίων χρόνων διαφάνηκε ότι μια σχετικά απλή γεωμετρική ατέλεια η οποία είναι αρκετά δυσμενής (ίσως πρακτικά η πιο δυσμενής μορφή), τουλάχιστον για την περίπτωση του αξονικά θλιβόμενου κυλινδρικού κελύφους, είναι μια αξονοσυμμετρική ατέλεια [Rotter & Teng, 1989] η οποία περιγράφει πρακτικά το σχήμα παραμόρφωσης που εισάγεται σε ένα κέλυφος στη θέση μιας περιφερερειακής συγκόλλησης.

Στο παρόν κεφάλαιο επιχειρείται η αριθμητική μελέτη του κυλινδρικού κελύφους υπό καμπτική φόρτιση βάσει των διατάξεων του EN1993-1.6. Η μελέτη αυτή επεκτείνεται και σε κελύφη με άνοιγμα και με ενισχυμένο άνοιγμα.

Κελύφη με άνοιγμα παρατηρούνται σε διάφορες κατασκευές πολιτικού μηχανικού. Στις καπνοδόχους προβλέπεται ένα άνοιγμα το οποίο χρησιμεύει στο να διοχετεύει τα αέρια που παράγονται από τις βιομηχανικές εγκαταστάσεις στην ατμόσφαιρα. Στους πυλώνες Α/Γ, το άνοιγμα που διαμορφώνεται στη βάση του πυλώνα χρησιμεύει στο να είναι δυνατή η επίσκεψη στο εσωτερικό του πυλώνα και στο μηχανολογικό τμήμα της ανεμογεννήτριας για συντήρηση και διόρθωση βλαβών. Η παρούσα αριθμητική μελέτη περιορίζεται σε ένα εύρος ανηγμένων λυγηροτήτων το οποίο χαρακτηρίζει τους πυλώνες Α/Γ. Αυτό το εύρος δίνεται στο Σχήμα 7.1 που αφορά κυλινδρικά κελύφη υπό αξονική θλίψη.

Στο σχήμα αυτό δίνεται στον οριζόντιο άξονα η ανηγμένη λυγηρότητα του κυλινδρικού κελύφους ενώ στον κατακόρυφο άξονα δίνεται ο μειωτικός συντελεστής λόγω λυγισμού για τις τρεις ποιότητες κελυφών (A, B και C). Ενδεικτικά, στο γράφημα επισημαίνεται η περιοχή όπου παρατηρείται ελαστικός λυγισμός. Ως ενδεικτικό κατώτατο όριο ανηγμένης λυγηρότητας για τη βάση του πυλώνα, η οποία περιέχει και την ανθρωποθυρίδα, τίθεται η τιμή 0.37. Ως ενδεικτικό ανώτατο όριο ανηγμένης λυγηρότητας η οποία χαρακτηρίζει την κορυφή του πυλώνα τίθεται η τιμή 0.90.

Η σύγχρονη τάση αύξησης του ύψους του πυλώνα ενδέχεται να επιφέρει κάποια αύξηση του πάχους του κελύφους (δεδομένου ότι η διάμετρος του πυλώνα δεν μπορεί να ξεπεράσει κάποια συγκεκριμένη τιμή διότι δεν θα μπορεί να μεταφερθεί στο εργοτάξιο). Αυτό θα επιφέρει μείωση της ανηγμένης λυγηρότητας των κελυφών. Επομένως, υπάρχει τουλάχιστον θεωρητική πιθανότητα τα κελύφη με την ανθρωποθυρίδα να φτάσουν σε όρους ανηγμένης λυγηρότητας τα τελείως πλαστικά κελύφη, δηλαδή εκείνα για τα οποία η αστοχία οφείλεται αποκλειστικά σε διαρροή του υλικού.

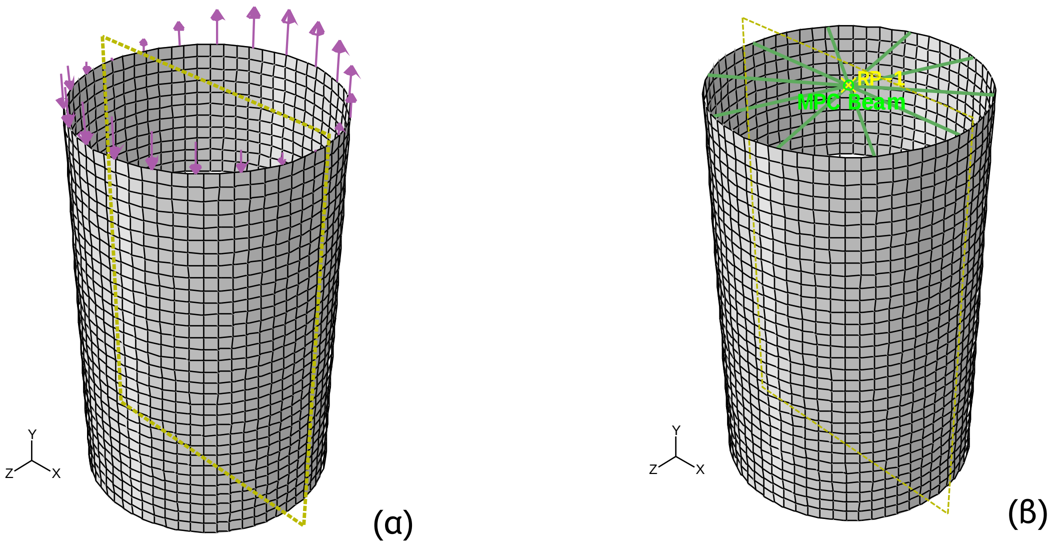


Σχήμα 7.1: Εύρος ανηγμένων λυγηροτήτων πυλώνων Α/Γ

Στο παρόν κεφάλαιο η αριθμητική μελέτη καλύπτει το εύρος των πυλώνων Α/Γ που δίνονται στο Σχήμα 7.1 και επεκτείνεται και σε κελύφη με μικρότερη ανηγμένη λυγηρότητα ώστε να καλύπτεται και η περιοχή των τελείως πλαστικών κελυφών $\left(\lambda_x \leq 0.20\right)$.

7.2 Επιβαλλόμενα φορτία, συνοριακές συνθήκες, αλγόριθμοι επίλυσης

Ο πυλώνας της ανεμογεννήτριας υπόκειται κατά κύριο λόγο σε ανεμοπίεση, η οποία προκαλεί καμπτική καταπόνηση. Το μεγάλο ύψος του πυλώνα έχει ως αποτέλεσμα η κάμψη να είναι η κυρίαρχη δράση του πυλώνα. Για το λόγο αυτό επιλέχθηκε η κάμψη ως φόρτιση στα υπολογιστικά προσομοιώματα. Στο Σχήμα 7.2 (α) δίνεται το κέλυφος χωρίς άνοιγμα το οποίο υπόκειται σε καθαρή κάμψη. Η φόρτιση του Σχήματος 7.2 (α) αποτελείται από ένα κατανεμημένο φορτίο στην άνω περιφέρεια του κελύφους. Στις αριθμητικές αναλύσεις του κεφαλαίου αυτού χρησιμοποιήθηκε ο εναλλακτικός τρόπος επιβολής της κάμψης, ο οποίος παρουσιάζεται σχηματικά στο Σχήμα 7.2 (β). Για να διατηρηθεί η αρχική κυκλική μορφή της άνω περιφέρειας του κελύφους, χρησιμοποιήθηκε μια δέσμευση τύπου MPC – Beam ([ABAQUS, 2008]) βάσει της οποίας οι κόμβοι της περιφέρειας αυτής ενώνονται με άκαμπτες ράβδους με το σημείο αναφοράς της δέσμευσης το οποίο στην προκειμένη περίπτωση είναι το κέντρο βάρους της διατομής RP-1. Το φορτίο στη δεύτερη περίπτωση μπορεί να επιβληθεί είτε ως συγκεντρωμένη ροπή είτε ως συγκεντρωμένη επιβαλλόμενη στροφή του σημείου RP-1. Στην περίπτωση επιβαλλόμενης ροπής, αυτή επιβάλλεται κατά αυτόματο τρόπο και μετράται η αναπτυσσόμενη στροφή. Στην περίπτωση της επιβαλλόμενης στροφής, η στροφή επιβάλλεται κατά αυτόματο τρόπο ενώ μετράται η αναπτυσσόμενη ροπή αντίδρασης.



Σχήμα 7.2: Γεωμετρία και μορφή επιβολής φορτίου

Ως συνοριακή συνθήκη θεωρείται η πάκτωση του κάτω συνόρου των κελυφών.

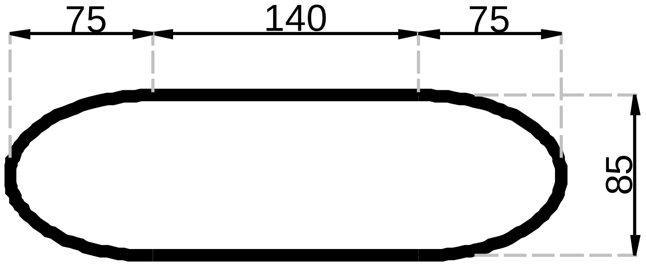
Στις πλείστες των περιπτώσεων χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος επίλυσης μη γραμμικών προβλημάτων χωρίς χρήση «μήκους τόξου» (*Static – General algorithm*) με επιβαλλόμενη στροφή. Παρόλα αυτά σε κάποιες περιπτώσεις λόγω προβλημάτων σύγκλισης του αλγορίθμου αυτού, ήταν αναγκαία είτε η αλλαγή του τρόπου φόρτισης (από επιβαλλόμενη στροφή σε επιβαλλόμενη ροπή), είτε η αλλαγή του αλγορίθμου επίλυσης (από *Static – General* σε *Static – Riks*). Στις αναλύσεις που έγιναν στα πλαίσια του κεφαλαίου αυτού χρησιμοποιήθηκε το πεπερασμένο στοιχείο S4, το οποίο είναι ένα τετρακομβικό στοιχείο διπλής καμπυλότητας, κανονικής ολοκλήρωσης και είναι κατάλληλο για λεπτά και παχιά κελύφη, ακόμη και για μεγάλες παραμορφώσεις.

7.3 Γεωμετρικά και μηχανικά χαρακτηριστικά κελυφών

Στην αριθμητική μελέτη αυτού του κεφαλαίου χρησιμοποιείται στις αναλύσεις ένας ελαστικός – τελείως πλαστικός νόμος υλικού. Το μέτρο ελαστικότητας και ο λόγος του Poisson λαμβάνονται ίσα με 210 GPa και 0.30 αντίστοιχα. Το όριο διαρροής θεωρείται ίσο με 355 MPa. Για την κάλυψη της περιοχής ενδιαφέροντος σε όρους ανηγμένων λυγηροτήτων που αφορούν τους πυλώνες Α/Γ (Σχήμα 7.1), εξετάζονται στο κεφάλαιο αυτό κελύφη με λόγο ακτίνας προς πάχος $r/t = 10, 50, 100, 150, 200, 250, 300$. Για υλικό S355 οι λόγοι αυτοί καλύπτουν την περιοχή ενδιαφέροντος αλλά επεκτείνονται και στην τελείως πλαστική περιοχή $\left(\lambda_x \leq 0.20\right)$ για $r/t = 10$.

Για τον τελικό προσδιορισμό των βασικών γεωμετρικών χαρακτηριστικών των κελυφών γίνονται δυο διερευνητικές αναλύσεις. Με βάση την πρώτη ανάλυση επιχειρείται να εκτιμηθεί ένα μήκος για το οποίο δεν παρατηρείται σημαντική αλληλεπίδραση ανοίγματος και συνοριακών συνθηκών η οποία να προκαλεί σημαντική αλλαγή στο φορτίο κατάρρευσης. Στη συνέχεια διεξάγεται μια διερευνητική ανάλυση για να διαπιστωθεί κατά πόσον η κλίμακα του προσομοιώματος προκαλεί αλλοίωση στην απόκριση του κελύφους.

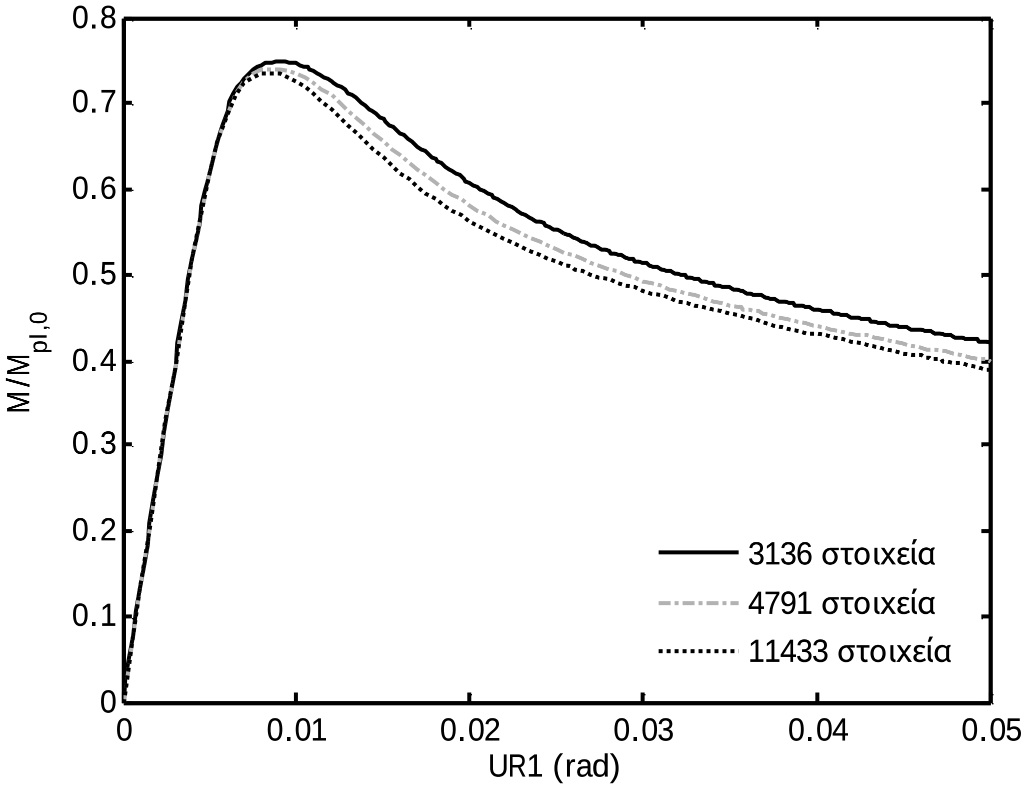
Στην πρώτη διερευνητική ανάλυση, το κέλυφος έχει ακτίνα 198 mm και πάχος 4 mm. Το άνοιγμα αποτελείται από ένα ορθογώνιο μήκους 140 mm και πλάτους 85 mm και δυο ελλειπτικά άκρα με δευτερεύοντα άξονα μήκους 85 mm και κύριο ημιάξονα μήκους 75 mm (Σχήμα 7.3).



Σχήμα 7.3: Γεωμετρία ανοίγματος (διαστάσεις σε mm)

Στην δεύτερη διερευνητική ανάλυση, πέρα από τις προαναφερθείσες διαστάσεις για το πρώτο προσομοίωμα, χρησιμοποιούνται για το δεύτερο υπολογιστικό προσομοίωμα διαστάσεις με τιμές ίσες με το δεκαπλάσιο των διαστάσεων του πρώτου προσομοιώματος. Οι διαστάσεις του δεύτερου υπολογιστικού προσομοιώματος αντιστοιχούν σε σύγχρονους πυλώνες ανεμογεννητριών.

Η κρίσιμη περιοχή του κελύφους με άνοιγμα βρίσκεται στην περιοχή του ανοίγματος όπου παρατηρείται και η εμφάνιση τοπικού λυγισμού και συγκέντρωση τάσεων. Για μια καλή εκτίμηση του φορτίου κατάρρευσης αλλά και την ικανοποιητική εκτίμηση της μεταλυγισμικής συμπεριφοράς διεξάχθηκε μια διερεύνηση για την επιλογή ενός κατάλληλου πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων. Η διερεύνηση αυτή αφορούσε το κέλυφος με ακτίνα 198 mm, μήκος 635 mm και πάχος 4 mm και άνοιγμα με διαστάσεις που δίνονται στο Σχήμα 7.3. Οι αναλύσεις επομένως για την εύρεση του μήκους του κελύφους και την διερεύνηση της επίδρασης της κλίμακας του μοντέλου χρησιμοποιούν ένα ικανοποιητικό αριθμό πεπερασμένων στοιχείων.



Σχήμα 7.4: Αποτελέσματα μελέτης σύγκλισης

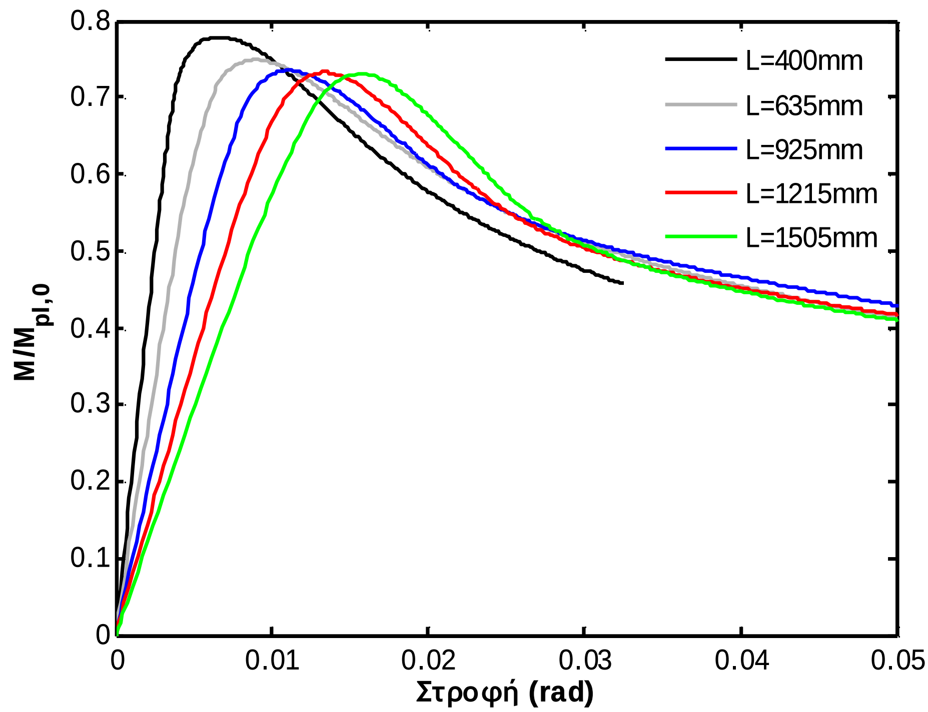
ΜΗΚΟΣ ΚΕΛΥΦΟΥΣ

Στο Σχήμα 7.5 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας για διάφορα μήκη του κελύφους. Οι δρόμοι ισορροπίας προέκυψαν από μια γεωμετρικώς μη γραμμική και ανελαστική ανάλυση (GMNA). Στον οριζόντιο άξονα δίνεται η αναπτυσσόμενη στροφή στο σημείο επιβολής της ροπής ενώ στον κατακόρυφο άξονα δίνεται η αδιαστατοποιημένη ροπή M ως προς την πλαστική αντοχή του κελύφους χωρίς άνοιγμα $\left(M_{pl,0}\right)$, η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$M_{pl,0} = \frac{4}{3} f_y \left(\left(r + \frac{t}{2} \right)^3 - \left(r - \frac{t}{2} \right)^3 \right) \tag{7.1}$$

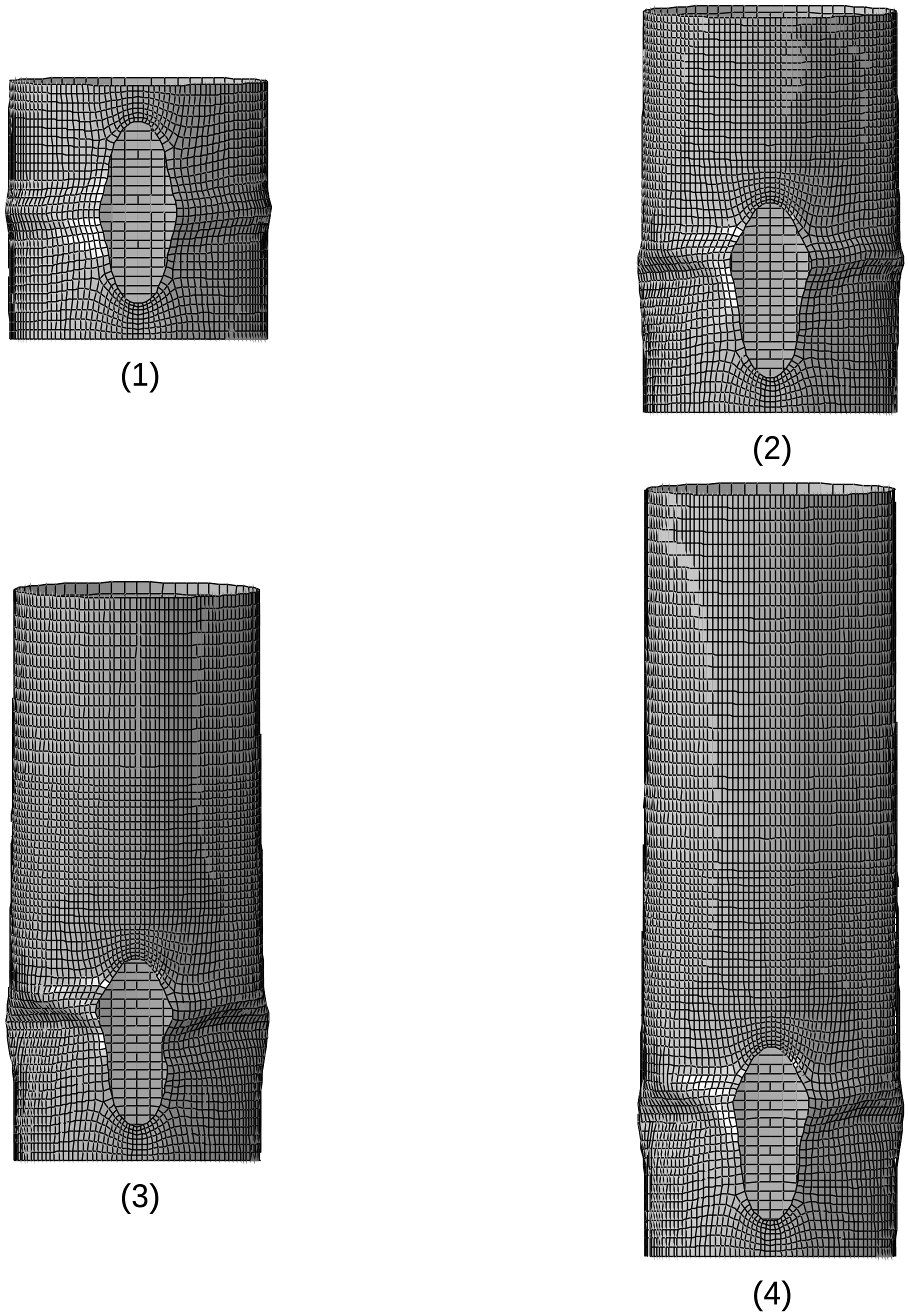
όπου f_y είναι το όριο διαρροής του υλικού, r είναι η ακτίνα του κελύφους και t είναι το πάχος του.

Από τους δρόμους ισορροπίας παρατηρείται ότι τα κελύφη δεν έχουν τον ίδιο προλυγισμικό κλάδο πράγμα που οφείλεται στο διαφορετικό μήκος και συνεπώς την διαφορετική δυσκαμψία. Όσον αφορά το φορτίο κατάρρευσης, παρατηρείται ότι την μεγαλύτερη αντοχή επιδεικνύει το πιο κοντό κέλυφος. Τα κελύφη με μήκη 635 mm, 925 mm, 1215 mm και 1505 mm έχουν πρακτικά την ίδια αντοχή, ενώ επιδεικνύουν και παρόμοιο μεταλυγισμικό κλάδο. Στο Σχήμα 7.6 δίνονται οι μορφές παραμόρφωσης στην τελευταία υπολογισμένη θέση ισορροπίας κάθε προσομοιώματος, η οποία όμως δεν αντιστοιχεί στην ίδια αναπτυσσόμενη στροφή.



Σχήμα 7.5: Επίδραση μήκους κελύφους στο δρόμο ισορροπίας

Το προσομοίωμα με μήκος 635 mm φαίνεται να δίνει τόσο φορτίο κατάρρευσης όσο και μορφής παραμόρφωσης όμοια με τα μεγαλύτερου μήκους κελύφη. Επομένως, για λόγους οικονομίας, επιλέγεται να χρησιμοποιηθεί για τις επόμενες αριθμητικές αναλύσεις το προσομοίωμα με μήκος 635 mm.



Σχήμα 7.6: Μορφή παραμόρφωση στην τελευταία υπολογισμένη θέση ισορροπίας για κάθε προσομοίωμα [(1): L=400mm, (2): L=635mm, (3): L=925mm, (4): L=1215mm]

ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΚΛΙΜΑΚΑΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑΤΟΣ

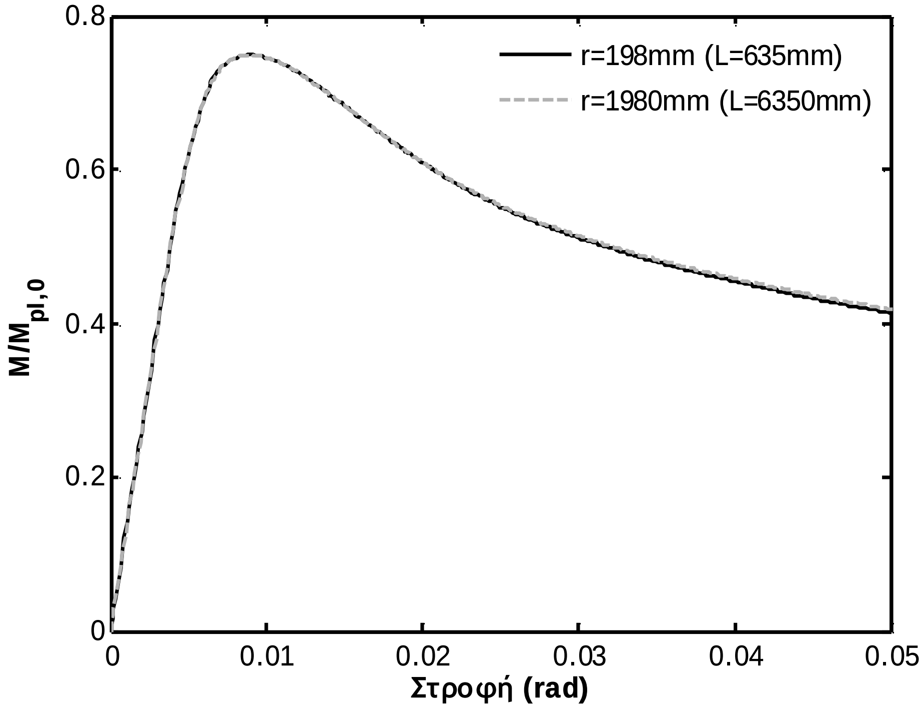
Στην παράγραφο αυτή διερευνάται η επίδραση της κλίμακας του προσομοιώματος στη συμπεριφορά και την αντοχή του κελύφους. Το πρώτο προσομοίωμα έχει ακτίνα 198 mm, πάχος 4 mm και μήκος 635 mm. Το άνοιγμα αποτελείται από ένα ορθογώνιο πλάτους 85 mm και μήκους 140 mm και δυο ελλειπτικά άκρα με δευτερεύοντα άξονα μήκους 85 mm και κύριο ημιάξονα μήκους 75 mm (Σχήμα 7.3). Το δεύτερο προσομοίωμα έχει ακτίνα 1980 mm, πάχος 40 mm και μήκος 6350 mm. Το άνοιγμα αποτελείται από ένα ορθογώνιο πλάτους 850 mm και μήκους 1400 mm και δυο ελλειπτικά άκρα με δευτερεύοντα άξονα μήκους 850 mm και κύριο ημιάξονα μήκους 750 mm. Οι διαστάσεις του δεύτερου προσομοιώματος αντιστοιχούν σε ρεαλιστικές διαστάσεις πραγματικών πυλώνων ανεμογεννητριών.

Το πρώτο κέλυφος προσομοιώνεται με 4477 πεπερασμένα στοιχεία κελύφους S4. Το δεύτερο κέλυφος προσομοιώνεται με 4476 πεπερασμένα στοιχεία κελύφους του ίδιου τύπου.

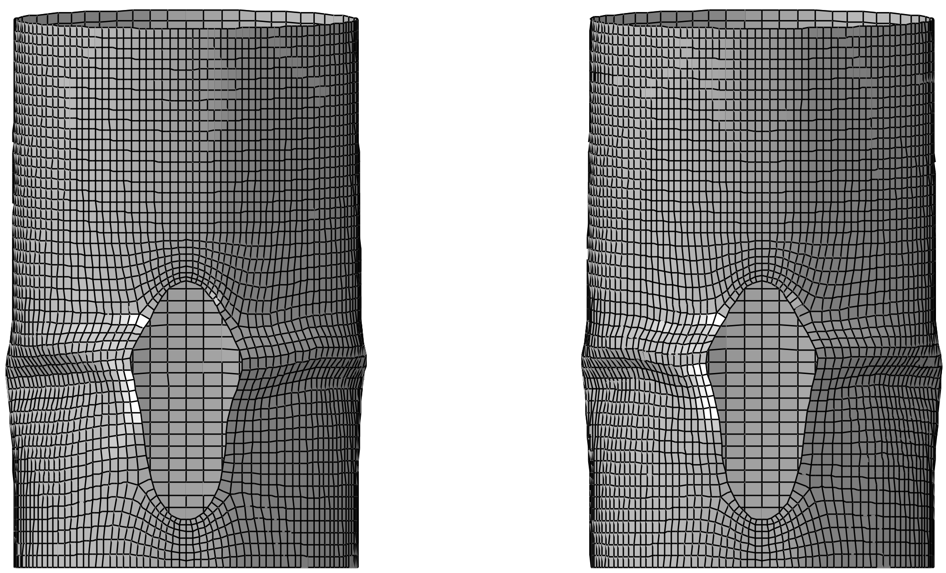
Στο Σχήμα 7.7 δίνεται ο δρόμος ισορροπίας για τα δυο προσομοιώματα. Στον κατακόρυφο άξονα δίνεται η επιβαλλόμενη ροπή Μ αδιαστατοποιημένη με τη πλαστική αντοχή $M_{pl,0}$ κάθε κελύφους ενώ στον οριζόντιο άξονα δίνεται η αναπτυσσόμενη στροφή. Παρατηρείται ότι ο δρόμος ισορροπίας είναι ο ίδιος και για τα δυο προσομοιώματα.

Στο Σχήμα 7.8 δίνεται η μορφή παραμόρφωσης των δυο κελυφών στην τελική θέση ισορροπίας που υπολογίστηκε (δεν αντιστοιχούν όμως σε κοινή αναπτυσσόμενη στροφή). Η μορφή παραμόρφωσης είναι η ίδια και για τα δυο προσομοιώματα. Επομένως, η παράμετρος της κλίμακας του προσομοιώματος δεν προκαλεί αλλαγή στην συμπεριφορά του κελύφους.

Για τις επόμενες αριθμητικές αναλύσεις επιλέγεται το κέλυφος με ακτίνα 1980 mm και μήκος 6350 mm. Στην περίπτωση κελυφών με άνοιγμα χρησιμοποιείται το άνοιγμα του Σχήματος 7.3 με διαστάσεις όμως δέκα φορές μεγαλύτερες.



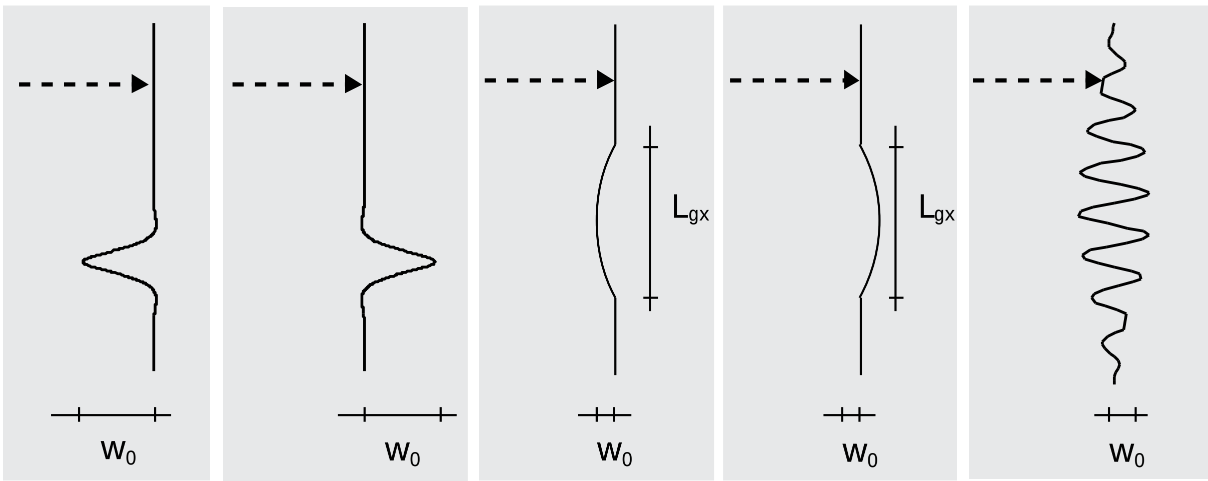
Σχήμα 7.7: Δρόμοι ισορροπίας (επίδραση μεγέθους προσομοιώματος)



Σχήμα 7.8: Μορφές παραμόρφωσης της τελικής θέσης ισορροπίας (αριστερά: r=198mm και δεξιά: r=1980mm)

7.4 'Ισοδύναμες' γεωμετρικές ατέλειες

Σύμφωνα με τον κανονισμό [EN1993-1.6, 2006], σε μια ανάλυση GMNIA θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη μια ισοδύναμη γεωμετρική ατέλεια η οποία θα είναι σε θέση να εκτιμά την δυσμενή επίδραση των αρχικών ατελειών, είτε πρόκειται για ατέλειες στη γεωμετρία, τις συνοριακές συνθήκες ή τις ιδιότητες του υλικού. Η εύρεση αυτής της δυσμενέστερης γεωμετρικής ατέλειας δεν είναι απλή υπόθεση, κυρίως για κελύφη με ενισχυμένο (ή μη ενισχυμένο) άνοιγμα, παρόλο που στην περίπτωση των κελυφών χωρίς άνοιγμα, η ατέλεια συγκόλλησης η οποία προτάθηκε από τους [Rotter & Teng, 1989], μπορεί να θεωρηθεί ως η «δυσμενέστερη» γεωμετρική ατέλεια όπως αναφέρεται και στο [Chen et al., 2008]. Για μια πιο πλήρη αριθμητική διερεύνηση λήφθηκαν υπόψη στις αναλύσεις αυτού του κεφαλαίου διάφορες γεωμετρικές ατέλειες (βλ. Σχήμα 7.9): (α) η εσωτερική ατέλεια συγκόλλησης (Type A, [Rotter & Teng, 1989]) με τα κοίλα προς τα έξω, (β) η εξωτερική ατέλεια συγκόλλησης (Type A) με τα κοίλα προς τα μέσα, (γ) το εσωτερικό κοίλωμα κυκλικού τόξου με τα κοίλα προς τα έξω, (δ) το εξωτερικό κοίλωμα κυκλικού τόξου με τα κοίλα προς τα μέσα και (ε) η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για την περίπτωση των κελυφών χωρίς άνοιγμα. Η εφαρμογή της εσωτερικής συγκόλλησης τύπου Α σε κυλινδρικά κελύφη έδωσε, σε μια προκαταρκτική μελέτη, αποτελέσματα που έρχονταν σε καλή συμφωνία με τα αποτελέσματα των [Chen et al., 2008] στο εξεταζόμενο εύρος λυγηροτήτων r/t που μελετάται στο κεφάλαιο αυτό.



(α) A1 (β) A2 (γ) A3 (δ) A4 (ε) A5

Σχήμα 7.9: 'Ισοδύναμη' γεωμετρική ατέλεια (α) εσωτερική συγκόλληση (τύπος Α), ατέλεια Α1, (β) εξωτερική συγκόλληση (τύπος Α), ατέλεια Α2, (γ) εσωτερικό κυκλικό τόξο, ατέλεια Α3, (γ) εξωτερικό κυκλικό τόξο, ατέλεια Α4 και (ε) 1η ιδιομορφή λυγισμού για κελύφη χωρίς άνοιγμα, ατέλεια Α5

Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού δεν λήφθηκε υπόψη για τα κελύφη με ενισχυμένο ή μη άνοιγμα διότι βρέθηκε σε αναλύσεις που δίνονται στο κεφάλαιο 6 της διατριβής αυτής ότι η επιρροή της στο φορτίο κατάρρευσης είναι αμελητέα. Επίσης, σημειώνεται ότι το απλό κυκλικό τόξο, χαρακτηρίζεται εδώ από ένα εύρος L_{gx} το οποίο ισούται με $\sqrt{4rt}$ και μεταβαλλόμενο πλάτος w_0.

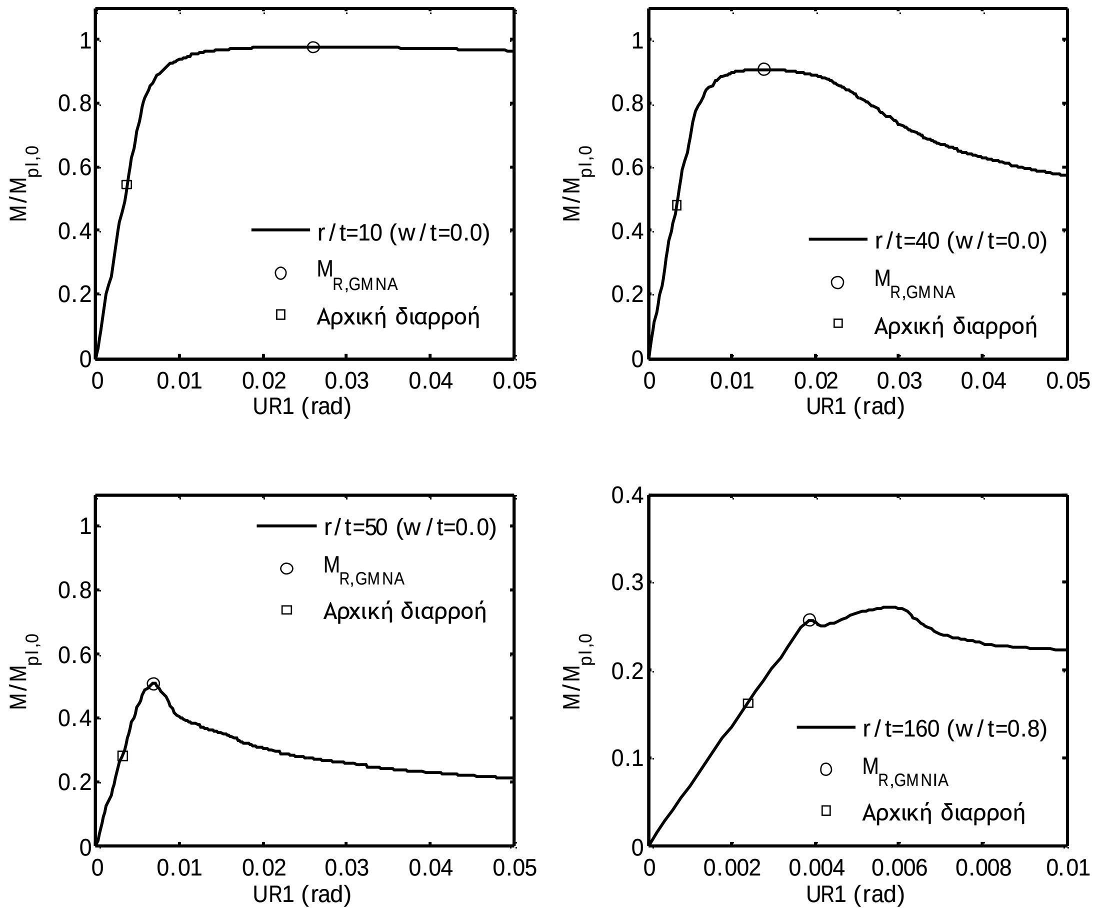
7.5 Προσδιορισμός φορτίου κατάρρευσης

Από τις μη γραμμικές αναλύσεις που διεξάγονται είτε με γεωμετρική ατέλεια (GMNIA) είτε χωρίς ατέλεια (GMNA) προκύπτουν χαρακτηριστικοί δρόμοι ισορροπίας και μορφές αστοχίας. Από τους δρόμους ισορροπίας μπορεί να εκτιμηθεί το φορτίο κατάρρευσης. Εφόσον ο δρόμος ισορροπίας διαθέτει ένα καθολικό μέγιστο τότε το φορτίο που αντιστοιχεί σε αυτό το σημείο είναι το φορτίο κατάρρευσης. Εφόσον όμως στο δρόμο ισορροπίας παρατηρείται τοπικό μέγιστο πριν από το καθολικό μέγιστο, τότε επιλέγεται σαν φορτίο κατάρρευσης το φορτίο του πρώτου τοπικού μέγιστου.

Στο Σχήμα 7.10 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας για τέσσερα κελύφη με ενισχυμένη οπή και σαν ατέλεια την ατέλεια A1, δηλαδή την εσωτερική συγκόλληση τύπου A (βλ. Σχήμα 7.9) . Στον οριζόντιο άξονα δίνεται η επιβαλλόμενη (ή αναπτυσσόμενη) στροφή UR1, ενώ στον κατακόρυφο άξονα δίνεται η αναπτυσσόμενη (ή επιβαλλόμενη) ροπή M αδιαστατοποιημένη ως προς την πλαστική αντοχή $M_{pl,0}$ ενός αντίστοιχου κελύφους χωρίς άνοιγμα.

Στις περιπτώσεις λυγηροτήτων $r/t = 10,40,80$, όπου διεξήχθηκε μια ανάλυση GMNA, τα κελύφη επιδεικνύουν μια συμπεριφορά η οποία σε γενικές γραμμές παρουσιάζει ένα καθολικό μέγιστο στο δρόμο ισορροπίας και το οποίο μπορεί να τεθεί σαν η αριθμητική αντοχή του κελύφους από μια ανάλυση GMNA. Αυτή η αντοχή συμβολίζεται σαν $M_{R,GMNA}$. Εφόσον παρόμοιοι δρόμοι ισορροπίας προέκυπταν από μια ανάλυση GMNIA τότε η αντοχή θα συμβολιζόταν σαν $M_{R,GMNIA}$.

Σε περιπτώσεις πιο λεπτότοιχων κελυφών, όπως η περίπτωση του $r/t = 160$ στο Σχήμα 7.10, είναι δυνατόν να παρουσιαστεί στο δρόμο ισορροπίας ένα τοπικό μέγιστο το οποίο ακολουθείται από ένα καθολικό μέγιστο. Βέβαια είναι δυνατόν να παρουσιαστούν πολλαπλά τοπικά μέγιστα και ένα καθολικό μέγιστο. Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις που το πρώτο τοπικό μέγιστο δεν συμπίπτει με το καθολικό μέγιστο, η αντοχή $M_{R,GMNIA}$ θεωρείται, όπως προαναφέρθηκε, ίση με το πρώτο τοπικό μέγιστο του δρόμου ισορροπίας.



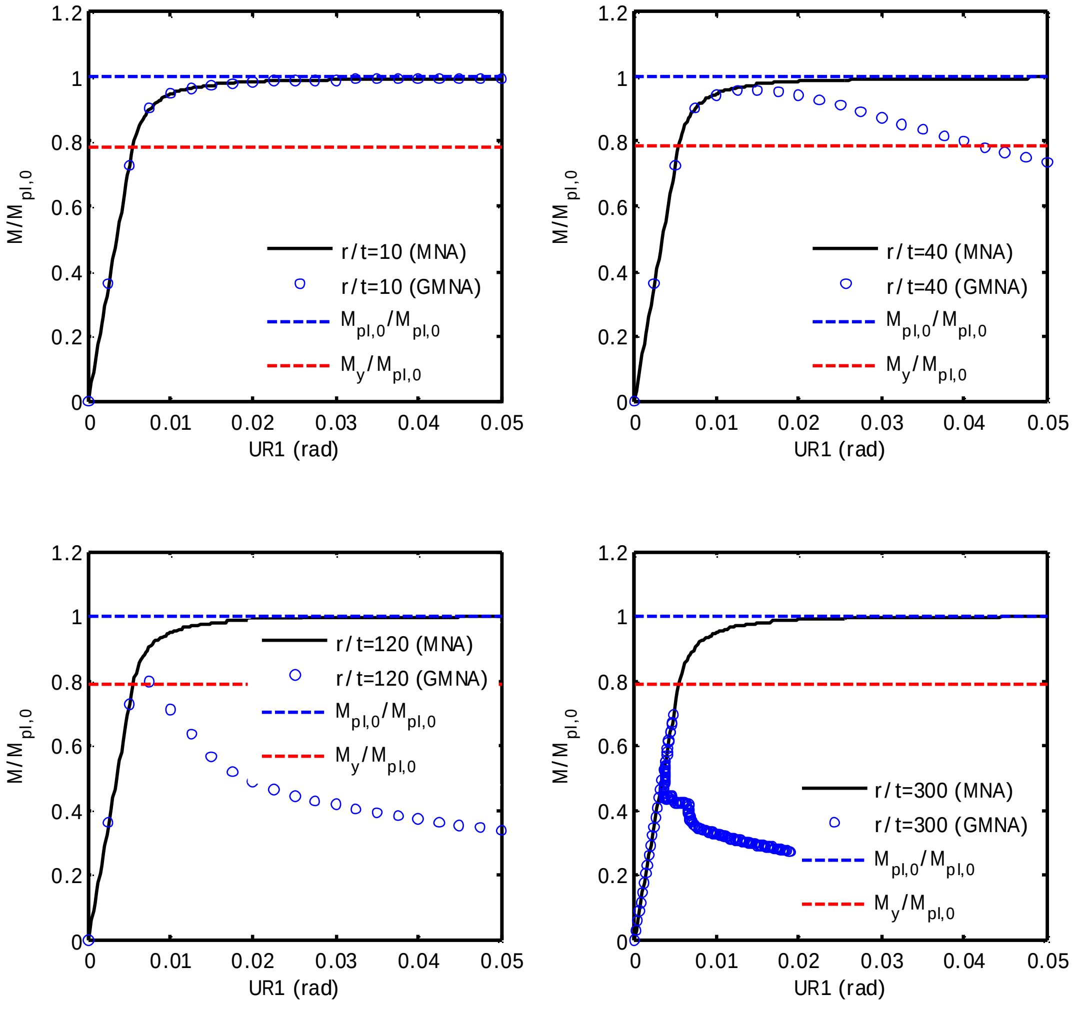
Σχήμα 7.10: Προσδιορισμός αντοχής $M_{R,GMNIA}$

7.6 Καμπτόμενα κυλινδρικά κελύφη χωρίς άνοιγμα

Στην παράγραφο αυτή μελετάται η συμπεριφορά καμπτόμενων κελυφών χωρίς άνοιγμα. Η ακτίνα της διατομής των αριθμητικών προσομοιωμάτων διατηρήθηκε σταθερή $(r = 1980\text{mm})$ ενώ μεταβλήθηκε το πάχος των κελυφών για να ληφθούν οι κατάλληλοι λόγοι λυγηρότητας $(r/t, \lambda_s)$.

Στο Σχήμα 7.11 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας για τέσσερα διαφορετικά κελύφη με λόγο ακτίνας προς πάχος (r/t) ίσο με 10, 40, 120 και 300 από αναλύσεις MNA και GMNA. Στον οριζόντιο άξονα δίνεται η στροφή της διατομής στην οποία επιβάλλεται η συγκεντρωμένη στροφή UR1 (βλ. Σχήμα 7.2(β)). Στον κατακόρυφο άξονα δίνεται η αντίστοιχη ροπή M αδιαστατοποιημένη με την πλαστική αντοχή της διατομής σε κάμψη $M_{pl,0}$. Στα ίδια γραφήματα δίνεται η ροπή έναρξης της διαρροής στο κέλυφος M_y αδιαστατοποιημένη με την ροπή $M_{pl,0}$.

Με βάση τους δρόμους ισορροπίας του Σχήματος 7.11 μπορούν να διακριθούν τέσσερις διαφορετικοί τύποι κελυφών σύμφωνα και με την κατάταξη των κυκλικών διατομών από δομικό χάλυβα του Πίνακα 5.2 του Μέρους 1.1 του Ευρωκώδικα (EN1993, Part 1.1, 2006).



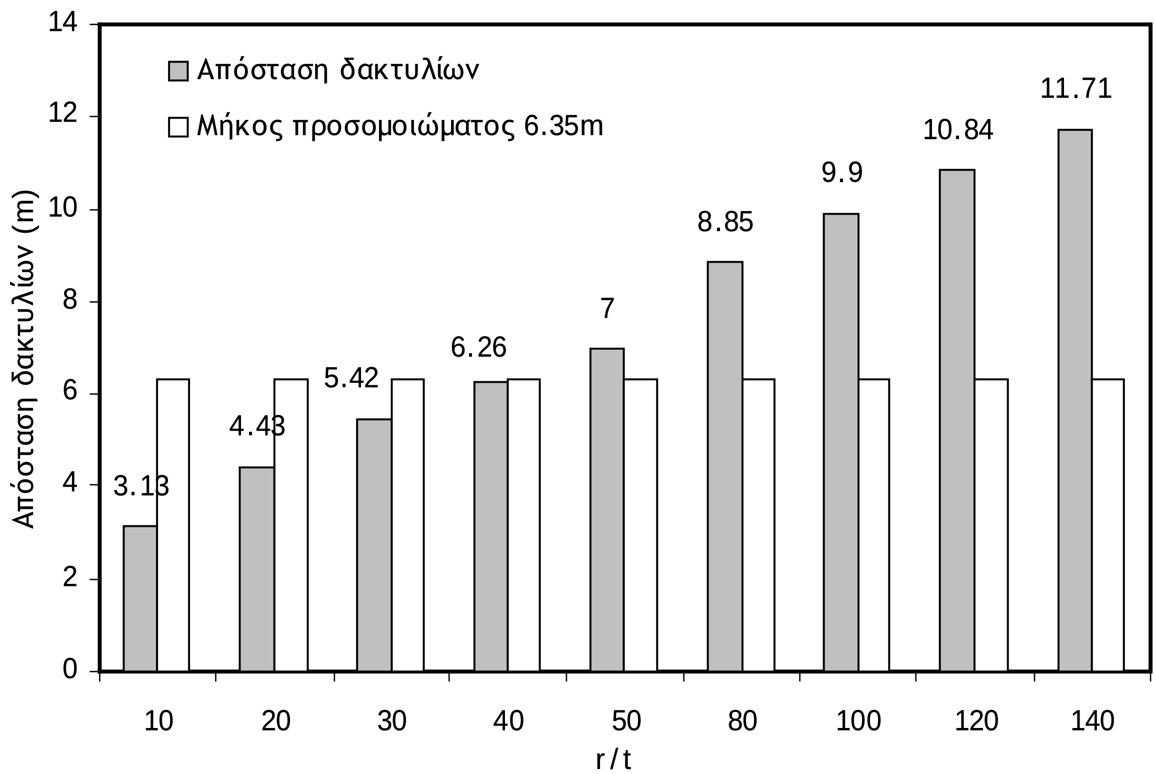
Σχήμα 7.11: Δρόμοι ισορροπίας για κελύφη με λόγους ακτίνας προς πάχος 10, 40, 120 και 300 από αναλύσεις MNA και GMNA

Οι τέσσερις τύποι κελυφών καλούνται τύποι 1, 2, 3 και 4 κατ' αντιστοιχία με τις διατομές κατηγορίας 1, 2, 3 και 4 (Πίνακας 5.2, EN1993 – Μέρος 1.1). Κελύφη τύπου 1 δύνανται να αναπτύξουν την πλαστική αντοχή τους και να την διατηρήσουν για ένα πολύ μεγάλο εύρος παραμορφώσεων (βλ. Σχήμα 7.11, r/t=10). Κελύφη τύπου 2 δύνανται να αναπτύξουν αντοχή πρακτικά ίση με την πλαστική αντοχή αλλά για ένα περιορισμένο εύρος παραμορφώσεων. Για μεγαλύτερες παραμορφώσεις η κατασκευή δεν μπορεί να διατηρήσει την πλαστική αντοχή (βλ. Σχήμα 7.11, r/t=40). Κελύφη τύπου 3 αναπτύσσουν αντοχή μικρότερη της πλαστικής αντοχής αλλά μεγαλύτερη της ελαστικής ροπής αντοχής (βλ. Σχήμα 7.11, r/t=120). Το κέλυφος τύπου 4 εντάσσεται στην κατηγορία εκείνων των κελυφών που είναι αρκετά λεπτότοιχα ώστε να μην μπορούν να αναπτύξουν ούτε καν την ελαστική ροπή αντοχής διότι αστοχούν λόγω τοπικού λυγισμού για μικρότερες τιμές επιβαλλόμενης ροπής (βλ. Σχήμα 7.11, r/t=300).

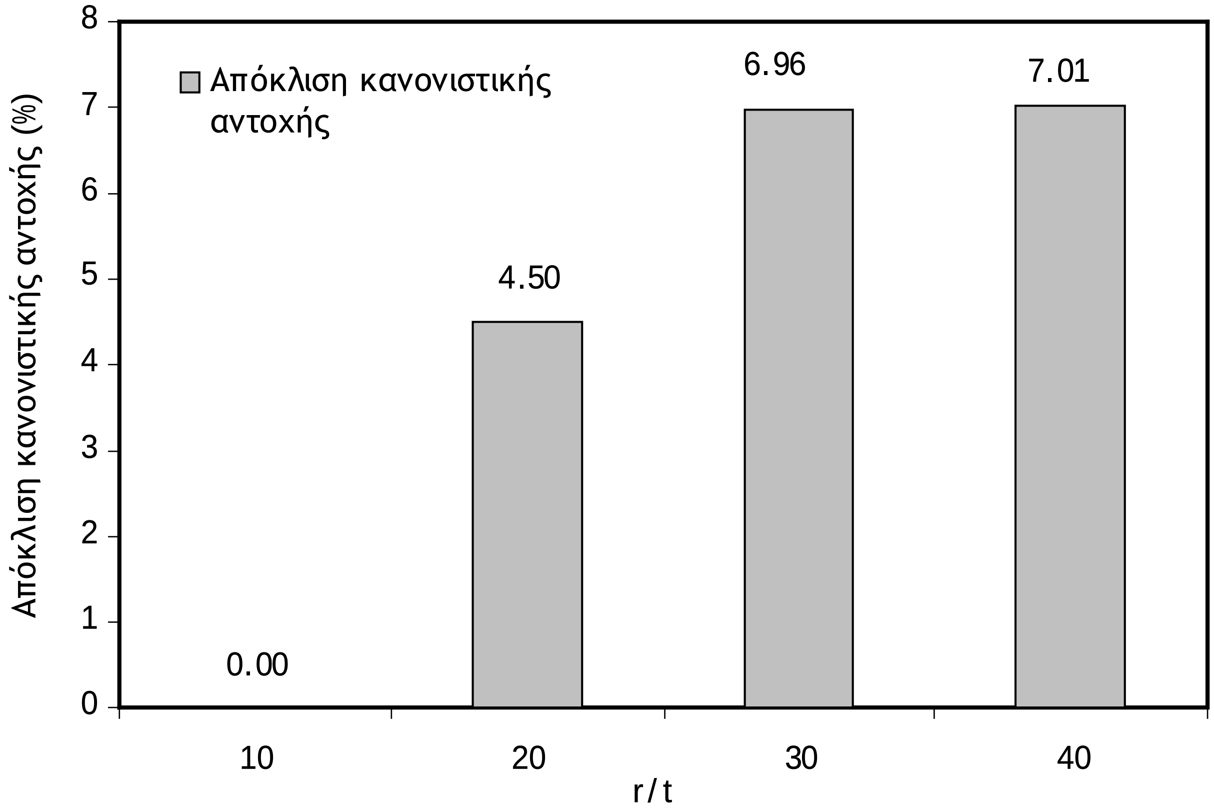
Στις επόμενα διαγράμματα που ακολουθούν συμπεριλαμβάνονται και οι κανονιστικές αντοχές για τα κελύφη χωρίς άνοιγμα οι οποίες υπολογίζονται βάσει της μεθόδου MNA/LBA του [EN1993-1.6, 2006]. Κατά τον υπολογισμό αυτών των αντοχών προαιρετικά μπορούν να εφαρμοστούν οι ειδικές πρόνοιες που αφορούν μακριά κελύφη. Για τα εξεταζόμενα κελύφη, μόνο τα εκείνα με r/t=10, 40 ικανοποιούν τις συνθήκες για να θεωρηθούν μακριά. Για τις υπόλοιπες λυγηρότητες οι συνθήκες δεν ικανοποιούνται, οπότε τα κελύφη αυτά δεν μπορούν να θεωρηθούν ως μακριά, κυρίως λόγω του ότι το μήκος τους δεν είναι αρκούντως μεγάλο. Στο Σχήμα 7.12 δίνονται τα απαιτούμενα μήκη που θα έπρεπε να έχουν τα προσομοιώματα για τις διάφορες λυγηρότητες r/t ώστε να μπορούσαν να καταχωρηθούν ως μακριά. Στοιχεία δίνονται επίσης και για τα κελύφη r/t=20, 30 τα οποία συμπεριλαμβάνονται στα κελύφη που εξετάζονται στο κεφάλαιο 9. Στο ίδιο σχήμα δίνεται και το υφιστάμενο μήκος των κελυφών που είναι ίσο με 6.35 m. Η εισαγωγή δακτυλίων ανά αυτό το μήκος θα κατέτασσε αυτόματα τα κελύφη αυτά ως «συνήθη» κελύφη και όχι ως μακριά. Από το σχήμα αυτό φαίνεται ότι για r/t≥50 το μήκος των κελυφών που λαμβάνεται υπόψη (6.35 m) είναι μικρότερο από το απαιτούμενο ώστε τα κελύφη να μπορούσαν να χαρακτηριστούν ως «μακριά».

Στο Σχήμα 7.13 δίνεται η απόκλιση μεταξύ της κανονιστικής αντοχής για τα κελύφη με r/t=10, 40, που εξετάζονται στο κεφάλαιο αυτό, τα οποία όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.12 μπορούν να χαρακτηριστούν ως «μακριά» κελύφη, εφόσον θεωρούσαμε από τη μια τις διατάξεις για «μακριά» κελύφη και από την άλλη τις σχετικές διατάξεις για «συνήθη» κελύφη. Στο ίδιο σχήμα δίνονται ενδεικτικά οι αποκλίσεις και για r/t=20, 30, τα οποία εξετάζονται και στο κεφάλαιο 9. Η απόκλιση αυτή φτάνει μέχρι το 7% για την περίπτωση με r/t=40. Για r/t=10 οι διατάξεις για «μακριά» αλλά και για «συνήθη» κελύφη δίνουν ίδια αντοχή. Για τα κελύφη με r/t=160 δεν θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν οι ειδικές διατάξεις «μακριών» κελυφών λόγω του ότι υπάρχει η απαίτηση r/t≤140 (βλ. D1.2.1(7) του [EN1993-1.6, 2006]).

Στις επόμενες παραγράφους για τον υπολογισμό της κανονιστικής αντοχής χρησιμοποιείται η μέθοδος MNA/LBA ενώ λαμβάνονται υπόψη οι διατάξεις για συνήθη κελύφη, μιας και αρκετά από τα κελύφη που εξετάζονται εδώ αλλά και στο κεφάλαιο 9, εντάσσονται σε αυτή την κατηγορία, ενώ με χρήση δακτυλιοειδών ενισχύσεων ανά λογικές αποστάσεις (βλ. Σχήμα 7.12) και τα «μακριά» κελύφη γίνονται «συνήθη». Η περίπτωση r/t=10 απαιτεί μεν αρκετά μικρή απόσταση τοποθέτησης τέτοιων ενισχύσεων, η οποία δεν είναι εφαρμόσιμη μιας ο δακτύλιος θα έπρεπε να τοποθετηθεί στο ύψος της ανθρωποθυρίδα, ωστόσο για αυτά τα κελύφη η αντοχή για τα «συνήθη» αλλά και τα «μακριά» κελύφη είναι η ίδια.



Σχήμα 7.12: Ελάχιστη απόσταση δακτυλίων για να μην είναι τα κελύφη «μακριά»

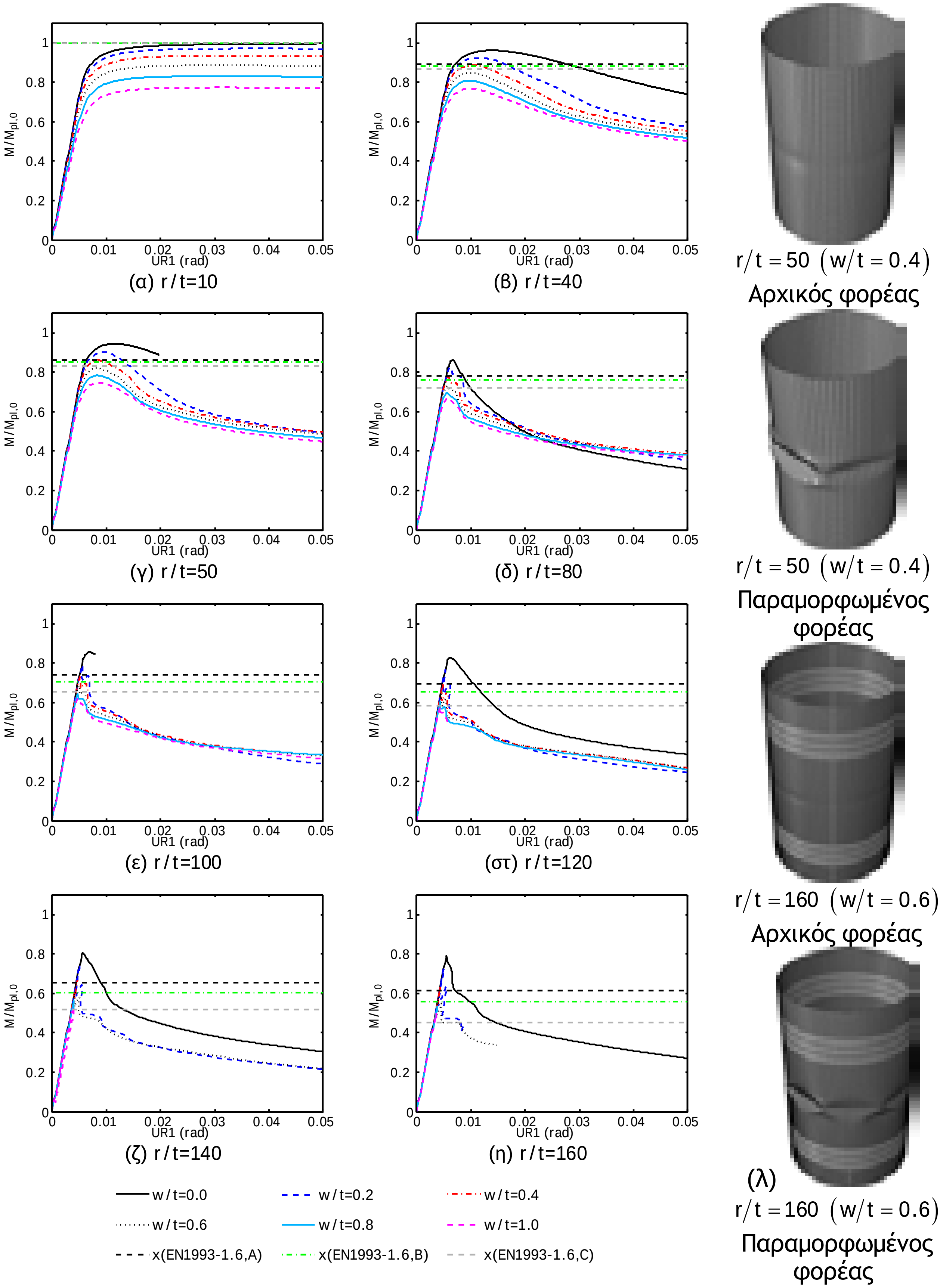


Σχήμα 7.13: Απόκλιση κανονιστικής αντοχής «μακριών» και «συνήθων» κελυφών

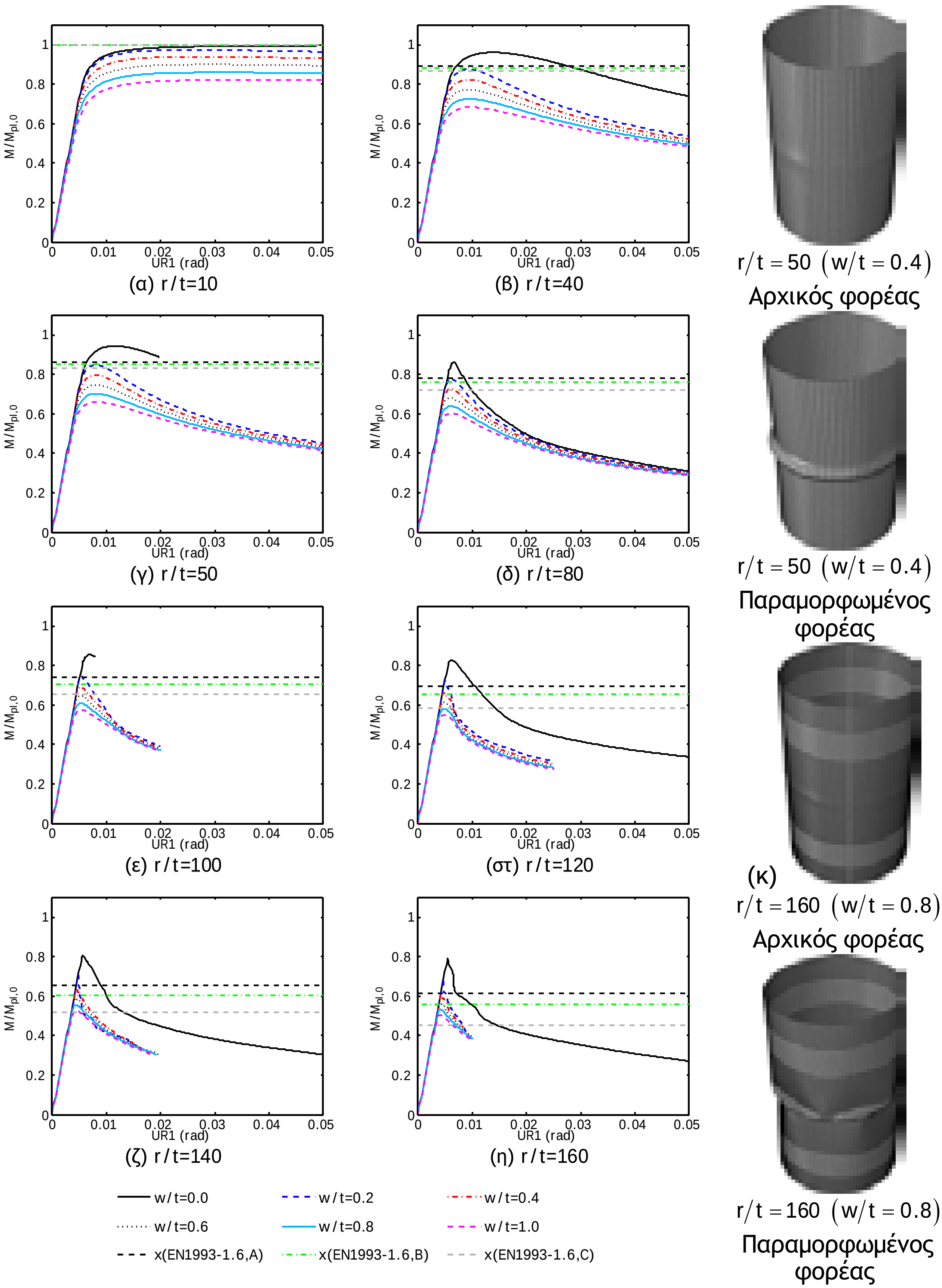
Από το Σχήμα 7.14 μέχρι το Σχήμα 7.18 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας κελυφών χωρίς άνοιγμα με ισοδύναμη γεωμετρική ατέλεια τις ατέλειες Α1, Α2, Α3, Α4 και Α5 αντίστοιχα (βλ. Σχήμα 7.9). Στα ίδια σχήματα παρέχονται τυπικές μορφές αστοχίας για έκαστη μορφή ατέλειας σε προχωρημένο στάδιο φόρτισης. Από τις μορφές αστοχίας που δίνονται παρατηρείται ότι σχετικά παχιά κελύφη αστοχούν με τη δημιουργία ενός κοιλώματος (ή ακόμη και δυο κοιλωμάτων) μορφής ‘elephant foot’ το οποίο δημιουργείται στην θέση της γεωμετρικής ατέλειας (βλ. Σχήμα 7.17, $r/t = 50, w/t = 0.4$). Για πιο λεπτότοιχα κελύφη η παρουσία των γεωμετρικών ατελειών ανεξαρτήτως μορφής προκαλεί την γνωστή πειραματική μορφή αστοχίας λεπτότοιχων κελυφών η οποία καλείται αστοχία τύπου ‘διαμαντιού’ (diamond buckling mode) (βλ. Σχήμα 7.17, $r/t = 160, w/t = 0.8$). Στην περίπτωση πολύ παχιών κελυφών (δεν παρουσιάζονται στα προαναφερθέντα σχήματα) δεν εκδηλώνεται τοπική κύρτωση στην επιφάνεια του κελύφους αλλά η αστοχία προκαλείται λόγω διαρροής του υλικού του. Στα ίδια γραφήματα δίνονται οι μειωτικοί συντελεστές των κελυφών για ποιότητες A, B και C, οι οποίοι υπολογίζονται βάσει της παραγράφου 8.6 του [EN1993-1.6, 2006].

Στο Σχήμα 7.19 δίνεται η ευαισθησία σε αρχική ατέλεια των κελυφών χωρίς άνοιγμα για τις λυγηρότητες $r/t = 10$, 40, 50, 80, 100, 120, 140 και 160 για όλες τις εξεταζόμενες γεωμετρικές ατέλειες. Στο ίδιο γράφημα δίνεται ο μειωτικός συντελεστής τον οποίο προτείνει ο [EN1993-1.6, 2006] για την περίπτωση του αξονικά θλιβόμενου κελύφους χωρίς άνοιγμα ποιότητας A, B και C. Επίσης, δίνεται το πλάτος ατέλειας w αδιαστατοποιημένο ως προς το πάχος t το οποίο αφορά την κατασκευαστική ανοχή που επιτρέπει ο ίδιος κανονισμός για κάθε μια από τις τρεις ποιότητες κατασκευής, καθώς επίσης και το πλάτος που πρέπει να υιοθετείται για τις αναλύσεις GMNIA. Από τις αναλύσεις προκύπτει ότι για την περίπτωση των κελυφών χωρίς άνοιγμα, η εξωτερική ατέλεια συγκόλλησης είναι στις πλείστες των περιπτώσεων η δυσμενέστερη ατέλεια. Μάλιστα, για την περίπτωση της εξωτερικής ατέλειας συγκόλλησης, η αριθμητική ανάλυση GMNIA με πλάτος ατέλειας την κατασκευαστική ανοχή ποιότητας C εκτιμά αντοχή μικρότερη της κανονιστικής αντοχής για την ποιότητα C για $r/t \leq 100$. Επομένως, αυτή η ατέλεια μπορεί να θεωρηθεί ικανή στο να εκτιμά την κανονιστική αντοχή με πλάτος ίσο με την κανονιστική κατασκευαστική ανοχή του κανονισμού για τα σχετικώς παχιά κελύφη και ειδικότερα τα κελύφη που απαντώνται στη βάση του πυλώνα και περιέχουν την ανθρωποθυρίδα. Από την άλλη πλευρά, η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού είναι με τους ίδιους συλλογισμούς επαρκής μόνο για λυγηρότητες r/t μικρότερες του 50.

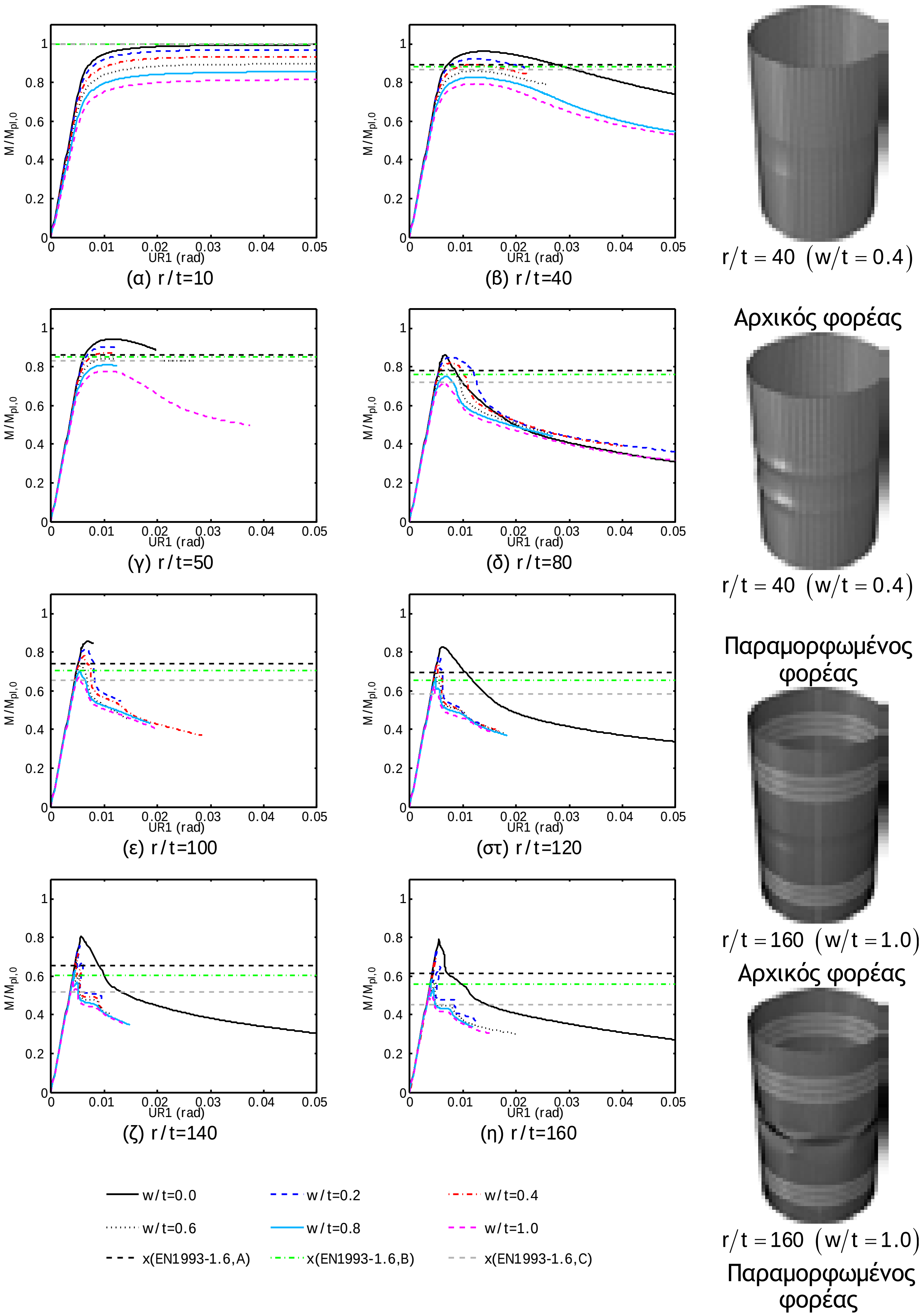
Όσον αφορά τα αποτελέσματα με το κυκλικό τόξο (εσωτερικό κοίλωμα ή εξωτερικό) σαν αρχική ατέλεια, παρατηρείται ότι στις πλείστες των περιπτώσεων είναι λιγότερο δυσμενείς από ότι οι ατέλειες συγκόλλησης. Παρατηρείται επίσης ότι η ικανότητα των κοιλωμάτων μορφής κυκλικού τόξου δεν μπορεί να προβλέψει μικρότερη αντοχή από την κανονιστική αντοχή ούτε με πλάτος ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική ανοχή αλλά ούτε με το πλάτος για αναλύσεις GMNIA. Σε τέτοιες περιπτώσεις οι ατέλειες αυτές θα μπορούσαν να εκτιμούν φορτία κοντά στις κανονιστικές αντοχές μόνο εφόσον χαλαρώναμε την απαίτηση να χρησιμοποιούμε την κατασκευαστική ανοχή σαν πλάτος ατέλειας και αυξάναμε το χρησιμοποιούμενο πλάτος ατέλειας.



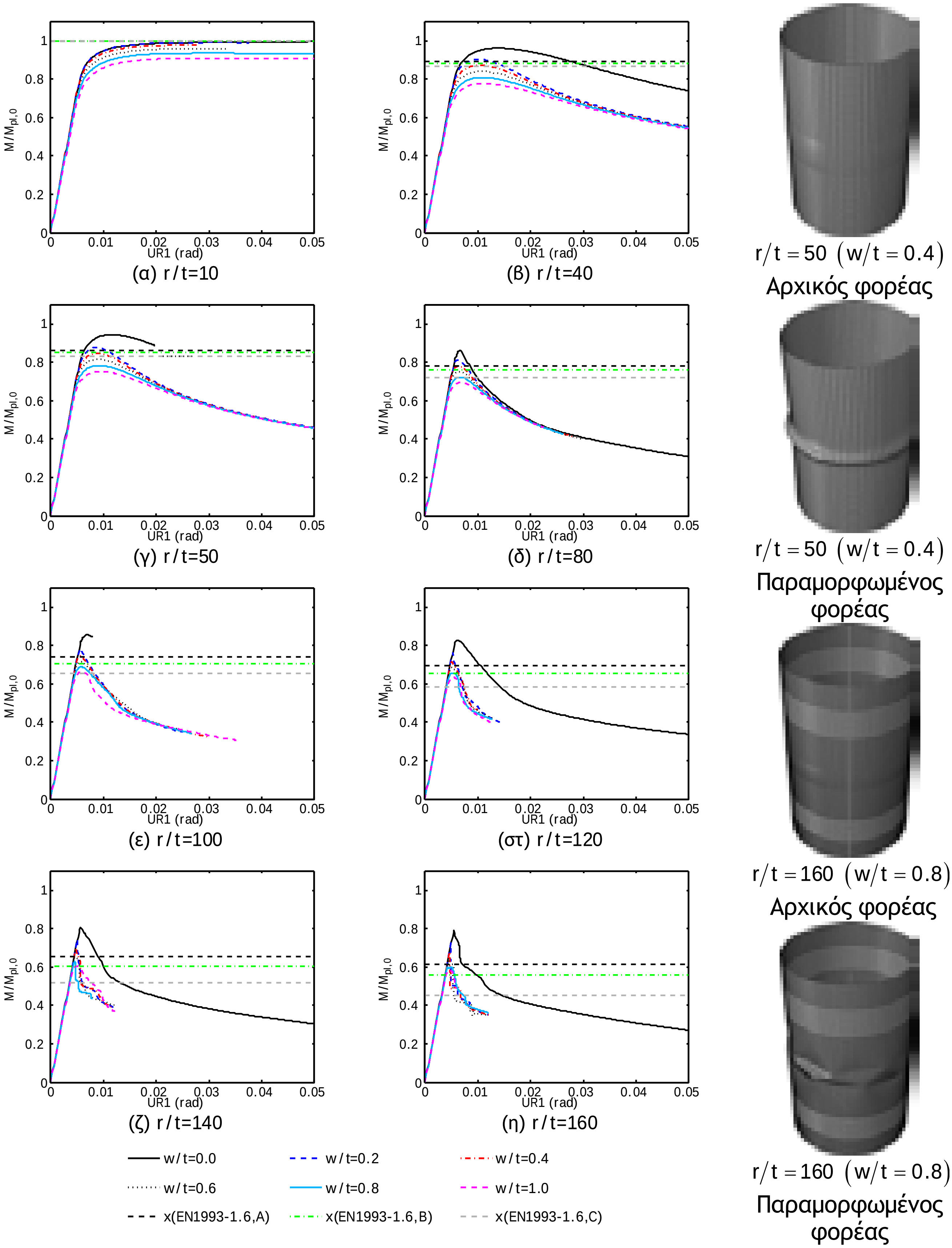
Σχήμα 7.14: Δρόμοι ισορροπίας (κελύφη χωρίς οπή – εσωτερική συγκόλληση)



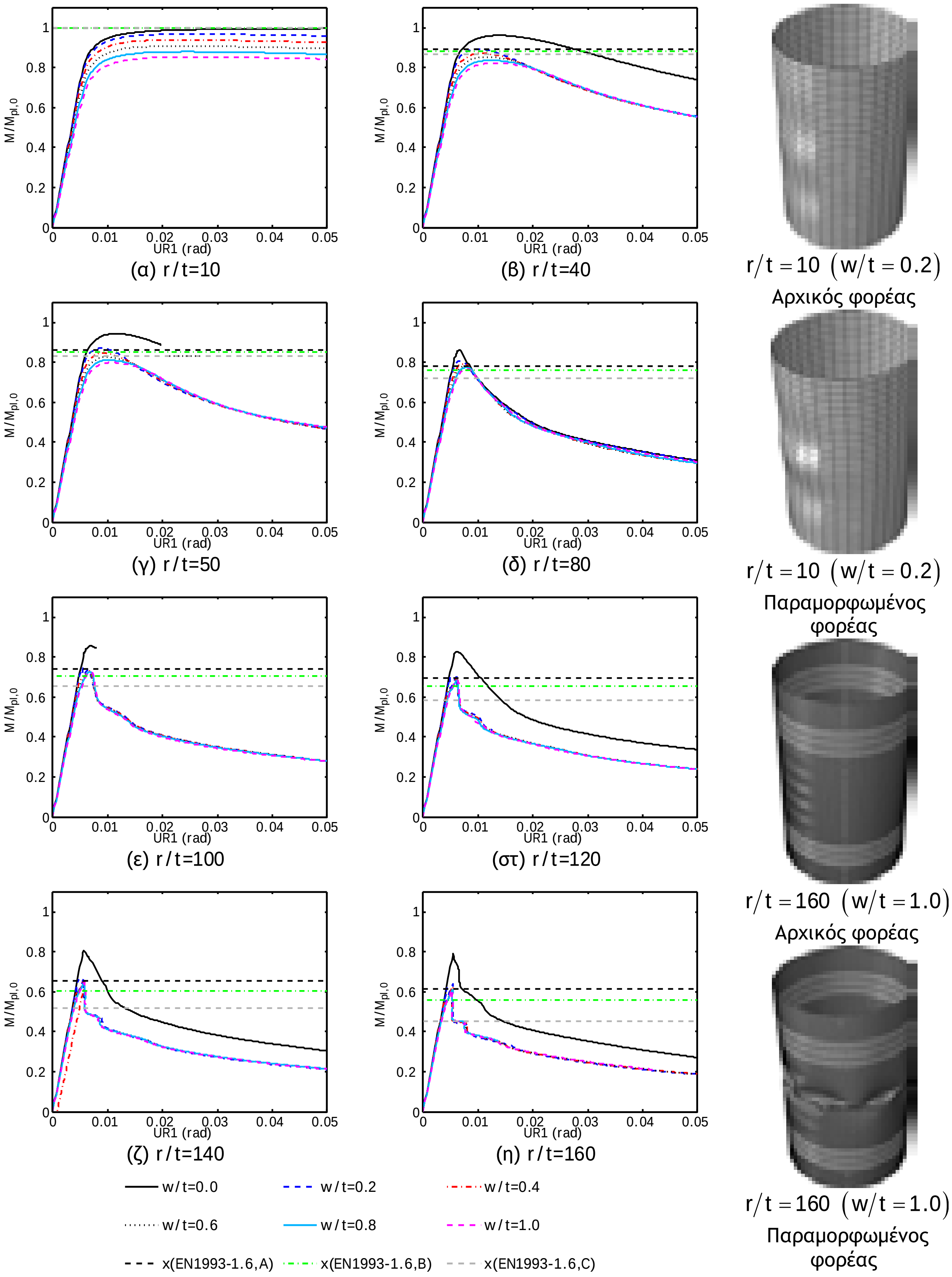
Σχήμα 7.15: Δρόμοι ισορροπίας (κελύφη χωρίς οπή – εξωτερική συγκόλληση)



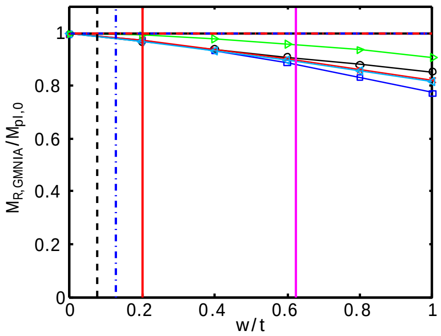
Σχήμα 7.16: Δρόμοι ισορροπίας (κελύφη χωρίς οπή – εσωτερικό κυκλικό τόξο)



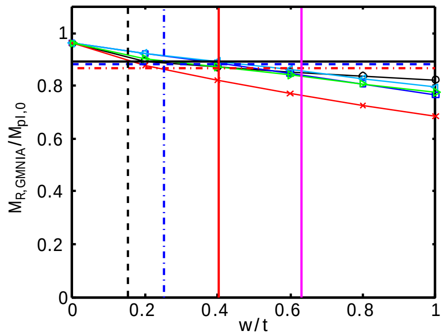
Σχήμα 7.17*:* Δρόμοι ισορροπίας (κελύφη χωρίς οπή – εξωτερικό κυκλικό τόξο)



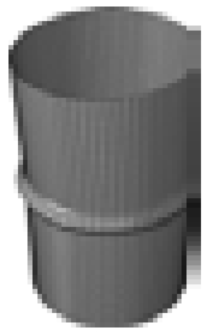
Σχήμα 7.18: Δρόμοι ισορροπίας (κελύφη χωρίς οπή – 1η ιδιομορφή)

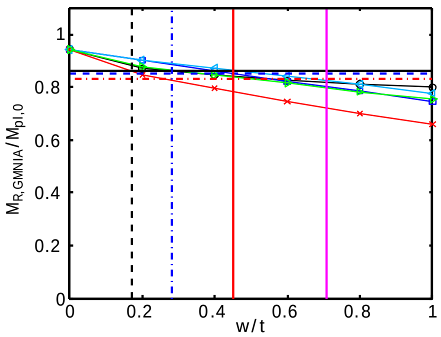


(α) r/t=10

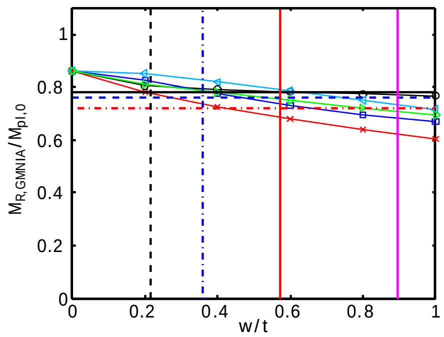


(β) r/t=40

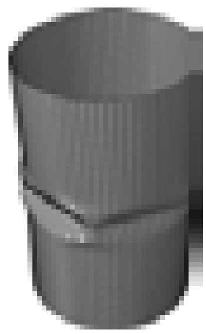

r/t = 50 (w/t = 0.4)
Τύπος Α –
Εξωτερική

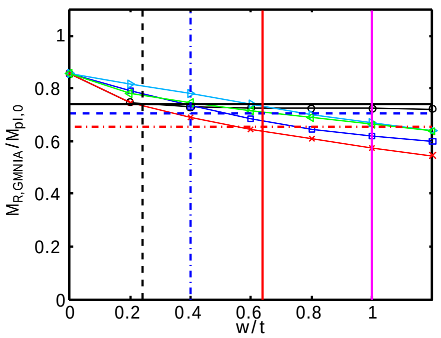


(γ) r/t=50

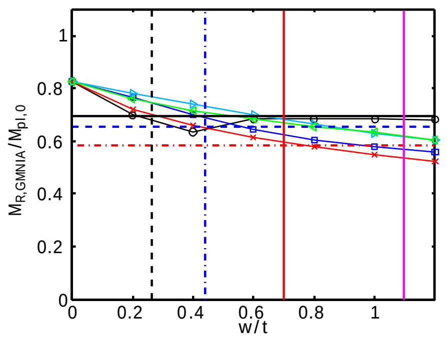


(δ) r/t=80


r/t = 50 (w/t = 0.4)
Τύπος Α -
Εσωτερική

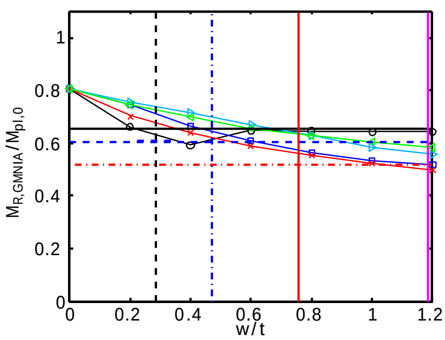


(ε) r/t=100

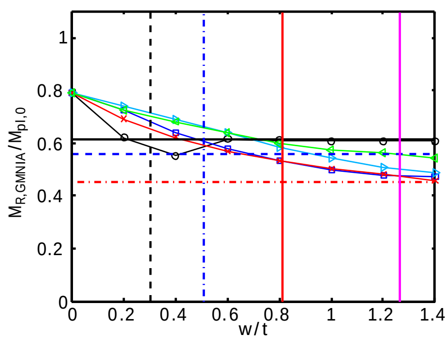


(στ) r/t=120


r/t = 160 (w/t = 0.6)
Τύπος Α -
Εσωτερική



(ζ) r/t=140



(η) r/t=160

1η ιδιομορφή — Type A,Εσωτερική — Type A,Εξωτερική
Τόξο,Εσωτερικό — Τόξο,Εξωτερικό
x(EN1993-1.6,A) — x(EN1993-1.6,B) — x(EN1993-1.6,C)
w/t(EN1993-1.6,A,Ανοχή) — w/t(EN1993-1.6,B,Ανοχή) — w/t(EN1993-1.6,C,Ανοχή)
w/t(EN1993-1.6,A,πλάτος για GMNIA) — w/t(EN1993-1.6,B,πλάτος για GMNIA)
w/t(EN1993-1.6,C,πλάτος για GMNIA)

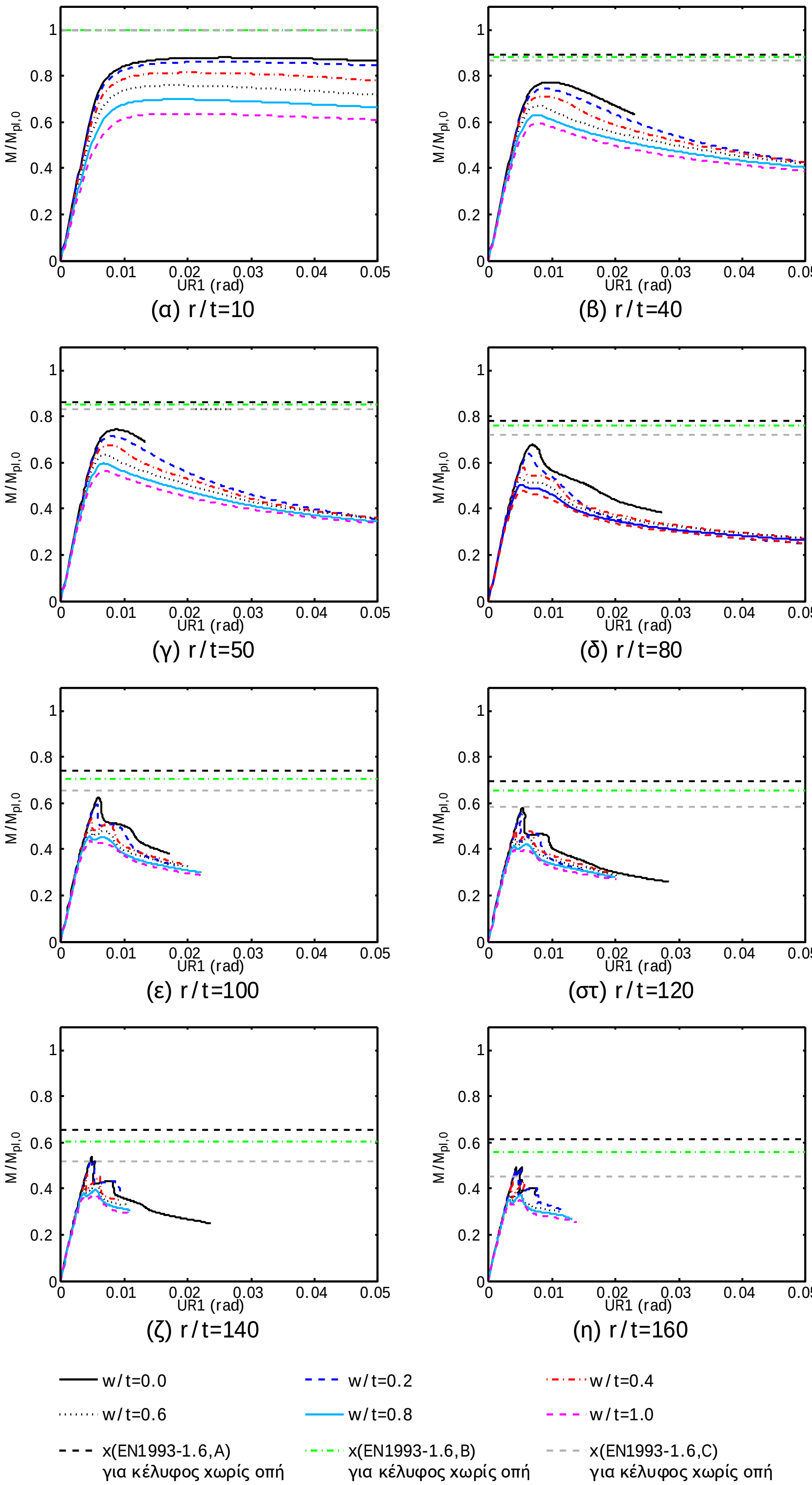
Σχήμα 7.19: $M_{R,GMNIA}/M_{pl,0}$ ως προς w/t (κελύφη χωρίς οπή)

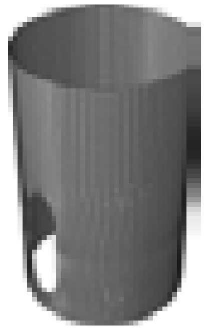
7.7 Καμπτόμενα κυλινδρικά κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα

Στα Σχήματα 7.20, 7.21, 7.22 και 7.23 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας κελυφών με μη ενισχυμένο άνοιγμα με ισοδύναμη γεωμετρική ατέλεια την εσωτερική συγκόλληση τύπου Α και την εξωτερική συγκόλληση ίδιου τύπου, το εσωτερικό κυκλικού τόξου και το εξωτερικό κυκλικό τόξο αντίστοιχα. Στον κατακόρυφο άξονα η ροπή M αδιαστατοποιείται από την πλαστική αντοχή του αντίστοιχου κελύφους χωρίς άνοιγμα $M_{pl,0}$. Δίνονται επίσης οι μειωτικοί συντελεστές βάσει του [EN1993-1.6, 2006], που αφορούν τα αντίστοιχα κελύφη χωρίς άνοιγμα για τις ποιότητες κατασκευής A, B και C. Οι ίδιοι συντελεστές δόθηκαν και στα γραφήματα της ενότητας 7.6. Στα ίδια σχήματα παρέχονται τυπικές μορφές αστοχίας για έκαστη μορφή ατέλειας σε προχωρημένο στάδιο φόρτισης. Όπως και στα κελύφη χωρίς οπή, συνηθισμένες μορφές αστοχίας είναι η δημιουργία ενός κοιλώματος μορφής ‘elephant foot’ το οποίο δημιουργείται στην θέση της γεωμετρικής ατέλειας (π.χ. Σχήμα 7.21, $r/t = 50, w/t = 0.4$) ή δημιουργία αστοχίας τύπου διαμαντιού (diamond buckling mode).

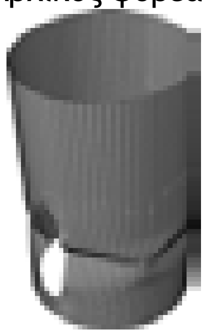
Στο Σχήμα 7.24 δίνεται η ευαισθησία σε αρχική ατέλεια των ίδιων κελυφών με μη ενισχυμένο άνοιγμα για τις τέσσερις εξεταζόμενες αρχικές ατέλειες. Στο ίδιο γράφημα δίνονται οι μειωτικοί συντελεστές για το αντίστοιχο κέλυφος χωρίς οπή, οι οποίοι υπολογίζονται βάσει της παραγράφου 8.6 του [EN1993-1.6, 2006] για ποιότητες κατασκευής A, B και C και με τις παραδοχές που προαναφέρθηκαν στην ενότητα 7.6 του κεφαλαίου αυτού. Στο ίδιο γράφημα δίνεται τα πλάτη ατέλειας αδιαστατοποιημένα ως προς το πάχος t τα οποίο αφορούν την κατασκευαστική ανοχή που επιτρέπει ο ίδιος κανονισμός για τις τρεις ποιότητες, καθώς και τα αδιασταστοποιημένα πλάτη που ο ευρωκώδικας προτείνει να υιοθετούνται στις αναλύσεις GMNIA.

Η πρώτη βασική παρατήρηση αποτελεί το γεγονός ότι όλα τα εξεταζόμενα κελύφη παρουσιάζουν την ίδια περίπου ευαισθησία στις εξεταζόμενες ατέλειες. Για τα μετρίως παχιά κελύφη με $r/t<80$ η εξωτερική συγκόλληση είναι λίγο πιο δυσμενής από τις υπόλοιπες ατέλειες. Για κελύφη με $r/t=80$ φαίνεται στο ίδιο σχήμα ότι οι δυο ατέλειες τύπου συγκόλλησης δίνουν πρακτικά τα ίδια αποτελέσματα. Για πιο λεπτότοιχα κελύφη η εσωτερική συγκόλληση τύπου Α είναι πιο δυσμενής.

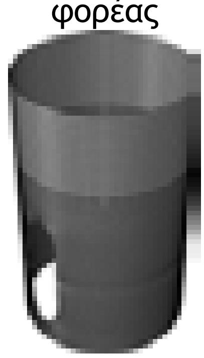




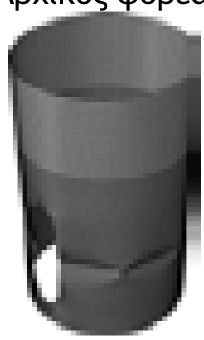
$r/t = 50 \ (w/t = 0.4)$
Αρχικός φορέας



$r/t = 50 \ (w/t = 0.4)$
Παραμορφωμένος φορέας



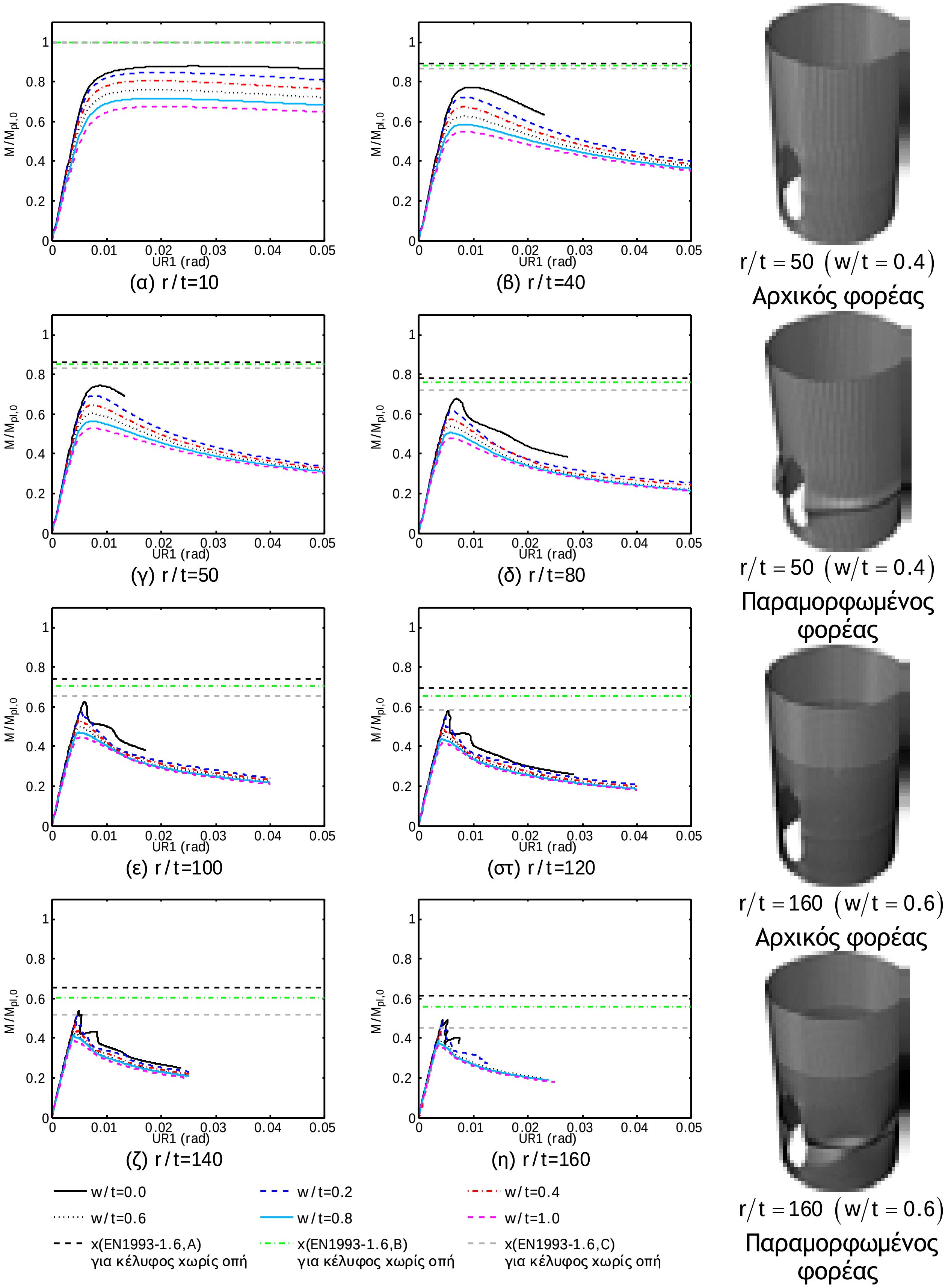
$r/t = 160 \ (w/t = 1.0)$
Αρχικός φορέας



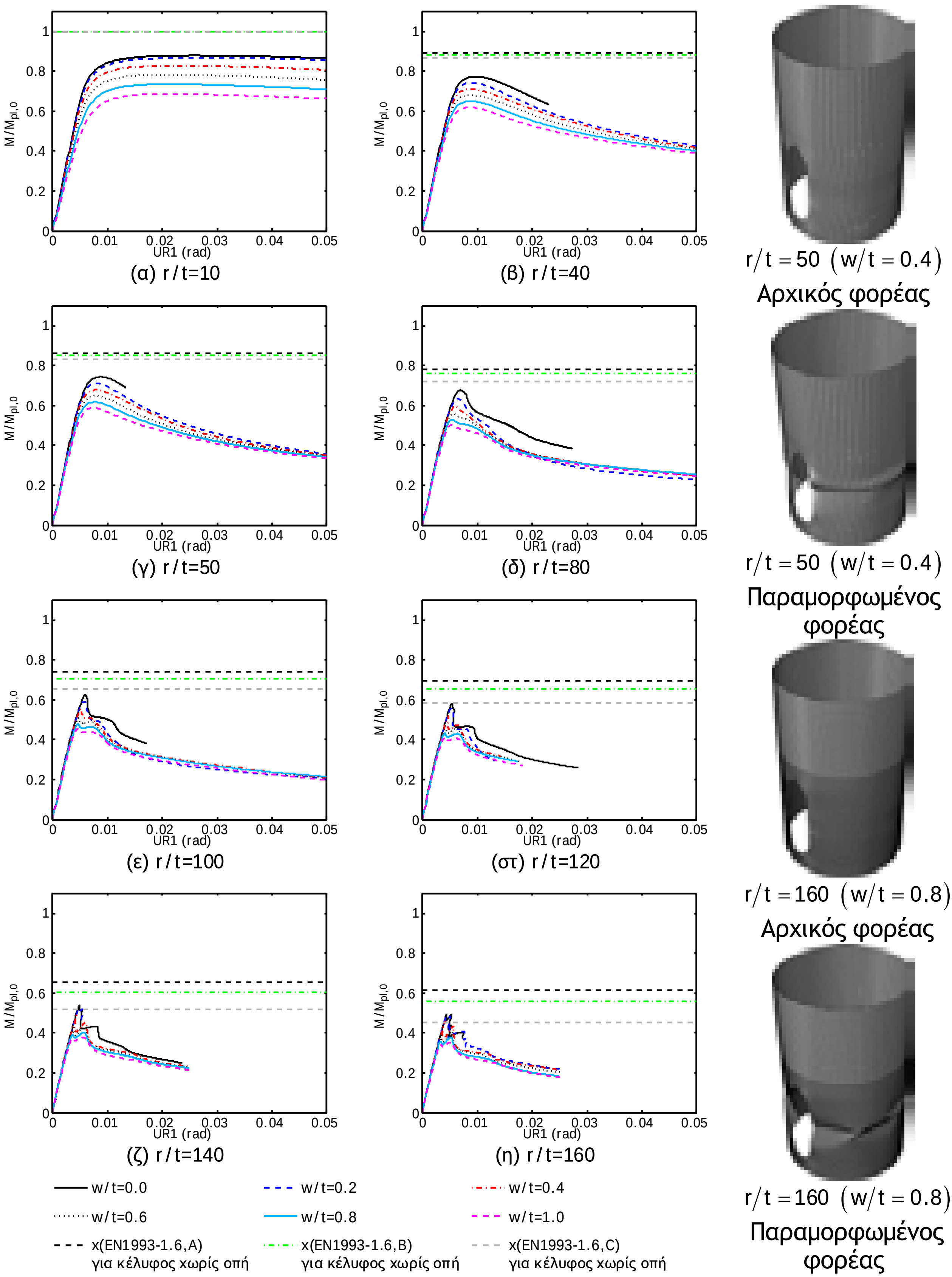
$r/t = 160 \ (w/t = 1.0)$

Παραμορφωμένος φορέας

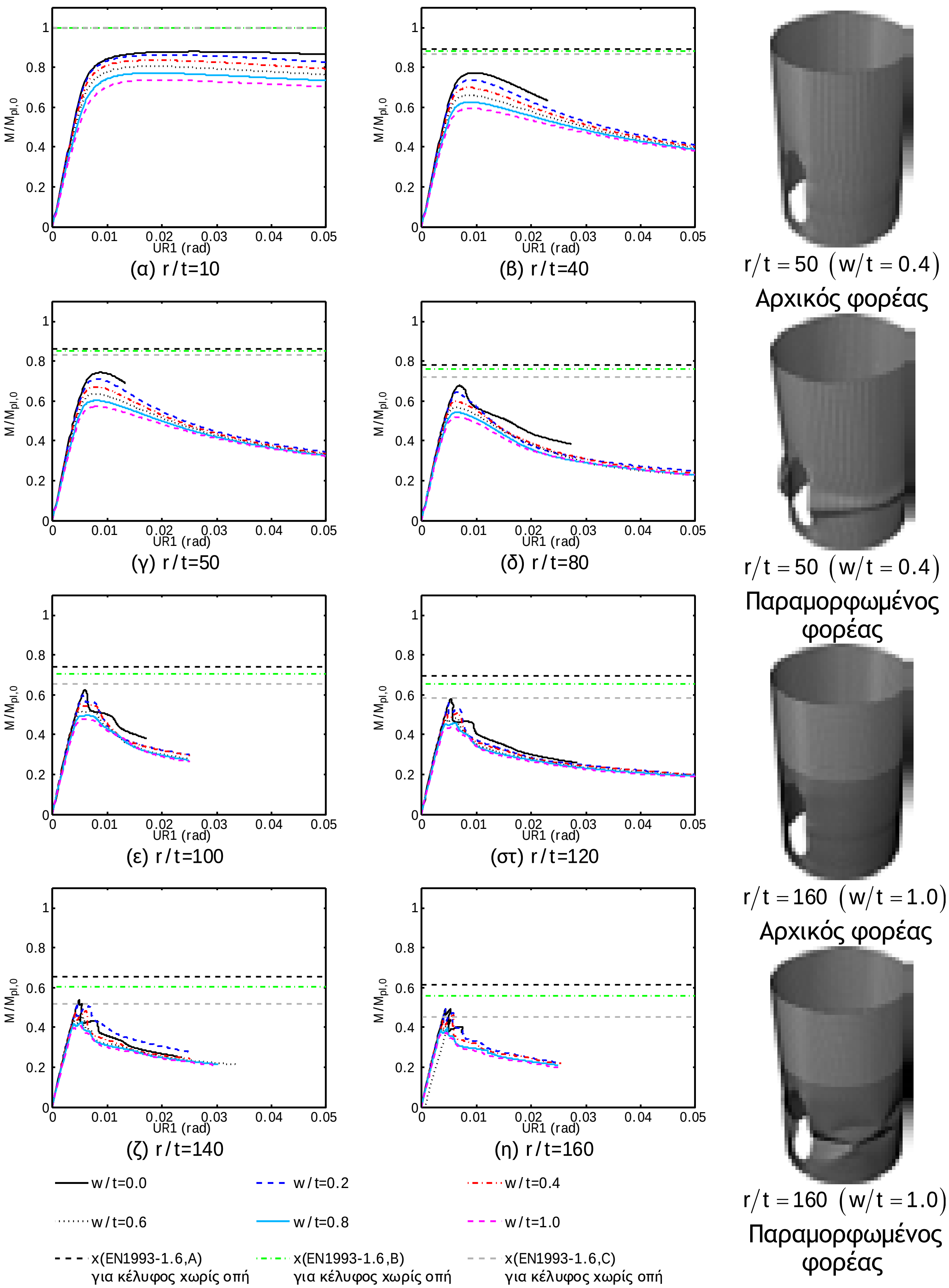
Σχήμα 7.20: Δρόμοι ισορροπίας (κελύφη με οπή – εσωτερική συγκόλληση)



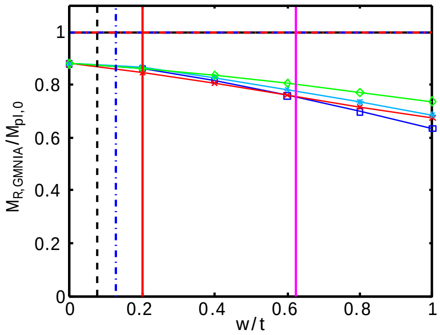
Σχήμα 7.21: Δρόμοι ισορροπίας (κελύφη με οπή – εξωτερική συγκόλληση)



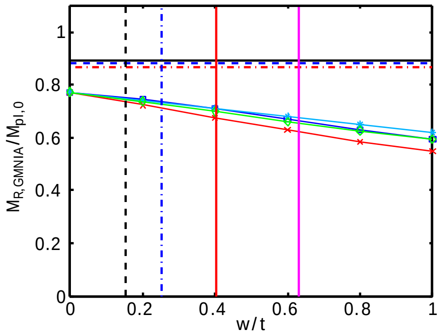
Σχήμα 7.22: Δρόμοι ισορροπίας (κελύφη με οπή – εσωτερικό κυκλικό τόξο)



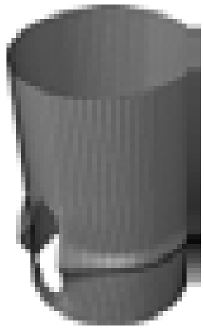
Σχήμα 7.23: Δρόμοι ισορροπίας (κελύφη με οπή – εξωτερικό κυκλικό τόξο)



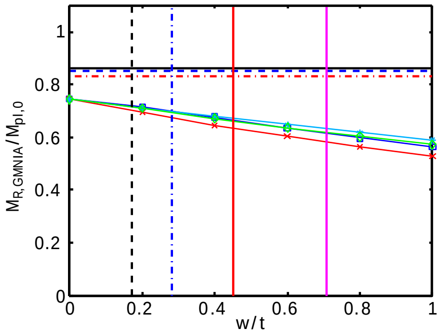
(α) r/t=10



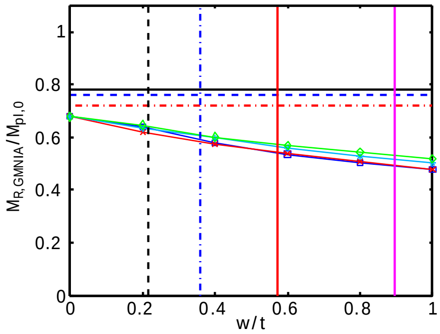
(β) r/t=40


$r/t = 50 \;\; (w/t = 0.4)$

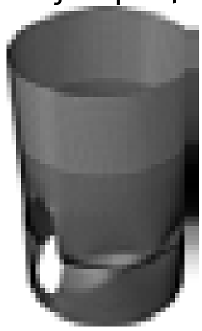
Τύπος Α -
Εξωτερική



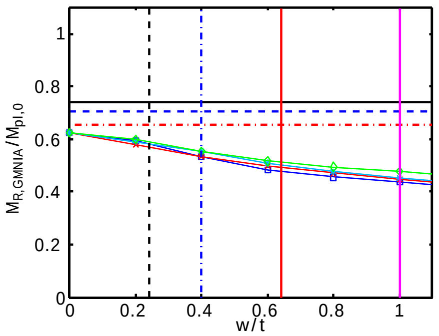
(γ) r/t=50



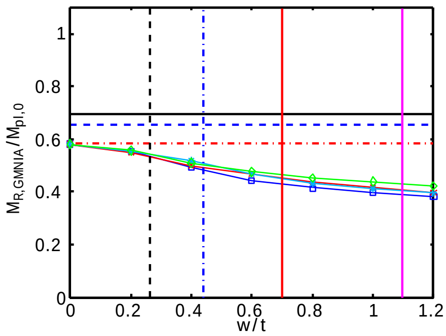
(δ) r/t=80


$r/t = 160 \;\; (w/t = 0.6)$

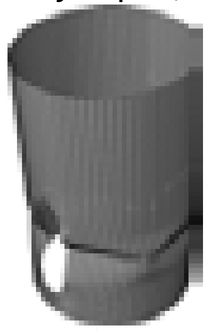
Τύπος Α -
Εξωτερική



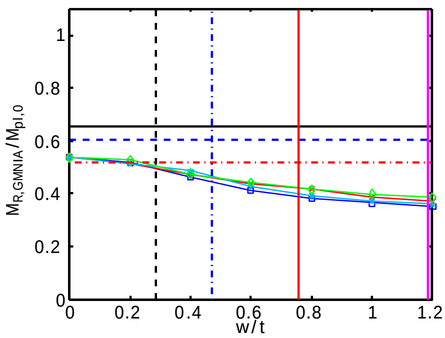
(ε) r/t=100



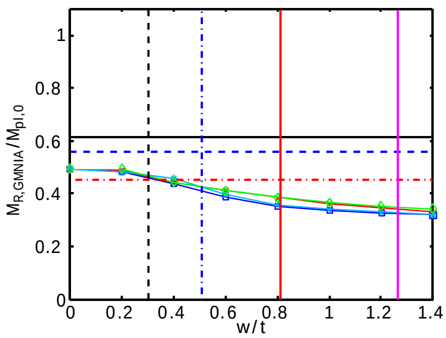
(στ) r/t=120


$r/t = 50 \;\; (w/t = 0.4)$

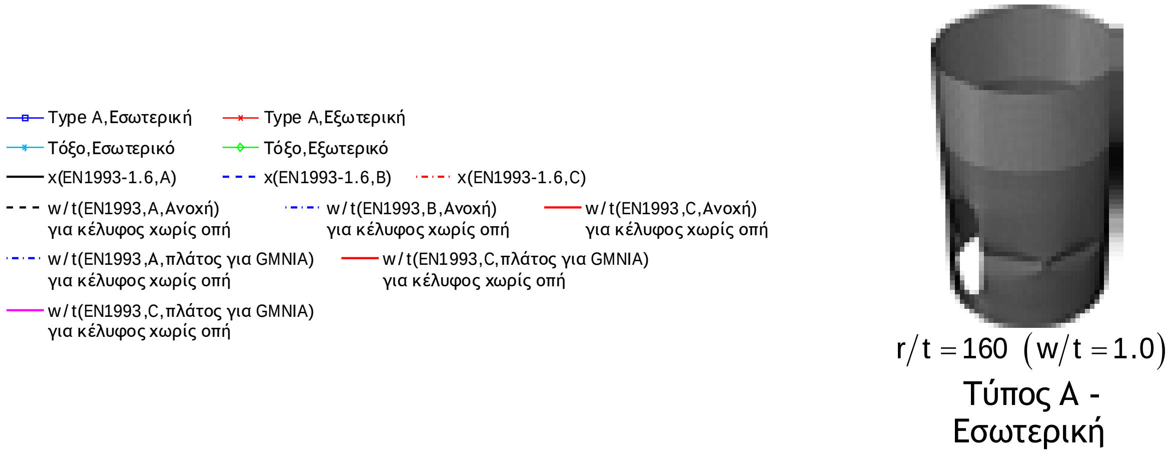
Τύπος Α -
Εσωτερική



(ζ) r/t=140



(η) r/t=160



Σχήμα 7.24: $M_{R,GMNIA}/M_{pl,0}$ ως προς w/t (κελύφη με οπή)

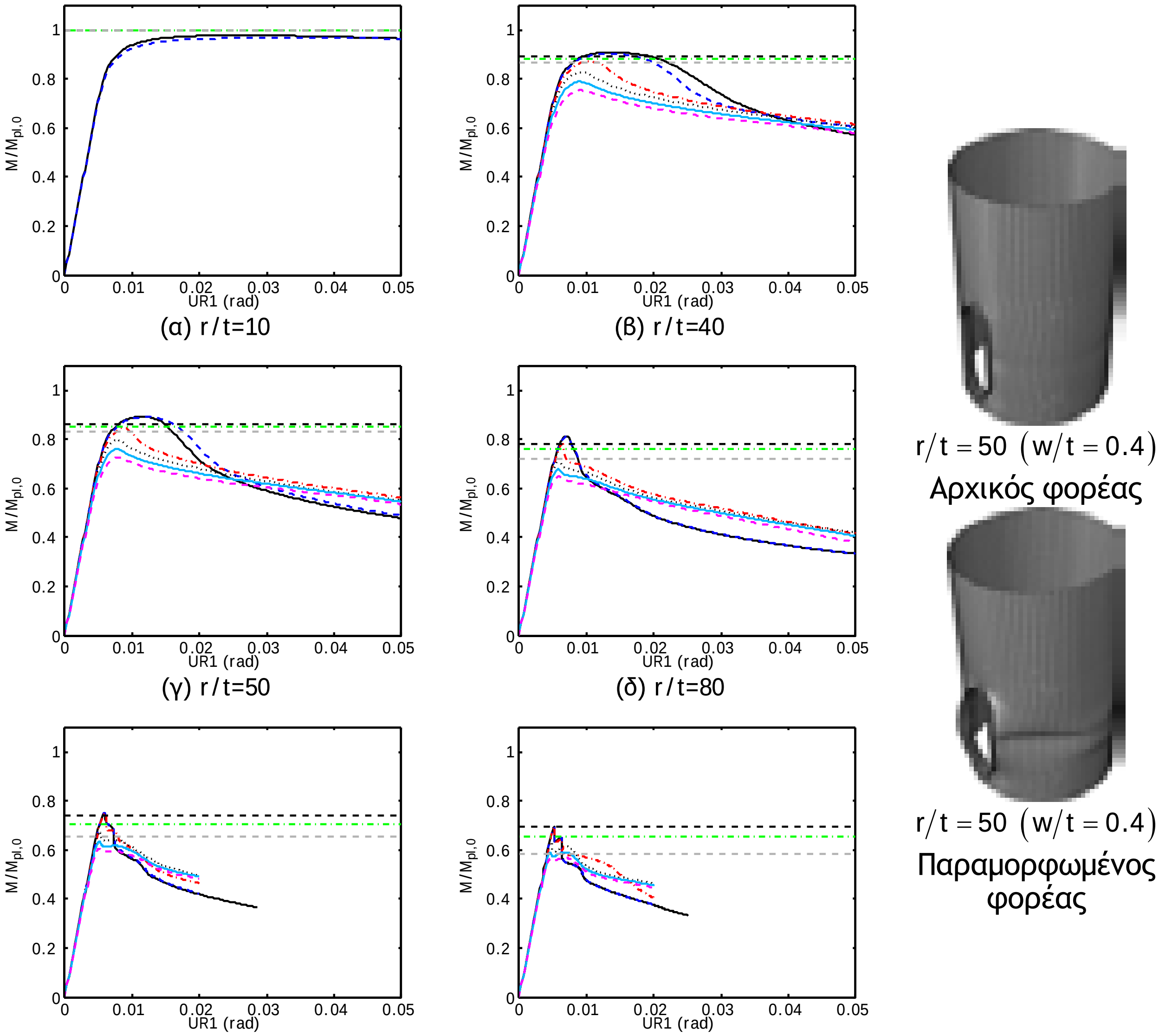
7.8 Καμπτόμενα κυλινδρικά κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα

Στα Σχήματα 7.25, 7.26, 7.27 και 7.28 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας κελυφών με ενισχυμένο άνοιγμα με ισοδύναμη γεωμετρική ατέλεια την εσωτερική συγκόλληση τύπου Α, την εξωτερική συγκόλληση ίδιου τύπου, το εσωτερικό κυκλικό τόξο και το εξωτερικό κυκλικό τόξο αντίστοιχα. Στον κατακόρυφο άξονα η ροπή M αδιαστατοποιείται από την πλαστική αντοχή των αντίστοιχων κελυφών χωρίς άνοιγμα $M_{pl,0}$. Στο ίδιο γράφημα δίνονται οι μειωτικοί συντελεστές για το αντίστοιχο κέλυφος χωρίς οπή, οι οποίοι υπολογίζονται βάσει της παραγράφου 8.6 του [EN1993-1.6, 2006] για ποιότητες κατασκευής Α, Β και C.

Στα ίδια σχήματα παρέχονται τυπικές μορφές αστοχίας για έκαστη μορφή ατέλειας σε προχωρημένο στάδιο φόρτισης. Και στην περίπτωση κελυφών με ενισχυμένη οπή, είναι δυνατή η δημιουργία ενός κοιλώματος μορφής ‘elephant foot’. Το κοίλωμα αυτό μπορεί να έχει τα κοίλα του προς το εσωτερικό (π.χ. Σχήμα 7.26, $r/t = 50$, $w/t = 0.4$) ή προς το εξωτερικό του κελύφους (π.χ. Σχήμα 7.25, $r/t = 50$, $w/t = 0.4$). Σαφώς πιο πιθανή μορφή αστοχίας είναι εκείνη του τύπου διαμαντιού (diamond buckling mode) (π.χ. Σχήμα 7.22, $r/t = 160$, $w/t = 0.8$).

Στο Σχήμα 7.29 δίνεται η ευαισθησία των ίδιων κελυφών με ενισχυμένο άνοιγμα στις ατέλειες Α1-Α4 (βλ. Σχήμα 7.9). Στο ίδιο γράφημα δίνονται οι μειωτικοί συντελεστές για το αντίστοιχο κέλυφος χωρίς οπή, οι οποίοι υπολογίζονται βάσει της παραγράφου 8.6 του [EN1993-1.6, 2006] για ποιότητες κατασκευής Α, Β και C. Δίνονται επίσης και τα πλάτη ατέλειας αδιαστατοποιημένα ως προς το πάχος t, τα οποία αφορούν την κατασκευαστική ανοχή που επιτρέπει ο ίδιος κανονισμός για τις τρεις ποιότητες, καθώς επίσης και τα αδιαστατοποιημένα πλάτη που πρέπει να υιοθετούνται στις αναλύσεις GMNIA.

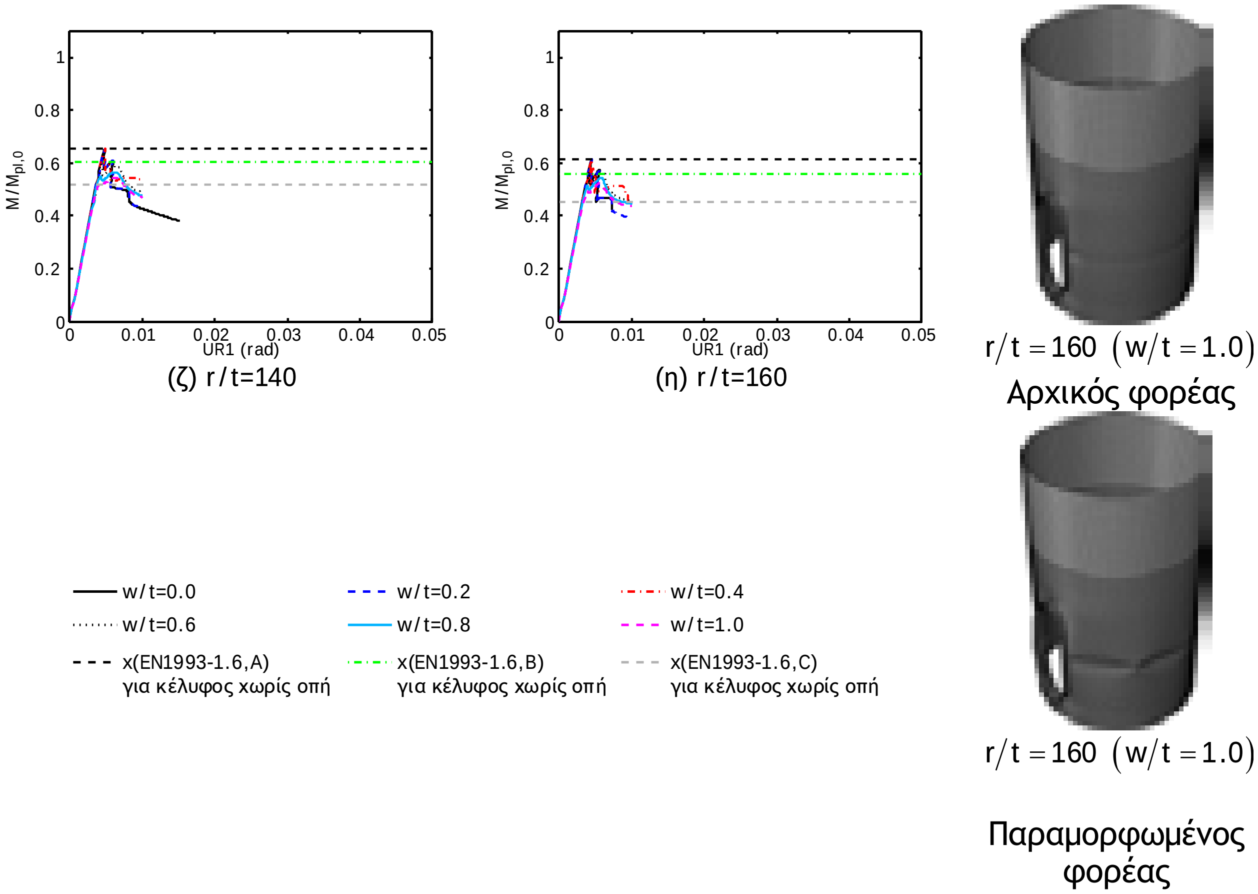
Για τα μετρίως παχιά κελύφη με r/t≤80, οι ατέλειες συγκόλλησης είναι λίγο πιο δυσμενείς από τις ατέλειες κυκλικού τόξου. Μάλιστα, για αυτά τα κελύφη η εξωτερική συγκόλληση μειώνει περισσότερο την αντοχή των κελυφών από την εσωτερική συγκόλληση. Για κελύφη με r/t=80 οι δυο ατέλειες συγκόλλησης είναι πρακτικά ισοδύναμες. Για τα πιο λεπτότοιχα κελύφη, η εσωτερική συγκόλληση είναι η πιο δυσμενής ατέλεια και ακολουθεί το εσωτερικό κυκλικό τόξο. Η εξωτερική συγκόλληση και το εξωτερικό κυκλικό τόξο είναι λιγότερο δυσμενείς ατέλειες.



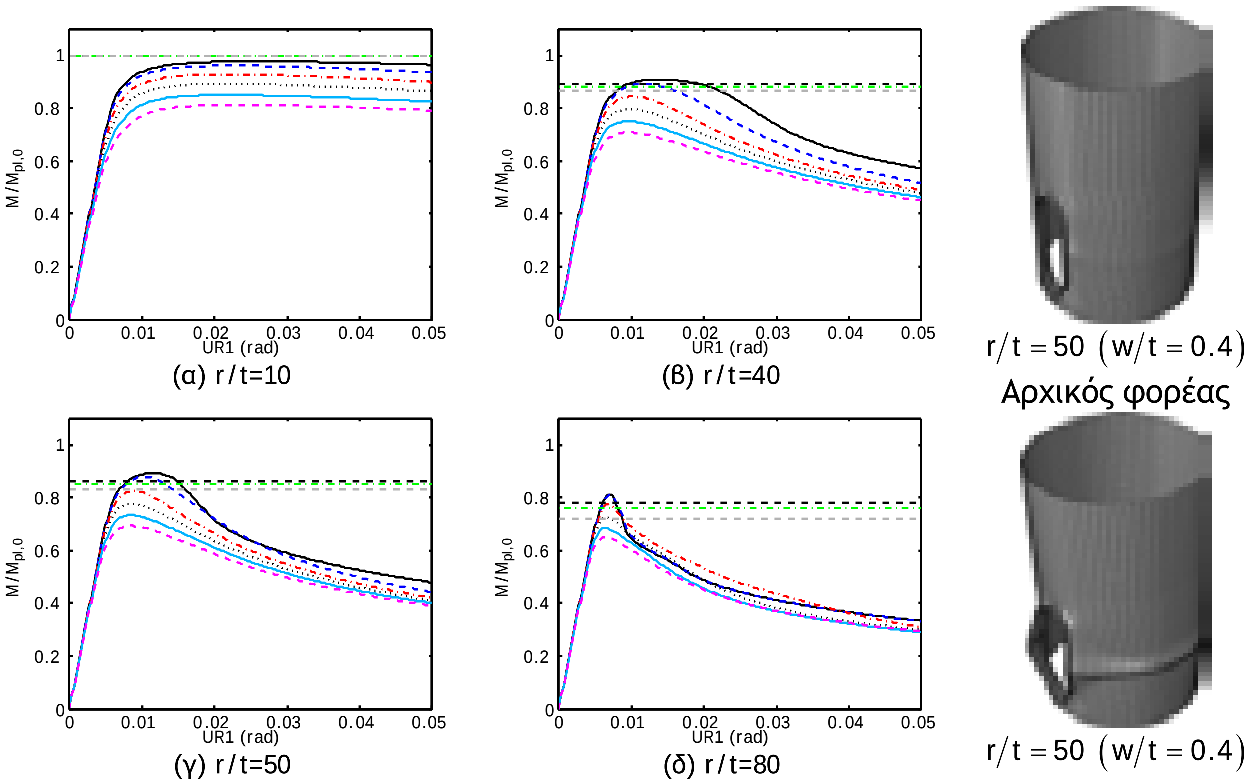
(α) r/t=10 (β) r/t=40 (γ) r/t=50 (δ) r/t=80 (ε) r/t=100 (στ) r/t=120

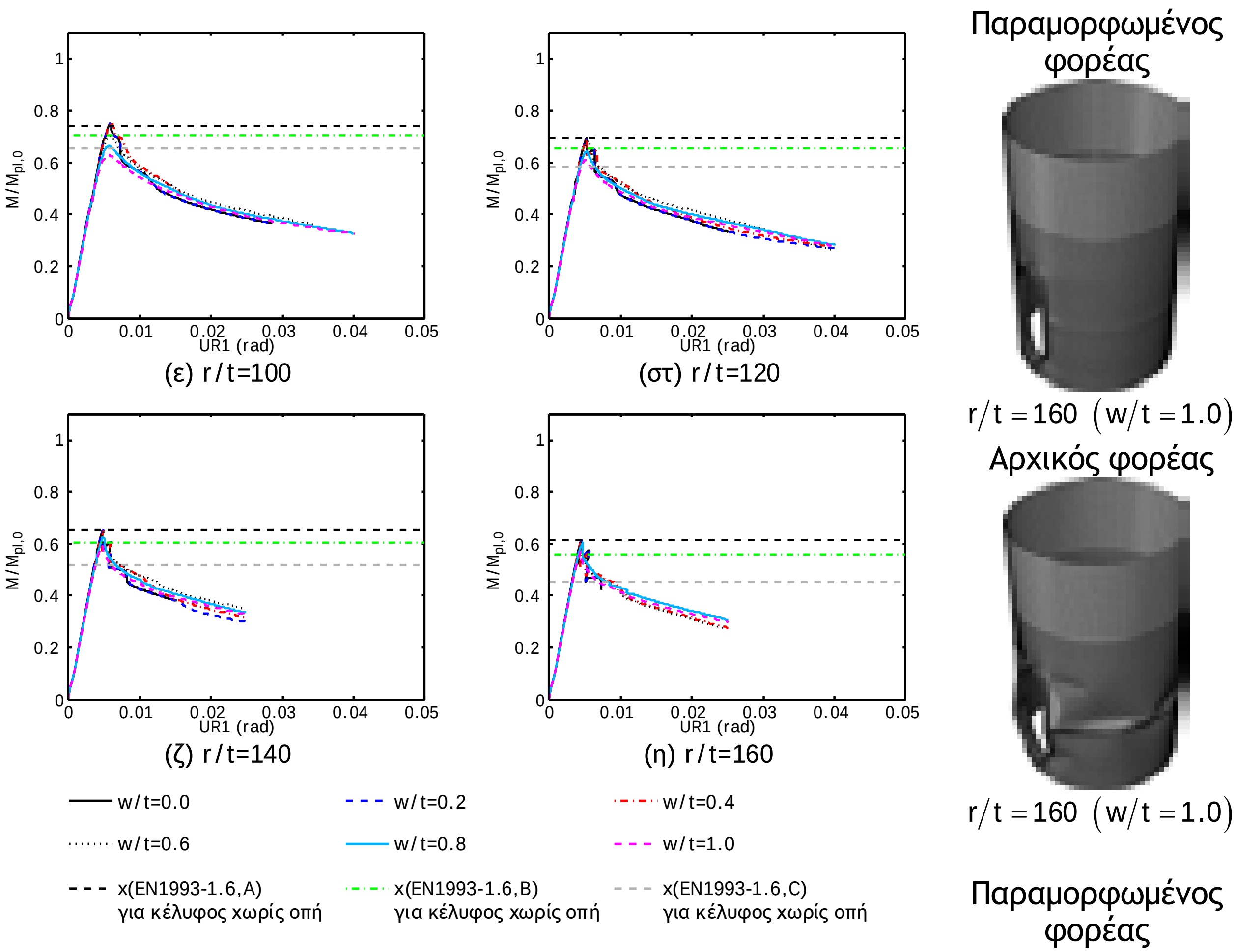
$r/t = 50 \ (w/t = 0.4)$
Αρχικός φορέας

$r/t = 50 \ (w/t = 0.4)$
Παραμορφωμένος φορέας

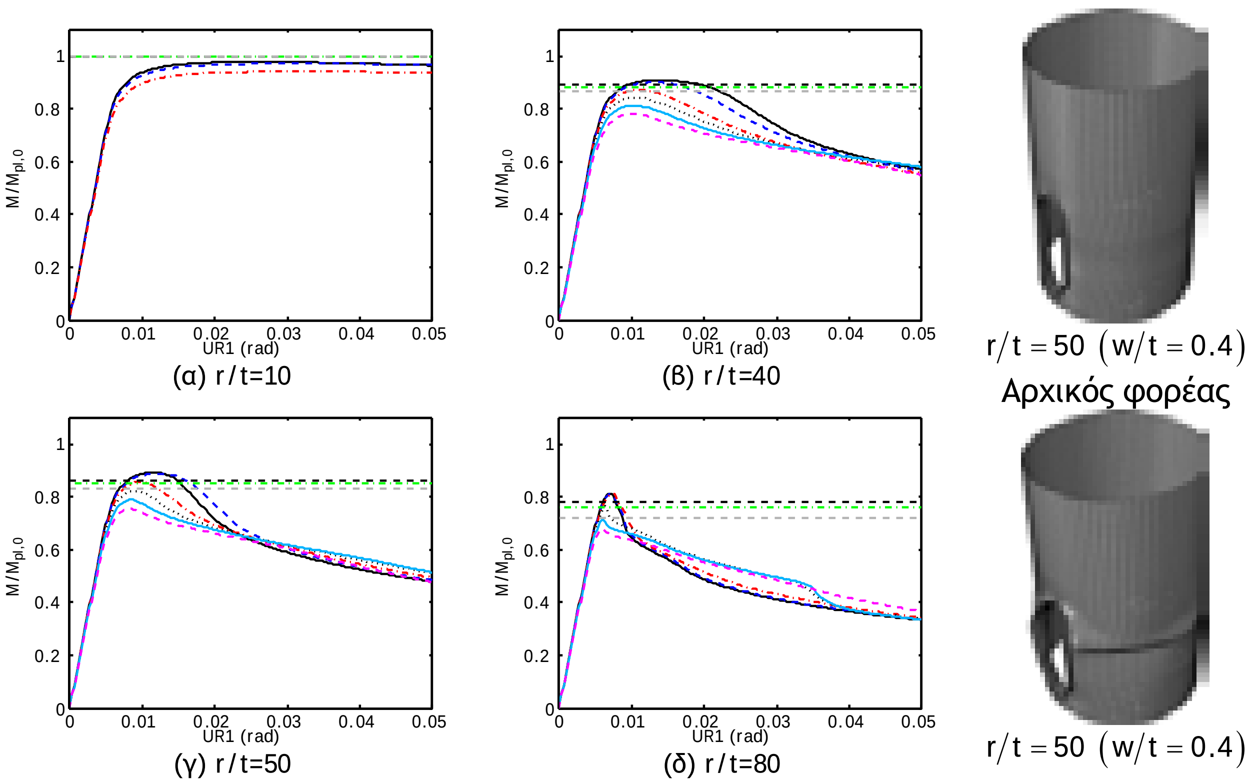


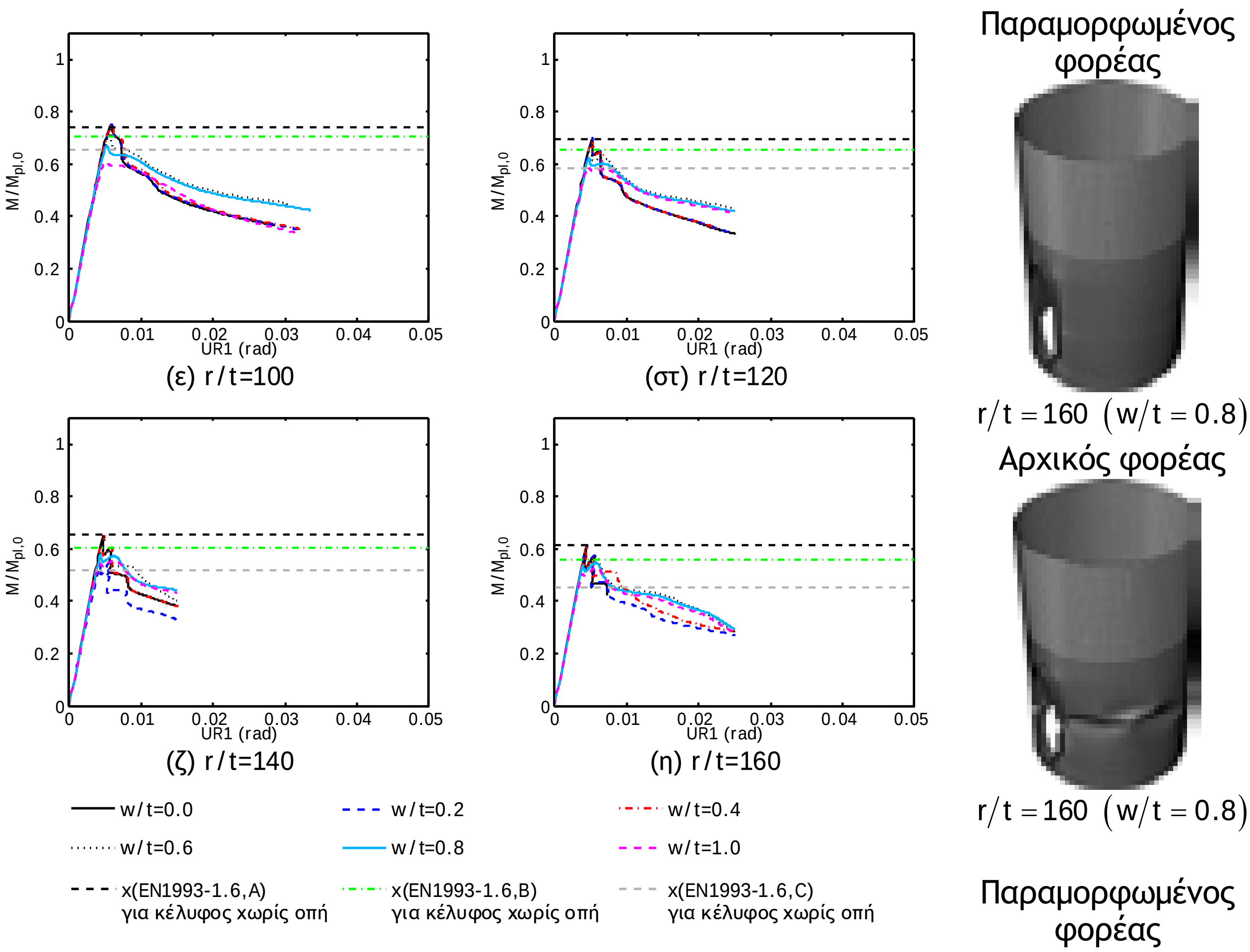
Σχήμα 7.25*:* Δρόμοι ισορροπίας (κελύφη με ενισχυμένη οπή – εσωτερική συγκόλληση)



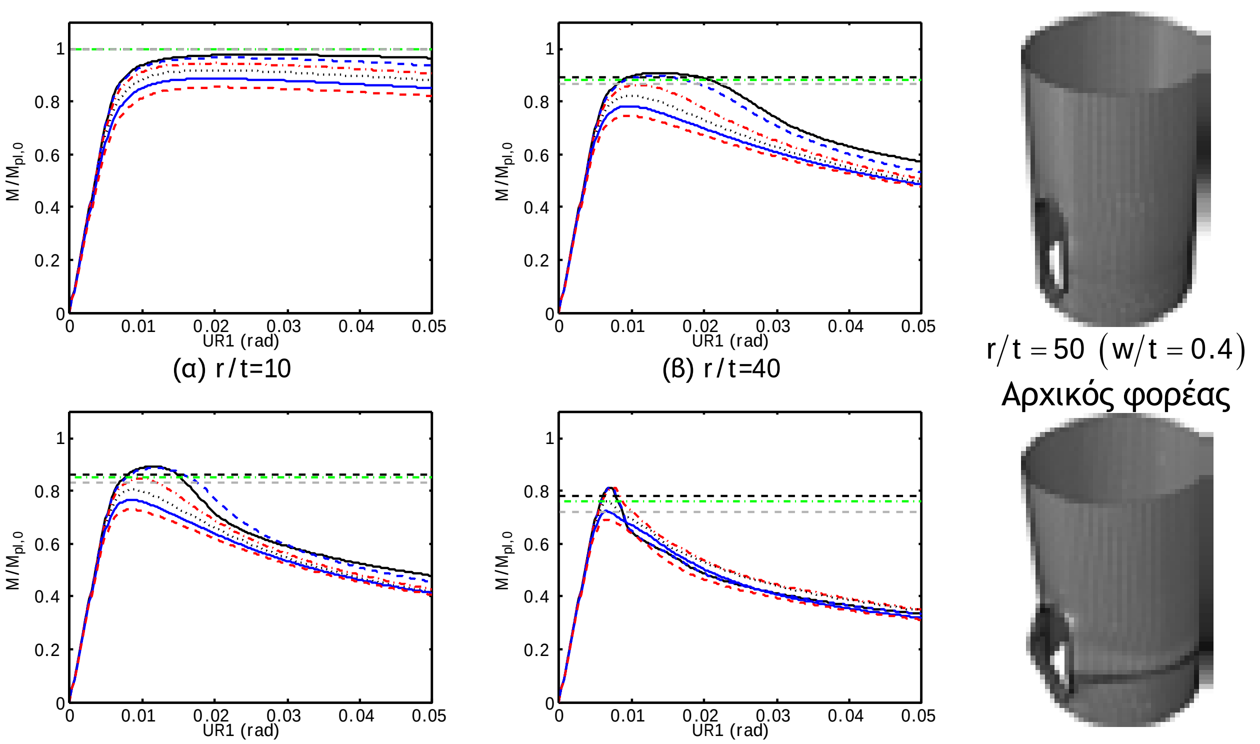


Σχήμα 7.26: Δρόμοι ισορροπίας (κελύφη με ενισχυμένη οπή – εξωτερική συγκόλληση)





Σχήμα 7.27: Δρόμοι ισορροπίας (κελύφη με ενισχυμένη οπή – εσωτερικό κυκλικό τόξο)



(γ) r/t=50

(δ) r/t=80

$r/t = 50 \ (w/t = 0.4)$

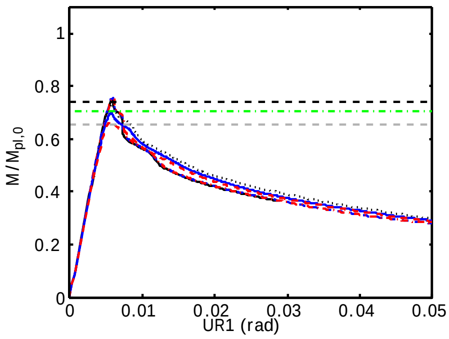
Παραμορφωμένος φορέας

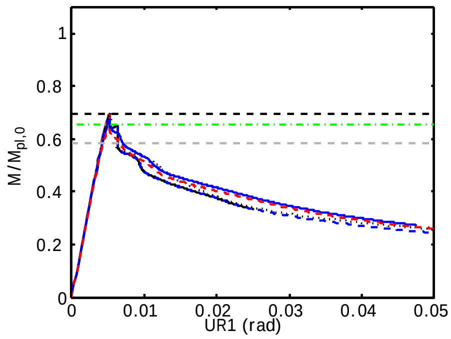
$r/t = 160 \ (w/t = 1.4)$

Αρχικός φορέας

$r/t = 160 \ (w/t = 1.4)$

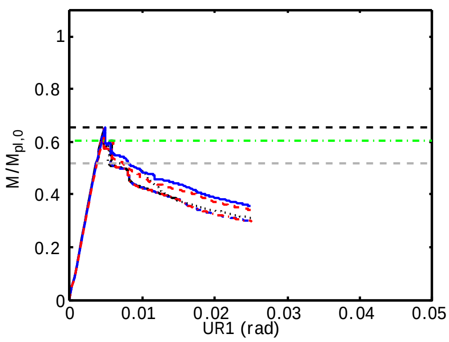
Παραμορφωμένος φορέας

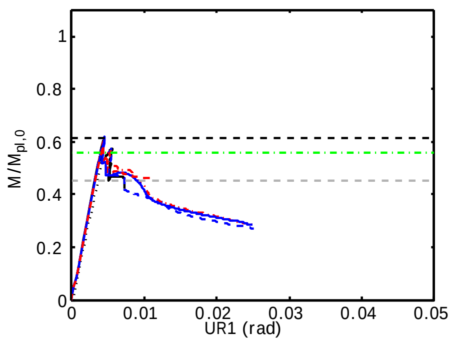




(ε) r/t=100

(στ) r/t=120





(ζ) r/t=140

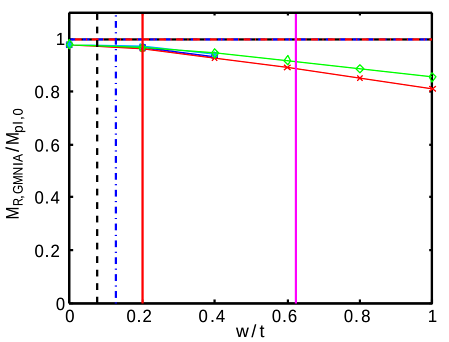
(η) r/t=160

w/t=0.0 — w/t=0.2 — w/t=0.4

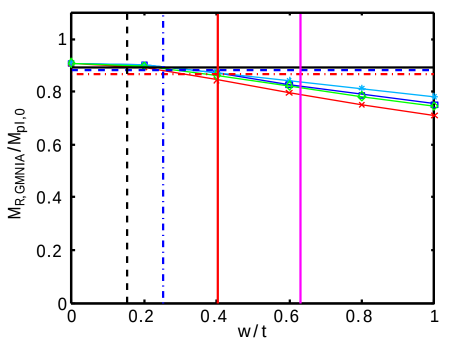
w/t=0.6 — w/t=0.8 — w/t=1.0

x(EN1993-1.6,A) για κέλυφος χωρίς οπή — x(EN1993-1.6,B) για κέλυφος χωρίς οπή — x(EN1993-1.6,C) για κέλυφος χωρίς οπή

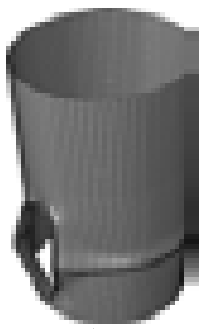
Σχήμα 7.28: Δρόμοι ισορροπίας (κελύφη με ενισχυμένη οπή – εξωτερικό κυκλικό τόξο)



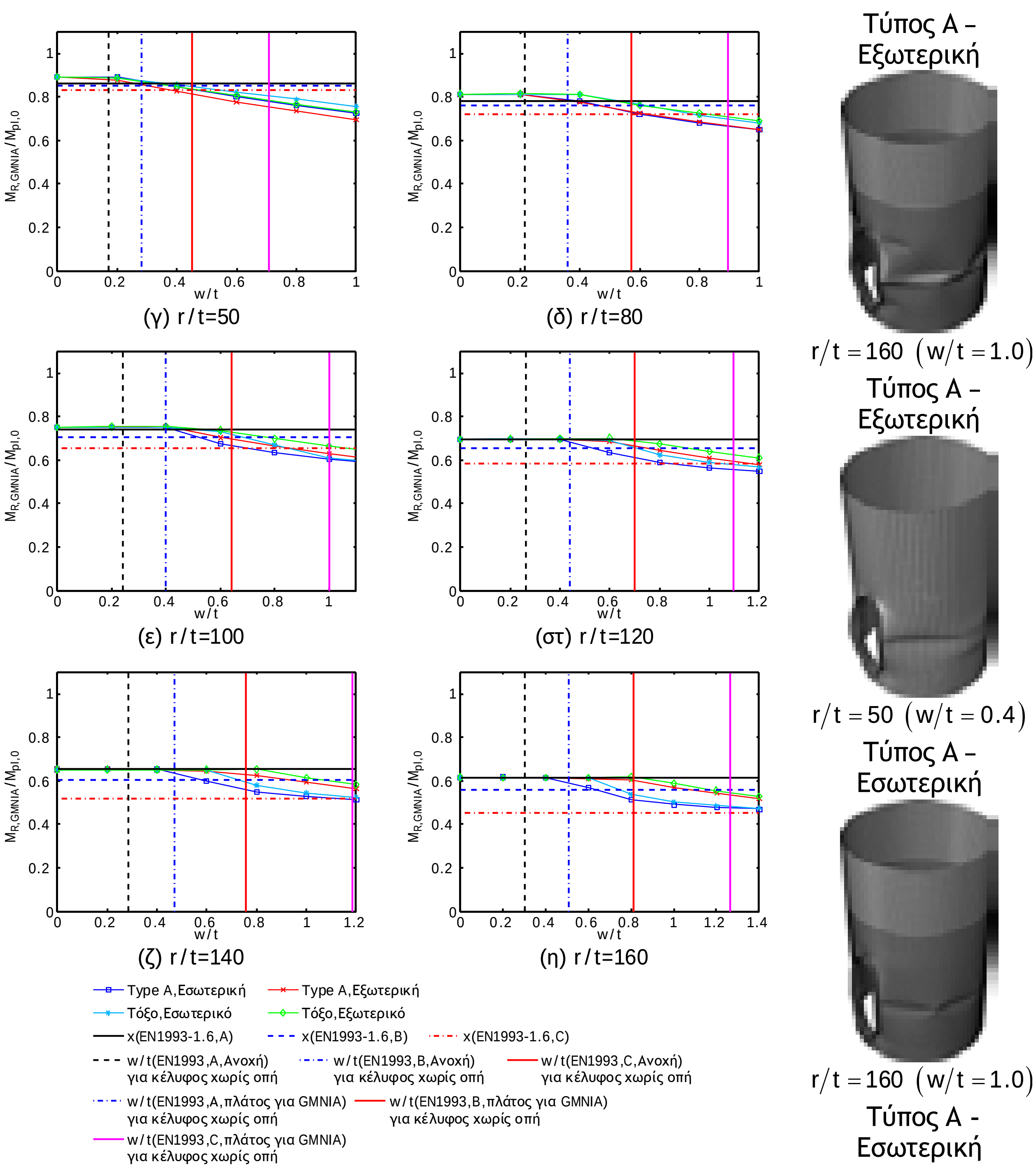
(α) r/t=10



(β) r/t=40



$r/t = 50 \ (w/t = 0.4)$



Σχήμα 7.29: $M_{R,GMNIA}/M_{pl,0}$ ως προς w/t (κελύφη με ενισχυμένη οπή)

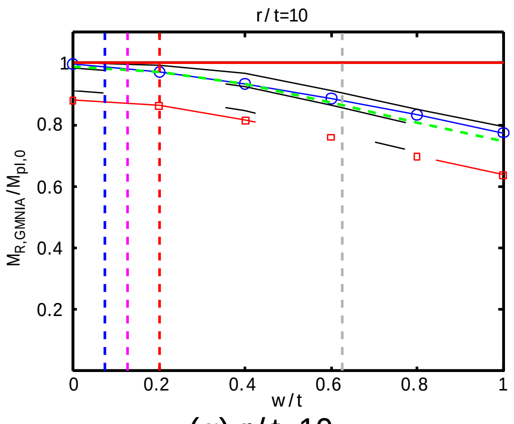
7.9 Επίδραση μεγέθους ενίσχυσης στην αντοχή

Στο Σχήμα 7.30 δίνεται η αδιαστατοποιημένη αντοχή κελυφών με ενίσχυση τύπου πλαισίου για τέσσερις διαφορετικές λυγηρότητες (r/t=10, r/t=20, r/t=50 και r/t=160). Ως μεταβλητές της παραμετρικής ανάλυσης επιλέχθηκαν το πλάτος της ατέλειας και το εμβαδόν της ενίσχυσης. Το πλάτος της ενίσχυσης θεωρήθηκε σε όλες τις περιπτώσεις σταθερό και ίσο με 350 mm, ενώ το πάχος της ήταν μεταβλητό. Η γεωμετρική ατέλεια η οποία υιοθετήθηκε στις αριθμητικές αναλύσεις GMNIA είναι το εσωτερικό κοίλωμα μορφής συγκόλλησης τύπου Α (ατέλεια Α1, βλ. Σχήμα 7.9). Στα ίδια γραφήματα δίνονται και οι αντίστοιχες αντοχές για κελύφη χωρίς άνοιγμα όπως αυτή προσδιορίζεται από τις αναλυτικές σχέσεις του EN1993-1.6. Δίνεται επίσης και η κατασκευαστική ανοχή βάσει του EN1993-1.6, όπως και το προτεινόμενο πλάτος για αναλύσεις GMNIA.

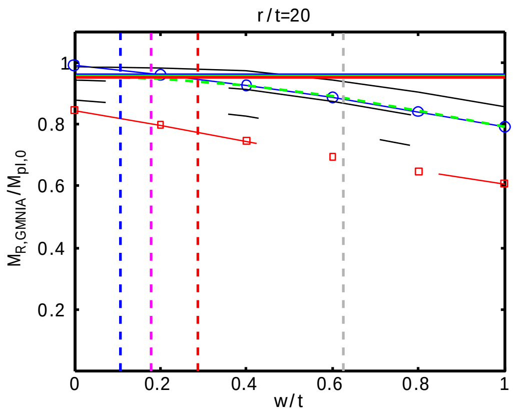
Για να είναι μια ενίσχυση επαρκής, θα πρέπει η αντοχή του κελύφους με την ενισχυμένη οπή να υπερβαίνει ή έστω να προσεγγίζει ικανοποιητικώς την αντοχή του συμπαγούς κελύφους (κελύφους χωρίς οπή) όπως αυτή δίνεται από τον EN1993-1.6. Αυτός ο έλεγχος θεωρητικά θα έπρεπε να γίνει μόνο για την περίπτωση ενός πλάτους ατέλειας (π.χ. του ανεκτού πλάτους που δίνει ο κανονισμός). Παρόλα αυτά, υπάρχουν τα εξής ζητήματα:

- Πρώτον, το ανεκτό πλάτος ατέλειας του κανονισμού ενδέχεται να μην είναι αρκετά δυσμενές έτσι ώστε η ανάλυση GMNIA να δίνει συντηρητικά αποτελέσματα. Επομένως, θα έπρεπε σε μια τέτοια περίπτωση να θεωρήσουμε μεγαλύτερο πλάτος ατέλειας.
- Δεύτερον, το πραγματικό κέλυφος που θα κατασκευαστεί ενδέχεται τελικά να έχει πιο μεγάλο πλάτος ατέλειας και πιθανόν μικρότερη αντοχή.

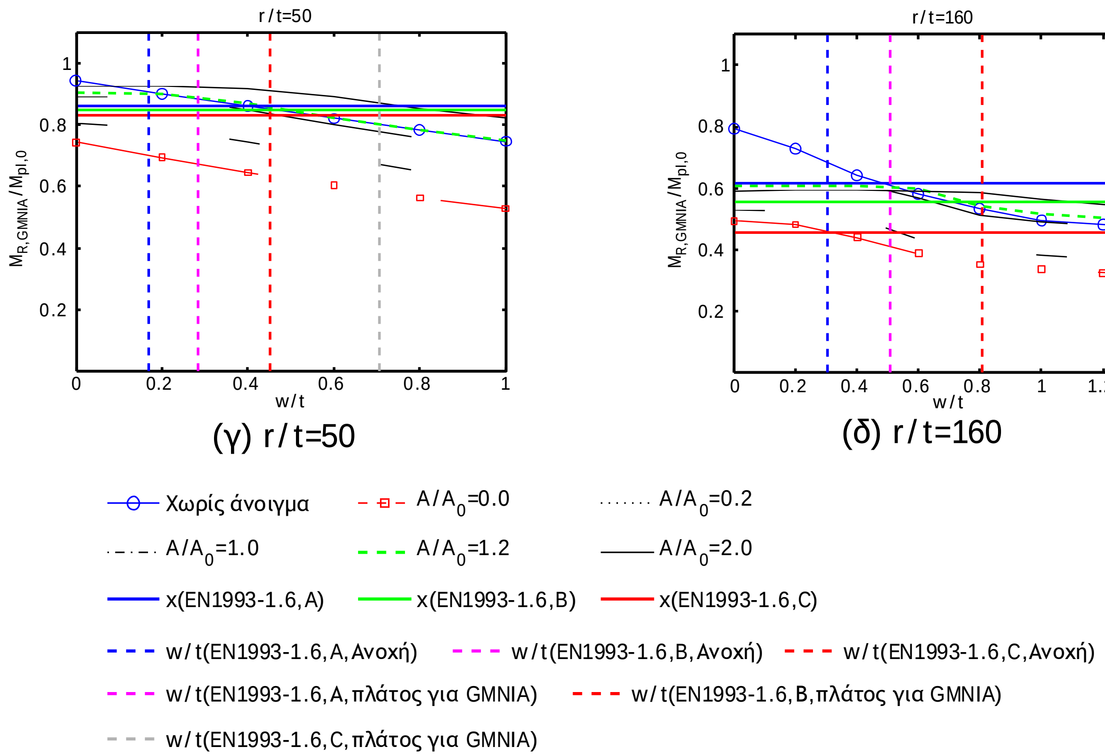
Για τους δυο πιο πάνω λόγους επιλέγεται να εξεταστεί η αντοχή των κελυφών για ένα εύρος ατελειών ώστε να εξεταστεί η επάρκεια της ενίσχυσης και για κελύφη με διαφορετικό πλάτος ατέλειας. Σε μια τέτοια περίπτωση, η ενίσχυση θα είναι επαρκής εφόσον η καμπύλη αντοχής $\left(M_{R,GMNIA}/M_{pl,0}\right)$ του κελύφους με ενισχυμένου κελύφους είτε υπερβαίνει την καμπύλη αντοχή του συμπαγούς κελύφους, είτε την προσεγγίζει ικανοποιητικώς.



(α) r/t=10



(β) r/t=20



(γ) r/t=50 (δ) r/t=160

Σχήμα 7.30: Επιρροή εμβαδού ενίσχυσης στην αντοχή

Στην περίπτωση πολύ παχιών κελυφών, όπως στην περίπτωση με r/t=10, όπου τα κελύφη αστοχούν στην τελείως πλαστική περιοχή, φαίνεται ότι μόνο η καμπύλη αντοχής για $A/A_0 = 2.0$ υπερβαίνει την καμπύλη αντοχής του συμπαγούς κελύφους. Οπότε μια τέτοια ενίσχυση μπορεί να θεωρηθεί επαρκής. Αν θέλουμε μια πιο οικονομική ενίσχυση τότε μπορούμε να επιλέξουμε είτε την ενίσχυση με $A/A_0 = 1.2$, είτε την ενίσχυση με $A/A_0 = 1.0$, των οποίων η καμπύλη αντοχής προσεγγίζει ικανοποιητικά την αντίστοιχη καμπύλη του συμπαγούς κελύφους αλλά δεν την υπερβαίνει. Πάντως, η απόκλιση τους από την καμπύλη αντοχής με $A/A_0 = 2.0$ είναι αρκετά μικρή. Αξίζει να σημειωθεί ότι για τόσο παχιά κελύφη, όπως στην περίπτωση του r/t=10, είναι πολύ πιθανόν να υπάρχουν τεχνικές δυσκολίες στην επίτευξη συγκολλήσεων σε ελάσματα αυτού του πάχους, πράγμα που πρακτικά σημαίνει επιλογή είτε μικρότερης ενίσχυσης είτε καθόλου ενίσχυσης.

Στην περίπτωση κελυφών με r/t=20, τα οποία αστοχούν ελαστοπλαστικά (δηλαδή ο μειωτικός συντελεστής για αξονική θλίψη x είναι μικρότερος της μονάδας), παρατηρείται ότι η καμπύλη αντοχής για $A/A_0 = 1.2$ προσεγγίζει εξαιρετικά την καμπύλη αντοχής του συμπαγούς κελύφους. Επομένως, εφόσον είναι εφικτή από άποψη συγκόλλησης μια τέτοια ενίσχυση, είναι μια επαρκής ενίσχυση. Για μεγαλύτερες ενισχύσεις, όπως φαίνεται στο ίδιο γράφημα μπορούμε να επιτύχουμε ακόμα μεγαλύτερη αντοχή. Παρόλα αυτά, η αντοχή αυτή αντιστοιχεί σε καμπτική ροπή συγκεκριμένης διεύθυνσης. Για ροπή με αντίθετη διεύθυνση, οι μέγιστες αξονικές τάσεις θα παρατηρούνταν σε περιοχή κελύφους χωρίς άνοιγμα, οπότε η αντοχή του κελύφους θα ήταν αυτή του συμπαγούς κελύφους. Επομένως, δεν υπάρχει νόημα να επιλεγεί ενίσχυση με A/A_0 μεγαλύτερο του 1.2, αφού θα αύξανε την αντοχή του κελύφους μόνο τοπικά στην περιοχή του ανοίγματος και όχι στο υπόλοιπο μέρος της περιφέρειας της διατομής.

Στην περίπτωση κελυφών με r/t=50, τα οποία αφορούν τη βάση πυλώνων σύγχρονων ανεμογεννητριών, παρατηρείται ότι η καμπύλη αντοχής για $A/A_0 = 1.2$ πρακτικά συμπίπτει με την καμπύλη αντοχής του συμπαγούς κελύφους, σε μια αρκετά μεγάλο εύρος του πλάτους ατέλειας. Επομένως, μια τέτοια ενίσχυση είναι επαρκής. Για μεγαλύτερες ενισχύσεις, όπως φαίνεται στο ίδιο γράφημα μπορούμε να επιτύχουμε ακόμα μεγαλύτερη αντοχή. Παρόλα αυτά, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, μεγαλύτερες ενισχύσεις έχουν νόημα μόνο εφόσον η διεύθυνση της ροπής φόρτισης είναι τέτοια ώστε το άνοιγμα να βρίσκεται στη θέση μέγιστης θλίψης. Σε αντίθετη περίπτωση η αντοχή αντιπροσωπεύεται καλύτερα από την αντοχή του συμπαγούς κελύφους.

Στην περίπτωση κελυφών με r/t=160, τα οποία αντιστοιχούν σε αρκετά λεπτά κελύφη τα οποία μάλλον αφορούν τη βάση πυλώνων ανεμογεννητριών μικρότερου ύψους, παρατηρείται ότι η καμπύλη αντοχής για $A/A_0 = 1.2$ υπερβαίνει ελαφρώς την καμπύλη αντοχής του συμπαγούς κελύφους, σε μια αρκετά μεγάλο εύρος του πλάτους ατέλειας. Επομένως, μια τέτοια ενίσχυση είναι επαρκής. Αντίθετα, η καμπύλη αντοχής $A/A_0 = 1.0$ προσεγγίζει από κάτω την καμπύλη αντοχής του συμπαγούς κελύφους αλλά δεν την υπερβαίνει. Επομένως, δεν επαναφέρει εντελώς την χαμένη αντοχή αλλά πάντως η απόκλιση από την αντοχή του συμπαγούς κελύφους είναι πρακτικά αμελητέα.

Επομένως, φαίνεται από το Σχήμα 7.30 ότι για την επαναφορά της χαμένης αντοχής του κελύφους λόγω της παρουσίας της ανθρωποθυρίδας, είναι στις περισσότερες περιπτώσεις επαρκής μια ενίσχυση με λόγο A/A_0=1.0 ή 1.2.

7.10 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό πραγματοποιήθηκε μια εκτενής παραμετρική αριθμητική ανάλυση για τον προσδιορισμό της ευαισθησίας των κελυφών χωρίς άνοιγμα, με μη ενισχυμένο ή ενισχυμένο άνοιγμα σε αρχικές ατέλειες. Εξετάστηκαν 5 διαφορετικές γεωμετρικές ατέλειες. Οι πρώτες δυο αφορούσαν κυκλικά τόξα με τα κοίλα είτε προς τα μέσα είτε προς τα έξω και οι άλλες δυο την ατέλεια συγκόλλησης τύπου Α με τα κοίλα στραμμένα είτε προς τα μέσα είτε προς τα έξω. Για την περίπτωση των κελυφών χωρίς άνοιγμα εξετάστηκε και η περίπτωση της πρώτης ιδιομορφής. Για κελύφη με άνοιγμα φάνηκε στο κεφάλαιο 6 της παρούσας διατριβής ότι η πρώτη ιδιομορφή δεν έχει σημαντική επίδραση στην αντοχή τους οπότε και δεν εξετάστηκε περαιτέρω στο κεφάλαιο αυτό.

Για τα κελύφη χωρίς άνοιγμα η πλέον δυσμενής ατέλεια είναι το εξωτερικό κοίλωμα της ατέλειας συγκόλλησης. Μάλιστα, για την περίπτωση της εξωτερικής ατέλειας συγκόλλησης, η αριθμητική ανάλυση GMNIA με πλάτος ατέλειας την κατασκευαστική ανοχή ποιότητας C εκτιμά αντοχή μικρότερη της κανονιστικής αντοχής για την ποιότητα C για $r/t \leq 100$. Επομένως, αυτή η ατέλεια μπορεί να θεωρηθεί επαρκής στο να εκτιμά την κανονιστική αντοχή με πλάτος ίσο με την κανονιστική κατασκευαστική ανοχή του κανονισμού για τα σχετικώς παχιά κελύφη και ειδικότερα τα κελύφη που απαντώνται στη βάση του πυλώνα και περιέχουν την ανθρωποθυρίδα.

Για τα κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα παρατηρήθηκε ότι όλες οι εξεταζόμενες ατέλειες έχουν παρόμοιο αντίκτυπο στην αντοχή των κελυφών. Επίσης παρατηρήθηκε, ότι για τα μετρίως παχιά κελύφη με $r/t<80$ η εξωτερική συγκόλληση είναι λίγο πιο δυσμενής από τις υπόλοιπες ατέλειες. Για κελύφη με $r/t=80$ φαίνεται στο ίδιο σχήμα ότι οι δυο ατέλειες τύπου συγκόλλησης δίνουν πρακτικά τα ίδια αποτελέσματα. Για πιο λεπτότοιχα κελύφη η εσωτερική συγκόλληση τύπου Α είναι πιο δυσμενής.

Για τα κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα παρατηρήθηκε ότι για τα μετρίως παχιά κελύφη με $r/t \leq 80$, οι ατέλειες συγκόλλησης είναι λίγο πιο δυσμενείς από τις ατέλειες κυκλικού τόξου, με την εξωτερική συγκόλληση να είναι λίγο πιο δυσμενής. Για κελύφη με $r/t=80$ οι δυο ατέλειες συγκόλλησης είναι πρακτικά ισοδύναμες. Επίσης παρατηρήθηκε ότι για τα πιο λεπτότοιχα κελύφη, η εσωτερική συγκόλληση είναι η πιο δυσμενής ατέλεια και ακολουθεί ως προς το μέγεθος του αντίκτυπου στην αντοχή των κελυφών, το εσωτερικό κυκλικό τόξο. Η εξωτερική συγκόλληση και το εξωτερικό κυκλικό τόξο είναι σε αυτές τις περιπτώσεις των πιο λεπτότοιχων κελυφών λιγότερο δυσμενείς ατέλειες.

Από την παραμετρική ανάλυση για την εύρεση του βέλτιστου εμβαδού ενίσχυσης του ανοίγματος για ενίσχυση τύπου πλαισίου, παρατηρήθηκε ότι με εμβαδόν A/A_0=1.0 ή 1.2, η αριθμητικά υπολογισμένη αντοχή των κελυφών με ενισχυμένο άνοιγμα προσεγγίζει αρκετά την αριθμητικά υπολογισμένη αντοχή ενός κελύφους χωρίς άνοιγμα.

7.11 Βιβλιογραφία

ABAQUS/Standard and ABAQUS/Explicit - Version 6.8-1, "Abaqus Theory Manual", *Dassault Systems*, 2008.

ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section III, Nuclear power plant components, Division I, Subsection NE, Class MC Components, NE-3332 (1977), pp. 68-70

Deutscher Ausschuß für Stahlbau: DASt – Richtlinie 013. Beulsicherheitsnachweise für Schalen. Köln: Stahlbauverlag 1980.

Deutscher Ausschuß für Stahlbau: DASt – Richtlinie 017 Entwurf. Beulsicherheitsnachweise für Schalen – Spezielle Fälle. Köln: Stahlbau - Verlagsgesellschaft 1992.

DIN 18800 – 4, Stahlbauten: Stabilitätsfälle, Schalenbeulen. Beuth Verlag, Berlin, 1990.

European Committee for Standardization. Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-1: General rules and rules for buildings, 2006.

European Committee for Standardization. Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-6: Strength and Stability of Shell Structures, 2006.

ECCS Technical Committee 8, Structural Stability, TWG 8.4 – Shells, Buckling of Steel Shells, European Design Recommendations, 5th Edition, Editors: John Michael Rotter and Herbert Schmidt, 2008.

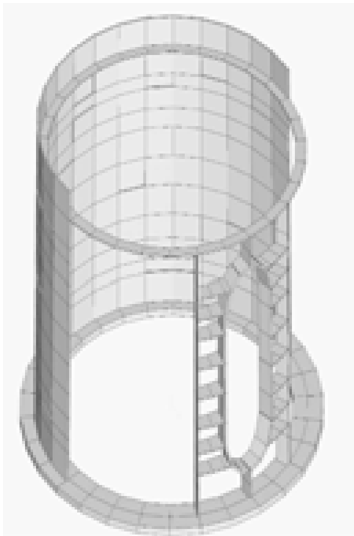
Rotter JM and Teng J-G, "Elastic Stability of Cylindrical Shells with Weld Depressions", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, No. 5, pp. 1244 - 1263, 1989.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

Αξιολόγηση εναλλακτικών τρόπων ενίσχυσης οπών

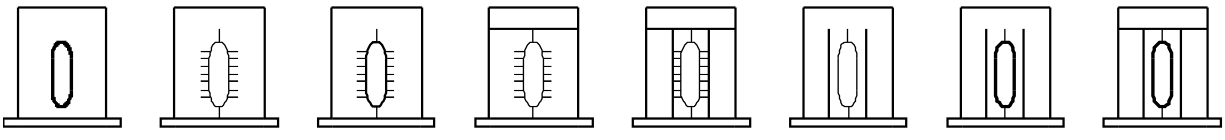
8.1 Εισαγωγή

Η ενίσχυση της ανθρωποθυρίδας στους πυλώνες ανεμογεννητριών είναι καίριας σημασίας γιατί επαναφέρει την χαμένη αντοχή λόγω του ανοίγματος, η οποία στην περίπτωση που αναλύθηκε στο κεφάλαιο 5 είναι υπολογίσιμη (περίπου της τάξης του 24%). Στην πράξη συνηθίζεται να χρησιμοποιούνται απλές μορφές ενίσχυσης, όπως ένα περιμετρικό πλαίσιο γύρω από την οπή ή απλά διαμήκη ελάσματα σε συνεργασία με ένα δακτύλιο. Είναι όμως πιθανόν να επιλέγονται και πιο σύνθετες μορφές ενίσχυσης με πλαίσιο, διαμήκη ελάσματα και δακτύλιο και επιπλέον νευρώσεις όπως αυτή που φαίνεται στο Σχήμα 8.1, η οποία έχει δημοσιευθεί στο [Lavassas et al., 2003].



Σχήμα 8.1: Σύνθετη μορφή ενίσχυσης [Lavassas et al., 2003]

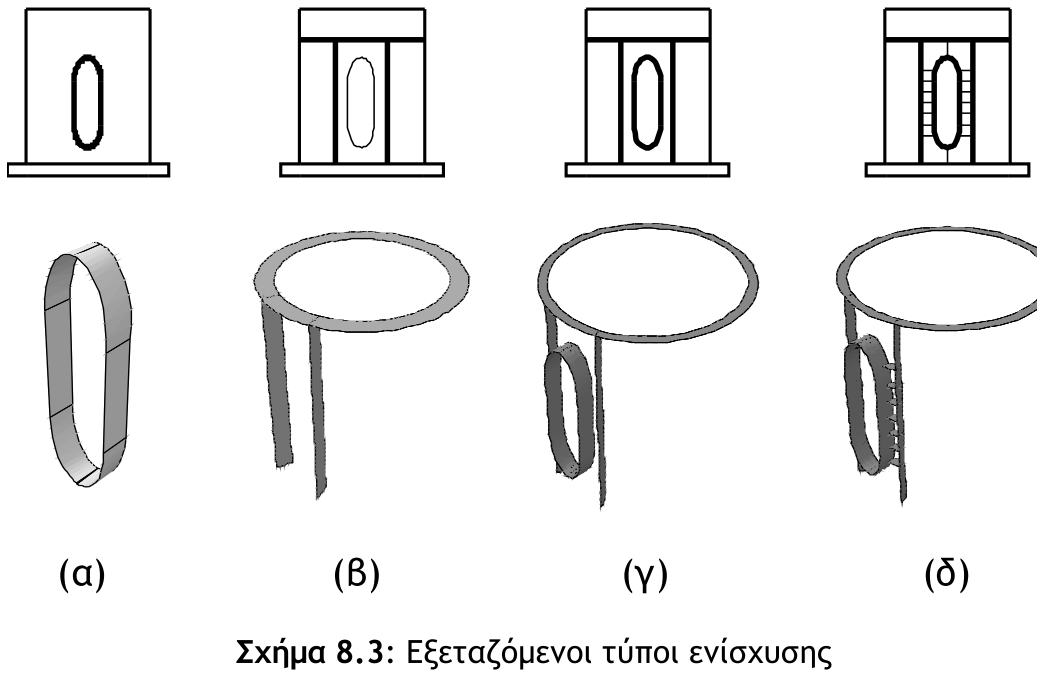
Στο Σχήμα 8.2 δίνονται πιθανές παραλλαγές ενισχύσεων της ανθρωποθυρίδας οι οποίες προκύπτουν από συνδυασμούς των βασικών μορφών ενίσχυσης που έχουν προαναφερθεί, δηλαδή πλαισίου, διαμήκων ελασμάτων, δακτυλίου και νευρώσεων.



Σχήμα 8.2: Πιθανές μορφές ενίσχυσης

Για να είναι αποδοτική μια ενίσχυση, θα πρέπει καθ' όλο το ύψος του ανοίγματος να αποκαθίσταται το εμβαδόν αλλά και η στιβαρότητα του κελύφους. Τόσο το μεμονωμένο πλαίσιο όσο και τα μεμονωμένα διαμήκη ελάσματα μπορούν με επιλογή κατάλληλων διατομών να ικανοποιούν αυτήν την απαίτηση. Επιπλέον, ενδέχεται να χρησιμοποιηθούν νευρώσεις οι οποίες θα συνδέουν τοπικά το πλαίσιο και τα διαμήκη ελάσματα (βλ. Σχήμα 8.1) με ταυτόχρονη μείωση του εμβαδού των κύριων στοιχείων της ενίσχυσης, δηλαδή του περιμετρικού πλαισίου και των διαμήκων ελασμάτων. Παρόλα αυτά, μια τέτοια ενίσχυση θα απαιτούσε επιπλέον κόστος συγκόλλησης, το οποίο δεν είναι αμελητέο.

Με αυτή τη λογική επιλέγονται οι τύποι ενίσχυσης που μελετούνται στο κεφάλαιο αυτό. Οι τύποι αυτοί δίνονται στο Σχήμα 8.3. Ο τύπος (α) αποτελείται ένα μεμονωμένο περιμετρικό πλαίσιο, ο τύπος (β) συνίσταται σε δυο μεμονωμένα διαμήκη ελάσματα σε συνεργασία με ένα δακτύλιο, ο τύπος (γ) προκύπτει από συνδυασμό των (α) και (β), δηλαδή περιλαμβάνει διαμήκη ελάσματα, δακτύλιο και περιμετρικό πλαίσιο, ενώ ο τύπος (δ) είναι η πιο σύνθετη μορφή ενίσχυσης, αποτελεούμενη από τον τύπο (γ) εμπλουτισμένο με εγκάρσιες νευρώσεις μεταξύ πλαισίου και διαμήκων ελασμάτων.

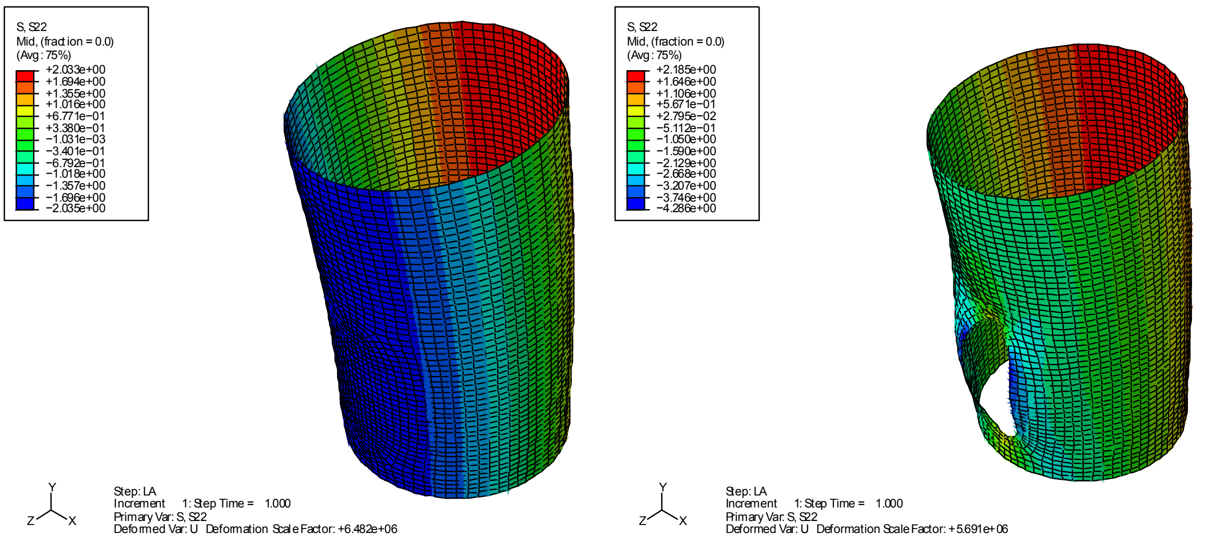


(α) (β) (γ) (δ)

Σχήμα 8.3: Εξεταζόμενοι τύποι ενίσχυσης

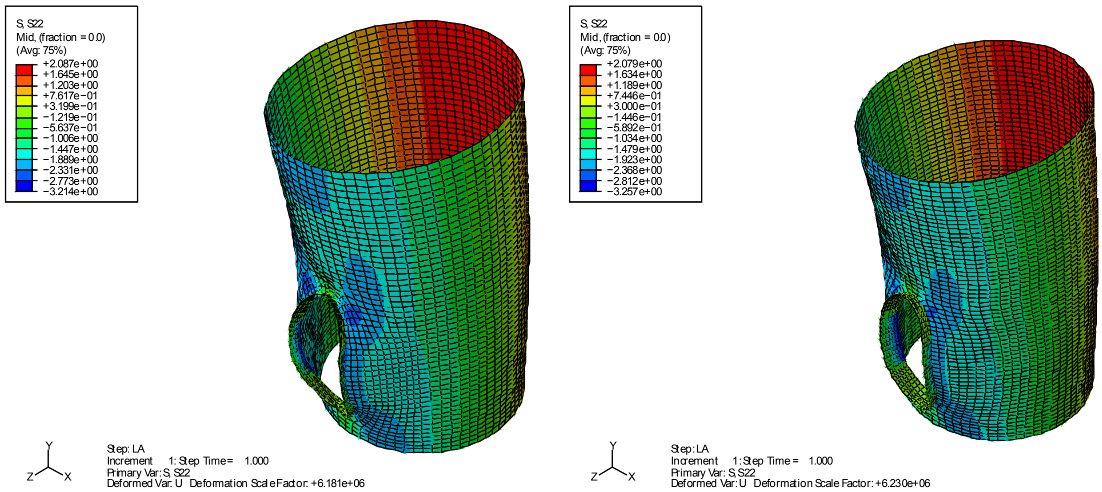
Η παρουσία ενός ανοίγματος στο κέλυφος του πυλώνα προκαλεί δυο φαινόμενα. Πρώτον, προκαλεί στην περιοχή του ανοίγματος συγκέντρωση τάσεων. Δεύτερον, αποδυναμώνει το κέλυφος τοπικά, ώστε η περιοχή αυτή να είναι ευαίσθητη σε τοπικό λυγισμό.

Στο Σχήμα 8.4 δίνονται οι κατανομές της αξονικής τάσης για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα και το κέλυφος με άνοιγμα. Οι κατανομές οφείλονται σε μοναδιαίες συγκεντρωμένες ροπές στην κορυφή των κελυφών. Η κατανομή της αξονικής τάσης του κελύφους χωρίς άνοιγμα είναι τυπική κατανομή όπως προβλέπεται και από τη θεωρία δοκού. Η μέγιστη θλιπτική τάση παρουσιάζεται στην μέγιστη θλιπτική ίνα και είναι ίση με 2.035 kPa. Όσον αφορά το κέλυφος με άνοιγμα, σημαντική είναι η αύξηση της αξονικής τάσης στην παρειά του ανοίγματος, όπου και παρουσιάζεται η μέγιστη θλιπτική τάση της τάξης των 4.286 kPa, η οποία είναι υπερδιπλάσια της μέγιστης θλιπτικής τάσης του κελύφους χωρίς άνοιγμα.

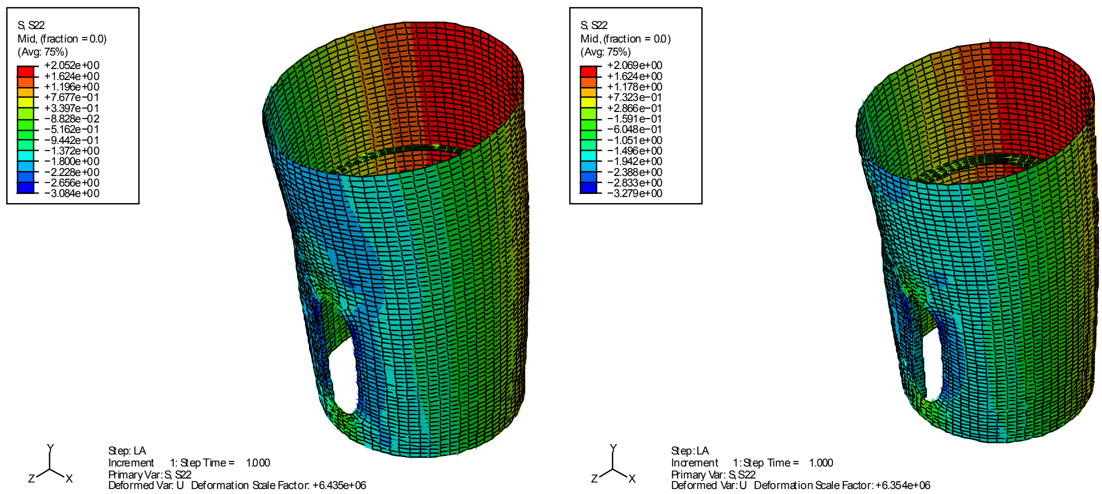


Σχήμα 8.4: Κατανομή αξονικής τάσης σε ένα κέλυφος χωρίς άνοιγμα (αριστερά) και με άνοιγμα (δεξιά)

Στο Σχήμα 8.9 δίνεται η κατανομή της αξονικής τάσης για τα κελύφη με άνοιγμα ενισχυμένα με πλαίσια πλάτους 175 mm (πάχους 97.9 mm) και 350 mm (πάχους 48.95mm). Το συνολικό εμβαδόν για τις δυο ενισχύσεις είναι ίσο. Η μέγιστη θλιπτική τάση παρουσιάζεται στην παρειά του ανοίγματος και είναι ίση με 3.214 και 3.257 kPa για τα πλαίσια πλάτους 175 mm και 350 mm αντίστοιχα. Στο Σχήμα 8.10 δίνεται η κατανομή της αξονικής τάσης για τα κελύφη με άνοιγμα ενισχυμένο με διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm (πάχους 97.9 mm) και πλάτους 350 mm (πάχους 48.95mm) σε συνεργασία με δακτύλιο. Το συνολικό εμβαδόν για τις δυο ενισχύσεις είναι ίσο. Το πλάτος του δακτυλίου θεωρήθηκε ίσο με το πλάτος των διαμήκων ελασμάτων ενώ το πάχος του λήφθηκε ίσο με 80 mm. Η μέγιστη θλιπτική τάση παρουσιάζεται και εδώ στις παρειές του ανοίγματος και είναι ίση με 3.084 και 3.279 kPa για τα κελύφη με διαμήκη ελάσματα 175 mm και 350 mm αντίστοιχα. Στην περίπτωση



Σχήμα 8.5: Κατανομή αξονικής τάσης στα κελύφη με περιμετρικό πλαίσιο πλάτους 175 mm (αριστερά) και 350 mm (δεξιά), ενίσχυση τύπου (α)

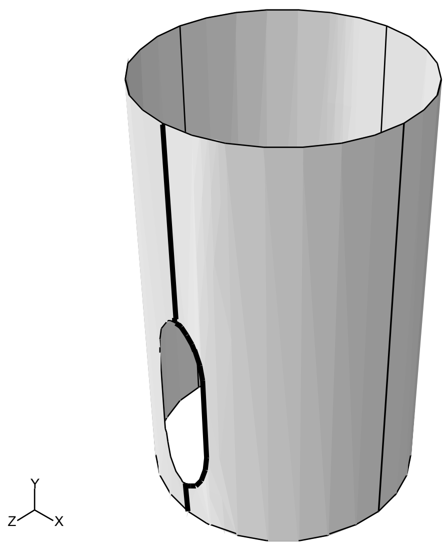


Σχήμα 8.6: Κατανομή αξονικής τάσης στα κελύφη με διαμήκη ελάσματα 175mm (αριστερά) και 350mm (δεξιά) σε συνεργασία με δακτύλιο, ενίσχυση τύπου (β)

Στο Σχήμα 8.7 δίνεται με παχιά μαύρη γραμμή η θέση του κελύφους στην οποία καταγράφεται η αξονική τάση για τα διάφορα είδη κελυφών που παρουσιάστηκαν στα Σχήματα 8.4, 8.5 και 8.6. Η κατανομή της τάσης αυτής δίνεται στο Σχήμα 8.8 τόσο για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα και μη ενισχυμένο άνοιγμα, όσο και για τέσσερις διαφορετικές μορφές ενίσχυσης. Οι πρώτες δυο ενισχύσεις αφορούν ένα περιμετρικό πλαίσιο με πλάτος διατομής 175 mm και 350 mm αντίστοιχα. Η τρίτη και τέταρτη ενίσχυση αφορούν δυο διαμήκεις ελάσματα πλάτους 175 mm και 350 mm σε συνεργασία με ένα δακτύλιο πάχους 80 mm και πλάτους ίσο με το αντίστοιχο πλάτος των διαμήκων ελασμάτων. Σημειώνεται ότι για την περίπτωση της ενίσχυσης των πλαισίων, το ABAQUS έδινε τόσες τιμές τάσεων για κάθε κόμβο του δικτύου πεπερασμένων στοιχείων όσα ήταν και τα πεπερασμένα στοιχεία που περιελάμβαναν αυτόν τον κόμβο. Σε αυτές τις περιπτώσεις δίνονται στο Σχήμα 8.8, οι ελάχιστες τιμές αυτών των τάσεων. Το αδιαστατοποιημένο εμβαδό ενίσχυσης ήταν ίσο με A/A_0=1.0, όπου σαν A_0 ορίζεται το εμβαδόν του ανοίγματος, ενώ το A είναι ίσο με το συνολικό εμβαδόν της ενίσχυσης, δηλαδή:

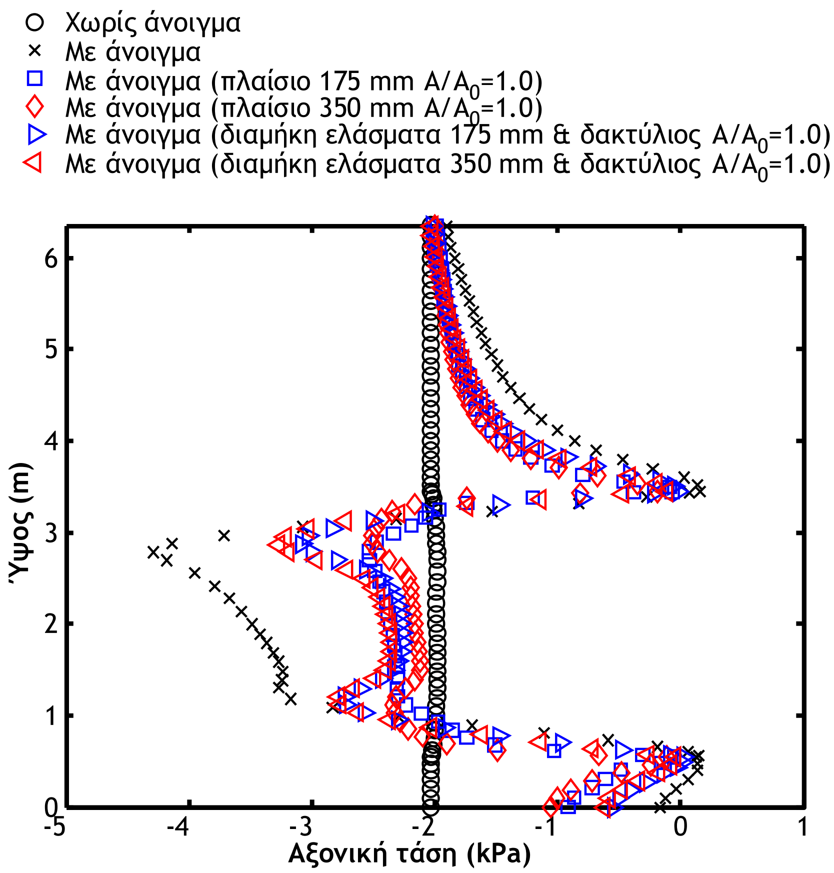
$$A = 2b_{str}t_{str} + 2b_{fr}t_{fr} \tag{8.1}$$

όπου b_{str} είναι το πλάτος της διατομής των διαμήκων ελασμάτων, t_{str} είναι το πάχος των διαμήκων ελασμάτων, b_{fr} είναι το πλάτος της διατομής του πλαισίου και t_{fr} είναι το πάχος του πλαισίου. Αν χρησιμοποιούνται μόνο διαμήκη ελάσματα σε συνεργασία με ένα δακτύλιο τότε $A=2b_{str}t_{str}$ ενώ αν χρησιμοποιείται μόνο ένα πλαίσιο τότε $A=2b_{fr}t_{fr}$.Τα αποτελέσματα προέκυψαν από γραμμικές αναλύσεις με μοναδιαία εφαρμοζόμενη ροπή.



Σχήμα 8.7: Γραμμή στην οποία καταγράφεται η αξονική τάση

Από το σχήμα αυτό παρατηρείται ότι η κατανομή της αξονικής τάσης καθ’ ύψος του ανοίγματος για κέλυφος χωρίς οπή είναι περίπου σταθερή. Η παρουσία του ανοίγματος προκαλεί μεγάλη διακύμανση της αξονικής τάσης. Όπως έχει προαναφερθεί στο κεφάλαιο 5 της παρούσας διατριβής, το άνοιγμα συντίθεται από ένα ορθογωνικό τμήμα με δυο ελλειπτικά τμήματα στα δυο άκρα του ορθογωνικού μέρους. Στο σημείο συναρμογής αυτών των δυο σχημάτων στο πάνω μέρος του ανοίγματος, παρατηρείται η μέγιστη αξονική τάση η οποία είναι υπερδιπλάσια σε σχέση με την αντίστοιχη του κελύφους χωρίς άνοιγμα. Στην κάτω και άνω παρειά του ανοίγματος, η αξονική τάση λαμβάνει θετική τιμή (δηλαδή είναι εφελκυστική) αν και πρακτικά είναι ίση με το μηδέν. Η παρουσία κάποιας εκ των τεσσάρων ενισχύσεων προκαλεί μείωση της συγκέντρωσης της αξονικής τάσης. Μάλιστα, για το πλαίσιο με πλάτος 350 mm η μέγιστη αξονική τάση είναι στα επίπεδα του κελύφους χωρίς άνοιγμα. Ενδιαφέρον είναι ότι η κατανομή και για τις τέσσερις περιπτώσεις ενίσχυσης είναι συμμετρική ως προς το μέσο ύψος του ανοίγματος αν και στο πάνω μέρος του ανοίγματος παρατηρείται ελαφρώς μεγαλύτερη τάση.



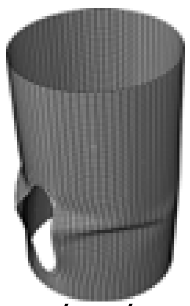
Σχήμα 8.8: Αξονική τάση του κελύφους κατά μήκος της γραμμής που φαίνεται στο Σχήμα 8.7

Στο Σχήμα 8.9 δίνονται δυο περιπτώσεις τοπικού λυγισμού ενός κελύφους με μη ενισχυμένο άνοιγμα με r/t=49.5 οι οποίες προκύπτουν από πλήρως μη γραμμικές αναλύσεις χωρίς (α) και με γεωμετρική ατέλεια (β) με την μορφή της εξωτερικής συγκόλλησης τύπου A στο μέσο ύψος του ανοίγματος (ατέλεια A2 του σχήματος 7.9).

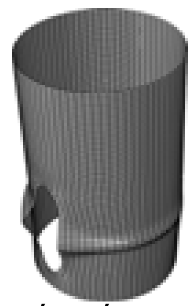
Στο ίδιο σχήμα δίνονται και δυο τοπικές αστοχίες για δυο τύπους ενίσχυσης: δυο διαμήκη ελάσματα (γ) και ένα απλό πλαίσιο (δ). Από τα σχήματα φαίνεται ότι η αστοχία για κέλυφος χωρίς άνοιγμα λαμβάνει χώρα στην περιοχή του ανοίγματος και μπορεί να ποικίλει σε μορφές ανάλογα και με την γεωμετρική ατέλεια που υπάρχει στο τοίχωμα του κελύφους (βλ. Σχήμα 8.9 (α) και Σχήμα 8.9 (β)). Με την παρουσία κάποιας ενίσχυσης, η αστοχία αλλάζει θέση ανάλογα με το είδος και το μέγεθος της ενίσχυσης (βλ. Σχήμα 8.9 (γ) και Σχήμα 8.9 (δ)).

8.2 Γεωμετρικά στοιχεία αριθμητικών προσομοιωμάτων

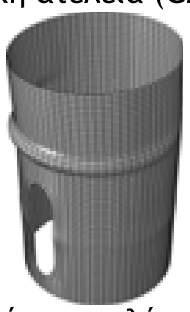
Οι βασικές διαστάσεις του κελύφους το οποίο εξετάζεται στο παρόν κεφάλαιο, διατηρούνται ίδιες με εκείνες του προσομοιώματος του κεφαλαίου 7 αυτής της διατριβής. Επομένως, η διάμετρος του κελύφους είναι 1.98 m, και το ύψος του κελύφους είναι ίσο με 6.35 m. Για την περίπτωση των κελυφών με άνοιγμα, το ύψος και το πλάτος του ανοίγματος είναι ίσο με 2.9 m και 0.85 m αντίστοιχα. Η ακριβής γεωμετρία του ανοίγματος περιγράφεται στο κεφάλαιο 5 (βλ. Σχήμα 5.2), με διαστάσεις όμως δεκαπλάσιες των αντίστοιχων αυτού του σχήματος. Η κάτω παρειά του ανοίγματος απέχει 550 mm από τη βάση του κελύφους.



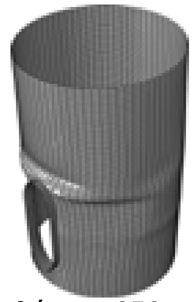
(α) κέλυφος χωρίς ενίσχυση και χωρίς αρχική ατέλεια (GMNA)



(β) κέλυφος χωρίς ενίσχυση και με αρχική ατέλεια (GMNIA)



(γ) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm και πάχος περίπου 176.2 mm (A/A_0=1.8) σε συνεργασία με δακτύλιο πλάτους 175 mm και πάχους 80 mm.



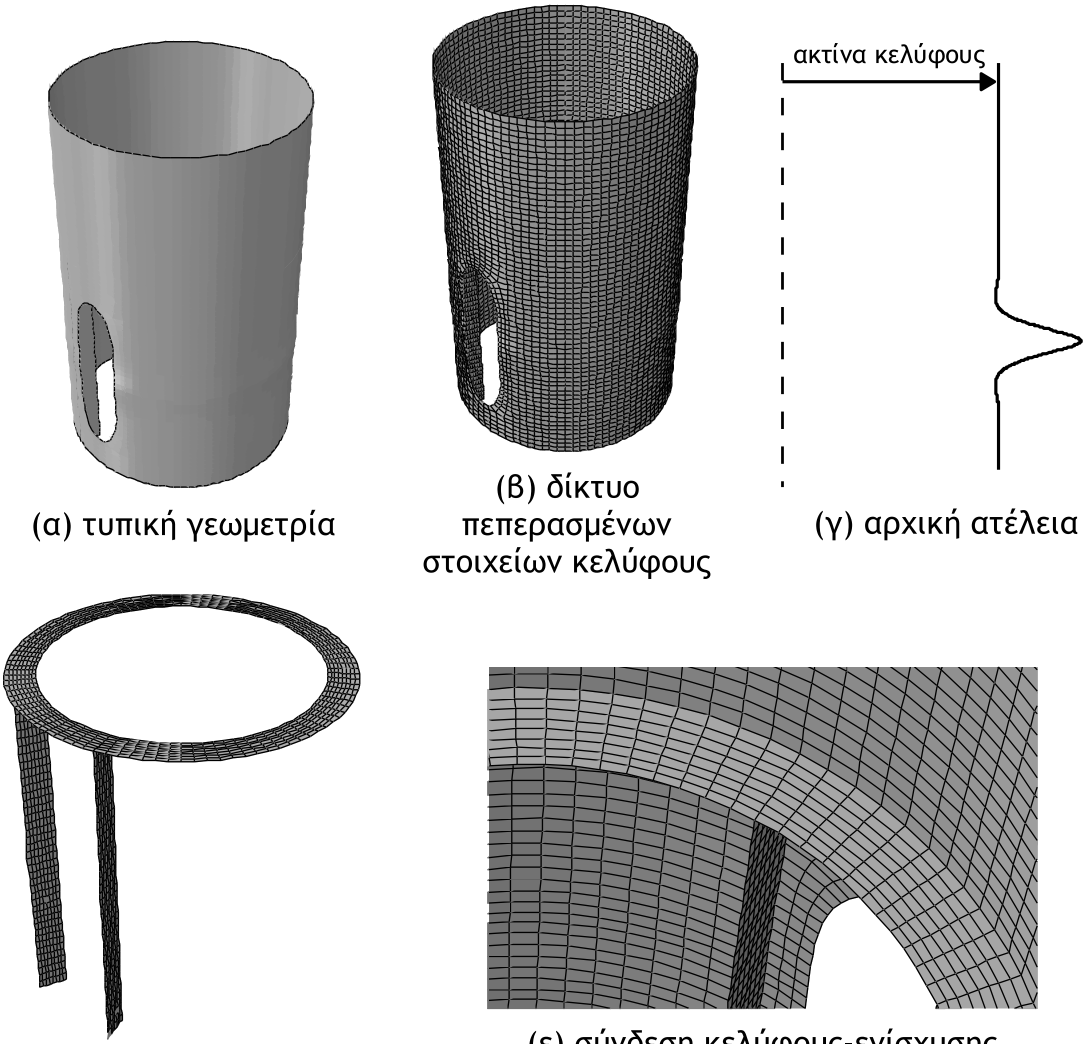
(δ) Πλαίσιο πλάτους 350 mm και πάχος περίπου 97.9 mm (A/A_0=2.0)

Σχήμα 8.9: Μορφές τοπικού λυγισμού σε μη ενισχυμένο άνοιγμα ((α) και (β)) και σε ενισχυμένο άνοιγμα ((γ) και (δ))

Σε όλα τα προσομοιώματα η βάση θεωρείται πακτωμένη, ενώ ως φόρτιση επιβάλλεται μια συγκεντρωμένη στροφή στο κέντρο βάρους της ανώτερης διατομής με τη βοήθεια κινηματικών δεσμεύσεων τύπου MPC.

Οι εξεταζόμενες ενισχύσεις μορφοποιούνται από τρία συστατικά στοιχεία:

- Το περιμετρικό πλαίσιο.
- Τα διαμήκεις ελάσματα σε συνεργασία με περιμετρικό δακτύλιο.
- Τις νευρώσεις.



(α) τυπική γεωμετρία

(β) δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων κελύφους

(γ) αρχική ατέλεια

(δ) δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων ενίσχυσης

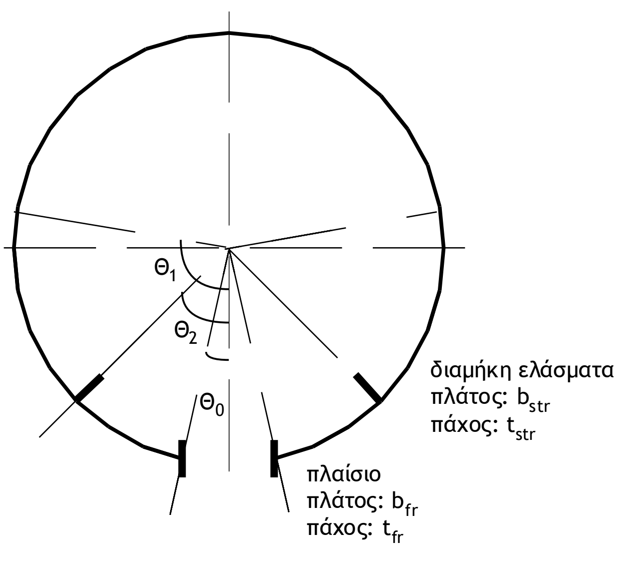
(ε) σύνδεση κελύφους-ενίσχυσης

Σχήμα 8.10: Τυπική γεωμετρία, δίκτυο πεπερασμένο στοιχείων και αρχική ατέλεια

Στο Σχήμα 8.10 δίνεται μια τυπική γεωμετρία ενός προσομοιώματος με ενίσχυση δυο διαμήκη ελάσματα και ένα δακτύλιο, το δίκτυο πεπερασμένων στοιχείων καθώς επίσης και η αρχική ατέλεια που χρησιμοποιείται στις αναλύσεις αυτού του κεφαλαίου. Όπως προέκυψε στο κεφάλαιο 7, για λυγηρότητες r/t<80, η κρίσιμη αρχική ατέλεια είναι η εξωτερική συγκόλληση τύπου Α (βλ. Σχήμα 7.9 του κεφαλαίου 7), οπότε υιοθετήθηκε εδώ αυτή η ατέλεια με διάφορα πλάτη w είτε αυτά αφορούσαν τις κατασκευαστικές ανοχές (βλ. παράγραφο 8.4.4 του [EN1993-1.6, 2006]), τα προτεινόμενα πλάτη για αναλύσεις GMNIA (βλ. παράγραφο 8.7.2 (18) του [EN1993-1.6, 2006]), είτε άλλα πλάτη στο εύρος w/t=0÷1.0.

8.3 Αποδοτικότητα ενισχύσεων σε επίπεδο διατομής

Σε αυτή την παράγραφο εξετάζεται η αποδοτικότητα των διάφορων τύπων ενίσχυσης μελετώντας την επίδραση των ενισχύσεων στην πλαστική αντοχή της διατομής. Επειδή αυτή η διερεύνηση περιορίζεται σε ιδιότητες της διατομής, λέγεται ότι εξετάζεται η αποδοτικότητα των ενισχύσεων σε επίπεδο διατομής σε αντίθεση με την αποδοτικότητα σε επίπεδο φορέα η οποία εξετάζεται σε επόμενες παραγράφους, λαμβάνοντας υπόψη τη μη γραμμικότητα του υλικού και της γεωμετρίας καθώς επίσης και αρχικές γεωμετρικές ατέλειες. Στο Σχήμα 8.11 δίνονται τα βασικά γεωμετρικά μεγέθη ανοίγματος τα οποία χρησιμοποιούνται στις αναλυτικές εξισώσεις οι οποίες δίνονται στη συνέχεια. Θ_0 είναι το ½ της περιεχόμενης γωνίας του ανοίγματος, Θ_1 είναι η γωνία η οποία διαχωρίζει το εμβαδό της διατομής σε δυο ίσα μέρη και Θ_2 είναι η γωνία που καθορίζει τη θέση των διαμήκων ελασμάτων.



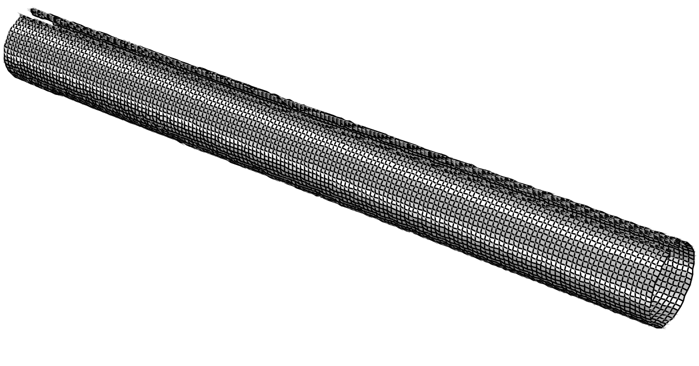
Σχήμα 8.11: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διατομής με ενισχύσεις

Η πλαστική αντοχή της διατομής δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση:

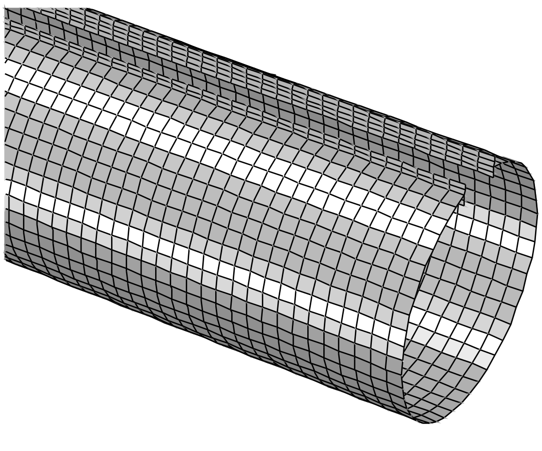
$$M_{pl} = \frac{1}{2} A f_y \left(y_\alpha + y_\kappa \right) \tag{8.2}$$

$$N_{pl} = A f_y \tag{8.3}$$

όπου A είναι το εμβαδόν της διατομής, f_y είναι το όριο διαρροής και y_α και y_κ είναι οι αποστάσεις του κέντρου βάρους κάθε μέρους της διατομής από τη γραμμή η οποία χωρίζει τη διατομή σε δυο μέρη με ίσο εμβαδόν. Οι εξισώσεις (8.4)-(8.5) χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό της πλαστικής αντοχής της διατομής χωρίς άνοιγμα. Οι εξισώσεις (8.6)-(8.9) χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό της πλαστικής αντοχής μιας διατομής με μη ενισχυμένο άνοιγμα. Οι εξισώσεις (8.10)-(8.13), (8.14)-(8.18) και (8.19)-(8.23) χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό της πλαστικής αντοχής μιας διατομής με άνοιγμα ενισχυμένο με πλαίσιο, δυο διαμήκη ελάσματα και ένα συνδυασμό πλαισίου και δυο διαμήκων ελασμάτων, αντίστοιχα. Για τον έλεγχο της ακρίβειας των προτεινόμενων σχέσεων, πραγματοποιήθηκε σύγκριση μεταξύ αριθμητικών αποτελεσμάτων και των αναλυτικών προβλέψεων. Το μήκος των αριθμητικών προσομοιωμάτων είναι ίσο με 40 m ενώ η ακτίνα και το πάχος του κελύφους είναι ίσα με 1.98 m και 40 mm αντίστοιχα. Στην περίπτωση διατομής με άνοιγμα, η περιεχόμενη γωνιά του ανοίγματος Θ_1 είναι ίση περίπου με 12.39°. Οι χαρακτηριστικές διαστάσεις της ενίσχυσης του πλαισίου είναι ίσες με b_{fr}=350 mm και t_{fr}=60 mm ενώ οι χαρακτηριστικές διαστάσεις των διαμήκων ελασμάτων είναι ίσες με b_{str}=350 mm και t_{str}=60 mm ή με b_{str}=175 mm και t_{str}=60mm όταν αυτές χρησιμοποιούνται μόνες τους ή σε συνδυασμό με περιμετρικό πλαίσιο αντίστοιχα.



(α) συνολικός φορέας



(β) μεγέθυνση

Σχήμα 8.12: Τυπικό αριθμητικό προσομοίωμα (κέλυφος με ενίσχυση τύπου πλαισίου)

Στις αριθμητικές αναλύσεις υιοθετήθηκε ένα ελαστικό τελείως πλαστικό υλικό με μέτρο ελαστικότητας ίσο με 210 GPa και όριο διαρροής ίσο με 355 MPa. Στην μια άκρη του προβόλου η διατομή θεωρήθηκε πακτωμένη, ενώ στο άλλο άκρο επιβλήθηκε συγκεντρωμένη στροφή στο κέντρο βάρους της διατομής η οποία μεταφερόταν στους κόμβους της διατομής αυτής μέσω δεσμεύσεων MPC τύπου άκαμπτων μελών [ABAQUS, 2008]. Οι αναλύσεις που διεξήχθησαν ήταν αναλύσεις MNA. Στα Σχήματα 8.13-8.17 δίνονται τα αποτελέσματα των αριθμητικών αναλύσεων MNA και συγκρίνονται με τις αναλυτικές προβλέψεις των εξισώσεων 8.1-8.21 για όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις διατομών.

1. Διατομή χωρίς άνοιγμα

$$A = 2\pi r t \tag{8.4}$$

$$y_\alpha = y_\kappa = \frac{4}{3\pi}\frac{R_e^3 - R_i^3}{R_e^2 - R_i^2} \tag{8.5}$$

2. Διατομή με μη ενισχυμένο άνοιγμα

$$A = \left(\pi - \Theta_0\right)\left(R_e^2 - R_i^2\right) \tag{8.6}$$

$$y_\alpha = \frac{(-4/3)}{\left(\pi - \Theta_0\right)}\frac{\left(R_e^3 - R_i^3\right)\sin\Theta_1}{R_e^2 - R_i^2} - \frac{R_e + R_i}{2}\cos\Theta_1 \tag{8.7}$$

$$y_\kappa = \frac{(4/3)}{\left(\pi - \Theta_0\right)}\frac{\left(R_e^3 - R_i^3\right)\left(\sin\Theta_1 - \sin\Theta_0\right)}{R_e^2 - R_i^2} - \frac{R_e + R_i}{2}\cos\Theta_1 \tag{8.8}$$

$$\Theta_1 = \frac{\pi}{2} + \frac{\Theta_0}{2} \tag{8.9}$$

3. Διατομή με ενισχυμένο άνοιγμα (ενίσχυση τύπου πλαισίου)

$$A = \left(\pi - \Theta_0\right)\left(R_e^2 - R_i^2\right) + 2b_{fr}t_{fr} \tag{8.10}$$

$$y_\alpha = \frac{(-4/3)\left(R_e^3 - R_i^3\right)\sin\Theta_1}{\left(\pi - \Theta_0\right)\left(R_e^2 - R_i^2\right) + 2b_{fr}t_{fr}} - \frac{R_e + R_i}{2}\cos\Theta_1 \tag{8.11}$$

$$y_\kappa = \frac{(4/3)\left(R_e^3 - R_i^3\right)\left(\sin\Theta_1 - \sin\Theta_0\right) + 2b_{fr}t_{fr}\left(R_e + R_i\right)}{\left(\pi - \Theta_0\right)\left(R_e^2 - R_i^2\right) + 2b_{fr}t_{fr}} - \frac{R_e + R_i}{2}\cos\Theta_1 \tag{8.12}$$

$$\Theta_1 = \frac{\pi}{2} + \frac{\Theta_0}{2} - \frac{b_{fr} t_{fr}}{R_e^2 - R_i^2} \tag{8.13}$$

4. Διατομή με ενισχυμένο άνοιγμα (ενίσχυση δυο διαμήκων ελασμάτων)

$$A = (\pi - \Theta_0)\left(R_e^2 - R_i^2\right) + 2b_{str} t_{str} \tag{8.14}$$

$$y_\alpha = \frac{(-4/3)\left(R_e^3 - R_i^3\right)\sin\Theta_1}{(\pi - \Theta_0)\left(R_e^2 - R_i^2\right) + 2b_{str} t_{str}} - \frac{R_e + R_i}{2}\cos\Theta_1 \tag{8.15}$$

$$y_\kappa = \frac{(4/3)\left(R_e^3 - R_i^3\right)\left(\sin\Theta_1 - \sin\Theta_0\right) + 4b_{str} t_{str}\left(R_e - b_{str}/2\right)\cos\Theta_2}{(\pi - \Theta_0)\left(R_e^2 - R_i^2\right) + 2b_{str} t_{str}} - \frac{R_e + R_i}{2}\cos\Theta_1 \tag{8.16}$$

$$\Theta_1 = \frac{\pi}{2} + \frac{\Theta_0}{2} - \frac{b_{str} t_{str}}{R_e^2 - R_i^2} \tag{8.17}$$

$$\Theta_2 \le \frac{\pi}{2} + \frac{\Theta_0}{2} \tag{8.18}$$

5. Διατομή με ενισχυμένο άνοιγμα (συνδυασμός πλαισίου και διαμήκων ελασμάτων)

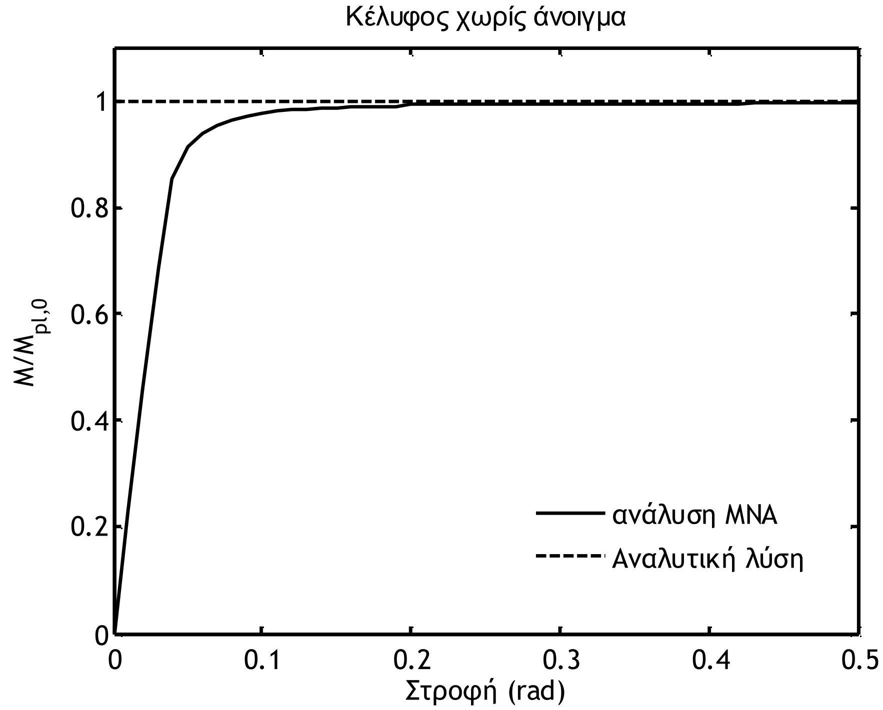
$$A = (\pi - \Theta_0)\left(R_e^2 - R_i^2\right) + 2b_{fr} t_{fr} + 2b_{str} t_{str} \tag{8.19}$$

$$y_\alpha = \frac{(-4/3)\left(R_e^3 - R_i^3\right)\sin\Theta_1}{(\pi - \Theta_0)\left(R_e^2 - R_i^2\right) + 2b_{fr} t_{fr} + 2b_{str} t_{str}} - \frac{R_e + R_i}{2}\cos\Theta_1 \tag{8.20}$$

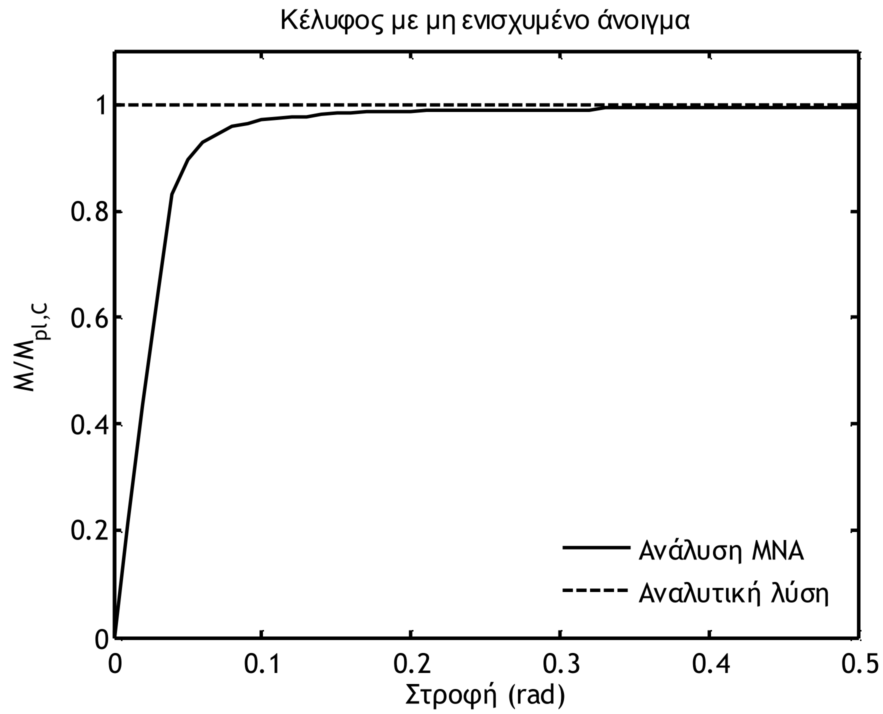
$$y_\kappa = \frac{(4/3)\left(R_e^3 - R_i^3\right)\left(\sin\Theta_1 - \sin\Theta_0\right) + 4b_{str} t_{str}\left(R_e - b_{str}/2\right)\cos\Theta_2 + 2b_{fr} t_{fr}\left(R_e + R_i\right)}{(\pi - \Theta_0)\left(R_e^2 - R_i^2\right) + 2b_{fr} t_{fr} + 2b_{str} t_{str}} - \frac{R_e + R_i}{2}\cos\Theta_1 \tag{8.21}$$

$$\Theta_1 = \frac{\pi}{2} + \frac{\Theta_0}{2} - \frac{b_{fr} t_{fr} + b_{str} t_{str}}{R_e^2 - R_i^2} \tag{8.22}$$

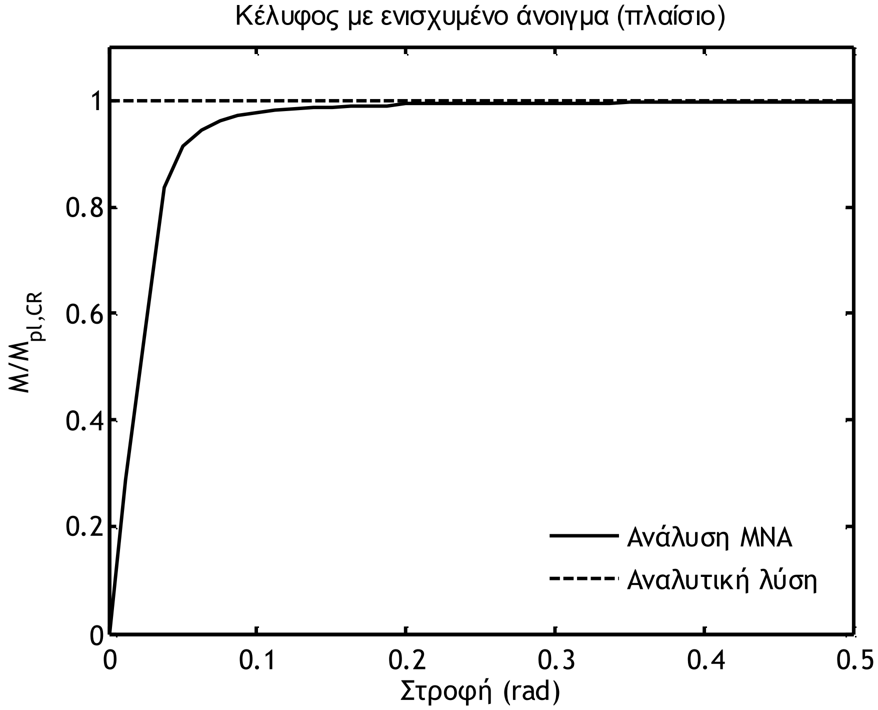
$$\Theta_2 \le \frac{\pi}{2} + \frac{\Theta_0}{2} \tag{8.23}$$



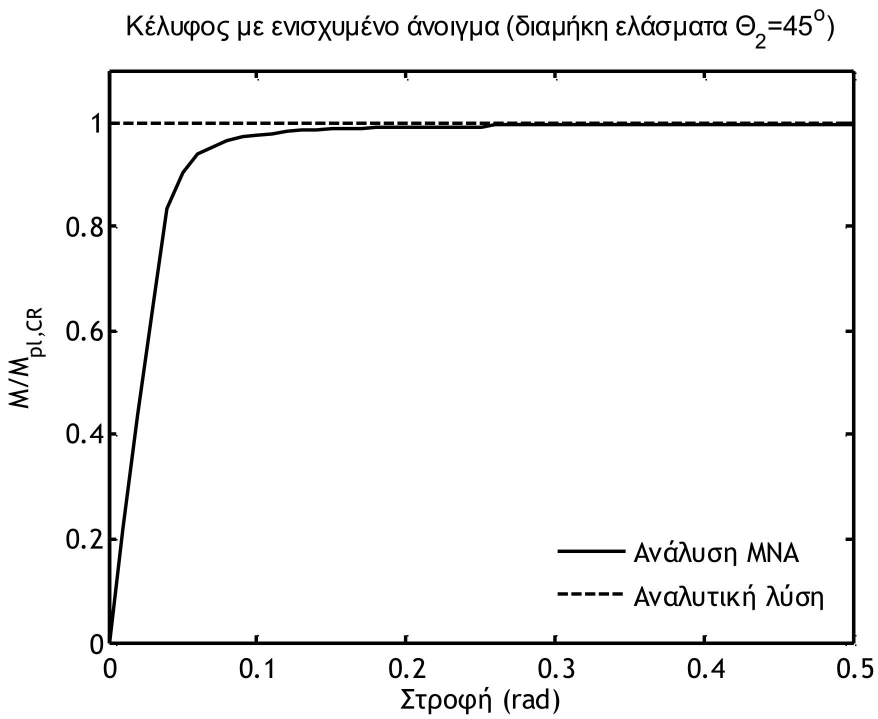
Σχήμα 8.13: Σύγκριση αριθμητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων (διατομή χωρίς οπή)



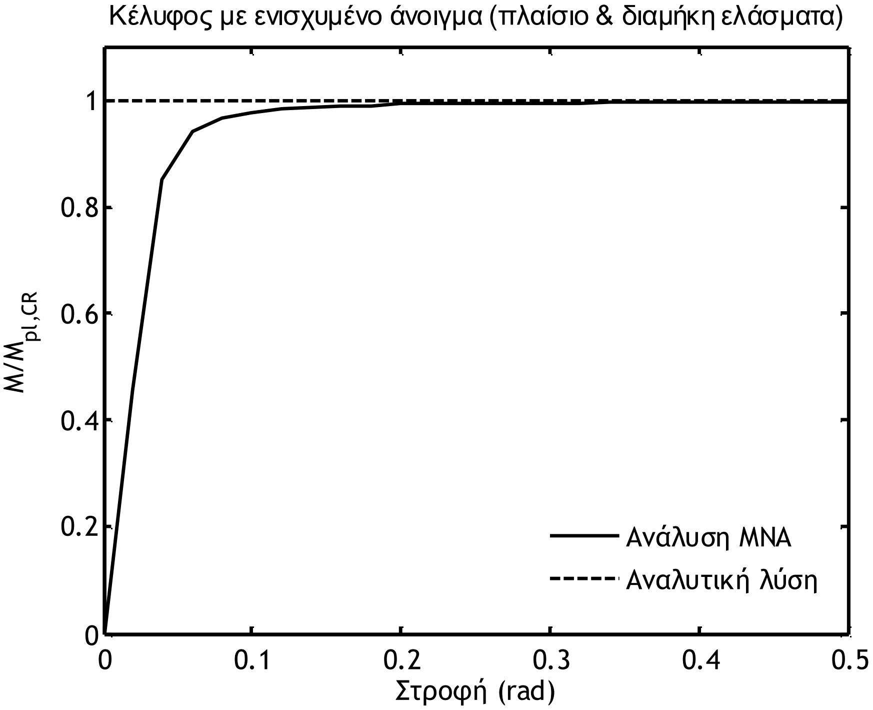
Σχήμα 8.14: Σύγκριση αριθμητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων (διατομή με μη ενισχυμένη οπή)



Σχήμα 8.15: Σύγκριση αριθμητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων (διατομή με ενισχυμένη οπή, πλαίσιο)



Σχήμα 8.16: Σύγκριση αριθμητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων (διατομή με ενισχυμένη οπή, διαμήκη ελάσματα $\Theta_1=45^o$)



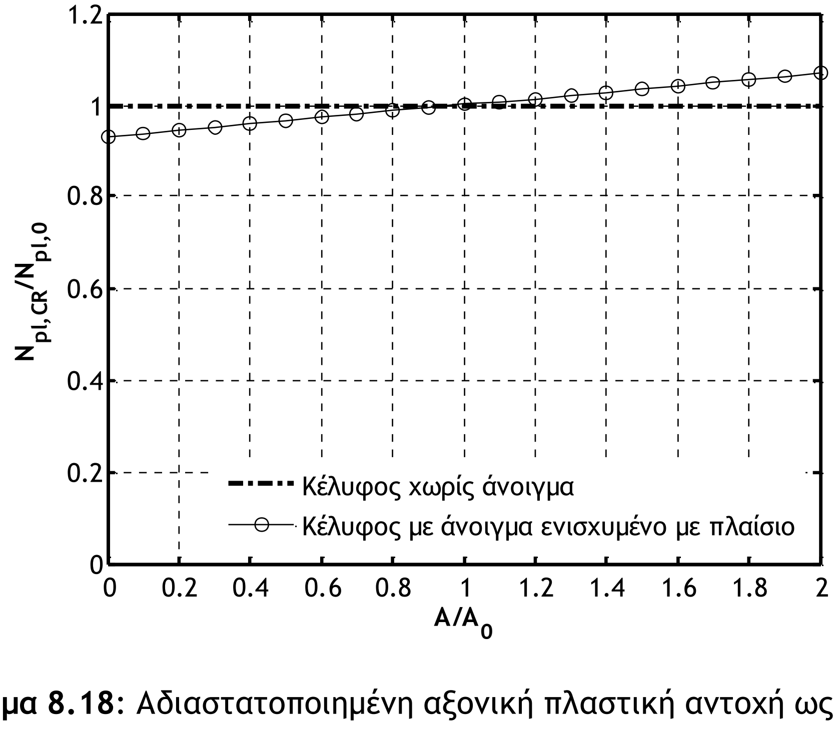
Σχήμα 8.17: Σύγκριση αριθμητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων (διατομή με ενισχυμένη οπή, πλαίσιο και διαμήκη ελάσματα Θ_1=45°)

Στα Σχήματα 8.18-8.20 δίνεται για τις τρεις περιπτώσεις ενίσχυσης (ο τύπος (α), ο τύπος (β) και ο τύπος (γ) του σχήματος 8.3), η αξονική πλαστική αντοχή της διατομής με ενισχυμένο άνοιγμα $N_{pl,CR}$ ως συνάρτηση του αδιάστατου εμβαδού ενίσχυσης A/A_0, αδιαστατοποιημένη με την αξονική πλαστική αντοχή της διατομής χωρίς άνοιγμα $N_{pl,0}$.

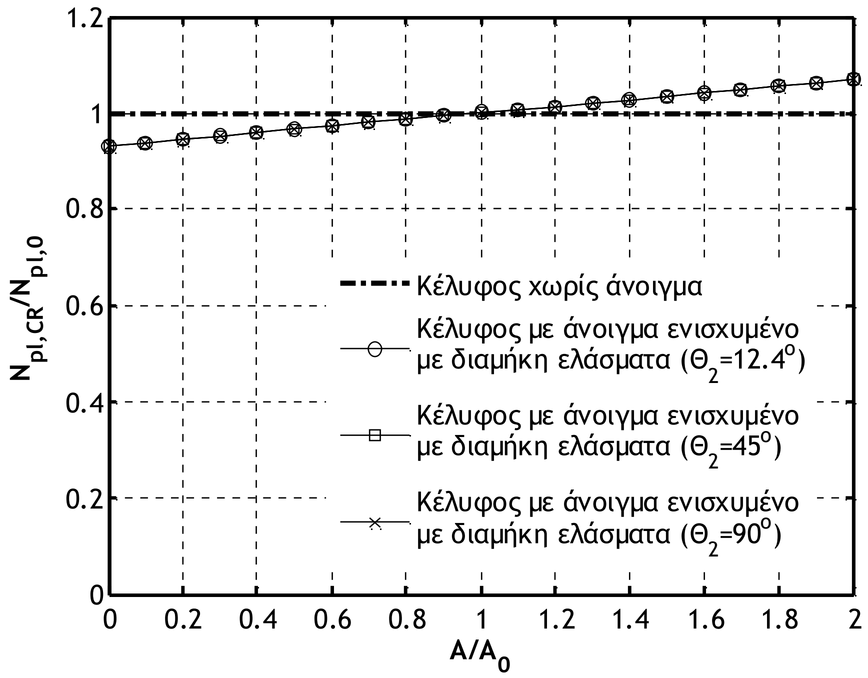
Στα Σχήματα 8.21-8.23 δίνεται η αδιαστατοποιημένη πλαστική αντοχή σε κάμψη $M_{pl,CR}/M_{pl,0}$ ως προς το αδιαστατοποιημένο εμβαδόν της ενίσχυσης A/A_0 για τις τρεις μορφές ενίσχυσης. Η πλαστική αντοχή έναντι κάμψης της διατομής $M_{pl,CR}$ αδιαστατοποιείται ως προς την καμπτική πλαστική αντοχή της διατομής χωρίς άνοιγμα $M_{pl,0}$.

Όσον αφορά την $N_{pl,CR}$ προκύπτει ότι ο τύπος της ενίσχυσης δεν έχει καμιά επίδραση στο κρίσιμο εμβαδό ενίσχυσης όπως ήταν αναμενόμενο. Επομένως, ο κρίσιμος λόγος A/A_0 είναι ίσος με 1.0, σε συμφωνία με την μέθοδο της αντικατάστασης του εμβαδού του ανοίγματος. Στην περίπτωση της καμπτικής πλαστικής αντοχής $M_{pl,0}$, φαίνεται ότι το είδος της ενίσχυσης επηρεάζει τον κρίσιμο λόγο A/A_0. Ο πιο αποδοτικός τύπος ενίσχυσης φαίνεται να είναι το πλαίσιο αφού το υλικό της ενίσχυσης τοποθετείται πιο απομακρυσμένα από την ουδέτερη γραμμή της διατομής. Στην περίπτωση των διαμήκων ελασμάτων, η αποδοτικότητα τους επηρεάζεται σημαντικά από την γωνία

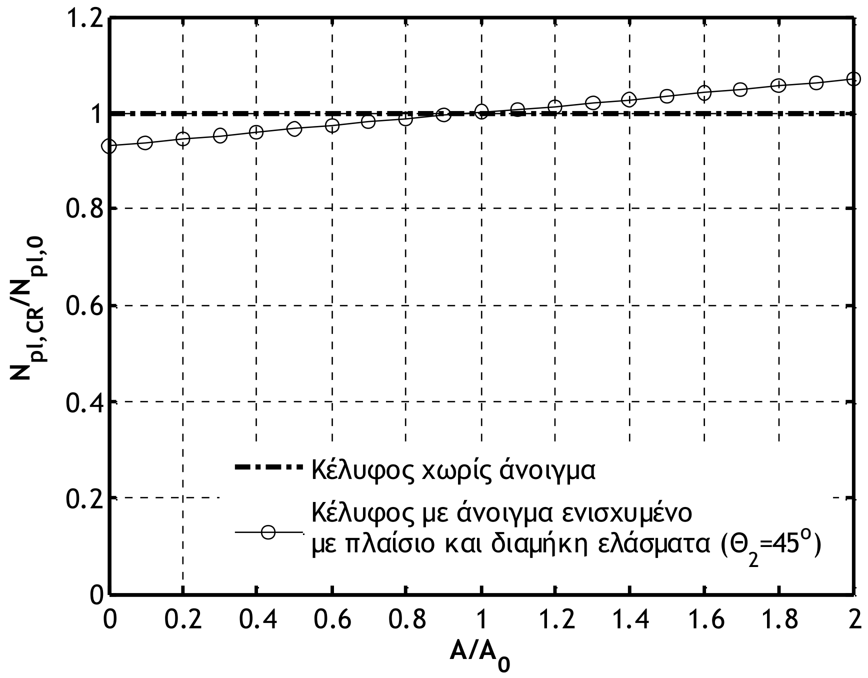
Θ_2. Η πιο αποδοτική θέση αυτού του τύπου της ενίσχυσης είναι εκείνη της παρειάς του ανοίγματος (δηλ. $\Theta_2=\Theta_0=12.4^o$). Για αυτή την περίπτωση, ο κρίσιμος λόγος A/A_0 είναι περίπου ίσος με 1.1-1.2. Για μεγαλύτερες γωνιές Θ_2, ο κρίσιμος λόγος A/A_0 αυξάνεται. Μια άλλη παρατήρηση είναι ότι όταν τα διαμήκη ελάσματα τοποθετούνται κοντά στην ουδέτερη γραμμή της διατομής, τα διαμήκη ελάσματα έχουν πολύ μικρή, αμελητέα, συμμετοχή στην πλαστική καμπτική αντοχή. Στην περίπτωση της συνδυασμένης ενίσχυσης του πλαισίου και των διαμήκων ελασμάτων, η αποδοτικότητα της βρίσκεται κάπου ενδιάμεσα μεταξύ της αποδοτικότητας του απλού πλαισίου και αυτής των δυο ανεξάρτητων διαμήκων ελασμάτων. Αξίζει να σημειωθεί ότι σε αυτή τη σύνθετη ενίσχυση, το συνολικό εμβαδόν της ενίσχυσης ισομοιράζεται στην ενίσχυση του πλαισίου και στην ενίσχυση των διαμήκων ελασμάτων. Αυτό σημαίνει ότι το μισό εμβαδόν του εμβαδού της ενίσχυσης του απλού πλαισίου (της πιο αποδοτικής ενίσχυσης σε επίπεδο διατομής) μεταφέρεται στο εμβαδόν ενίσχυσης των δυο διαμήκων ελασμάτων (μια λιγότερο αποδοτική ενίσχυση). Αυτός είναι ο λόγος που η σύνθετη ενίσχυση είναι καλύτερη από την ενίσχυση των διαμήκων ελασμάτων και χειρότερη από την ενίσχυση του απλού πλαισίου.



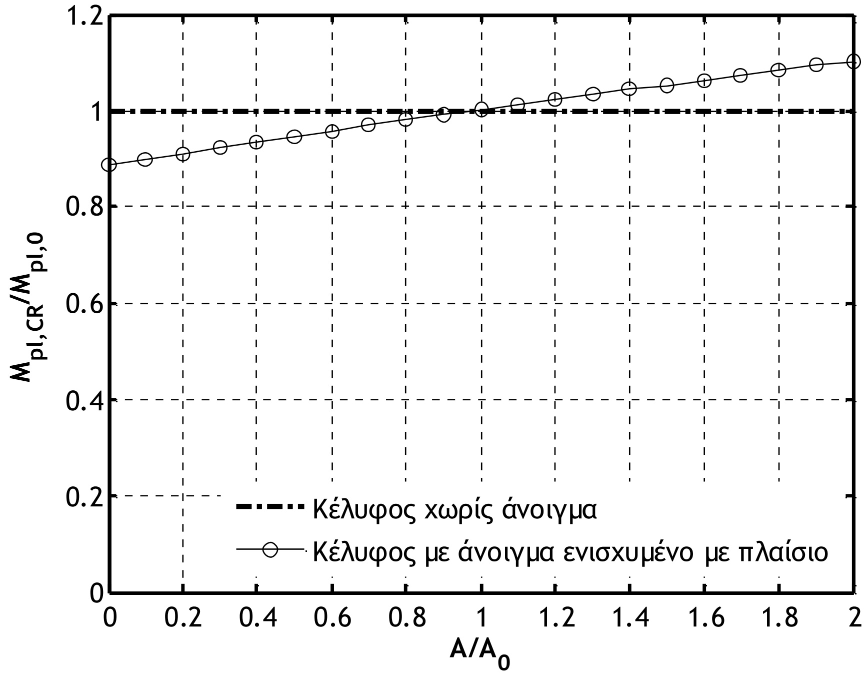
Σχήμα 8.18: Αδιαστατοποιημένη αξονική πλαστική αντοχή ως προς το εμβαδόν της ενίσχυσης (πλαίσιο, ενίσχυση τύπου (α))



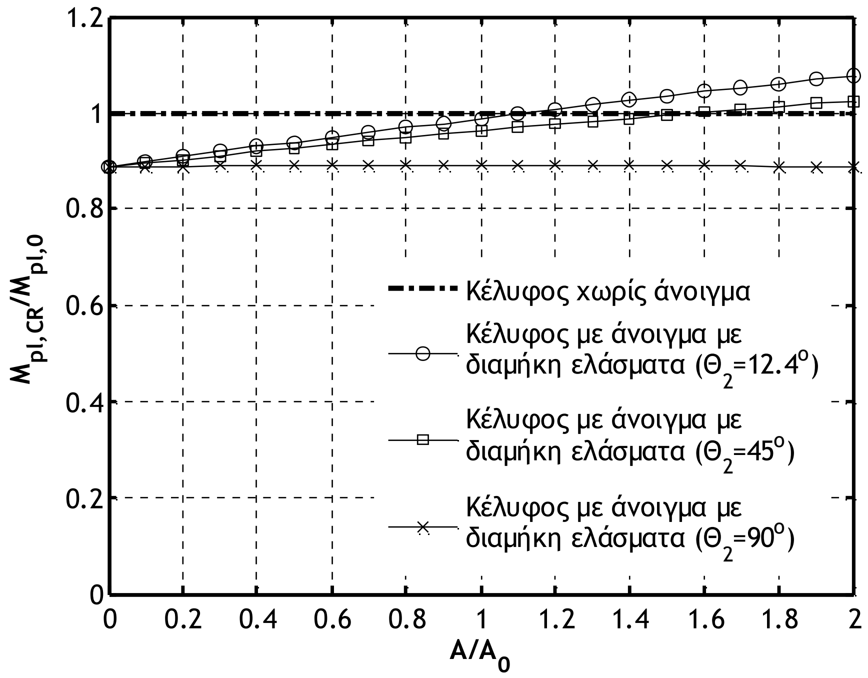
Σχήμα 8.19: Αδιαστατοποιημένη αξονική πλαστική αντοχή ως προς το εμβαδόν της ενίσχυσης τύπου (β) (διαμήκη ελάσματα με Θ_1=0^o, 45^o, 90^o)



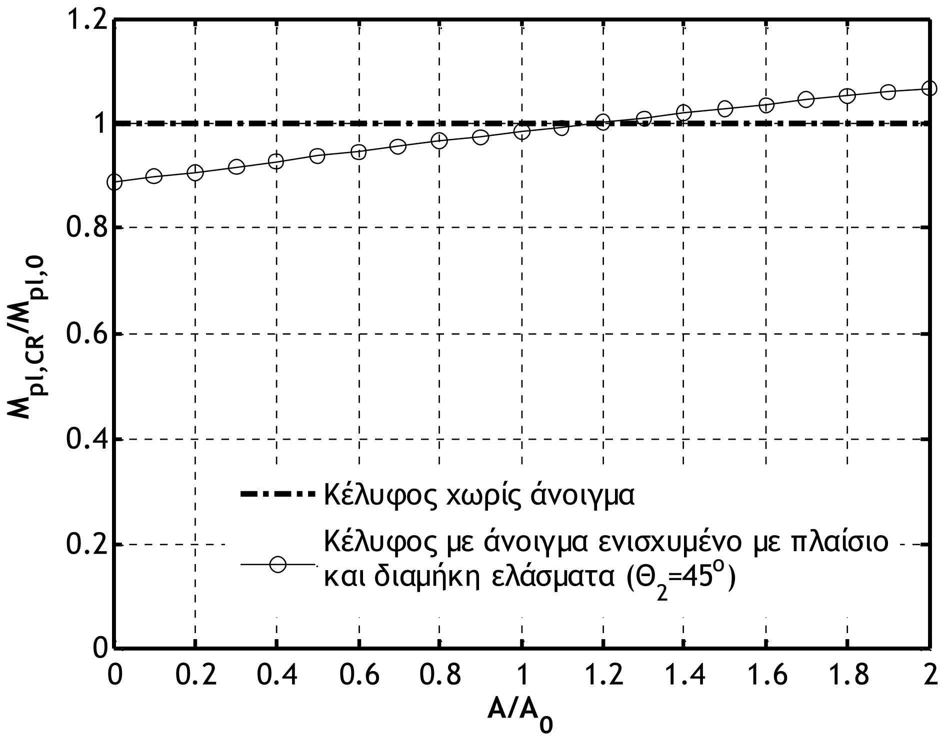
Σχήμα 8.20: Αδιαστατοποιημένη αξονική πλαστική αντοχή ως προς το εμβαδόν της ενίσχυσης τύπου (γ) (πλαίσιο & διαμήκη ελασμάτων με Θ_1=45^o)



Σχήμα 8.21: Αδιαστατοποιημένη καμπτική πλαστική αντοχή ως προς το εμβαδόν της ενίσχυσης (πλαίσιο, τύπος (α))



Σχήμα 8.22: Αδιαστατοποιημένη καμπτική πλαστική αντοχή ως προς το εμβαδόν της ενίσχυσης τύπου (β) (διαμήκη ελάσματα με Θ_1=12.4^o, 45^o, 90^o)



Σχήμα 8.23: Αδιαστατοποιημένη καμπτική πλαστική αντοχή ως προς το εμβαδόν της ενίσχυσης τύπου (γ) (πλαίσιο & διαμήκη ελάσματα με Θ_1=45^o)

8.4 Αντοχή κελύφους χωρίς άνοιγμα

Στις ενότητες που ακολουθούν παρουσιάζονται αποτελέσματα για τη συμπεριφορά και την αντοχή κελυφών με άνοιγμα ενισχυμένο με διάφορους τύπους ενίσχυσης (βλ. Σχήμα 8.3). Για να προσδιοριστεί το απαιτούμενο εμβαδόν ενίσχυσης, γενικώς χρησιμοποιείται το κριτήριο του να επαναφέρεται η αντοχή του κελύφους με ενισχυμένο άνοιγμα στα επίπεδα της αντοχής ενός αντίστοιχου κελύφους χωρίς άνοιγμα. Η αντοχή αυτή μπορεί να υπολογιστεί τόσο με τις αναλυτικές εκφράσεις του [EN1993-1.6, 2006] όσο και με την αριθμητική μέθοδο υπολογισμού της αντοχής, την ανάλυση GMNIA. Ο υπολογισμός της κανονιστικής αντοχής βάσει του [EN1993-1.6, 2006] γίνεται στο δεύτερο παράδειγμα του κεφαλαίου 4. Σημειώνεται ότι στο παράδειγμα αυτό η ροπή πλαστικής αντοχής και η ροπή γραμμικού λυγισμού υπολογίστηκαν με τη βοήθεια των αριθμητικών αναλύσεων MNA και LBA αντίστοιχα. Εναλλακτικά, στην περίπτωση του κελύφους χωρίς άνοιγμα υπάρχουν αναλυτικές εκφράσεις για τον υπολογισμό της ροπής πλαστικής αντοχής $M_{pl,0}$ και της ροπής γραμμικού λυγισμού M_{cr}, τα οποία δίνονται από τις σχέσεις:

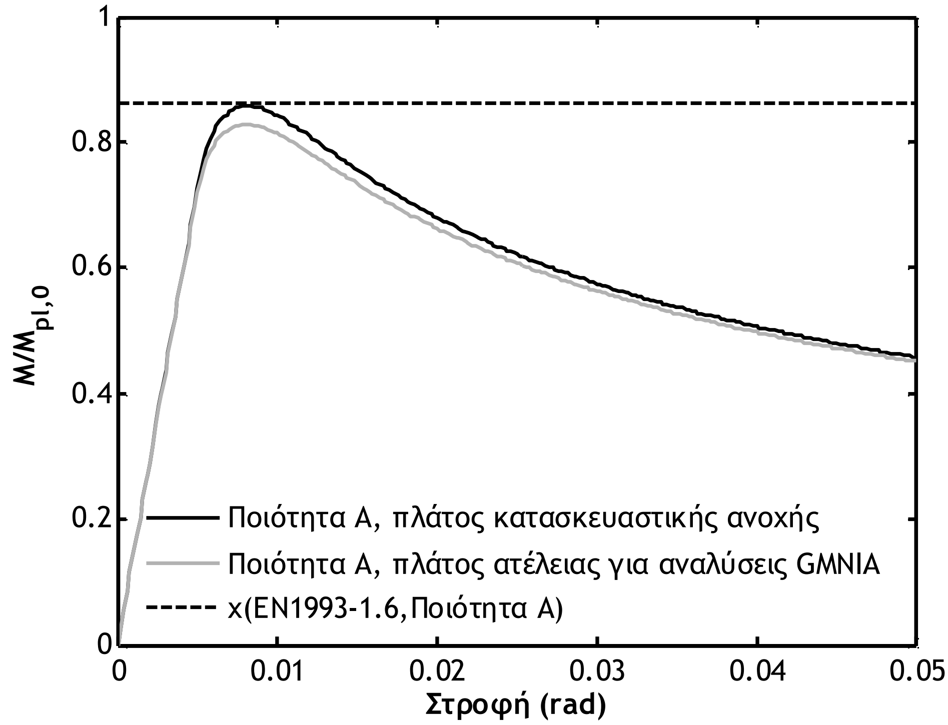
$$M_{pl,0} = \frac{4}{3} f_y \left(\left(r + \frac{t}{2} \right)^3 - \left(r - \frac{t}{2} \right)^3 \right) \tag{8.24}$$

$$M_{cr} = \pi \left(\frac{E}{\sqrt{3\left(1-v^2\right)}} \left(\frac{t}{r} \right) \right) r^2 t = 1.814 \left(\frac{E}{\sqrt{1-v^2}} \right) t^2 r \cong 1.9Et^2 r \tag{8.25}$$

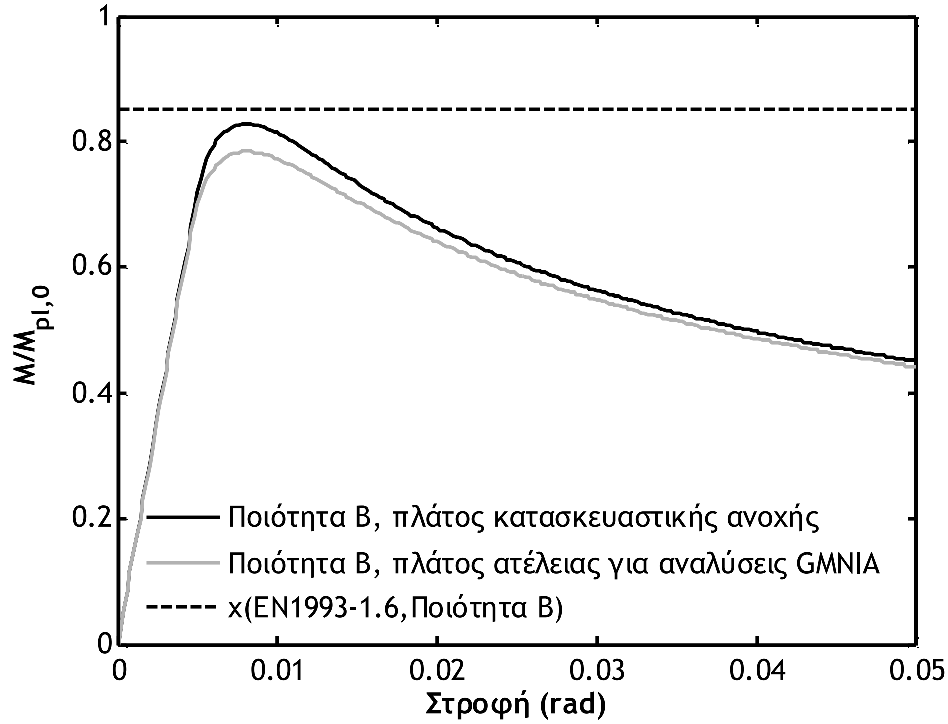
όπου E είναι το μέτρο ελαστικότητας και ν είναι ο λόγος Poisson.

Λαμβάνοντας υπόψη αυτά τα μεγέθη, τα κελύφη χωρίς άνοιγμα που εξετάζονται στο κεφάλαιο αυτό (r/t=49.5) έχουν λυγηρότητα λ_x περίπου ίση με 0.42 και μειωτικό συντελεστή x ίσο με 0.8623, 0.8517 και 0.8329 για κελύφη ποιότητας A, B και C αντίστοιχα.

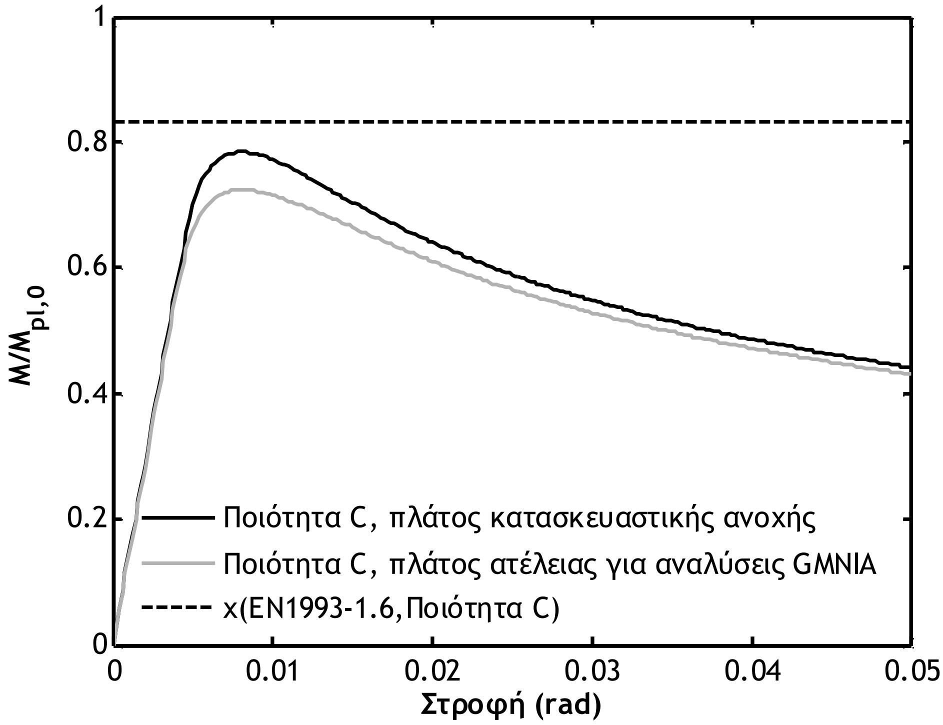
Στο Σχήμα 8.24 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας από αναλύσεις GMNIA με την εξωτερική συγκόλληση τύπου A σαν ατέλεια (βλ. Σχήμα 7.9 του κεφαλαίου 7). Το πλάτος αυτής της ατέλειας θεωρήθηκε ίσο με την κατασκευαστική ανοχή για κελύφη ποιότητας A και με το πλάτος που προτείνεται για τις μη γραμμικές αναλύσεις GMNIA (βλ. [EN1993-1.6, 2006]). Στο ίδιο σχήμα δίνεται ο μειωτικός συντελεστής (x=0.8623) που προτείνεται από τον [EN1993-1.6, 2006]. Στο Σχήμα 8.25 και στο Σχήμα 8.26 δίνονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα για κελύφη χωρίς άνοιγμα ποιότητας B και C αντίστοιχα. Από τα σχήματα αυτά προκύπτει ότι για την περίπτωση των κελυφών χωρίς άνοιγμα η κατασκευαστική ανοχή δίνει πολύ καλές προβλέψεις της κανονιστικής αντοχής για κελύφη και των τριών ποιοτήτων (A, B και C). Οι αναλύσεις GMNIA με πλάτος ατέλειας ίσο με το προτεινόμενο, από τον [EN1993-1.6, 2006], για αυτές τις αναλύσεις πλάτος, δίνουν πιο συντηρητικές προβλέψεις σε σχέση με την κανονιστική αντοχή. Για τα κελύφη ποιότητας B και C, το προτεινόμενο πλάτος ατέλειας για αναλύσεις GMNIA είναι αισθητά πιο χαμηλό από την κανονιστική αντοχή. Η διαφοροποίηση των πλατών των κατασκευαστικών ανοχών από τα προτεινόμενα πλάτη για αναλύσεις GMNIA (βλ. [EN1993-1.6, 2006]) για διάφορους λόγους ακτίνας προς πάχος κελύφους r/t δίνονται στο κεφάλαιο 9.



Σχήμα 8.24: Δρόμοι ισορροπίας για κελύφη χωρίς άνοιγμα ποιότητας Α



Σχήμα 8.25: Δρόμοι ισορροπίας για κελύφη χωρίς άνοιγμα ποιότητας Β



Σχήμα 8.26: Δρόμοι ισορροπίας για κελύφη χωρίς άνοιγμα ποιότητας C

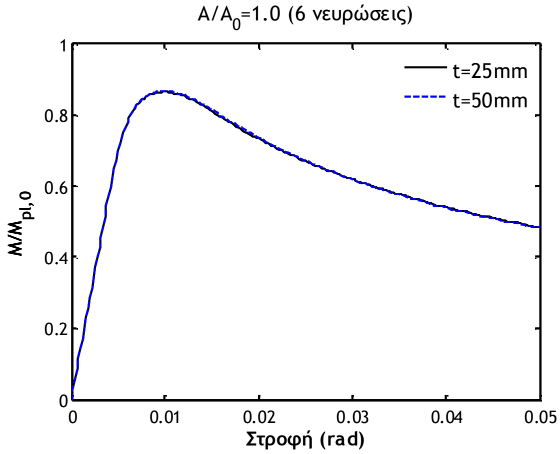
8.5 Αποδοτικότητα ενισχύσεων σε επίπεδο φορέα

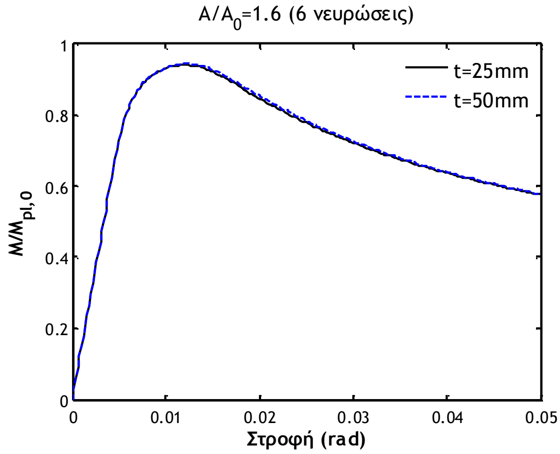
8.5.1 Διερεύνηση επιρροής νευρώσεων στην ενίσχυση τύπου (δ)

Στην παράγραφο αυτή εξετάζεται η επιρροή νευρώσεων στην αντοχή ενός κελύφους (r/t=49.5) με το άνοιγμα ενισχυμένο με ένα πλαίσιο, δυο διαμήκη ελάσματα και ένα δακτύλιο. Η ατέλεια που λαμβάνεται υπόψη είναι η εξωτερική συγκόλληση τύπου A στο μέσο ύψος του ανοίγματος και με πλάτος την κατασκευαστική ανοχή που αντιστοιχεί σε κελύφη ποιότητας C.

Το πάχος των νευρώσεων επιλέγεται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να αποφεύγεται η κύρτωση τους πριν την πλήρη διαρροή τους. Αν και η καταπόνηση τους είναι σύνθετη και δεν περιορίζεται σε καθαρή θλίψη εντούτοις θεωρείται συντηρητικό να χρησιμοποιηθούν τα όρια κατάταξης του πέλματος ελατής διατομής διπλού ταυ για την επιλογή εκείνου του πάχους ώστε το έλασμα να εντάσσεται σε διατομές κατηγορίας 1. Επομένως, χρησιμοποιώντας την ανισότητα $c/t \leq 9\varepsilon$ του Πίνακα 5.2 (φύλλο 2) του [EN1993-1.1, 2006], και θεωρώντας c=220mm, που είναι περίπου το μέγιστο πλάτος των νευρώσεων που χρησιμοποιούνται, προκύπτει απαιτούμενο πάχος 30 mm. Στην ενότητα αυτή επιλέγονται δυο διαφορετικά πάχη για να βρεθεί η επιρροή τους στην συμπεριφορά και την αντοχή των κελυφών. Τα πάχη αυτά είναι 25 mm και 50 mm.

Στο Σχήμα 8.27 δίνονται για τα δυο πάχη νευρώσεων, κάποιοι δρόμοι ισορροπίας για την περίπτωση που χρησιμοποιούνται 6 νευρώσεις και για δυο εμβαδά ενίσχυσης A/A_0=1.0 και A/A_0=1.6. Τόσο για την περίπτωση του εμβαδού ενίσχυσης A/A_0=1.0 όσο και για την περίπτωση εμβαδού ενίσχυσης A/A_0=1.6, το πάχος των νευρώσεων δεν προκαλεί αισθητή διαφοροποίηση στην απόκριση των κελυφών. Στο Σχήμα 8.28 δίνονται οι μορφές αστοχίας των κελυφών με A/A_0=1.6 για τα δυο πάχη νευρώσεων.





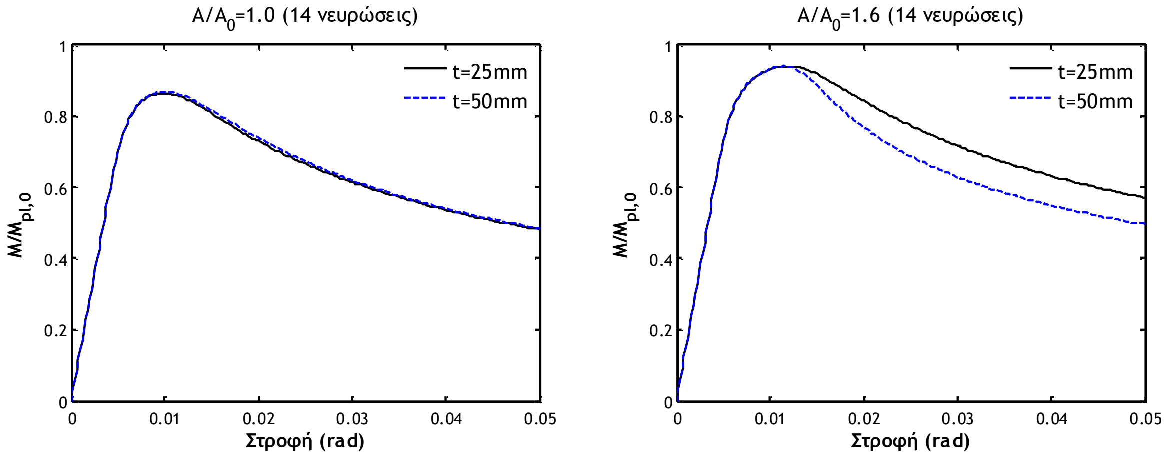
Σχήμα 8.27: Δρόμοι ισορροπίας για τα δυο πάχη νευρώσεων (συνολικός αριθμός νευρώσεων ίσος με 6)

(α)

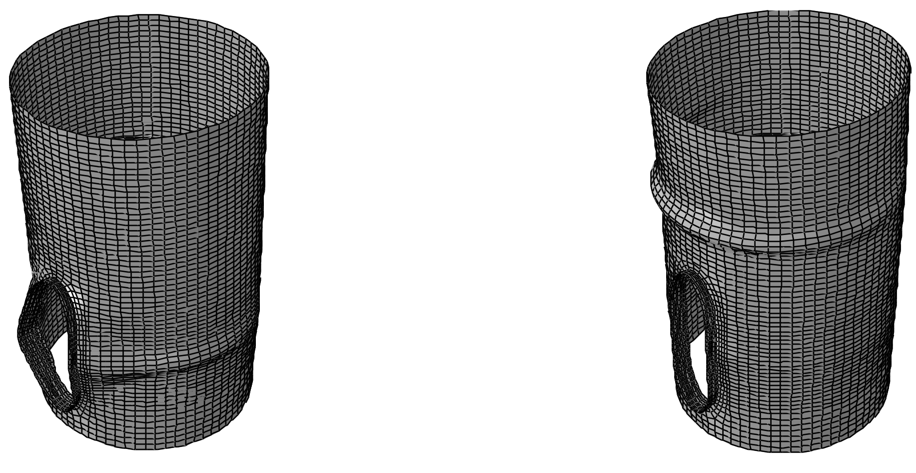
(β)

Σχήμα 8.28: Μορφές αστοχίας για A/A_0=1.6 και (α) t=25mm και (β) t=50mm (συνολικός αριθμός νευρώσεων ίσος με 6)

Στο Σχήμα 8.29 δίνονται κάποιοι δρόμοι ισορροπίας για την περίπτωση 14 νευρώσεων και για δυο εμβαδά ενίσχυσης A/A_0=1.0 και A/A_0=1.6. Σε αυτήν την περίπτωση παρατηρείται σημαντική διαφοροποίηση μεταξύ των δυο παχών των νευρώσεων για την περίπτωση του εμβαδού ενίσχυσης A/A_0=1.6. Από το Σχήμα 8.30 παρατηρείται ότι το κέλυφος με πάχος νευρώσεων ίσο με 25 mm προβλέπει διαφορετική μορφή αστοχίας από το άλλο πάχος νευρώσεων, κάτι που εξηγεί τη διαφοροποίηση στο δρόμο ισορροπίας που φαίνεται στο Σχήμα 8.29. Παρότι υπάρχει διαφορετική μορφή αστοχίας, η οριακή αντοχή δεν επηρεάζεται.



Σχήμα 8.29: Δρόμοι ισορροπίας για διάφορα πάχη νευρώσεων (συνολικός αριθμός νευρώσεων ίσος με 14)



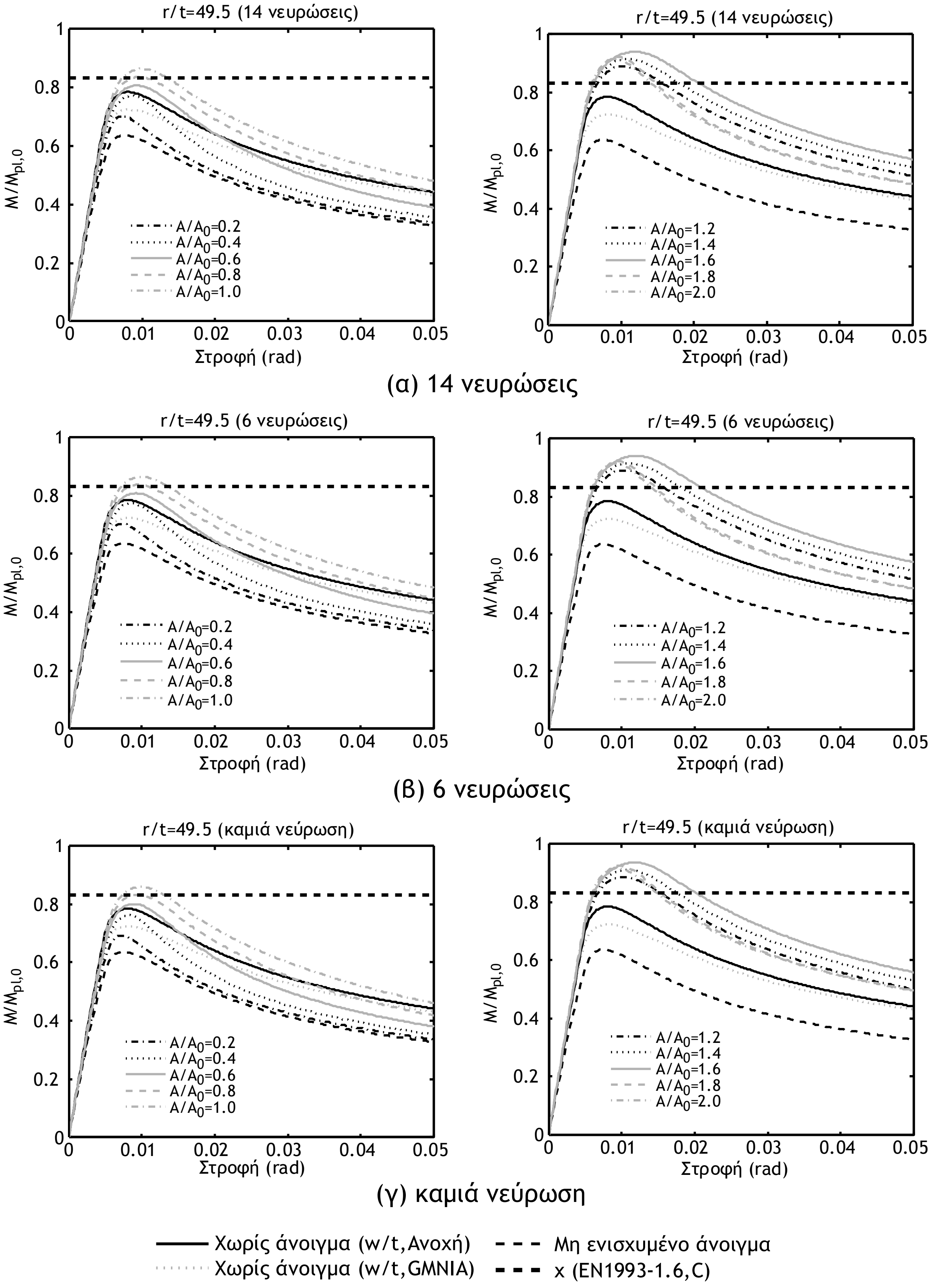
(α) (β)

Σχήμα 8.30: Μορφές αστοχίας για A/A_0=1.6 και (α) t=25mm και (β) t=50mm (συνολικός αριθμός νευρώσεων ίσος με 14)

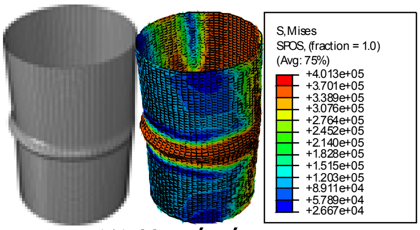
Στις αναλύσεις που ακολουθούν και αφορούν ενισχύσεις με χρήση νευρώσεων επιλέγεται πάχος νευρώσεων 25 mm, μιας και δεν υπάρχει σοβαρή αλλοίωση της συμπεριφοράς των κελυφών θεωρώντας μεγαλύτερο πάχος. Στο Σχήμα 8.31 τα διαγράμματα (α), (β) και (γ) αφορούν τις σύνθετες ενισχύσεις με 14, 6 και καμιά νεύρωση αντιστοίχως. Στις περιπτώσεις των 6 και 14 νευρώσεων η απαραίτητη ενίσχυση για να επιτευχθεί η κανονιστική αντοχή για κατασκευή ποιότητας C είναι η A/A_0=0.8, ενώ για την περίπτωση καμιάς νεύρωσης το εμβαδόν A/A_0=0.8 δίνει ελάχιστα πιο μικρή αντοχή από την κανονιστική με αποτέλεσμα, τελικώς να απαιτείται εμβαδόν A/A_0=1.0 (δηλαδή το αμέσως εξεταζόμενο εμβαδόν ενίσχυσης). Η μέγιστη αντοχή προκύπτει σε όλες τις περιπτώσεις για A/A_0=1.6. Για πιο στιβαρές ενισχύσεις (A/A_0=1.8, 2.0), το φορτίο κατάρρευσης μειώνεται. Επομένως, από κάποιο σημείο και μετά η επιπλέον ενίσχυση δεν αυξάνει την αντοχή του κελύφους αλλά την μειώνει. Παρόλα αυτά, η μείωση αυτή είναι μικρή. Η μικρή μείωση οφείλεται στην αλλαγή της μορφής αστοχίας, από αστοχία στην περιοχή του ανοίγματος για A/A_0=1.6 (ανάλογη του σχήματος 8.30 (α)) σε αστοχία πάνω από το άνοιγμα για A/A_0=1.8, 2.0 (ανάλογη του σχήματος 8.30 (β)).

Από το Σχήμα 8.32 μέχρι το Σχήμα 8.34 δίνονται οι μορφές αστοχίας για τις περιπτώσεις με 14, 6 και καμιά νεύρωση αντίστοιχα για όλα τα εμβαδά ενίσχυσης. Σε όλες τις περιπτώσεις σχεδόν η αστοχία είναι τοπικού χαρακτήρα και εντοπίζεται στη περιοχή της αρχικής ατέλειας που λήφθηκε υπόψη. Όταν το εμβαδόν της ενίσχυσης είναι μεγάλο όπως στην περίπτωση εμβαδού A/A_0=1.8 και A/A_0=2.0, η αστοχία εκδηλώνεται εκτός περιοχής ανοίγματος. Αυτό υποδηλώνει ότι η ενίσχυση που χρησιμοποιήθηκε είναι αρκετά ισχυρή.

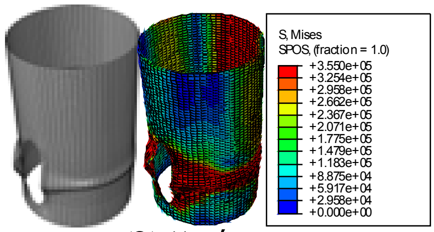
Στο Σχήμα 8.35 δίνεται η αδιαστατοποιημένη αντοχή $M_{R,GMNIA}/M_{pl,0}$ ως προς το εμβαδόν ενίσχυσης A/A_0. Παρατηρείται ότι οι τρεις καμπύλες αντοχής οι οποίες αντιστοιχούν στους διάφορους αριθμούς νευρώσεων, πρακτικά συμπίπτουν πράγμα που υποδηλώνει ότι η παρουσία των νευρώσεων δεν επηρεάζει την αντοχή του κελύφους. Συνεπώς, η πλέον ενδεικνυόμενη ενίσχυση από τις σύνθετες είναι εκείνη η οποία δεν περιέχει καμιά νεύρωση παρά μόνο τα δυο διαμήκη ελάσματα με το δακτύλιο και το περιμετρικό πλαίσιο.



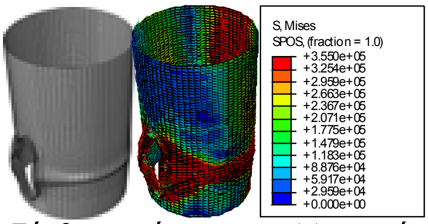
Σχήμα 8.31: Δρόμοι ισορροπίας αναλύσεων GMNIA για κέλυφος με ενισχυμένη οπή με ή χωρίς νευρώσεις (εξωτερική συγκόλληση τύπου Α, πλάτος κατασκευαστικής ανοχής για κελύφη ποιότητας C)



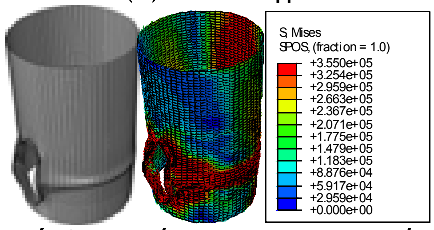
(1) Χωρίς άνοιγμα



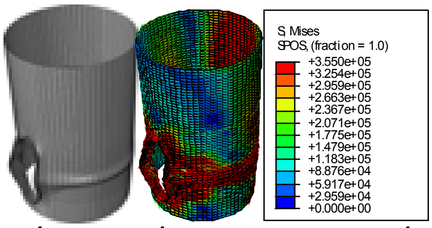
(2) Με άνοιγμα



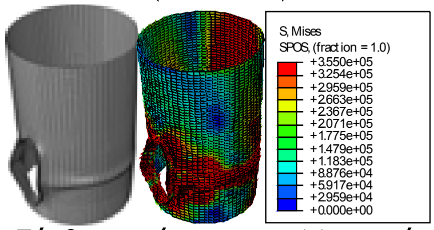
(3) Σύνθετη ενίσχυση με 14 νευρώσεις (A/A_0=0.2)



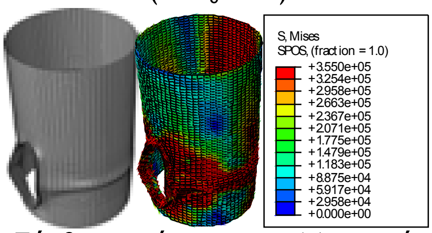
(4) Σύνθετη ενίσχυση με 14 νευρώσεις (A/A_0=0.4)



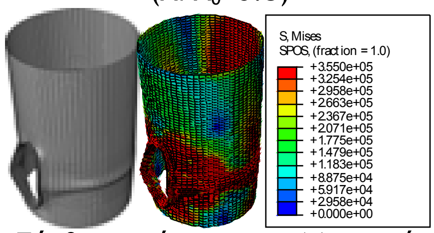
(5) Σύνθετη ενίσχυση με 14 νευρώσεις (A/A_0=0.6)



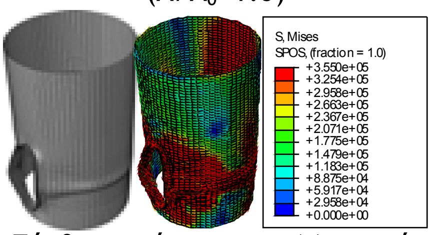
(6) Σύνθετη ενίσχυση με 14 νευρώσεις (A/A_0=0.8)



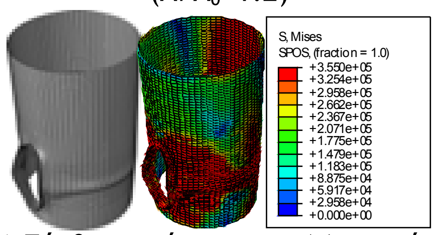
(7) Σύνθετη ενίσχυση με 14 νευρώσεις (A/A_0=1.0)



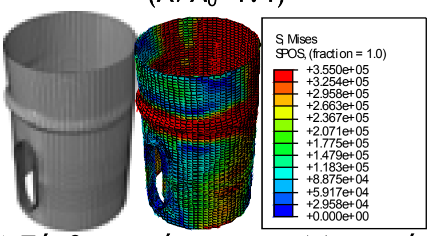
(8) Σύνθετη ενίσχυση με 14 νευρώσεις (A/A_0=1.2)



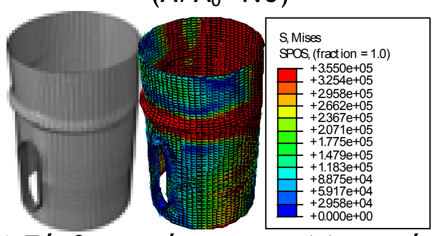
(9) Σύνθετη ενίσχυση με 14 νευρώσεις (A/A_0=1.4)



(10) Σύνθετη ενίσχυση με 14 νευρώσεις (A/A_0=1.6)

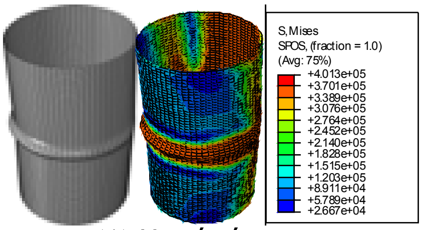


(11) Σύνθετη ενίσχυση με 14 νευρώσεις (A/A_0=1.8)

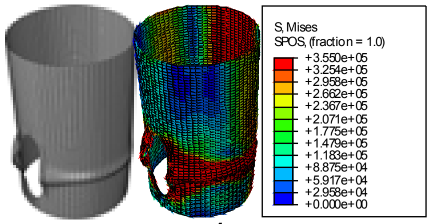


(12) Σύνθετη ενίσχυση με 14 νευρώσεις (A/A_0=2.0)

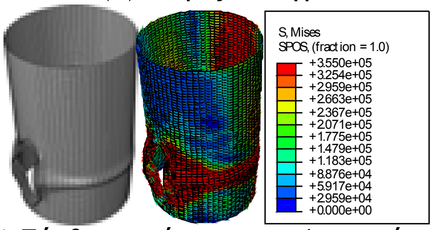
Σχήμα 8.32: Μορφές αστοχίας για διάφορα επίπεδα ενίσχυσης (αναλύσεις GMNIA, ατέλεια εξωτερικής συγκόλλησης τύπου Α , σύνθετη ενίσχυση με 14 νευρώσεις)



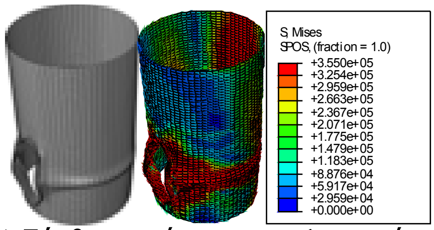
(1) Χωρίς άνοιγμα



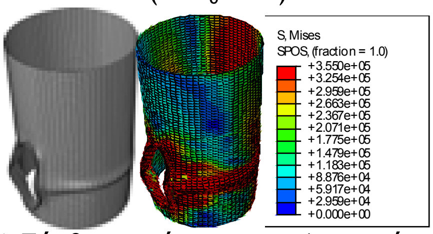
(2) Με άνοιγμα



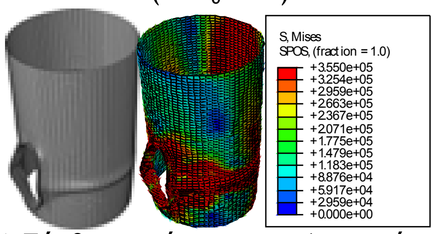
(3) Σύνθετη ενίσχυση με 6 νευρώσεις (A/A_0=0.2)



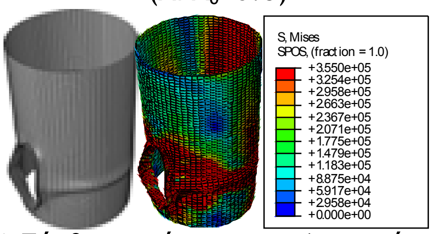
(4) Σύνθετη ενίσχυση με 6 νευρώσεις (A/A_0=0.4)



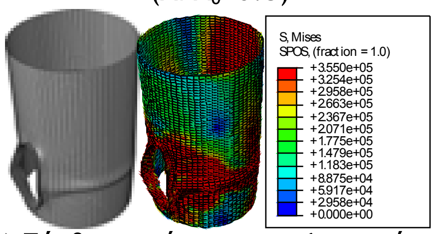
(5) Σύνθετη ενίσχυση με 6 νευρώσεις (A/A_0=0.6)



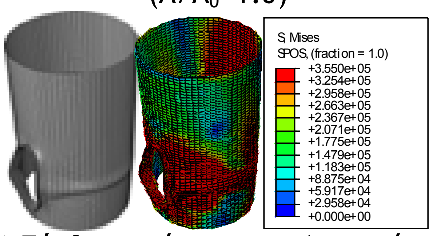
(6) Σύνθετη ενίσχυση με 6 νευρώσεις (A/A_0=0.8)



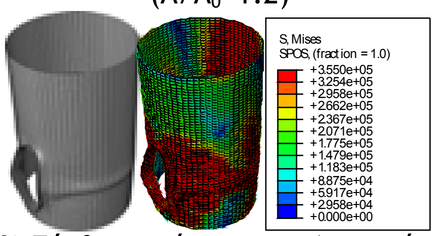
(7) Σύνθετη ενίσχυση με 6 νευρώσεις (A/A_0=1.0)



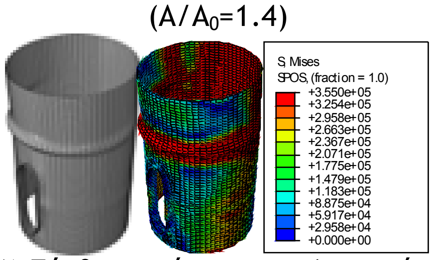
(8) Σύνθετη ενίσχυση με 6 νευρώσεις (A/A_0=1.2)



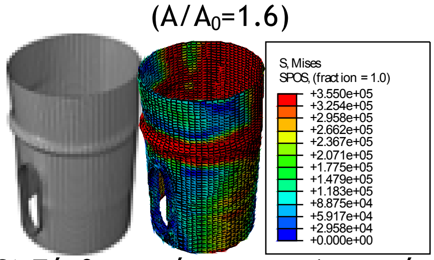
(9) Σύνθετη ενίσχυση με 6 νευρώσεις (A/A_0=1.4)



(10) Σύνθετη ενίσχυση με 6 νευρώσεις (A/A_0=1.6)

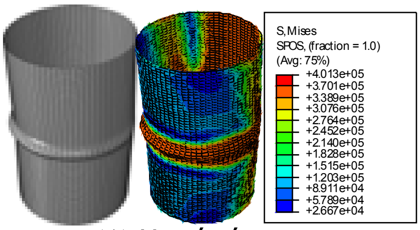


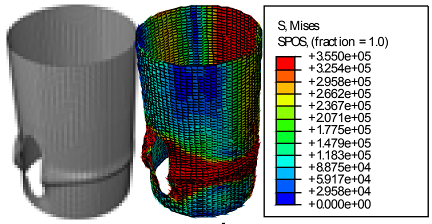
(11) Σύνθετη ενίσχυση με 6 νευρώσεις (A/A_0=1.8)

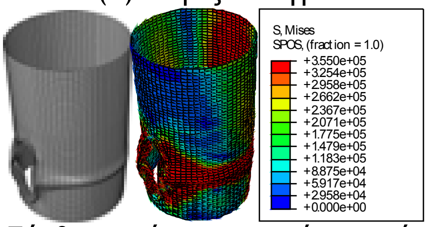


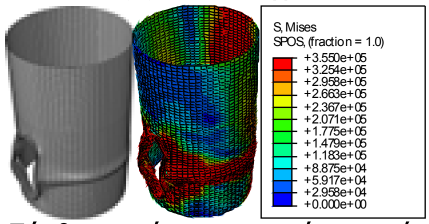
(12) Σύνθετη ενίσχυση με 6 νευρώσεις (A/A_0=2.0)

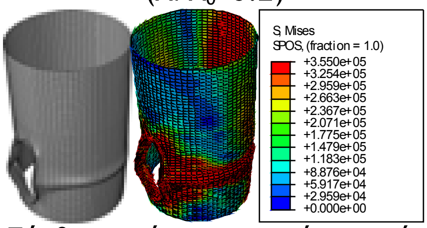
Σχήμα 8.33: Μορφές αστοχίας για διάφορα επίπεδα ενίσχυσης (αναλύσεις GMNIA, ατέλεια εξωτερικής συγκόλλησης τύπου Α , σύνθετη ενίσχυση με 6 νευρώσεις)

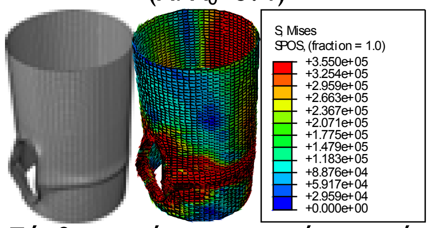

(1) Χωρίς άνοιγμα

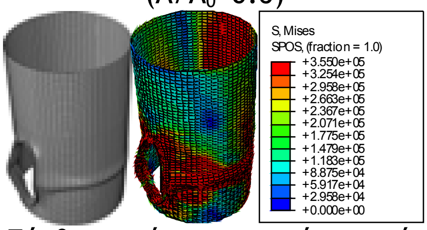

(2) Με άνοιγμα

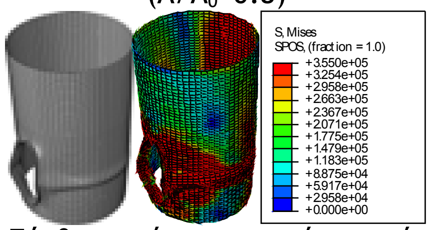

(3) Σύνθετη ενίσχυση χωρίς νευρώσεις (A/A_0=0.2)

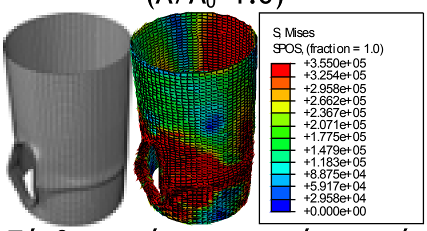

(4) Σύνθετη ενίσχυση χωρίς νευρώσεις (A/A_0=0.4)

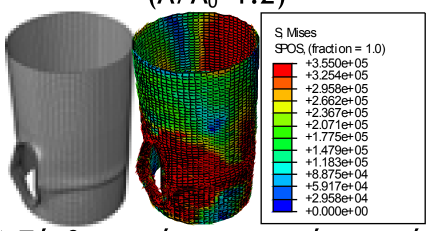

(5) Σύνθετη ενίσχυση χωρίς νευρώσεις (A/A_0=0.6)

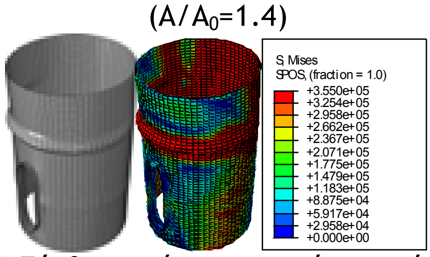

(6) Σύνθετη ενίσχυση χωρίς νευρώσεις (A/A_0=0.8)

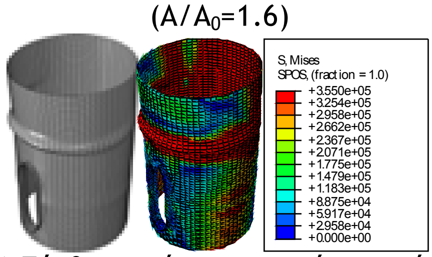

(7) Σύνθετη ενίσχυση χωρίς νευρώσεις (A/A_0=1.0)


(8) Σύνθετη ενίσχυση χωρίς νευρώσεις (A/A_0=1.2)

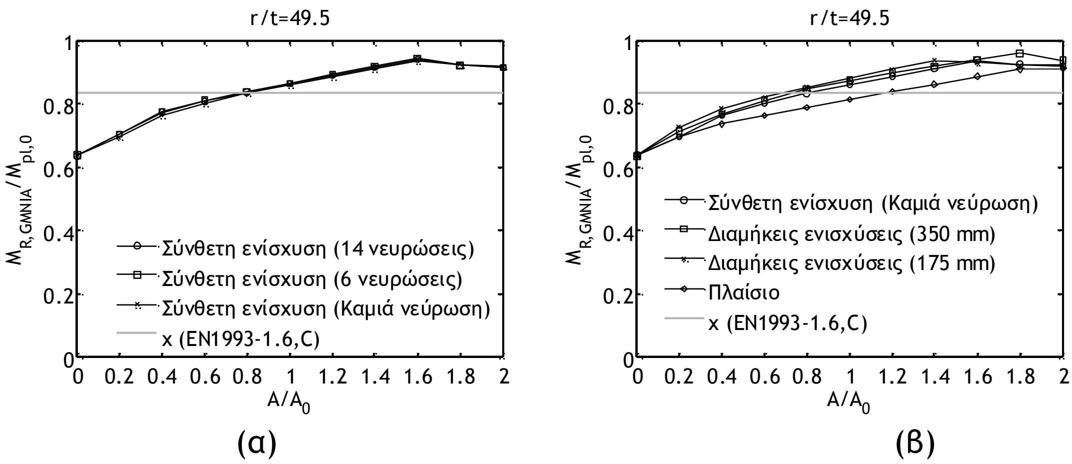

(9) Σύνθετη ενίσχυση χωρίς νευρώσεις (A/A_0=1.4)


(10) Σύνθετη ενίσχυση χωρίς νευρώσεις (A/A_0=1.6)


(11) Σύνθετη ενίσχυση χωρίς νευρώσεις (A/A_0=1.8)


(12) Σύνθετη ενίσχυση χωρίς νευρώσεις (A/A_0=2.0)

Σχήμα 8.34: Μορφές αστοχίας για διάφορα επίπεδα ενίσχυσης (αναλύσεις GMNIA, ατέλεια εξωτερικής συγκόλλησης τύπου Α , σύνθετη ενίσχυση χωρίς νευρώσεις)



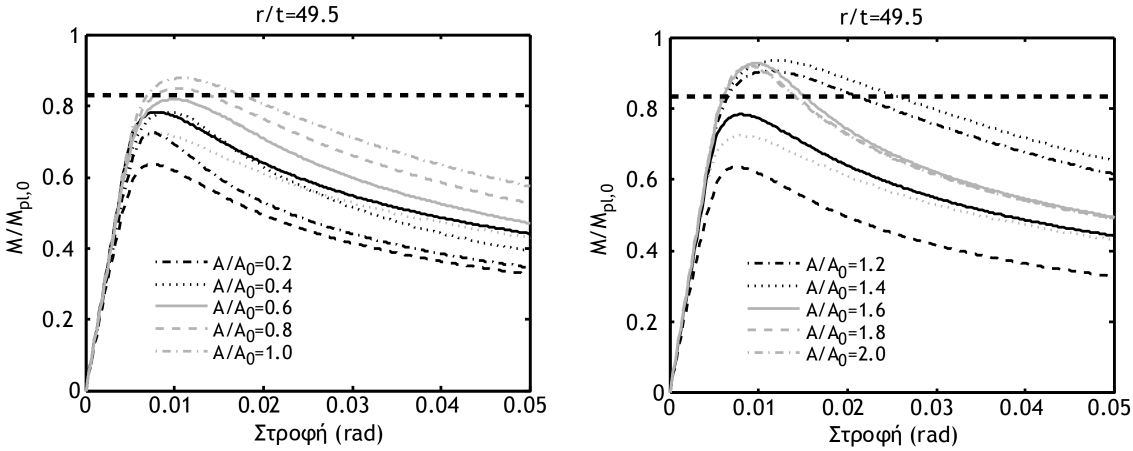
Σχήμα 8.35: Αδιαστατοποιημένη ροπή αντοχής $M_{R,GMNIA}/M_{pl,0}$ ως προς το εμβαδό ενίσχυσης A/A_0 για διάφορους τύπους ενίσχυσης (α) 14, 6 και καμιά νεύρωση, (β) καμιά νεύρωση, διαμήκεις ενισχύσεις και δακτύλιος και πλαίσιο

8.5.2 Σύγκριση σύνθετων με απλές ενισχύσεις

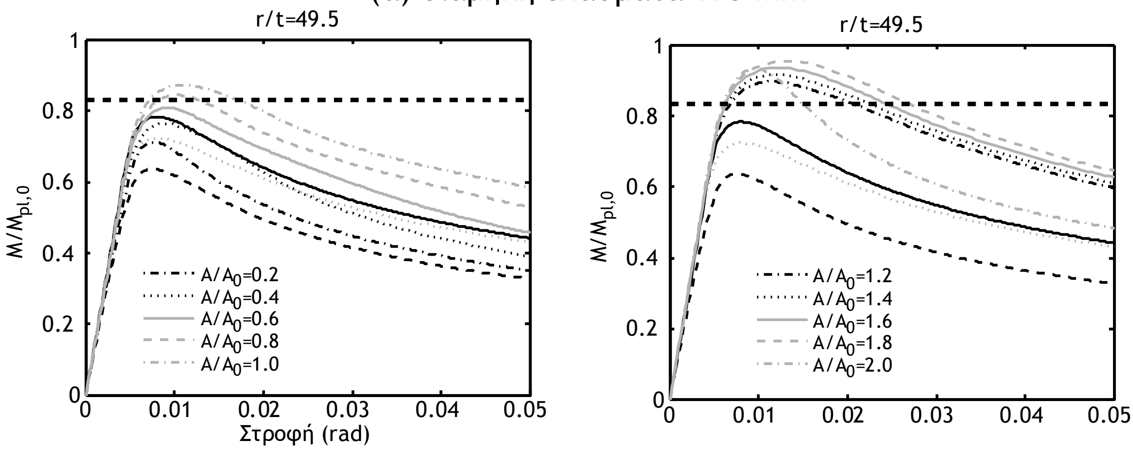
Στο Σχήμα 8.36 τα διαγράμματα (α), (β) και (γ) αφορούν τα διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm, 350 mm και το πλαίσιο πλάτους 350 mm αντίστοιχα. Στην περίπτωση διαμήκων ελασμάτων πλάτους 175 mm, η κανονιστική αντοχή (ποιότητα C) επιτυγχάνεται για ενίσχυση εμβαδού A/A_0=0.8. Για την περίπτωση των διαμήκων ελασμάτων πλάτους 350 mm, η κανονιστική αντοχή (ποιότητα C) επιτυγχάνεται επίσης για ενίσχυση A/A_0=0.8. Για την περίπτωση του απλού πλαισίου το αντίστοιχο απαιτούμενο εμβαδόν είναι A/A_0=1.2.

Στα Σχήματα 8.37, 8.38 και 8.39 δίνονται οι μεταλυγισμικές μορφές παραμόρφωσης για όλες τις περιπτώσεις διαμήκων ελασμάτων πλάτους 175 mm, 350 mm και του περιμετρικού πλαισίου πλάτους 350 mm αντίστοιχα, που έχουν υπολογιστεί στο τελευταίο βήμα της αριθμητικής ανάλυσης για όλα τα εξεταζόμενα εμβαδά ενίσχυσης.

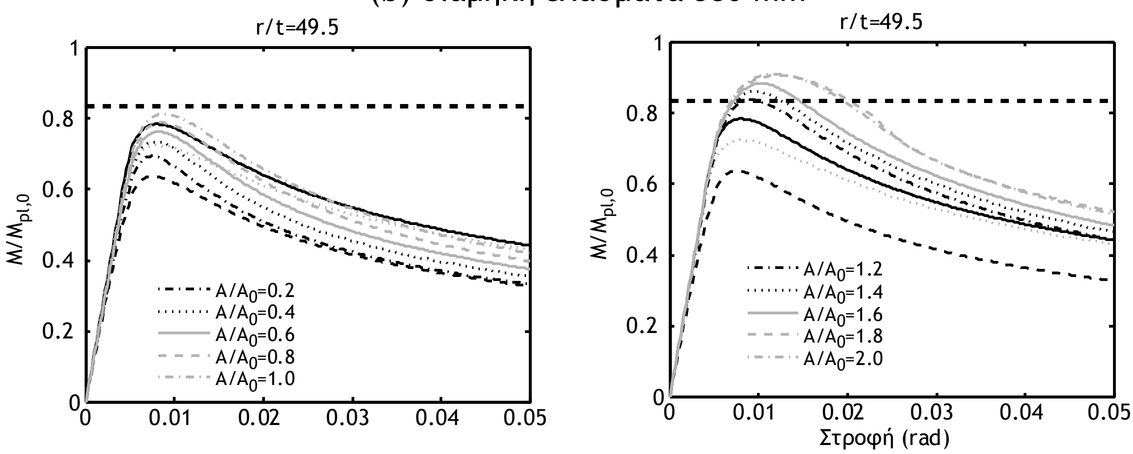
Όπως και στην περίπτωση σύνθετων ενισχύσεων (τύποι (γ) και (δ) του σχήματος 8.3), τα απλά διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm εφόσον έχουν επαρκή ενίσχυση μπορούν να διοχετεύσουν την αστοχία εκτός περιοχής ανοίγματος. Αυτό το φαινόμενο επιτυγχάνεται όχι μόνο για A/A_0= 1.8 και 2.0 όπως συνέβαινε και με τις σύνθετες ενισχύσεις, αλλά και για A/A_0=1.6 πράγμα που δείχνει ότι η απλή ενίσχυση φαίνεται να είναι πιο αποδοτική και από τις σύνθετες ενισχύσεις. Τα διαμήκη ελάσματα πλάτους 350 mm με συνεργαζόμενο δακτύλιο φαίνεται ότι διοχετεύουν την αστοχία μόνο για την περίπτωση A/A_0= 2.0 κάτι που δείχνει ότι τα διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm είναι πιο αποδοτικά. Για την περίπτωση του απλού πλαισίου, η αστοχία παρατηρείται και εδώ στην περιοχή του ανοίγματος με εξαίρεση τις ενισχύσεις A/A_0=1.8, 2.0 όπου η αστοχία μεταφέρεται στην πάνω περιοχή του ανοίγματος, πιο πάνω από την γεωμετρική ατέλεια.



(α) διαμήκη ελάσματα 175 mm



(β) διαμήκη ελάσματα 350 mm

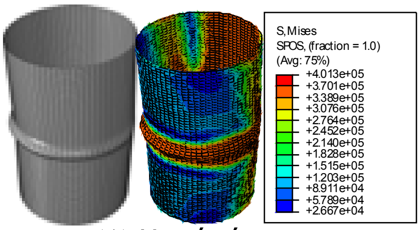


(γ) πλαίσιο 350 mm

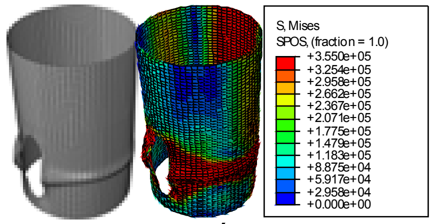
Χωρίς άνοιγμα (w/t,Ανοχή) Μη ενισχυμένο άνοιγμα

Χωρίς άνοιγμα (w/t,GMNIA) x (EN1993-1.6,C)

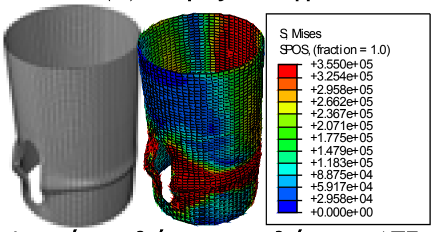
Σχήμα 8.36: Δρόμοι ισορροπίας αναλύσεων GMNIA για κέλυφος με ενισχυμένη οπή (εξωτερική συγκόλληση τύπου Α)



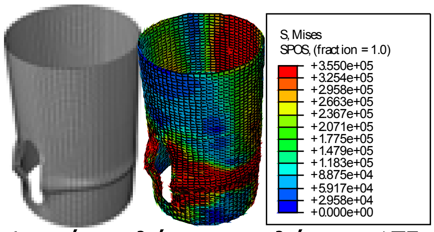
(1) Χωρίς άνοιγμα



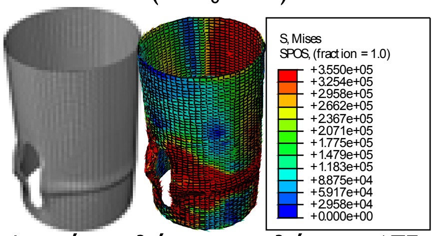
(2) Με άνοιγμα



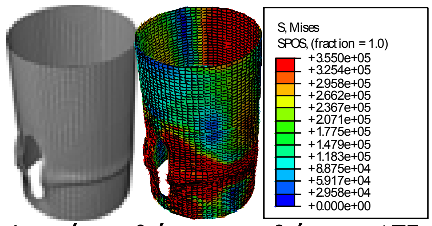
(3) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm (A/A_0=0.2)



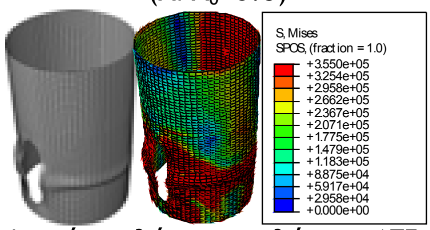
(4) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm (A/A_0=0.4)



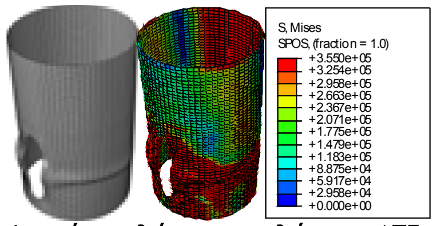
(5) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm (A/A_0=0.6)



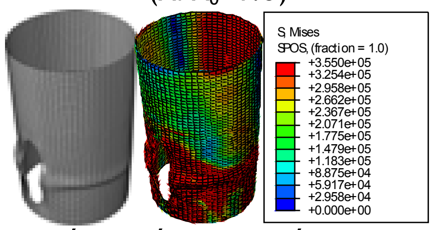
(6) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm (A/A_0=0.8)



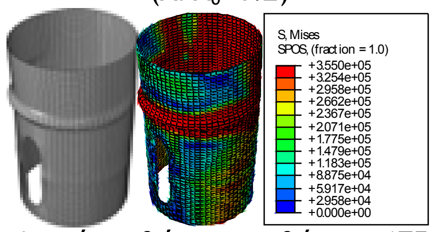
(7) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm (A/A_0=1.0)



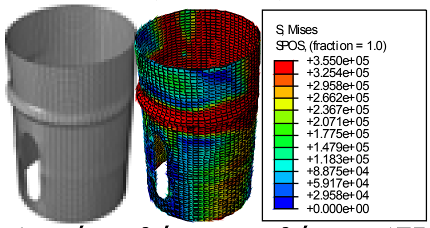
(8) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm (A/A_0=1.2)



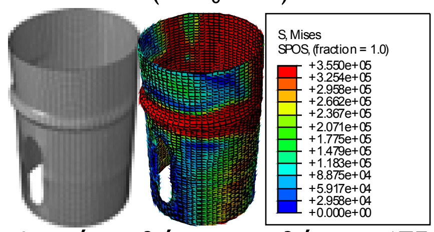
(9) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm (A/A_0=1.4)



(10) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm (A/A_0=1.6)

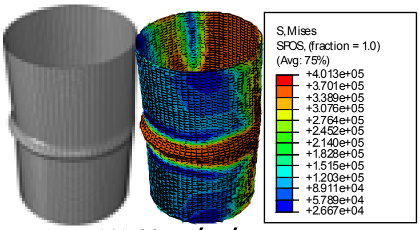


(11) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm (A/A_0=1.8)

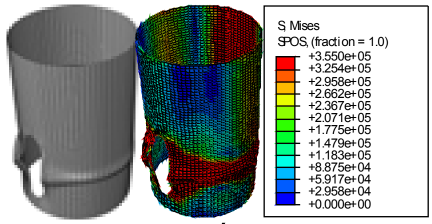


(12) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm (A/A_0=2.0)

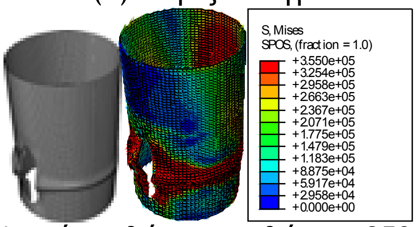
Σχήμα 8.37: Μορφές αστοχίας για διάφορα επίπεδα ενίσχυσης (αναλύσεις GMNIA, ατέλεια εξωτερικής συγκόλλησης τύπου Α, διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm)



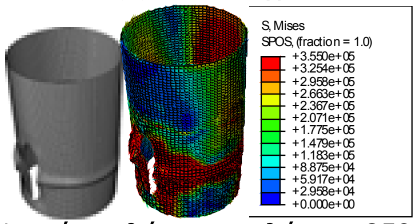
(1) Χωρίς άνοιγμα



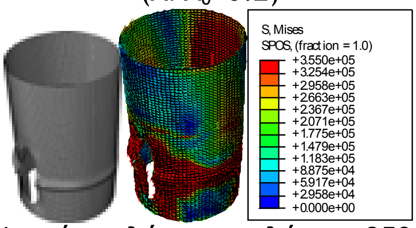
(2) Με άνοιγμα



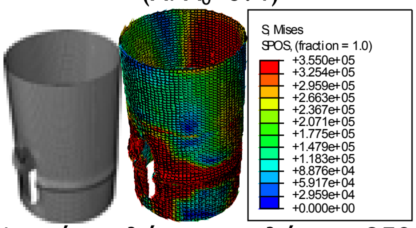
(3) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 350 mm (A/A_0=0.2)



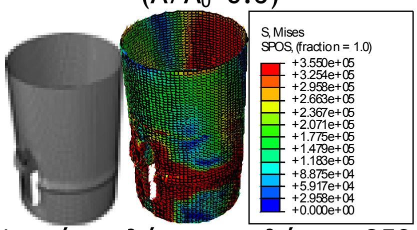
(4) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 350 mm (A/A_0=0.4)



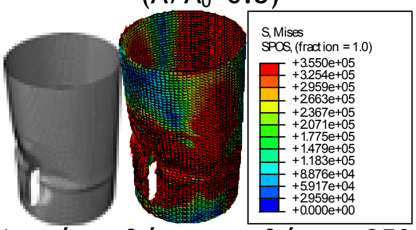
(5) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 350 mm (A/A_0=0.6)



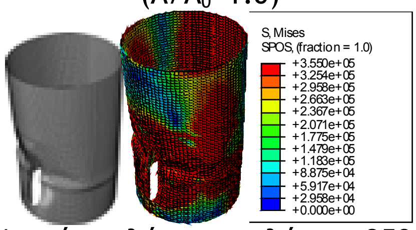
(6) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 350 mm (A/A_0=0.8)



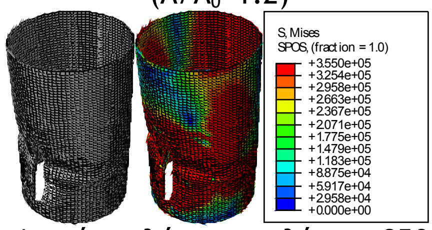
(7) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 350 mm (A/A_0=1.0)



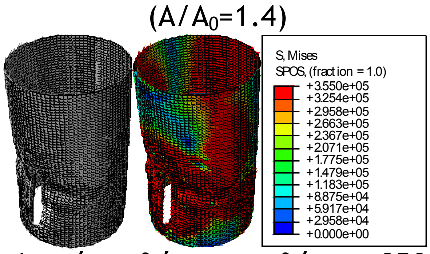
(8) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 350 mm (A/A_0=1.2)



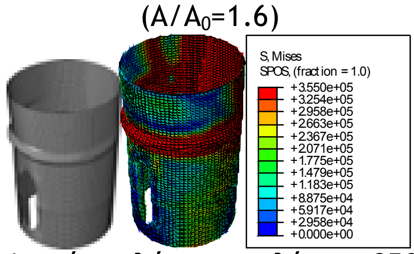
(9) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 350 mm (A/A_0=1.4)



(10) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 350 mm (A/A_0=1.6)

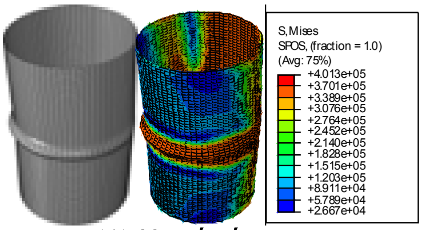


(11) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 350 mm (A/A_0=1.8)

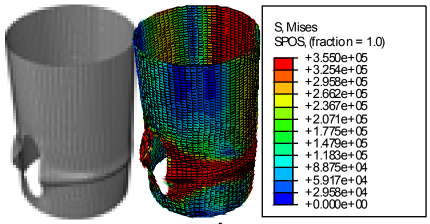


(12) Διαμήκη ελάσματα πλάτους 350 mm (A/A_0=2.0)

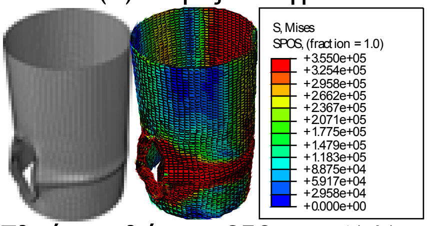
Σχήμα 8.38: Μορφές αστοχίας για διάφορα επίπεδα ενίσχυσης (αναλύσεις GMNIA, ατέλεια εξωτερικής συγκόλλησης τύπου A, διαμήκη ελάσματα πλάτους 350 mm)



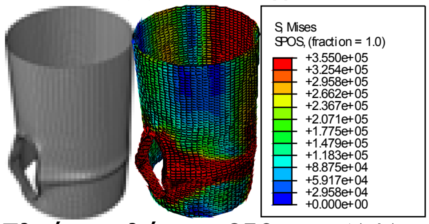
(1) Χωρίς άνοιγμα



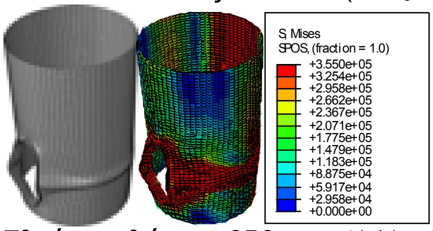
(2) Με άνοιγμα



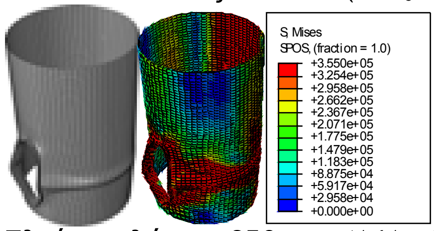
(3) Πλαίσιο πλάτους 350 mm (A/A_0=0.2)



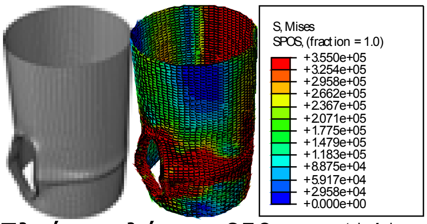
(4) Πλαίσιο πλάτους 350 mm (A/A_0=0.4)



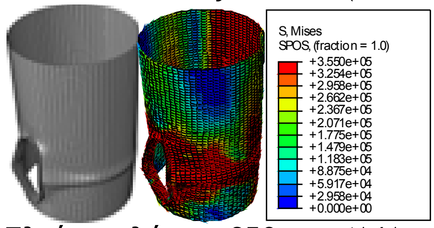
(5) Πλαίσιο πλάτους 350 mm (A/A_0=0.6)



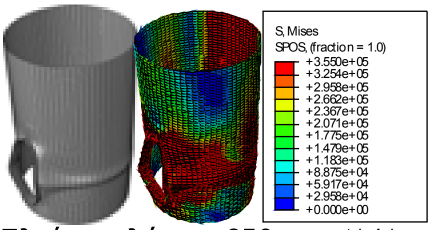
(6) Πλαίσιο πλάτους 350 mm (A/A_0=0.8)



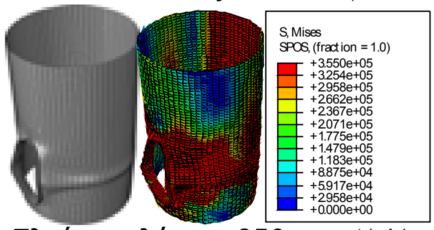
(7) Πλαίσιο πλάτους 350 mm (A/A_0=1.0)



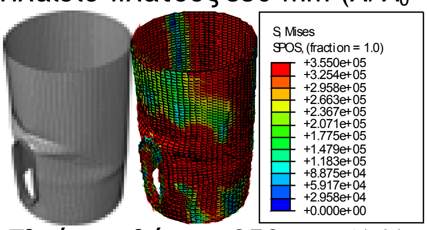
(8) Πλαίσιο πλάτους 350 mm (A/A_0=1.2)



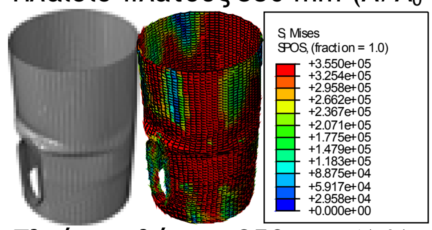
(9) Πλαίσιο πλάτους 350 mm (A/A_0=1.4)



(10) Πλαίσιο πλάτους 350 mm (A/A_0=1.6)



(11) Πλαίσιο πλάτους 350 mm (A/A_0=1.8)



(12) Πλαίσιο πλάτους 350 mm (A/A_0=2.0)

Σχήμα 8.39: Μορφές αστοχίας για διάφορα επίπεδα ενίσχυσης (αναλύσεις GMNIA, ατέλεια εξωτερικής συγκόλλησης τύπου Α, πλαίσιο πλάτους 350 mm)

8.5.3 Αποδοτικότητα απλών ενισχύσεων τύπου πλαισίου και διαμήκων ελασμάτων

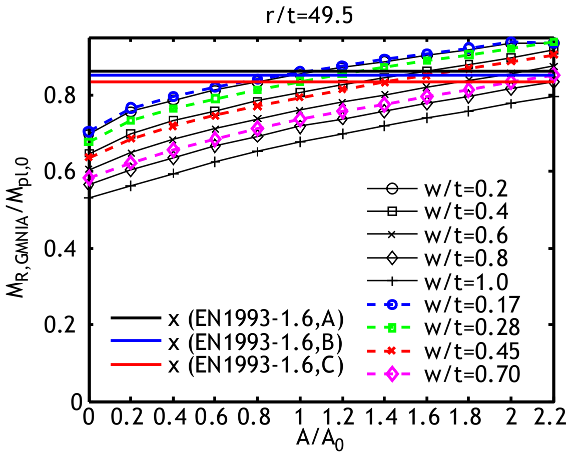
Στην προηγούμενη παράγραφο διαφάνηκε ότι οι παρουσία νευρώσεων δεν έχει ουσιαστικό αντίκτυπο στην αντοχή του κελύφους επομένως προτείνεται να μην χρησιμοποιείται σαν μέσο ενίσχυσης. Επιπλέον, οι σύνθετες ενισχύσεις (π.χ. συνδυασμός πλαισίου, διαμήκων ελασμάτων και νευρώσεων) δεν υπερτερούν απλών ενισχύσεων όπως λόγου χάρη τα διαμήκη ελάσματα. Στην παράγραφο αυτή εξετάζεται λεπτομερώς η αντοχή κελυφών με άνοιγμα ενισχυμένο με απλές ενισχύσεις: (α) πλαίσιο και (β) διαμήκη ελάσματα σε συνεργασία με δακτύλιο. Εξετάζονται ατελείς φορείς με διάφορα πλάτη ατελειών. Σαν γεωμετρική ατέλεια λαμβάνεται υπόψη η εξωτερική συγκόλληση τύπου Α στο μέσο ύψος του ανοίγματος, με πλάτος ίσο με την κατασκευαστική ανοχή για ποιότητα C σύμφωνα με το [EN1993-1.6, 2006]. Εξεταζόμενο μέγεθος αποτελεί και το εμβαδόν της διατομής της ενίσχυσης Α το οποίο αδιαστατοποιείται με το εμβαδόν του ανοίγματος A_0. Για το πλαίσιο πλάτους 175 mm εξετάζονται εμβαδά ενίσχυσης στο εύρος $A/A_0=0÷2.2$, ενώ για τις υπόλοιπες ενισχύσεις το εύρος αυτό είναι $A/A_0=0÷2.0$.

Στο Σχήμα 8.40 δίνεται η αδιαστατοποιημένη αντοχή $M_{R,GMNIA}/M_{pl,0}$ κελυφών με ενίσχυση τύπου πλαισίου ως προς το εμβαδόν ενίσχυσης A/A_0 για διάφορα πλάτη ατέλειας και για δυο πλάτη ενίσχυσης: (α) 175 mm (Σχήμα 8.40 (α), (γ), (ε)) και (β) 350 mm (Σχήμα 8.40 (β), (δ), (στ)). Στο Σχήμα 8.40 (α) και Σχήμα 8.40 (β) δίνονται επίσης οι κανονιστικές αντοχές για το αντίστοιχο κέλυφος χωρίς άνοιγμα για τις τρεις ποιότητες (A, B και C). Στο Σχήμα 8.40 (γ) και Σχήμα 8.40 (δ) δίνονται επιπλέον οι αντοχές για το αντίστοιχο κέλυφος χωρίς άνοιγμα όπως αυτές προέκυψαν από μη γραμμικές αναλύσεις με ατέλεια την εξωτερική συγκόλληση τύπου Α και πλάτος ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική ανοχή για τις τρεις ποιότητες (A, B και C). Στο Σχήμα 8.40 (ε) και Σχήμα 8.40 (στ) δίνονται και οι αντοχές για το αντίστοιχο κέλυφος χωρίς άνοιγμα όπως αυτές προέκυψαν από μη γραμμικές αναλύσεις με ατέλεια την εξωτερική συγκόλληση τύπου Α και πλάτος ατέλειας ίσο με το προτεινόμενο από τον [EN1993-1.6, 2006] πλάτος για αναλύσεις GMNIA, για τις τρεις ποιότητες (A, B και C). Όπως φάνηκε και στην ενότητα 8.4, τα προτεινόμενα από τον [EN1993-1.6, 2006] πλάτη ατέλειας για αναλύσεις GMNIA δίνουν τουλάχιστον για τις ποιότητες κελυφών B και C αισθητά μικρότερες αντοχές. Πιο κοντά στις κανονιστικές αντοχές είναι οι προβλέψεις της μεθόδου GMNIA όταν χρησιμοποιούνται οι κατασκευαστικές ανοχές σαν πλάτος ατέλειας.

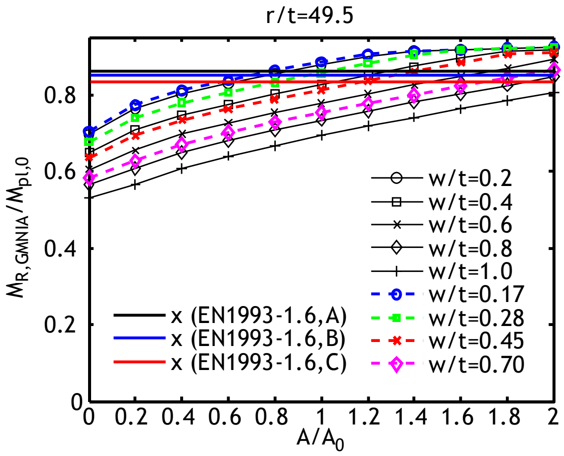
Στο Σχήμα 8.40 οι καμπύλες αντοχής παρουσιάζουν αυξητική τάση με αύξηση του εμβαδού ενίσχυσης. Επίσης, φαίνεται ότι με αύξηση του πλάτους ατέλειας, η αντοχή του κελύφους μειώνεται. Σε γενικές γραμμές οι δυο ενισχύσεις τύπου πλαισίου επιδεικνύουν την ίδια αποδοτικότητα σε όρους αντοχής με το πλαίσιο πλάτους 350mm να προσδίδει στο κέλυφος με άνοιγμα ελαφρώς μεγαλύτερες αντοχές. Επιπλέον, η απαίτηση σε όρους εμβαδού ενίσχυσης (A/A_0) είναι μικρότερη για το πλαίσιο πλάτους 350mm αντί για το πλαίσιο πλάτους 175 mm, όπως προκύπτει από το Σχήμα 8.40 αλλά και τους Πίνακες 8.1-8.4 στη συνέχεια. Εάν η απαίτηση είναι να επαναφέρουμε την αντοχή του κελύφους με άνοιγμα στα επίπεδα της κανονιστικής αντοχής, τότε οι αναγκαίοι λόγοι A/A_0 είναι οι μεγαλύτεροι. Εάν η απαίτηση είναι να επαναφέρουμε την αντοχή του κελύφους με άνοιγμα, η οποία υπολογίζεται βάσει της μεθόδου GMNIA και με πλάτος ατέλειας το προτεινόμενο από τον κανονισμό [EN1993-1.6, 2006], τότε οι αναγκαίοι λόγοι A/A_0 είναι οι μικρότεροι. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι με το συγκεκριμένο τρόπο υπολογισμού της αντοχής του κελύφους χωρίς άνοιγμα προκύπτει η μικρότερη αντοχή (βλ. ενότητα 8.4).

Στο Σχήμα 8.41 δίνεται η αδιαστατοποιημένη αντοχή $M_{R,GMNIA}/M_{pl,0}$ για την περίπτωση ενισχύσεων διαμηκών ελασμάτων ως προς το εμβαδό ενίσχυσης για διάφορα πλάτη ατέλειας. Στο Σχήμα 8.40 (α) και Σχήμα 8.40 (β) δίνονται επίσης οι κανονιστικές αντοχές για το αντίστοιχο κέλυφος χωρίς άνοιγμα για τις τρεις ποιότητες (A, B και C). Στο Σχήμα 8.40 (γ) και Σχήμα 8.40 (δ) δίνονται επιπλέον οι αντοχές για το αντίστοιχο κέλυφος χωρίς άνοιγμα όπως αυτές προέκυψαν από μη γραμμικές αναλύσεις με ατέλεια την εξωτερική συγκόλληση τύπου A και πλάτος ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική ανοχή για τις τρεις ποιότητες (A, B και C). Στο Σχήμα 8.40 (ε) και Σχήμα 8.40 (στ) δίνονται και οι αντοχές για το αντίστοιχο κέλυφος χωρίς άνοιγμα όπως αυτές προέκυψαν από μη γραμμικές αναλύσεις με ατέλεια την εξωτερική συγκόλληση τύπου A και πλάτος ατέλειας ίσο με το προτεινόμενο από τον [EN1993-1.6, 2006] πλάτος για αναλύσεις GMNIA, για τις τρεις ποιότητες (A, B και C).

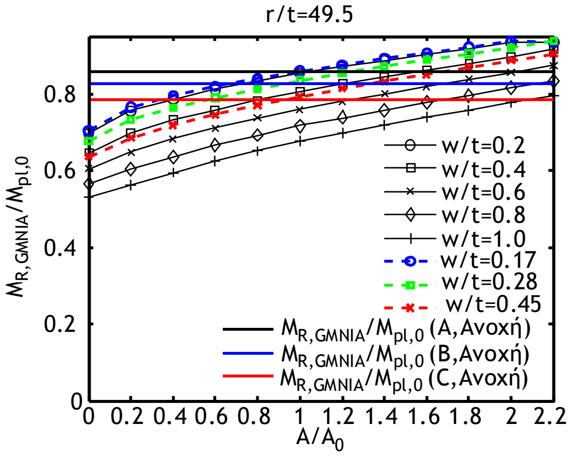
Συγκρίνοντας το Σχήμα 8.40 με το Σχήμα 8.41, παρατηρείται ότι τα δυο διαμήκη ελάσματα σε συνδυασμό με δακτύλιο δίνουν στο κέλυφος μεγαλύτερη αντοχή από ότι οι ενισχύσεις τύπου πλαισίου. Αυτό οδηγεί και σε μικρότερες απαιτήσεις λόγου εμβαδού ενίσχυσης A/A_0. Σημαντική είναι η παρατήρηση ότι ακόμη και για σημαντικά μεγάλα πλάτη ατέλειας, τα διαμήκη ελάσματα μπορούν να επιτύχουν αντοχή μεγαλύτερη ακόμη και της κανονιστικής αντοχής (Σχήμα 8.41 (α) και Σχήμα 8.41 (β)). Επομένως, παρατηρείται ότι η ενίσχυση του ανοίγματος με διαμήκη ελάσματα είναι μια ανώτερη ενίσχυση συγκρινόμενη με το απλό πλαίσιο.



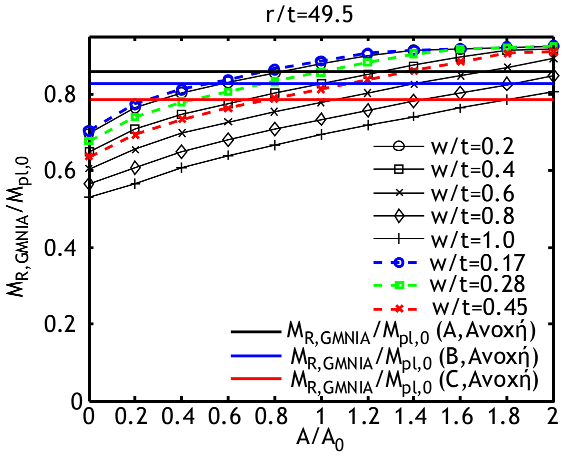
(α) πλαίσιο 175mm



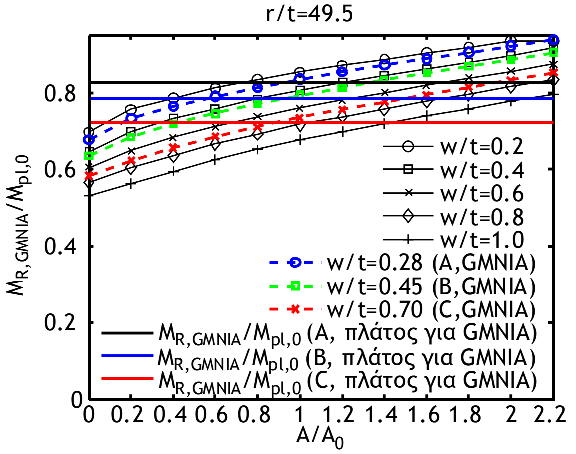
(β) πλαίσιο 350mm



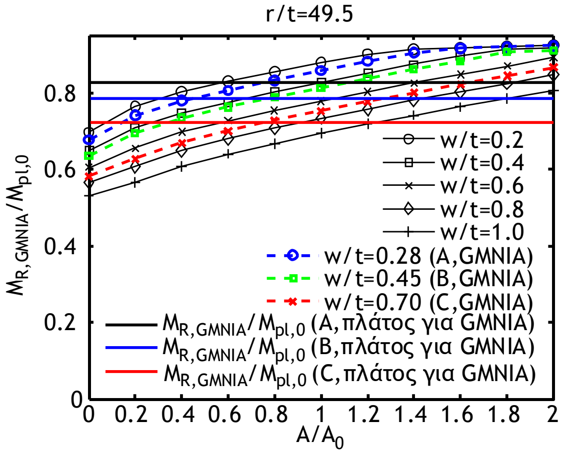
(γ) πλαίσιο 175mm



(δ) πλαίσιο 350mm



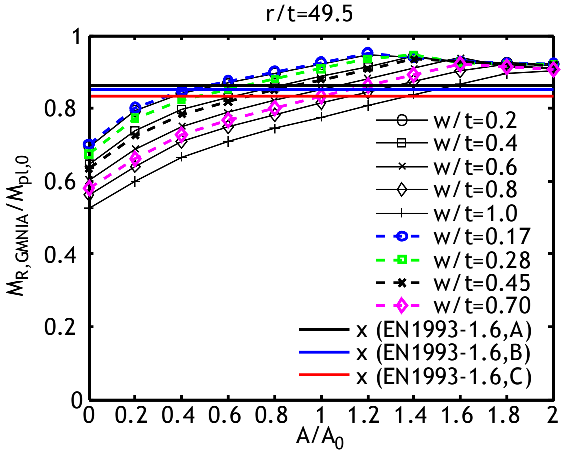
(ε) πλαίσιο 175mm



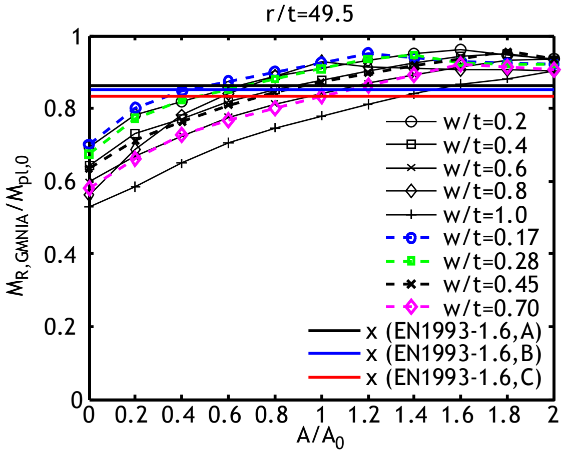
(στ) πλαίσιο 350mm

Σχήμα 8.40: Αδιαστατοποιημένη ροπή αντοχής $M_{R,GMNIA}/M_{pl,0}$ ως προς το εμβαδό ενίσχυσης A/A_0 (εξωτερική συγκόλληση τύπου Α και ενίσχυση τύπου πλαισίου)

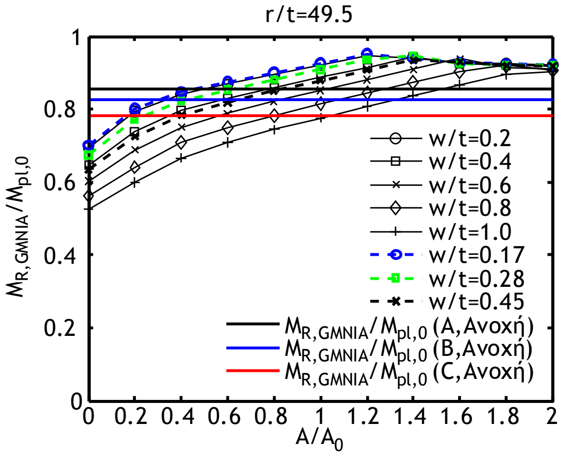
Στους Πίνακες 8.1-8.4 που δίνονται στη συνέχεια δίνονται, όπως και για την ενίσχυση του πλαισίου, για την περίπτωση των διαμήκων ελασμάτων οι αναγκαίοι λόγοι εμβαδού ενίσχυσης για να επαναφέρουμε την αντοχή του κελύφους με άνοιγμα στην αντοχή ενός κελύφους χωρίς άνοιγμα.



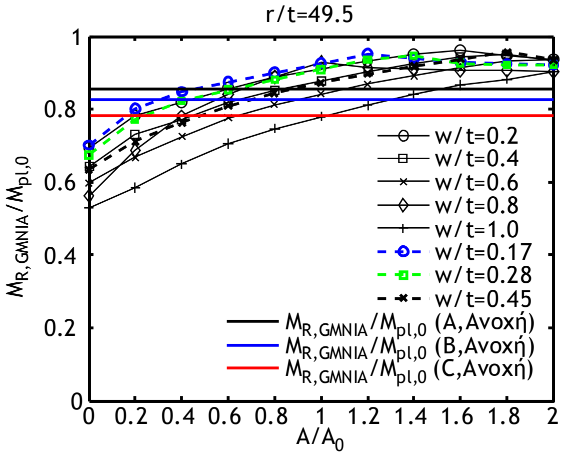
(α) διαμήκη ελάσματα 175mm



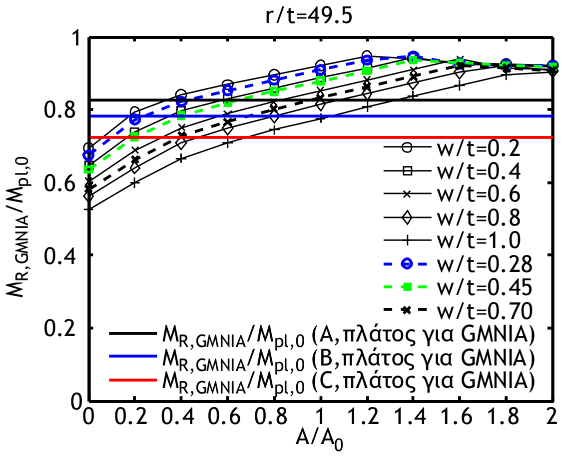
(β) διαμήκη ελάσματα 350mm



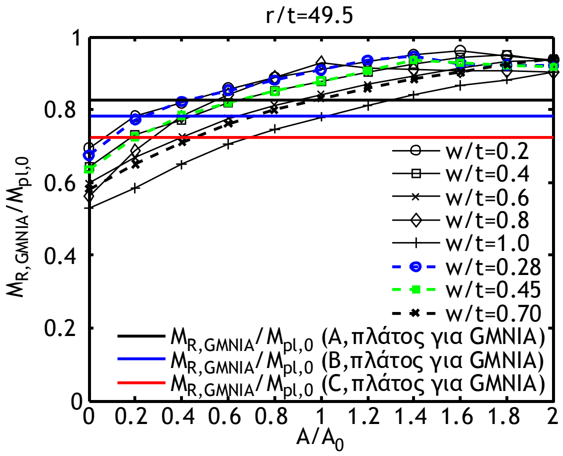
(γ) διαμήκη ελάσματα 175mm



(δ) διαμήκη ελάσματα 350mm



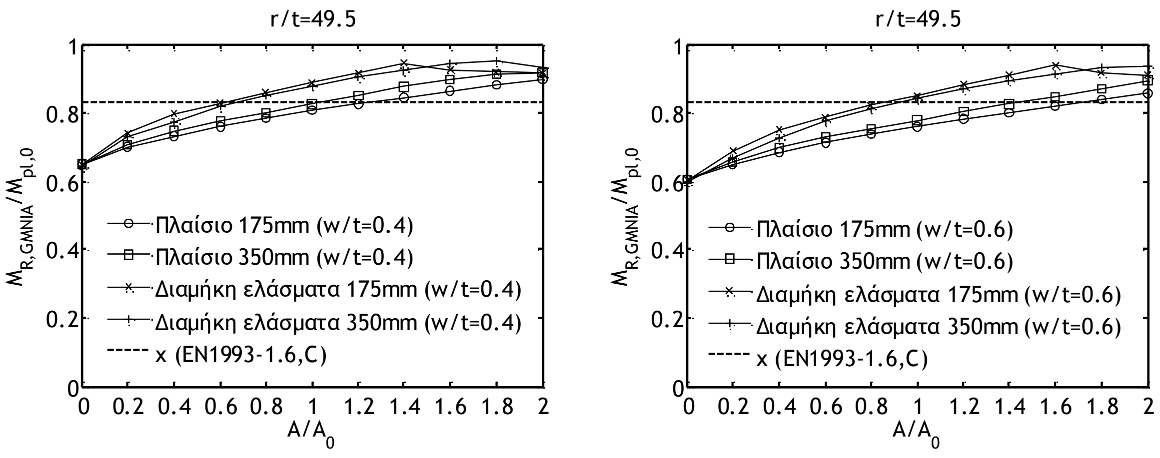
(ε) διαμήκη ελάσματα 175mm



(στ) διαμήκη ελάσματα 350mm

Σχήμα 8.41: Αδιαστατοποιημένη ροπή αντοχής $M_{R,GMNIA}/M_{pl,0}$ ως προς το εμβαδό ενίσχυσης A/A_0 (εξωτερική συγκόλληση τύπου A και ενίσχυση τύπου διαμηκών ελασμάτων)

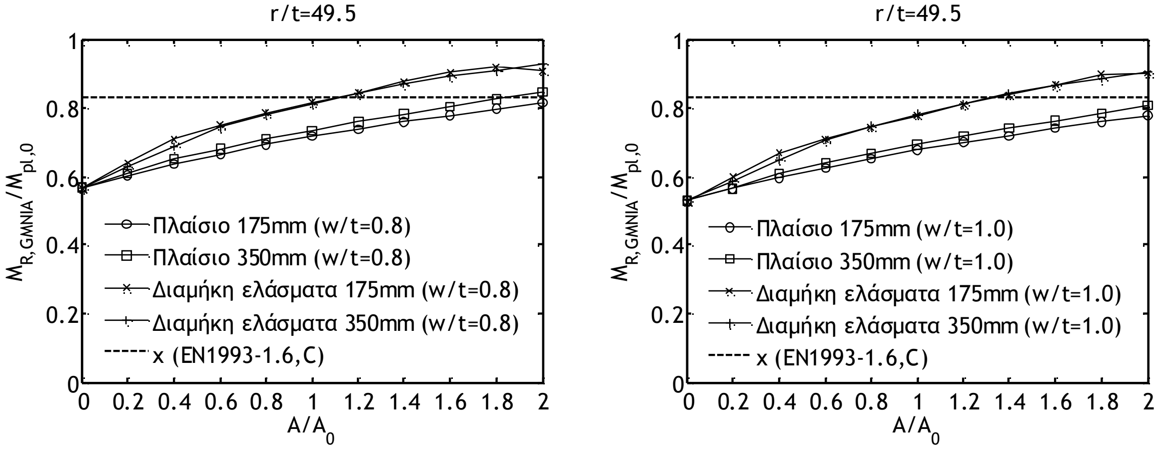
Στα Σχήμα 8.42 και Σχήμα 8.43 δίνονται οι αδιαστατοποιημένες αντοχές $M_{R,GMNIA}/M_{pl,0}$ των κελυφών με τέσσερις διαφορετικές ενισχύσεις ως προς το εμβαδόν A/A_0 για πλάτη ατέλειας w/t=0.4, w/t=0.6 και w/t=0.8, w/t=1.0 αντίστοιχα. Στα ίδια διαγράμματα δίνεται και η αδιαστατοποιημένη κανονιστική αντοχή του κελύφους χωρίς άνοιγμα ποιότητας C σύμφωνα με τον [EN1993-1.6, 2006]. Οι ενισχύσεις που λαμβάνονται υπόψη είναι δυο απλά πλαίσια πλάτους 175 mm και 350 mm και δυο διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm και 350 mm. Για πλάτος ατέλειας w/t=0.4 όλες οι ενισχύσεις μπορούν να επιτύχουν την κανονιστική αντοχή με εμβαδόν ενίσχυσης μικρότερο ή ίσο από A/A_0=2.0. Για πλάτος ατέλειας w/t=0.8, το απλό πλαίσιο πλάτους 175 mm δεν μπορεί να επιτύχει την κανονιστική αντοχή για εμβαδόν ενίσχυσης μικρότερο από A/A_0=2.0. Για πλάτος ατέλειας w/t=1.0 κανένα από τα δυο πλαίσια δεν μπορεί να επιτύχει την κανονιστική αντοχή στο εύρος $0 \leq A/A_0 \leq 2.0$. Τα διαμήκη ελάσματα έχουν πολύ καλύτερη συμπεριφορά, δηλαδή επιτυγχάνουν μεγαλύτερες αντοχές από ότι τα απλά πλαίσια για όλα τα πλάτη ατέλειας που παρουσιάζονται. Για όλα τα πλάτη ατέλειας που δίνονται στα σχήματα αυτά, το πλάτος των διαμήκων ελασμάτων (175, 350 mm) δεν οδηγεί σε σημαντικές διαφοροποιήσεις της αντοχής που προσδίδουν στο κέλυφος.



(α) (β)

Σχήμα 8.42: Αδιαστατοποιημένη ροπή αντοχής $M_{R,GMNIA}/M_{pl,0}$ ως προς το εμβαδό ενίσχυσης A/A_0 (εξωτερική συγκόλληση τύπου Α με πλάτη ατέλειας w/t=0.4, 0.6 και ενίσχυση τύπου (α) και (β))

Επομένως, δεν έχει μεγάλη επίδραση στην αντοχή εάν το πλάτος των διαμηκών ελασμάτων είναι 175 ή 350 mm. Ακόμη και για μεγάλα πλάτη ατέλειας όπως π.χ. για w/t=1.0, η κανονιστική αντοχή επιτυγχάνεται για εμβαδόν ενίσχυσης A/A_0=1.4 και A/A_0=1.4 για τα διαμήκη ελάσματα με πλάτος 175 mm και 350 mm αντίστοιχα.

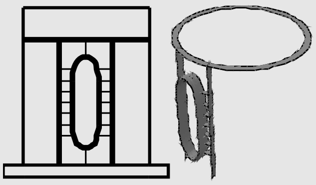
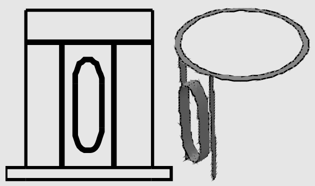
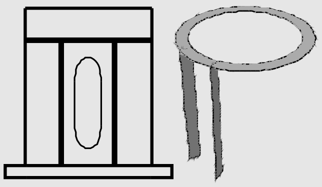
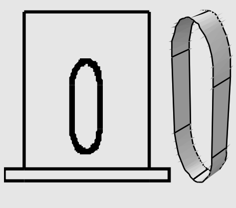


(α) (β)

Σχήμα 8.43: Αδιαστατοποιημένη ροπή αντοχής $M_{R,GMNIA}/M_{pl,0}$ ως προς το εμβαδό ενίσχυσης A/A_0 (εξωτερική συγκόλληση τύπου Α με πλάτη w/t=0.8, 1.0 και ενίσχυση τύπου (α) και (β))

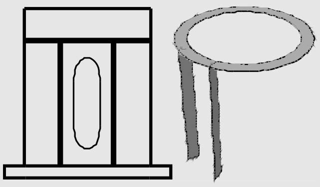
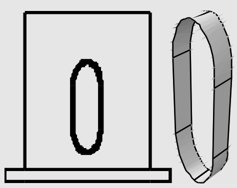
Στον Πίνακα 8.1 δίνεται ο αναγκαίος λόγος εμβαδού ενίσχυσης (υπολογισμένος βάσει της εξίσωσης (8.1)) που απαιτείται για να φτάσει το κέλυφος με άνοιγμα την κανονιστική αντοχή ενός κελύφους χωρίς άνοιγμα. Για την εκτίμηση αυτών των λόγων, χρησιμοποιήθηκαν για τα κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα οι αριθμητικές αντοχές που προέκυψαν από μη γραμμικές αναλύσεις με ατέλεια GMNIA, όπου σαν πλάτος ατέλειας χρησιμοποιήθηκε η κατασκευαστική ανοχή που προτείνεται στο [EN1993-1.6, 2006]. Επισημαίνεται ότι οι αριθμητικές αναλύσεις τόσο για τις ενισχύσεις τύπου πλαισίου όσο και για τα διαμήκη ελάσματα αφορούσαν πλάτος 175 mm και 350 mm. Στον Πίνακα 8.1 αναγράφεται τόσο το πλάτος της ενίσχυσης όσο και ο αδιάστατος λόγος πλάτους προς πάχος ενίσχυσης (b_{str}/t_{str} ή b_{fr}/t_{fr}), αν και όπως προκύπτει δεν είναι κατάλληλο μέγεθος το οποίο να χαρακτηρίζει το απαιτούμενο εμβαδόν ενίσχυσης. Στον ίδιο πίνακα γίνεται αναφορά στα προηγούμενα ευρήματα σχετικά με την αποδοτικότητα των νευρώσεων καθώς επίσης και την αποδοτικότητα του συνδυασμού του πλαισίου με δυο διαμήκη ελάσματα. Πιο συγκεκριμένα, προτείνεται να μην χρησιμοποιούνται νευρώσεις μιας και δεν παρέχουν ουσιαστική ενίσχυση της αντοχής των κελυφών με άνοιγμα. Επιπλέον, προτείνεται η χρήση δυο απλών διαμήκων ελασμάτων αντί του συνδυασμού ενός πλαισίου με δυο διαμήκη ελάσματα, μιας και η αποδοτικότητα τους πρακτικά ταυτίζεται. Από τον πίνακα αυτό προκύπτει ότι από άποψη αναγκαίων λόγων A/A_0, τα δυο διαμήκη ελάσματα υπερτερούν της ενίσχυσης του πλαισίου. Όσον αφορά την περίπτωση του πλαισίου, το πλαίσιο πλάτους 175 mm έχει μικρότερες απαιτήσεις σε εμβαδόν ενίσχυσης από το πλαίσιο πλάτους 350mm.

Πίνακας 8.1: Αναγκαίο εμβαδόν ενίσχυσης για επίτευξη της κανονιστικής αντοχής (πλάτος ατέλειας στις μη γραμμικές αναλύσεις ίσο με τις κατασκευαστικές ανοχές)

<table>
<tr><th>Τύπος ενίσχυσης</th><th>Ποιότητα A</th><th>Ποιότητα B</th><th>Ποιότητα C</th></tr>
<tr><td></td><td colspan="3">Προτείνεται η χρήση δυο απλών διαμήκων ελασμάτων με δακτύλιο. Δεν προτείνεται η χρήση των νευρώσεων.</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="3">Πρακτικά ισοδύναμη με την πιο πάνω ενίσχυση. Προτείνεται αντί του συνδυασμού διαμήκων ελασμάτων και πλαισίου, η χρήση δυο διαμήκων ελασμάτων μόνο (μαζί με δακτύλιο).</td></tr>
<tr><td></td><td>A/A_0=0.6
(b_{str}/t_{str}= 2.979,b_{str}=175mm)
A/A_0=0.6
(b_{str}/t_{str}= 11.916,b_{str}=350mm)</td><td>A/A_0=0.6
(b_{str}/t_{str}= 2.979,b_{str}=175mm)
A/A_0=0.8
(b_{str}/t_{str}=8.937,b_{str}=350mm)</td><td>A/A_0=0.8
(b_{str}/t_{str}= 2.234,b_{str}=175mm)
A/A_0=0.8
(b_{str}/t_{str}= 8.937,b_{str}=350mm)</td></tr>
<tr><td></td><td>A/A_0=1.2
(b_{fr}/t_{fr}=1.49,b_{fr}=175mm)
A/A_0=0.8
(b_{fr}/t_{fr}=8.937,b_{fr}=350mm)</td><td>A/A_0=1.2
(b_{fr}/t_{fr}=1.49,b_{fr}=175mm)
A/A_0=1.0
(b_{fr}/t_{fr}=7.15,b_{fr}=350mm)</td><td>A/A_0=1.4
(b_{fr}/t_{fr}=1.277,b_{fr}=175mm)
A/A_0=1.2
(b_{fr}/t_{fr}=5.958,b_{fr}=350mm)</td></tr>
<tr><td>Σημειώσεις:</td><td colspan="3">(1) Για την εκτίμηση της επιρροής των νευρώσεων στην αποδοτικότητα της ενίσχυσης με συνδυασμό πλαισίου και διαμήκων ελασμάτων διεξήχθηκαν αναλύσεις GMNIA με πλάτος μόνο την κατασκευαστική ανοχή κατά [EN1993-1.6,2006].
(2) Οι αναλύσεις GMNIA χρησιμοποίησαν πλάτος ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική ανοχή βάσει του [EN1993-1.6, 2006].
(3) Οι λόγοι A/A_0 αφορούν εκείνο το εμβαδόν ενίσχυσης το οποίο πρέπει να χρησιμοποιηθεί ώστε το κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα να επιτύχει την αντοχή του [EN1993-1.6, 2006].</td></tr>
</table>

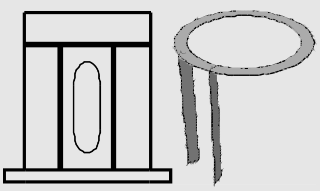
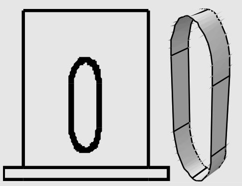
Στον Πίνακα 8.2 δίνεται ο αναγκαίος λόγος εμβαδού ενίσχυσης που απαιτείται για να φτάσει το κέλυφος με άνοιγμα την κανονιστική αντοχή ενός κελύφους χωρίς άνοιγμα, όπως και στον Πίνακα 8.1. Σε αντίθεση με τον Πίνακα 8.1 όμως, για την εκτίμηση αυτών των εμβαδών, χρησιμοποιήθηκαν για τα κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα οι αριθμητικές αντοχές που προέκυψαν από μη γραμμικές αναλύσεις με ατέλεια GMNIA, όπου σαν πλάτος ατέλειας χρησιμοποιήθηκε το προτεινόμενο από τον [EN1993-1.6, 2006] πλάτος που αφορά της αναλύσεις GMNIA. Επειδή, το προτεινόμενο πλάτος για ανάλυση GMNIA είναι μεγαλύτερο από την κατασκευαστική ανοχή αντίστοιχης ποιότητας κατασκευής, τα αναγκαία εμβαδά ενίσχυσης σε όρους A/A_0 είναι πιο μεγάλα.

Πίνακας 8.2: Αναγκαίο εμβαδόν ενίσχυσης για επίτευξη της κανονιστικής αντοχής (πλάτος ατέλειας στις μη γραμμικές αναλύσεις ίσο με το προτεινόμενο για αναλύσεις GMNIA)

Τύπος ενίσχυσης	Ποιότητα A	Ποιότητα B	Ποιότητα C
	A/A_0=0.6 (b_{str}/t_{str}= 2.979, b_{str}=175mm) A/A_0=0.8 (b_{str}/t_{str}= 8.937, b_{str}=350mm)	A/A_0=0.8 (b_{str}/t_{str}= 2.234, b_{str}=175mm) A/A_0=0.8 (b_{str}/t_{str}= 8.937, b_{str}=350mm)	A/A_0=1.0 (b_{str}/t_{str}= 1.787, b_{str}=175mm) A/A_0=1.2 (b_{str}/t_{str}= 5.958, b_{str}=350mm)
	A/A_0=1.2 (b_{fr}/t_{fr}=1.49, b_{fr}=175mm) A/A_0=1.0 (b_{fr}/t_{fr}=7.15, b_{fr}=350mm)	A/A_0=1.4 (b_{fr}/t_{fr}=1.277, b_{fr}=175mm) A/A_0=1.2 (b_{fr}/t_{fr}=5.958, b_{fr}=350mm)	A/A_0=2.0 (b_{fr}/t_{fr}=0.894, b_{fr}=175mm) A/A_0=1.8 (b_{fr}/t_{fr}=3.972, b_{fr}=350mm)
Σημειώσεις:	(1) Οι αναλύσεις GMNIA χρησιμοποίησαν πλάτος ατέλειας ίσο με αυτό που προτείνεται από τον [EN1993-1.6, 2006] για μη γραμμικές αναλύσεις GMNIA. (2) Οι λόγοι A/A_0 αφορούν εκείνο το εμβαδόν ενίσχυσης το οποίο πρέπει να χρησιμοποιηθεί ώστε το κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα να επιτύχει την αντοχή του [EN1993-1.6, 2006].		

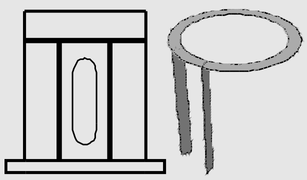
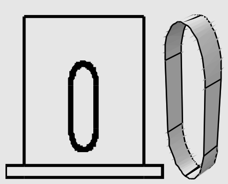
Στον Πίνακα 8.3 δίνεται ο αναγκαίος λόγος εμβαδού ενίσχυσης που απαιτείται για να φτάσει το κέλυφος με άνοιγμα την αριθμητική αντοχή (με ανάλυση GMNIA) ενός κελύφους χωρίς άνοιγμα, η οποία υπολογίζεται χρησιμοποιώντας σαν πλάτος ατέλειας την κατασκευαστική ανοχή. Για την εκτίμηση αυτών των εμβαδών, χρησιμοποιήθηκαν για τα κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα, οι αριθμητικές αντοχές που προέκυψαν από μη γραμμικές αναλύσεις με ατέλεια GMNIA, όπου σαν πλάτος ατέλειας χρησιμοποιήθηκε η κατασκευαστική ανοχή που προτείνεται στο [EN1993-1.6, 2006]. Επειδή οι αριθμητικές αντοχές σε αυτήν την περίπτωση είναι λίγο μικρότερες από τις κανονιστικές αντοχές, τα απαιτούμενα εμβαδά που προκύπτουν είναι κάπως μικρότερα από εκείνα του Πίνακα 8.1. Για τα πλαίσια με πλάτος 175mm και 350mm και τα διαμήκη ελάσματα πλάτους 350mm, το αναγκαίο εμβαδόν ενίσχυσης προκύπτει ότι είναι ανεξάρτητο από την ποιότητα του κελύφους. Για την περίπτωση των δυο διαμήκων ελασμάτων πλάτους 175mm, η απαίτηση σε εμβαδόν ενίσχυσης είναι μικρότερη για κελύφη ποιότητας C από ότι για κελύφη ποιότητας A και B. Αυτό το φαινομενικά παράδοξο αποτέλεσμα οφείλεται στη σχετικά μικρή αριθμητική αντοχή για το κέλυφος χωρίς άνοιγμα ποιότητας C που η ανάλυση GMNIA υπολογίζει.

Πίνακας 8.3: Αναγκαίο εμβαδόν ενίσχυσης για επίτευξη της αριθμητικής αντοχής με GMNIA και πλάτος ατέλειας τις κατασκευαστικές ανοχές

Τύπος ενίσχυσης	Ποιότητα A	Ποιότητα B	Ποιότητα C
	A/A_0=0.6 (b_{str}/t_{str}= 2.979,b_{str}=175mm)	A/A_0=0.6 (b_{str}/t_{str}= 2.979,b_{str}=175mm)	A/A_0=0.6 (b_{str}/t_{str}= 2.979,b_{str}=175mm)
	A/A_0=0.6 (b_{str}/t_{str}=11.916,b_{str}=350mm)	A/A_0=0.6 (b_{str}/t_{str}=11.916,b_{str}=350mm)	A/A_0=0.6 (b_{str}/t_{str}=11.916,b_{str}=350mm)
	A/A_0=1.0 (b_{fr}/t_{fr}=1.787,b_{fr}=175mm)	A/A_0=1.0 (b_{fr}/t_{fr}=1.787,b_{fr}=175mm)	A/A_0= 1.0 (b_{fr}/t_{fr}=1.787,b_{fr}=175mm)
	A/A_0=0.8 (b_{fr}/t_{fr}=8.937,b_{fr}=350mm)	A/A_0=0.8 (b_{fr}/t_{fr}=8.937,b=350mm)	A/A_0=0.8 (b_{fr}/t_{fr}=8.937,b_{fr}=350mm)
Σημειώσεις:	(1) Οι αναλύσεις GMNIA χρησιμοποίησαν πλάτος ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική ανοχή βάσει του [EN1993-1.6, 2006]. (2) Οι λόγοι A/A_0 αφορούν εκείνο το εμβαδόν ενίσχυσης το οποίο πρέπει να χρησιμοποιηθεί ώστε το κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα να επιτύχει την αντοχή των κελυφών χωρίς άνοιγμα από αναλύσεις GMNIA με πλάτος ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική ανοχή. (3) Στον τύπο ενίσχυσης (β) που αφορά τα διαμήκη ελάσματα, η αριθμητική ανάλυση κατέδειξε για την ποιότητα C αναγκαίο λόγο εμβαδού ενίσχυσης A/A_0=0.4. Επειδή όμως έτσι προκύπτει μικρότερη απαίτηση για τα κελύφη ποιότητας C από τα κελύφη ποιότητας A και B, υιοθετείται και για τα κελύφη ποιότητας C λόγος A/A_0=0.6 (όσο για κελύφη ποιότητας A και B).		

Στον Πίνακα 8.4 δίνεται ο αναγκαίος λόγος εμβαδού ενίσχυσης που απαιτείται για να φτάσει το κέλυφος με άνοιγμα την αριθμητική αντοχή (με ανάλυση GMNIA) ενός κελύφους χωρίς άνοιγμα, η οποία υπολογίζεται χρησιμοποιώντας σαν πλάτος ατέλειας την κατασκευαστική ανοχή. Για την εκτίμηση αυτών των εμβαδών, χρησιμοποιήθηκαν για τα κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα, οι αριθμητικές αντοχές που προέκυψαν από μη γραμμικές αναλύσεις με ατέλεια GMNIA, όπου σαν πλάτος ατέλειας χρησιμοποιήθηκε το προτεινόμενο από τον [EN1993-1.6, 2006] πλάτος που αφορά της αναλύσεις GMNIA.

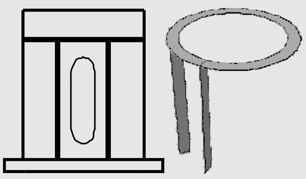
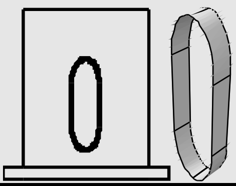
Πίνακας 8.4: Αναγκαίο εμβαδόν ενίσχυσης για επίτευξη της αριθμητικής αντοχής με GMNIA και πλάτος ατέλειας το προτεινόμενο για αναλύσεις GMNIA

Τύπος ενίσχυσης	Ποιότητα A	Ποιότητα B	Ποιότητα C
	A/A_0=0.6 (b_{str}/t_{str}= 2.979,b_{str}=175mm) A/A_0=0.6 (b_{str}/t_{str}=11.916,b_{str}=350mm)	A/A_0=0.6 (b_{str}/t_{str}= 2.979,b_{str}=175mm) A/A_0=0.6 (b_{str}/t_{str}=11.916,b_{str}=350mm)	A/A_0=0.6 (b_{str}/t_{str}= 2.979,b_{str}=175mm) A/A_0=0.6 (b_{str}/t_{str}=11.916,b_{str}=350mm)
	A/A_0=1.0 (b_{fr}/t_{fr}=1.787,b_{fr}=175mm) A/A_0=0.8 (b_{fr}/t_{fr}=8.937,b_{fr}=350mm)	A/A_0=1.0 (b_{fr}/t_{fr}=1.787,b_{fr}=175mm) A/A_0=0.8 (b_{fr}/t_{fr}=8.937,b_{fr}=350mm)	A/A_0=1.0 (b_{fr}/t_{fr}=1.787,b_{fr}=175mm) A/A_0=0.8 (b_{fr}/t_{fr}=8.937,b_{fr}=350mm)
Σημειώσεις:	(1) Οι αναλύσεις GMNIA χρησιμοποίησαν πλάτος ατέλειας ίσο με το προτεινόμενο για μη γραμμικές αναλύσεις βάσει του [EN1993-1.6, 2006]. (2) Οι λόγοι A/A_0 αφορούν εκείνο το εμβαδόν ενίσχυσης το οποίο πρέπει να χρησιμοποιηθεί ώστε το κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα να επιτύχει την αντοχή των κελυφών χωρίς άνοιγμα από αναλύσεις GMNIA με πλάτος ατέλειας ίσο με το προτεινόμενο για μη γραμμικές αναλύσεις GMNIA. (3) Στον τύπο ενίσχυσης (β) που αφορά τα διαμήκη ελάσματα, η αριθμητική ανάλυση κατέδειξε για τις ποιότητες B και C αναγκαίο λόγο εμβαδού ενίσχυσης A/A_0=0.4. Επειδή όμως έτσι προκύπτει μικρότερη απαίτηση για τα κελύφη ποιότητας B και C από τα κελύφη ποιότητα A, υιοθετείται και για τα κελύφη ποιότητας B και C λόγος A/A_0=0.6 (όσο για κελύφη ποιότητας A).		

Όπως και στον Πίνακα 8.3, έτσι και εδώ τα απαιτούμενα εμβαδά ενίσχυσης είναι ανεξάρτητα της ποιότητας των κελυφών για την περίπτωση διαμήκων ελασμάτων πλάτους 350mm και των πλαισίων πλάτους 175mm και 350mm. Για την περίπτωση των διαμήκων ελασμάτων πλάτους 175mm, η απαίτηση σε εμβαδόν ενίσχυσης για τα κελύφη ποιότητας B και C είναι μικρότερη από εκείνη των κελυφών ποιότητας A, για το λόγο που αναφέρθηκε στην αντίστοιχη περίπτωση του Πίνακα 8.3.

Στον Πίνακα 8.5 δίνεται η απαίτηση σε εμβαδόν ενίσχυσης για τις τρεις ποιότητες κελυφών ώστε η αστοχία του κελύφους να μεταφέρεται πάνω από το άνοιγμα (στο Σχήμα 8.30 (β) δίνεται μια σχετική μορφή αστοχίας). Για την εξαγωγή αυτών των αποτελεσμάτων, λήφθηκαν υπόψη τα αποτελέσματα μη γραμμικών αναλύσεων GMNIA με πλάτος ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική ανοχή βάσει του [EN1993-1.6, 2006].

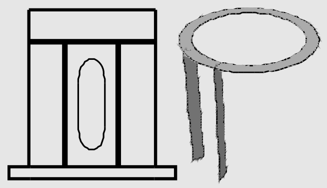
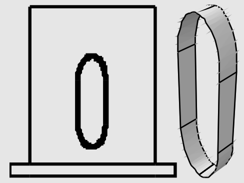
Πίνακας 8.5: Αναγκαίο εμβαδόν ενίσχυσης για μεταφορά αστοχίας πάνω από το άνοιγμα (κατασκευαστικές ανοχές σαν πλάτη ατελειών)

Τύπος ενίσχυσης	Ποιότητα A	Ποιότητα B	Ποιότητα C
	A/A_0=1.4 (b_{str}/t_{str}=1.277,b_{str}=175mm) A/A_0=1.6 (b_{str}/t_{str}=4.469,b_{str}=350mm)	A/A_0=1.4 (b_{str}/t_{str}=1.277,b_{str}=175mm) A/A_0=1.8 (b_{str}/t_{str}=3.972,b_{str}=350mm)	A/A_0=1.6 (b_{str}/t_{str}=1.117,b_{str}=175mm) A/A_0=2.0 (b_{str}/t_{str}=3.575,b_{str}=350mm)
	A/A_0=2.2 (b_{fr}/t_{fr}=0.812,b_{fr}=175mm) (*) (b_{fr}=350mm)	A/A_0=2.2 (b_{fr}/t_{fr}=0.812,b_{fr}=175mm) (*) (b_{fr}=350mm)	(**) (b_{fr}=175mm) (*) (b_{fr}=350mm)
Σημειώσεις:	(1) Οι αναλύσεις GMNIA έλαβαν υπόψη σαν πλάτη ατελειών τις κατασκευαστικές ανοχές. (*) Στο εύρος 0≤A/A_0≤2.0 δεν επιδείχθηκε μεταφορά της αστοχίας πάνω από το άνοιγμα. (**) Στο εύρος 0≤A/A_0≤2.2 δεν επιδείχθηκε μεταφορά της αστοχίας πάνω από το άνοιγμα.		

Στον Πίνακα 8.6 δίνονται ανάλογα αποτελέσματα με τη διαφορά ότι εδώ λαμβάνονται υπόψη τα αποτελέσματα μη γραμμικών αναλύσεων GMNIA με πλάτος ατέλειας ίσο με το προτεινόμενο από το [EN1993-1.6, 2006] πλάτος για αναλύσεις GMNIA.

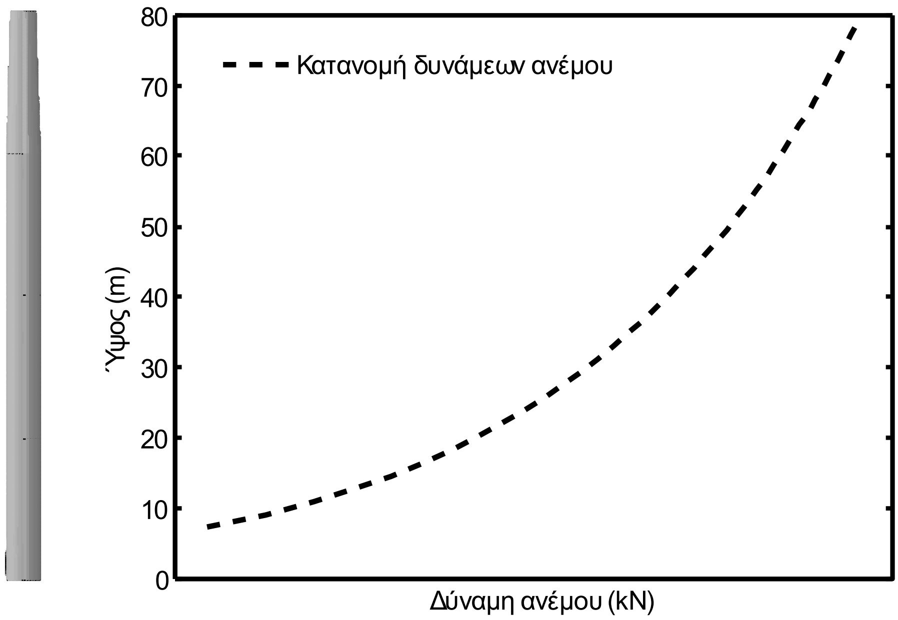
Εκτός από κάποιες εξαιρέσεις, η ενίσχυση τύπου πλαισίου δεν μπορεί να οδηγήσει την αστοχία πάνω από το άνοιγμα, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 8.30 (β). Τα δυο διαμήκη ελάσματα είναι σαφώς πιο αποδοτικά σε αυτό το θέμα. Από τις δυο περιπτώσεις διαμήκων ελασμάτων που εξετάστηκαν, το πλάτος ελασμάτων των 175mm είναι πιο αποδοτικό από το πλάτος των 350mm, μιας και επιτυγχάνει αυτήν την αστοχία με πιο μικρούς λόγους A/A_0.

Πίνακας 8.6: Αναγκαίο εμβαδόν ενίσχυσης για μεταφορά αστοχίας πάνω από το άνοιγμα (πλάτη ατελειών για GMNIA)

Τύπος ενίσχυσης	Ποιότητα A	Ποιότητα B	Ποιότητα C
	$A/A_0=1.4$ $(b_{str}/t_{str}=1.277, b_{str}=175mm)$ $A/A_0=1.8$ $(b_{str}/t_{str}=3.972, b_{str}=350mm)$	$A/A_0=1.6$ $(b_{str}/t_{str}=1.117, b_{str}=175mm)$ $A/A_0=2.0$ $(b_{str}/t_{str}=3.575, b_{str}=350mm)$	$A/A_0=1.8$ $(b_{str}/t_{str}=0.993, b_{str}=175mm)$ $A/A_0=2.0$ $(b_{str}/t_{str}=3.575, b_{str}=350mm)$
	$A/A_0=2.2$ $(b_{fr}/t_{fr}=0.812, b_{fr}=175mm)$ (*) (b_{fr}=350mm)	(**) (b_{fr}=175mm) (*) (b_{fr}=350mm)	(**) (b_{fr}=175mm) (*) (b_{fr}=350mm)
Σημειώσεις:	(1) Οι αναλύσεις GMNIA έλαβαν υπόψη σαν πλάτη ατελειών τα προτεινόμενα από τον [EN1993-1.6, 2006] πλάτη ατελειών. (*) Στο εύρος $0 \le A/A_0 \le 2.0$ δεν επιδείχθηκε μεταφορά της αστοχίας πάνω από το άνοιγμα. (**) Στο εύρος $0 \le A/A_0 \le 2.2$ δεν επιδείχθηκε μεταφορά της αστοχίας πάνω από το άνοιγμα.		

8.6 Επιρροή κλίσης διαγράμματος ροπών

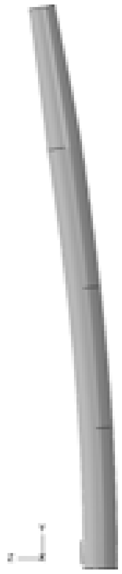
Η βασική δράση επί ενός πυλώνα ανεμογεννήτριας είναι η ανεμοπίεση. Στις προηγούμενες παραγράφους αυτού του κεφαλαίου εξετάστηκε διεξοδικά η συμπεριφορά και η αντοχή κελυφών με ενισχυμένη ή απλή οπή υπό την επίδραση καθαρής κάμψης. Αυτή η παραδοχή ως προς τη φόρτιση δικαιολογείται από το γεγονός ότι η μεταβολή της ροπής στη βάση του πυλώνα δεν είναι σημαντική. Η ανεμοπίεση προκαλεί στον πυλώνα δυο τύπους εντατικών μεγεθών: (1) κάμψη και (2) διάτμηση. Η παρουσία της τέμνουσας προκαλεί τη μεταβολή της ροπής καθ' ύψος του πυλώνα. Μετά από διερεύνηση σε τρεις πυλώνες με ύψη 60m, 80m και 100m, διαφάνηκε ότι δεν υπάρχει ουσιαστική διαφοροποίηση στην κατανομή της καμπτικής ροπής στο τμήμα της βάσης του πυλώνα που περιέχει την ανθρωποθυρίδα. Παρόλο που η κλίση του διαγράμματος στη βάση του πυλώνα είναι μικρή, εντούτοις εξετάζεται στην ενότητα αυτή η επιρροή της στη συμπεριφορά και στην αντοχή της βάσης του πυλώνα που εμπεριέχει και την ανθρωποθυρίδα. Για το λόγο αυτό επαναλαμβάνονται κάποιες βασικές αριθμητικές αναλύσεις προσθέτοντας στο προσομοίωμα πέρα από την καμπτική καταπόνηση (σημειώνεται ότι επιβαλλόταν συγκεντρωμένη στροφή και υπολογιζόταν η αναπτυσσόμενη καμπτική αντίδραση) και την τέμνουσα δύναμη. Επομένως, τα χαρακτηριστικά των προσομοιωμάτων παραμένουν τα ίδια. Η μεταβολή που παρατηρείται αφορά την επιβαλλόμενη φόρτιση. Πιο συγκεκριμένα, επιβάλλεται μια συγκεντρωμένη ροπή στο κέντρο βάρους της ανώτατης διατομής του κελύφους, καθώς επίσης και μια συγκεντρωμένη δύναμη. Με τη δέσμευση τύπου MPC, οι δυο δράσεις κατανέμονται ανάλογα στους αντίστοιχους κόμβους της κορυφής. Για την εκτίμηση της αναλογίας μεταξύ επιβαλλόμενης ροπής και τέμνουσας δύναμης, εξετάζεται πυλώνας συγκεκριμένων γεωμετρικών χαρακτηριστικών ο οποίος αντικατοπτρίζει τα βασικά χαρακτηριστικά σύγχρονων πυλώνων ανεμογεννητριών. Στο Σχήμα 8.44 δίνεται η κατανομή συγκεντρωμένων δυνάμεων εξαιτίας του ανέμου καθ' ύψος του πυλώνα, η οποία υπολογίζεται βάσει του [EN1991-1.4, 2004].



Σχήμα 8.44: Κατανομή δυνάμεων ανέμου καθ' ύψος του πυλώνα

Ο πυλώνας αποτελείται από τρία βασικά τμήματα: δυο κυλινδρικά κελύφη ακτίνας 1.98m και ένα κολουροκωνικό κέλυφος στην κορυφή του πυλώνα με μέγιστη ακτίνα 1.98m και ελάχιστη ακτίνα 1.5m. Στη βάση του πυλώνα υπάρχει άνοιγμα ύψους 2900 mm και πλάτους 850 mm με γεωμετρικά χαρακτηριστικά ανάλογα του ανοίγματος που λήφθηκε υπόψη στα πειράματα (βλ. Σχήμα 5.2 κεφαλαίου 5). Το συνολικό ύψος του πυλώνα είναι ίσο με 80m. Κάθε ένα από τα τρία αυτά τμήματα αποτελείται από κάποια κελύφη με συγκεκριμένα γεωμετρικά χαρακτηριστικά. Στην κορυφή του πυλώνα τοποθετείται συγκεντρωμένη μάζα 106.7 τόνων η οποία αντιπροσωπεύει τον μηχανολογικό εξοπλισμό της ανεμογεννήτριας. Η μάζα αυτή τοποθετείται στην οριζόντια διεύθυνση σε απόσταση 0.725m από τον άξονα του πυλώνα και στην κατακόρυφη διεύθυνση σε απόσταση 1m από την κορυφή του πυλώνα. Αυτά τα στοιχεία έχουν υιοθετηθεί από την εργασία των [Baniotopoulos et al., 2010], και τα οποία αντιπροσωπεύουν ρεαλιστικά μεγέθη ανεμογεννητριών.

Η ιδιοσυχνότητα της πρώτης μορφής ταλάντωσης του πυλώνα (Σχήμα 8.45), η οποία είναι απαραίτητη για τον υπολογισμό των δράσεων του ανέμου, υπολογίστηκε με τη βοήθεια του ABAQUS και είναι ίση με 0.548Hz.



Σχήμα 8.45: Πρώτη μορφή ταλάντωσης (0.548Hz)

Η κατανομή των δράσεων ανέμου στον πυλώνα υπολογίστηκε βάσει του [EN1991-1.4, 2004]. Θεωρήθηκε θεμελιώδης τιμή της βασικής ταχύτητας ανέμου $v_{b,0}$=28m/s, c_{dir}=1, c_{season}=1, κατηγορία εδάφους II, συντελεστής ορογραφίας ίσος με 1. Οι δράσεις του ανέμου υπολογίστηκαν βάσει της εξίσωσης (8.26):

$$F_w = c_s c_d \times c_f \times q_p\left(z_e\right) \times A_{ref} \qquad (8.26)$$

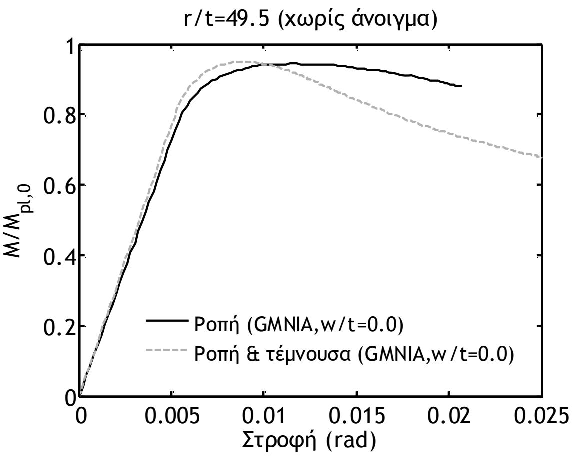
όπου ο δομικός συντελεστής $c_s c_d$ υπολογίστηκε βάσει της λεπτομερούς μεθόδου της παραγράφου 6.3.1 του [EN1991-1.4, 2004].

Από την ανάλυση αυτή έχει προκύψει σε ύψος 6.35m, δηλαδή όσο είναι το ύψος του προσομοιώματος μας, μια τέμνουσα δύναμη ίση με περίπου 503 kN ενώ η ροπή στο ίδιο ύψος ήταν ίση με 19902 kNm. Μετά από κατάλληλη αναγωγή των δράσεων αυτών, προέκυψαν τα τελικά επιβαλλόμενα φορτία στα αριθμητικά προσομοιώματα: (1) ροπή ίση με 1 kNm και (2) τέμνουσα ίση με περίπου 0.25 kN.

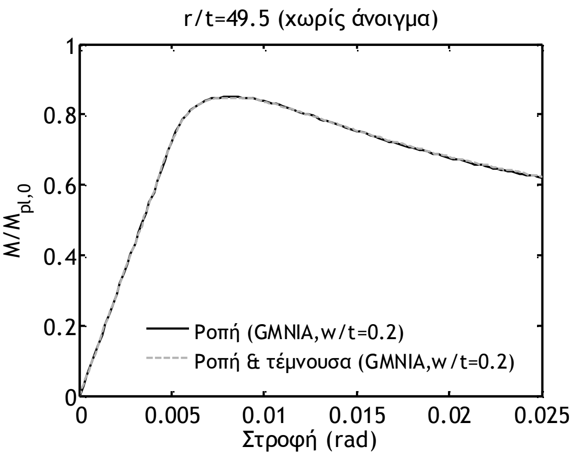
8.6.1 Κελύφη χωρίς άνοιγμα

Στην περίπτωση κελυφών χωρίς άνοιγμα η ατέλεια που λαμβάνεται υπόψη είναι το εξωτερικό κοίλωμα μορφής συγκόλλησης τύπου Α, πλάτους ίσο με την κατασκευαστική ανοχή για κελύφη ποιότητας C σύμφωνα με το [EN1993-1.6, 2006], και η οποία βρίσκεται στο μέσο του ύψους τους. Στην συνδυασμένη φόρτιση της ροπής M και της τέμνουσας V, η κατανομή της ροπής καθ' ύψος του κελύφους είναι μεταβαλλόμενη (τραπεζοειδής). Στην κορυφή είναι ίση με την επιβαλλόμενη ροπή M ενώ στη βάση του κελύφους είναι ίση με το άθροισμα: $M + V \times h$, όπου h είναι το ύψος των κελυφών. Στο Σχήμα 8.46 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας του κελύφους για διάφορα πλάτη ατελειών και για τις δυο περιπτώσεις φόρτισης: (1) καθαρή κάμψη και (2) κάμψη και τέμνουσα. Στον οριζόντιο άξονα καταγράφεται η στροφή που παρατηρείται στο σημείο επιβολής των φορτίων ενώ στον κατακόρυφο είτε η ροπή στο σημείο αυτό (στην περίπτωση καθαρής κάμψης) είτε η συνολική ροπή στη θέση εμφάνισης της αστοχίας (στην περίπτωση κάμψης και τέμνουσας). Η μορφή αστοχίας που παρατηρείται είναι μορφή κοιλώματος (ή διαφορετικά elephant foot buckling mode). Επομένως, ο προσδιορισμός της θέσης του κοιλώματος αυτού από τα αποτελέσματα των αναλύσεων δεν είναι δύσκολος. Στην περίπτωση γεωμετρικά τέλειου κελύφους, η αστοχία παρατηρείται κοντά στη βάση του κελύφους (~0.60m από τη βάση) ενώ στις περιπτώσεις των προσομοιωμάτων όπου χρησιμοποιείται γεωμετρική ατέλεια, η αστοχία παρατηρείται στη θέση της εφαρμοζόμενης ατέλειας, δηλαδή στο μέσο του ύψους του κελύφους (6.35m/2=3.175m). Επομένως, στον κατακόρυφο άξονα καταγράφεται η τιμή της ροπής: $M + Vz$, όπου z = (6.35-0.6)=~5.75m (κέλυφος χωρίς ατέλεια) και z=3.175m (κελύφη με ατέλεια).

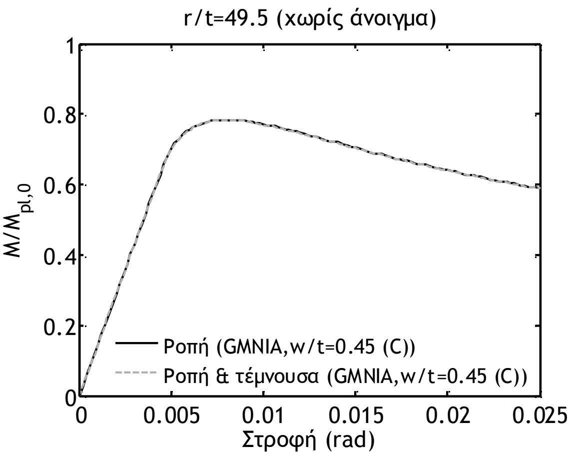
Από το σχήμα αυτό φαίνεται ότι οι δρόμοι ισορροπίας για τα δυο είδη φόρτισης είναι ταυτόσημοι εκτός από την περίπτωση του τέλειου γεωμετρικά φορέα (w/t=0.0). Αυτή η ποσοτική διαφοροποίηση μεταξύ των δυο δρόμων ισορροπίας οφείλεται στην ποιοτική διαφοροποίηση της μορφής αστοχίας του κελύφους όταν υποβάλλεται στις δυο διαφορετικές φορτίσεις (Σχήμα 8.46).



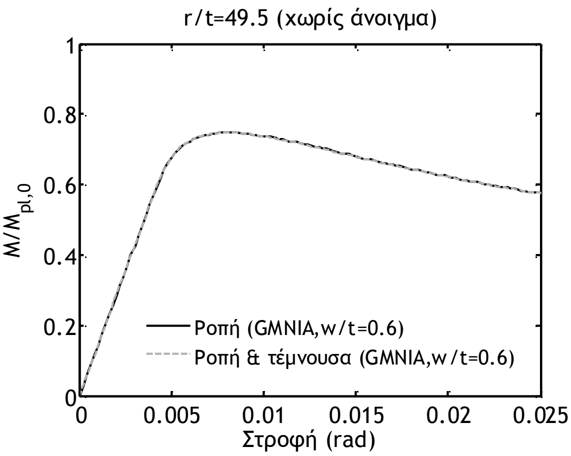
(α) w/t=0.0



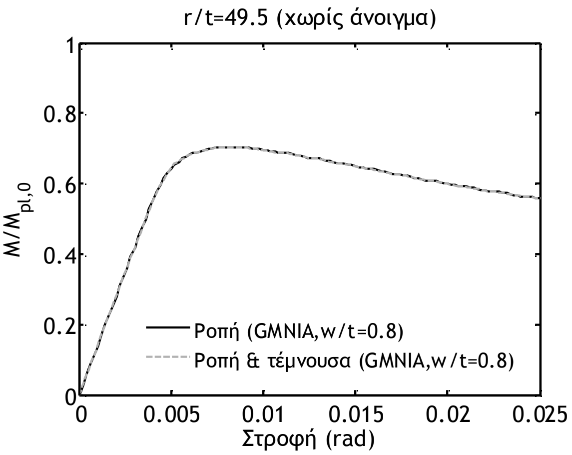
(β) w/t=0.2



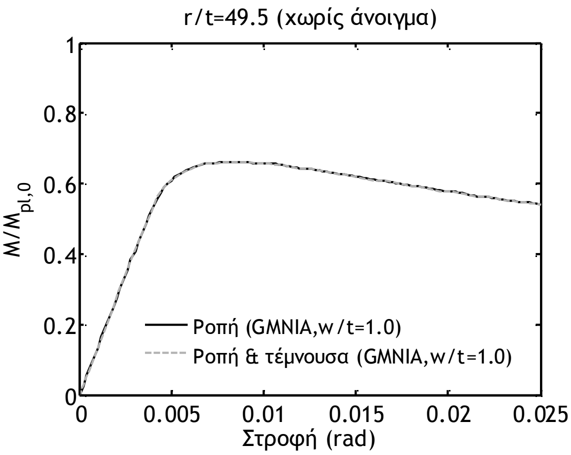
(γ) w/t=0.45 (κατασκευαστική ανοχή C)



(δ) w/t=0.6



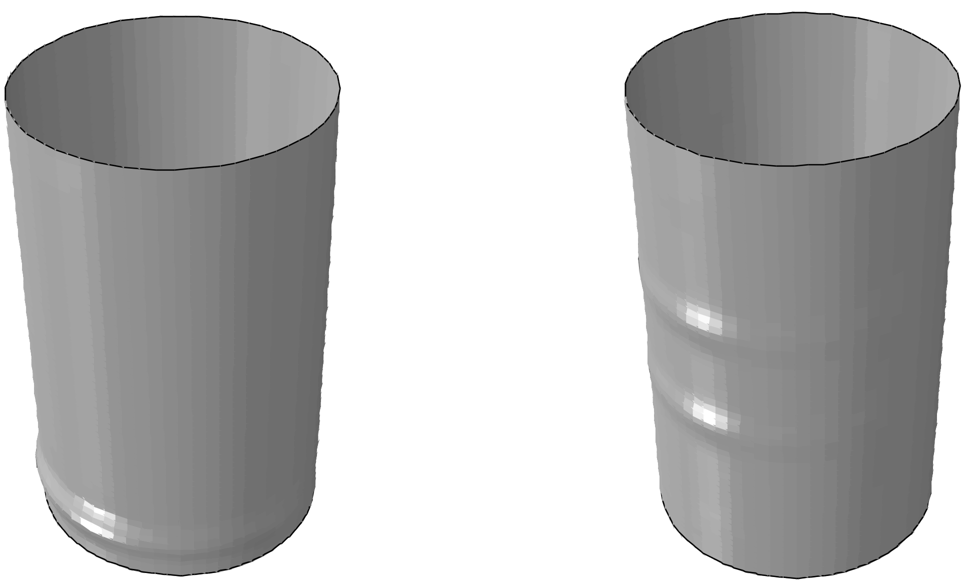
(ε) w/t=0.8



(στ) w/t=1.0

Σχήμα 8.46: Δρόμοι ισορροπίας (επιρροή τέμνουσας, GMNIA, εξωτερική συγκόλληση τύπου Α)

Στην περίπτωση της συνδυασμένης φόρτισης η ροπή μεταβάλλεται γραμμικά καθ' ύψος με τη μέγιστη ροπή να παρατηρείται στη βάση του κελύφους. Στο Σχήμα 8.47 (α) φαίνεται ότι η αστοχία παρατηρείται κοντά στη βάση του πυλώνα εκεί όπου παρατηρείται και η μέγιστη ροπή. Στην περίπτωση της καθαρής κάμψης, η κάμψη είναι σταθερή καθ' ύψος του πυλώνα. Αυτό σε συνδυασμό με το γεγονός ότι η αντοχή του κελύφους καθ' ύψος δεν μεταβάλλεται μιας και έχουμε ίδια διατομή, ίδιο πάχος και καμιά ατέλεια, η μορφή αστοχίας δεν είναι προφανές που θα εμφανιστεί. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα των πεπερασμένων στοιχείων η αστοχία συμμετρικού τύπου ως προς το μέσο του κελύφους εντοπίζεται σε δυο σημεία πλησίον του μέσου του κελύφους.

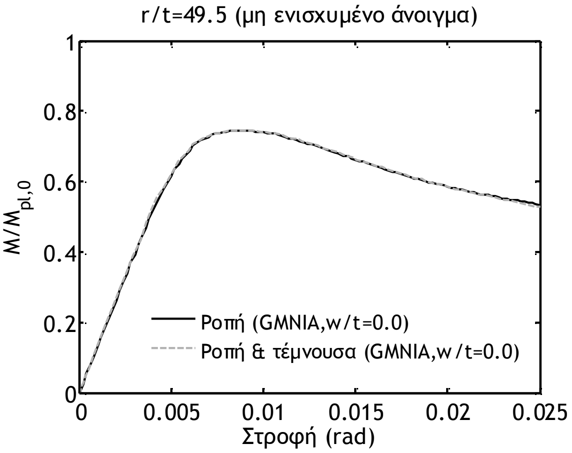


(α) κάμψη και διάτμηση (β) καθαρή κάμψη

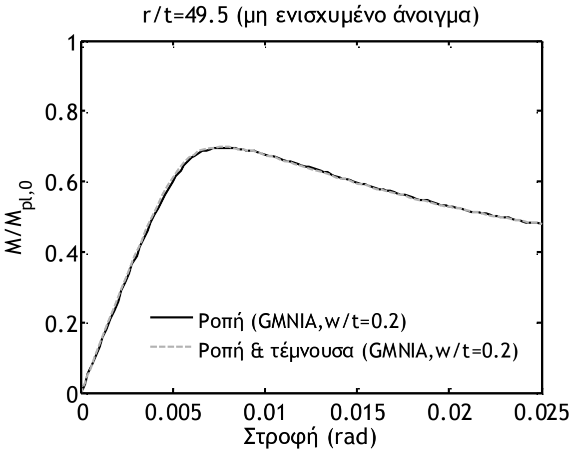
Σχήμα 8.47: Μορφές αστοχίας για τις δυο περιπτώσεις φόρτισης (κέλυφος χωρίς άνοιγμα)

8.6.2 Κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα

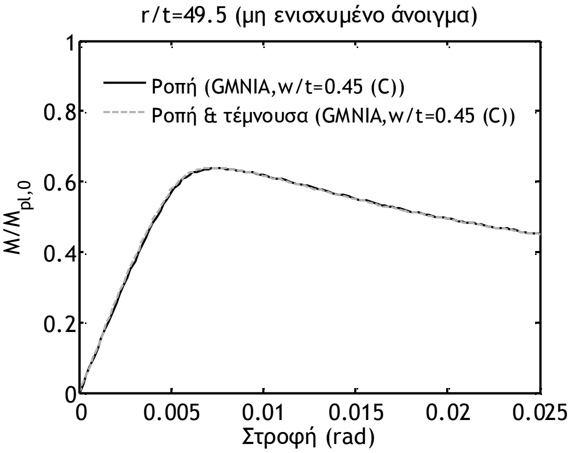
Όπως και στην περίπτωση των κελυφών χωρίς άνοιγμα, έτσι και για τα κελύφη με άνοιγμα εξετάζεται η επιρροή της τέμνουσας στην αντοχή του κελύφους. Όλα τα στοιχεία του προσομοιώματος παραμένουν τα ίδια με τα αντίστοιχα των κελυφών χωρίς άνοιγμα (π.χ. γεωμετρική ατέλεια, φόρτιση). Όσον αφορά την γεωμετρική ατέλεια αυτή τοποθετείται στο μέσο του ύψους του ανοίγματος. Στο Σχήμα 8.48 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας του κελύφους για διάφορα πλάτη ατελειών και για τις δυο περιπτώσεις φόρτισης: (1) καθαρή κάμψη και (2) κάμψη και τέμνουσα.



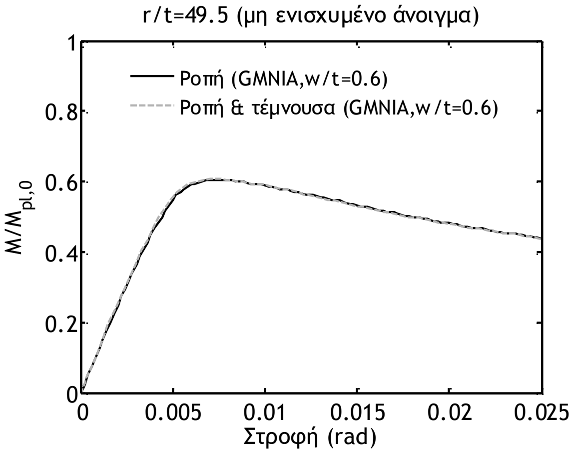
(α) w/t=0.0



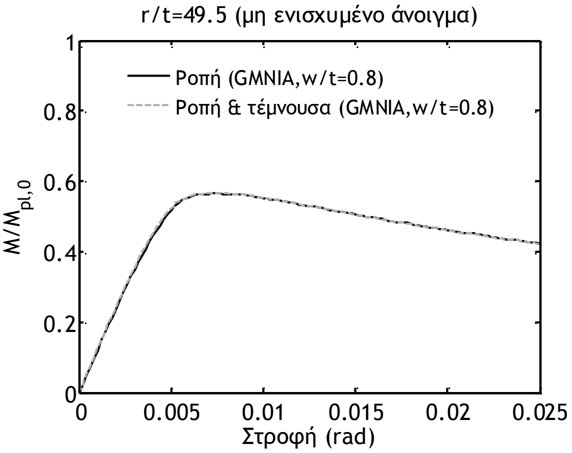
(β) w/t=0.2



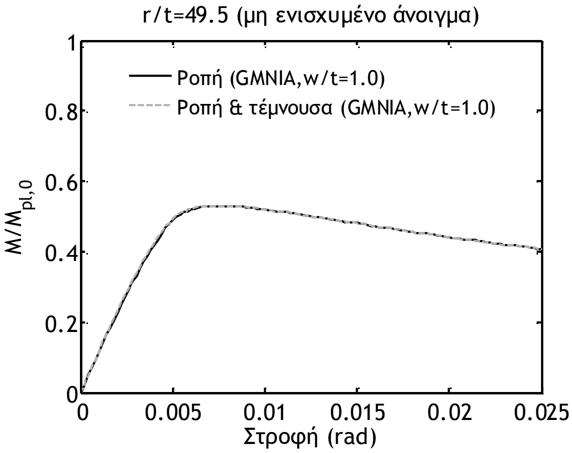
(γ) w/t=0.45 (κατασκευαστική ανοχή C)



(δ) w/t=0.6



(ε) w/t=0.8



(στ) w/t=1.0

Σχήμα 8.48: Δρόμοι ισορροπίας για κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα (επιρροή τέμνουσας, GMNIA, εξωτερική συγκόλληση τύπου Α)

Στο σχήμα αυτό δίνονται τα αποτελέσματα για διάφορα αδιαστατοποιημένα πλάτη ατέλειας (w/t). Για την περίπτωση της καθαρής κάμψης στον κατακόρυφο άξονα των γραφημάτων παριστάνεται η ροπή M, ενώ για την περίπτωση της συνδυασμένης ροπής και τέμνουσας καταγράφεται η συνολική ροπή σε εκείνη τη θέση στην οποία εκδηλώνεται η αστοχία του κελύφους (μορφής κοιλώματος, elephant-foot buckling mode). Για την περίπτωση των κελυφών με αρχική γεωμετρική ατέλεια, η αστοχία εντοπίζεται στη θέση της αρχικής ατέλειας. Επομένως, ο μοχλοβραχίονας της επιβαλλόμενης τέμνουσας δύναμης μέχρι τη θέση της αστοχίας είναι ίσος με 4.35m (6.35m-2m). Για την περίπτωση του κελύφους με τέλεια γεωμετρία η αστοχία παρατηρείται σε απόσταση 2.4019m από τη βάση του κελύφους, επομένως ο μοχλοβραχίονας είναι ίσος με 3.9481m (6.35m-2.4019m).

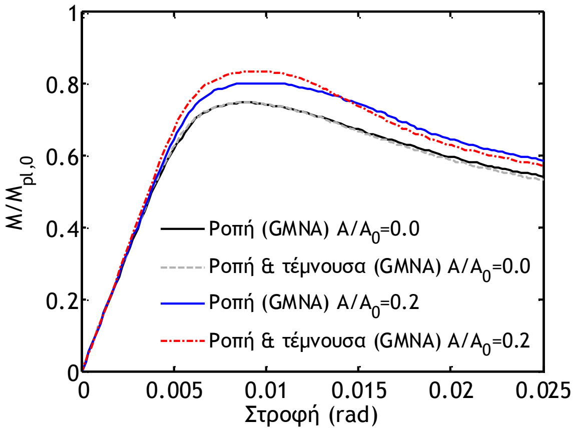
Από το Σχήμα 8.48 φαίνεται ότι οι δρόμοι ισορροπίας για τα δυο είδη φόρτισης είναι ταυτόσημοι. Αυτό υποδηλώνει ότι η επιρροή της τέμνουσας είναι να μεταβάλλει την κατανομή της καμπτικής καταπόνησης καθ' ύψος του πυλώνα. Από πλευράς σχεδιασμού του πυλώνα η παρουσία της τέμνουσας αναγκάζει τον μελετητή στο να επιλέγει την πραγματική καμπτική ροπή (ή ροπή σχεδιασμού M_{Ed}) που αναπτύσσεται στον πυλώνα. Η ανάλυση των προσομοιωμάτων με καθαρή κάμψη στις προηγούμενες παραγράφους έδωσε την αντοχή του πυλώνα έναντι κάμψης M_{Rd}. Επομένως, ο σχεδιασμός του πυλώνα καλύπτεται από την ακόλουθη ανισότητα:

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} \tag{8.27}$$

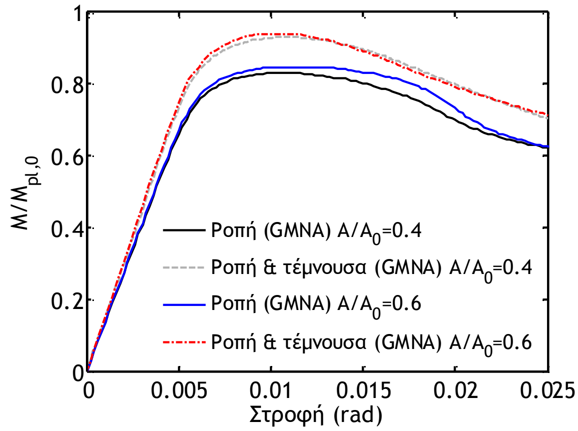
Η ροπή σχεδιασμού M_{Ed} πρέπει να επιλέγεται αφού ληφθεί υπόψη και η επαύξηση της λόγω της παρουσίας της τέμνουσας. Από τα διαγράμματα του Σχήματος 8.48 φαίνεται ότι η ροπή σχεδιασμού θα έπρεπε να ήταν η ροπή που αναπτύσσεται στη θέση αστοχίας. Επειδή η θέση αστοχίας εξαρτάται και από τη θέση της αρχική ατέλειας, η πλέον συντηρητική άποψη θα ήταν να θεωρηθεί ως ροπή σχεδιασμού η ροπή που παρατηρείται στη βάση του πυλώνα. Μια λιγότερο συντηρητική άποψη θα ήταν να θεωρηθεί σαν ροπή σχεδιασμού η ροπή που παρατηρείται στο κάτω άκρο του ανοίγματος.

8.6.3 Κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα

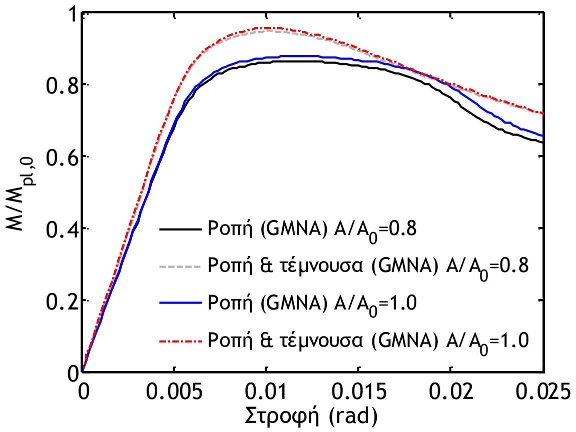
Όπως και στην περίπτωση των κελυφών με μη ενισχυμένο άνοιγμα, έτσι και για τα κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα εξετάζεται η επιρροή της τέμνουσας στην αντοχή του κελύφους. Όλα τα στοιχεία του προσομοιώματος παραμένουν τα ίδια με τα αντίστοιχα των κελυφών χωρίς ή με απλό άνοιγμα (π.χ. γεωμετρική ατέλεια, φόρτιση). Όσον αφορά την γεωμετρική ατέλεια αυτή τοποθετείται στο μέσο του ύψους του ανοίγματος. Από το Σχήμα 8.49 μέχρι το Σχήμα 8.56 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας του κελύφους τόσο για την τέλεια γεωμετρία (GMNA αναλύσεις), όσο και για κελύφη με αρχική ατέλεια (GMNIA αναλύσεις) για τις δυο περιπτώσεις φόρτισης: (1) καθαρή κάμψη και (2) κάμψη και τέμνουσα. Εξετάζεται μόνο ένα μόνο πλάτος ατέλειας το οποίο αντιστοιχεί σε ποιότητα κελύφους C σύμφωνα με τον EN1993-1.6 (w/t=0.45).



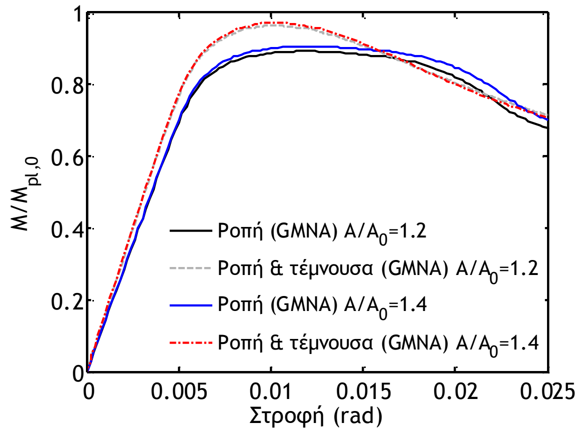
(α) r/t=49.5 (πλαίσιο 175mm, A/A_0=0.0, 0.2)



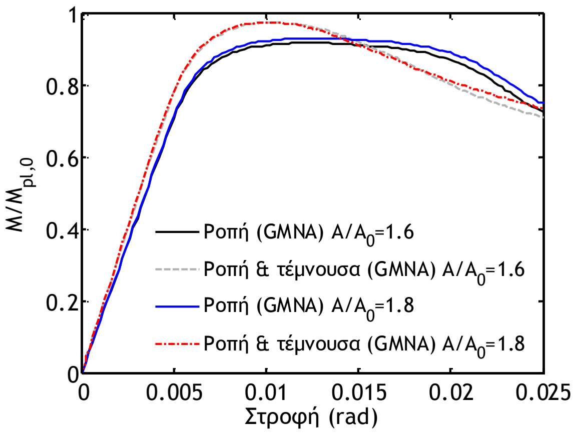
(β) r/t=49.5 (πλαίσιο 175mm, A/A_0=0.4, 0.6)



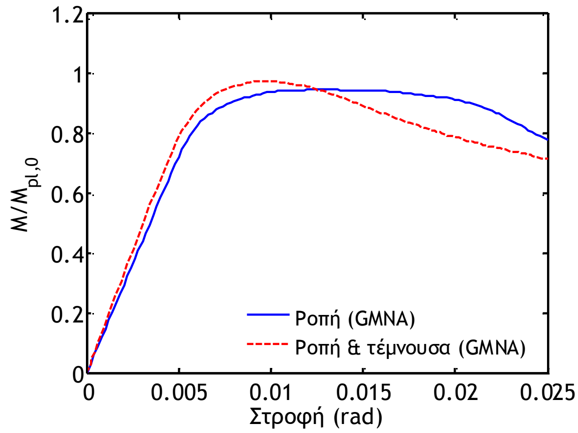
(γ) r/t=49.5 (πλαίσιο 175mm, A/A_0=0.8, 1.0)



(δ) r/t=49.5 (πλαίσιο 175mm, A/A_0=1.2, 1.4)

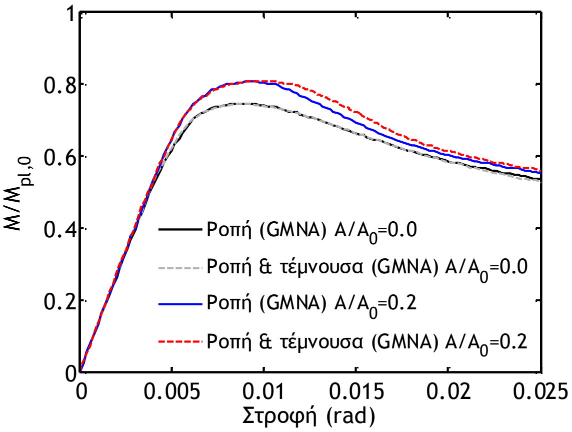


(ε) r/t=49.5 (πλαίσιο 175mm, A/A_0=1.6, 1.8)

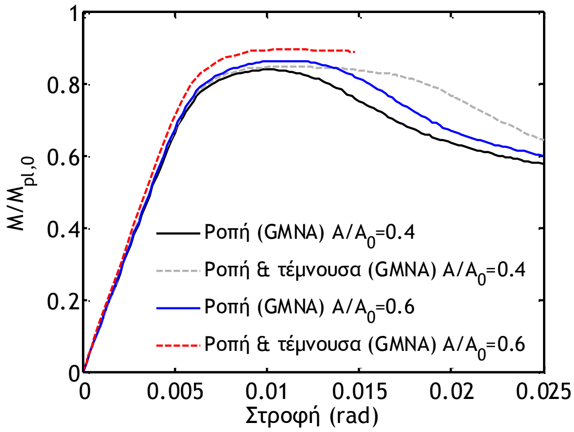


(στ) r/t=49.5 (πλαίσιο 175mm, A/A_0=2.0)

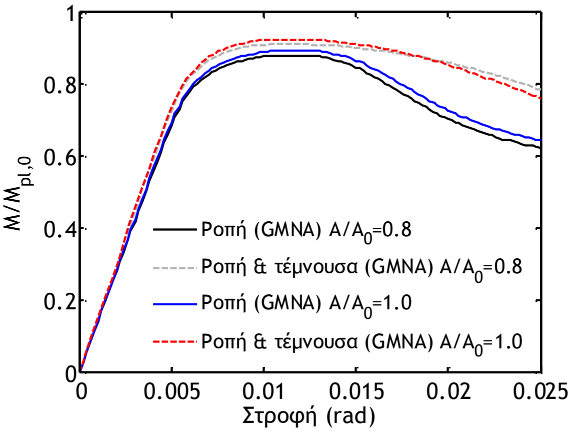
Σχήμα 8.49: Δρόμοι ισορροπίας για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα (επιρροή τέμνουσας, GMNA, πλαίσιο 175mm)



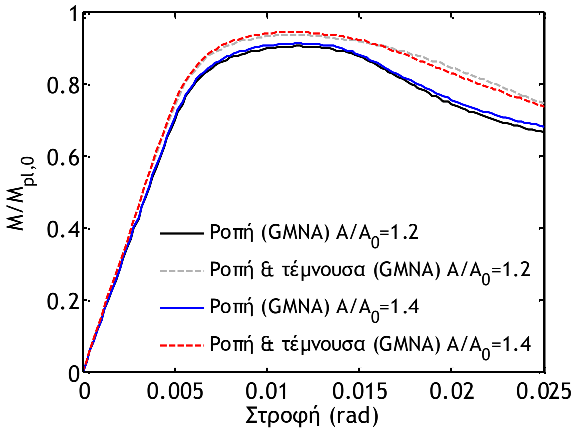
(α) r/t=49.5 (πλαίσιο 350mm, A/A$_0$=0.0, 0.2)



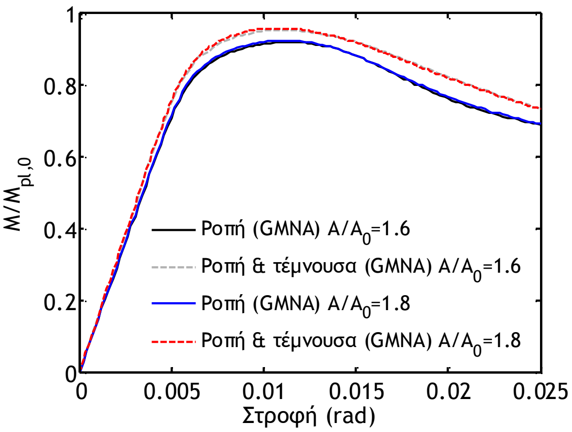
(β) r/t=49.5 (πλαίσιο 350mm, A/A$_0$=0.4, 0.6)



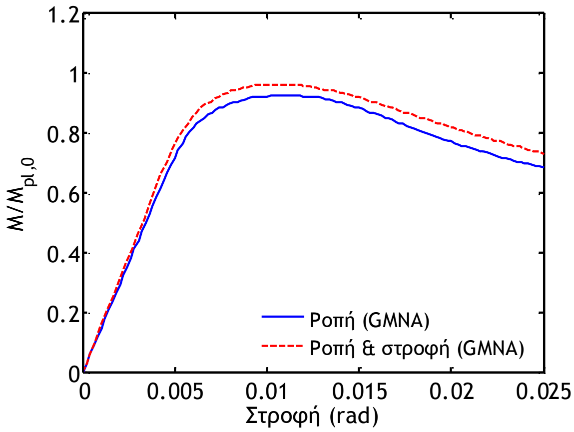
(γ) r/t=49.5 (πλαίσιο 350mm, A/A$_0$=0.8, 1.0)



(δ) r/t=49.5 (πλαίσιο 350mm, A/A$_0$=1.2, 1.4)

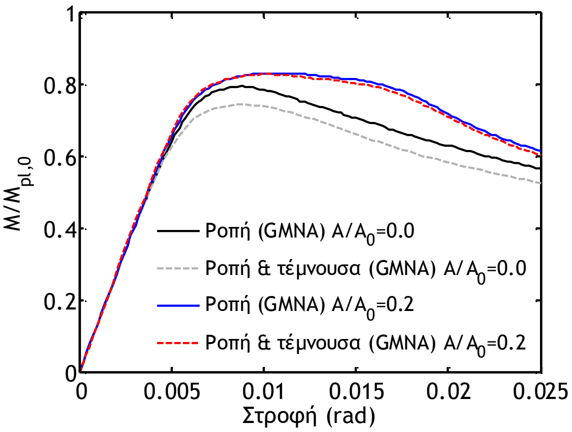


(ε) r/t=49.5 (πλαίσιο 350mm, A/A$_0$=1.6, 1.8)

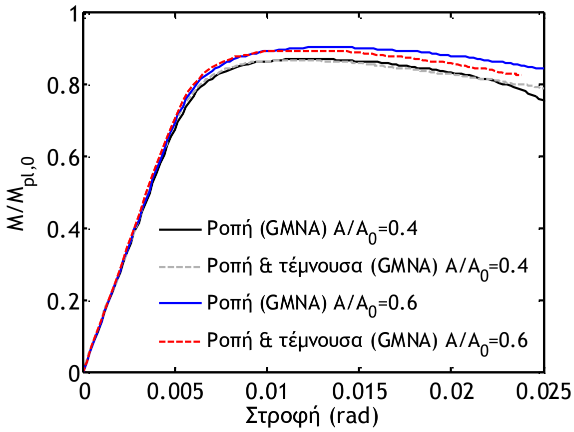


(στ) r/t=49.5 (πλαίσιο 350mm, A/A$_0$=2.0)

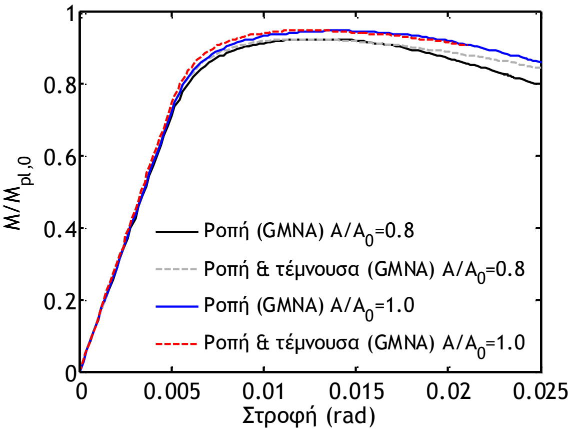
Σχήμα 8.50: Δρόμοι ισορροπίας για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα (επιρροή τέμνουσας, GMNA, πλαίσιο 350mm)



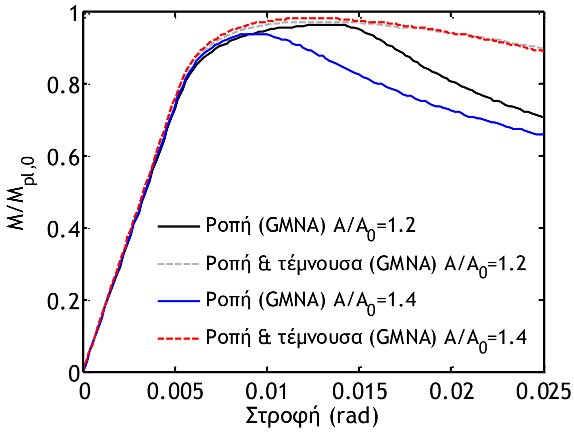
(α) διαμήκη ελάσματα 175mm, A/A_0=0.0, 0.2



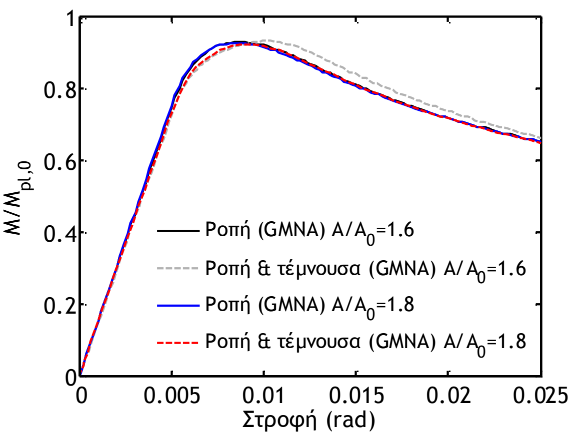
(β) διαμήκη ελάσματα 175mm, A/A_0=0.4, 0.6



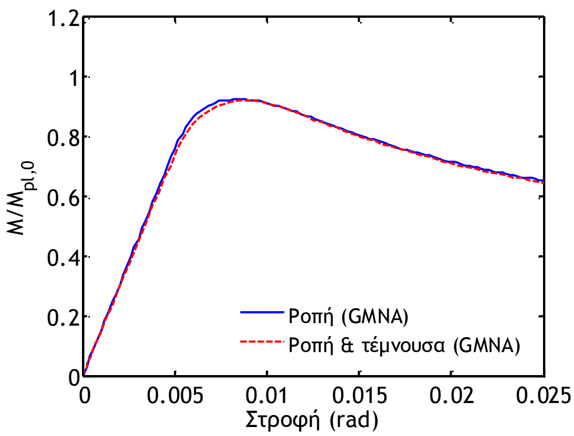
(γ) διαμήκη ελάσματα 175mm, A/A_0=0.8, 1.0



(δ) διαμήκη ελάσματα 175mm, A/A_0=1.2, 1.4

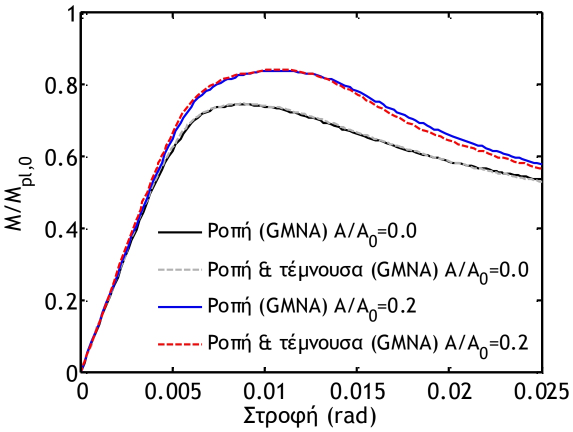


(ε) διαμήκη ελάσματα 175mm, A/A_0=1.6, 1.8

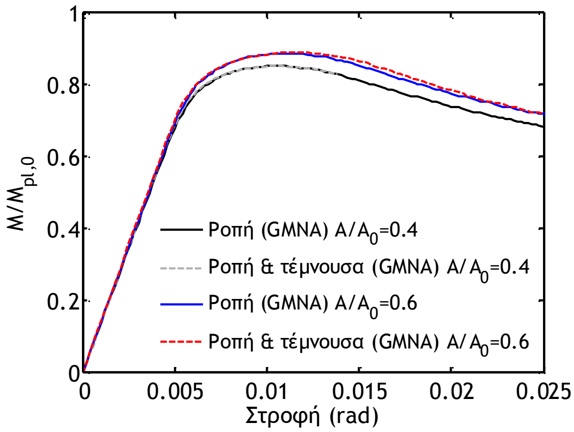


(στ) διαμήκη ελάσματα 174mm, A/A_0=2.0

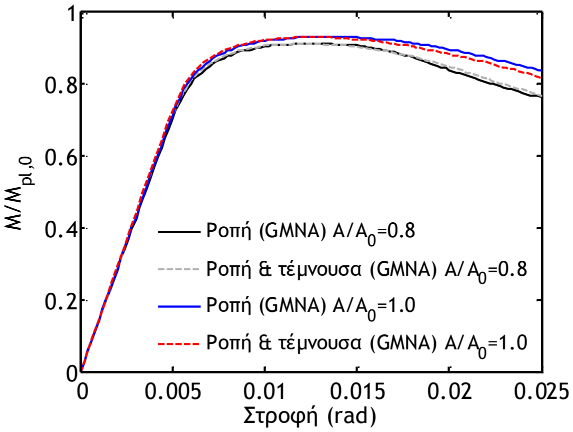
Σχήμα 8.51: Δρόμοι ισορροπίας για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα (επιρροή τέμνουσας, GMNA, διαμήκη ελάσματα 175mm)



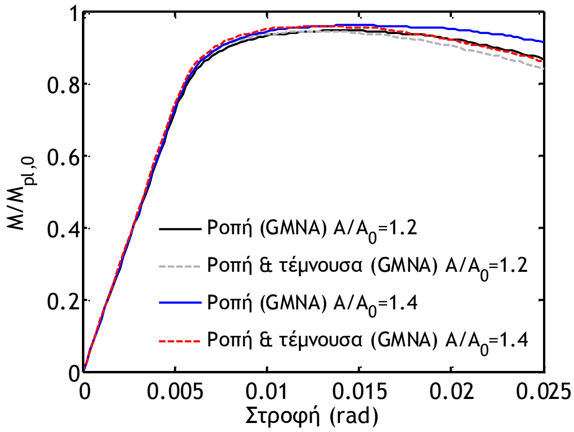
(α) διαμήκη ελάσματα 350mm, A/A_0=0.0, 0.2



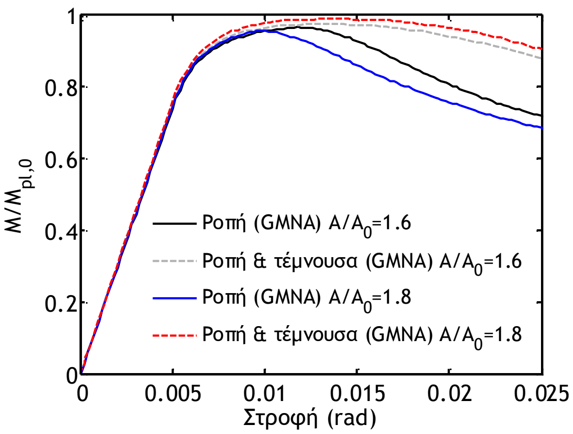
(β) διαμήκη ελάσματα 350mm, A/A_0=0.4, 0.6



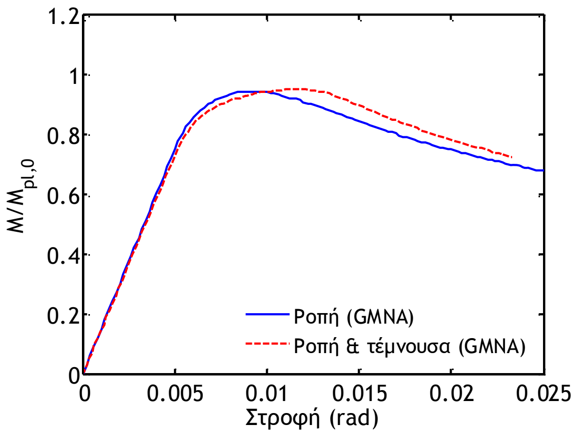
(γ) διαμήκη ελάσματα 350mm, A/A_0=0.8, 1.0



(δ) διαμήκη ελάσματα 350mm, A/A_0=1.2, 1.4

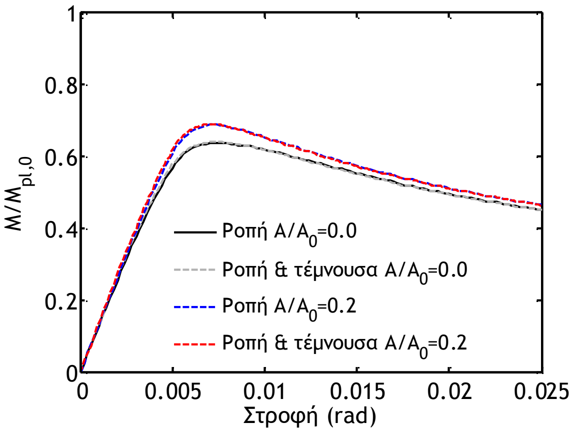


(ε) διαμήκη ελάσματα 350mm, A/A_0=1.6, 1.8

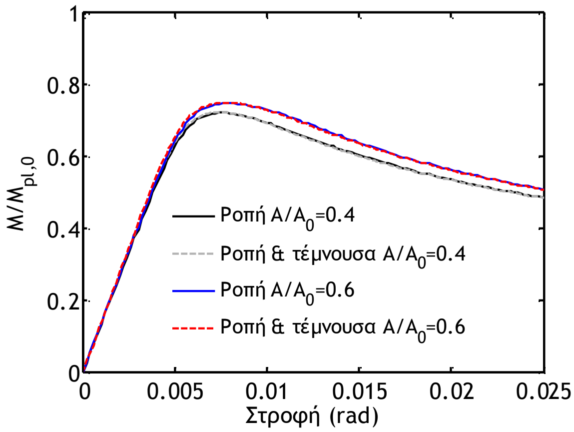


(στ) διαμήκη ελάσματα 350mm, A/A_0=2.0

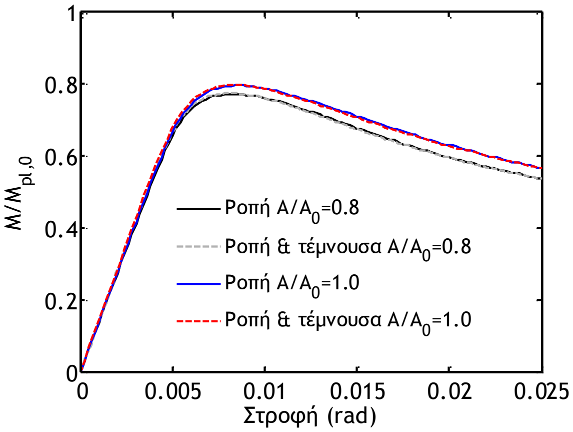
Σχήμα 8.52: Δρόμοι ισορροπίας για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα (επιρροή τέμνουσας, GMNA, διαμήκη ελάσματα 350mm)



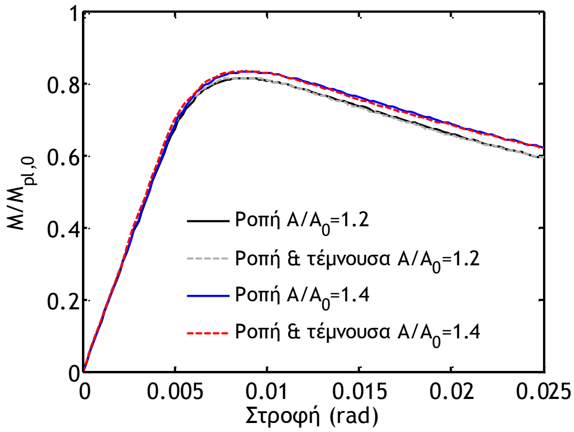
(α) r/t=49.5 (πλαίσιο 175mm, A/A_0=0.0, 0.2)



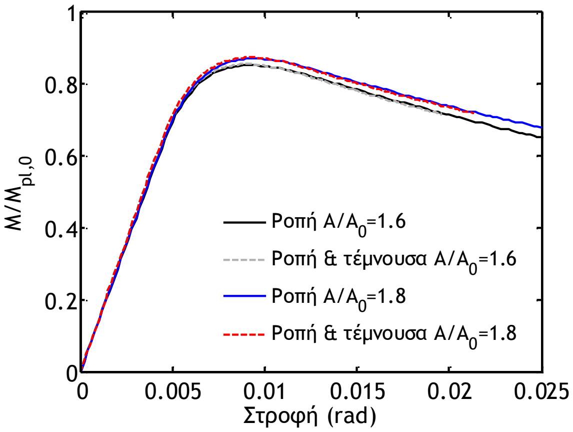
(β) r/t=49.5 (πλαίσιο 175mm, A/A_0=0.4, 0.6)



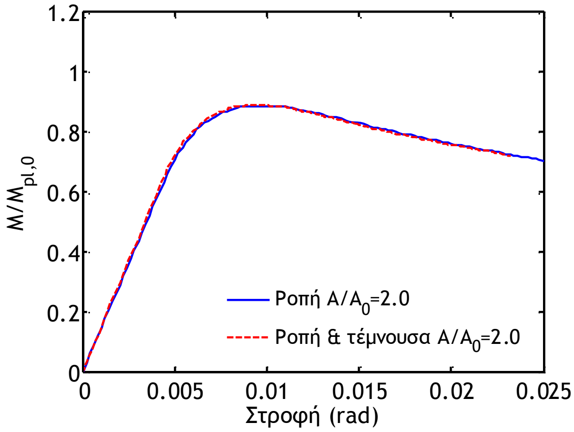
(γ) r/t=49.5 (πλαίσιο 175mm, A/A_0=0.8, 1.0)



(δ) r/t=49.5 (πλαίσιο 175mm, A/A_0=1.2, 1.4)

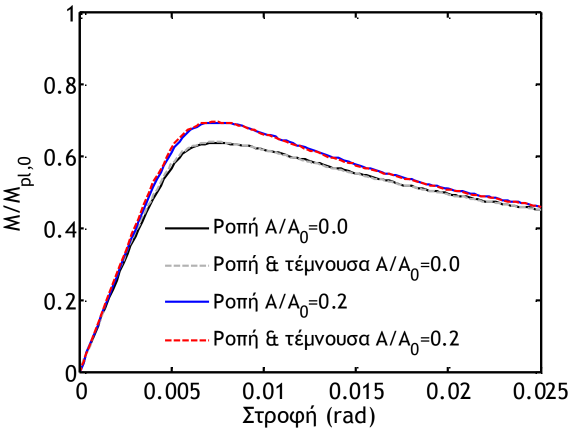


(ε) r/t=49.5 (πλαίσιο 175mm, A/A_0=1.6, 1.8)

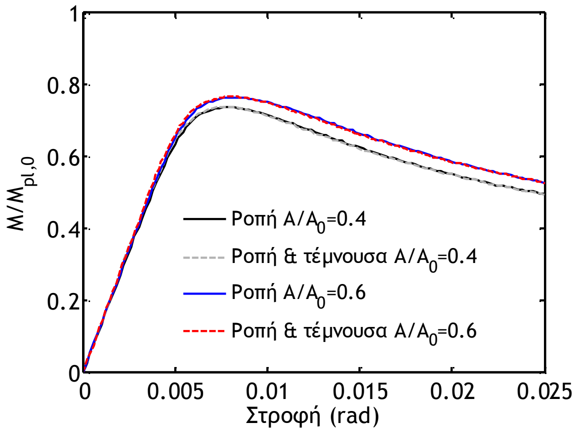


(στ) r/t=49.5 (πλαίσιο 175mm, A/A_0=2.0)

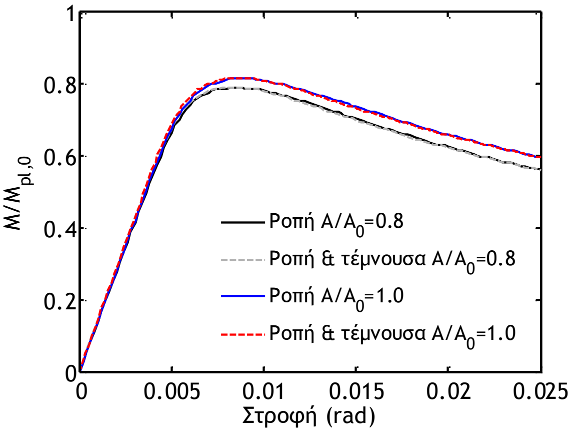
Σχήμα 8.53: Δρόμοι ισορροπίας για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα (επιρροή τέμνουσας, GMNIA, εξωτερική συγκόλληση τύπου A, ποιότητα C, πλαίσιο 175mm)



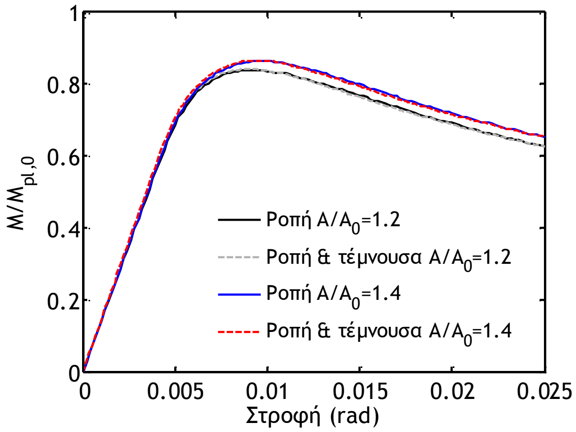
(α) r/t=49.5 (πλαίσιο 350mm, A/A_0=0.0, 0.2)



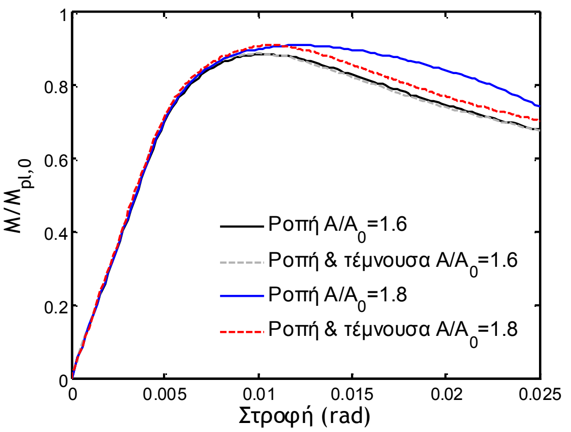
(β) r/t=49.5 (πλαίσιο 350mm, A/A_0=0.4, 0.6)



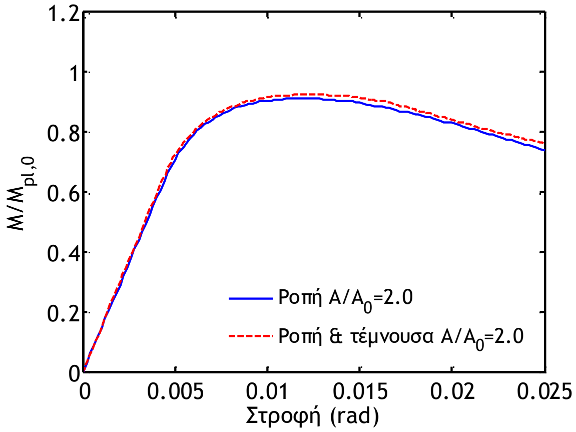
(γ) r/t=49.5 (πλαίσιο 350mm, A/A_0=0.8, 1.0)



(δ) r/t=49.5 (πλαίσιο 350mm, A/A_0=1.2, 1.4)

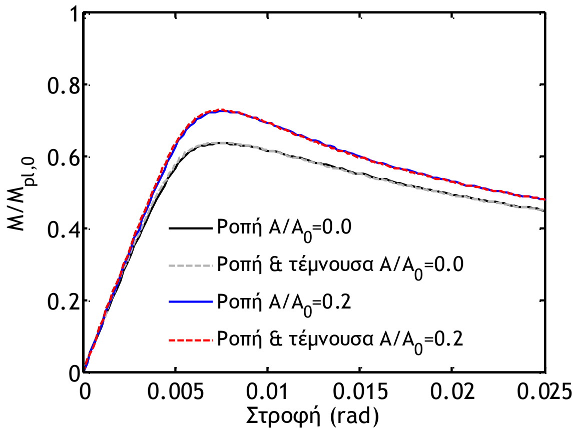


(ε) r/t=49.5 (πλαίσιο 350mm, A/A_0=1.6, 1.8)

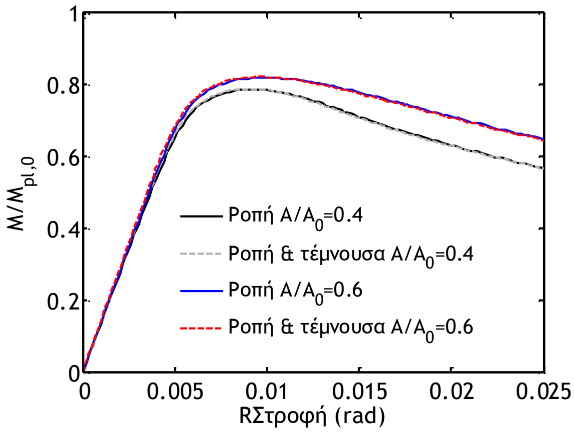


(στ) r/t=49.5 (πλαίσιο 350mm, A/A_0=2.0)

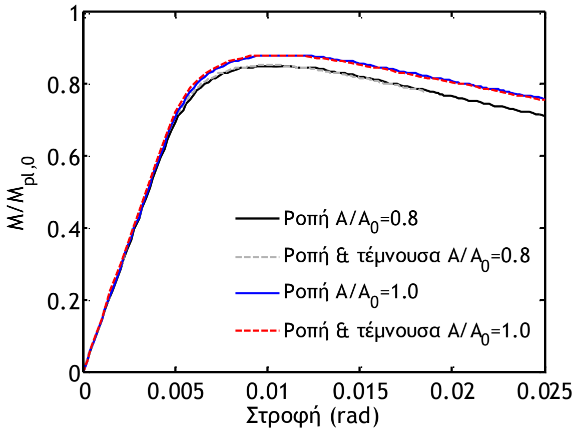
Σχήμα 8.54: Δρόμοι ισορροπίας για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα (επιρροή τέμνουσας, GMNIA, εξωτερική συγκόλληση τύπου A, ποιότητα C, πλαίσιο 350mm)



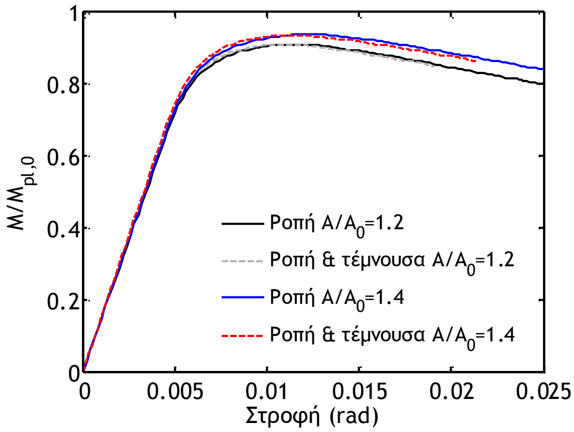
(α) διαμήκη ελάσματα 175mm, A/A_0=0.0, 0.2



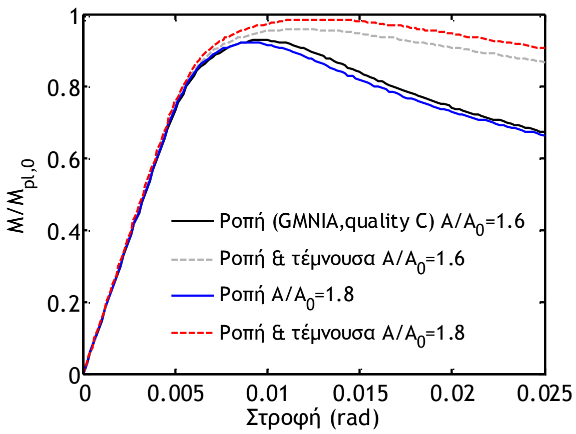
(β) διαμήκη ελάσματα 175mm, A/A_0=0.4, 0.6



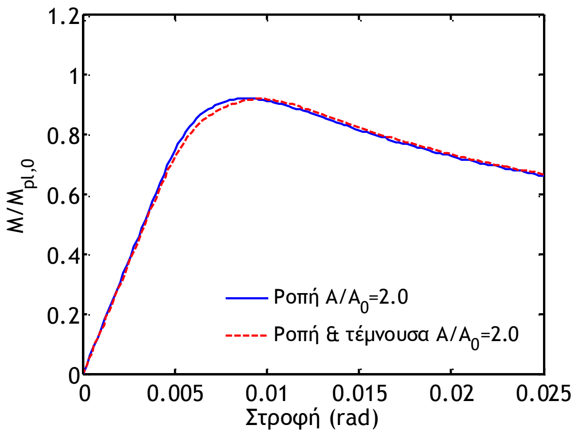
(γ) διαμήκη ελάσματα 175mm, A/A_0=0.8, 1.0



(δ) διαμήκη ελάσματα 175mm, A/A_0=1.2, 1.4

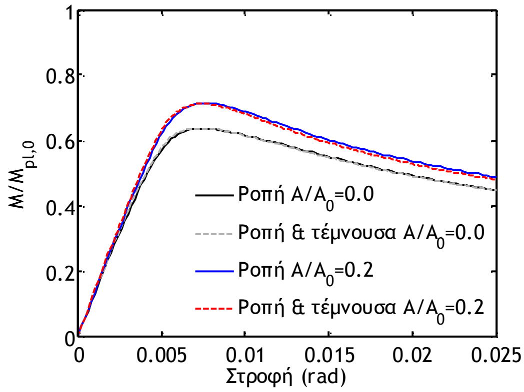


(ε) διαμήκη ελάσματα 175mm, A/A_0=1.6, 1.8

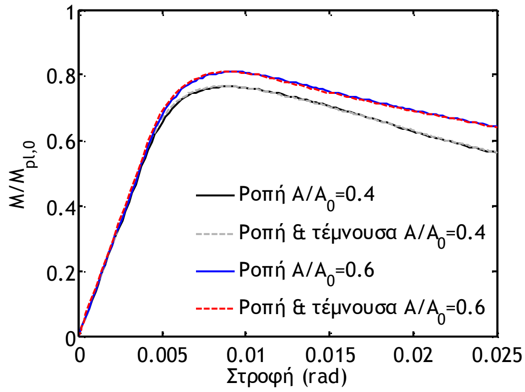


(στ) διαμήκη ελάσματα 175mm, A/A_0=2.0

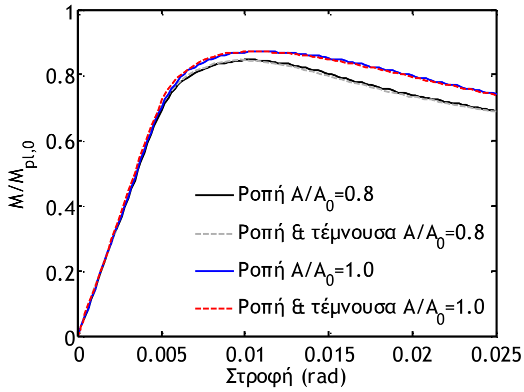
Σχήμα 8.55: Δρόμοι ισορροπίας για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα (επιρροή τέμνουσας, GMNIA, εξωτερική συγκόλληση τύπου Α, ποιότητα C, διαμήκεις ελάσματα 175mm)



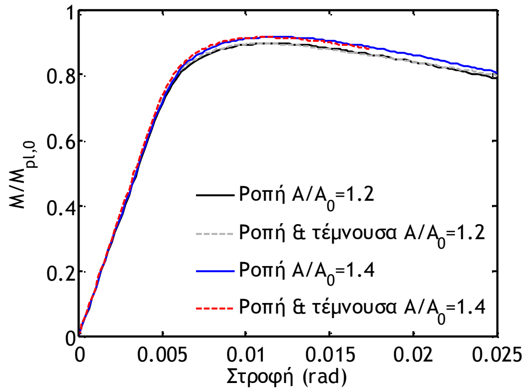
(α) διαμήκη ελάσματα 350mm, A/A_0=0.0, 0.2



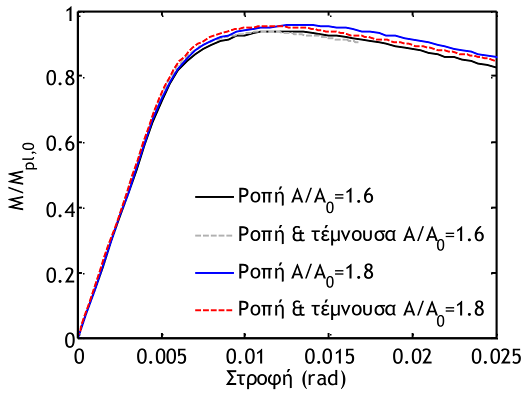
(β) διαμήκη ελάσματα 350mm, A/A_0=0.4, 0.6



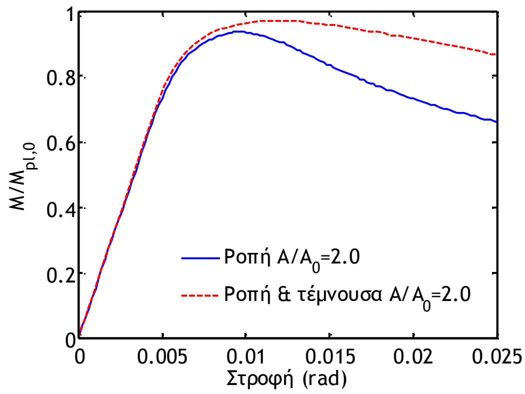
(γ) διαμήκη ελάσματα 350mm, A/A_0=0.8, 1.0



(δ) διαμήκη ελάσματα 350mm, A/A_0=1.2, 1.4



(ε) διαμήκη ελάσματα 350mm, A/A_0=1.6, 1.8

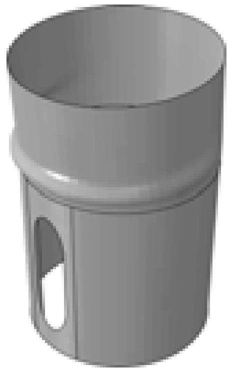


(στ) διαμήκη ελάσματα 350mm, A/A_0=2.0

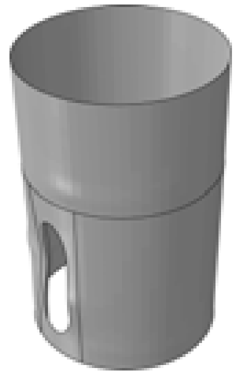
Σχήμα 8.56: Δρόμοι ισορροπίας για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα (επιρροή τέμνουσας, GMNIA, εξωτερική συγκόλληση τύπου Α, ποιότητα C, διαμήκεις ελάσματα 350mm)

Από τα σχήματα αυτά παρατηρείται ότι στην περίπτωση των ατελών κελυφών για όλες σχεδόν τις περιπτώσεις εμβαδού ενίσχυσης (A/A_0) τα αποτελέσματα των αναλύσεων με τις δυο διαφορετικές μορφές φόρτισης πρακτικά συμπίπτουν. Αυτό δείχνει ότι τόσο ποιοτικά όσο και ποσοτικά, εφόσον ληφθεί μια επαυξημένη ροπή για την περίπτωση της συνδυασμένης φόρτισης, οι δυο φορτίσεις ταυτίζονται.

Για την περίπτωση των τέλειων γεωμετρικά κελυφών κάτι τέτοιο παύει να ισχύει. Εδώ, τα αποτελέσματα μεταξύ των δυο διαφορετικών φορτίσεων διαφοροποιούνται. Η αιτία αυτής της ποσοτικής διαφοροποίησης ίσως εξηγείται επαρκώς από το Σχήμα 8.57, στο οποίο δίνονται οι μορφές αστοχίας κελυφών με τέλεια γεωμετρία και με ενίσχυση δυο διαμήκη ελάσματα πλάτους 175mm (A/A_0=1.4) καθώς και το αντίστοιχο δακτύλιο. Η μορφή αστοχίας του Σχήματος 8.57(α) αφορά την περίπτωση καθαρής κάμψης ενώ η αντίστοιχη μορφή αστοχίας του Σχήματος 8.57(β) αφορά την περίπτωση της συνδυασμένης φόρτισης.



(α) δυο διαμήκη ελάσματα πλάτους 175mm (A/A_0=1.4), απλή κάμψη



(β) δυο διαμήκη ελάσματα πλάτους 175mm (A/A_0=1.4), κάμψη και διάτμηση

(γ) πλαίσιο πλάτους 350 mm (A/A_0=1.8), απλή κάμψη

(δ) πλαίσιο πλάτους 350 mm (A/A_0=1.8), κάμψη και διάτμηση

Σχήμα 8.57: Μορφές αστοχίας για τις δυο περιπτώσεις φόρτισης

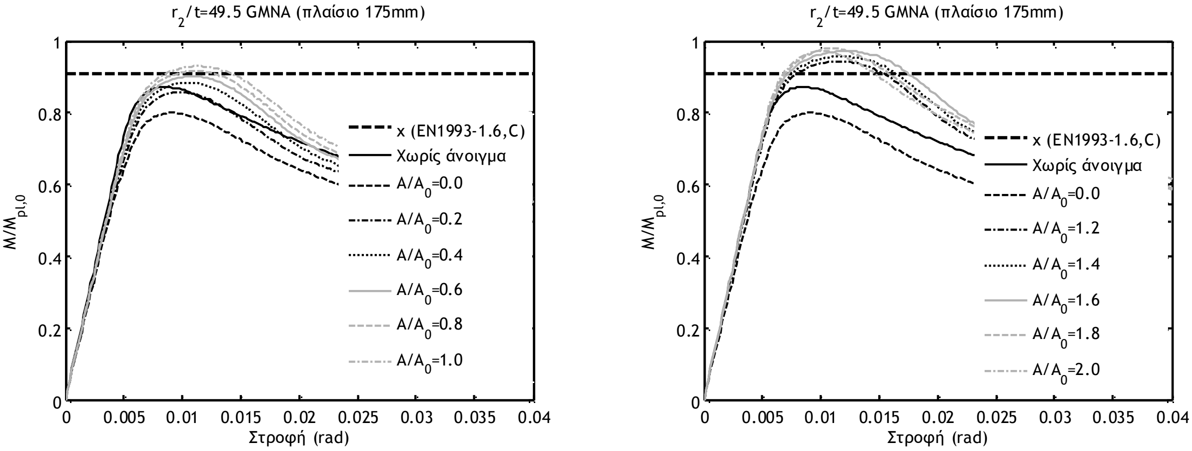
Η σημαντική ποιοτική διαφοροποίηση μεταξύ των δυο μορφών αστοχίας είναι η ουσιαστική αιτία για την σημαντική ποσοτική διαφοροποίηση μεταξύ των αντίστοιχων δρόμων ισορροπίας του Σχήματος 8.51 (A/A_0=1.4).

Στα Σχήματα 8.57 (γ) και (δ) φαίνονται οι μορφές αστοχίας για τις περιπτώσεις ατελών κελυφών ενισχυμένων με απλό πλαίσιο πλάτους 350mm και A/A_0=1.8. Το Σχήμα 8.57 (γ) αφορά την απλή κάμψη ενώ το Σχήμα 8.57 (δ) αφορά την συνδυασμένη φόρτιση. Η ποιοτική διαφοροποίηση μεταξύ των δυο μορφών αστοχίας δικαιολογεί την απόκλιση μεταξύ των αντίστοιχων δρόμων ισορροπίας που δίνονται στο Σχήμα 8.54 (A/A_0=1).

8.7 Επιρροή κωνικότητας κελύφους

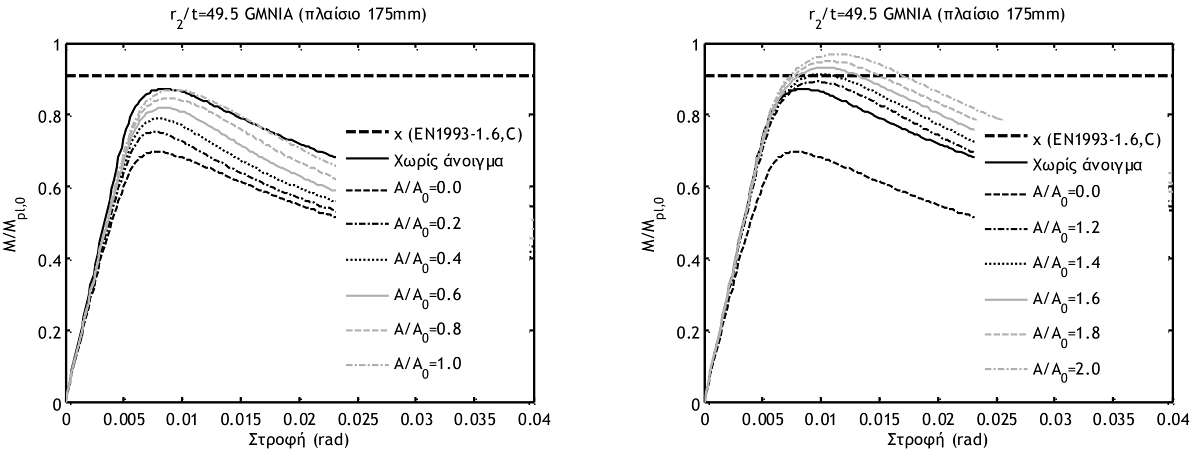
Στις προηγούμενες παραγράφους αυτού του κεφαλαίου, παρουσιάστηκαν αποτελέσματα για κυλινδρικά κελύφη χωρίς άνοιγμα, με μη ενισχυμένο και με ενισχυμένο άνοιγμα. Παρόλα αυτά, στην πράξη συνηθίζεται να χρησιμοποιούνται και κωνικά κελύφη. Στην παράγραφο αυτή δίνονται κάποια αποτελέσματα από μια παραμετρική ανάλυση με προσομοίωμα ενός κόλουρου κωνικού κελύφους. Η ακτίνα στη βάση και στην κορυφή του κελύφους είναι ίση με r_2=1.98 m και r_1=1.853 m αντίστοιχα. Το ύψος του κελύφους είναι ίσο με 6.35 m όσο ήταν και στα κυλινδρικά κελύφη που εξετάστηκαν προηγουμένως. Το πάχος ήταν ίσο με 40 mm. Το άνοιγμα που λήφθηκε υπόψη έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με εκείνο των κυλινδρικών κελυφών. Εξετάστηκαν τέσσερις διαφορετικές ενισχύσεις. Τα δυο πλαίσια πλάτους 175 και 350 mm όπως επίσης και τα δυο διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 και 350 mm μαζί με δακτύλιο. Αυτές οι ενισχύσεις εξετάστηκαν και για την περίπτωση των κυλινδρικών κελυφών. Πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις τόσο στον τέλειο φορέα (GMNA) όσο και στον ατελή φορέα (εξωτερική συγκόλληση τύπου Α με πλάτος ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική ανοχή για κελύφη ποιότητας C).

Στο Σχήμα 8.58 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας για την περίπτωση κωνικών κελυφών με πλαίσιο πλάτους 175 mm χωρίς γεωμετρική ατέλεια για διάφορες τιμές του εμβαδού ενίσχυσης A (η $M_{pl,0}$ υπολογίζεται για ισοδύναμο κυλινδρικό κέλυφος ακτίνας $r_1/\cos\beta$ (βλ. ενότητα D.4 του [EC1993-1.6, 2006])). Τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τα γεωμετρικά ατελή κελύφη δίνονται στο Σχήμα 8.59. Στα σχήματα αυτά καθώς και στα επόμενα που ακολουθούν προστίθεται και η αντοχή του κελύφους που υπολογίζεται από την παράγραφο 8.6 του [EN1993-1.6, 2006] (βλ. Κεφάλαιο 4 της παρούσας διατριβής και ενότητα 8.4 του παρόντος κεφαλαίου). Για τον τέλειο φορέα φαίνεται ότι είναι επαρκής μια ενίσχυση εμβαδού A/A_0=0.4, ενώ για τον ατελή φορέα είναι επαρκής για A/A_0=1.0.



(α) A/A_0=0.2÷1.0 (β) A/A_0=1.2÷2.0

Σχήμα 8.58: Δρόμοι ισορροπίας για κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα (πλαίσιο πλάτους 175 mm, GMNA)

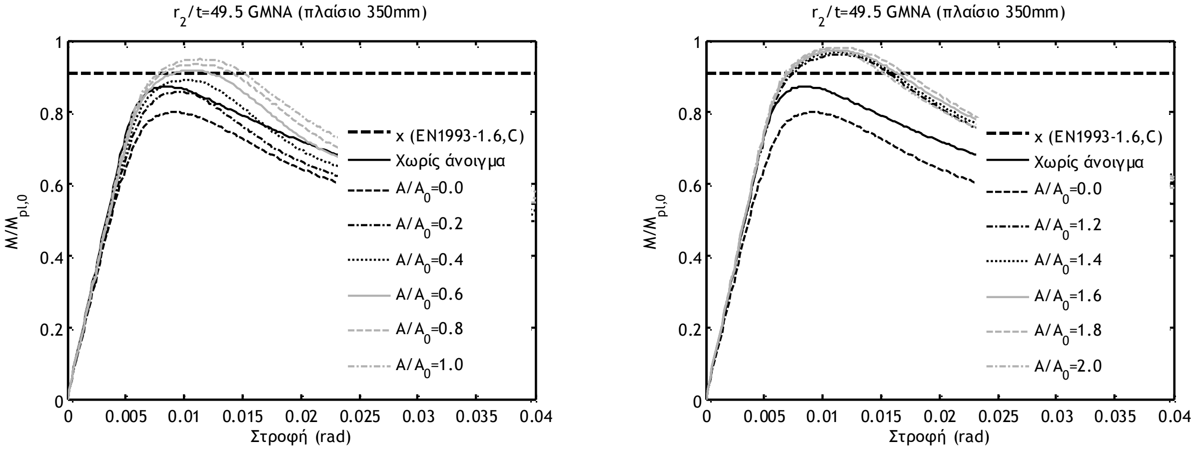


(α) A/A_0=0.2÷1.0 (β) A/A_0=1.2÷2.0

Σχήμα 8.59: Δρόμοι ισορροπίας για κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα (πλαίσιο πλάτους 175 mm, GMNIA)

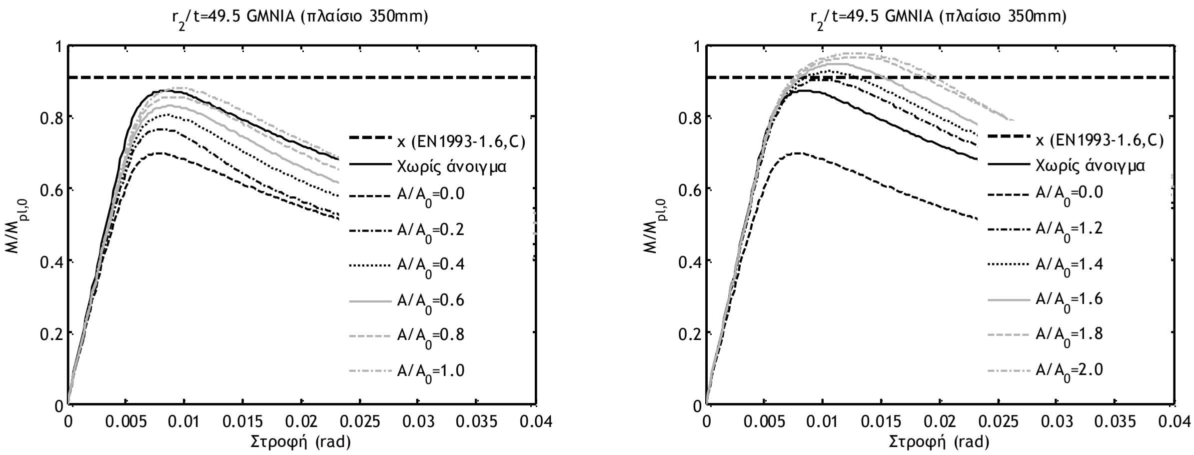
Στο Σχήμα 8.60 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας για την περίπτωση κωνικών κελυφών με πλαίσιο πλάτους 350 mm χωρίς γεωμετρική ατέλεια για διάφορες τιμές του εμβαδού ενίσχυσης A. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τα γεωμετρικά ατελή κελύφη δίνονται στο Σχήμα 8.61. Για τον τέλειο φορέα φαίνεται ότι είναι επαρκής μια ενίσχυση εμβαδού A/A_0=0.2. Για τον ατελή φορέα είναι επαρκής η ενίσχυση με A/A_0=0.8.

Στο Σχήμα 8.62 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας για την περίπτωση κωνικών κελυφών με διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm, σε συνεργασία με δακτύλιο, χωρίς γεωμετρική ατέλεια για διάφορες τιμές του εμβαδού ενίσχυσης Α. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τα γεωμετρικά ατελή κελύφη δίνονται στο Σχήμα 8.63. Για τον τέλειο φορέα φαίνεται ότι είναι επαρκής μια ενίσχυση εμβαδού A/A_0=0.2, ενώ για τον ατελή φορέα είναι επαρκής για A/A_0=0.4.



(α) A/A_0=0.2÷1.0 (β) A/A_0=1.2÷2.0

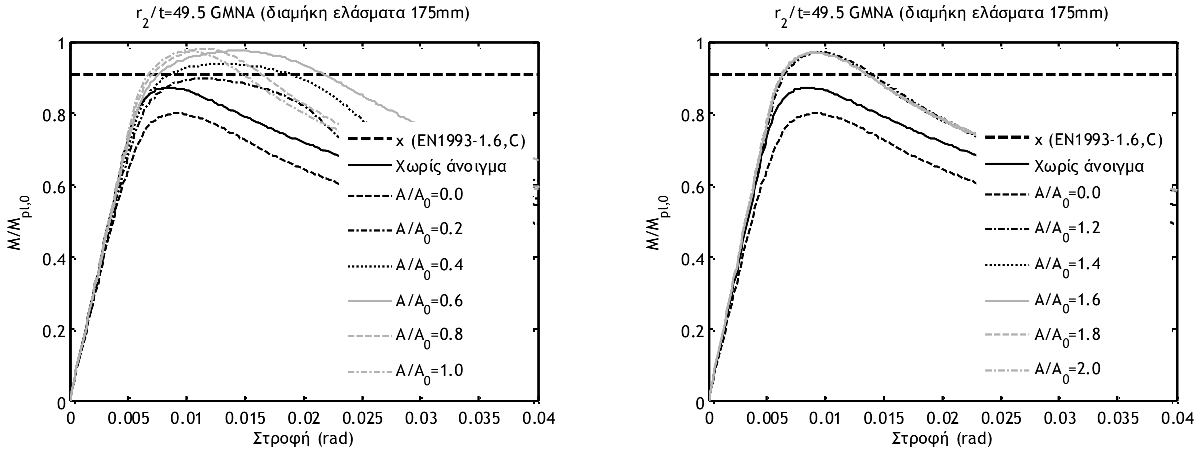
Σχήμα 8.60: Δρόμοι ισορροπίας για κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα (πλαίσιο πλάτους 350 mm, GMNA)



(α) A/A_0=0.2÷1.0 (β) A/A_0=1.2÷2.0

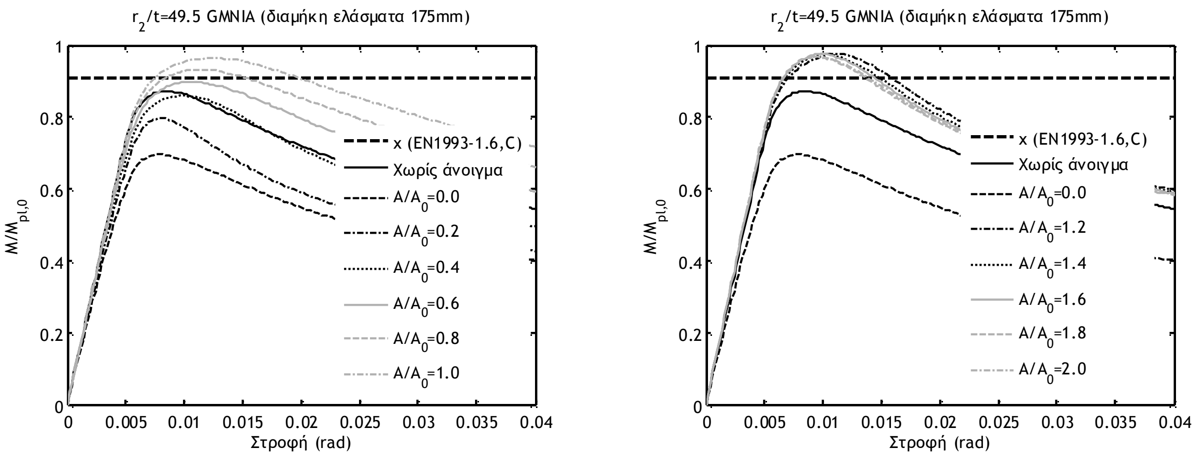
Σχήμα 8.61: Δρόμοι ισορροπίας για κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα (πλαίσιο πλάτους 350 mm, GMNIA)

Στο Σχήμα 8.64 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας για την περίπτωση κωνικών κελυφών με διαμήκη ελάσματα πλάτους 350 mm, σε συνεργασία με δακτύλιο, χωρίς γεωμετρική ατέλεια για διάφορες τιμές του εμβαδού ενίσχυσης A. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τα γεωμετρικά ατελή κελύφη δίνονται στο Σχήμα 8.65. Για τον τέλειο φορέα φαίνεται ότι είναι επαρκής μια ενίσχυση εμβαδού A/A_0=0.2. Για τον ατελή φορέα είναι επαρκής μια ενίσχυση με A/A_0=0.6.



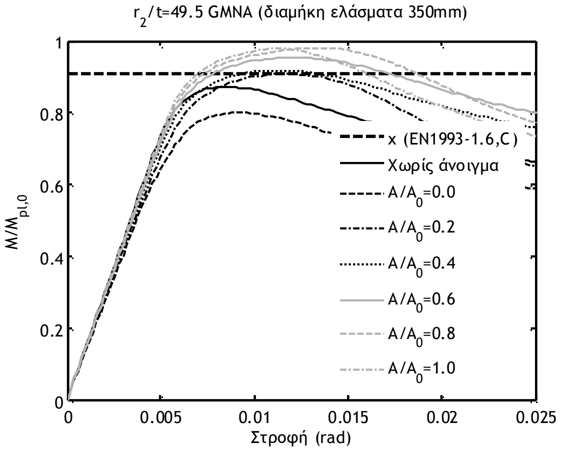
(α) A/A_0=0.2÷1.0 (β) A/A_0=1.2÷2.0

Σχήμα 8.62: Δρόμοι ισορροπίας για κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα (διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm, GMNA)

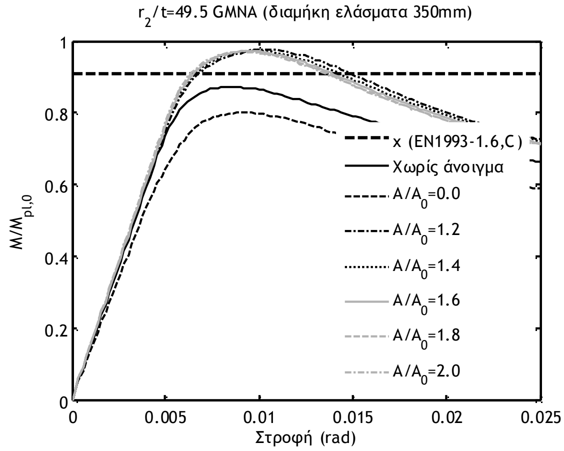


(α) A/A_0=0.2÷1.0 (β) A/A_0=1.2÷2.0

Σχήμα 8.63: Δρόμοι ισορροπίας για κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα (διαμήκη ελάσματα πλάτους 175 mm, GMNIA)

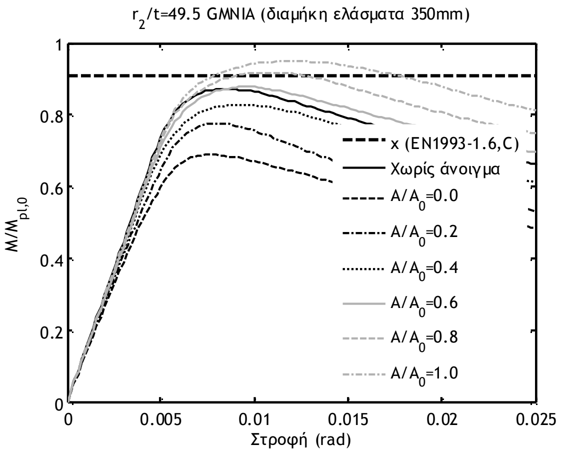


(α) A/A_0=0.2÷1.0

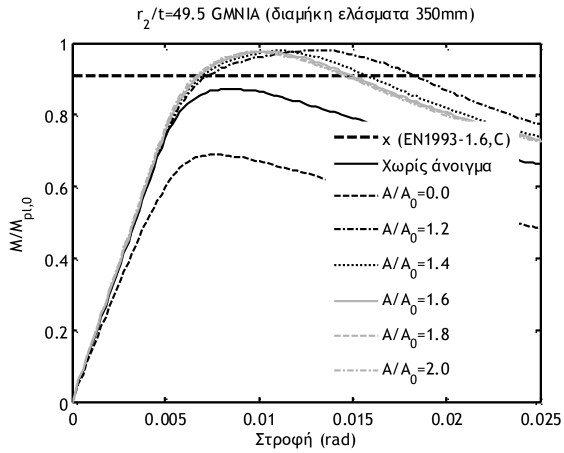


(β) A/A_0=1.2÷2.0

Σχήμα 8.64: Δρόμοι ισορροπίας για κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα (διαμήκη ελάσματα πλάτους 350 mm, GMNA)



(α) A/A_0=0.2÷1.0



(β) A/A_0=1.2÷2.0

Σχήμα 8.65: Δρόμοι ισορροπίας για κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα (διαμήκη ελάσματα πλάτους 350 mm, GMNIA)

8.8 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάστηκε η αποδοτικότητα διάφορων τύπων ενίσχυσης της ανθρωποθυρίδας πυλώνων ανεμογεννητριών. Η μελέτη αυτή έγινε με μια παραμετρική ανάλυση χρησιμοποιώντας πλήρως μη γραμμικές αναλύσεις με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Σε πρώτο στάδιο διερευνήθηκε αναλυτικά η αποδοτικότητα της διατομής ενός κελύφους με ενισχυμένο άνοιγμα. Πιο συγκεκριμένα στα πλαίσια αυτής της διατριβής εξάχθηκαν αναλυτικές σχέσεις για τον υπολογισμό της καμπτικής πλαστικής αντοχής της διατομής του κελύφους με διάφορες ενισχύσεις. Από την διερεύνηση αυτή παρατηρήθηκε ότι η πλέον αποδοτική μορφή ενίσχυσης είναι το απλό πλαίσιο. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το εμβαδόν της ενίσχυσης σε αυτή την περίπτωση απομακρύνεται περισσότερο από τον ουδέτερο άξονα σε σχέση με τους άλλους τύπους ενίσχυσης.

Ακολούθως, εξετάστηκε η αποδοτικότητα βασικών τύπων ενίσχυσης της ανθρωποθυρίδας σε επίπεδο φορέα. Σε αυτή την περίπτωση προσομοιώθηκε όλος ο φορέας με πεπερασμένα στοιχεία ενώ λήφθηκε υπόψη αρχική γεωμετρική ατέλεια για μια πιο ρεαλιστική αποτίμηση της συμπεριφοράς των κελυφών. Στο κεφάλαιο 7 φάνηκε ότι για τα κελύφη με λυγηρότητα αντίστοιχη του τμήματος του πυλώνα που περιέχει την ανθρωποθυρίδα (περίπου $r/t=50$) η εξωτερική συγκόλληση τύπου A είναι η πιο δυσμενής από τις ατέλειες που εξετάστηκαν. Επομένως στις αναλύσεις του κεφαλαίου αυτού λήφθηκε υπόψη αυτή η ατέλεια με διάφορα πλάτη.

Όσον αφορά την επιρροή των νευρώσεων παρατηρήθηκε ότι η παρουσία τους δεν προκαλεί αισθητή βελτίωση της αντοχής του κελύφους με ενισχυμένο άνοιγμα και συνεπώς προτείνεται να αποφεύγεται. Τα δυο διαμήκη ελάσματα είναι μια πιο αποδοτική ενίσχυση σε σχέση με την ενίσχυση του απλού πλαισίου. Πρώτον, διότι για την ενίσχυση αυτή, το απαιτούμενο εμβαδόν ενίσχυσης για να επιτευχθεί η αντοχή ενός αντίστοιχου κελύφους χωρίς άνοιγμα είναι πιο μικρό από το αντίστοιχο εμβαδόν που αφορά την ενίσχυση του απλού πλαισίου. Επιπλέον, τα διαμήκη ελάσματα, και ειδικότερα αυτά με πλάτος 175mm, μπορούν να ενισχύσουν αισθητά την περιοχή του ανοίγματος και να διοχετεύσουν την μορφή αστοχίας μακριά από αυτό (βλ. Σχήμα 8.30 (β)). Στους Πίνακες 8.1-8.6 δίνονται οι απαιτούμενοι λόγοι εμβαδού ενίσχυσης για να επιτευχθεί η αντοχή του κελύφους χωρίς άνοιγμα ή να «υπερενισχυθεί» η περιοχή του ανοίγματος και να διοχετευθεί αλλού η αστοχία.

Τα προηγούμενα συμπεράσματα προέκυψαν από αναλύσεις με φόρτιση τύπου καθαρής κάμψης. Η παρουσία τέμνουσας καθ’ ύψος του πυλώνα προκαλεί μεταβολή της ροπής. Η μεταβολή αυτή όμως καθ’ ύψος του προσομοιώματος είναι μικρή και επομένως η υιοθέτηση ενός σταθερού διαγράμματος ροπής είναι εύλογη. Για ύψη πυλώνα από 60 μέχρι 100m διαφάνηκε ότι η μεταβολή στην κατανομή της καμπτικής ροπής καθ’ ύψος της βάσης του πυλώνα που περιέχει την ανθρωποθυρίδα δεν παρουσιάζει ουσιαστικές μεταβολές. Η επιρροή αυτής της κλίσης του διαγράμματος ροπής για ένα τυπικό σύγχρονο πυλώνα εξετάστηκε στο κεφάλαιο αυτό. Από την διερεύνηση που έγινε λαμβάνοντας υπόψη ταυτόχρονη κάμψη και διάτμηση φάνηκε ότι η επιρροή της τέμνουσας είναι λόγω αύξησης της συνολικής ροπής που υφίσταται το κέλυφος και επομένως της δράσης που πρέπει να ληφθεί υπόψη στο σχεδιασμό.

Ένα άλλο θέμα που εξετάστηκε στο κεφάλαιο αυτό είναι η επιρροή της κωνικότητας του κελύφους στην αντοχή των κελυφών και το απαιτούμενο εμβαδό ενίσχυσης. Παρατηρήθηκε από τη διερεύνηση αυτή ότι τα διαμήκη ελάσματα σε συνεργασία με δακτύλιο είναι σαφώς πιο καλή ενίσχυση αφού επιτυγχάνει την κανονιστική αντοχή του [EN1993-1.6, 2006] με πιο μικρό απαιτούμενο εμβαδόν ακόμη πιο μικρό και από την περίπτωση των κυλινδρικών κελυφών.

8.9 Βιβλιογραφία

ABAQUS/Standard and ABAQUS/Explicit - Version 6.8-1, “Abaqus Theory Manual”, *Dassault Systems*, 2008.

ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section III: Nuclear power plant components, Division I, Subsection NE, Class MC Components, NE-3332, pp. 68-70, 1977.

Baniotopoulos C, Borri C and Stathopoulos T (eds), “Environmental Wind Engineering and Design of Wind Energy Structures”, *Springer Verlag*, Wien, New York, 2010.

Deutscher Ausshuß für Stahlbau, DAStRichtlinie 013, Beulsicherheitnachweise für Schalen, Köln: Stahlbau-Verlagsgesellschaft, 1980.

DIN 4119, Oberirdische zylindersche Flachboden-Tank-bauwerke aus metallischen Werkstoffen - Berechnung, Berlin, Beuth Verlag, 1980.

European Committee for Standardization, Eurocode 1: Actions on structures – General actions, Part 1.4: Wind actions, 2004.

European Committee for Standardization. Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-1: General rules and rules for buildings, 2006.

European Committee for Standardization. Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-6: Strength and Stability of Shell Structures, 2006.

Lavassas I, Nikolaidis G, Zervas P, Efthimiou E, Doudoumis IN and Baniotopoulos CC, “Analysis and design of the prototype of a steel 1-MW wind turbine tower”, *Engineering Structures*, Vol. 25 (8), pp. 1097 – 1106, 2003.

Rotter JM and Teng J-G, “Elastic Stability of Cylindrical Shells with Weld Depressions”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, No. 5, pp. 1244-1263, 1989.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

Τροποποιημένη μέθοδος MNA/GNA

9.1 Εισαγωγή

Η πρώτη προσπάθεια δημιουργίας κανόνων σχεδιασμού για ισότροπα κελύφη έγινε με την εισαγωγή του [DASt-Richtlinie 013, 1980]. Τον ίδιο περίπου καιρό προτάθηκαν οι συστάσεις σχεδιασμού [ECCS, 1982]. Το 1990, δημοσιεύτηκε ο γερμανικός κανονισμός για κελύφη [DIN 18800-4, 1990] ο οποίος αντικατέστησε τον προηγούμενο κανονισμό κελυφών [DASt-Richtlinie 013, 1990]. Εν τω μεταξύ οι αριθμητικές μέθοδοι ανάλυσης των κατασκευών γνώριζαν μεγάλη άνθηση, ένα γεγονός το οποίο επηρέασε τις ομάδες εργασίας οι οποίες δούλευαν στην σύνταξη κανόνων σχεδιασμού. Για το λόγο αυτό το 1992, οι γερμανικές οδηγίες σχεδιασμού [DASt-Richtlinie 017, 1990], εκτός από κάποιες επιπλέον οδηγίες σχεδιασμού κελυφών με ενισχύσεις, εισήγαγαν τον σχεδιασμό των κελυφών με αριθμητικές μεθόδους. Ο πιο σύγχρονος κανονισμός κελυφών είναι ο [EN1993-1.6, 2006] ο οποίος προδιέγραψε τον σχεδιασμό των κελυφών με αριθμητικές μεθόδους. Η πιο πρόσφατη έκδοση των συστάσεων [ECCS, 2008] είναι πλήρως εναρμονισμένη με τον [EN1993-1.6, 2006], οι οποίες όμως παρέχουν επιπρόσθετες επεξηγήσεις, συστάσεις, προειδοποιήσεις και παραδείγματα τα οποία παρέχουν περισσότερη κατανόηση και σιγουριά για τη χρήση του [EN1993-1.6, 2006].

Η βασική φιλοσοφία της κλασικής μεθόδους σχεδιασμού, ή της μεθόδου των τάσεων, βασίζεται στα επόμενα τρία βήματα. Πρώτον, υπολογίζεται η ιδεατή τάση λυγισμού με αναλυτικές εκφράσεις για τις τρεις βασικές φορτίσεις: την αξονική φόρτιση, την εξωτερική πίεση και τη διάτμηση. Σε ένα δεύτερο βήμα υπολογίζεται η ανηγμένη λυγηρότητα του κελύφους χρησιμοποιώντας την ιδεατή τάση λυγισμού και την τάση διαρροής. Στην λυγηρότητα αυτή του κελύφους αντιστοιχεί, στο τρίτο βήμα, ένας μειωτικός συντελεστής ο οποίος εφαρμόζεται στην τάση διαρροής για να προκύψει με τη χρήση συντελεστών ασφαλείας η τάση σχεδιασμού. Ο μειωτικός συντελεστής προκύπτει από αναλυτικές σχέσεις οι οποίες προέκυψαν από μια στατιστική επεξεργασία πολυάριθμων πειραμάτων σε κελύφη για τις τρεις βασικές φορτίσεις.

Εκτός από τη μέθοδο των τάσεων, υπάρχει ένας εναλλακτικός τρόπος σχεδιασμού κελυφών. Αυτός ο τρόπος βασίζεται είτε εν μέρει είτε εξ ολοκλήρου σε αριθμητικές αναλύσεις. Στην πρώτη μέθοδο, η οποία καλείται MNA/LBA, πραγματοποιούνται δυο αριθμητικές αναλύσεις: μια ανάλυση γραμμικοποιημένου λυγισμού (LBA) και μια ανελαστική γεωμετρικώς γραμμική ανάλυση (MNA). Η πρώτη ανάλυση δίνει το ιδεατό φορτίο λυγισμού ενώ η δεύτερη την πλαστική αντοχή. Εισάγοντας αυτά τα φορτία στις συνήθεις εξισώσεις ανηγμένης λυγηρότητας, προκύπτει η ανηγμένη λυγηρότητα του κελύφους. Αυτή η λυγηρότητα χρησιμοποιείται στη συνέχεια σε τυπικές αναλυτικές εκφράσεις για τον υπολογισμό των μειωτικών συντελεστών οι οποίες λαμβάνουν υπόψη παράγοντες που επηρεάζουν την τελική αντοχή του κελύφους. Η επιλογή του κατάλληλου μειωτικού συντελεστή (για αξονική, περιφερειακή ή διατμητική τάση) βασίζεται συνήθως στο είδος των τάσεων που αναπτύσσονται στο κέλυφος. Εάν δεν μπορεί να δικαιολογηθεί διαφορετικά, μπορεί να λαμβάνεται υπόψη ο μειωτικός συντελεστής για την αξονική τάση ο οποίος είναι ο δυσμενέστερος δυνατός.

Η δεύτερη αριθμητική μέθοδος σχεδιασμού βασίζεται εξ ολοκλήρου σε αριθμητικές αναλύσεις και καλείται μέθοδος GMNIA. Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο, η αντοχή του κελύφους προκύπτει από μια πλήρως μη γραμμική ανάλυση (γεωμετρική μη γραμμικότητα και μη γραμμικότητα υλικού) λαμβανομένης υπόψη και μιας γεωμετρικής ατέλειας. Η αντοχή του κελύφους μπορεί να προκύψει από ένα από τα ακόλουθα κριτήρια: (1) το μέγιστο φορτίο του δρόμου ισορροπίας, (2) ένα πιθανό σημείο διακλάδωσης το οποίο προκύπτει πριν το οριακό σημείο, (3) τη μέγιστη ανοχή έναντι παραμόρφωσης, όταν αυτή προκύπτει πριν από κάποιο φορτίο διακλάδωσης ή το οριακό φορτίο. Αυτή η ανάλυση πρέπει να διεξαχθεί για ένα κατάλληλο αριθμό γεωμετρικών ατελειών και ένα κατάλληλο αριθμό πλατών ατέλειας ώστε να υπάρξει μια εις βάθος κατανόηση σχετικά με την ευαισθησία του κελύφους σε ατέλειες.

Η μέθοδος GMNIA είναι ιδιαίτερα χρήσιμη όταν πρόκειται για κατασκευές οι οποίες δεν καλύπτονται ρητώς από το [EN1993-1.6, 2006]. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι το κυλινδρικό κέλυφος με ένα άνοιγμα είτε ενισχυμένο είτε μη ενισχυμένο. Σε τέτοιες περιπτώσεις η μέθοδος των τάσεων δεν είναι άμεσα εφαρμόσιμη επειδή βασίζεται σε πειράματα που αφορούν κελύφη χωρίς άνοιγμα. Επίσης η χρήση της μεθόδου MNA/LBA τίθεται υπό συζήτηση μιας και στο τέλος θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν μειωτικοί συντελεστές οι οποίοι βασίζονται σε κελύφη χωρίς άνοιγμα. Επομένως, η πλέον κατάλληλη μέθοδος σχεδιασμού τέτοιων κατασκευών είναι η μέθοδος GMNIA. Παρόλα αυτά, το κρίσιμο ζήτημα είναι, όπως και σε κάθε άλλη αριθμητική μελέτη μεταλλικών κατασκευών και κυρίως κελυφών, η κατάλληλη επιλογή μιας γεωμετρικής ατέλειας και ενός κατάλληλου μεγέθους. Όπως αναφέρεται στο [EN1993-1.6, 2006], στην περίπτωση όπου δεν μπορεί να προσδιοριστεί η δυσμενέστερη γεωμετρική ατέλεια, θα πρέπει να επιλεχθεί και εξεταστεί ένας αριθμός από γεωμετρικές ατέλειες.

Όπως αναφέρεται στο [EN1993-1.6, 2006] μια οπή σε ένα κέλυφος μπορεί να αμεληθεί κατά την προσομοίωση εφόσον η μέγιστη διάσταση της είναι μικρότερη από $0.5\sqrt{rt}$. Στην περίπτωση της ανθρωποθυρίδας των πυλώνων ανεμογεννητριών, οι διαστάσεις του ανοίγματος είναι σημαντικά πιο μεγάλες από την οριακή διάσταση του $0.5\sqrt{rt}$. Επομένως, η επίδραση της συγκέντρωσης των τάσεων αλλά κυρίως του τοπικού λυγισμού και επομένως της αντοχής του πυλώνα είναι σημαντική (βλ. Κεφάλαια 5 και 6 της παρούσας διατριβής). Η μελέτη αυτών των κατασκευών θα πρέπει να γίνει αριθμητικά μιας και η μέθοδος των τάσεων βασίζεται σε μειωτικούς συντελεστές και εκφράσεις ανηγμένης λυγηρότητας που αφορούν κελύφη χωρίς άνοιγμα. Η πρώτη αριθμητική μέθοδος είναι η μέθοδος MNA/LBA και η δεύτερη και πιο ισχυρή είναι η μέθοδος GMNIA.

Στο παρόν κεφάλαιο εξετάζεται η αντοχή κελυφών με άνοιγμα του οποίου οι διαστάσεις αντιστοιχούν σε σύγχρονους πυλώνες ανεμογεννητριών χρησιμοποιώντας τα δυο προαναφερθέντα αριθμητικά εργαλεία. Επιπλέον, εξετάζεται η αποδοτικότητα μιας νέας έκφρασης ανηγμένης λυγηρότητας η οποία παρουσιάζεται επίσης και στα [GL, 2010] και [DIBt, 2004]. Παρόλο που στα [GL, 2010] και [DIBt, 2004] προτείνεται η χρήση της νέας αυτής ανηγμένης λυγηρότητας για την περίπτωση κελυφών με ανοίγματα, δεν διευκρινίζεται αν αυτή η πρόταση αφορά ενισχυμένα ή μη ενισχυμένα ανοίγματα. Επειδή οι προτάσεις των [GL, 2010] και [DIBt, 2004] αφορούν πυλώνες ανεμογεννητριών των οποίων η ανθρωποθυρίδα ενισχύεται πάντοτε με κάποιο τρόπο, τεκμαίρεται εμμέσως ότι οι προτάσεις αυτές αντιστοιχούν σε κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα.

9.2 Γεωμετρικά, μηχανικά χαρακτηριστικά κελυφών και ‘ισοδύναμες’ γεωμετρικές ατέλειες

Στα πλαίσια αυτού του κεφαλαίου λαμβάνεται υπόψη στις αριθμητικές αναλύσεις GMNIA ένας ελαστικός-τελείως πλαστικός νόμος υλικού. Οι αναλύσεις αυτές παρουσιάστηκαν ήδη στο Κεφάλαιο 7 της παρούσας διατριβής. Όπως αναφέρεται και στη συνέχεια σε αυτό το κεφάλαιο καταγράφονται οι δυσμενέστερες αντοχές που προκύπτουν από το σύνολο των αρχικών γεωμετρικών ατελειών που εξετάστηκαν και που παρουσιάζονται πιο κάτω. Το μέτρο ελαστικότητας και ο λόγος του Poisson λαμβάνονται ίσα με 210 GPa και 0.30 αντίστοιχα. Το όριο διαρροής θεωρείται ίσο με 355 MPa. Για την κάλυψη της περιοχής ενδιαφέροντος σε όρους λυγηροτήτων που αφορούν τους πυλώνες Α/Γ, εξετάζονται στο κεφάλαιο αυτό κελύφη με λόγο ακτίνας προς πάχος r/t= 10, 20, 40, 50, 80, 100, 120, 140, 180. Σε όλα τα αριθμητικά προσομοιώματα η ακτίνα θεωρήθηκε ίση με 1.98 m και το μήκος 6.35 m. Το πάχος ήταν μεταβαλλόμενο ώστε να προκύψουν οι επιθυμητές λυγηρότητες r/t. Οι διαστάσεις του ανοίγματος ήταν ίσες με το δεκαπλάσιο των διαστάσεων του ανοίγματος των πειραμάτων (βλ. Κεφάλαιο 5 της παρούσας διατριβής) με μήκος 2900 mm και πλάτος 850 mm.

Οι 'ισοδύναμες' γεωμετρικές ατέλειες που λήφθηκαν υπόψη είναι οι ατέλειες Α1-Α5 του Σχήματος 7.9 του κεφαλαίου 7. Η πρώτη ιδιομορφή (Α5) εξετάστηκε μόνο για τα κελύφη χωρίς άνοιγμα μιας και η επιρροή της στα κελύφη με άνοιγμα, ενισχυμένο ή μη, προέκυψε ότι ήταν αμελητέα (βλ. κεφάλαιο 6).

9.3 Χαρακτηριστικά συμπεριφοράς κελυφών με/χωρίς άνοιγμα

Σύμφωνα με το [EN1993-1.6, 2006], η ανηγμένη λυγηρότητα ενός κελύφους μπορεί να υπολογιστεί αξιοποιώντας αριθμητικές αναλύσεις LBA και MNA από την εξίσωση:

$$\lambda_x = \sqrt{\frac{M_{MNA}}{M_{LBA}}} \tag{9.1}$$

Αυτός ο κλασικός ορισμός της ανηγμένης λυγηρότητας δεν λειτουργεί καλά σε κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα, όπως φαίνεται στη συνέχεια, οπότε εξετάζεται ένας εναλλακτικός ορισμός της ανηγμένης λυγηρότητας (ο οποίος προτείνεται επίσης στα [GL, 2010] και [DIBt, 2004]):

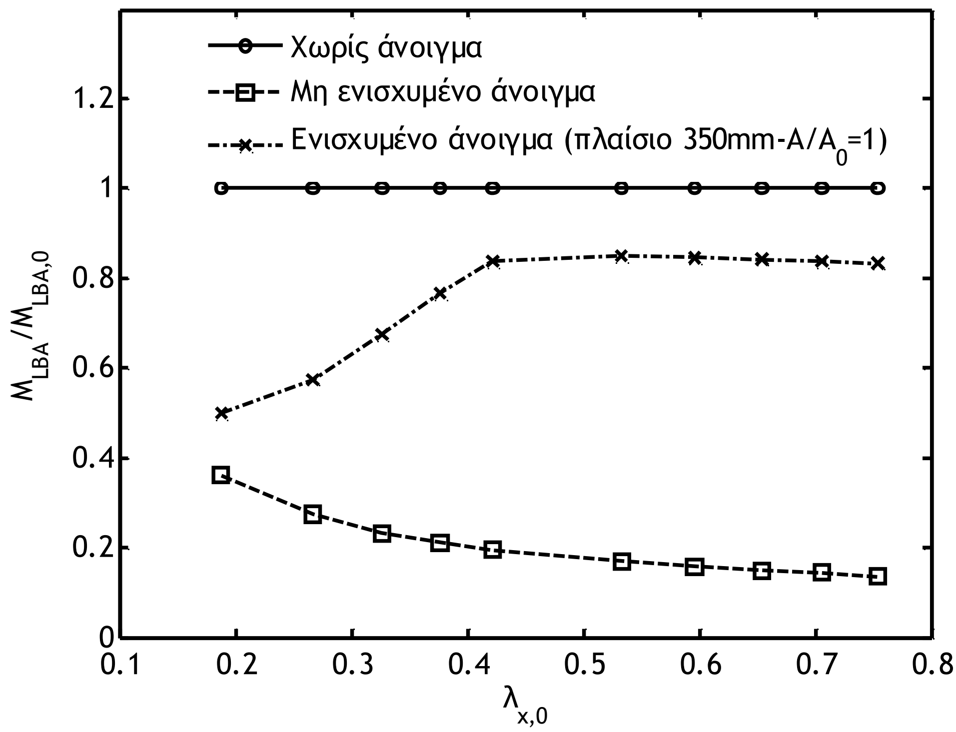
$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{M_{MNA}}{M_{GNA}}} \tag{9.2}$$

όπου η απόκλιση από τον κλασικό ορισμό της ανηγμένης λυγηρότητας βρίσκεται στον παρονομαστή, ο οποίος αποτελείται από το φορτίο M_{GNA} που προκύπτει από μια ανάλυση GNA αντί του γραμμικού φορτίου λυγισμού M_{LBA} που χρησιμοποιείται στον κλασικό ορισμό.

Στο Σχήμα 9.1 δίνεται το αδιαστατοποιημένο φορτίο λυγισμού $M_{LBA}/M_{LBA,0}$ των κελυφών με (ενισχυμένο ή μη) άνοιγμα και χωρίς άνοιγμα συναρτήσει της κλασικής ανηγμένης λυγηρότητας $\lambda_{x,0}$ του κελύφους χωρίς άνοιγμα σύμφωνα με την εξίσωση (9.1). Στην περίπτωση ενισχυμένων ανοιγμάτων θεωρείται υπόψη η ενίσχυση του περιμετρικού πλαισίου με A/A_0=1.0. Το φορτίο M_{LBA} αντιστοιχεί είτε σε κέλυφος χωρίς άνοιγμα είτε σε κέλυφος με άνοιγμα. Το φορτίο $M_{LBA,0}$ αντιστοιχεί στο γραμμικό φορτίο λυγισμού κελυφών χωρίς άνοιγμα.

Από το Σχήμα 9.1 φαίνεται ότι η παρουσία ανοίγματος τυπικού της ανθρωποθυρίδας πυλώνων ανεμογεννητριών, οδηγεί σε αισθητή μείωση του γραμμικού φορτίου λυγισμού. Η παρουσία μιας πλαισιωτής ενίσχυσης με A/A_0=1.0 αυξάνει σημαντικά το γραμμικό φορτίο λυγισμού. Για μικρές ανηγμένες λυγηρότητες (για παχιά κελύφη) μπορεί να φανεί ότι μέχρι λυγηρότητα 0.40 το γραμμικό φορτίο λυγισμού του κελύφους με ενισχυμένο άνοιγμα αυξάνεται γραμμικά. Για μεγαλύτερες ανηγμένες λυγηρότητες, το γραμμικό φορτίο λυγισμού για το κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα είναι περίπου σταθερό και ίσο με περίπου 80% του γραμμικού φορτίου λυγισμού ενός αντίστοιχου κελύφους χωρίς άνοιγμα.

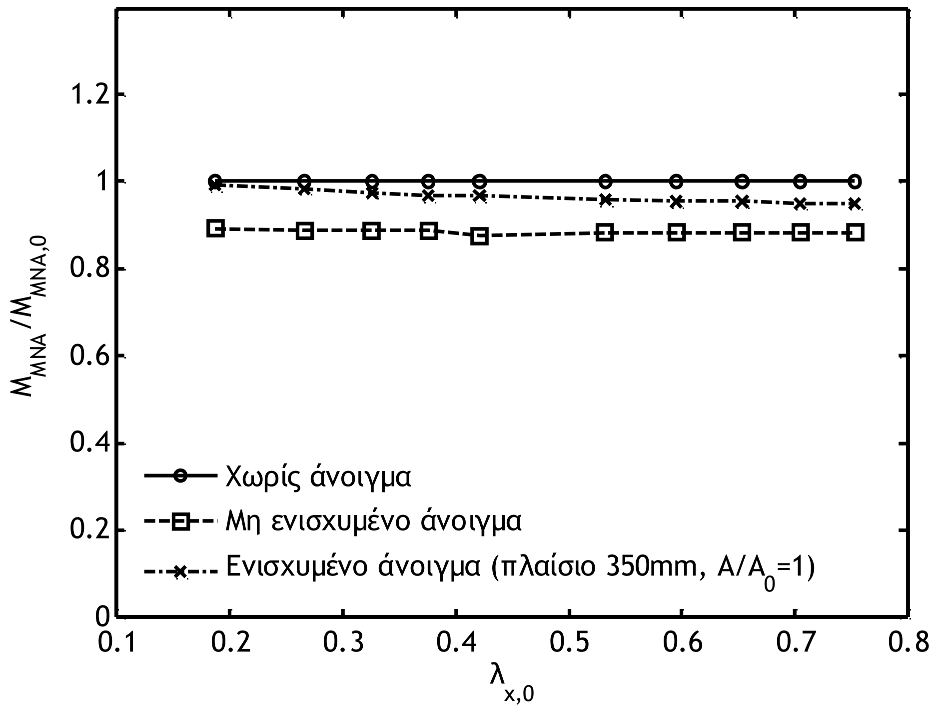
Στο Σχήμα 9.2 δίνεται η αδιαστατοποιημένη πλαστική αντοχή $M_{MNA}/M_{MNA,0}$ ως συνάρτηση της κλασικής ανηγμένης λυγηρότητας (εξίσωση (9.1)) των αντίστοιχων κελυφών χωρίς άνοιγμα, όπου M_{MNA} είναι η πλαστική αντοχή των κελυφών, ενώ $M_{MNA,0}$ είναι η πλαστική αντοχή των αντίστοιχων κελυφών χωρίς άνοιγμα.



Σχήμα 9.1: Επιρροή ανοίγματος και ενίσχυσης στο γραμμικό φορτίο λυγισμού (M_{LBA})

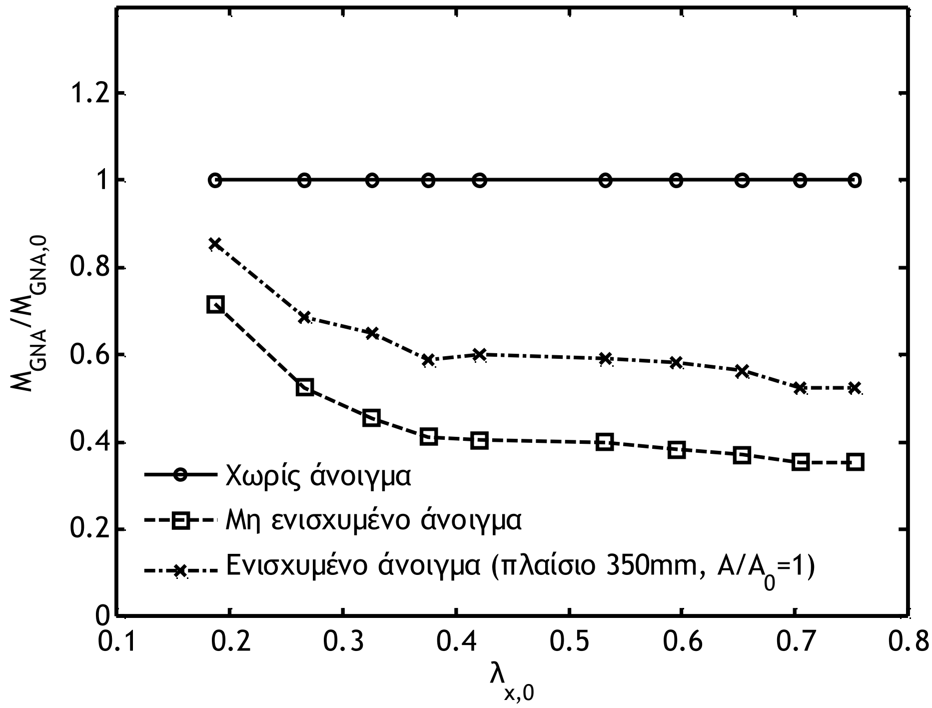
Από το σχήμα αυτή φαίνεται ότι το άνοιγμα έχει μικρότερη επίδραση στην πλαστική αντοχή από ότι στο γραμμικό φορτίο λυγισμού. Το άνοιγμα δεν έχει μεγάλο πλάτος, οπότε η πλαστική αντοχή δεν μειώνεται σημαντικά. Επιπλέον, μπορεί να φανεί ότι το M_{MNA} είναι περίπου σταθερό για όλο το εξεταζόμενο εύρος ανηγμένων λυγηροτήτων $\lambda_{x,0}$. Στην περίπτωση ενισχυμένου ανοίγματος, φαίνεται ότι το πλαίσιο με A/A_0=1.0 αποκαθιστά την πλαστική αντοχή πολύ κοντά στην αντίστοιχη πλαστική αντοχή των κελυφών χωρίς άνοιγμα.

Στο Σχήμα 9.3 δίνεται το αδιάστατο φορτίο M_{GNA} ως συνάρτηση της ανηγμένης λυγηρότητας χωρίς άνοιγμα, όπου M_{GNA} είναι το γεωμετρικώς μη γραμμικό ελαστικό φορτίο αστοχίας ενώ $M_{GNA,0}$ είναι το αντίστοιχο φορτίο των κελυφών χωρίς άνοιγμα.



Σχήμα 9.2: Επιρροή ανοίγματος και ενίσχυσης στο πλαστικό φορτίο (M_{MNA})

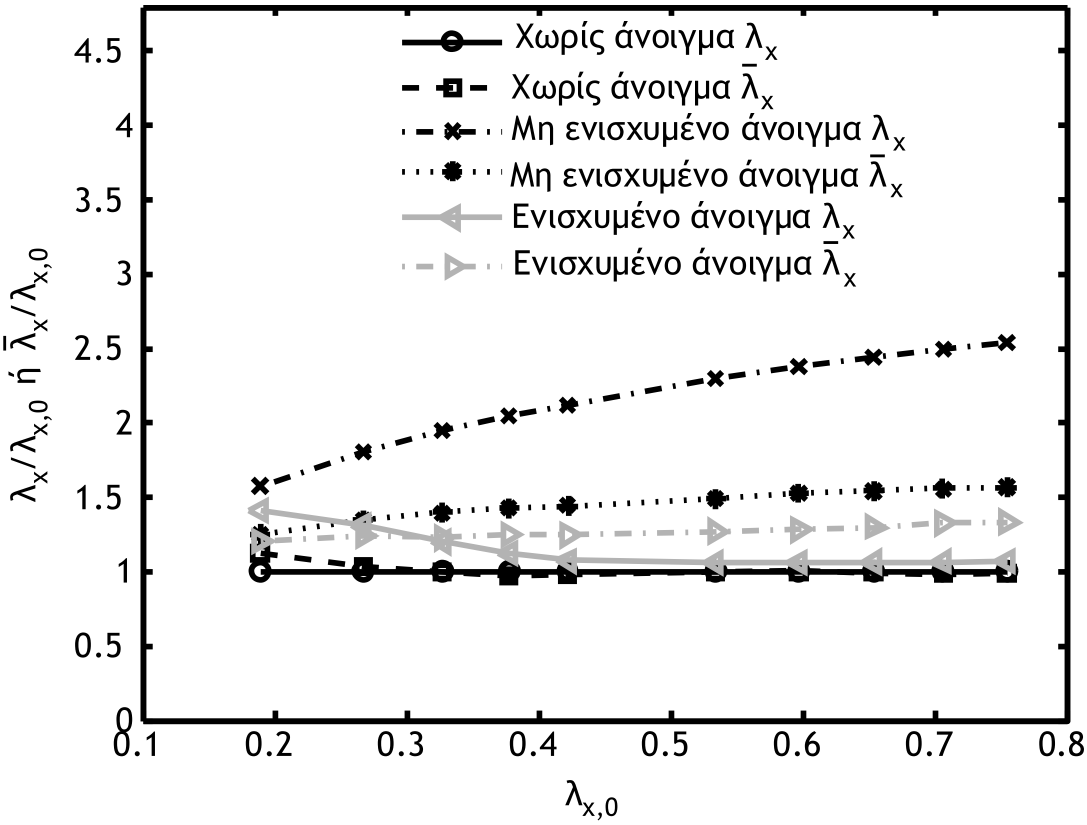
Η πρώτη βασική παρατήρηση είναι ότι το αδιάστατο φορτίο $M_{GNA}/M_{GNA,0}$ στην περίπτωση κελυφών με μη ενισχυμένο άνοιγμα αυξάνεται αισθητά συγκρινόμενο με το αδιάστατο γραμμικό φορτίο λυγισμού $M_{LBA}/M_{LBA,0}$. Αν συνυπολογιστεί και η αρκετά μικρή μείωση της πλαστικής αντοχής M_{MNA} λόγω της παρουσίας του ανοίγματος, αυτό έχει σημαντική επίδραση στο μέγεθος της υπολογιζόμενης ανηγμένης λυγηρότητας (τόσο της κλασικής όσο και της τροποποιημένης), όπως θα φανεί στη συνέχεια. Η δεύτερη παρατήρηση είναι ότι στην περίπτωση ενισχυμένου ανοίγματος, παρόλο που το εμβαδόν της ενίσχυσης είναι ίσο με το εμβαδόν του ανοίγματος (A/A_0=1.0), το φορτίο M_{GNA} παρουσιάζει χαμηλές τιμές και μειώνεται με αύξηση της ανηγμένης λυγηρότητας $\lambda_{x,0}$.



Σχήμα 9.3: Επιρροή ανοίγματος και ενίσχυσης στο γεωμετρικώς μη γραμμικό ελαστικό φορτίο αστοχίας (M_{GNA})

Στο Σχήμα 9.4 δίνεται η ανηγμένη λυγηρότητα λ_x ή $\overline{\lambda}_x$ αδιαστατοποιημένη σε σχέση με τη ανηγμένη λυγηρότητα των αντίστοιχων κελυφών χωρίς άνοιγμα $\lambda_{x,0}$ βασισμένη στον κλασικό ορισμό. Η ανηγμένη λυγηρότητα είναι είτε η λ_x σύμφωνα με τον κλασικό ορισμό (εξίσωση (9.1)) είτε η $\overline{\lambda}_x$ σύμφωνα με τον τροποποιημένο ορισμό (εξίσωση (9.2)).

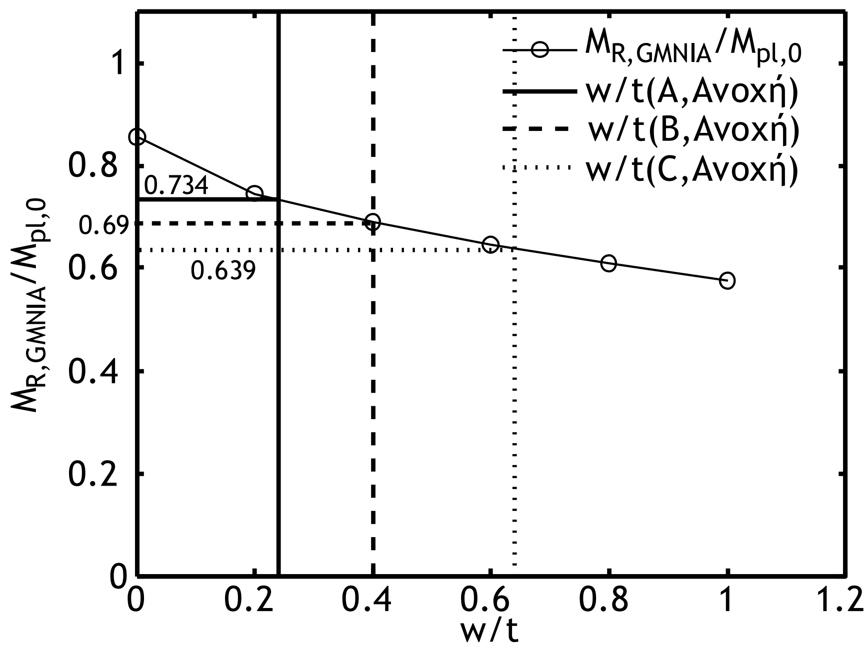
Όσον αφορά τα κελύφη χωρίς άνοιγμα, μπορεί να φανεί στο Σχήμα 9.4 ότι οι δυο ορισμοί ανηγμένης λυγηρότητας δίνουν πρακτικά ίδιες τιμές λυγηρότητας. Όμως, στην περίπτωση κελυφών με μη ενισχυμένο άνοιγμα, η τροποποιημένη ανηγμένη λυγηρότητα (GNA) λαμβάνει σημαντικά μικρότερες τιμές από ότι η κλασική ανηγμένη λυγηρότητα (LBA). Στην περίπτωση κελυφών με ενισχυμένο άνοιγμα υπάρχει επίσης μια απόκλιση μεταξύ των προβλέψεων της κλασικής και της τροποποιημένης ανηγμένης λυγηρότητας. Η κλασική ανηγμένη λυγηρότητα λαμβάνει μικρότερες τιμές σχεδόν για όλο το εύρος του $\lambda_{x,0}$ που εξετάζεται εδώ. Ένα ενδιαφέρον σημείο είναι το γεγονός ότι για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα η κλασική ανηγμένη λυγηρότητα είναι πρακτικά ίση με την ανηγμένη λυγηρότητα ενός κελύφους χωρίς άνοιγμα για $\lambda_{x,0}$>0.4.



Σχήμα 9.4: Επιρροή ανοίγματος και ενίσχυσης στη ανηγμένη λυγηρότητα (κλασική και τροποποιημένη)

9.4 Η μέθοδος MNA/LBA και MNA/GNA

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζεται η αποδοτικότητα της μεθόδου MNA/LBA και της τροποποιημένης μεθόδου που χρησιμοποιεί την εξίσωση (9.2) αντί της (9.1) για κελύφη χωρίς άνοιγμα ή με άνοιγμα (ενισχυμένο ή μη). Στο Σχήμα 9.5 δίνεται η αντοχή $M_{R,GMNIA}$ η οποία προκύπτει από αναλύσεις GMNIA αδιαστατοποιημένη με την πλαστική αντοχή $M_{pl,0}$ σαν συνάρτηση του αδιάστατου πλάτους ατέλειας w/t.



Σχήμα 9.5: Ροπή αστοχίας για τις ποιότητες κατασκευαστικής ανοχής

Η καμπύλη ροπών αστοχίας δίνει μια καλή εικόνα της αντοχής του κελύφους για ένα ρεαλιστικό εύρος μεγέθους των ατελειών (εδώ επιλέγεται το εύρος w/t=0÷1.0). Στο ίδιο σχήμα δίνεται και η κατασκευαστική ανοχή για κελύφη για τις τρεις ποιότητες A, B και C, όπως ορίζεται από τον [EN1993-1.6, 2006]. Η κατασκευαστική ανοχή υπολογίζεται από τη σχέση $\left(\Delta w_{0x}/t = \left(4\sqrt{rt}\right)U_{0,max}\big/t\right)$ του [EN1993-1.6, 2006], όπου Δw_{0x} είναι το πλάτος της ατέλειας, r είναι η ακτίνα και t το πάχος του κελύφους ενώ $U_{0,max}$ είναι η παράμετρος ανοχής για τα κοιλώματα στο τοίχωμα του κελύφους (dimple tolerance parameter). Το σημείο τομής της κατασκευαστικής ανοχής με την καμπύλη φορτίου αστοχίας δίνει το φορτίο αστοχίας του κελύφους της υπόψη ποιότητας (στο σχήμα η αδιάστατη ροπή αστοχίας για κατασκευαστική ανοχή A, B ή C, όπως προκύπτει από το σχήμα με γραμμική παρεμβολή, είναι ίση με 0.734, 0.69 και 0.639 αντίστοιχα). Με ανάλογο τρόπο υπολογίζονται οι ροπές αστοχίας των κελυφών για τα πλάτη ατέλειας που προτείνονται να χρησιμοποιούνται στις αναλύσεις GMNIA (βλ. παράγραφο 8.7.2 (18) του [EN1993-1.6, 2006]).

Στις επόμενες παραγράφους για τον υπολογισμό της κανονιστικής αντοχής είτε με τη μέθοδο των τάσεων είτε με τις αριθμητικές μεθόδους MNA/LBA, MNA/GNA, λαμβάνονται υπόψη οι διατάξεις για συνήθη κελύφη, όπως επεξηγήθηκε στο κεφάλαιο 7, μιας και τα πλείστα κελύφη που εξετάζονται εδώ εντάσσονται σε αυτή την κατηγορία, ενώ με χρήση δακτυλιοειδών ενισχύσεων ανά λογικές αποστάσεις (βλ. κεφάλαιο 7) και τα «μακριά» κελύφη γίνονται «συνήθη». Η περίπτωση r/t=10 απαιτεί μεν αρκετά μικρή απόσταση τοποθέτησης τέτοιων ενισχύσεων, η οποία δεν είναι εφαρμόσιμη μιας και ο δακτύλιος θα έπρεπε να τοποθετηθεί στο ύψος της ανθρωποθυρίδα, ωστόσο για αυτά τα κελύφη η αντοχή για τα «συνήθη» αλλά και τα «μακριά» κελύφη είναι η ίδια.

9.4.1 Κελύφη χωρίς άνοιγμα

Αρχικά εξετάζεται η αποδοτικότητα της μεθόδου MNA/GNA για κελύφη χωρίς άνοιγμα και συγκρίνεται με τα αποτελέσματα της μεθόδου MNA/LBA, των αναλύσεων GMNIA και των προβλέψεων της μεθόδου των τάσεων.

Στα Σχήματα 9.8 - 9.12 δίνονται τα αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA, MNA/GNA καθώς επίσης και της μεθόδου των τάσεων, για διάφορους λόγους ακτίνας προς πάχος r/t για τα κελύφη χωρίς άνοιγμα. Στα ίδια σχήματα δίνονται τα πλάτη ατελειών που αφορούν τις κατασκευαστικές ανοχές όσο και τα πλάτη που πρέπει να υιοθετούνται σε αναλύσεις GMNIA σύμφωνα με το [EN1993-1.6, 2006]. Κελύφη με r/t=10 αντιστοιχούν σε πολύ παχιά κελύφη τα οποία αστοχούν όχι εξαιτίας λυγισμού αλλά λόγω διαρροής. Κελύφη με r/t=50 αντιστοιχούν σε κελύφη σύγχρονων πυλώνων ανεμογεννητριών που περιέχουν την ανθρωποθυρίδα. Άλλες περιπτώσεις κελυφών (π.χ. r/t=140, 160) αντιστοιχούν σε λεπτότοιχα κελύφη που επηρεάζονται όχι μόνο από τη διαρροή του υλικού αλλά σε σημαντικό βαθμό και από τις αρχικές ατέλειες. Επιπλέον, δίνονται αποτελέσματα και για άλλους λόγους μεταξύ 10÷160.

Η πρώτη βασική παρατήρηση είναι ότι η μέθοδος MNA/GNA πρακτικά συμπίπτει με τη μέθοδο MNA/LBA. Επίσης, προκύπτει ότι η μέθοδος των τάσεων δίνει αισθητά μικρότερη αντοχή, αν και για τα λεπτότοιχα κελύφη (π.χ. r/t=160, ποιότητα C) η διαφορά γίνεται σημαντικά πιο μικρή. Αυτή η σημαντική απόκλιση μεταξύ της αναλυτικής μεθόδου υπολογισμού της αντοχής (μεθόδου των τάσεων), των πειραμάτων και της μεθόδου MNA/LBA, προέκυψε και στην περίπτωση των πειραμάτων αυτής της εργασίας (βλ. ενότητα 6.9 του κεφάλαιο 6). Επομένως, φαίνεται ότι η μέθοδος MNA/LBA δίνει πιο ρεαλιστικές αντοχές για τα πιο παχιά κελύφη σε σχέση με τη μέθοδο των τάσεων. Οπότε η μέθοδος MNA/GNA η οποία δίνει αντοχές πρακτικά ίδιες με εκείνες της MNA/LBA μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον αριθμητικό υπολογισμό της αντοχής των κελυφών χωρίς άνοιγμα για το εύρος r/t=10-160.

Όπως φαίνεται στα σχήματα αυτά, τα πλάτη των κατασκευαστικών ανοχών είναι πιο μικρά από τα προτεινόμενα πλάτη για μη γραμμικές αναλύσεις GMNIA. Είναι γνωστό ότι τα κελύφη είναι ιδιαίτερα ευαίσθητα σε αρχικές ατέλειες. Οι πραγματικές ατέλειες είναι άγνωστες οπότε στις μη γραμμικές αναλύσεις θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί μια ισοδύναμη γεωμετρική ατέλεια η οποία πρέπει να είναι σε θέση να υπερκαλύπτει όχι μόνο την αρνητική δράση των γεωμετρικών ατελειών αλλά και των συνοριακών ατελειών και των ατελειών στις ιδιότητες του υλικού. Επειδή δεν υπάρχει ξεκάθαρη πρόταση για το ποια γεωμετρική ατέλεια θα πρέπει να υιοθετείται στις αναλύσεις GMNIA, ίσως για το λόγο αυτό προτείνεται αυξημένο πλάτος ατέλειας για τις αναλύσεις σε σχέση με τις κατασκευαστικές ανοχές οι οποίες αντικατοπτρίζουν και τις απαιτήσεις στα μεγέθη ατελειών των πραγματικών κατασκευών, ώστε οι εκτιμούμενες αντοχές να είναι υπέρ της ασφαλείας.

Στην περίπτωση μας, φαίνεται ότι οι γεωμετρικές ατέλειες που λήφθηκαν υπόψη (κυρίως η ατέλεια συγκόλλησης τύπου A, βλ. κεφάλαιο 7), ακόμα και για μεγέθη που αντιστοιχούν στις κατασκευαστικές ανοχές και όχι στα πλάτη για αναλύσεις GMNIA, είναι αρκετά δυσμενείς και δίνουν μέχρι και για λυγηρότητες $r/t \leq 140$, ροπές αστοχίας μικρότερες από τις προβλέψεις της μεθόδου MNA/LBA (αλλά και της MNA/GNA), η οποία όπως προαναφέρθηκε δίνει πιο ρεαλιστικές αντοχές από ότι η μέθοδος των τάσεων η οποία φαίνεται να είναι υπερσυντηρητική. Ειδικά για τα κελύφη με $r/t=10$, 20 φαίνεται ότι τα προτεινόμενα πλάτη ατελειών για αναλύσεις GMNIA είναι υπερβολικά μεγάλα αν συγκριθούν και με τα αντίστοιχα πλάτη για μεγαλύτερα r/t.

Μια άλλη παρατήρηση είναι ότι οι ροπές αστοχίας με βάση την καμπύλη ροπών αστοχίας από αναλύσεις GMNIA είναι για όλες τις περιπτώσεις εκτός από $r/t=140$ (πλάτος ατέλειας για ανοχή ποιότητας C) και $r/t=160$ (πλάτος ατέλειας για ανοχή ποιότητας B και C) υπέρ της ασφαλείας και αρκετά κοντά στις προβλέψεις της MNA/LBA αλλά και της MNA/GNA.

9.4.2 Κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα

Σε αυτή την ενότητα εξετάζεται η αποδοτικότητα της μεθόδου MNA/GNA για την περίπτωση κελυφών με μη ενισχυμένο άνοιγμα. Σε αντίθεση με τα κελύφη χωρίς άνοιγμα, για την περίπτωση κελυφών με μη ενισχυμένο άνοιγμα δεν υπάρχει μέθοδος η οποία να παρέχει μειωτικούς συντελεστές ανάλογη εκείνης των κελυφών χωρίς άνοιγμα, η οποία να αποτελεί μέτρο σύγκρισης για την αποδοτικότητα της MNA/GNA. Επιπλέον, η μέθοδος MNA/LBA παύει να έχει την ισχύ που είχε για τα κελύφη χωρίς άνοιγμα οπότε η αποδοτικότητα και αυτής της μεθόδου είναι υπό συζήτηση. Η πιο αξιόπιστη μέθοδος ανάλυσης είναι η GMNIA. Επομένως, από μη γραμμικές αναλύσεις GMNIA προκύπτουν οι καμπύλες ροπών αστοχίας οι οποίες σε συνδυασμό με κάποια ρεαλιστικά πλάτη ατελειών δίνουν τις ροπές αστοχίας για κάθε ποιότητα κελύφους. Όπως φάνηκε στην προηγούμενη ενότητα σχετικά με τα κελύφη χωρίς άνοιγμα, τα πλάτη που ορίζουν οι κατασκευαστικές ανοχές είναι, για το μεγαλύτερο εύρος ληγηροτήτων που εξετάζονται εδώ (εκτός από κάποια λεπτότοιχα κελύφη r/t=140 (πλάτος ατέλειας για ανοχή ποιότητας C) και r/t=160 (πλάτος ατέλειας για ανοχή ποιότητας B και C)), υπέρ της ασφαλείας οπότε τα πλάτη που προτείνονται για τις αναλύσεις GMNIA είναι μεν υπέρ της ασφαλείας αλλά και πιο συντηρητικές.

Στα Σχήματα 9.13-9.17 δίνονται τα αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA, MNA/GNA καθώς και τα πλάτη ατελειών που ορίζονται από τον [EN1993-1.6, 2006] για τις σχετικές κατασκευαστικές ανοχές αλλά και για τα προτεινόμενα πλάτη ατελειών για αναλύσεις GMNIA για τα κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα.

Σε γενικές γραμμές φαίνεται ότι η μέθοδος MNA/LBA δίνει μικρότερες αντοχές από ότι η μέθοδος MNA/GNA. Όσο πιο λυγηρά γίνονται τα κελύφη τόσο πιο μεγάλη γίνεται η απόκλιση μεταξύ των δυο μεθόδων. Για μεγάλους λόγους r/t η μέθοδος MNA/LBA γίνεται υπερσυντηρητική και αντιοικονομική ενώ σαφώς καλύτερα αποτελέσματα δίνει η μέθοδος MNA/GNA.

Για r/t=40 και 50 οι προβλέψεις της MNA/GNA είναι σε πολύ καλή συμφωνία με τις ροπές αστοχίας της μεθόδου GMNIA που αντιστοιχούν τόσο στις κατασκευαστικές ανοχές όσο και στα πλάτη που προτείνεται να υιοθετούνται στις αναλύσεις GMNIA βάσει του [EN1993-1.6, 2006].

Για r/t≥120 φαίνεται ότι η πρόβλεψη της μεθόδου MNA/GNA για κελύφη ποιότητας A είναι μικρότερη ή στα ίδια επίπεδα με τις προβλέψεις της μεθόδου GMNIA ακόμα και όταν λαμβάνονται υπόψη πλάτη ατελειών που αφορούν κατασκευαστικές ανοχές για κελύφη ποιότητες B και C.

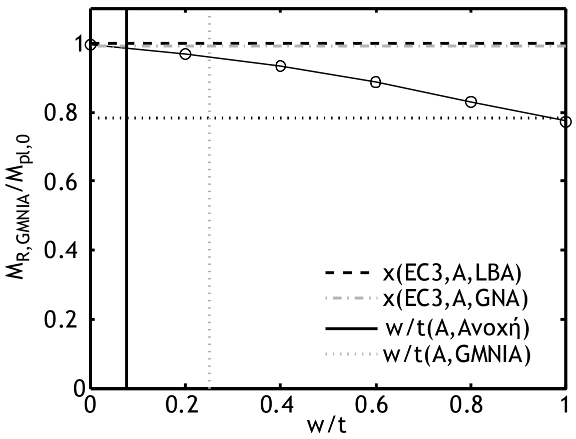
Συνεπώς, για το εύρος $10 \leq r/t < 120$ προτείνεται η χρήση της μεθόδου MNA/GNA για τον υπολογισμό των ροπών αστοχίας για κάθε μια από τις ποιότητες κατασκευής, ενώ για το εύρος $120 \leq r/t \leq 160$ προτείνεται η χρήση της μεθόδου MNA/GNA με χρήση τιμών για τις διάφορες παραμέτρους (π.χ. την ανώτατη ανηγμένη λυγηρότητα της πλαστικής περιοχής λ_{x0}) που αντιστοιχούν σε ποιότητα κατασκευής A, μιας και η ροπή αστοχίας που προβλέπει είναι μικρότερη από τις ροπές αστοχίας από αναλύσεις GMNIA για πλάτη ατελειών που αντιστοιχούν σε ανοχές τόσο για την ποιότητα A όσο και για τις ποιότητες B και C.

9.4.3 Κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα

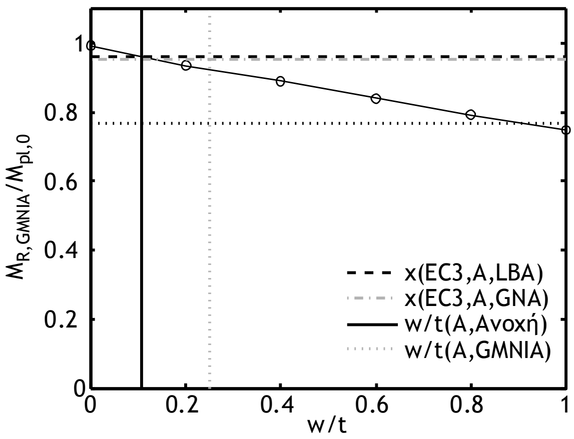
Σε αυτή την ενότητα εξετάζεται η αποδοτικότητα της μεθόδου MNA/GNA αλλά και της μεθόδου MNA/LBA για την περίπτωση κελυφών με ενισχυμένο άνοιγμα. Όπως και στα κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα, έτσι και στα κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα, η πιο αξιόπιστη μέθοδος ανάλυσης είναι η GMNIA. Όπως προέκυψε από τα αποτελέσματα σχετικά με τα κελύφη χωρίς άνοιγμα οι αντοχές που προβλέπει η μέθοδος GMNIA με πλάτη ατελειών ίσα με τις κατασκευαστικές ανοχές δίνουν συντηρητικά αποτελέσματα οπότε η χρήση των προτεινόμενων πλατών για τις αναλύσεις GMNIA εκτός για κάποιες περιπτώσεις λεπτότοιχων κελυφών (βλ. ενότητα 9.4.1) είναι μεν υπέρ της ασφαλείας αλλά ακόμη πιο συντηρητικά.

Στα Σχήματα 9.18 - 9.22 δίνονται οι καμπύλες ροπών αστοχίας μαζί με τις προβλέψεις των μεθόδων MNA/LBA και MNA/GNA καθώς επίσης και τα πλάτη ατελειών των κατασκευαστικών ανοχών και των προτεινόμενων τιμών για τις αναλύσεις GMNIA.

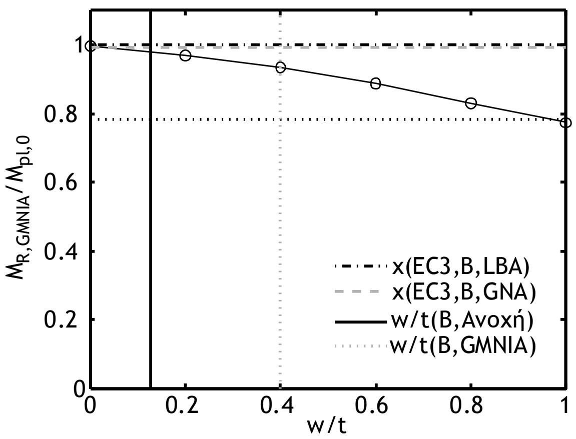
Η πρώτη βασική παρατήρηση είναι ότι για παχιά κελύφη (π.χ. για r/t=30) οι μέθοδοι MNA/LBA και MNA/GNA δίνουν πρακτικά τα ίδια αποτελέσματα. Για πιο λυγηρά κελύφη οι προβλέψεις των δυο αυτών μεθόδων διαφοροποιούνται με τη μέθοδο MNA/GNA να είναι πιο συντηρητική. Παρόλα αυτά, προκύπτει ότι αν και λιγότερο συντηρητική, η μέθοδος MNA/LBA δίνει αποτελέσματα που είναι πιο κοντά στις προβλέψεις της μεθόδου GMNIA. Για το λόγο αυτό προτείνεται για τα κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα να χρησιμοποιείται η μέθοδος MNA/LBA για τον προσδιορισμό των ροπών αστοχίας.



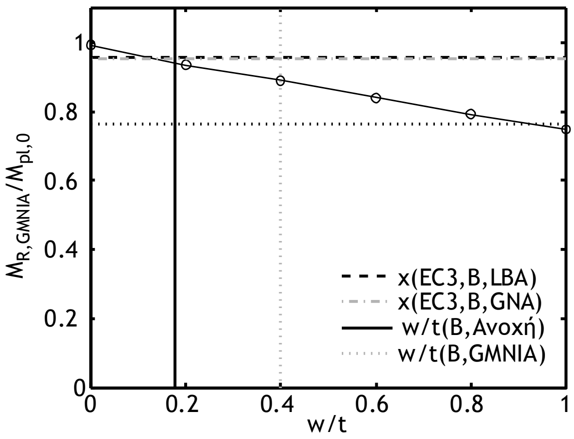
(α) r/t=10, ποιότητα A



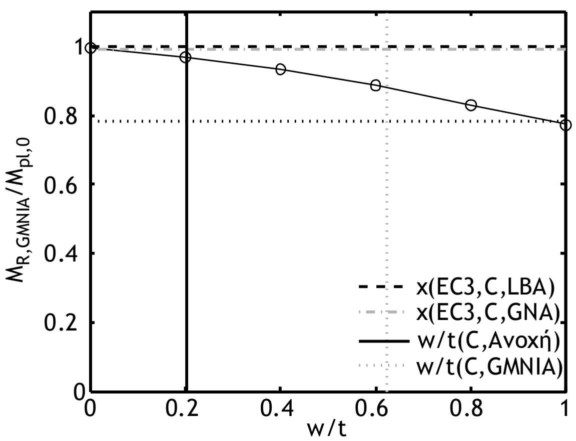
(β) r/t=20, ποιότητα A



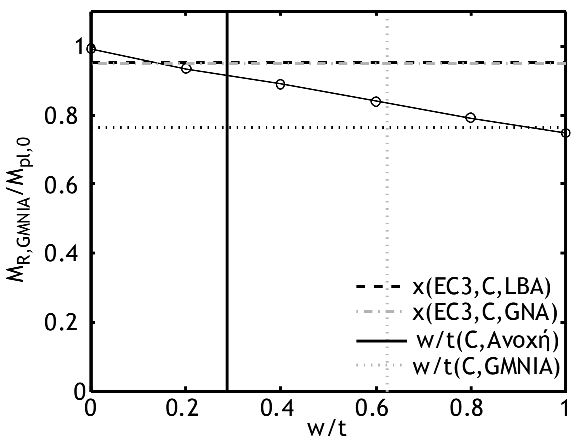
(γ) r/t=10, ποιότητα B



(δ) r/t=20, ποιότητα B



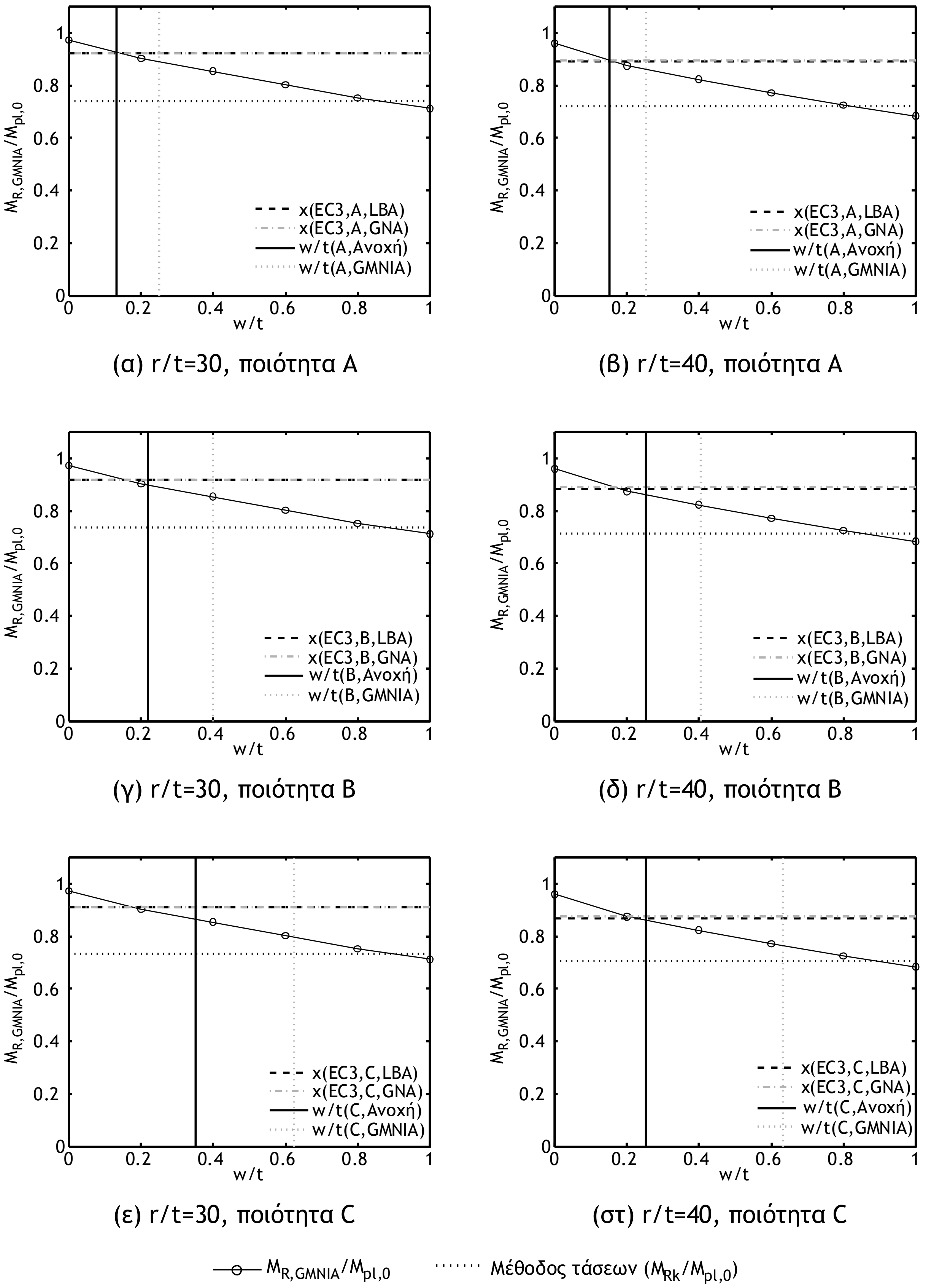
(ε) r/t=10, ποιότητα C



(στ) r/t=20, ποιότητα C

—o— $M_{R,GMNIA}/M_{pl,0}$ ······ Μέθοδος τάσεων ($M_{Rk}/M_{pl,0}$)

Σχήμα 9.6: Αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA και MNA/GNA για κελύφη χωρίς άνοιγμα

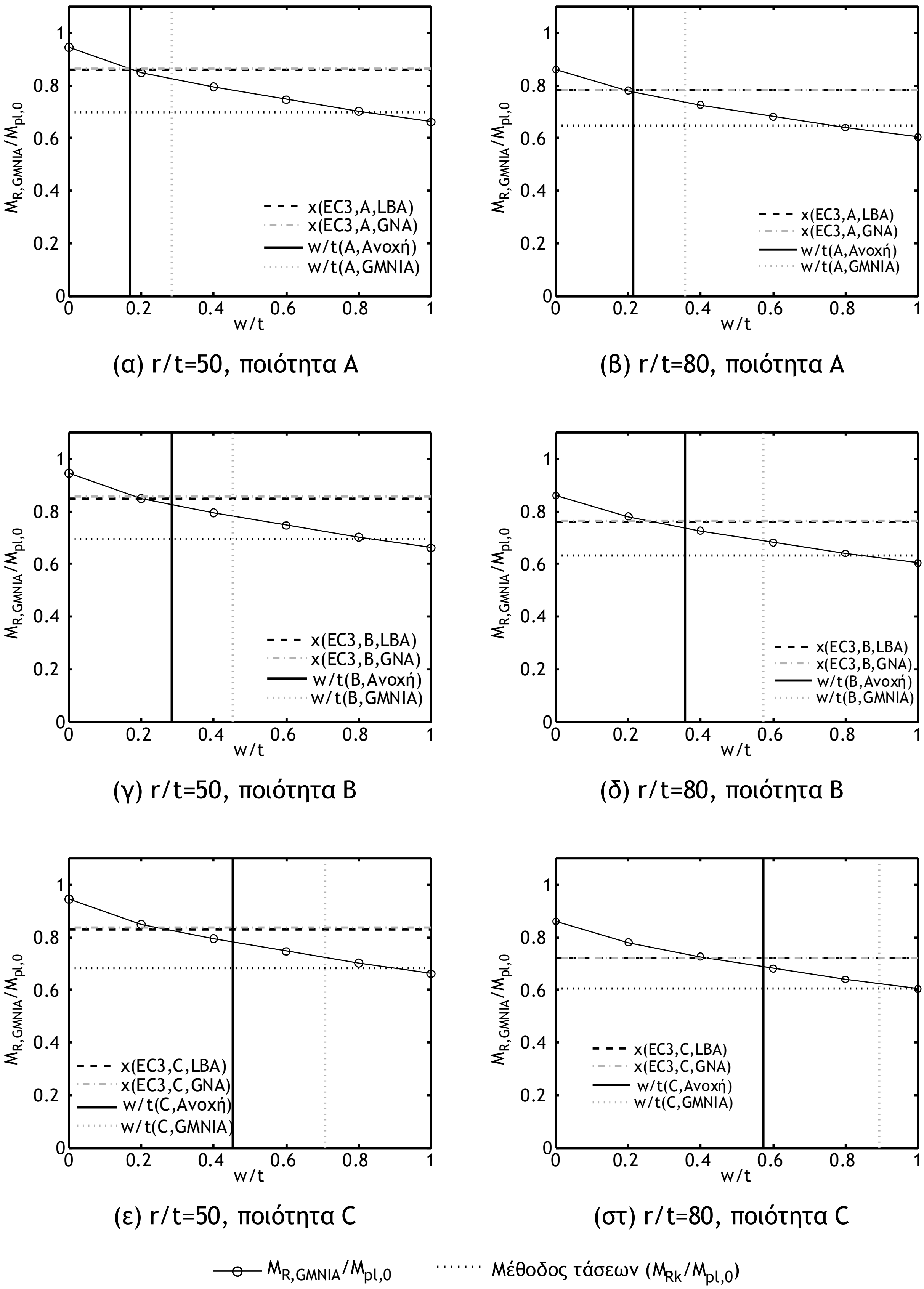


(α) r/t=30, ποιότητα A (β) r/t=40, ποιότητα A

(γ) r/t=30, ποιότητα B (δ) r/t=40, ποιότητα B

(ε) r/t=30, ποιότητα C (στ) r/t=40, ποιότητα C

Σχήμα 9.7: Αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA και MNA/GNA για κελύφη χωρίς άνοιγμα

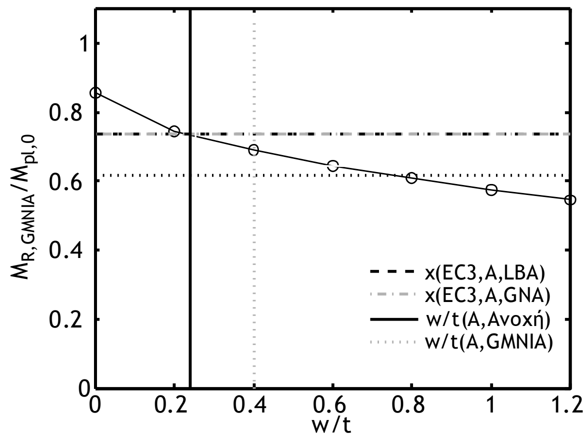


(α) r/t=50, ποιότητα A (β) r/t=80, ποιότητα A

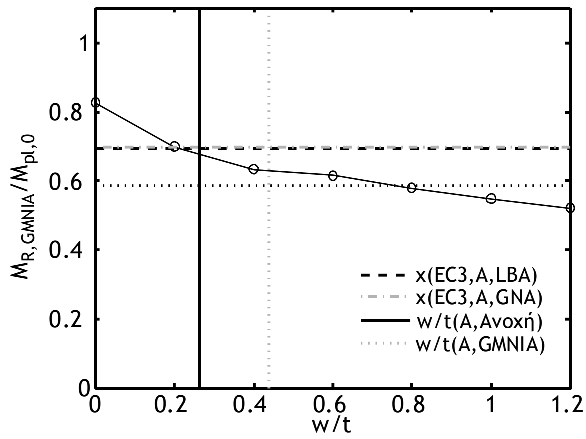
(γ) r/t=50, ποιότητα B (δ) r/t=80, ποιότητα B

(ε) r/t=50, ποιότητα C (στ) r/t=80, ποιότητα C

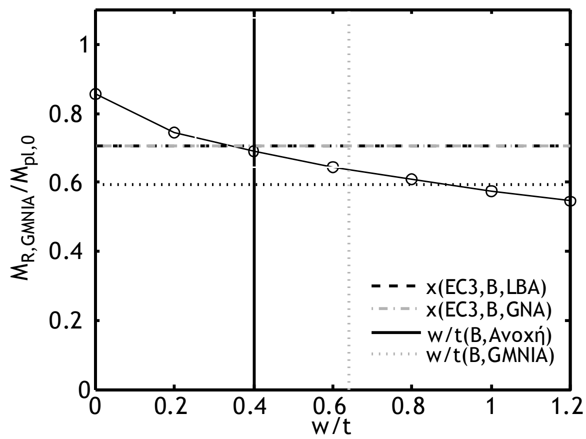
Σχήμα 9.8: Αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA και MNA/GNA για κελύφη χωρίς άνοιγμα



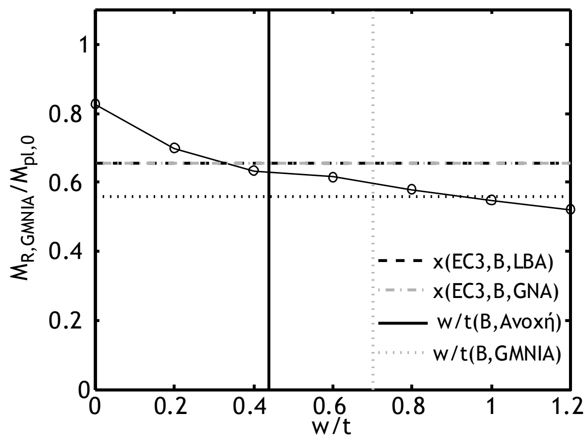
(α) r/t=100, ποιότητα A



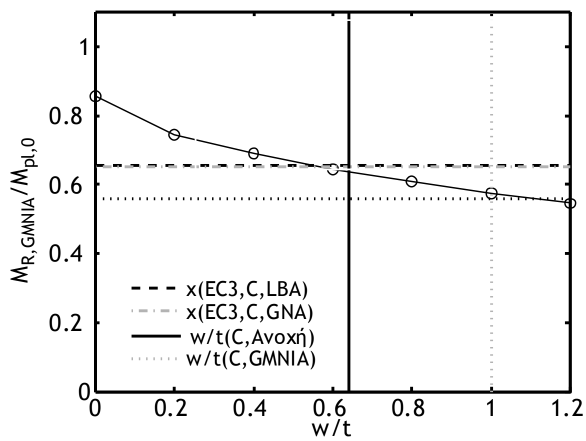
(β) r/t=120, ποιότητα A



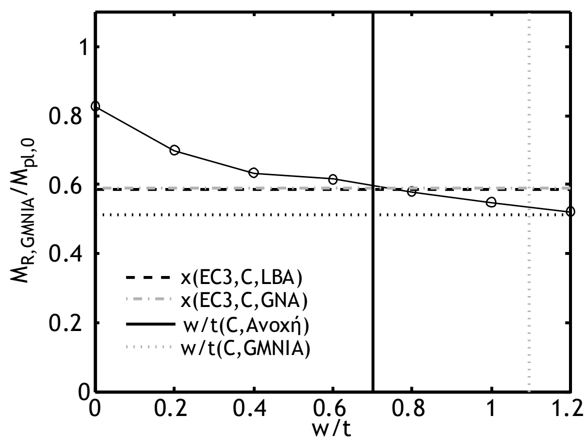
(γ) r/t=100, ποιότητα B



(δ) r/t=120, ποιότητα B



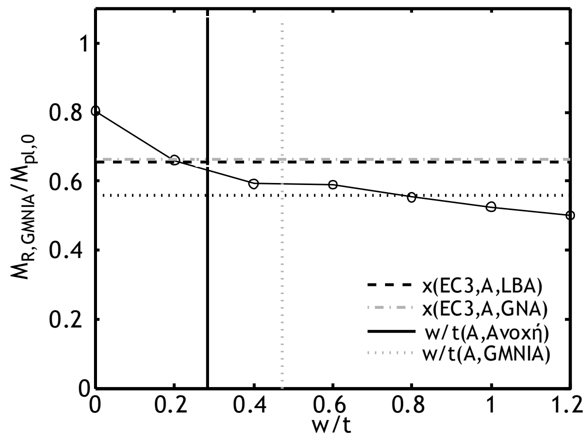
(ε) r/t=100, ποιότητα C



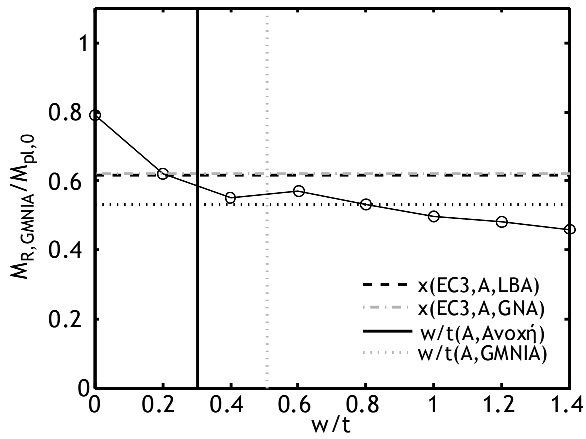
(στ) r/t=120, ποιότητα C

—o— $M_{R,GMNIA}/M_{pl,0}$ ······ Μέθοδος τάσεων ($M_{Rk}/M_{pl,0}$)

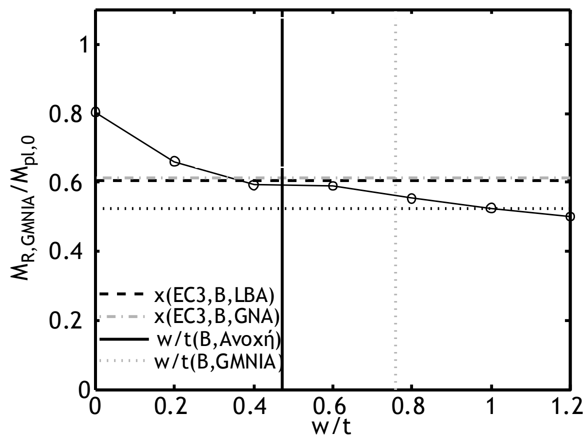
Σχήμα 9.9: Αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA και MNA/GNA για κελύφη χωρίς άνοιγμα



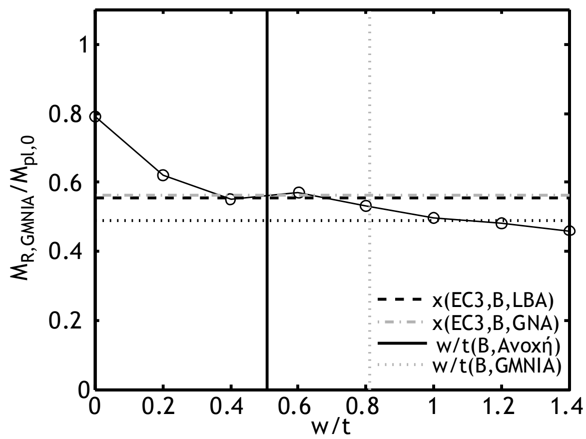
(α) r/t=140, ποιότητα A



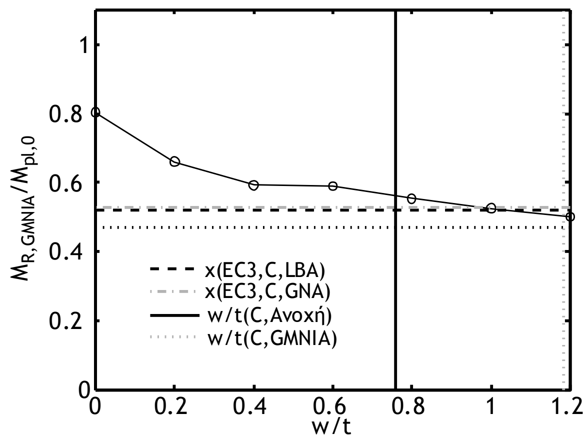
(β) r/t=160, ποιότητα A



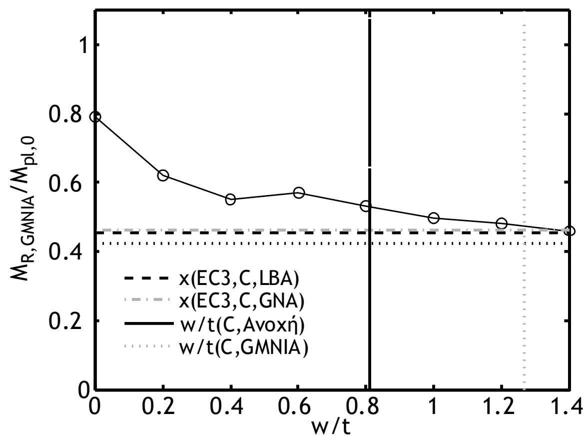
(γ) r/t=140, ποιότητα B



(δ) r/t=160, ποιότητα B



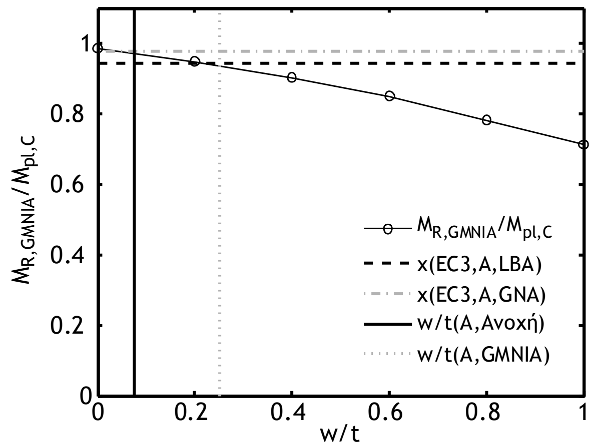
(ε) r/t=140, ποιότητα C



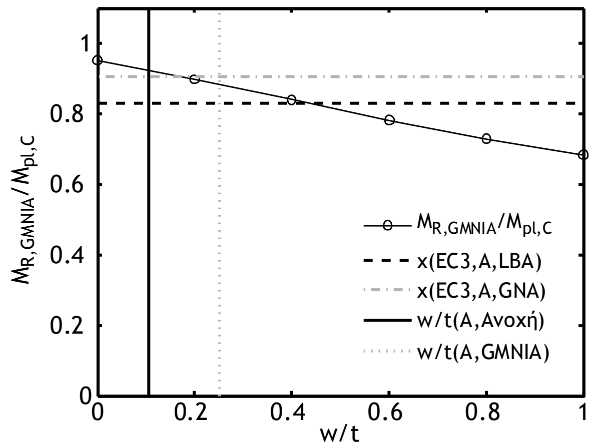
(στ) r/t=160, ποιότητα C

—o— $M_{R,GMNIA}/M_{pl,0}$ ······ Μέθοδος τάσεων ($M_{Rk}/M_{pl,0}$)

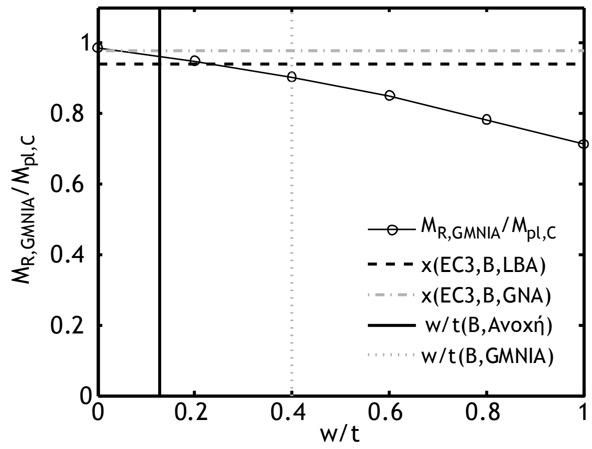
Σχήμα 9.10: Αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA και MNA/GNA για κελύφη χωρίς άνοιγμα



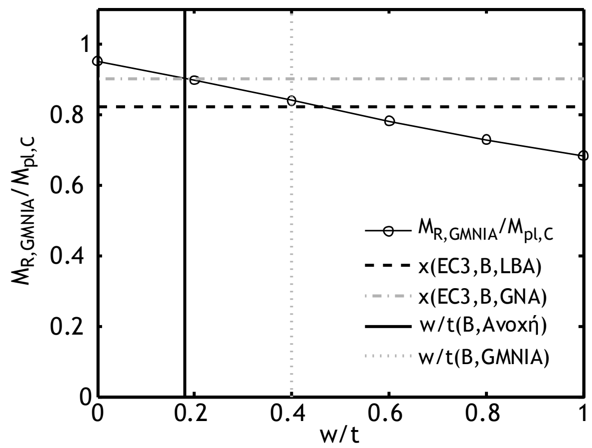
(α) r/t=10, ποιότητα A



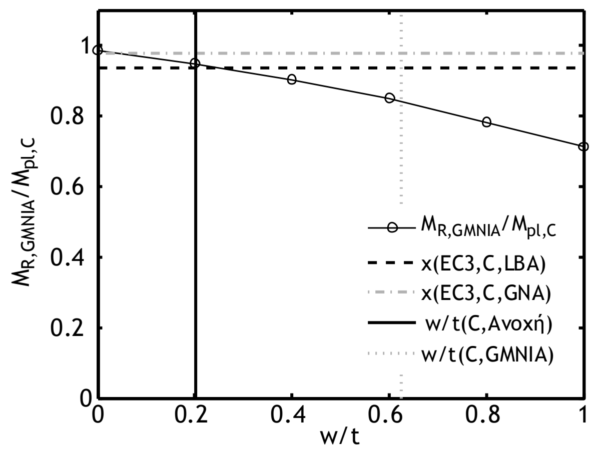
(β) r/t=20, ποιότητα A



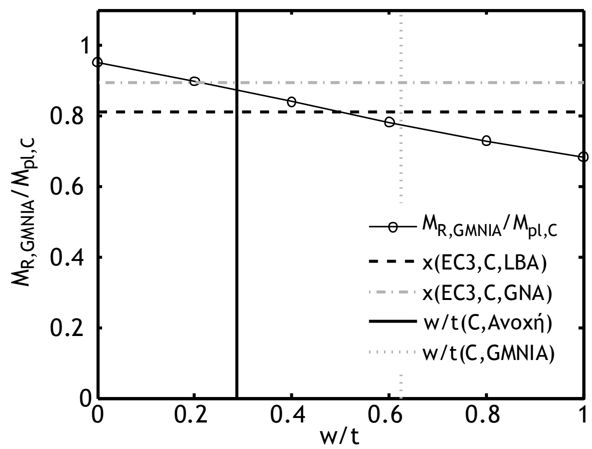
(γ) r/t=10, ποιότητα B



(δ) r/t=20, ποιότητα B

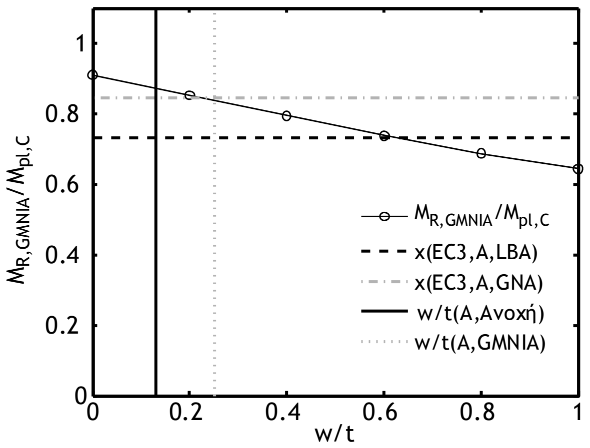


(ε) r/t=10, ποιότητα C

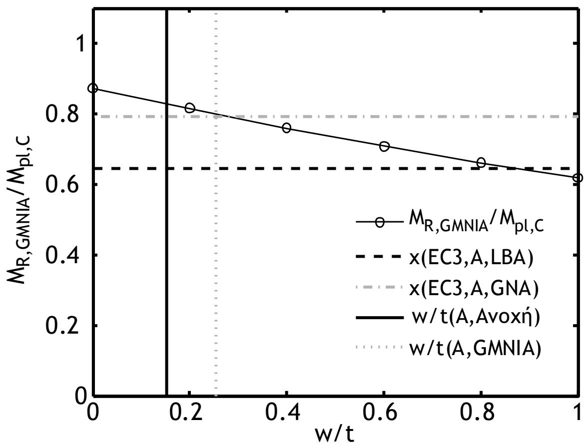


(στ) r/t=20, ποιότητα C

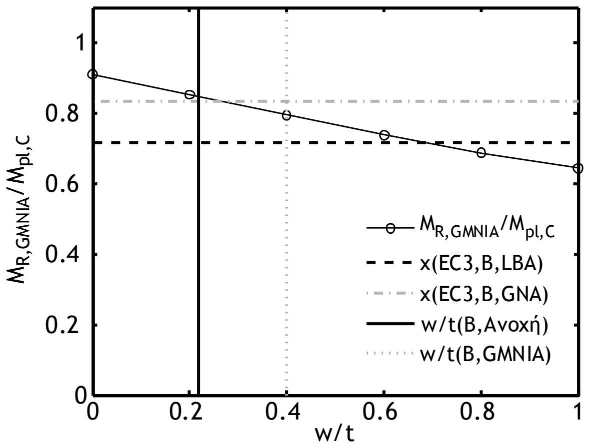
Σχήμα 9.11: Αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA και MNA/GNA για κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα



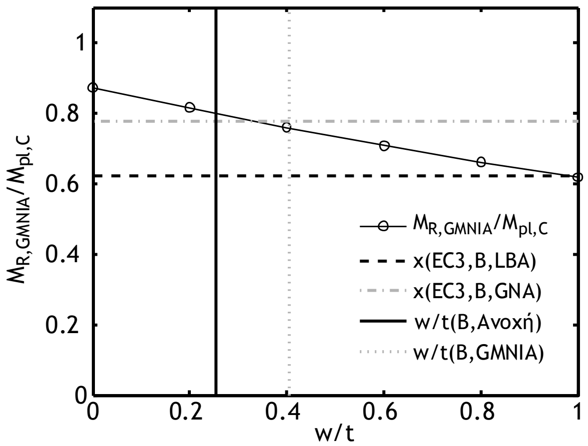
(α) r/t=30, ποιότητα A



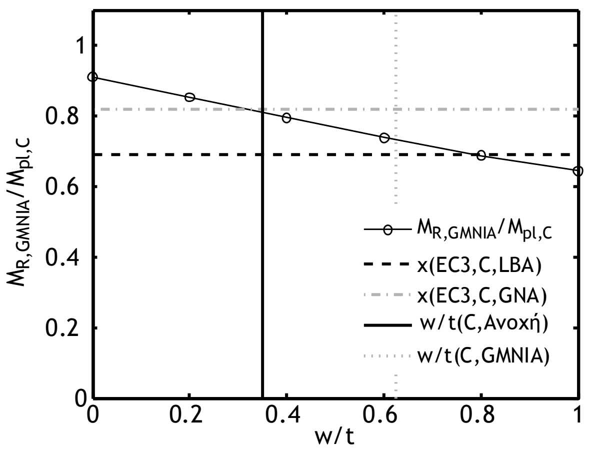
(β) r/t=40, ποιότητα A



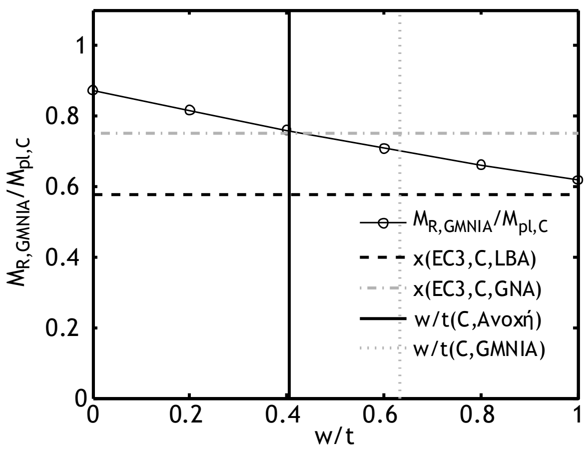
(γ) r/t=30, ποιότητα B



(δ) r/t=40, ποιότητα B

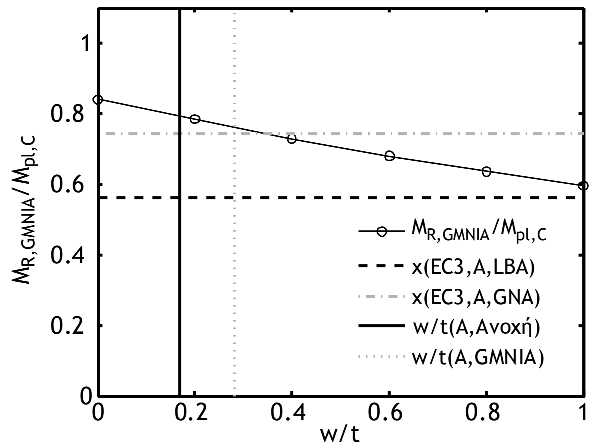


(ε) r/t=30, ποιότητα C

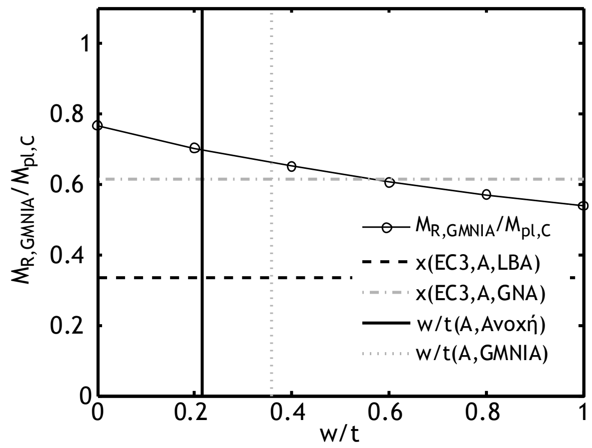


(στ) r/t=40, ποιότητα C

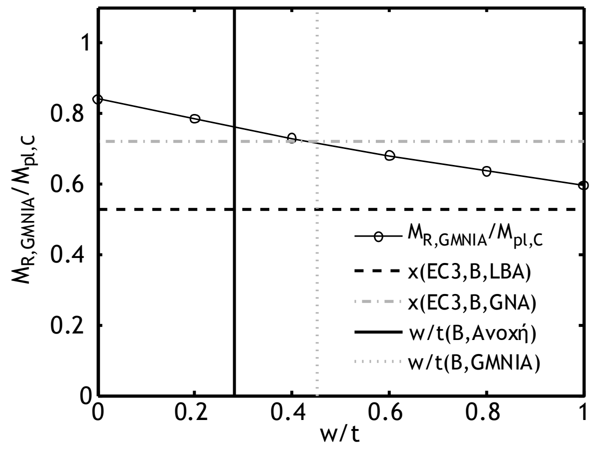
Σχήμα 9.12: Αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA και MNA/GNA για κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα



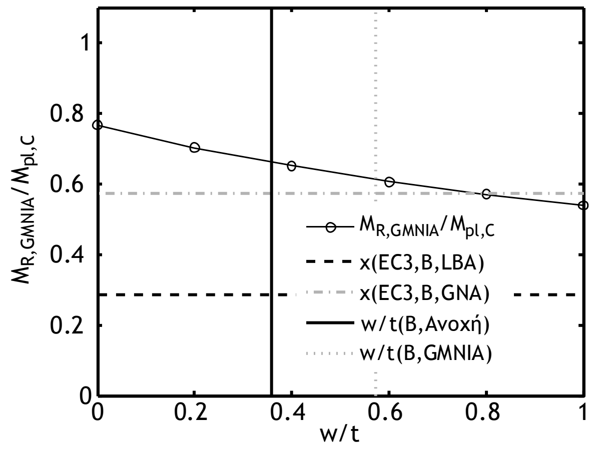
(α) r/t=50, ποιότητα A



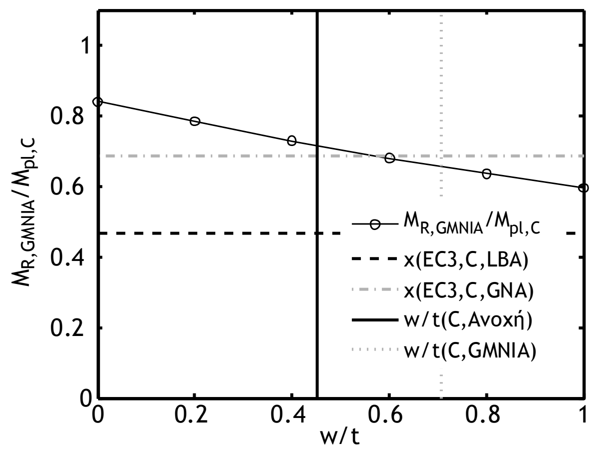
(β) r/t=80, ποιότητα A



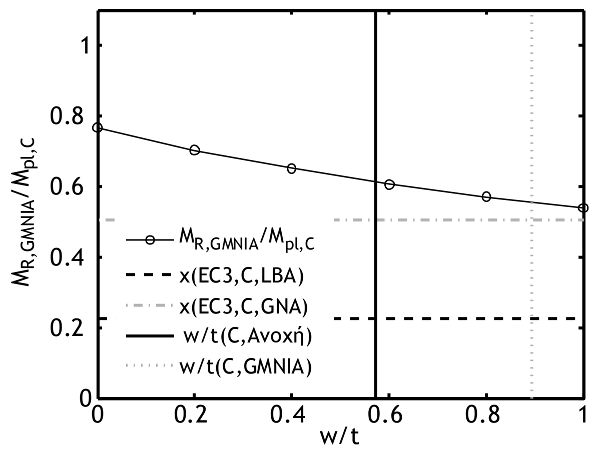
(γ) r/t=50, ποιότητα B



(δ) r/t=80, ποιότητα B

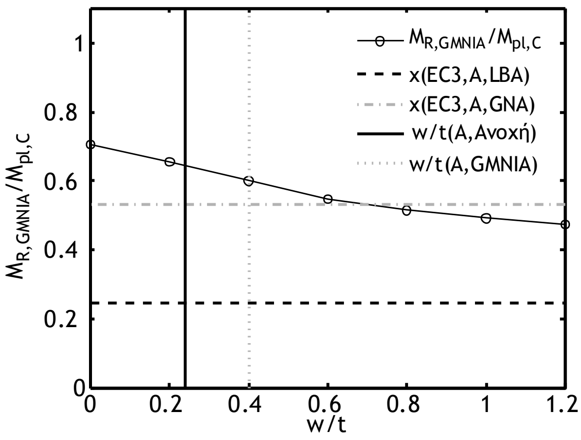


(ε) r/t=50, ποιότητα C

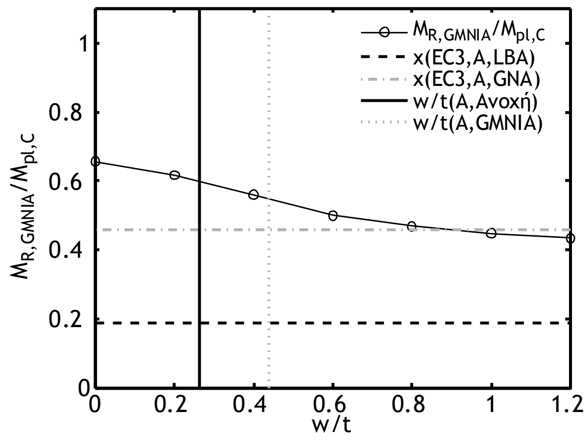


(στ) r/t=80, ποιότητα C

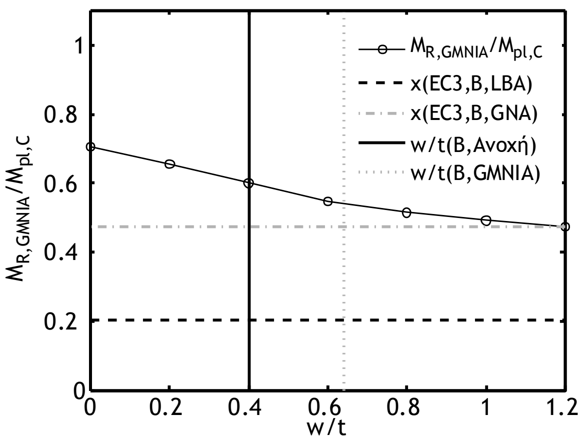
Σχήμα 9.13: Αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA και MNA/GNA για κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα



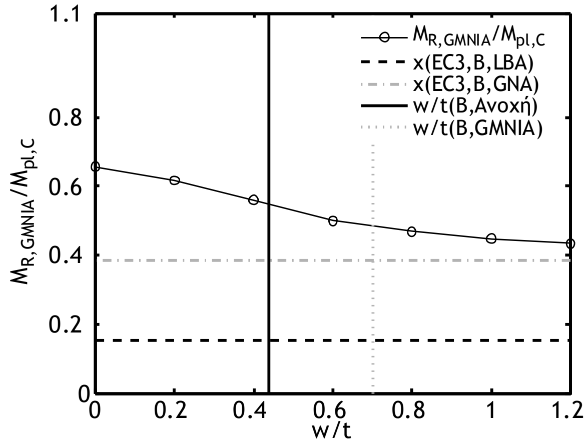
(α) r/t=100, ποιότητα A



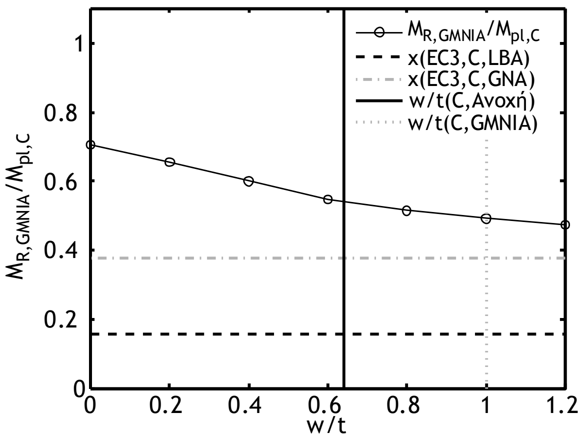
(β) r/t=120, ποιότητα A



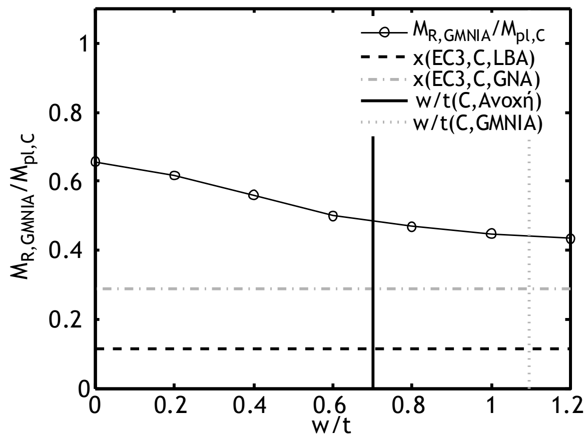
(γ) r/t=100, ποιότητα B



(δ) r/t=120, ποιότητα B

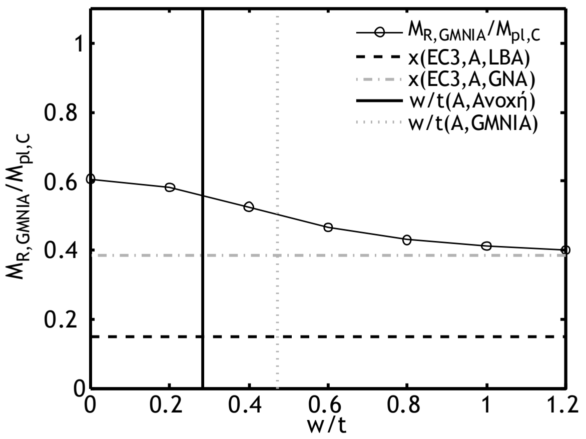


(ε) r/t=100, ποιότητα C

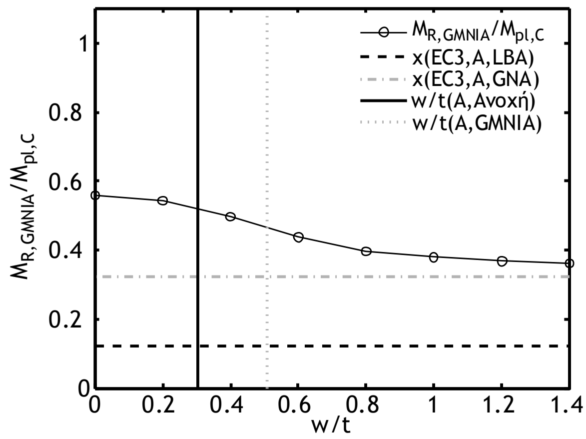


(στ) r/t=120, ποιότητα C

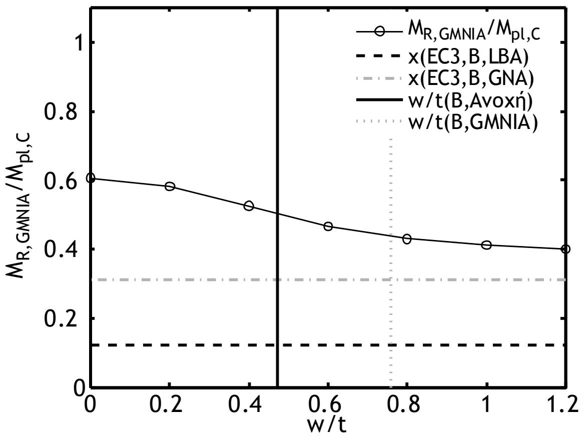
Σχήμα 9.14: Αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA και MNA/GNA για κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα



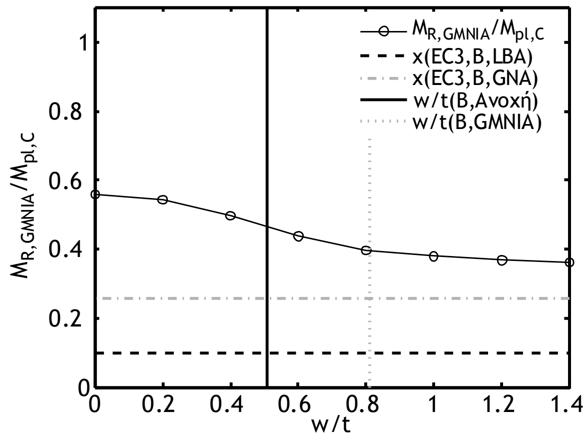
(α) r/t=140, ποιότητα A



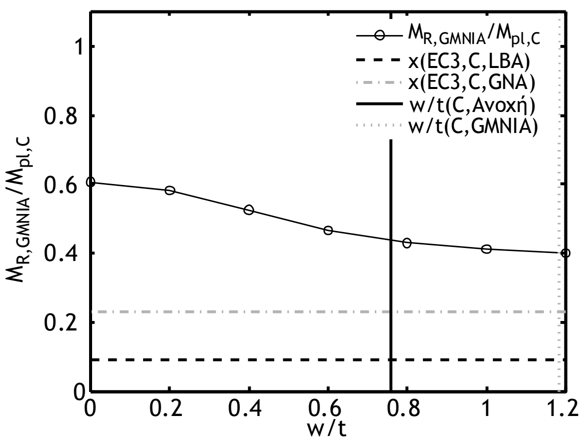
(β) r/t=160, ποιότητα A



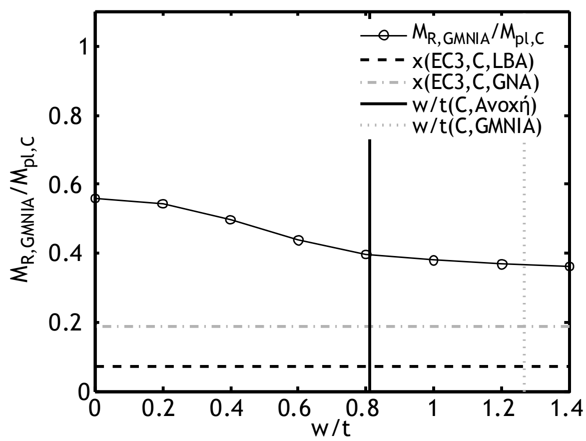
(γ) r/t=140, ποιότητα B



(δ) r/t=160, ποιότητα B

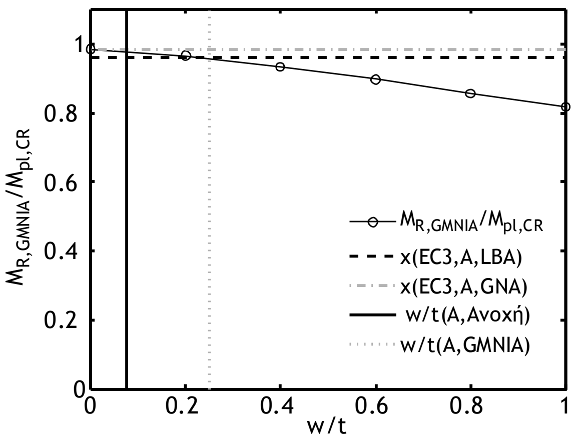


(ε) r/t=140, ποιότητα C

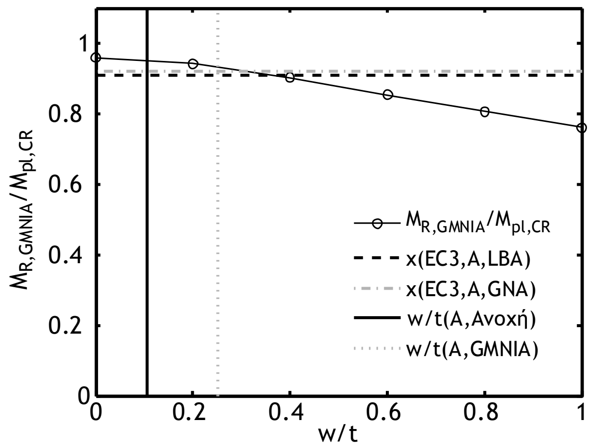


(στ) r/t=160, ποιότητα C

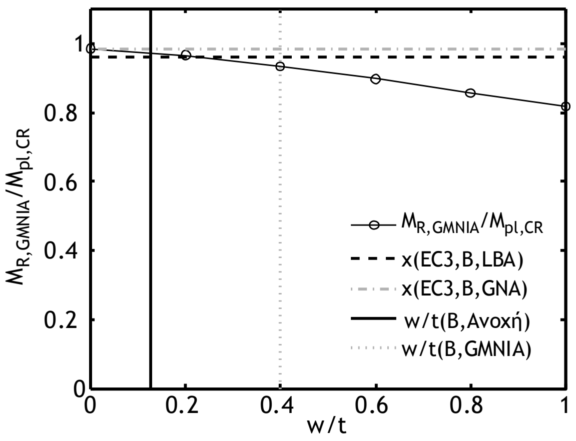
Σχήμα 9.15: Αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA και MNA/GNA για κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα



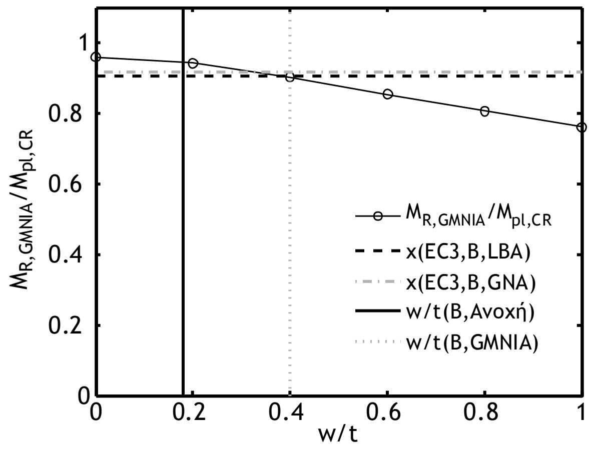
(α) r/t=10, ποιότητα A



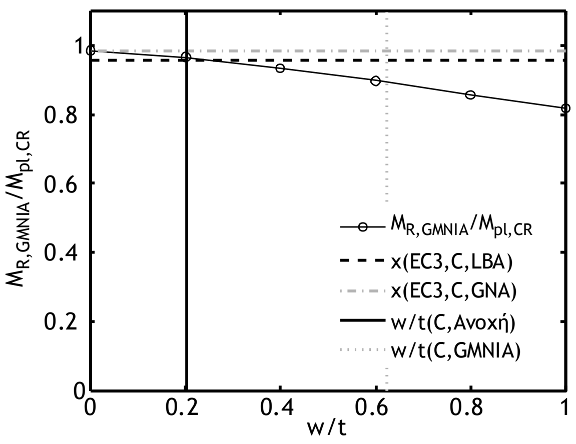
(β) r/t=20, ποιότητα A



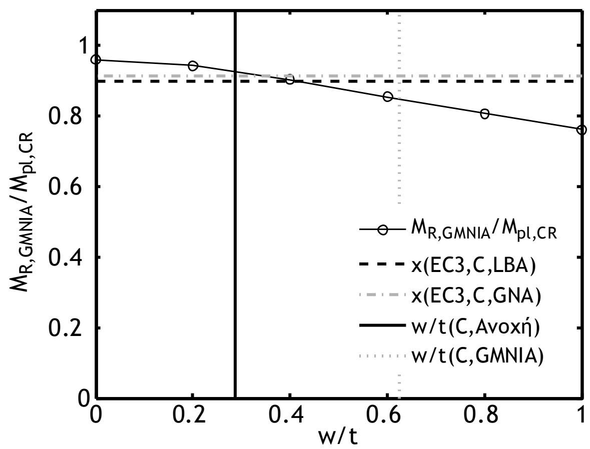
(γ) r/t=10, ποιότητα B



(δ) r/t=20, ποιότητα B

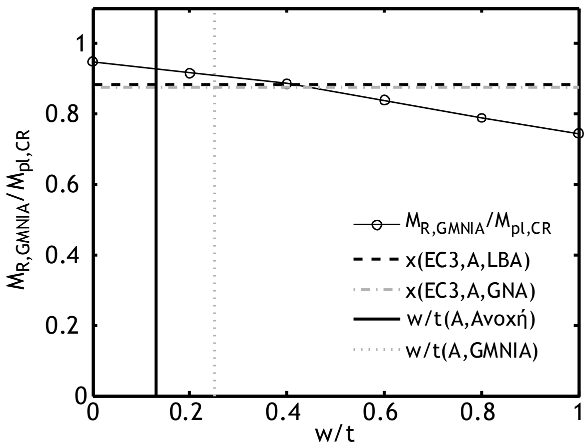


(ε) r/t=10, ποιότητα C

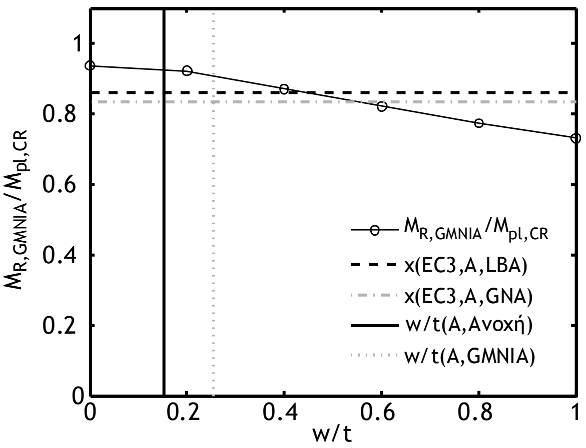


(στ) r/t=20, ποιότητα C

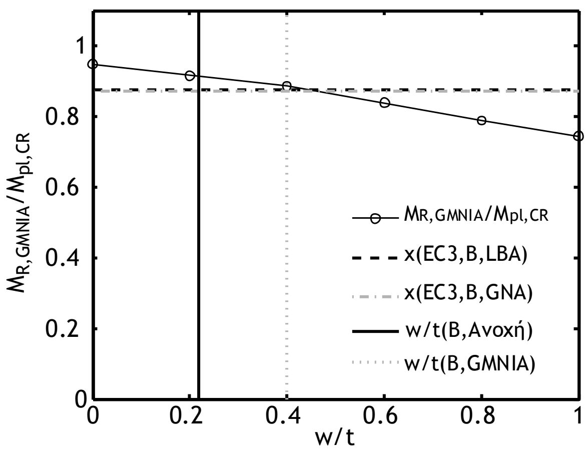
Σχήμα 9.16: Αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA και MNA/GNA για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα



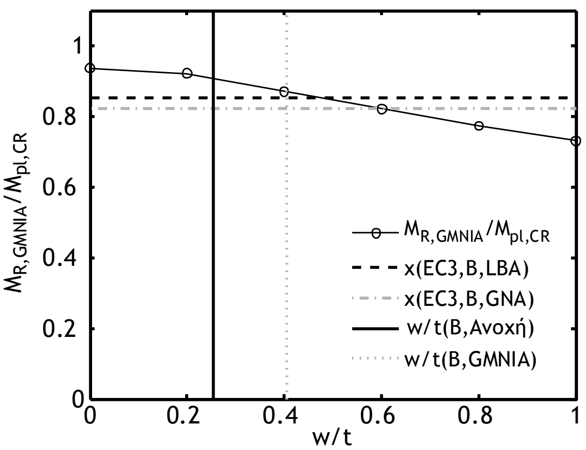
(α) r/t=30, ποιότητα A



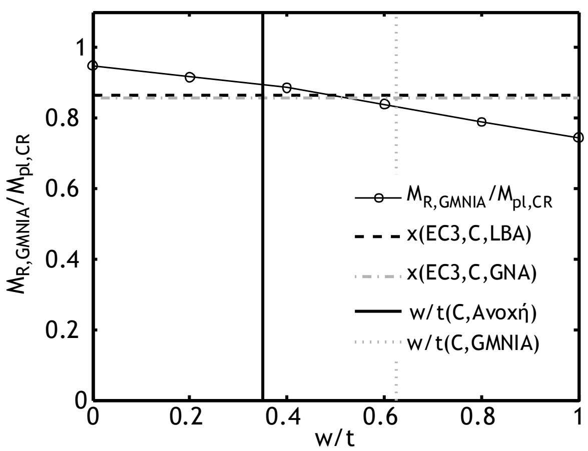
(β) r/t=40, ποιότητα A



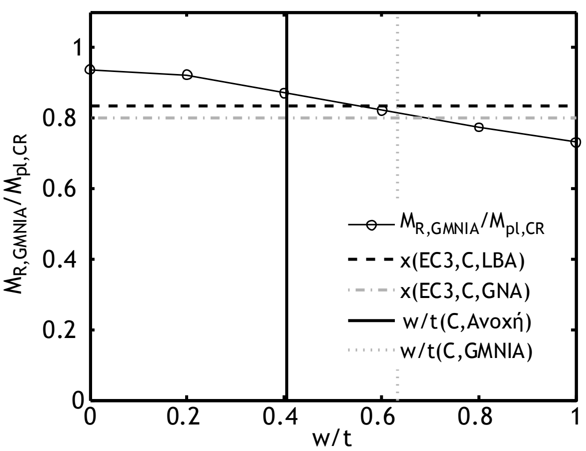
(γ) r/t=30, ποιότητα B



(δ) r/t=40, ποιότητα B

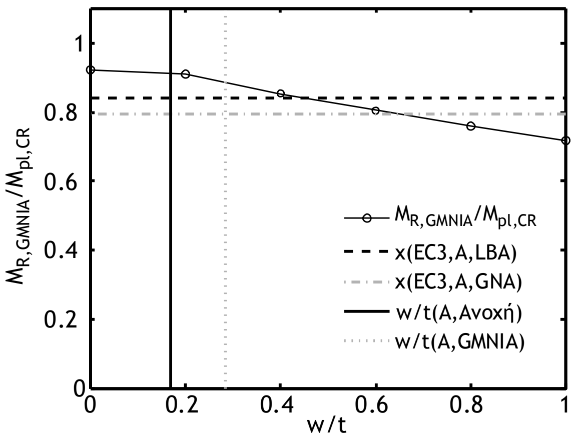


(ε) r/t=30, ποιότητα C

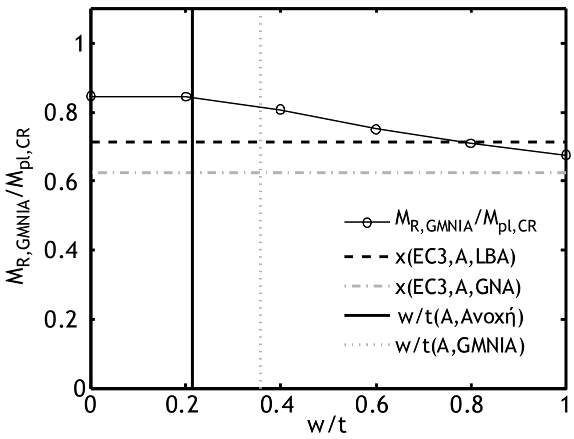


(στ) r/t=40, ποιότητα C

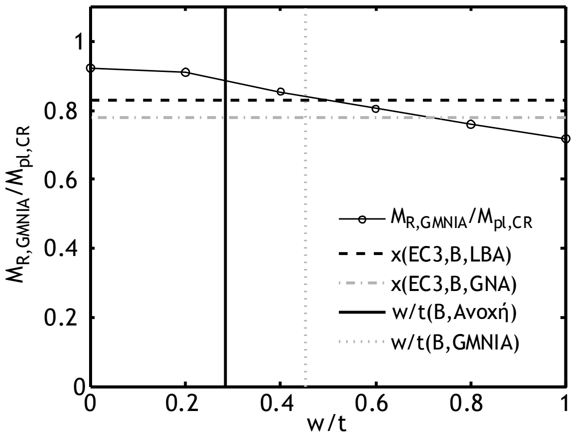
Σχήμα 9.17: Αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA και MNA/GNA για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα



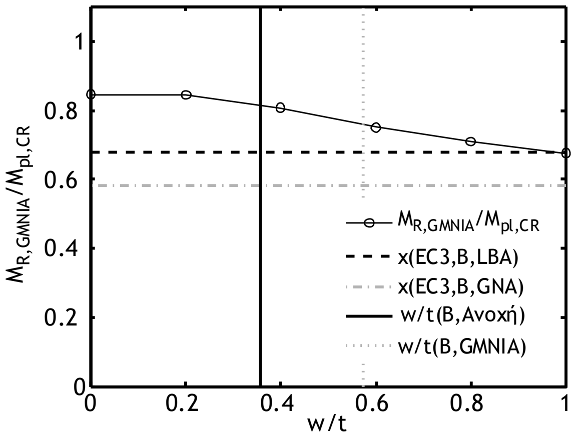
(α) r/t=50, ποιότητα A



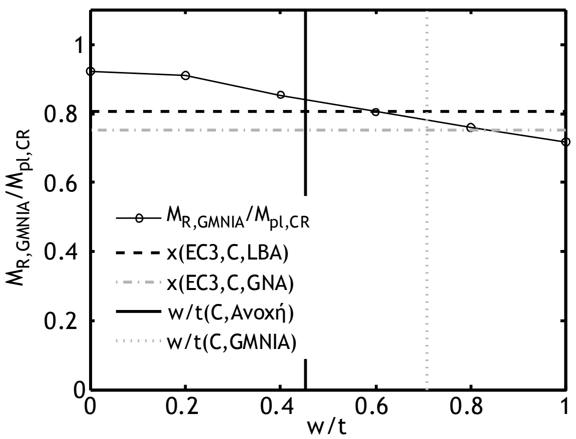
(β) r/t=80, ποιότητα A



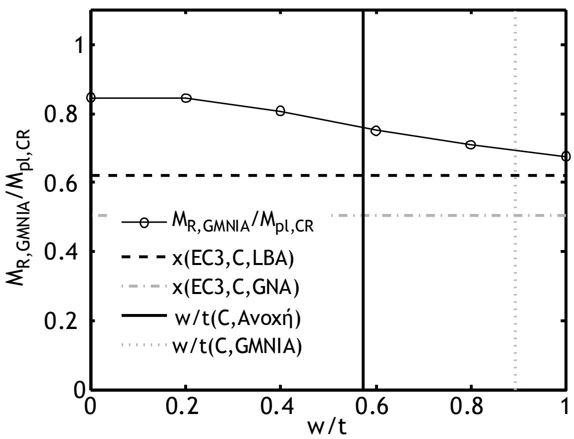
(γ) r/t=50, ποιότητα B



(δ) r/t=80, ποιότητα B

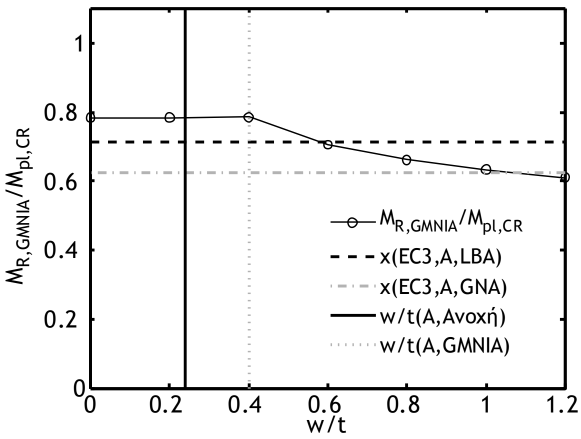


(ε) r/t=50, ποιότητα C

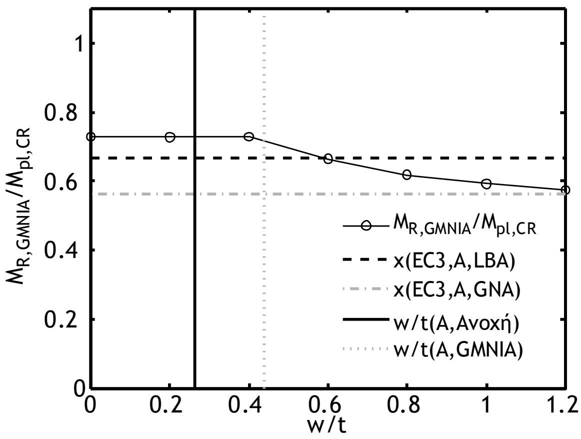


(στ) r/t=80, ποιότητα C

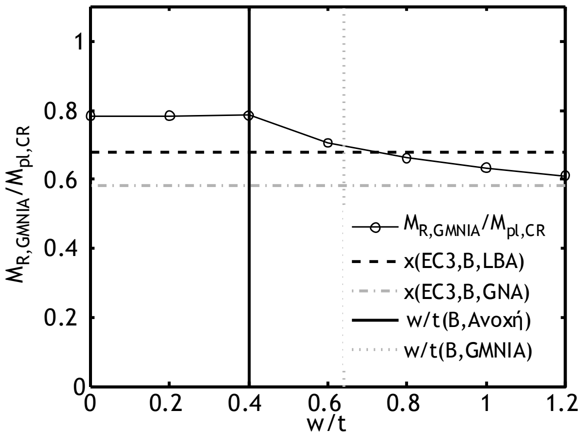
Σχήμα 9.18: Αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA και MNA/GNA για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα



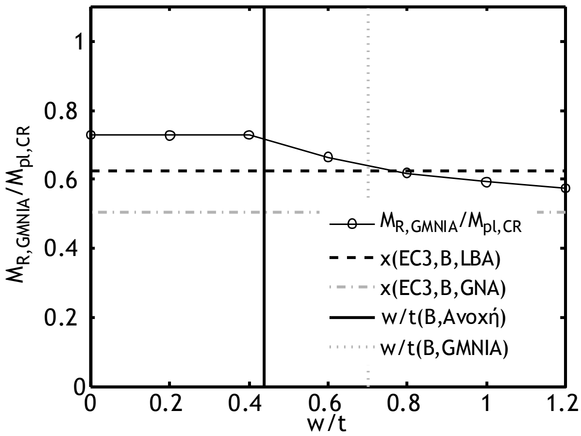
(α) r/t=100, ποιότητα A



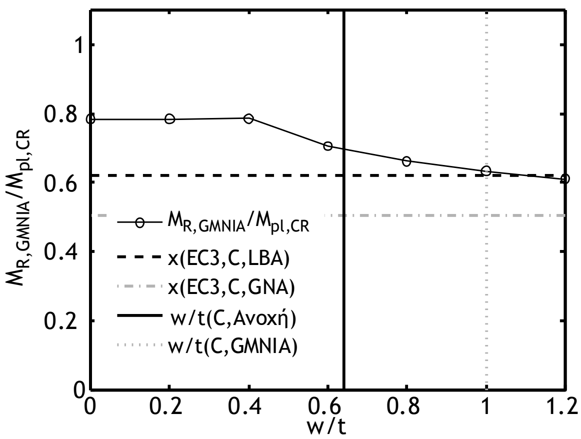
(β) r/t=120, ποιότητα A



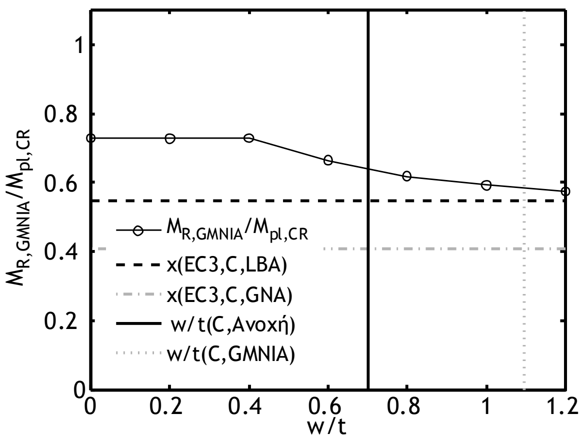
(γ) r/t=100, ποιότητα B



(δ) r/t=120, ποιότητα B

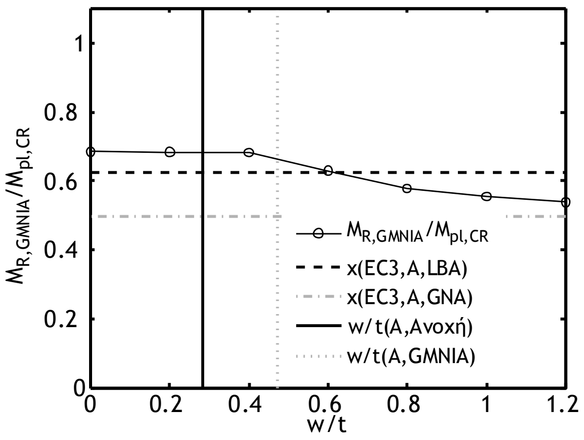


(ε) r/t=100, ποιότητα C

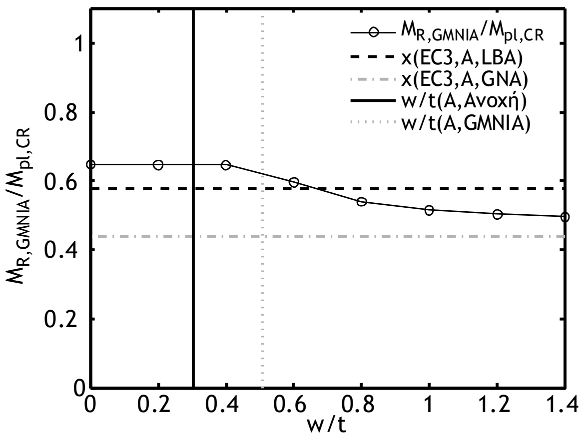


(στ) r/t=120, ποιότητα C

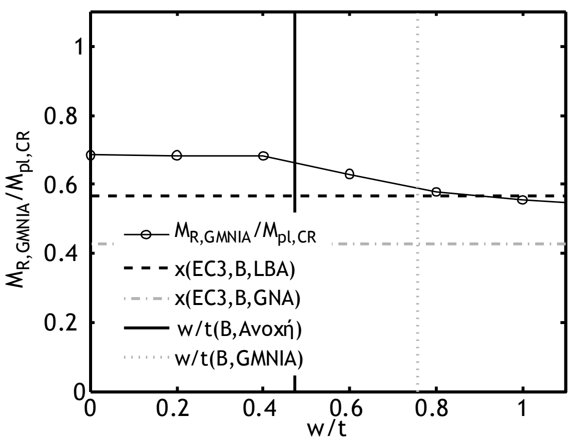
Σχήμα 9.19: Αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA και MNA/GNA για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα



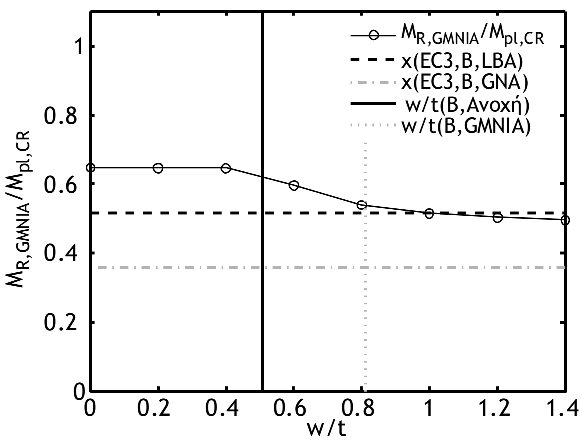
(α) r/t=140, ποιότητα A



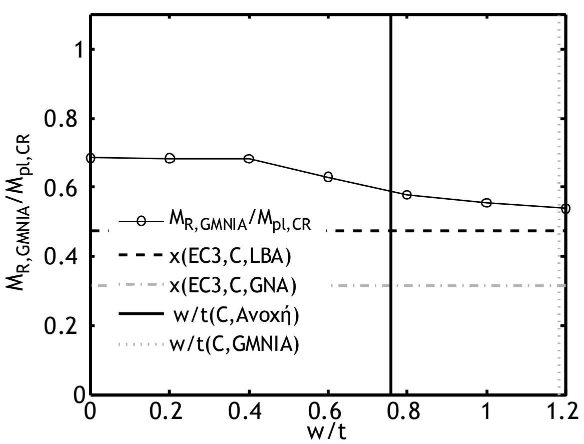
(β) r/t=160, ποιότητα A



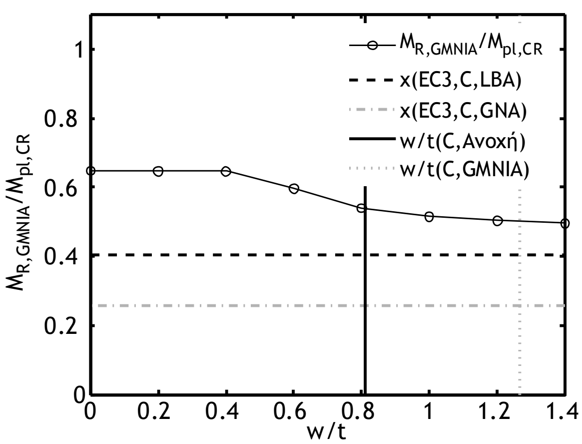
(γ) r/t=140, ποιότητα B



(δ) r/t=160, ποιότητα B



(ε) r/t=140, ποιότητα C



(στ) r/t=160, ποιότητα C

Σχήμα 9.20: Αποτελέσματα των μεθόδων GMNIA, MNA/LBA και MNA/GNA για κελύφη με ενισχυμένο άνοιγμα

9.5 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό πραγματοποιήθηκε μια σύγκριση της αποδοτικότητας της αριθμητικής μεθόδου MNA/LBA με την προτεινόμενη μέθοδο MNA/GNA οι οποίες χρησιμοποιούν την κλασική (εξίσωση (9.1)) και την τροποποιημένη (εξίσωση (9.2)) ανηγμένη λυγηρότητα αντίστοιχα. Η σύγκριση αυτή αφορούσε κυρίως τα κελύφη με άνοιγμα ενισχυμένο ή μη αλλά και κελύφη χωρίς άνοιγμα για λόγους πληρότητας.

Η εφαρμογή της μεθόδου GMNIA έγινε λαμβάνοντας υπόψη ένα αριθμό πέντε και τεσσάρων γεωμετρικών ατελειών για την περίπτωση των κελυφών χωρίς άνοιγμα ή με άνοιγμα (ενισχυμένο ή μη) αντίστοιχα. Η αντοχή του κελύφους από μια διερεύνηση με τη μέθοδο GMNIA προκύπτει λαμβάνοντας υπόψη την ελάχιστη αντοχή που δίνουν οι γεωμετρικές ατέλειες με κατάλληλο πλάτος ατέλειας. Για την περίπτωση κελυφών χωρίς άνοιγμα έχει φανεί ότι η υιοθέτηση πλάτους ατέλειας ίσο με την κατασκευαστική αντοχή του [EN1993-1.6, 2006] για κάθε ποιότητα δίνει αντοχές μικρότερες από τις προβλέψεις της μεθόδου MNA/LBA εκτός από κάποια λεπτότοιχα κελύφη (π.χ. r/t=140, r/t=160) τα οποία στην πράξη όμως δεν αντιστοιχούν στα κελύφη στη βάση σύγχρονων ψηλών πυλώνων ανεμογεννητριών. Επομένως, η υιοθέτηση των ακόμη πιο μεγάλων πλατών ατέλειας του [EN1993-1.6, 2006] που αφορούν τις αναλύσεις GMNIA είναι μεν υπέρ της ασφαλείας αλλά και ακόμη πιο συντηρητικά και δεν προτείνονται τουλάχιστον για λυγηρότητες r/t στην περιοχή του 50 που αφορούν κελύφη στη βάση σύγχρονων πυλώνων ανεμογεννητριών.

Στην περίπτωση κελυφών χωρίς άνοιγμα, οι αριθμητικές μέθοδοι MNA/LBA και MNA/GNA δίνουν πρακτικά τις ίδιες αντοχές. Η μέθοδος των τάσεων είναι ακόμη πιο συντηρητική από τις πιο πάνω μεθόδους. Η μέθοδος GMNIA δίνει στο μεγαλύτερο εύρος τιμών της λυγηρότητας που εξετάστηκε εδώ αντοχές πιο μικρές από τις αντίστοιχες της μεθόδου MNA/LBA. Στην περίπτωση κελυφών με μη ενισχυμένο άνοιγμα, η πλέον αξιόπιστη μέθοδος είναι η μέθοδος GMNIA. Η μέθοδος MNA/LBA, λόγω των μεγάλων ανηγμένων λυγηροτήτων που υπολογίζει, δίνει αρκετά συντηρητικά αποτελέσματα σε σύγκριση με τα αποτελέσματα της μεθόδου GMNIA. Όσο πιο λεπτό είναι το κέλυφος τόσο πιο συντηρητική είναι η πρόβλεψη της μεθόδου MNA/LBA. Οι προβλέψεις της μεθόδου MNA/GNA είναι σαφώς πιο καλές. Για λυγηρότητες r/t μεγαλύτερες του 120 η αντοχή που προβλέπει η μέθοδος MNA/GNA για ποιότητα A είναι πιο μικρή ή στα ίδια επίπεδα όχι μόνο της αντοχής που προβλέπεται από την μέθοδο GMNIA για πλάτη ατελειών ίσα με την κατασκευαστική ανοχή ποιότητας A αλλά και για πλάτη ατελειών ίσα με την κατασκευαστική ανοχή ποιότητας B και C. Επομένως, για κελύφη με $r/t \geq 120$, προτείνεται ο προσδιορισμός της αντοχής με τη μέθοδο MNA/GNA θεωρώντας κελύφη ποιότητας A.

Στην περίπτωση κελυφών με ενισχυμένο άνοιγμα, η μέθοδος GMNIA παραμένει η πιο αξιόπιστη. Οι προβλέψεις της μεθόδου MNA/GNA είναι πιο συντηρητικές από τις προβλέψεις της μεθόδου MNA/LBA και πρέπει να αποφεύγονται. Αντί αυτών, προτείνεται να χρησιμοποιείται η μέθοδος MNA/LBA.

Στον Πίνακα 9.1 δίνονται συνοπτικά οι προτεινόμενες μεθοδολογίες για το σχεδιασμό κελυφών χωρίς άνοιγμα, με μη ενισχυμένο άνοιγμα αλλά και με ενισχυμένο άνοιγμα.

Πίνακας 9.1: Προτάσεις χρήσης αριθμητικών μεθόδων σχεδιασμού κελυφών

	MNA/LBA	MNA/GNA	GMNIA
Κέλυφος χωρίς άνοιγμα	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Κέλυφος με μη ενισχυμένο άνοιγμα	ΟΧΙ	ΝΑΙ[1]	ΝΑΙ
Κέλυφος με ενισχυμένο άνοιγμα	ΝΑΙ	ΟΧΙ	ΝΑΙ

[1]: στο εύρος $120 \leq r/t \leq 160$, για κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα, προτείνεται η μέθοδος MNA/GNA με χρήση τιμών για τις διάφορες παραμέτρους (π.χ. την ανώτατη ανηγμένη λυγηρότητα της πλαστικής περιοχής λ_{x0}) που αντιστοιχούν σε ποιότητα κατασκευής A, διότι οι προβλέψεις της μεθόδου για ποιότητα B και C είναι υπερσυντηρητικές.

9.6 Βιβλιογραφία

ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section III: Nuclear power plant components, Division I, Subsection NE, Class MC Components, NE-3332, pp. 68-70, 1977.

Deutscher Ausshuß für Stahlbau, DAStRichtlinie 013, Beulsicherheitnachweise für Schalen, Köln: Stahlbau-Verlagsgesellschaft, 1980.

Deutscher Ausschuß für Stahlbau: DASt-Richtlinie 017 Entwurf. Beulsicherheitsnachweise für Schalen-Spezielle Fälle. Köln: Stahlbau-Verlagsgesellschaft 1992.

DIBt, Richtlinie fur Windenergieanlagen: Einwirkungen und Standsicherheitsnachweise fur Turm und Grundung, Reihe B, Heft 8, 2004.

DIN 4119, Oberirdische zylindersche Flachboden-Tank-bauwerke aus metallischen Werkstoffen - Berechnung, Berlin, Beuth Verlag, 1980.

ECCS Technical Committee 8, Structural Stability, TWG 8.4-Shells, Buckling of Steel Shells, European Design Recommendations, 1st Edition, 1980.

ECCS Technical Committee 8, Structural Stability, TWG 8.4-Shells, Buckling of Steel Shells, European Design Recommendations, 5th Edition, Editors: John Michael Rotter and Herbert Schmidt, 2008.

European Committee for Standardization. Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-6: Strength and Stability of Shell Structures, 2006.

Germanischer Lloyd, Guideline for the Certification of Wind Turbines, 2010.

Rotter JM and Teng J-G, “Elastic Stability of Cylindrical Shells with Weld Depressions”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, No. 5, pp. 1244-1263, 1989.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

Περίληψη, συμπεράσματα και πρωτότυπη συμβολή

10.1 Περίληψη

Σκοπός αυτής της διδακτορικής διατριβής είναι η μελέτη της αποδοτικότητας διάφορων τύπων ενίσχυσης της οπής ανθρωποθυρίδας χαλύβδινων κυλινδρικών πυλώνων ανεμογεννητριών. Η ανθρωποθυρίδα είναι σημαντικών διαστάσεων και προκαλεί συγκεντρώσεις τάσεων, αυξάνει τον κίνδυνο τοπικού λυγισμού και τελικά επιφέρει αισθητή απομείωση της αντοχής του πυλώνα. Για το λόγο αυτό κρίνεται απαραίτητη η ενίσχυση της περιοχής της οπής. Η ενίσχυση μπορεί να πάρει διάφορες μορφές στην πράξη. Παρόλα αυτά δεν είναι ξεκάθαρο στη βιβλιογραφία, ούτε ποια μορφή ενίσχυσης είναι η πιο αποδοτική, ούτε τι μεγέθους πρέπει να είναι ώστε να αυξάνεται η αντοχή του πυλώνα σε αποδεκτά όρια.

Η τρέχουσα πρακτική σχεδιασμού της ενίσχυσης της ανθρωποθυρίδας στηρίζεται στην αρχή της αντικατάστασης του χαμένου εμβαδού της επιφάνειας της οπής από ενίσχυση ισοδύναμου εμβαδού, αρχή η οποία υιοθετείται σε διάφορους γερμανικούς και αμερικανικούς κανονισμούς. Η αρχή αυτή μπορεί να εφαρμοστεί με ‘απόλυτη’ επιτυχία σε ένα έλασμα το οποίο περιέχει μια οπή και υποβάλλεται σε αξονικό εφελκυσμό. Σε τέτοια περίπτωση το βασικό ζητούμενο είναι να αντικατασταθεί το εμβαδό της οπής με μια ενίσχυση ισοδύναμου εμβαδού χωρίς η μορφή της ενίσχυσης να παίζει ουσιαστικό ρόλο. Παρόλα αυτά, στην περίπτωση των κελυφών του πυλώνα τα οποία περιέχουν την ανθρωποθυρίδα και υπόκεινται σε κάμψη, συνεπώς και σε θλιπτικές τάσεις οπότε και σε προβλήματα τοπικού λυγισμού, η αξιοπιστία της πιο πάνω αρχής είναι ένα θέμα υπό συζήτηση. Επιπλέον, η αποδοτικότητα διαφορετικών τύπων ενίσχυσης δεν αναμένεται να είναι ισοδύναμη.

Έχοντας αυτά υπόψη, η παρούσα διατριβή επιχειρεί να διαλευκάνει τα εξής ζητήματα: (i) της εξακρίβωσης της πιο αποδοτικής ενίσχυσης μεταξύ των πιο πρακτικών μορφών ενίσχυσης, (ii) της σύγκρισης μεταξύ των πιο σύνθετων μορφών ενίσχυσης που χρησιμοποιούνται στην πράξη και των πιο απλών εκδοχών τους, (iii) του καθορισμού του μεγέθους της ενίσχυσης που πρέπει να χρησιμοποιείται ώστε να επιτυγχάνεται μια αποδεκτή αντοχή για τον πυλώνα. Για το σκοπό αυτό το πρόβλημα διερευνήθηκε πειραματικά και ακολούθως αριθμητικά. Παράλληλα έγινε αξιολόγηση όλων των προτεινόμενων από το EN1993-1.6 μεθοδολογιών αριθμητικής ανάλυσης και προτάθηκαν πρωτότυπες μεθοδολογίες εκεί όπου οι υπάρχουσες υστερούν.

Τα δοκίμια των πειραμάτων αντιστοιχούν σε πραγματικούς πυλώνες ανεμογεννητριών ως προς τη λυγηρότητα και τις διαστάσεις της οπής και της ενίσχυσης, σε κλίμακα

1:10. Τα πειράματα καλύπτουν ένα κενό προηγούμενων πειραματικών διερευνήσεων, τα χαρακτηριστικά των οποίων δεν παρέπεμπαν σε κελύφη με ανθρωποθυρίδα που απαντώνται σε πυλώνες ανεμογεννητριών. Πραγματοποιήθηκαν συνολικά έξι πειράματα σε έξι αντίστοιχα δοκίμια. Δυο από τα δοκίμια δεν περιείχαν οπή, τα επόμενα δυο αφορούσαν κελύφη με μη ενισχυμένη οπή, ενώ τα επόμενα δυο αφορούσαν κελύφη με ενισχυμένη οπή. Ως ενίσχυση χρησιμοποιήθηκε ένα περιμετρικό πλαίσιο συγκολλημένο στην παρειά της οπής. Τα δοκίμια, μορφής προβόλου, υποβλήθηκαν σε ένα συγκεντρωμένο φορτίο στο άκρο τους, εξομοιώνοντας με αυτόν τον τρόπο την καμπτική καταπόνηση στην οποία υποβάλλονται πραγματικοί πυλώνες ανεμογεννητριών εξαιτίας των δράσεων του ανέμου. Οι στόχοι της πειραματικής διερεύνησης ήταν δυο.

Πρώτον, από τις πειραματικές δοκιμές προέκυψαν χρήσιμα συμπεράσματα για την επιρροή της οπής στην αντοχή του πυλώνα και την επίδραση της χρησιμοποιούμενης ενίσχυσης. Συγκεκριμένα, προέκυψε ότι η απομείωση της αντοχής του κελύφους λόγω της παρουσίας της οπής είναι σημαντική (της τάξης του 24% στις πραγματοποιηθείσες δοκιμές). Επίσης, η χρησιμοποιούμενη ενίσχυση ενός απλού πλαισίου με εμβαδόν διατομής ίσο με περίπου 1.23 φορές το εμβαδόν του ανοίγματος κατάφερε να επαναφέρει την αντοχή του κελύφους στα επίπεδα αντοχής ενός κελύφους χωρίς οπή.

Δεύτερον, τα πειραματικά αποτελέσματα αποτέλεσαν μέτρο σύγκρισης για την αξιολόγηση της επάρκειας των αριθμητικών προσομοιωμάτων πεπερασμένων στοιχείων με το εμπορικό πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS στο να προβλέπουν με ακρίβεια την πραγματική απόκριση τέτοιων κατασκευών. Από την αριθμητική διερεύνηση προέκυψε ότι εφόσον ληφθούν υπόψη στην ανάλυση η γεωμετρική μη γραμμικότητα, η μη γραμμικότητα του υλικού, τα φαινόμενα επαφής μεταξύ των διαφόρων μερών των δοκιμίων και των κοχλιών σύνδεσης που χρησιμοποιήθηκαν, καθώς επίσης και η ευκαμψία του πλαισίου στήριξης των δοκιμίων, υπάρχει μια εξαιρετική ταύτιση μεταξύ αριθμητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων σε όρους δρόμων ισορροπίας και μια πολύ καλή ποιοτική ταύτιση σε όρους παραμορφώσεων.

Κατά τη χρήση των εμπορικών προγραμμάτων πεπερασμένων στοιχείων ADINA και ABAQUS για εξαγωγή κρίσιμων φορτίων λυγισμού και των αντίστοιχων ιδιομορφών λυγισμού προέκυψε ότι σε κάποιες περιπτώσεις όπου δεν επιλύεται το κλασικό πρόβλημα λυγισμού αλλά κάποια άλλη εκδοχή του, ενδέχεται να υπάρχει σημαντική επίδραση του είδους του αλγόριθμου του γραμμικού λυγισμού στα εξαγόμενα αποτελέσματα. Δεδομένης της σημασίας που έχουν τα κρίσιμα φορτία λυγισμού και οι αντίστοιχες ιδιομορφές λυγισμού, τόσο σε επίπεδο ποιοτικής κατανόησης της συμπεριφοράς μεταλλικών κατασκευών αυτού του τύπου, αλλά και σε επίπεδο σχεδιασμού, έγινε στα πλαίσια αυτής της εργασίας προσπάθεια περιγραφής των βασικών αλγορίθμων γραμμικού λυγισμού που υιοθετούνται σε προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων και της επιρροής που αυτοί έχουν σε διάφορα χαρακτηριστικά προβλήματα. Από τη διερεύνηση αυτή προέκυψε ότι το είδος του αλγορίθμου γραμμικού λυγισμού που χρησιμοποιείται έχει ιδιαίτερη επίδραση κυρίως εφόσον στα εξεταζόμενα προβλήματα είναι πιθανή η εμφάνιση φαινομένων βίαιου λυγισμού (snap-through) (π.χ. τόξα) ή υπάρχει μεγάλη ευαισθησία σε αρχικές ατέλειες (π.χ. κελύφη υπό κάμψη).

Στη συνέχεια αξιολογήθηκαν οι διάφορες μέθοδοι σχεδιασμού σε κελύφη χωρίς ή με οπή, ενισχυμένη ή μη. Η πρώτη βασική μέθοδος σχεδιασμού κελυφών σύμφωνα με το μέρος 1.6 του EN1993 είναι η μέθοδος των τάσεων στην οποία χρησιμοποιούνται αποκλειστικά αναλυτικές εκφράσεις. Η μέθοδος αυτή αφορά κελύφη χωρίς άνοιγμα και δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε κελύφη με άνοιγμα, ενισχυμένο ή μη. Σε τέτοιες περιπτώσεις, πιο πρόσφορες μέθοδοι σχεδιασμού είναι οι αριθμητικές μέθοδοι MNA/LBA και GMNIA. Από τις δυο αυτές μεθόδους η δεύτερη (GMNIA), η οποία βασίζεται αποκλειστικά σε αριθμητικές αναλύσεις, είναι η πιο ακριβής. Η άλλη αριθμητική μέθοδος (MNA/LBA) βασίζεται εν μέρει σε αριθμητικές αναλύσεις, ενώ κάνει χρήση των μειωτικών συντελεστών που χρησιμοποιούνται και στη μέθοδο των τάσεων. Επομένως, η επάρκεια αυτής της μεθόδου σχεδιασμού για κελύφη με άνοιγμα, ενισχυμένο ή μη, είναι ένα θέμα υπό συζήτηση. Για το λόγο αυτό πραγματοποιήθηκε εκτενής αριθμητική διερεύνηση με μη γραμμικές αναλύσεις για διάφορες τιμές λυγηρότητας και διάφορους τύπους γεωμετρικών ατελειών. Από την διερεύνηση αυτή προέκυψε ότι η μέθοδος MNA/LBA είναι υπερσυντηρητική για κελύφη με μη ενισχυμένη οπή και δεν πρέπει να χρησιμοποιείται. Αντιθέτως, για την περίπτωση ενισχυμένων κελυφών και πιο συγκεκριμένα για κελύφη με οπή και ενίσχυση τύπου πλαισίου, προέκυψε ότι η μέθοδος MNA/LBA δίνει πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα. Για την περίπτωση απλής μη ενισχυμένης οπής, διαπιστώθηκε ότι η χρήση μιας διαφορετικής λυγηρότητας, η οποία βασίζεται σε μια γεωμετρικώς μη γραμμική ελαστική ανάλυση (GNA) αντί ανάλυσης γραμμικού λυγισμού (LBA) δίνει σαφώς πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Ακολούθως, εξετάστηκε η αποδοτικότητα διάφορων τύπων ενίσχυσης με τη βοήθεια μιας λεπτομερούς αριθμητικής διερεύνησης. Η αριθμητική διερεύνηση πραγματοποιήθηκε με μη γραμμικές αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων στις οποίες λήφθηκε υπόψη γεωμετρική ατέλεια. Εξετάστηκαν τέσσερις τύποι ενίσχυσης: (i) απλό πλαίσιο, (ii) δυο διαμήκη ελάσματα με δακτύλιο, (iii) συνδυασμός πλαισίου, δυο διαμήκων ελασμάτων και δακτυλίου και (iv) όπως ο τρίτος τύπος, με επιπλέον νευρώσεις που συνδέουν το πλαίσιο με τα διαμήκη ελάσματα. Από τη διερεύνηση αυτή προέκυψε ότι η χρήση των νευρώσεων δεν παρέχει ουσιαστικά πλεονεκτήματα σε σχέση με τις υπόλοιπες ενισχύσεις οπότε δεν έχει νόημα να χρησιμοποιούνται. Επιπλέον, ο τύπος ενίσχυσης (iii) δεν υπερτερεί έναντι του πιο απλού τύπου ενίσχυσης (ii). Επομένως, οι δυο πιο απλές ενισχύσεις (i) και (ii) είναι οι πλέον ενδεικνυόμενες. Ειδικά η ενίσχυση (ii) παρουσιάζει δυο βασικά πλεονεκτήματα. Πρώτον, με αυτήν την ενίσχυση απαιτείται μικρότερη ποσότητα χάλυβα για την επαναφορά της αντοχής ενός κελύφους με οπή στην αντίστοιχη αντοχή του κελύφους χωρίς οπή. Δεύτερον, με μικρή επιπλέον επαύξηση του εμβαδού της ενίσχυσης, η αστοχία μεταφέρεται εκτός της περιοχής αυτής και πιο συγκεκριμένα πάνω από τον δακτύλιο. Όσον αφορά την ενίσχυση (i), αν και δεν μπορεί εκτός κάποιων εξαιρέσεων να μεταφέρει την αστοχία μακριά από την οπή, αποτελεί μια ανταγωνιστική λύση και μπορεί να επαναφέρει την αντοχή του κελύφους με οπή στα επίπεδα αντοχής του αντίστοιχου κελύφους χωρίς οπή, με μεγαλύτερο όμως εμβαδόν ενίσχυσης σε σχέση με εκείνο που απαιτούν τα διαμήκη ελάσματα μαζί με δακτύλιο.

Ένα άλλο θέμα με το οποίο ασχολήθηκε η εργασία αυτή είναι η επιρροή της κωνικότητας του κελύφους στην αντοχή των κελυφών με ενισχυμένο άνοιγμα και το απαιτούμενο εμβαδόν ενίσχυσης. Από την αριθμητική διερεύνηση αυτού του θέματος με μη γραμμικές αναλύσεις με αρχική ατέλεια (αναλύσεις GMNIA) προέκυψε ότι ο τύπος ενίσχυσης (ii) είναι πιο αποδοτικός σε σχέση με τον τύπο ενίσχυσης (i), αφού επιτυγχάνει την κανονιστική αντοχή του [EN1993-1.6, 2006] με πιο μικρό απαιτούμενο εμβαδόν ενίσχυσης.

Συμπερασματικά, η παρούσα εργασία συμβάλει αποφασιστικά στην κατανόηση της συμπεριφοράς χαλύβδινων κυλινδρικών πυλώνων ανεμογεννητριών με οπές ανθρωποθυρίδων, καθώς και στον ορθολογικό σχεδιασμό των ενισχύσεων.

10.2 Συμπεράσματα

Από την πειραματική και την αριθμητική διερεύνηση της παρούσας διατριβής προέκυψαν τα εξής συμπεράσματα:

- Η παρουσία της ανθρωποθυρίδας προκαλεί αισθητή μείωση της αντοχής του πυλώνα. Στα πειράματα της παρούσας εργασίας η απομείωση αυτή ήταν της τάξης του 24%. Επομένως, η ενίσχυση της οπής της ανθρωποθυρίδας κρίνεται αναγκαία.
- Για μια ρεαλιστική αριθμητική προσομοίωση των πειραμάτων είναι αναγκαίο να ληφθούν υπόψη η γεωμετρική μη γραμμικότητα, η μη γραμμικότητα του υλικού, τα φαινόμενα επαφής μεταξύ των κοχλιών και των δακτυλίων, όπως και των δακτυλίων μεταξύ τους, καθώς επίσης και η ευκαμψία του συστήματος στήριξης. Η επιρροή των γεωμετρικών ατελειών δεν είναι καθοριστικής σημασίας, όπως είναι στην περίπτωση των πολύ λεπτότοιχων κελυφών.
- Από μια αριθμητική διερεύνηση της ευαισθησίας των πειραματικών δοκιμίων σε αρχικές ατέλειες, προέκυψε ότι η αρχική γεωμετρική ατέλεια με το σχήμα της πρώτης ιδιομορφής λυγισμού προκαλεί αισθητή μείωση της αντοχής του κελύφους χωρίς άνοιγμα, αλλά η επίδραση αυτής της ατέλειας στην αντοχή των κελυφών με άνοιγμα, ενισχυμένο ή μη, είναι αμελητέα. Και οι τρεις τύποι κελυφών έχουν μεγαλύτερη ευαισθησία στην ατέλεια εξωτερικής συγκόλλησης τύπου Α.
- Με την εφαρμογή δυο προγραμμάτων πεπερασμένων στοιχείων (ADINA και ABAQUS) σε τρία διαφορετικά προβλήματα (ενός υποστυλώματος, ενός τόξου και ενός κελύφους υπό καθαρή κάμψη) φάνηκε ότι είναι πιθανόν σε κάποια προβλήματα τόσο το φορτίο λυγισμού όσο και η μορφή λυγισμού να εξαρτάται σημαντικά από το είδος του αλγορίθμου ανάλυσης καθώς και από το μέγεθος του φορτίου αναφοράς. Ανάμεσα στους αλγορίθμους γραμμικού λυγισμού που μελετήθηκαν, ο μόνος αλγόριθμος που αντιστοιχεί στην κλασική ανάλυση λυγισμού είναι εκείνος του ABAQUS χωρίς προφόρτιση. Η ‘κλασική’ διατύπωση λυγισμού του ADINA και η διατύπωση του ABAQUS με μη γραμμική προφόρτιση προσεγγίζουν την κλασική ανάλυση λυγισμού εφόσον το φορτίο αναφοράς διατηρηθεί σε χαμηλά επίπεδα. Ένας πρακτικός τρόπος για τον προσδιορισμό τέτοιων μικρών φορτίων αναφοράς είναι να διεξάγεται αρχικά μια ανάλυση λυγισμού με τυχαίο φορτίο αναφοράς για να προκύψει μια πρώτη εκτίμηση του φορτίου λυγισμού και

ακολούθως να χρησιμοποιείται το 1/100 αυτού του φορτίου λυγισμού ως φορτίο αναφοράς σε μια δεύτερη ανάλυση λυγισμού.

- Η αντοχή ενός καμπτόμενου κελύφους προσδιορίζεται ορθότερα από τη μέθοδο MNA/LBA του μέρους 1.6 του Ευρωκώδικα 3, αντί της μεθόδου των τάσεων. Στην δεύτερη περίπτωση τα πολύ παχιά κελύφη μπορούν να αναπτύξουν το πολύ την ροπή αρχικής διαρροής, δηλαδή τη ροπή εκείνη για την οποία η μέγιστη αξονική τάση γίνεται ίση με το όριο διαρροής. Αντίθετα, με την μέθοδο MNA/LBA τα πολύ παχιά κελύφη δύνανται να αναπτύξουν την ροπή πλήρους πλαστικοποίησης.
- Για τα κελύφη με μη ενισχυμένο άνοιγμα η προτεινόμενη μέθοδος MNA/GNA δίνει σαφώς πιο βελτιωμένα αποτελέσματα από εκείνα της μεθόδου MNA/LBA. Για την περίπτωση κελυφών με ενισχυμένο άνοιγμα, η μέθοδος MNA/LBA δίνει καλύτερα αποτελέσματα από την μέθοδο MNA/GNA. Επομένως, προκύπτει ότι οι μέθοδοι MNA/LBA και MNA/GNA αλληλοσυμπληρώνουν η μια την άλλη. Σε κάθε περίπτωση η μέθοδος GMNIA είναι εφαρμόσιμη, αν και θα πρέπει να σημειωθεί ότι ενδέχεται να είναι αναγκαία μια πιο εκτενής αριθμητική διερεύνηση με την υιοθέτηση πολλών γεωμετρικών ατελειών και ενός εύρους μεγεθών ατέλειας.
- Η παρουσία νευρώσεων μεταξύ περιμετρικού πλαισίου και διαμήκων ελασμάτων δεν συνεισφέρει ουσιαστικά στην αντοχή του πυλώνα. Επιπλέον, ο συνδυασμός ενός πλαισίου και δυο διαμήκων ελασμάτων με δακτύλιο δεν υπερτερεί της απλούστερης λύσης των δυο απλών διαμήκων ελασμάτων με δακτύλιο. Επομένως, για την ενίσχυση της ανθρωποθυρίδας προτείνεται η χρήση είτε ενός απλού πλαισίου είτε δυο διαμήκων ελασμάτων με δακτύλιο. Η λύση αυτή έχει τα εξής βασικά πλεονεκτήματα. Πρώτον, με μικρότερο εμβαδόν ενίσχυσης είναι δυνατή η αποκατάσταση της αντοχής στα μεγέθη της αντοχής ενός κελύφους χωρίς οπή. Δεύτερον, χρησιμοποιώντας κάπως μεγαλύτερο εμβαδόν ενίσχυσης είναι δυνατή η μεταφορά της αστοχίας πάνω από τον δακτύλιο. Με την χρήση απλού πλαισίου δεν επιτυγχάνεται στο εξεταζόμενο εύρος εμβαδού ενίσχυσης, εκτός από κάποιες εξαιρέσεις, η μεταφορά της αστοχίας πάνω από το άνοιγμα. Επιπλέον, η επίτευξη της αντοχής ενός κελύφους χωρίς οπή είναι εφικτή, με μεγαλύτερο όμως εμβαδόν ενίσχυσης από εκείνο που απαιτούν τα δυο διαμήκη ελάσματα με δακτύλιο.
- Εάν συμπεριληφθεί υπόψη η τέμνουσα δύναμη πέρα από την καμπτική ροπή που υφίσταται το μέλος, με ή χωρίς οπή, δεν παρατηρείται ποιοτική διαφοροποίηση στους δρόμους ισορροπίας και στη μορφή αστοχίας, εκτός κάποιων εξαιρέσεων,

εφόσον στο προσομοίωμα υπάρχει γεωμετρική ατέλεια. Σαφής ποιοτική διαφοροποίηση μεταξύ καθαρής κάμψης και συνδυασμένης φόρτισης, εκτός κάποιων εξαιρέσεων, υπάρχει όταν εξετάζεται ο τέλειος φορέας, γεγονός το οποίο μπορεί να αποδοθεί στις διαφορετικές μορφές αστοχίας που εκδηλώνονται. Η συνεισφορά της τέμνουσας δύναμης περιορίζεται στην επαύξηση της συνολικής ροπής που ασκείται σε κάθε διατομή του προσομοιώματος.

- Σχετικά με την επιρροή της κωνικότητας του κελύφους στην αντοχή και στο απαιτούμενο εμβαδό ενίσχυσης, παρατηρήθηκε ότι τα διαμήκη ελάσματα σε συνεργασία με δακτύλιο είναι σαφώς πιο καλή ενίσχυση από την ενίσχυση τύπου πλαισίου αφού επιτυγχάνει την κανονιστική αντοχή του μέρους 1.6 του Ευρωκώδικα 3, με μικρότερο απαιτούμενο εμβαδόν ενίσχυσης. Το απαιτούμενο εμβαδόν ενίσχυσης για τους δυο αυτούς τύπους ενίσχυσης στην περίπτωση των κολουροκωνικών κελυφών βρέθηκε ότι κυμαίνεται στα ίδια επίπεδα με το αντίστοιχο απαιτούμενο εμβαδόν για τα κυλινδρικά κελύφη.

10.3 Πρωτότυπη συμβολή

Στην παρούσα διατριβή επιχειρήθηκε η αξιολόγηση της αποδοτικότητας διάφορων τρόπων ενίσχυσης των οπών ανθρωποθυρίδας σε χαλύβδινα κελύφη πυλώνων ανεμογεννητριών. Η μέχρι σήμερα πρακτική σχεδιασμού στηριζόταν στην αρχή του να αποκαθίσταται το αφαιρούμενο εμβαδόν της διατομής του κελύφους λόγω της οπής με ενίσχυση ίσου εμβαδού. Μέσω πειραμάτων και μη γραμμικών αριθμητικών αναλύσεων διατυπώθηκαν νέοι κανόνες σχεδιασμού της ενίσχυσης. Συγκεκριμένα:

- Εκτελέστηκαν πρωτότυπα πειράματα σε κελύφη με άνοιγμα, ειδικά σχεδιασμένα από πλευράς λυγηρότητας, μεγέθους ανοίγματος και διαστάσεων ενίσχυσης, ώστε να αντιστοιχούν σε σύγχρονους πυλώνες ανεμογεννητριών.

- Πραγματοποιήθηκαν πλήρως μη γραμμικές αριθμητικές αναλύσεις με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, στις οποίες λήφθηκαν υπόψη με λεπτομέρεια όλα τα φαινόμενα επαφής μεταξύ των διάφορων τμημάτων. Οι αναλύσεις αυτές κατέδειξαν τη σημασία της γεωμετρικής μη γραμμικότητας, της μη γραμμικότητας του υλικού, των φαινομένων επαφής και της ευκαμψίας της στήριξης των δοκιμίων για μια ακριβή πρόβλεψη των δρόμων ισορροπίας.

- Εξετάστηκε η επίδραση του είδους της γραμμικής ανάλυσης λυγισμού και του μεγέθους του φορτίου αναφοράς, στο φορτίο λυγισμού και στη μορφή της πρώτης ιδιομορφής λυγισμού των κατασκευών. Αυτή η εξάρτηση είναι σημαντική σε κατασκευές που εμφανίζουν το φαινόμενο του βίαιου λυγισμού (π.χ. τόξα) ή σε κατασκευές που είναι πολύ ευαίσθητες σε αρχικές ατέλειες (π.χ. κελύφη).

- Πιστοποιήθηκε ότι για κελύφη με οπή (ενισχυμένη ή μη), η μέθοδος των τάσεων του μέρους 1.6 του Ευρωκώδικα 3, δεν μπορεί να εφαρμοστεί. Οι μόνες εναλλακτικές μέθοδοι σχεδιασμού είναι οι αριθμητικές μέθοδοι MNA/LBA και η ακριβέστερη GMNIA. Η MNA/LBA δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα μόνο εφόσον η οπή είναι επαρκώς ενισχυμένη. Σε περίπτωση μη ενισχυμένης οπής προτάθηκε η εναλλακτική μέθοδος MNA/GNA η οποία αποδείχθηκε σαφώς καλύτερη.
- Εξετάστηκαν 4 εναλλακτικοί τύποι ενίσχυσης της ανθρωποθυρίδας: (i) απλό πλαίσιο, (ii) δυο διαμήκη ελάσματα με δακτύλιο, (iii) συνδυασμός πλαισίου, δυο διαμήκων ελασμάτων και δακτυλίου και (iv) όπως ο τρίτος τύπος με επιπλέον νευρώσεις μεταξύ πλαισίου και διαμήκων ελασμάτων. Προέκυψε ότι οι δυο πιο απλές ενισχύσεις (i) και (ii) είναι οι πλέον ενδεικνυόμενες μορφές ενίσχυσης, με προτιμότερη την ενίσχυση τύπου (ii), η οποία με μικρότερο εμβαδόν μπορεί να επαναφέρει την αντοχή ενός κελύφους με οπή στην αντοχή του κελύφους χωρίς οπή και, με μια μικρή επαύξηση του εμβαδού της ενίσχυσης, επιτυγχάνει η αστοχία να μεταφέρεται στην περιοχή πάνω από τον δακτύλιο.
- Για κάθε τύπο ενίσχυσης προτάθηκε το απαιτούμενο εμβαδόν ελασμάτων, ώστε να επαναφέρεται η αντοχή ενός κελύφους με οπή στην αντοχή του κελύφους χωρίς οπή.

10.4 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Κλείνοντας αυτή την διατριβή, δίνονται κάποιες εισηγήσεις για μελλοντική έρευνα:

- Πειραματική διερεύνηση δοκιμίων όπως αυτά που εξετάστηκαν σε αυτή τη διατριβή, όπου θα μετρούνται και οι αρχικές γεωμετρικές ατέλειες, καθώς επίσης και η αντίστοιχη αριθμητική διερεύνηση με αναλύσεις GMNIA όπου ως αρχική γεωμετρική ατέλεια θα λαμβάνεται η πραγματική ατέλεια των δοκιμίων. Με αυτόν τον τρόπων θα διαπιστωθεί η επιρροή των αρχικών γεωμετρικών ατελειών στην εξέλιξη των παραμορφώσεων σε διάφορα σημεία των δοκιμίων.
- Πραγματοποίηση πειραμάτων με διαφορετικού τύπου ενισχύσεις αντί του περιμετρικού πλαισίου και ενδεχομένως με διαφορετικό εμβαδόν ενίσχυσης για να

διαπιστωθεί επίσης και η ικανότητα των ενισχύσεων να μεταφέρουν την αντοχή εκτός της περιοχής του ανοίγματος.

- Μέτρηση των γεωμετρικών ατελειών σε πραγματικούς πυλώνες για να διαπιστωθεί η μορφή τους καθώς επίσης και το μέγεθος τους και σύγκριση τους με τα κανονιστικά μεγέθη.
- Επέκταση της παρούσας διερεύνησης για δυναμικές καταπονήσεις.
- Διερεύνηση προβλημάτων κόπωσης λόγω συγκέντρωσης τάσεων στην περιοχή της οπής.
- Έλεγχος των μεθόδων MNA/LBA και MNA/GNA σε πλήρη προσομοιώματα πυλώνων ανεμογεννητριών.
- Έλεγχος των μεθόδων MNA/LBA και MNA/GNA για άλλες ενισχύσεις εκτός του πλαισίου και για διαφορετικό λόγο εμβαδού ενίσχυσης A/A_0.
- Πιο λεπτομερής μελέτη της αποδοτικότητας πρακτικών τύπων ενισχύσεων για την περίπτωση κολουροκωνικών κελυφών.
- Αριθμητική προσομοίωση των πειραμάτων αυτής της διατριβής με άλλα λογισμικά πεπερασμένων στοιχείων εκτός του ABAQUS, όπως είναι το ADINA ή το ANSYS για να διαπιστωθεί η επάρκεια διαφορετικών πεπερασμένων στοιχείων κελύφους και αλγορίθμων επίλυσης.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Αξιολόγηση επάρκειας διαθέσιμων προγραμμάτων πεπερασμένων στοιχείων

Α.1 Εισαγωγή

Η επικρατούσα σύγχρονη μέθοδος αριθμητικής επίλυσης προβλημάτων της μηχανικής, και όχι μόνο, είναι αναμφισβήτητα η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Η γενικότητα της μεθόδου αυτής επιτρέπει την αξιόπιστη επίλυση από πολύ απλών ως πολύ σύνθετων και πολύπλοκων προβλημάτων. Η αξιόπιστη επίλυση των προβλημάτων ευστάθειας κελυφών αποτελεί ένα πολύπλοκο, ίσως το πλέον πολύπλοκο, πρόβλημα της μηχανικής. Η πολυετής προσπάθεια διάφορων ερευνητών από κάθε γωνιά του πλανήτη έχει οδηγήσει σε σημαντική πρόοδο στο θέμα της ευστάθειας των κελυφών. Μέσα από αυτή την δουλειά έχει διαφανεί η δυνατότητα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων για μια αξιόπιστη μελέτη του προβλήματος αυτού.

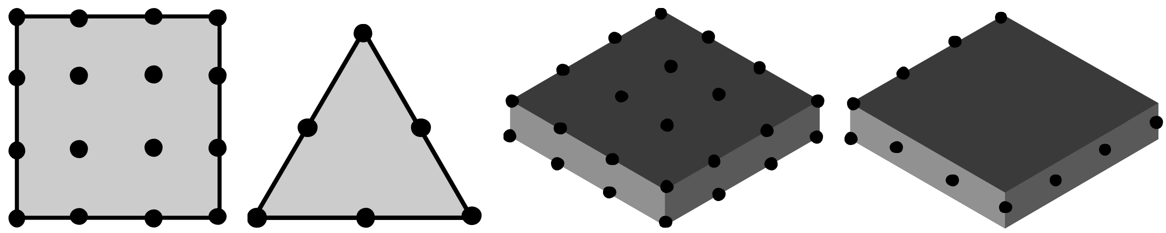
Για την εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων υπάρχουν διαθέσιμοι στο εμπόριο διάφοροι κώδικες πεπερασμένων στοιχείων για τη μελέτη κελυφών είτε γενικής χρήσης, όπως τα ADINA, ABAQUS και ANSYS, είτε ειδικής χρήσης, όπως το πρόγραμμα ανάλυσης κελυφών STAGS. Στο παρόν κεφάλαιο επιχειρείται η αξιολόγηση δυο διαθέσιμων εμπορικών προγραμμάτων, του ADINA και του ABAQUS. Για μια «ακριβή» ανάλυση είναι προφανές ότι πρέπει να υφίστανται «ακριβή» πεπερασμένα στοιχεία και «ακριβείς» αλγόριθμοι ανάλυσης. Η αξιολόγηση αυτή έχει δυο κατευθύνσεις. Η πρώτη κατεύθυνση αφορά την βιβλιογραφική ανασκόπηση ερευνητικών εργασιών οι οποίες χρησιμοποιούν τους κώδικες αυτούς για την μελέτη κελυφών. Με αυτή την ανασκόπηση θα φανεί αφενός μεν η αποδοχή έκαστου στοιχείου από την ερευνητική κοινότητα, αφετέρου δε και η αποδοτικότητα των στοιχείων στην ανάλυση προβλημάτων ανάλογων με αυτά που καλείται αυτή η εργασία να αντιμετωπίσει. Η δεύτερη κατεύθυνση αφορά την άμεση αξιολόγηση των δυο αυτών προγραμμάτων σε επιλεγμένα προβλήματα κελυφών για τα οποία υπάρχουν επαρκή στοιχεία για την αναπαραγωγή τους.

Η διάταξη του κεφαλαίου αυτού είναι η ακόλουθη. Αρχικά παρουσιάζονται τα διαθέσιμα πεπερασμένα στοιχεία και τα χαρακτηριστικά τους. Ακολουθεί η παράθεση διάφορων ερευνητικών εργασιών από τη διεθνή βιβλιογραφία που αφορούν αναλύσεις κελυφών με τα υπόψη προγράμματα. Μετά δίνονται τα αποτελέσματα αναλύσεων κάποιων επιλεγμένων προβλημάτων που έγιναν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας και τέλος κάποια βασικά συμπεράσματα που εξάγονται μέσα από το υλικό του παρόντος κεφαλαίου.

Α.2 Διαθέσιμα πεπερασμένα στοιχεία

Α.2.1 Πεπερασμένα στοιχεία κελύφους στο ADINA

Τα διαθέσιμα στοιχεία κελύφους που υπάρχουν στο εμπορικό πρόγραμμα ADINA μπορούν να έχουν από 4 μέχρι και 32 κόμβους (Σχήμα Α.1). Ανάλογα με την εφαρμογή θα πρέπει να επιλεγεί ο κατάλληλος αριθμός κόμβων, όπως φαίνεται και στη συνέχεια. Σημειώνεται ότι οι κόμβοι μπορούν να βρίσκονται είτε στην μέση επιφάνεια του κελύφους (midsurface description), οπότε μπορούμε να έχουμε στοιχεία με 4 ως 16 κόμβους, είτε στην πάνω και κάτω επιφάνεια του κελύφους (top-bottom description), οπότε έχουμε στοιχεία με 8 ως 32 κόμβους. Πρέπει να σημειωθεί ότι υπάρχει και μια ξεχωριστή κατηγορία στοιχείων, τα μεταβατικά στοιχεία τα οποία στην μια μεταβατική πλευρά τους, η οποία συνδέεται με στοιχεία τρισδιάστατης ελαστικότητας, έχουν κόμβους στην πάνω και στην κάτω παρειά του στοιχείου με μεταφορικούς βαθμούς ελευθερίας και στις τρεις διευθύνσεις, ενώ στην απέναντι παρειά υπάρχουν βαθμοί ελευθερίας στη μέση επιφάνεια με μεταφορικούς και στροφικούς βαθμούς ελευθερίας (βλ. Σχήμα Α.1). Έτσι επιτυγχάνεται η μετάβαση από στοιχεία κελύφους σε στοιχεία τρισδιάστατης ελαστικότητας.



Σχήμα Α.1: Παραδείγματα στοιχεία κελύφους

Τα στοιχεία κελύφους διαμορφώνονται θεωρώντας το κέλυφος ως ένα τρισδιάστατο συνεχές σώμα με τις ακόλουθες δυο παραδοχές οι οποίες χρησιμοποιούνται στην θεωρία δοκού κατά Timoshenko και στη θεωρία πλάκας κατά Reissner/Mindlin.

***Παραδοχή** 1*: Τα διάφορα στοιχειώδη υλικά σώματα τα οποία βρίσκονται αρχικά σε ένα ευθύγραμμο τμήμα «κάθετο» στη μέση επιφάνεια της κατασκευής παραμένουν σε αυτό το ευθύγραμμο τμήμα κατά τη διάρκεια των παραμορφώσεων.

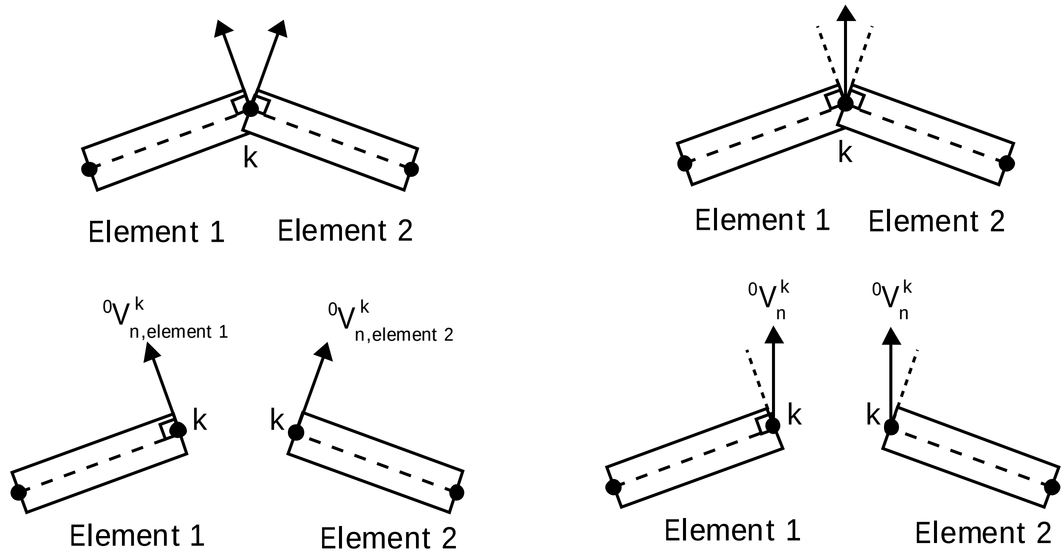
***Παραδοχή** 2*: Η τάση στη διεύθυνση κάθετα στο κέλυφος είναι μηδενική.

Για τον υπολογισμό του μητρώου δυσκαμψίας του στοιχείου κελύφους χρησιμοποιούνται οι ακόλουθες γεωμετρικές ποσότητες:

- Οι συντεταγμένες σε ένα τρισορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων (x,y,z) του κόμβου k, ο οποίος τη χρονική στιγμή t βρίσκεται στη μέση επιφάνεια στη θέση ${}^t x_k, {}^t y_k, {}^t z_k$.
- Τα διανύσματα διεύθυνσης ${}^t V_n^k$ τα οποία δείχνουν την διεύθυνση «κάθετα» στη μέση επιφάνεια του κελύφους. Τα διανύσματα διεύθυνσης στους κόμβους μπορούν είτε να εισαχθούν από τον χρήστη, είτε να υπολογιστούν από το πρόγραμμα. Όταν υπολογιστούν από το πρόγραμμα, μπορούν να υπολογιστούν είτε ως διανύσματα κάθετα σε μια γεωμετρική επιφάνεια, είτε ως μέσα διανύσματα των γειτονικών στοιχείων, τα οποία όμως μπορεί να μην είναι κάθετα στη γεωμετρική επιφάνεια. Στο Σχήμα Α.2 δίνονται αυτές οι δυο περιπτώσεις. Στην πρώτη περίπτωση υπολογίζονται δυο ξεχωριστά διανύσματα διεύθυνσης για τα δυο στοιχεία, τα οποία είναι κάθετα στην επιφάνεια έκαστου στοιχείου. Εδώ κάθε κόμβος έχει 6 βαθμούς ελευθερίας. Στη δεύτερη περίπτωση, υπολογίζεται ένα κοινό διάνυσμα διεύθυνσης και για τα δυο στοιχεία, ενώ ο κόμβος σε αυτή την περίπτωση έχει 5 βαθμούς ελευθερίας.
- Το πάχος του κελύφους α_k στις θέσεις των κόμβων, το οποίο υπολογίζεται στη διεύθυνση των διανυσμάτων διεύθυνσης ${}^t V_n^k$.

Τα στοιχεία κελύφους μπορούν να έχουν 5 ή 6 βαθμούς ελευθερίας. Ένας κόμβος με πέντε βαθμούς ελευθερίας χαρακτηρίζεται από τρεις μετακινησιακούς βαθμούς ελευθερίας κατά τους καθολικούς άξονες και δυο στροφικούς βαθμούς ελευθερίας ορισμένους στο τοπικό σύστημα της μέσης επιφάνειας. Ένας κόμβος με έξι βαθμούς ελευθερίας χαρακτηρίζεται τόσο από τρεις μετακινησιακούς όσο και από τρεις στροφικούς βαθμούς ελευθερίας κατά τους καθολικούς άξονες. Ο προεπιλεγμένος αριθμός βαθμών ελευθερίας κατά τη δημιουργία των στοιχείων κελύφους είναι 5. Προτείνεται παρόλα αυτά [ADINA, 2006] η χρήση 6 βαθμών ελευθερίας στις ακόλουθες περιπτώσεις (βλ. και Σχήμα Α.3):

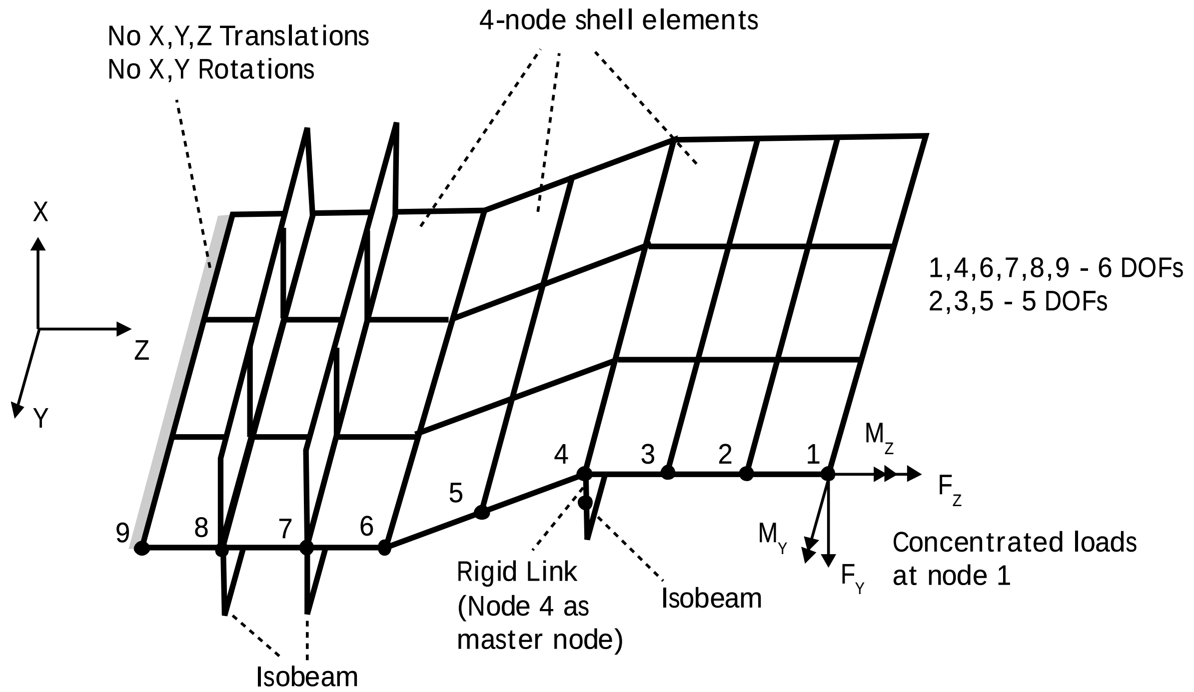
The configurations shown correspond to time t=0.



Program-calculated director vectors (two such vectors) at node k. These vectors are used as director vectors for the respective elements. Node k has 6 DOFs.

Program-calculated director vector (single vector). Node k has 5 DOFs.

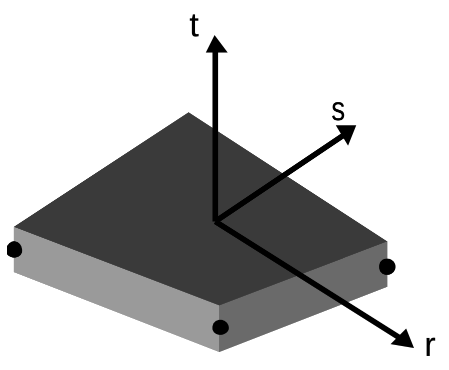
Σχήμα Α.2: Οι περιπτώσεις υπολογισμού των διανυσμάτων διεύθυνσης (από το [ADINA, 2006])



Σχήμα Α.3: Παράδειγμα χρήσης των 5 και 6 βαθμών ελευθερίας (από το [ADINA, 2006])

- Στοιχεία κελύφους τα οποία διασταυρώνονται υπό γωνία.
- Σύνδεση στοιχείων κελύφους με άλλου τύπου δομικά στοιχεία, όπως στοιχεία δοκού ισοπαραμετρικής διαμόρφωσης (π.χ. κατά την προσομοίωση κελυφών ενισχυμένων με νευρώσεις).
- Σύνδεση των κόμβων της μέσης επιφάνειας του κελύφους με άκαμπτες συνδέσεις (rigid links).
- Εισαγωγή ειδικών συνοριακών συνθηκών.

Σύμφωνα με το [ADINA, 2006] προτείνεται να χρησιμοποιούνται όσο είναι δυνατό μόνο τα στοιχεία κελύφους 4, 9 ή 16 κόμβων στη περίπτωση τετραπλευρικών στοιχείων και τα στοιχεία 3 ή 6 κόμβων όταν χρησιμοποιούνται τριγωνικά στοιχεία. Πάντως, διευκρινίζεται ότι το πλέον αποδοτικό στοιχείο για την ανάλυση κελυφών γενικής μορφής είναι το 4-κομβικό στοιχείο (MITC4) το οποίο παρουσιάζεται στο Σχήμα Α.4 (τα r, s και t αποτελούν τις φυσικές συντεταγμένες του στοιχείου). Αυτό το στοιχείο δεν παρουσιάζει προβλήματα παρασιτικής δυσκαμψίας και είναι αρκετά ακριβές, ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση τόσο λεπτών όσο και παχιών κελυφών. Για μια λεπτομερή περιγραφή του θεωρητικού υποβάθρου του στοιχείου αυτού, ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στο [Dvorkin and Bathe, 1984]. Εκεί παρουσιάζεται η αποδοτικότητα αυτού του στοιχείου κελύφους μέσω μιας σειράς από αριθμητικά παραδείγματα.



Σχήμα Α.4: 4-κομβικό στοιχείο κελύφους (MITC4) για λεπτά ή παχιά κελύφη

Τα στοιχεία κελύφους μπορούν να χρησιμοποιηθούν και με ανελαστικά υλικά, όπως λόγου χάρη υλικά με διγραμμικό ή πολυγραμμικό διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων. Επίσης μπορούν να θεωρηθούν σε κάθε περίπτωση είτε μικρές είτε μεγάλες παραμορφώσεις.

Για την περίπτωση των τετραπλευρικών στοιχείων, η προεπιλεγμένη τάξη ολοκλήρωσης για το επίπεδο r-s είναι 2 x 2 σημεία Gauss για το 4-κομβικό στοιχείο, 3 x 3 σημεία Gauss για το 8-κομβικό και 4 x 4 σημεία Gauss για το 16-κομβικό. Κατά τη διεύθυνση του πάχους t η προεπιλεγμένη τάξη ολοκλήρωσης είναι 2 σημεία Gauss.

Α.2.2 Πεπερασμένα στοιχεία κελύφους στο ABAQUS

Η βιβλιοθήκη στοιχείων κελύφους του ABAQUS [ABAQUS, Version 6.7] επιτρέπει την προσομοίωση καμπύλων ή διασταυρούμενων κελυφών τα οποία μπορούν να επιδείξουν ανελαστική συμπεριφορά και μεγάλες μετατοπίσεις.

Η βιβλιοθήκη αυτή μπορεί να χωριστεί σε τρεις βασικές κατηγορίες, οι οποίες περιλαμβάνουν γενικής χρήσης στοιχεία, στοιχεία για λεπτά κελύφη και στοιχεία για παχιά κελύφη. Τα στοιχεία για λεπτά κελύφη παρέχουν λύσεις σε προβλήματα που μπορούν να περιγραφούν επαρκώς από την κλασική (Kirchhoff) θεωρία κελυφών, τα στοιχεία για παχιά κελύφη παρέχουν λύσεις για κατασκευές οι οποίες περιγράφονται από την θεωρία κελύφους με διατμητικές παραμορφώσεις (Mindlin), ενώ τα γενικής χρήσης στοιχεία κελύφους δίνουν λύσεις τόσο σε προβλήματα λεπτών κελυφών όσο και σε προβλήματα παχιών κελυφών. Όλα τα στοιχεία χρησιμοποιούν καμπτικές παραμορφώσεις οι οποίες είναι προσεγγίσεις εκείνων της θεωρίας κελυφών Koiter-Sanders. Σύμφωνα με το [ABAQUS, Version 6.7], για τις περισσότερες εφαρμογές καλό είναι να προτιμάται η χρήση στοιχείων κελύφους γενικής χρήσης. Παρόλα αυτά, για ειδικές εφαρμογές είναι πιθανόν τα εξειδικευμένα στοιχεία να δίνουν βελτιωμένες λύσεις. Επισημαίνεται επίσης ότι κάποια στοιχεία είναι διατυπωμένα για μικρές παραμορφώσεις, ενώ κάποια άλλα για μεγάλες.

Τα γενικής χρήσης στοιχεία κελύφους είναι τα αξονοσυμμετρικά στοιχεία SAX1, SAX2 και το SAX2T, τα τρισδιάστατα στοιχεία S3, S4, S3R, S4R, S4RS, S3RS και το S4RSW, όπου τα S4RS, S3RS και το S4RSW είναι στοιχεία για μικρές παραμορφώσεις. Στα αξονοσυμμετρικά στοιχεία γενικής χρήσης, καθώς και στο τρισδιάστατο στοιχείο S4 δεν απαιτείται έλεγχος έναντι του φαινομένου «hourglass», δηλαδή του φαινομένου εκείνου, όπου τα στοιχεία κινούνται με τέτοιο τρόπο, ώστε να αποκλείεται η οποιαδήποτε κίνηση στερεού σώματος αλλά και ταυτόχρονη παραμόρφωση τους [Belytschko et al., 2000]. Στα στοιχεία όπου παρουσιάζεται το φαινόμενο αυτό, παρέχεται και ο ανάλογος τρόπος ελέγχου για την αποφυγή του.

Τα λεπτά στοιχεία κελύφους είναι τα τριγωνικά στοιχεία μικρών παραμορφώσεων STRI3 και STRI65, τα τετραπλευρικά στοιχεία μικρών παραμορφώσεων S4R5, S8R5 και το S9R5. Επίσης, υπάρχει και το στοιχείο μεγάλων παραμορφώσεων SAXA για προσομοίωση προβλημάτων με αξονοσυμμετρική γεωμετρία και τυχαία φορτία. Τα στοιχεία για λεπτά κελύφη μπορούν να δώσουν βελτιωμένες λύσεις σε μεγάλα προβλήματα, όπου είναι επιθυμητή η μείωση του αριθμού των βαθμών ελευθερίας μέσω της χρήσης πέντε βαθμών ελευθερίας. Παρόλα αυτά, θα πρέπει να χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση λεπτών κελυφών, τα οποία δεν παρουσιάζουν σημαντικές μη γραμμικότητες και δεν απαιτείται η οποιαδήποτε πληροφορία σε στροφικούς βαθμούς ελευθερίας, όπως επίσης και σε προβλήματα όπου η επιφάνεια του κελύφους και το πεδίο μετατοπίσεων είναι ομαλά, έτσι ώστε να είναι δυνατή η μεγαλύτερη ακρίβεια με τη χρήση των δευτέρας τάξης στοιχείων. Σε όλα τα στοιχεία κελύφους επιβάλλεται είτε αναλυτικά (STRI3) είτε αριθμητικά (STRI65, S4R5, S8R5, S9R5 και SAXA) ο περιορισμός «Discrete Kirchhoff», ο οποίος αναφέρεται στην ικανοποίηση του περιορισμού Kirchhoff, δηλαδή της μηδενικής διατμητικής παραμόρφωσης των διατομών σε διακριτά σημεία πάνω στην επιφάνεια του κελύφους.

Για παχιά κελύφη υπάρχει το πεπερασμένο στοιχείο δεύτερης τάξης S8R, το οποίο βασίζεται σε θεωρία κελύφους με διατμητικές παραμορφώσεις. Για να έχουν ακρίβεια τα αποτελέσματα αυτού του στοιχείου, θα πρέπει η διατμητική ευκαμψία του κελύφους να μην είναι αμελητέα. Επομένως, το στοιχείο αυτό είναι κατάλληλο για την ανάλυση κελυφών με διατομή συνθετική ή μορφής «sandwich». Επίσης σημαντικό είναι το πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων σε αυτή την περίπτωση να είναι όσο το δυνατό πιο κανονικό, ώστε να αποφεύγονται φαινόμενα παρασιτικής διατμητικής δυσκαμψίας.

Επίσης σημειώνεται ότι, σε αναλύσεις με γεωμετρική μη γραμμικότητα, το πάχος της διατομής πεπερασμένων στοιχείων μεγάλων παραμορφώσεων μεταβάλλεται σαν συνάρτηση των μεμβρανικών παραμορφώσεων βάσει ενός «ενεργού» λόγου Poisson ν.

Όσον αφορά την τάξη ολοκλήρωσης, αυτή διαφέρει από στοιχείο σε στοιχείο. Για το γενικής χρήσης στοιχείο S4R χρησιμοποιείται μια θέση ολοκλήρωσης με πέντε σημεία ολοκλήρωσης Simpson κατά τη διεύθυνση του πάχους. Για το στοιχείο S4 χρησιμοποιούνται τέσσερις θέσεις ολοκλήρωσης με πέντε σημεία ολοκλήρωσης Simpson κατά τη διεύθυνση του πάχους.

A.3 Βιβλιογραφική επισκόπηση

Προτού γίνει μια άμεση σύγκριση των δυνατοτήτων των δυο διαθέσιμων προγραμμάτων, του ADINA και του ABAQUS, θεωρείται σημαντικό να γίνει μια βιβλιογραφική επισκόπηση για να διαφανεί η χρησιμοποίηση των δυο προγραμμάτων σε ερευνητικές εργασίες οι οποίες αφορούν το αντικείμενο αυτής της εργασίας, δηλαδή τα κελύφη.

A.3.1 Βιβλιογραφική επισκόπηση σχετικά με το ABAQUS

Σε αυτή την παράγραφο δίνονται κάποιες βιβλιογραφικές αναφορές, οι οποίες αφορούν την ανάλυση κελυφών με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS.

Το 2000 οι Holst, Rotter και Calladine [Holst et al., 2000], χρησιμοποίησαν το ABAQUS για την μελέτη της επίδρασης ενός πεδίου παραμενουσών τάσεων στην αντοχή ενός κυλινδρικού κελύφους με ακτίνα $R = 5m$, πάχος $t = 10mm$ $\left(R/t = 500\right)$ και ύψος $H = 10m$. Οι παραμένουσες τάσεις εισήχθηκαν στο προσομοίωμα μέσω μεμβρανικών παραμορφώσεων στην αξονική ή/και περιφερειακή διεύθυνση σε μικρές περιοχές στο μέσο του ύψους του κελύφους. Για την ανάλυση αυτού του προβλήματος χρησιμοποιήθηκε το πεπερασμένο στοιχείο S4R.

Το 2000 η Bisagni [Bisagni, 2000] χρησιμοποίησε το ABAQUS για την μελέτη της συμπεριφοράς και της αντοχής ενός κυλινδρικού κελύφους από σύνθετο υλικό υπό την επίδραση αξονικής θλίψης. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν τρία διαφορετικά είδη αναλύσεων: ανάλυση λυγισμού, μη γραμμική ανάλυση Riks και δυναμική ανάλυση. Εξετάστηκε μεταξύ άλλων η επίδραση τριών ειδών γεωμετρικών ατελειών στην αντοχή. Η πρώτη μορφή αφορούσε μια αξονοσυμμετρική ατέλεια, ενώ η δεύτερη αφορούσε μια ατέλεια μορφής «διαμαντιού». Η τελευταία μορφή αφορούσε τις πραγματικές γεωμετρικές ατέλειες του αντίστοιχου πειραματικού δοκιμίου, οι οποίες είναι και οι πιο ρεαλιστικές. Η αντοχή που υπολογίστηκε αριθμητικά για τις μετρημένες γεωμετρικές ατέλειες υπερέβαινε την πειραματική αντοχή κατά 15-20% περίπου. Από την εργασία αυτή φάνηκε ότι η δυναμική ανάλυση είναι ιδιαίτερα αποδοτική στον υπολογισμό της εξέλιξης της παραμόρφωσης του κελύφους, ακόμα και στην μεταλυγισμική περιοχή. Σημειώνεται ότι στη μελέτη αυτή χρησιμοποιήθηκε το πεπερασμένο στοιχείο S4R.

Το 2002 οι Seung-Eock Kim και Chang-Sung Kim [Kim and Kim, 2002] χρησιμοποίησαν το πρόγραμμα ABAQUS για την ανάπτυξη πρακτικών εξισώσεων σχεδιασμού και διαγραμμάτων, με τα οποία μπορεί να υπολογιστεί η αντοχή σε λυγισμό κυλινδρικών κελυφών και δεξαμενών υπό αξονικά θλιβόμενο φορτίο. Εξετάστηκαν τόσο τέλεια όσο και γεωμετρικώς ατελή κελύφη. Η γεωμετρική ατέλεια που λήφθηκε υπόψη στην ανάλυση είχε το σχήμα της πρώτης ιδιομορφής λυγισμού. Το πεπερασμένο στοιχείο που επιλέχθηκε από τους ερευνητές είναι το S8R, διότι υπερτερούσε σε σχέση με τα S4R και S4R5 στον υπολογισμό του γραμμικού φορτίου λυγισμού ενός κελύφους με διάμετρο 20m, ύψος 40m και πάχος 25mm. Μέτρο σύγκρισης αποτέλεσε η αναλυτική έκφραση του φορτίου λυγισμού ενός αξονικά θλιβόμενου κυλινδρικού κελύφους:

$$\sigma_{cr} = \frac{N_x}{t} = \frac{R}{S}\frac{E}{\left(1-v^2\right)} \tag{5.1}$$

όπου τα R και S εξαρτώνται από τα γεωμετρικά στοιχεία του κελύφους και από τον αριθμό των ημικυμάτων στην περιφερειακή και στη αξονική διεύθυνση [Kim and Kim, 2002].

Πιο συγκεκριμένα, βρέθηκε ότι, όταν χρησιμοποιούνταν τα πεπερασμένα στοιχεία S4R και S4R5, η τάση λυγισμού που υπολογιζόταν ήταν μέχρι και 15% μεγαλύτερη, παρόλο που χρησιμοποιείτο αρκούντως ικανοποιητικός αριθμός στοιχείων. Αντιθέτως, όταν χρησιμοποιείτο το στοιχείο S8R το σφάλμα στην τάση λυγισμού ήταν μικρότερο από 1.4%.

Το 2004 οι Sze, Liu και Lo [Sze et al., 2004] χρησιμοποίησαν το πρόγραμμα ABAQUS για να επιλύσουν οκτώ τυπικά προβλήματα δοκιμής επιδόσεων (benchmark problems), τα οποία χρησιμοποιούνται για την πιστοποίηση της καταλληλότητας των πεπερασμένων στοιχείων κελύφους. Με αυτή την εργασία τους παρέχονται στους ερευνητές χαρακτηριστικά στοιχεία της απόκρισης υπό μορφή πινάκων για να αποφεύγεται η κοπιαστική και ανακριβής μέθοδος της μέτρησης διάφορων τιμών από τα γραφήματα χαρακτηριστικών δρόμων ισορροπίας. Σημειώνεται ότι στην ανάλυση αυτή χρησιμοποιήθηκε το πεπερασμένο στοιχείο S4R.

Το 2004 οι Song, Teng και Rotter [Song et al., 2004] χρησιμοποίησαν το ABAQUS για την αριθμητική ανάλυση της μη γραμμικής συμπεριφοράς και της ευαισθησίας σε ατέλειες ενός ελαστικού κυλίνδρου, όταν αυτός υποβαλλόταν σε δυο τοπικές ζώνες αξονικής θλίψης διαμετρικά αντίθετες η μια με την άλλη. Στην ανάλυση λήφθηκαν υπόψη τέσσερις μορφές ατελειών: η γραμμική μορφή λυγισμού, η μη γραμμική μορφή λυγισμού, μεταλυγισμικές μορφές λυγισμού και μια μορφή συγκόλλησης. Διερευνήθηκαν επίσης και άλλα θέματα, όπως η επίδραση της θέσης της μορφής συγκόλλησης και το μήκος κύματος της. Ένα από τα συμπεράσματα είναι ότι η πρώτη γραμμική ιδιομορφή δεν είναι πάντοτε η δυσμενέστερη γεωμετρική ατέλεια. Στην εργασία αυτή χρησιμοποιήθηκε το πεπερασμένο στοιχείο S8R5, ένα 8-κομβικό ισοπαραμετρικό στοιχείο με μειωμένη ολοκλήρωση, το οποίο είναι κατάλληλο για μη γραμμική ανάλυση λεπτών κελυφών.

Το 2005 οι Holst και Rotter [Holst and Rotter, 2005] χρησιμοποίησαν το ABAQUS για την εξέταση της ανάπτυξης ατελειών στην επιφάνεια του κελύφους λόγω τοπικής διαφορικής καθίζησης του εδάφους στήριξης του κελύφους και τη συνεπακόλουθη επίδραση αυτών των φαινομένων στην αντοχή του λόγω αξονικής θλίψης. Τα κελύφη αρχικά θεωρήθηκαν ως τέλεια, με τέλειες συνοριακές συνθήκες, τα οποία υπό την επίδραση της τοπικής μετακίνησης στη βάση του κελύφους ανέπτυσσαν γεωμετρικές ατέλειες και παραμένουσες τάσεις. Για τις αναλύσεις χρησιμοποιήθηκε το πεπερασμένο στοιχείο S4R διότι παρείχε μεγαλύτερη αριθμητική ευστάθεια από ότι τα 9-κομβικά στοιχεία.

Το 2008 οι Shariati και Rokhi [Shariati and Rokhi, 2008] χρησιμοποίησαν το πρόγραμμα ABAQUS για τη μελέτη της συμπεριφοράς και της αντοχής λεπτών κυλινδρικών κελυφών διαφόρων μηκών και διαμέτρων, τα οποία έχουν στην επιφάνεια τους ένα ελλειπτικό άνοιγμα. Διερευνήθηκε η επίδραση της θέσης του ανοίγματος, ο λόγος μήκους προς διάμετρο και ο λόγος διαμέτρου προς πάχος στο λυγισμό και στη μεταλυγισμική συμπεριφορά των κυλινδρικών κελυφών. Επίσης παρουσιάζονται και κάποια πειραματικά στοιχεία και η σύγκριση τους με αριθμητικά αποτελέσματα. Με βάση τα πειραματικά και τα αριθμητικά αποτελέσματα προτείνονται τύποι για την εύρεση των φορτίων λυγισμού αυτών των κατασκευών. Στην ανάλυση αυτή χρησιμοποιήθηκαν δυο πεπερασμένα στοιχεία, το 8-κομβικό στοιχείο S8R5 και το 4-κομβικό στοιχείο S4R.

A.3.2 Βιβλιογραφική επισκόπηση σχετικά με το ADINA

Στην παράγραφο αυτή δίνονται ενδεικτικές βιβλιογραφικές αναφορές ερευνητικών εργασιών που ασχολούνται με την μελέτη της συμπεριφοράς κελυφών χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα ADINA.

Το 1993 οι Noguchi και Hisada [Noguchi and Hisada, 1993] χρησιμοποίησαν το πεπερασμένο στοιχείο MITC4 για την εφαρμογή της μεθόδου ανάλυσης ευαισθησίας την οποία ανέπτυξαν. Η μέθοδος τους μπορεί να διαχειριστεί τόσο προβλήματα οριακών σημείων, όσο και προβλημάτων διακλάδωσης, χωρίς να απαιτείται ανάλυση λυγισμού. Επιπρόσθετα, μπορεί να υπολογιστεί η ευαισθησία του φορτίου, ως προς διάφορες παραμέτρους του συστήματος, σε τυχαία σημεία του δρόμου ισορροπίας.

Το 2003 οι Yaffe και Abramovich [Yaffe and Abramovich, 2003] χρησιμοποίησαν το πρόγραμμα ADINA για την μελέτη του δυναμικού και στατικού λυγισμού ενισχυμένων κελυφών. Για το σκοπό αυτό προτάθηκε ένα καινούργιο κριτήριο για τον αριθμητικό υπολογισμό του φορτίου δυναμικού λυγισμού. Από την εργασία τους διαφάνηκε ότι, όταν η περίοδος ενός δυναμικού παλμού με μια ημιτονοειδή μορφή είναι ίση με τη μισή τιμή της περιόδου της πιο χαμηλής φυσικής ιδιομορφής του κελύφους, παρατηρείται μια μικρή μείωση του δυναμικού συντελεστή μεγέθυνσης. Ο δυναμικός συντελεστής μεγέθυνσης ορίζεται ως ο λόγος του δυναμικού φορτίου λυγισμού προς το φορτίο στατικού λυγισμού. Αυτός ο συντελεστής λαμβάνει τιμές μικρότερες της μονάδας, όταν ο λόγος της ταχύτητας διάδοσης του ήχου στο στερεό c, προς την ταχύτητα η οποία αναπτύσσεται αξονικά λόγω του εφαρμοζόμενου δυναμικού φορτίου προσεγγίζει τη μονάδα. Αυτό σημαίνει ότι για την εν λόγω περίοδο φόρτισης, το δυναμικό φορτίο λυγισμού είναι μικρότερο από το στατικό. Στην εργασία αυτή δεν διευκρινίζεται το είδος του πεπερασμένου στοιχείου που χρησιμοποιήθηκε.

Το 2006 οι Wang, Xu και Redekop [Wang et al., 2006] χρησιμοποίησαν το πρόγραμμα ADINA για τον υπολογισμό των μορφών ταλάντωσης και των χαρακτηριστικών λυγισμού ενός δακτυλιοειδούς κυκλικού κελύφους με ή χωρίς ενισχύσεις. Για τις αναλύσεις εφάρμοσαν ένα ισοπαραμετρικό 9-κομβικό στοιχείο με 54 βαθμούς ελευθερίας.

Το 2008 οι Stull et al. [Stull et al., 2008] χρησιμοποίησαν το πεπερασμένο στοιχείο MITC4, τον αλγόριθμο επίλυσης μη γραμμικών προβλημάτων των Bathe και Dvorkin [Bathe and Dvorkin, 1993] και στοχαστικούς αλγόριθμους για την εκ των υστέρων εξακρίβωση αρχικών ατελειών σε προβλήματα κελυφών.

A.3.3 Βιβλιογραφική επισκόπηση - Σύνοψη

Στις παραγράφους Α.3.1 και Α.3.2 παρουσιάστηκαν ερευνητικές εργασίες πάνω σε θέματα κελυφών με χρήση των προγραμμάτων ABAQUS και ADINA, αντίστοιχα. Είναι γεγονός ότι και τα δυο προγράμματα είναι ευρέως διαδεδομένα και κατάλληλα για την ανάλυση ενός πλήθους φυσικών προβλημάτων, όπως αυτό του μη γραμμικού λυγισμού κατασκευών. Φαίνεται παρόλα αυτά ότι στα θέματα που αφορούν την ανάλυση των κελυφών το πρόγραμμα ABAQUS είναι ευρύτερα διαδεδομένο, όπως προκύπτει από την παρούσα βιβλιογραφική έρευνα. Ένα άλλο βασικό συμπέρασμα είναι ότι τα προεπιλεγμένα πεπερασμένα στοιχεία των δυο προγραμμάτων (το MITC4 του ADINA και ιδίως S4R του ABAQUS) φαίνεται να είναι αρκετά αποδοτικά, αξιόπιστα και αποδεκτά στην επιστημονική κοινότητα πεπερασμένα στοιχεία κελύφους. Σε επόμενη παράγραφο αυτά τα δυο πεπερασμένα στοιχεία εξετάζονται ως προς την αποδοτικότητα τους με εφαρμογή τους σε χαρακτηριστικά προβλήματα που εμπίπτουν στην κατηγορία των προβλημάτων με τα οποία ασχολείται η παρούσα εργασία.

Α.4 Επιλεγμένες αναλύσεις με το ABAQUS και το ADINA

Η βιβλιογραφική επισκόπηση κατέδειξε τη χρήση από την ερευνητική κοινότητα των εμπορικών προγραμμάτων ABAQUS και ADINA στην ανάλυση κελυφών. Έχει διαφανεί ότι ειδικά το ABAQUS είναι ιδιαίτερα προσφιλές για την ανάλυση τέτοιων προβλημάτων. Σε αυτή την παράγραφο δίνονται τα αποτελέσματα επιλεγμένων παραδειγμάτων, τα οποία αξιολογούν περαιτέρω την αξιοπιστία των προγραμμάτων.

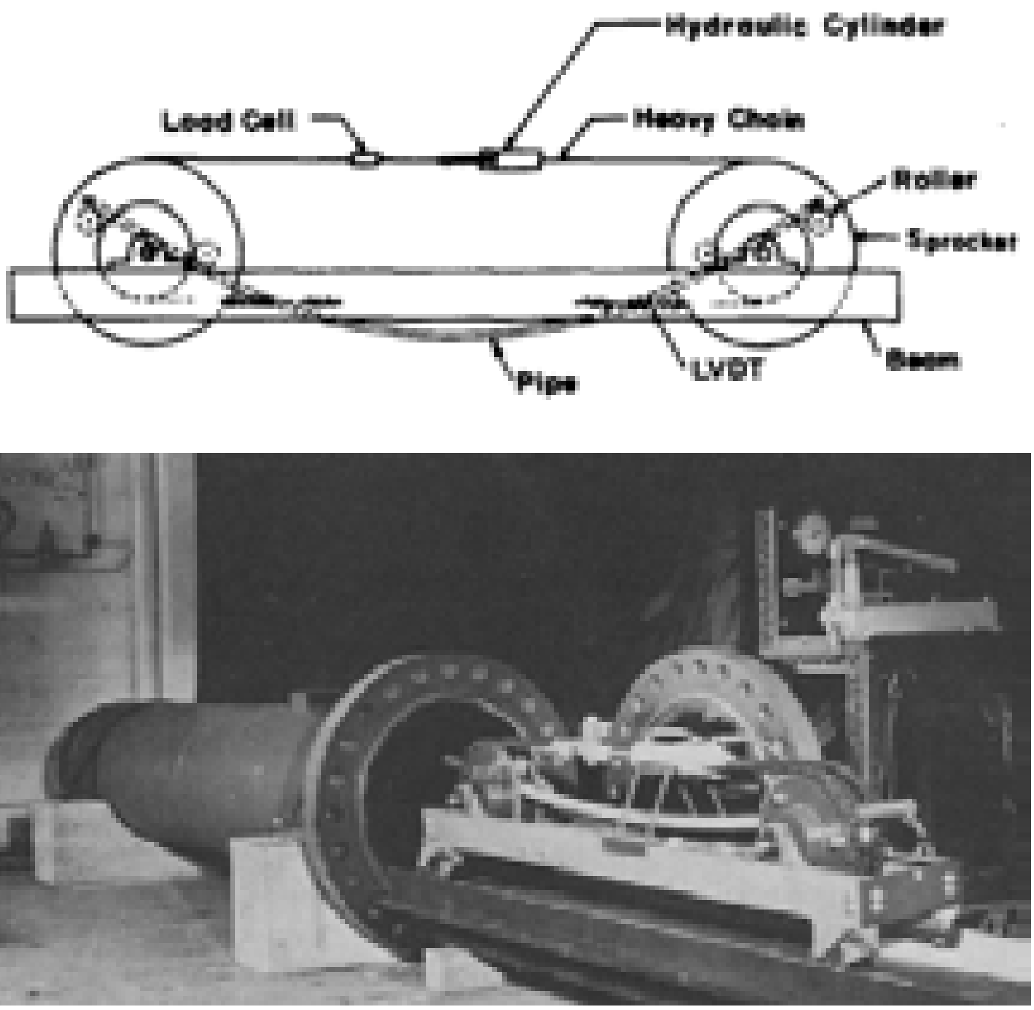
Α.4.1 Κάμψη ενός κυλινδρικού κελύφους με άνοιγμα

Σε μια εργασία τους το 1999, οι Yeh et al. [Yeh et al., 1999] διαπραγματεύονται το θέμα του ελαστοπλαστικού λυγισμού ενός κυλινδρικού κελύφους από αλουμίνιο με άνοιγμα υπό συνθήκες καθαρής κάμψης. Τα ανοίγματα που εξετάζονται είναι ορθογωνικά και κυκλικά. Η αντιμετώπιση του προβλήματος γίνεται τόσο αριθμητικά όσο και πειραματικά.

Για την πειραματική αντιμετώπιση του προβλήματος χρησιμοποιείται μια συσκευή ειδική για κάμψη, παρόμοια με εκείνη η οποία προτάθηκε από τους Kyriakides and Shaw ([Kyriakides and Shaw, 1987], [Kyriakides and Shaw, 1982]) (βλ. Σχήμα Α.5).

Το κυλινδρικό κέλυφος συνδέεται σε κάθε άκρο του με δυο συμπαγείς ράβδους. Οι δυο συμπαγείς ράβδοι διαπερνούν τέσσερις κυλίνδρους, οι οποίοι συνδέονται με δυο τροχαλίες. Με την βοήθεια μιας αλυσίδας δίνεται κίνηση στις τροχαλίες, οι οποίες με τη σειρά τους προκαλούν τη στροφή των συμπαγών ράβδων. Το τελικό αποτέλεσμα είναι η καθαρή κάμψη του κελύφους.

Για την αριθμητική αντιμετώπιση του προβλήματος χρησιμοποιήθηκε η επαυξητική “Lagrangian” διατύπωση, ενώ λαμβάνονται υπόψη τόσο η γεωμετρική μη γραμμικότητα όσο και η ανελαστικότητα του υλικού. Για την διακριτοποίηση του συνεχούς μέσου του κελύφους χρησιμοποιήθηκε το εκφυλισμένο οκτακομβικό στοιχείο κελύφους που προτάθηκε από τους Ahmad et al. το 1970. Λόγω του γεγονότος ότι ο λόγος διαμέτρου προς πάχος των κελυφών που εξετάζονται είναι ίσος με 50 και βρίσκεται σε μια μεταβατική θέση μεταξύ λεπτών κελυφών (λόγος διαμέτρου προς πάχος > 100) και παχιών κελυφών (λόγος διαμέτρου προς πάχος < 20), οι Yeh et al. [Yeh et al., 1999] έκριναν απαραίτητο να ληφθούν υπόψη οι διατμητικές παραμορφώσεις.



Σχήμα *Α.5*: Συσκευή επιβολής καθαρής κάμψης (από το [Kyriakides S and Shaw PK, 1982])

Η ανελαστική συμπεριφορά του υλικού (κράμα αλουμινίου 6063) περιγράφεται από την εξίσωση Ramberg-Osgood:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{3}{7}\frac{\sigma}{E}\left(\frac{\sigma}{f_y}\right)^{n-1} \tag{5.2}$$

όπου ε και σ είναι η αξονική παραμόρφωση και τάση αντίστοιχα, E είναι το μέτρο ελαστικότητας, f_y είναι το όριο διαρροής, n είναι η παράμετρος κράτυνσης του υλικού και ν είναι ο λόγος Poisson.

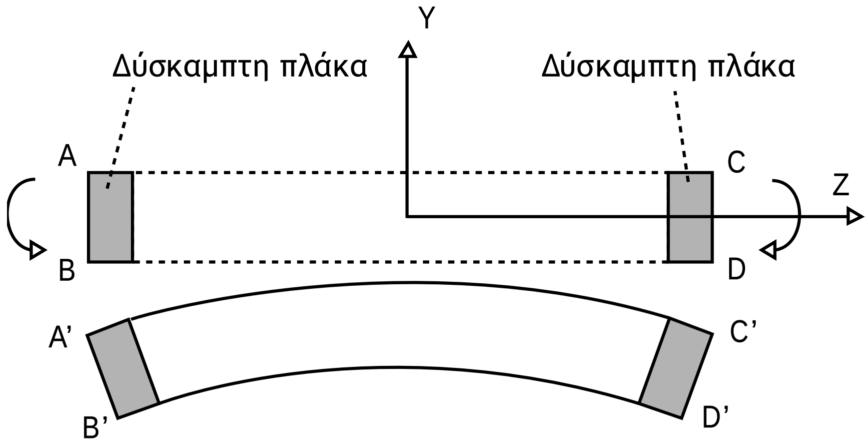
Για την ανάλυση της πλαστικότητας θεωρείται κράτυνση υλικού ισοτροπικής φύσης βασισμένη στη θεωρία ροής J_2 (J_2 flow theory). Οι παράμετροι του υλικού που προέκυψαν μετά από ανάλυση των αποτελεσμάτων από είκοσι τρία δοκίμια δίνονται στον Πίνακα Α.1. Ως αρχική επιφάνεια διαρροής έχει επιλεχθεί εκείνη η οποία χαρακτηρίζεται από τάση ίση με $0.6f_y$. Η ίδια τάση έχει υιοθετηθεί και στις αναλύσεις με το ADINA και το ABAQUS.

Πίνακας Α.1: Ιδιότητες υλικού

Μέγεθος	Τιμή	Μέγεθος	Τιμή
E (GPa)	61.97 ± 5.50	n	21.8 ± 1.0
f_y (MPa)	149.9 ± 3.8	ν	0.332 ± 0.021

Το σύστημα εξισώσεων ισορροπίας επιλύεται με χρήση μιας μεθόδου ελεγχόμενων μετατοπίσεων (displacement-controlled scheme), ώστε να αποφευχθούν αριθμητικά προβλήματα κοντά στο σημείο λυγισμού. Σε κάθε άκρο του κελύφους τοποθετούνται πολύ δύσκαμπτα σώματα, ώστε να διασφαλιστεί ότι μετά την παραμόρφωση οι ακραίες διατομές διατηρούν την επιπεδότητα τους (βλ. Σχήμα Α.6). Η φόρτιση επιβάλλεται έμμεσα μέσω μετατοπίσεων σε δυο σημεία κάθε δύσκαμπτης πλάκας (A, B και C, D), έτσι ώστε η στροφή και στα δύο άκρα να είναι η ίδια σε κάθε βήμα. Το ζεύγος μετατοπίσεων σε κάθε δύσκαμπτη πλάκα αντιστοιχεί ουσιαστικά σε ένα ζεύγος δυνάμεων, το οποίο επιτυγχάνει το επιδιωκόμενο αποτέλεσμα που είναι η καθαρή κάμψη του κυλίνδρου. Με τη μεθοδολογία των επιβαλλόμενων μετατοπίσεων, αρχικά απαλείφονται οι γνωστές μετατοπίσεις από το διάνυσμα μετατοπίσεων και ακολούθως γίνονται και οι κατάλληλες τροποποιήσεις στο μητρώο δυσκαμψίας και στο διάνυσμα φόρτισης. Τέλος σημειώνεται ότι οι συνοριακές συνθήκες είναι πακτώσεις.

Ακολουθούν τα αποτελέσματα των προγραμμάτων ADINA και ABAQUS για αυτό το πρόβλημα. Τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται δίνονται στον Πίνακα Α.2, όπου D είναι η εσωτερική διάμετρος του κελύφους, t είναι το πάχος και L είναι το μήκος του κελύφους.



Σχήμα Α.6: Επιβολή ροπής μέσω δύσκαμπτων πλακών

Πίνακας Α.2: Στοιχεία κελύφους και υλικού

Μέγεθος	Τιμή	Μέγεθος	Τιμή
D (mm)	63	E (GPa)	61.97
t (mm)	1.26	f_y (MPa)	149.9
L (mm)	500	n	21.8
d (mm)	16	v	0.332

Για να προσεγγιστούν οι συνοριακές συνθήκες και η μορφή φόρτισης με ικανοποιητική ακρίβεια και παράλληλα το προσομοίωμα να είναι στατικά ορισμένο και συνεπώς επιλύσιμο υιοθετούνται τα εξής:

- Οι κόμβοι κάθε ενός από τα δυο σύνορα δεσμεύονται ως προς το κέντρο βάρους κάθε διατομής, έτσι ώστε να διατηρείται αφενός το αμετάβλητο της διατομής και αφετέρου η κάθε διατομή να παραμένει επίπεδη σε κάθε βήμα.
- Στον κόμβο αναφοράς της μιας διατομής (το κέντρο βάρους της) επιβάλλεται μια συγκεντρωμένη ροπή, ενώ ο κόμβος αναφοράς της άλλης διατομής πακτώνεται, έτσι ώστε το προσομοίωμα να είναι στατικό ορισμένο.

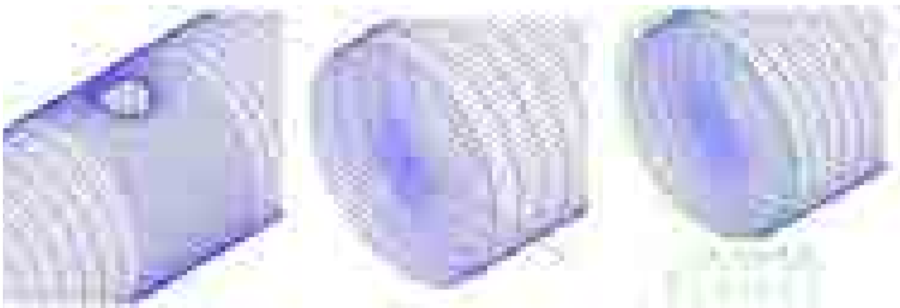
Με βάση τις πιο πάνω παραδοχές γίνεται κατανοητό ότι το κέλυφος βρίσκεται σε καθεστώς καθαρής κάμψης και οι συνοριακές συνθήκες προσεγγίζουν τις πραγματικές.

Κατά τη χρήση του ADINA επιλέγεται το Plastic-Multilinear material model για την περιγραφή της ανελαστικής φύσης του υλικού το οποίο στηρίζεται στα εξής:

- Τη συνθήκη von Mises
- Το σχετιζόμενο νόμο ροής χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση διαρροής von Mises
- Έναν ισοτροπικό κανόνα κράτυνσης

Τα ίδια χαρακτηριστικά για την ανελαστικότητα του υλικού χρησιμοποιούνται και στο ABAQUS.

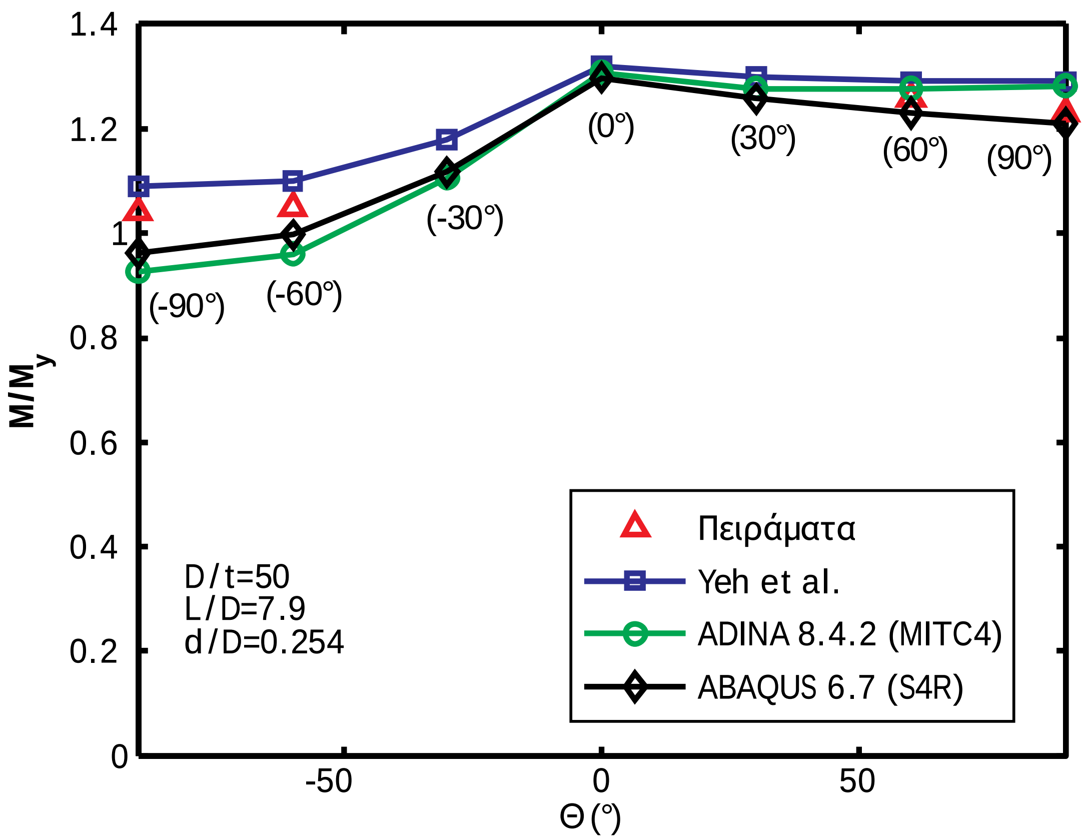
Στο Σχήμα Α.7 δίνονται στοιχεία που αφορούν τη μορφή του ανοίγματος, τη φόρτιση και τις συνοριακές συνθήκες του προσομοιώματος των πεπερασμένων στοιχείων MITC4 του προγράμματος ADINA. Τα ίδια στοιχεία χαρακτηρίζουν το προσομοίωμα που χρησιμοποιήθηκε στο πρόγραμμα ABAQUS (πεπερασμένα στοιχεία S4R).



Σχήμα *Α.7*: Κέλυφος με κυκλικό άνοιγμα, φόρτιση και συνοριακές συνθήκες

Στο Σχήμα 5.8 δίνονται τα στοιχεία των αναλύσεων με το ADINA και το ABAQUS και συγκρίνονται τόσο με τα πειραματικά όσο και με τα αριθμητικά αποτελέσματα των Yeh et al. [Yeh et al., 1999]. Σημειώνεται ότι δεν χρησιμοποιήθηκε η οποιαδήποτε ατέλεια στο κέλυφος, αφού κάτι τέτοιο δεν αναφέρεται στο [Yeh et al., 1999]. Στον κατακόρυφο άξονα αναφέρεται η ροπή αντοχής, ενώ στον οριζόντιο άξονα δίνεται η θέση του ανοίγματος στην περιφέρεια του κυλινδρικού κελύφους. Σημειώνεται ενδεικτικά ότι για $\Theta = -90^\circ$ το άνοιγμα βρίσκεται στην θλιβόμενη περιοχή και για $\Theta = 90^\circ$ στην εφελκυόμενη (βλ. και Σχήμα Α.9). Παρατηρείται ότι η αριθμητική ανάλυση των Yeh et al. δίνει την μεγαλύτερη αντοχή, ενώ το ADINA την μικρότερη. Το ABAQUS φαίνεται να δίνει καλύτερα αποτελέσματα από το ADINA, όσον αφορά τα πειραματικά αποτελέσματα, σε όλο το εύρος τιμών του Θ. Σε κάθε περίπτωση τόσο το ADINA όσο και το ABAQUS μπορούν να υπολογίσουν τα ποιοτικά χαρακτηριστικά της ροπής αντοχής, τα οποία συνοψίζονται στα εξής:

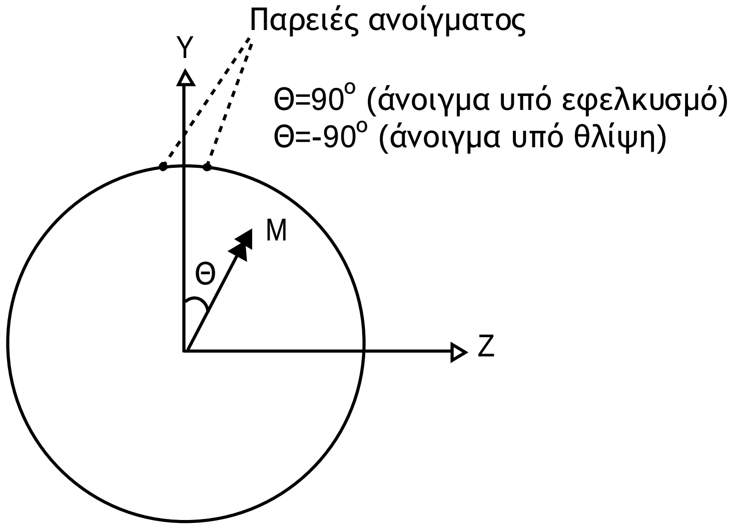
- Η μικρότερη αντοχή παρατηρείται όταν το άνοιγμα βρίσκεται στην θλιβόμενη περιοχή.
- Η μεγαλύτερη αντοχή παρατηρείται όταν το άνοιγμα βρίσκεται στην ουδέτερη ζώνη.



Σχήμα Α.8: Ροπή αντοχής των κυλινδρικών κελυφών με κυκλικό άνοιγμα σε διάφορες θέσεις στην περιφέρεια

Στα Σχήματα Α.10 ως Α.23 δίνονται οι δρόμοι ισορροπίας και οι σημαντικότερες παραμορφώσεις που παρατηρούνται στα κελύφη για διάφορες γωνίες επιβολής της ροπής Θ, όπως αυτές προέκυψαν από αναλύσεις με το ADINA και το ABAQUS. Όπως μπορεί να φανεί και στο Σχήμα Α.8, τα δυο προγράμματα υπολογίζουν περίπου τις ίδιες μέγιστες αντοχές. Παρόλα αυτά οι δρόμοι ισορροπίας παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές. Επίσης, σε αρκετές περιπτώσεις οι μεταλυγισμικές παραμορφώσεις έχουν διαφορετικές μορφές. Τα μεγέθη της ροπής M και της στροφής θ είναι αδιαστατοποιημένα ως προς τις παραμέτρους M_y και θ_y, οι οποίες αφορούν τη ροπή έναρξης διαρροής στις ακραίες ίνες του κελύφους και την αντίστοιχη στροφή:

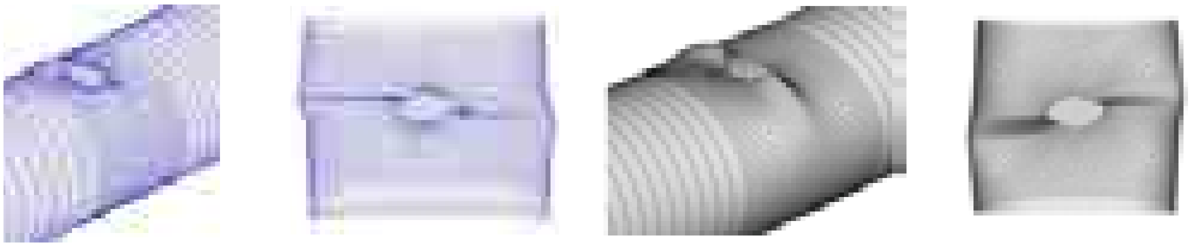
$$M_y = \frac{1}{4}\pi D^2 t f_y \quad \text{και} \quad \theta_y = \frac{2 f_y L}{DE}$$



Σχήμα Α.9: Ορισμός της γωνίας επιβολής της ροπής Θ

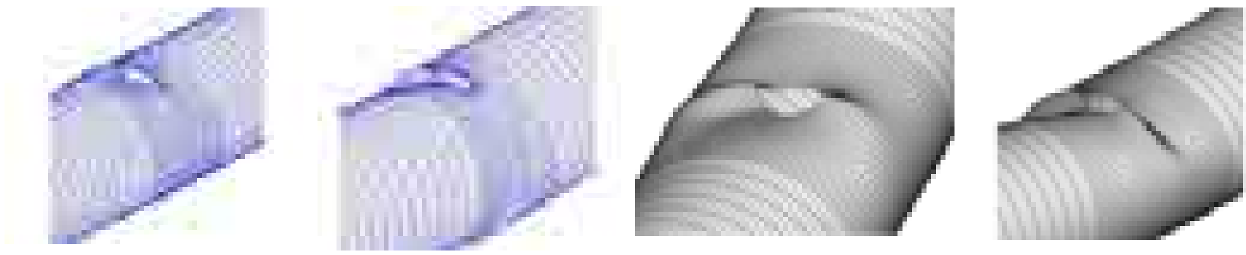
Στα Σχήματα Α.24 ως Α.25 δίνονται τα στοιχεία των αναλύσεων για την περίπτωση κελύφους χωρίς άνοιγμα και γίνεται σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα του [Yeh et al., 1999]. Παρατηρείται ότι τόσο το ADINA όσο και το ABAQUS δίνουν την ίδια μορφή αστοχίας, η οποία έρχεται σε συμφωνία και με την πειραματική μορφή αστοχίας. Παρόλα αυτά το ABAQUS φαίνεται να προσεγγίζει καλύτερα τα πειραματικά αποτελέσματα.

Στο Σχήμα Α.10 φαίνεται ότι το πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων στα δυο προσομοιώματα των ADINA και ABAQUS είναι διαφορετικό. Αυτό οφείλεται στη διαφορετική γεννήτρια πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιείται από τα δυο προγράμματα. Αυτή η διαφορά όμως δεν φαίνεται να αποτελεί σοβαρή αιτία απόκλισης των αποτελεσμάτων μεταξύ των δυο προγραμμάτων, όπως φαίνεται στο Σχήμα Α.17.



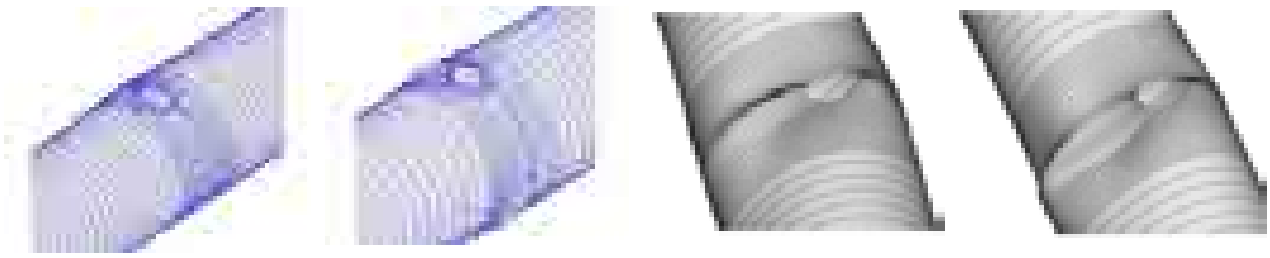
(i) (ii) (iii) (iv)

***Σχήμα** Α.10*: Παραμόρφωση στη θέση του λυγισμού [x4-(i),(iii)]και σε μια μεταλυγισμική θέση [x1-(ii),(iv)] για $\Theta = -90^{\circ}$ [ADINA 8.4.2-(i),(ii) και ABAQUS 6.7-(iii),(iv)]. (x4 = μεγέθυνση 4 φορές του πραγματικού μεγέθους)



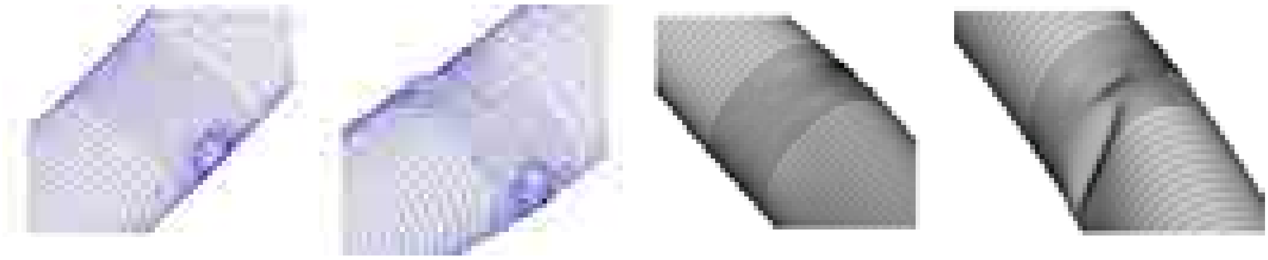
(i) (ii) (iii) (iv)

***Σχήμα** Α.11*: Παραμόρφωση στη θέση του λυγισμού [x5-(i),(iii)] και σε μια μεταλυγισμική θέση [x1-(ii),(iv)] για $\Theta = -60^{\circ}$ [ADINA 8.4.2 (i),(ii) και ABAQUS 6.7 (iii),(iv)]



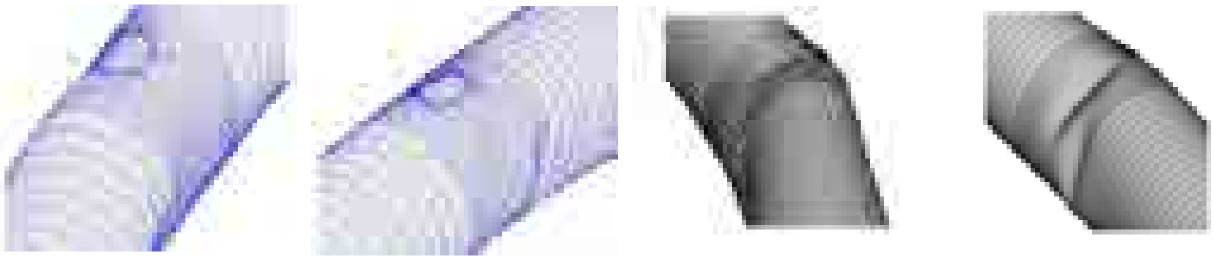
(i) (ii) (iii) (iv)

***Σχήμα** Α.12*: Παραμόρφωση στη θέση του λυγισμού [x7,(i),(iii)] και σε μια μεταλυγισμική θέση [x1,(ii),(iv)] για $\Theta = -30^{\circ}$ [ADINA 8.4.2 (i),(ii) και ABAQUS 6.7 (iii),(iv)]



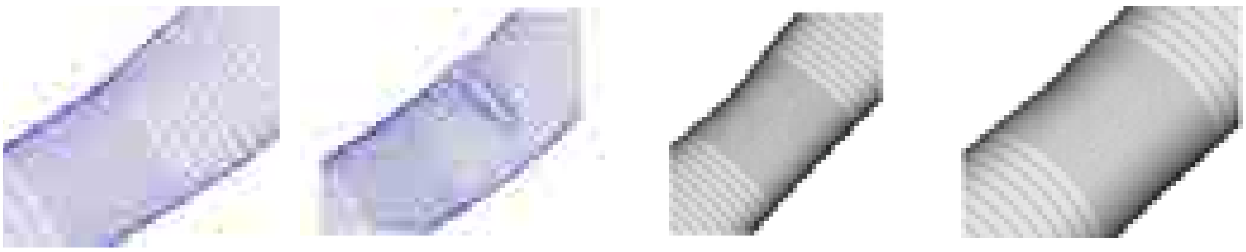
(i) (ii) (iii) (iv)

Σχήμα *Α.13*: Παραμόρφωση στη θέση του λυγισμού [x5,(i),(iii)] και σε μια μεταλυγισμική θέση [x1,(ii),(iv)] για $\Theta = 0°$ [ADINA 8.4.2 (i),(ii) και ABAQUS 6.7 (iii),(iv)]



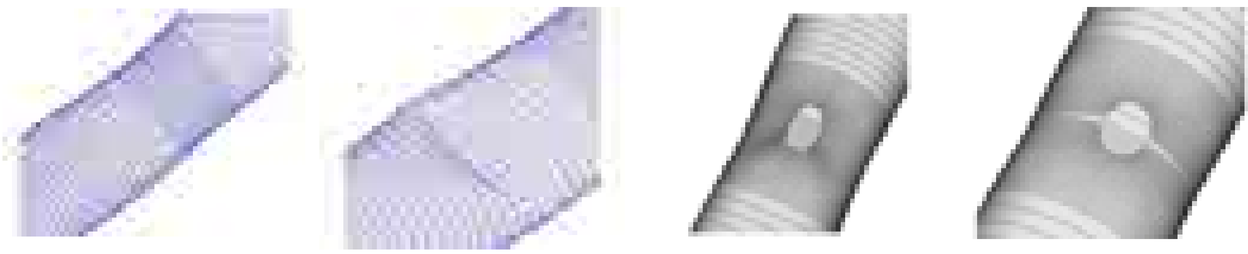
(i) (ii) (iii) (iv)

Σχήμα *Α.14*: Παραμόρφωση στη θέση του λυγισμού [x5,(i),(iii)] και σε μια μεταλυγισμική θέση [x1,(ii),(iv)] για $\Theta = 30°$ [ADINA 8.4.2 (i),(ii) και ABAQUS 6.7 (iii),(iv)]



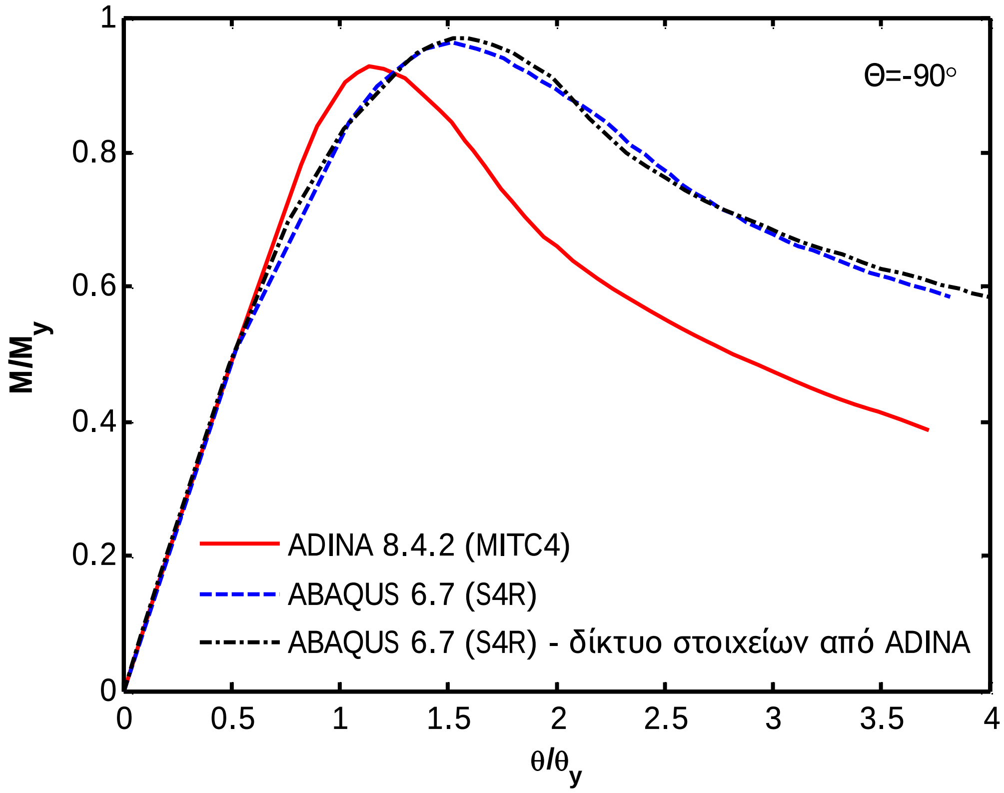
(i) (ii) (iii) (iv)

Σχήμα *Α.15*: Παραμόρφωση στη θέση του λυγισμού [x5,(i),(iii)] και σε μια μεταλυγισμική θέση [x1,(ii),(iv)] για $\Theta = 60°$ [ADINA 8.4.2 (i),(ii) και ABAQUS 6.7 (iii),(iv)]

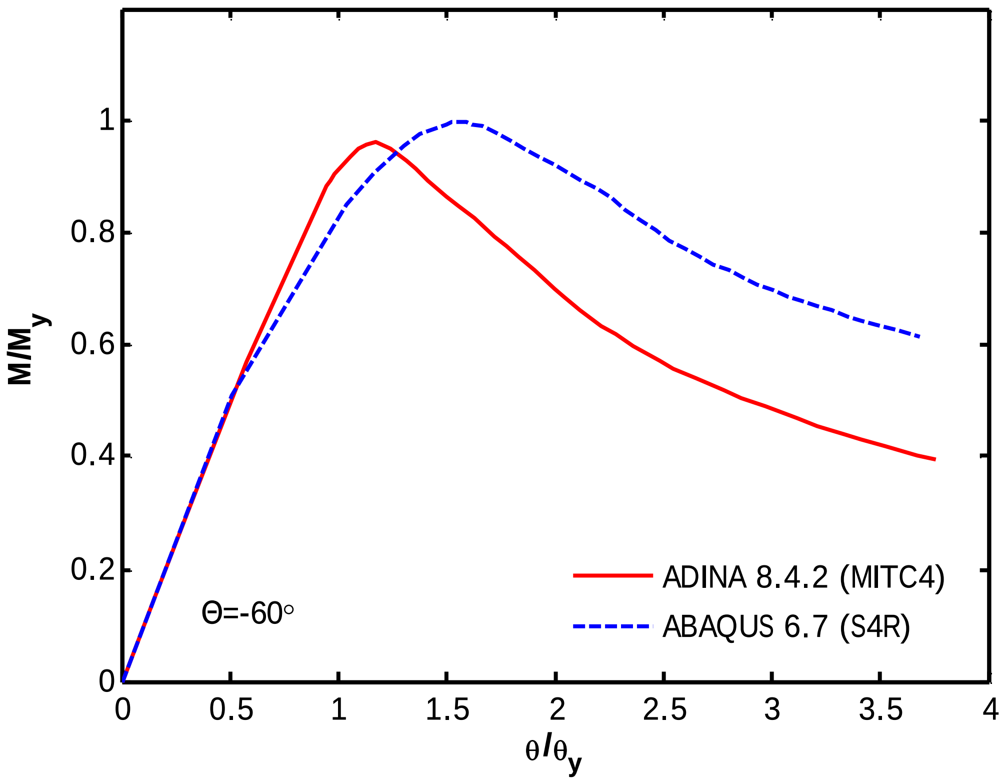


(i) (ii) (iii) (iv)

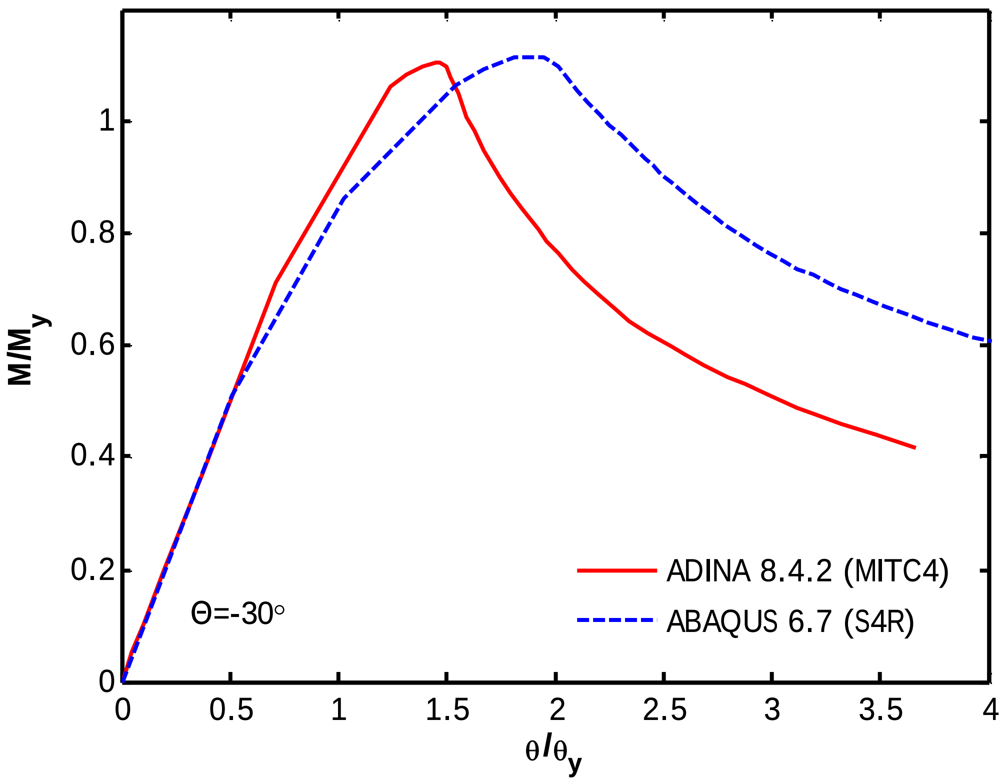
Σχήμα *Α.16*: Παραμόρφωση στη θέση του λυγισμού [x5 (i),(iii)] και σε μια μεταλυγισμική θέση [x1 (ii),(iv)] για $\Theta = 90^\circ$ [ADINA 8.4.2 (i),(ii) και ABAQUS 6.7 (iii),(iv)]



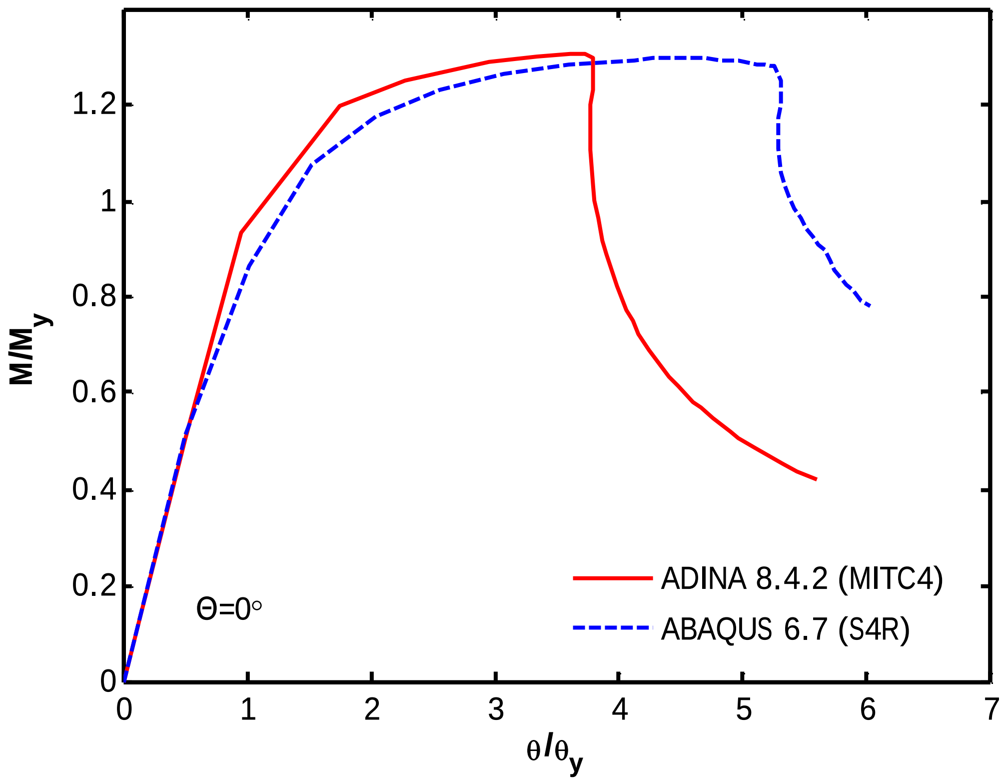
Σχήμα *Α.17*: Δρόμος ισορροπίας για $\Theta = -90^\circ$



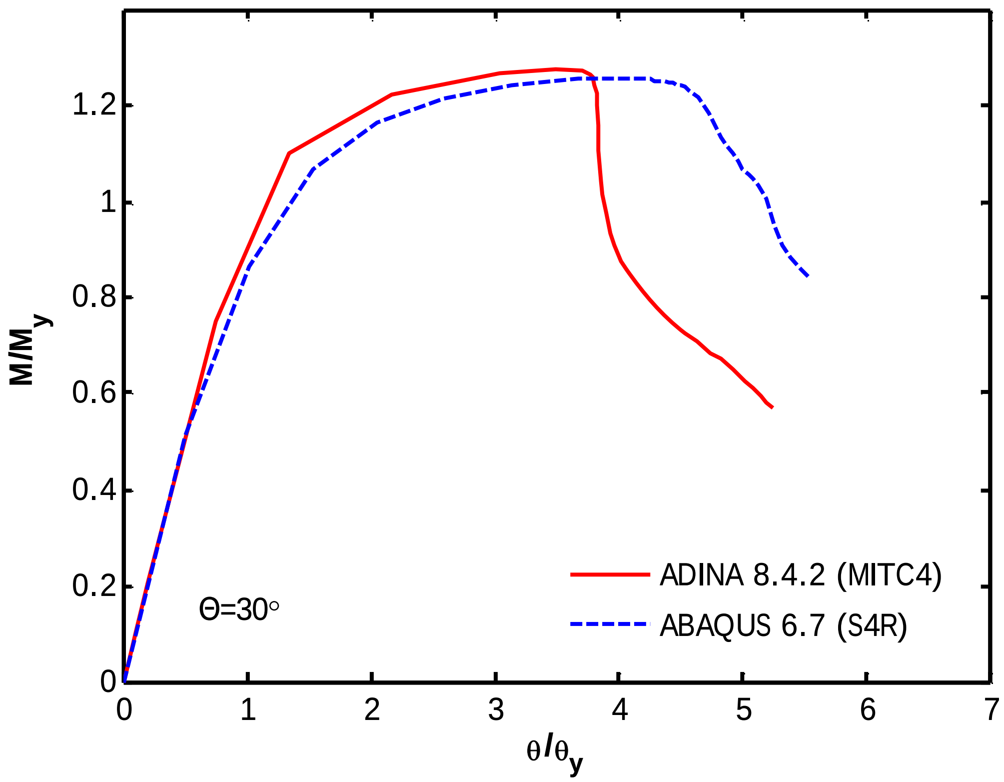
Σχήμα *Α.18*: Δρόμος ισορροπίας για $\Theta = -60^{\circ}$



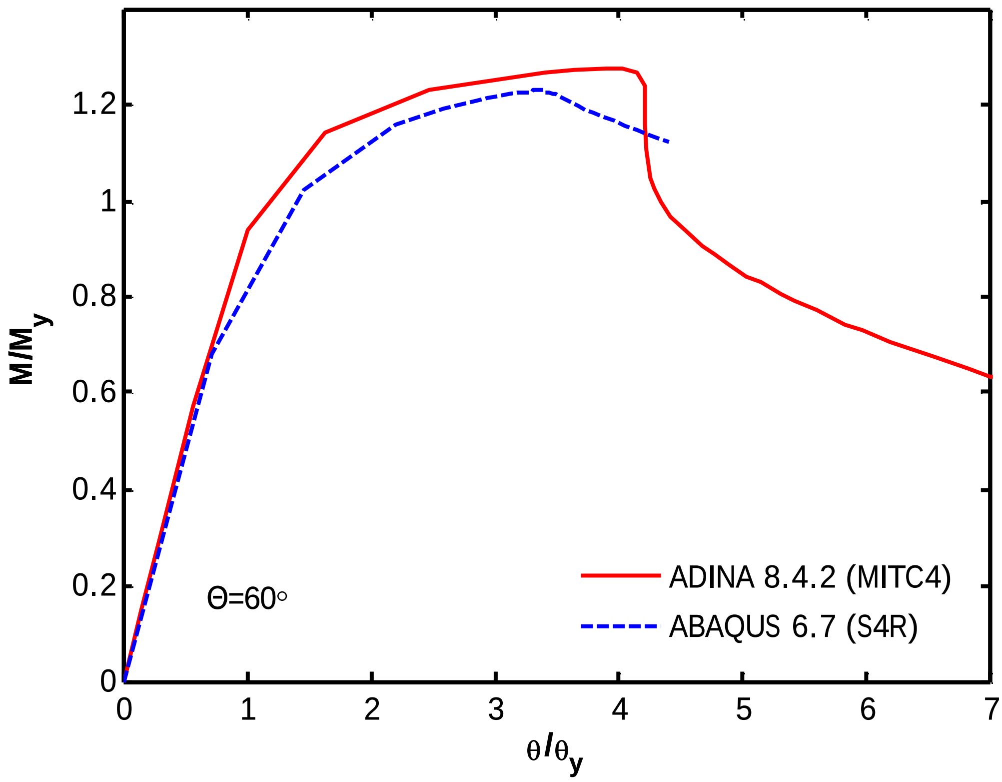
Σχήμα *Α.19*: Δρόμος ισορροπίας για $\Theta = -30^{\circ}$



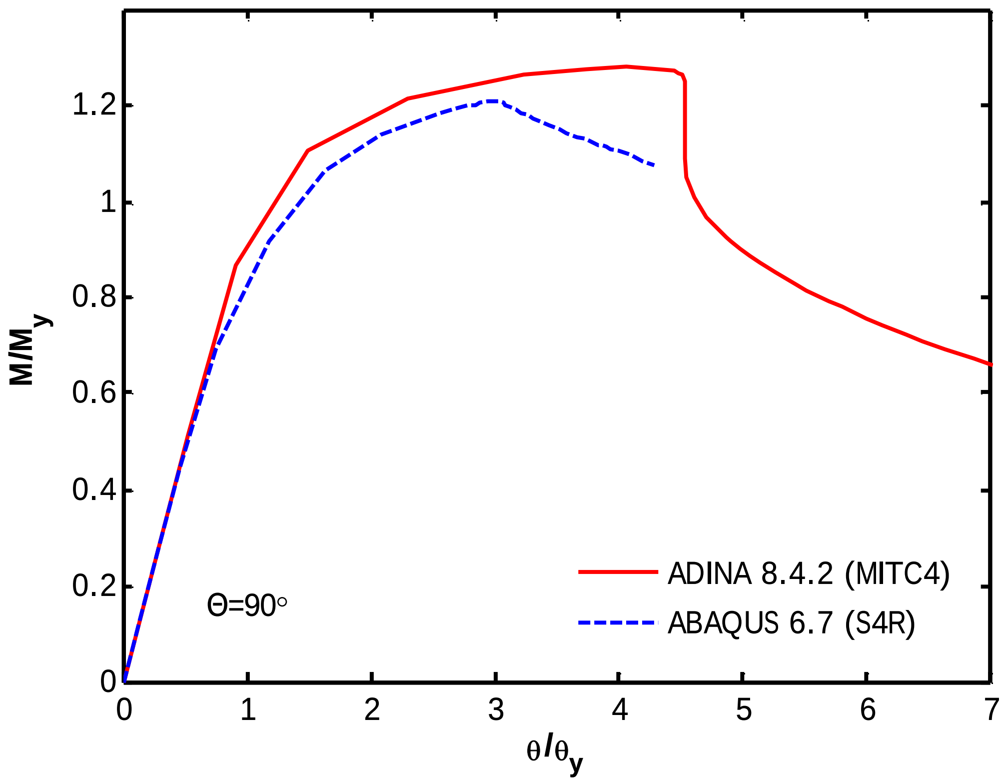
Σχήμα *Α.20*: Δρόμος ισορροπίας για $\Theta = 0°$



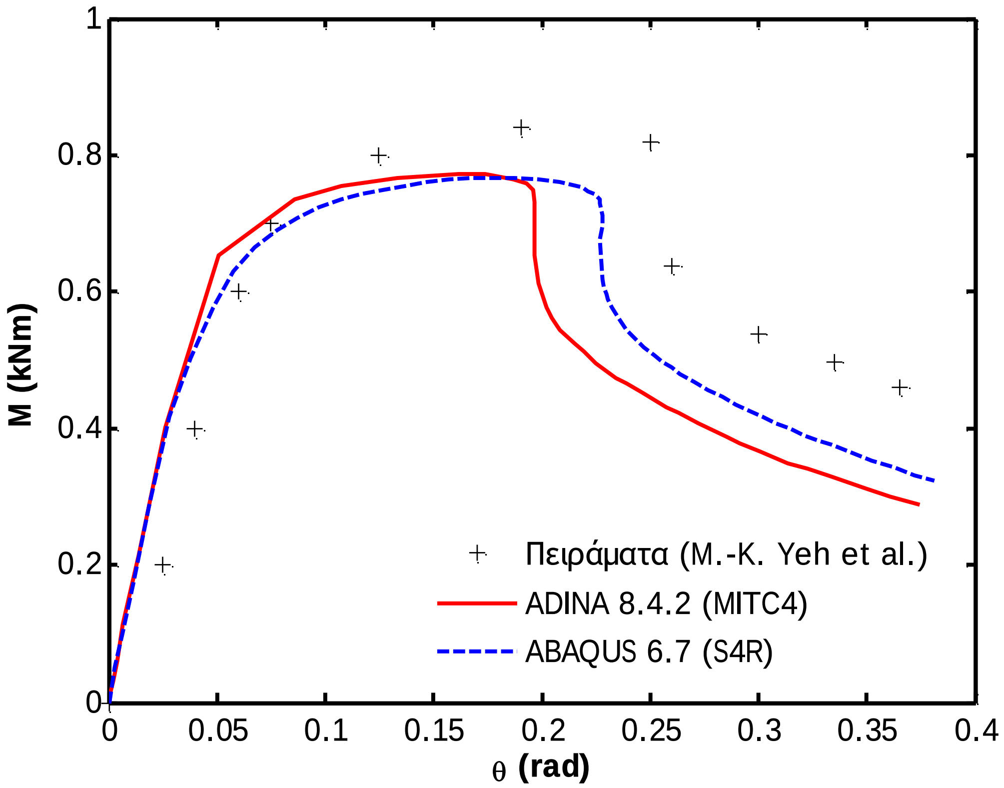
Σχήμα *Α.21*: Δρόμος ισορροπίας για $\Theta = 30°$



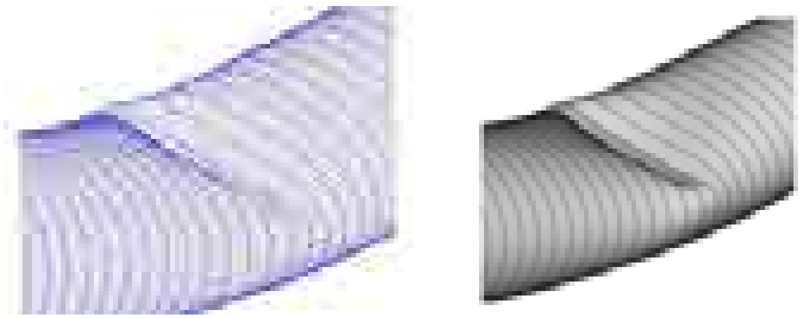
Σχήμα *Α.22*: Δρόμος ισορροπίας για $\Theta = 60^\circ$



Σχήμα *Α.23*: Δρόμος ισορροπίας για $\Theta = 90^\circ$



Σχήμα Α.24: Δρόμος ισορροπίας για κέλυφος χωρίς άνοιγμα



Σχήμα Α.25: Παραμόρφωση στην τελευταία μεταλυγισμική θέση (x1) για κέλυφος χωρίς άνοιγμα και $\sigma_{max} = 0.6f_y$ [ADINA 8.4.2 (i) και ABAQUS 6.7 (ii)]

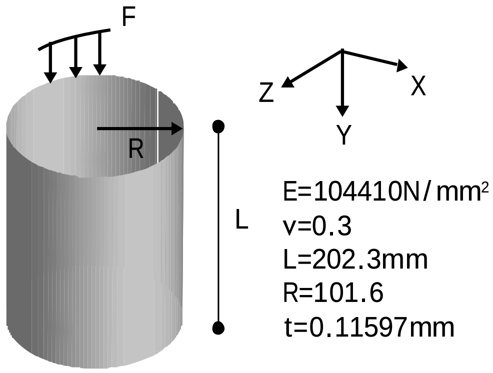
Α.4.2 Θλίψη κυλινδρικού κελύφους με αρχικές ατέλειες

Σε ένα άρθρο τους το 2005, οι Παπαδόπουλος και Παπαδρακάκης [Papadopoulos and Papadrakakis, 2005] μελέτησαν την επίδραση ατελειών του υλικού, του πάχους και της γεωμετρίας του κελύφους στο φορτίο λυγισμού. Οι γεωμετρικές ατέλειες περιγράφονται από ένα δισδιάστατο στοχαστικό πεδίο με στατιστικές ιδιότητες, οι οποίες είτε βασίζονται σε βάσεις δεδομένων με μετρημένες αρχικές γεωμετρικές ατέλειες, είτε εκτιμώνται, όπου δεν υπάρχουν τέτοιες βάσεις δεδομένων.

Το υπό εξέταση κέλυφος είναι ένα αξονικά θλιβόμενο κέλυφος, τα χαρακτηριστικά του οποίου δίνονται στο Σχήμα Α.26 και στον Πίνακα Α.3, όπου R είναι η ακτίνα του κελύφους, L είναι το μήκος του, t είναι το πάχος του και E είναι το μέτρο ελαστικότητας του υλικού. Τα χαρακτηριστικά αυτά αποτελούν τις μέσες τιμές των μεγεθών που χρησιμοποιούνται. Οι κόμβοι της κάτω παρειάς του κυλίνδρου δεσμεύονται ως προς όλους τους μετακινησιακούς βαθμούς ελευθερίας και ως προς το στροφικό βαθμό ελευθερίας κατά Y και είναι ελεύθεροι ως προς τους στροφικούς βαθμούς ελευθερίας κατά X και Z. Οι κόμβοι της πάνω παρειάς του κελύφους έχουν τις ίδιες δεσμεύσεις με τους κόμβους της κάτω παρειάς, με τη διαφορά ότι ο μετακινησιακός βαθμός ελευθερίας κατά Y είναι ελεύθερος για να επιτρέπεται η επιβολή του αξονικού φορτίου.

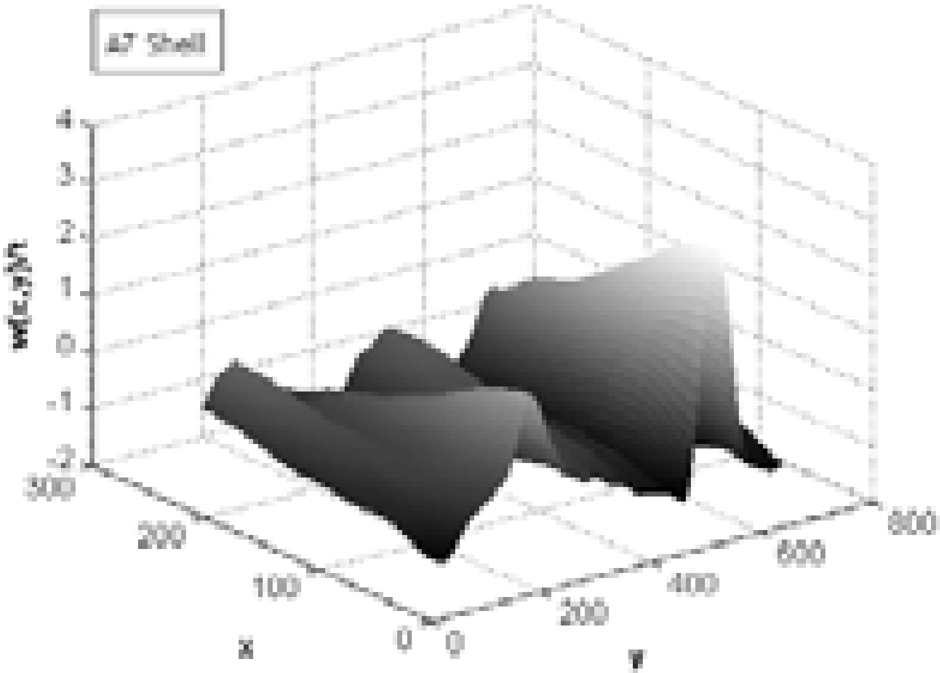
***Πίνακας** Α.3*: Μέσες τιμές στοιχείων του κελύφους

R (mm)	L (mm)	t (mm)	E $\left(N/mm^2\right)$
101.6	202.3	0.11597	104410



***Σχήμα** Α.26*: Γεωμετρία και υλικό κελύφους

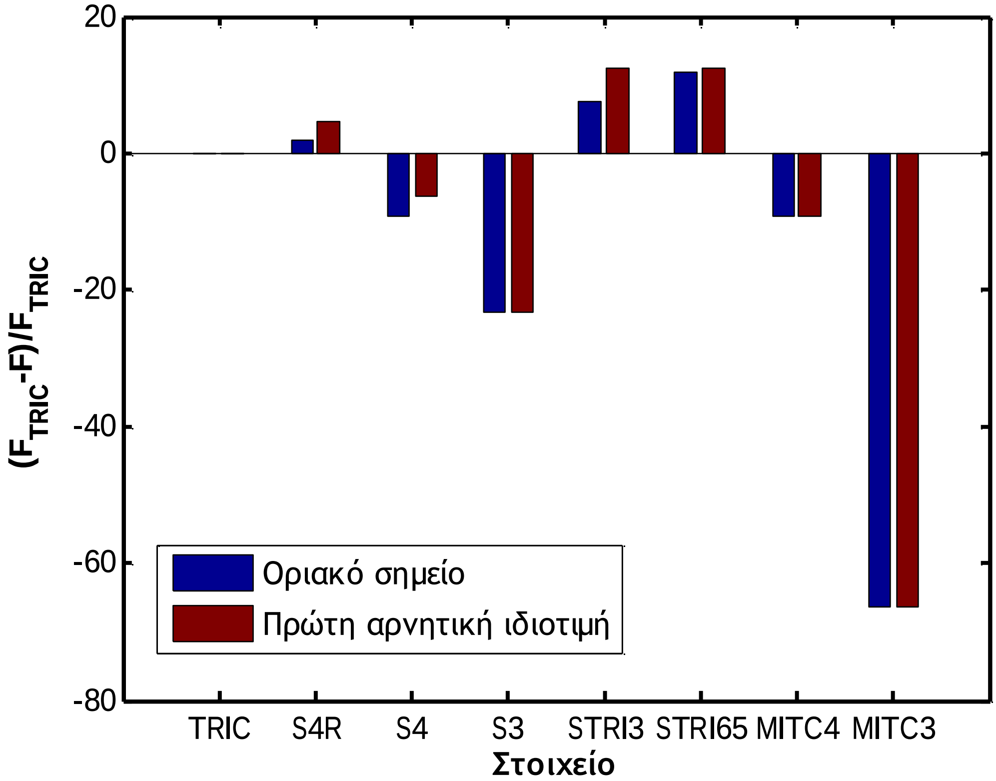
Για την προσομοίωση του στοχαστικού πεδίου το οποίο περιγράφει τις γεωμετρικές ατέλειες απαιτούνται στατιστικά στοιχεία πρώτης και δεύτερης τάξης. Αυτή η πληροφορία λαμβάνεται από στατιστική ανάλυση πραγματικών ατελειών επτά κυλινδρικών (electroplated shells) κελυφών από χαλκό [Arbocz and Abramovich, 1979]. Στο Σχήμα Α.27 δίνεται η μορφή των γεωμετρικών ατελειών του κελύφους Α7 [Arbocz and Abramovich, 1979].



***Σχήμα** Α.27*: Αρχικές ατέλειες κελύφους Α7 ([Arbocz and Abramovich, 1979])

Η επίδραση των διαφόρων τύπων ατελειών εξετάζεται με την διαδικασία Monte Carlo, σύμφωνα με την οποία διεξάγεται ένας σημαντικός αριθμός $\left(N_{samp} = 200\right)$ μη γραμμικών αναλύσεων, τα αποτελέσματα των οποίων χρησιμοποιούνται για να υπολογιστούν τα στατιστικά στοιχεία των «αριθμητικών» πειραμάτων, δηλαδή ο μέσος όρος και ο συντελεστής διακύμανσης. Για να διαφανεί η ξεχωριστή επίδραση των διακυμάνσεων των ιδιοτήτων του υλικού και του πάχους του κελύφους, αρχικά εφαρμόζεται η διαδικασία Monte Carlo θεωρώντας ως στοχαστικές μόνον τις γεωμετρικές ατέλειες, και ακολούθως εφαρμόζεται η διαδικασία αυτή θεωρώντας αυτή τη φορά ως στοχαστικές και τις τρεις μορφές ατέλειας (του υλικού, του πάχους και της γεωμετρίας). Σύμφωνα με το [Papadopoulos and Papadrakakis, 2005] ως κρίσιμο φορτίο λυγισμού θεωρείται εκείνο το φορτίο για το οποίο παρατηρείται η πρώτη αρνητική ιδιοτιμή του εφαπτομενικού μητρώου της κατασκευής.

Η αντοχή για ένα κέλυφος το οποίο προκύπτει σύμφωνα με τη φιλοσοφία του [Papadopoulos and Papadrakakis, 2005], θεωρώντας στοχαστικές μόνο τις γεωμετρικές ατέλειες και ντετερμινιστικά το πάχος $(t = 0.11597\text{mm})$ και το υλικό $\left(E = 104410\,\text{N/mm}^2\right)$ είναι 4978.88 Newton [Papadopoulos, 2008]. Αυτά τα στοιχεία χρησιμοποιούνται για να ελεγχθεί η ακρίβεια διάφορων πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιούνται στα προγράμματα ADINA και ABAQUS. Στο Σχήμα Α.28 δίνονται τα αποτελέσματα αυτής της διερεύνησης. Στον οριζόντιο άξονα δίνονται οι ονομασίες των πεπερασμένων στοιχείων, ενώ στον κατακόρυφο δίνεται η απόκλιση του υπό διερεύνηση φορτίου από το φορτίο λυγισμού που προκύπτει από το πεπερασμένο στοιχείο TRIC ([Argyris et al., 1997], [Argyris et al., 1998], [Argyris et al., 2002]).



Σχήμα Α.28: Αποκλίσεις φορτίου λυγισμού για διάφορα πεπερασμένα στοιχεία

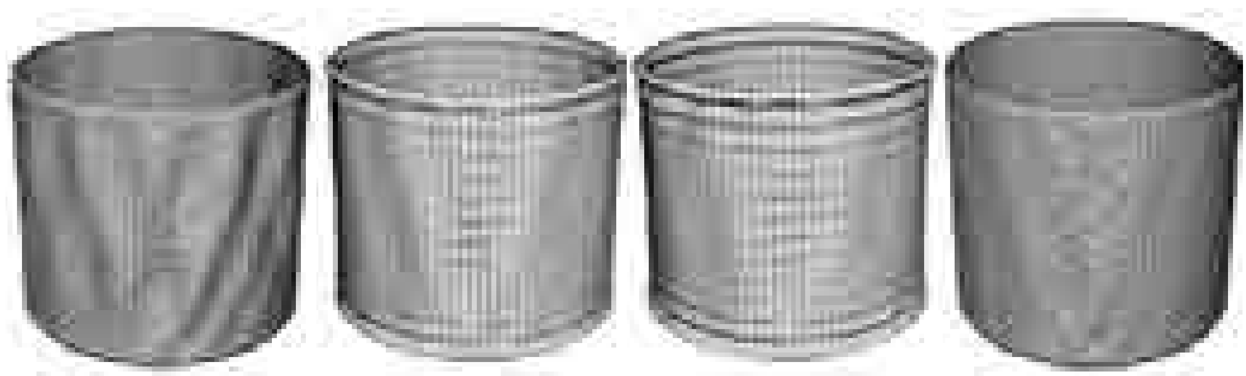
Στον Πίνακα Α.4 δίνονται αναλυτικά τα αποτελέσματα για τους διάφορους τύπους στοιχείων. Στα Σχήματα Α.29 και Α.30 δίνονται οι παραμορφωσιακές καταστάσεις που αντιστοιχούν στο μέγιστο φορτίο του δρόμου ισορροπίας. Παρατηρείται ότι, αν και ουσιαστικά επιλύεται το ίδιο πρόβλημα, υπάρχουν διαφορές στις μορφές παραμόρφωσης που άλλοτε είναι μικρές και άλλοτε πολύ μεγάλες. Το πεπερασμένο στοιχείο MITC3 του ADINA φαίνεται να υπολογίζει πολύ διαφορετικές παραμορφώσεις από ότι τα υπόλοιπα στοιχεία. Αυτό ίσως είναι αναμενόμενο, αφού η αντοχή που υπολογίζει είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από εκείνη των υπόλοιπων στοιχείων. Επίσης, παρατηρείται ότι τα 4-κομβικά στοιχεία S4, S4R και MITC4 χαρακτηρίζονται από μια μεγαλύτερη παραμόρφωση κοντά στα άκρα του κελύφους πράγμα το οποίο δεν είναι τόσο έντονο στην περίπτωση των τριγωνικών στοιχείων. Αξίζει επίσης να σημειωθεί ότι η στιβαρότητα του κελύφους πριν τον λυγισμό είναι πρακτικά η ίδια για όλους τους τύπους των κελυφών.

***Πίνακας** Α.4*: Αναλυτικά αποτελέσματα για τους διάφορους τύπους στοιχείων

	Πεπερασμένο στοιχείο							
	TRIC	S4R	S4	S3	STRI3	STRI65	MITC4	MITC3
F_1 (N)	4979	4881	5429	6125	4604	4381	5431	8289
$\frac{F_{TRIC}-F_1}{F_{TRIC}}(\%)$	0.00	1.97	-9.03	-23.02	7.53	12.01	-9.08	-66.48
F_2 (N)	4979	4745	5287	6125	4351	4348	5431	8289
$\frac{F_{TRIC}-F_2}{F_{TRIC}}(\%)$	0.00	4.70	-6.18	-23.02	12.61	12.67	-9.08	-66.48

F_1 : Μέγιστο φορτίο στο δρόμο ισορροπίας

F_2 : Φορτίο εκείνου του βήματος το οποίο ακολουθείται από βήμα με εντοπισμένη αρνητική ιδιοτιμή στο μητρώο δυσκαμψίας



***Σχήμα** Α.29*: S3 (πρώτο), S4 (δεύτερο), S4R (τρίτο), STRI3 (τέταρτο)

Από το Σχήμα Α.28 μπορούν να προκύψουν τα ακόλουθα συμπεράσματα. Εφόσον δεχτούμε ότι το στοιχείο TRIC και τα αποτελέσματα του είναι αρκούντως ακριβή, τότε τα στοιχεία τα οποία φαίνεται να έχουν την ίδια ακρίβεια είναι τα 4-κομβικά στοιχεία S4, S4R (ABAQUS) και MITC4 (ADINA).

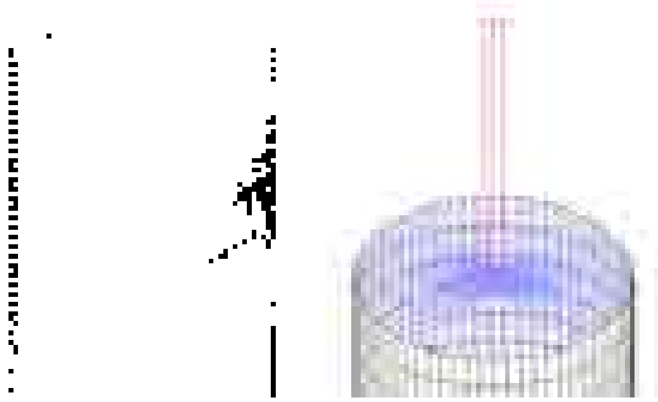
Σχήμα 5.30: STRI65 (πρώτο), MITC3 (δεύτερο), MITC4 (τρίτο)

A.4.3 Ανάλυση λυγισμού κυλινδρικού κελύφους με άνοιγμα

Το 2006 οι Han et al. [Han et al., 2006] μελέτησαν αριθμητικά την συμπεριφορά σχετικά παχιών και λεπτών κυλινδρικών κελυφών από αλουμίνιο, τα οποία είχαν ένα τετραγωνικό άνοιγμα, υπό την επίδραση αξονικής θλίψης. Η διερεύνηση περιλάμβανε την επίδραση του μεγέθους του ανοίγματος, της θέσης του ανοίγματος και του λόγου του ύψους προς τη διάμετρο στην αντοχή και στην μεταλυγισμική συμπεριφορά. Στην ίδια εργασία παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα πειραμάτων τα οποία διεξήχθησαν σε σχετικά παχιά κελύφη. Όλες οι αριθμητικές αναλύσεις διεξήχθηκαν με το πρόγραμμα ANSYS.

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα αναλύσεων λυγισμού τριών κελυφών με μήκος 0.4m, διάμετρο 40mm, πάχος 0.0889mm, τα οποία διαφοροποιούνται ως προς το μέγεθος του τετραγωνικού ανοίγματος, το οποίο βρίσκεται στο μέσο του ύψους του κελύφους. Σύμφωνα με το [Han et al., 2006], η κάτω παρειά του κελύφους δεσμεύτηκε ως προς τους τρεις μετακινησιακούς βαθμούς ελευθερίας, ενώ η πάνω παρειά ως προς τους δυο μετακινησιακούς βαθμούς ελευθερίας του επιπέδου. Σαν φορτίο επιβλήθηκε ένα ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο στην πάνω παρειά. Επίσης, οι κόμβοι της πάνω παρειάς έχουν δεσμευτεί κατά τέτοιο τρόπο, ώστε κατά τη φόρτιση να έχουν κοινή μετατόπιση.

Στα πλαίσια αυτής της διερεύνησης με τα δυο διαθέσιμα προγράμματα, το ADINA και το ABAQUS, θεωρήθηκε ότι είναι ισοδύναμο να επιβληθεί ένα συγκεντρωμένο φορτίο σε ένα κόμβο αναφοράς στο κέντρο βάρους της άνω παρειάς του κελύφους, ο οποίος μεταφέρει αυτούσια την κίνηση του λόγω της δύναμης, στους κόμβους της παρειάς αυτής μέσω δεσμεύσεων (rigid link, kinematic coupling). Στο Σχήμα Α.31 δίνονται κάποια χαρακτηριστικά του προσομοιώματος του κελύφους με άνοιγμα 7.5mmx7.5mm το οποίο δημιουργήθηκε στο ADINA, οι κινηματικές δεσμεύσεις και το φορτίο που επιβάλλεται. Σημειώνεται ότι το αρχικό πλέγμα των στοιχείων δημιουργήθηκε στο ABAQUS και ακολούθως αντιγράφηκε στο ADINA για λόγους εξοικονόμησης χρόνου. Στον Πίνακα Α.5 δίνονται τα αποτελέσματα αυτής της διερεύνησης.



Σχήμα Α.31: Περιοχή ανοίγματος ενός προσομοιώματος, rigid links και φορτίο

Πίνακας Α.5: Σύγκριση φορτίων λυγισμού για τρία κελύφη με άνοιγμα

Κέλυφος	ANSYS	ADINA	ABAQUS
Άνοιγμα 5.3x5.3	0.208[1] (0[2])	0.210 (-0.96)	0.210 (-0.96)
Άνοιγμα 7.5x7.5	0.138 (0)	0.135 (2.17)	0.134 (2.90)
Άνοιγμα 10.6x10.6	0.096 (0)	0.093 (3.13)	0.091 (5.21)

Χαρακτηριστικά κελυφών: $D/t = 450$, $L/D = 10$ (βλ. Table 6 [Han et al., 2006])

1) Όλα τα φορτία είναι αδιαστατοποιημένα με το κλασικό φορτίο λυγισμου: $N_{cr} = 2\pi E t^2 \big/ \sqrt{3\left(1-v^2\right)} = 2.0940\text{kN}$

2) $\left(N_{ANSYS} - N_i\right)/N_{ANSYS} \times 100$ όπου $i = \text{ADINA, ABAQUS}$

Σημειώνεται ότι το ADINA δεν λύνει το κλασικό πρόβλημα λυγισμού αλλά μια διατύπωση του μη γραμμικού προβλήματος λυγισμού [Κεφάλαιο 3 του παρόντος κειμένου]. Επομένως, για να πάρουμε ένα φορτίο λυγισμού το οποίο να προσεγγίζει με ικανοποιητική ακρίβεια το «κλασικό» φορτίο, επιβάλλεται ένα φορτίο σχετικά μικρό και περίπου ίσο με το 1/100 του φορτίου λυγισμού που προέκυπτε από το ABAQUS. Από τα αποτελέσματα του Πίνακα Α.5 παρατηρείται ότι τα αποτελέσματα των τριών προγραμμάτων είναι πρακτικά τα ίδια. Οι μικρές αποκλίσεις που παρατηρούνται θα μπορούσαν να αποδοθούν στα διαφορετικά χαρακτηριστικά των πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιούνται από τα τρία προγράμματα.

Συνεπώς, τόσο το ABAQUS όσο και το ADINA μπορούν να υπολογίσουν με ακρίβεια τα γραμμικά φορτία λυγισμού. Σημειώνεται, παρόλα αυτά ότι στην περίπτωση του ADINA το επιβαλλόμενο φορτίο θα πρέπει να είναι σχετικά μικρό. Προτείνεται το επιβαλλόμενο φορτίο να είναι περίπου το 1/100 του φορτίου λυγισμού που προκύπτει από μια πρώτη διερευνητική ανάλυση. Αν από την ανάλυση αυτή προκύψει ότι κάτι τέτοιο δεν ισχύει, επαναλαμβάνεται η ανάλυση λυγισμού με κατάλληλα τροποποιημένο φορτίο αναφοράς.

A.5 Βιβλιογραφία

ABAQUS/Standard and ABAQUS/Explicit, “Abaqus Theory Manual”, Dassault Systems.

ADINA R & D, Inc., “Theory and Modeling Guide Volume I: ADINA”, Report ARD 06-7, 2006.

Ahmad S, Irons BM, Zienkiewicz OC. Analysis of thick and thin shell structures by curved element. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 2, pp. 419–451, 1970.

Arbocz J, Abramovich H, “The initial imperfection data bank at the Delft University of Technology Part 1”, Technical Report LR-290, *Department of Aerospace Engineering, Delft University of Technology*, 1979.

Argyris J, Tenek L and Olofsson L, “TRIC: a simple but sophisticated 3-node triangular element based on 6 rigid-body and 12 straining modes for fast computational simulations of arbitrary isotropic and laminated composite shells”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 145, pp. 11-85, 1997.

Argyris J, Tenek L, Papadrakakis M and Apostolopoulou C, “Postbuckling performance of the TRIC natural mode triangular element for isotropic and laminated composite shells”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 166, pp. 211-231, 1998.

Argyris J, Papadrakakis M and Karapitta L, “Elasto-plastic analysis of shells with the triangular element TRIC”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 191, 3613-3636, 2002.

Bathe KJ and Dvorkin EN, "On the automatic solution of nonlinear finite element equations", *Computers & Structures*, Vol. 17, No 5-6, pp. 871-879, 1983.

Belytschko T, Liu WK and Moran Brian, "Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures", *John Wiley & Sons* Ltd, 2000.

Bisagni C, "Numerical analysis and experimental correlation of composite shell buckling and post-buckling", *Composites: Part B*, Vol. 31, pp. 655-667, 2000.

Dvorkin EN and Bathe KJ, "A continuum mechanics based four-node shell element for general nonlinear analysis", *Engineering Computations*, Vol.1, pp. 77-88, 1984.

Han H, Cheng J, Taheri F and Pegg Neil, "Numerical and experimental investigations of the response of aluminium cylinders with a cutout subject to axial compression", *Thin-Walled Structures*, Vol. 44, pp. 254-270, 2006.

Holst JMFG, Rotter JM and Calladine CR, "Imperfections and buckling in cylindrical shells with consistent residual stresses", *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 2000, pp. 265-282, 2000.

Holst JMFG and Rotter JM, "Axially compressed cylindrical shells with local settlement", *Thin-Walled Structures*, Vol. 43, pp. 811-825, 2005.

Kim S-E and Kim C-S, "Buckling strength of the cylindrical shell and tank subjected to axially compressive loads", *Thin-Walled Structures*, Vol. 40, pp. 329-353, 2002.

Kyriakides S and Shaw PK, "Inelastic Buckling of Tubes under Cyclic Bending", *Journal of Pressure Vessel Technology*, ASME, Vol.109, pp. 169-178, 1987.

Kyriakides S and Shaw PK, "Response and Stability of elastoplastic circular pipes under combined bending and external pressure", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 18, No, 11, pp. 957-973, 1982.

Meng-Kao Yeh, Ming-Chyuan Lin, Wen-Tsang Wu, "Bending buckling of an elastoplastic cylindrical shell with a cutout", *Engineering Structures*, Vol. 21, pp. 996-1005, 1999.

Noguchi H and Hisada T, "Sensitivity analysis in post-buckling problems of shell structures", *Computers & Structures*, Vol. 47, No. 4/5, pp. 699-710, 1993.

Papadopoulos V, Papadrakakis M, "The effect of material and the thickness variability on the buckling load of shells with random initial imperfections", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 194, pp. 1405-1426, 2005.

Papadopoulos V, *Personal Communication*, 2008.

Shariati M and Rokhi M, “Numerical and experimental investigations on buckling of steel cylindrical shells with elliptical cutout subject to axial compression”, *Thin-Walled Structures*, Vol. 46, pp. 1251-1261, 2008.

Song CY, Teng JG and Rotter JM, “Imperfection sensitivity of thin elastic cylindrical shells subject to partial axial compression”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, pp. 7155-7180, 2004.

Stull CJ, Earls CJ and Aquino W, “A posteriori initial imperfection identification in shell buckling problems”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 198, pp. 260-268, 2008.

Sze KY, Liu XH and Lo SH, “Popular benchmark problems for geometric nonlinear analysis of shells”, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 40, pp. 1551-1569, 2004.

Wang XH, Xu B and Redekop D, “FEM free vibration and buckling analysis of stiffened toroidal shells”, *Thin-Walled Structures*, Vol. 44, pp. 2-9, 2006.

Yaffe R and Abramovich H, “Dynamic buckling of cylindrical stringer stiffened shells”, *Computers and Structures*, Vol. 81, pp. 1031-1039, 2003.