



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ**

**Συμβολή στον σχεδιασμό πολυώροφων μεταλλικών
πλαισίων έναντι καμπτικού λυγισμού**

**Διδακτορική Διατριβή Γεωργίου Ε. Μαγείρου
Διπλ. Πολιτικού Μηχανικού Ε.Μ.Π., Μ.Δ.Ε.**

Ευχαριστίες

Οι ευχαριστίες που παρατίθενται στην σελίδα αυτή μπορούν να θεωρηθούν ως μία ελάχιστη μόνον αναγνώριση προς τα πρόσωπα που με στήριξαν επιστημονικά και ηθικά κατά την διάρκεια εκπόνησης της διατριβής.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα να εκφράσω προς τον Επιβλέποντα της διατριβής, Γαντέ Χαράλαμπο, Αναπληρωτή Καθηγητή, για την συνεχή καθοδήγηση καθώς και συμπαράσταση καθ' όλη την διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας αυτής. Θα ήθελα να επισημάνω την πληρότητα των επιστημονικών γνώσεων καθώς και το ήθος που τον διακρίνει, κάνοντας τον δάσκαλο με την πραγματική έννοια του όρου. Φυσικά, ευχαριστίες θα ήθελα να απευθύνω και στα άλλα δύο μέλη της συμβουλευτικής μου επιτροπής τον Ακαδημαϊκό και Ομότιμο Καθηγητή, Κουνάδη Αντώνιο, και τον Καθηγητή, Ιωαννίδη Γεώργιο. Ο πρώτος με την τεράστια ακαδημαϊκή του πείρα και γνώσεις έπαιξε καίριο ρόλο στην διαμόρφωση της διατριβής με τις νοθεσίες και παρατηρήσεις του. Ο δεύτερος με την αντίστοιχη επιστημονική και επαγγελματική του κατάρτιση βοήθησε εξίσου σημαντικά στην τελική διαμόρφωση της εργασίας αυτής.

Επιθυμώ επίσης να ευχαριστήσω και τα υπόλοιπα μέλη της Επταμελούς Εξεταστικής Επιτροπής που αποτελείται από τον Ερμόπουλο Ιωάννη, Καθηγητή ΕΜΠ και Διευθυντή του Εργαστηρίου Μεταλλικών Κατασκευών, Κουμούση Βλάση, Καθηγητή ΕΜΠ, Μπανιωτόπουλο Χαράλαμπο, Καθηγητή ΑΠΘ, και Παπαδρακάκη Εμμανουήλ, Καθηγητή ΕΜΠ για το άριστο πνεύμα συνεργασίας μαζί τους. Ευχαριστίες θα ήθελα να απευθύνω σε όλα τα μέλη του Εργαστηρίου Μεταλλικών Κατασκευών του ΕΜΠ, για την εξαιρετική συνεργασία που είχα όλα αυτά τα χρόνια εκπόνησης της διατριβής μου καθώς και για την δυνατότητα που μου δόθηκε να δημιουργήσω καινούργιες φιλίες.

Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω ένα μεγάλο ευχαριστώ από τα βάθη της καρδιάς μου, στην σύζυγό μου Βάσια, η οποία όχι μόνο ανέχτηκε αλλά και άντεξε την πολύωρη σε καθημερινό επίπεδο απουσία μου, η οποία ήταν συνυφασμένη με την διεξαγωγή της έρευνάς μου. Συνάμα, όμως, με στήριξε και με ενθάρρυνε να συνεχίσω, στις όποιες δυσκολίες κλήθηκα να αντιμετωπίσω κατά την διάρκεια της εκπόνησης της διατριβής. Ως ελάχιστο δείγμα ευγνωμοσύνης, της αφιερώνω την διατριβή. Την αφιερώνω επίσης και στα παιδιά μου Ελένη και Βαγγέλη, για το αίσθημα της χαράς, πληρότητας και ευτυχίας που μου χαρίζουν καθημερινά.

*στην σύζυγό μου Βάσια
και στα παιδιά μου Ελένη και Βαγγέλη*



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Διδακτορική Διατριβή Γεωργίου Ε. Μαγείρου

Συμβολή στον σχεδιασμό πολυώροφων μεταλλικών πλαισίων έναντι καμπτικού λυγισμού

Επιβλέπων: Δρ. Χάρης Ι. Γαντές, Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Περίληψη

Η παρούσα εργασία πραγματεύεται προβλήματα μη γραμμικής συμπεριφοράς επιπέδων πλαισιακών φορέων από χάλυβα, και κυρίως το πρόβλημα του καμπτικού λυγισμού τους και το πρόβλημα της εύκαμπτης απόκρισής τους έναντι πλευρικών φορτίων. Στόχος της εργασίας είναι να προταθούν τρόποι βελτίωσης της ακρίβειας προσεγγιστικών μεθόδων αντιμετώπισης αυτών των φαινομένων μέσω γραμμικών αναλύσεων. Επιδιώκεται επομένως η αξιόπιστη εκτίμηση της φέρουσας ικανότητας πολυώροφων μεταλλικών πλαισιακών κατασκευών, η οποία συνδέεται με μη γραμμική συμπεριφορά, με εκτέλεση γραμμικών αναλύσεων.

Αποτελεί γεγονός ότι η ταχεία ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών και του λογισμικού για εφαρμογές μηχανικής επιτρέπει τα τελευταία χρόνια την χρήση ακριβέστερων αριθμητικών αλγορίθμων ανάλυσης για τον υπολογισμό της απόκρισης μεταλλικών πλαισίων, με γραμμικές ή μη γραμμικές - από την άποψη των μεγάλων μετατοπίσεων ή και της διαρροής του υλικού - μεθόδους. Τέτοιες αναλύσεις εφαρμόζονται όμως, για την ώρα, κυρίως σε ερευνητικό επίπεδο, λόγω (i) των σημαντικών υπολογιστικών τους απαιτήσεων, (ii) της έλλειψης επαρκών θεωρητικών γνώσεων από την πλειονότητα των μηχανικών για την κατάλληλη επιλογή παραμέτρων των αλγορίθμων μη γραμμικής ανάλυσης και για την ορθή αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Επιπλέον, οι προσεγγιστικές μέθοδοι ανάλυσης είχαν ανέκαθεν ιδιαίτερη αξία για τους μηχανικούς, και εξακολουθούν να έχουν, τόσο για γρήγορη εκτίμηση της συμπεριφοράς κατά τις πρώτες φάσεις του σχεδιασμού, όσο και ως μέτρο σύγκρισης των αποτελεσμάτων ακριβέστερων αναλύσεων. Η παρούσα εργασία εντάσσεται σε αυτό το πλαίσιο.

Στόχος λοιπόν της εργασίας είναι η βελτίωση της ακρίβειας προσεγγιστικών μεθόδων αξιολόγησης της σημασίας μη γραμμικών φαινομένων κατά τον σχεδιασμό μεταλλικών πλαισίων. Κατά τα τελευταία χρόνια η διεθνής πρακτική σχεδιασμού των κατασκευών έχει υιοθετήσει την μέθοδο συνολικής αντοχής, οι δε έλεγχοι επάρκειας πραγματοποιούνται μέσω σύγκρισης εντατικών μεγεθών που έχουν προκύψει από γραμμικές στατικές αναλύσεις με την «συνολική αντοχή», στην οποία περιλαμβάνονται επιρροές τόσο μεγάλων μετατοπίσεων, όσο και αστοχίας του υλικού. Η διαδικασία αυτή είναι από την φύση της προσεγγιστική, είναι πάντως αυτή που εφαρμόζεται διεθνώς, ακόμα και για τον σχεδιασμό πολύ σημαντικών έργων, για τους λόγους που αναφέρονται στην προηγούμενη παράγραφο. Επομένως, ο αξιόπιστος υπολογισμός της «συνολικής αντοχής» έχει ιδιαίτερη πρακτική σημασία, αλλά και αποτελεί θεωρητική πρόκληση, αφού προκύπτει από τον συνδυασμό ιδιαίτερος σύνθετων φαινομένων. Στην διατριβή επιδιώκεται η βελτίωση της ακρίβειας υπολογισμού της «συνολικής αντοχής» για συνήθη μεταλλικά πλαίσια, με γεωμετρία, συνοριακές συνθήκες, φορτία και διατομές που απαντώνται σε κτιριακά έργα, σε σύγκριση βεβαίως με υπάρχουσες μεθόδους αυτής της λογικής, δηλαδή βασιζόμενες σε γραμμικές και όχι μη γραμμικές αναλύσεις.

Στο μεγαλύτερο μέρος της η εργασία ασχολείται με την βελτίωση της ακρίβειας της μεθόδου του ισοδύναμου μήκους λυγισμού για τον υπολογισμό του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων πολυώροφων πλαισίων. Επισημαίνεται ότι το ισοδύναμο μήκος λυγισμού μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της λυγηρότητας των αντίστοιχων υποστυλωμάτων και στην συνέχεια

για τον υπολογισμό της αντοχής τους υπό διάφορες εντατικές καταστάσεις, σύμφωνα με τις κανονιστικές διατάξεις.

Μία κύρια αιτία για την μειωμένη ακρίβεια της μεθόδου του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού για τον υπολογισμό του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων πολυώροφων φορέων είναι ότι θεωρεί τα υποστυλώματα ως μεμονωμένα και λαμβάνει υπόψη προσεγγιστικά την συμβολή των υπολοίπων μελών του φορέα στον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού. Το πρόβλημα έγκειται στο πώς από το υποστυλωμα του πολυώροφου πλαισίου θα μεταπηδήσουμε σε ένα όσο το δυνατό πιο απλό προσομοίωμα που να λαμβάνει αξιόπιστα υπόψη τη συνεισφορά των υπολοίπων μελών της κατασκευής. Τα μέλη (δοκοί ή υποστυλώματα) που συντρέχουν στον άνω ή κάτω κόμβο του εξεταζόμενου υποστυλώματος προσδίδουν σε αυτό στρωφικές δεσμεύσεις, ενώ το σύστημα δυσκαμψίας του πλαισίου, εάν υπάρχει, παρεμποδίζει τη σχετική εγκάρσια μετακίνηση των άκρων του. Συνεπώς, προτείνεται το προσομοίωμα ενός μεμονωμένου υποστυλώματος με δύο στρωφικά ελατήρια, ένα στο κάθε άκρο του, που προσομοιώνουν την στρωφική δέσμευση από τα συντρέχοντα μέλη στον αντίστοιχο κόμβο και ένα ελατήριο ευθυγράμμου κίνησης στον άνω κόμβο που προσομοιώνει την συνεισφορά από το σύστημα δυσκαμψίας του πλαισίου. Η στρωφική δυσκαμψία των ελατηρίων ισούται με το άθροισμα της συμβολής των στρωφικών δυσκαμψιών των μελών που συντρέχουν στον άνω και κάτω κόμβο του υπό εξέταση υποστυλώματος. Για την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου, προτείνονται εύκολες στην χρήση αναλυτικές σχέσεις καθώς και πλήθος νομογραφημάτων και πινάκων για τον υπολογισμό του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού υποστυλωμάτων με μεταθετή, αμετάθετη και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά και για όλο το πιθανό εύρος στρωφικών δεσμεύσεων στα άκρα. Στην συνέχεια, προτείνονται αναλυτικές σχέσεις, οι οποίες εκτιμούν την στρωφική δυσκαμψία των μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος για όλες τις πιθανές συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο τους, λαμβάνοντας υπόψη και την επιρροή της αξονικής τους δύναμης. Επίσης, υπολογίζεται η δυσκαμψία του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης για δύο είδη συστημάτων δυσκαμψίας, ένα με διαγώνιους συνδέσμους και ένα με αντηρίδες. Συγκρίνοντας τα παραπάνω νομογραφήματα μεταξύ τους προκύπτει ότι για τιμή της αδιαστατοποιημένης αντίστασης του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης μεγαλύτερη από 50, ο φορέας συμπεριφέρεται πρακτικά ως αμετάθετος. Προτείνεται έτσι ένα νέο κριτήριο χαρακτηρισμού της μεταθετότητας, που αποδεικνύεται πιο αξιόπιστο από το προτεινόμενο του Ευρωκώδικα 3, το οποίο σε κάποιες περιπτώσεις χαρακτηρίζει εσφαλμένα τα πλαίσια ως αμετάθετα και επομένως υπερεκτιμά την αντοχή τους σε λυγισμό.

Στην συνέχεια προτείνονται δύο μέθοδοι για τον υπολογισμό του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων πολυώροφων πλαισίων, η απλοποιημένη και η σύνθετη μέθοδος. Η απλοποιημένη μέθοδος έχει την ίδια φιλοσοφία με τις κανονιστικές διατάξεις, κάνοντας όμως χρήση των εκφράσεων στρωφικών δυσκαμψιών και των νομογραφημάτων υπολογισμού του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού που προτείνονται στην παρούσα εργασία. Η διαφορά της μεθόδου αυτής από την σύνθετη έγκειται στον μειωμένο υπολογιστικό φόρτο, αφού η σύνθετη μέθοδος υπολογίζει την στρωφική δυσκαμψία των ακραίων κόμβων του υπό εξέταση υποστυλώματος λαμβάνοντας υπόψη την στρωφική δέσμευση που προσφέρουν σε αυτούς όλα τα μέλη του πλαισίου. Για πλαίσια που έχουν έως τρία φατνώματα και έως δύο ορόφους, η διαδικασία και τα αποτελέσματα από την σύνθετη και την απλοποιημένη μέθοδο συμπίπτουν. Για μεγαλύτερα πλαίσια η σύνθετη μέθοδος απαιτεί σημαντικά μεγαλύτερο όγκο υπολογισμών, παρέχοντας ελάχιστα καλύτερη ακρίβεια. Αντιθέτως, η απλοποιημένη μέθοδος απαιτεί ακριβώς τον ίδιο όγκο υπολογισμών με ανάλογες μεθόδους της βιβλιογραφίας, με τουλάχιστον ανάλογη και σε αρκετές περιπτώσεις σημαντικά βελτιωμένη ακρίβεια σε σύγκριση με αυτές. Παραδείγματα μονώροφων και διώροφων πλαισίων επιβεβαιώνουν την ορθότητα και την ακρίβεια της προτεινόμενης μεθόδου κατόπιν σύγκρισης των λύσεων της με αναλυτικές λύσεις που κάνουν χρήση της μεθόδου γωνιών στρωφής. Στη συνέχεια η προτεινόμενη μέθοδος εφαρμόζεται σε συνθετότερα παραδείγματα πλαισιακών φορέων με αμετάθετη, μεταθετή και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά, δίνοντας πάρα πολύ καλή σύγκλιση με αριθμητικά αποτελέσματα λαμβανόμενα από τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Σημειώνεται ότι με την προτεινόμενη μέθοδο είναι δυνατή η αντιμετώπιση, με ικανοποιητική ακρίβεια, σημαντικά μεγαλύτερου εύρους περιπτώσεων, από εκείνες που καλύπτονται από τις ισχύουσες κανονιστικές διατάξεις (Ευρωκώδικας 3, LRFD). Η προσπάθεια χρήσης αυτών των κανονιστικών διατάξεων για την προσεγγιστική αντιμετώπιση περιπτώσεων που είναι εκτός του εύρους ισχύος τους, οδηγεί συχνά σε σημαντικές αποκλίσεις, με αποτέλεσμα την υποδιαστασιολόγηση ή υπερδιαστασιολόγηση των μελών του φορέα.

Η ίδια προτεινόμενη μέθοδος επεκτείνεται, ώστε να καλύπτει και τον υπολογισμό της αντοχής πολυώροφων πλαίσιακών φορέων με ημι-άκαμπτους κόμβους. Υπολογίζονται και προτείνονται αναλυτικές σχέσεις για την δυσκαμψία των μελών που συνδέονται μέσω ημι-άκαμπτων κόμβων με το υπό εξέταση υποστυλώμα. Γίνεται επιβεβαίωση μέσω παραδειγμάτων, όπου η προτεινόμενη μεθοδολογία έδωσε σχεδόν απόλυτη σύγκλιση με τα αποτελέσματα από την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται μια εύχρηστη μέθοδος για την αξιολόγηση της σπουδαιότητας της επιρροής 2ης τάξης στην απόκριση μεταλλικών πλαισίων και την εκτίμηση του επαυξητικού συντελεστή α , με τον οποίο μπορούν να πολλαπλασιάζονται τα μεγέθη έντασης και παραμόρφωσης που προκύπτουν από γραμμική ανάλυση ώστε να λαμβάνονται τα αντίστοιχα ορθότερα μεγέθη, αποφεύγοντας την εκτέλεση μη γραμμικής ανάλυσης, ιδιαιτέρως σε φάση προμελέτης. Ο συντελεστής αυτός αποτελεί συγχρόνως ένα κριτήριο για την επιλογή κατάλληλης μεθόδου ανάλυσης και υπολογίζεται χρησιμοποιώντας προτεινόμενα νομογραφήματα. Τα νομογραφήματα παρέχουν το λόγο των ροπών από μη-γραμμική και γραμμική ανάλυση για ένα ευρύ φάσμα τιμών των αδιαστατοποιημένων δυσκαμψιών των ελατηρίων και για διάφορα είδη και τιμές αξονικών και εγκάρσιων φορτίων. Τα διαγράμματα αυτά προέκυψαν μετά από παραμετρικές αναλύσεις του προτεινόμενου απλοποιητικού προσομοιώματος με λογισμικό που συντάχθηκε χρησιμοποιώντας το ακριβές γεωμετρικό μητρώο και κριτήρια σύγκλισης με νόρμες μετακινήσεων και δυνάμειων. Η παραπάνω μεθοδολογία εφαρμόζεται σε διάφορα παραδείγματα δίνοντας πολύ καλή σύγκλιση σε σχέση με αριθμητικά αποτελέσματα από την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η μέθοδος είναι πολύ απλή στην εφαρμογή της, δίνοντας την δυνατότητα στο μελετητή μηχανικό γρήγορα να αποκτά την πραγματική εικόνα της συμπεριφοράς της κατασκευής, με απόρροια τη σωστή επιλογή της μεθόδου ανάλυσης. Επιπλέον, η μέθοδος είναι εποπτικότερη από τις διαδικασίες που προτείνονται στον Ευρωκώδικα 3, όπου το κριτήριο μεταθετότητας είναι διαφορετικής λογικής από το κριτήριο ευαισθησίας στην επιρροή δευτέρας τάξης.

Ακόμη, γίνεται μία πρώτη προσέγγιση στην αλληλεπίδραση θλιπτικής αξονικής δύναμης και καμπτικής ροπής σε μέλη πλαισίων. Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα παραμετρικών αριθμητικών αναλύσεων του προσομοιώματος υποστυλώματος με δύο στροφικά ελατήρια να περιγράφουν την στροφική δέσμευση των συνδεομένων μελών στους ακραίους κόμβους και ελευθερία σχετικής εγκάρσιας μετατόπισης, φορτιζόμενου με δύο συγκεντρωμένα φορτία, ένα θλιπτικό και ένα εγκάρσιο στον άνω ακραίο κόμβο του, και λαμβάνοντας υπόψη κατάλληλες αρχικές ατέλειες. Οι αναλύσεις καλύπτουν μεγάλο εύρος τιμών των αδιαστατοποιημένων σταθερών των ελατηρίων, καθώς και διάφορους λόγους αξονικών προς εγκάρσια φορτία. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με εκείνα που προκύπτουν από τις εξισώσεις αλληλεπίδρασης των κανονιστικών διατάξεων του Ευρωκώδικα 3, και με τις δύο μεθόδους (1 και 2) υπολογισμού των συντελεστών αλληλεπίδρασης. Διερευνάται, και κατ' αρχήν επιβεβαιώνεται, η ορθότητα χαρακτηρισμού των μελών ως μεταθετών για τον υπολογισμό της λυγηρότητας στην περίπτωση που η σχετική εγκάρσια μετάθεση των άκρων του ελεγχόμενου μέλους δεν δεσμεύεται με κατάλληλες κατασκευαστικές διατάξεις, κατά την εφαρμογή των εξισώσεων αλληλεπίδρασης για τον έλεγχο επάρκειας των μελών υπό θλίψη και κάμψη, εφόσον τα εντατικά μεγέθη προκύπτουν από γραμμικές στατικές αναλύσεις. Εντοπίζονται διαφορές, σημαντικές σε κάποιες περιπτώσεις, μεταξύ των δύο μεθόδων υπολογισμού των συντελεστών αλληλεπίδρασης, οι οποίες μπορεί να αποτελέσουν έναυσμα για διεξοδικότερη μελλοντική διερεύνηση.

Τέλος γίνεται διερεύνηση της επιρροής του προσήμου των αρχικών ατελειών καθώς και της ανελαστικής συμπεριφοράς του υλικού στην αντοχή πλαίσιακών μεταθετών φορέων μορφής Γ. Για πλαίσια αυτού του τύπου, για τα οποία η φορά των ατελειών και η αξονική βράχυνση των υποστυλωμάτων επηρεάζουν την απόκριση, αναδεικνύονται περιορισμοί στη δυνατότητα χρήσης της προτεινόμενης προσεγγιστικής μεθόδου υπολογισμού της ελαστικής φέρουσας ικανότητας, αλλά και γενικότερα μεθόδων γραμμικών αναλύσεων λυγισμού, για τον προσδιορισμό ελαστικών φορτίων αστοχίας πλαίσιακών φορέων και κρίνεται απαραίτητη η εκτέλεση μη γραμμικών αναλύσεων. Από τις ανελαστικές αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν προκύπτει, εκτός από την έντονη εξάρτηση της φέρουσας ικανότητας από την φορά των αρχικών ατελειών, και η μεγάλη συντηρητικότητα των κανονιστικά (κατά τον Ευρωκώδικα 3) υπολογιζόμενων αντοχών.



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING
DEPARTMENT OF STRUCTURAL ENGINEERING
LABORATORY OF METAL STRUCTURES

Doctoral Thesis by Georgios E. Mageirou

Contribution to the design of multi-story steel frames against flexural buckling

Supervisor: Dr. Charis J. Gantes, Associate Professor N.T.U.A.

Abstract

The present thesis deals with problems related to the non-linear behaviour of plane steel frames and especially the problem of flexural buckling and the flexible response exhibited by such structures when they are subjected to lateral loads. The main objective of the thesis is to propose ways for improving the accuracy of approximate methods for tackling these nonlinear issues by means of linear analyses. Thus, it is attempted to reliably assess the strength of multi-story steel plane frames, associated with non-linear behaviour, by conducting linear analyses.

It is a fact that the rapid development of computers and structural mechanics software in recent years allows the use of more accurate numerical analysis algorithms for evaluating the response of steel frames with linear or nonlinear methods, accounting for geometric nonlinearity due to large displacements as well as material nonlinearity. Such analyses, however, are applied, for the time being, mostly for research purposes, due to (i) their significant computational requirements, (ii) the lack of sufficient theoretical knowledge of the majority of practicing engineers for the proper selection of parameters of nonlinear analysis algorithms and for the correct evaluation of results. Moreover, approximate methods were always of particular value for engineers, and they still are, both for quick evaluation of the structural behavior during preliminary design and as a measure of comparison for more refined analysis results. The present thesis contributes to this line of work.

Thus, objective of the thesis is to improve the accuracy of approximate methods for evaluating the importance of nonlinear phenomena in the design of steel frames. In recent years the international community has embraced a limit state approach for structural design and capacity checks are performed by comparing actions resulting from linear structural analyses to ultimate strength which incorporates effects of large displacements as well as material yielding. This process, even though approximate by nature, is the one applied for the design of also very important projects, for the reasons mentioned in the above paragraph. Thus, the reliable calculation of the ultimate strength is of high practical importance, but also poses significant theoretical challenges, as it is influenced by very complex phenomena. In the thesis it is attempted to improve the accuracy of calculation of the ultimate strength for ordinary steel frames with geometry, boundary conditions, loads and cross sections that are encountered in building structures, in comparison to existing methods of that nature, based on linear instead of nonlinear analyses.

The main part of the thesis deals with the improvement of the effective buckling length method for the evaluation of the elastic critical buckling load of columns in multi-story frames. It is pointed out that the effective buckling length can be used for the evaluation of the slenderness and, subsequently, the ultimate strength of the corresponding members subjected to various types of actions according to the code provisions.

One main reason for the reduced accuracy of the effective buckling length method for the evaluation of the elastic critical buckling load of columns in multi-story frames is that it considers each column as individual and takes into consideration the contribution of the other members of the structural system in an approximate manner. Thus, the problem is how a real column in a multi-story frame can be modelled in the simplest possible way, taking reliably into consideration the contribution of the other members of the structural system. The members (beams and columns) converging to the top and bottom end of the column in question provide to it rotational

restraints, while the bracing system of the frame, if present, provides resistance to the relative translation of the end nodes. Accordingly, a column in a multi-story frame is modeled individually, with the contribution of members converging at the top and bottom end taken into account by equivalent springs, while the resistance provided by the bracing system to the relative transverse translation of the end nodes is modeled via a translational spring. The stiffness of the top and bottom rotational springs is obtained by summing up the rotational stiffnesses of the members converging at the bottom and top end, respectively. For the implementation of the proposed method, easy to use, analytical expressions are proposed for the calculation of the effective buckling length of columns with sway, non-sway and partially-sway behavior, as well as nomograms and tables covering the complete range of possible rotational stiffness at the end nodes. Moreover, a complete set of rotational stiffness coefficients are proposed for the evaluation of the rotational stiffness of the members converging at the top and bottom end of the column in question, accounting for all possible rotational and translational boundary conditions at the far end of these members, as well as the eventual presence of axial force. Furthermore, the stiffness of the translational spring is evaluated for two different bracing systems, one with diagonal members and another one with exterior props. By comparing the above nomograms it is concluded that the structure behaves in a non-sway manner if the value of the dimensionless stiffness of the translational spring is larger than 50. Thus, a new criterion for the sway characterization of frames is proposed, which proves to be more reliable than the one of Eurocode 3, which, in some cases, characterizes incorrectly frames as non-sway and, thus, overestimates their buckling strength.

In addition, two methods are proposed for the evaluation of the elastic critical buckling load of columns in multi-story frames, the simplified and the complex method. The simplified method is based on the same philosophy as that of the code provisions, using however the expressions of rotational stiffness and the nomograms that are proposed in this thesis for the evaluation of the effective buckling length. The difference of this method from the complex one lies in the reduced computational effort, as the complex method evaluates the rotational stiffness at the ends of the column in question considering the contribution of all members of the structural system. The procedure as well as the results of the two methods coincide for frames with up to three bays and two stories. For larger frames the complex method requires higher computational effort, giving slightly better accuracy. On the contrary, the simplified method requires the same computational effort as that of other methods proposed in the bibliography and gives results with at least similar, or in many cases significantly better accuracy, than that of the other methods. Examples of frames with one and two stories are used to confirm the accuracy of the proposed method by means of comparison of its results with the ones obtained from analytical methods, such as the slope-deflection method. The proposed method is then applied in examples of more complex frames with non-sway, sway and partially-sway behaviour, providing very good agreement with finite element results. It is pointed out that the proposed method can deal with satisfactory accuracy with a wider range of cases than those that are covered by the code provisions (Eurocode 3, LRFD). Attempting to apply these provisions for dealing in an approximate manner with cases that are beyond their limits of applicability often results in significant inaccuracies, having as a consequence the underestimation or overestimation of the strength of the members.

The same proposed method is then extended in order to cover the estimation of buckling strength of multi-story frames with semi-rigid connections. Analytical expressions for the estimation of the rotational stiffness of the members converging at the bottom and top end of the column in question, featuring semi-rigid connections at their near end, are derived and proposed. The method is validated through examples, where the proposed approach is found to be in very good agreement with finite element results.

Next, an easy to use method is presented for the estimation of the importance of second order effects in the behavior of steel frames and the evaluation of the amplification factor α , to be used as a multiplier of stresses and strains obtained from linear analysis, in order to avoid carrying out a non-linear analysis, at least at a preliminary design stage. This factor constitutes at the same time a criterion for choosing a suitable analysis method and is evaluated using charts proposed in the present thesis. These charts provide the ratio of moments obtained by non-linear analysis to corresponding first order moments for a wide range of values of the dimensionless rotational stiffness of the end nodes of the column and for different types and dimensionless magnitudes of axial and lateral loads. The charts were derived by means of geometrically non-linear analyses of the proposed model, with software which was developed using the exact geometric stiffness matrix and convergence criteria based on norms of displacements and forces. The above methodology is applied for several examples in which the proposed method is found to be in very good agreement with finite element results. The application of the proposed method is very fast and straightforward, providing the structural engineer with valuable information about the actual behavior of the structure and for choosing a suitable analysis method. Furthermore, the proposed method provides better insight than the corresponding method of Eurocode 3, in which the sway criterion is of different reasoning than the criterion of sensitivity to second order effects.

Furthermore, an initial attempt to investigate the interaction of compressive axial forces and bending moments in steel members is presented. The results of parametric numerical analyses of a model of a column with two rotational springs at the two ends, which take into consideration the contribution of members converging at the top and bottom end of the column, as well as appropriate initial imperfections, are presented. The relative horizontal translation of the two end nodes is considered to be free, and the model is subjected to two concentrated loads, one axial and one transverse, at the top end. A wide range of values of the dimensionless rotational stiffness of the springs as well as the ratio of axial to transverse load are considered. The results are compared with those of the interaction equations of Eurocode 3, using both methods (1 and 2) for the evaluation of the interaction coefficients. The accuracy of the characterization of members as sway for the evaluation of their slenderness is investigated and confirmed, if there is no relative horizontal translation restraint of the member and the force quantities are obtained from linear analyses. Differences, significant in some cases, between the two methods for the evaluation of the interaction coefficients are identified, which may constitute a starting point for a more detailed future investigation.

Finally, the influence of the direction of imperfections as well as material nonlinearity on the buckling capacity of “gamma”-shape sway frames is investigated. For frames of that type, for which the direction of imperfections and the axial shortening of the columns influence the response, restrictions are identified regarding the reliable use of the proposed approximate method, but also of other linearized buckling methods for the calculation of elastic critical buckling loads, thus carrying out nonlinear analyses is considered as necessary. From the results of inelastic analyses that have been carried out it is concluded that also inelastic capacity depends heavily of the direction of imperfections, and that EC3 calculated strength is quite conservative for such structures.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1	Πρόλογος	1
1.2	Μέλη πλαισίων	3
1.3	Μη γραμμική συμπεριφορά πλαισίων	3
1.3.1	Μη γραμμικότητα υλικού	3
1.3.2	Γεωμετρική μη γραμμικότητα	4
1.4	Η επιρροή των αρχικών ατελειών	5
1.5	Μέθοδοι ανάλυσης	6
1.5.1	Ελαστική ανάλυση	6
1.5.2	Ανελαστική ανάλυση	7
1.5.3	Ανάλυση 1ης τάξης	8
1.5.4	Ανάλυση 2ης τάξης	8
1.5.5	Προσεγγιστική ανάλυση γεωμετρικής μη γραμμικότητας με τη μέθοδο των μεγεθυντικών συντελεστών	9
1.5.6	Γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού	10
1.5.7	Ανελαστική ανάλυση 2ης τάξης	10
1.6	Αντικείμενο, σκοπός και προτεινόμενη μέθοδος της διατριβής	11
1.7	Περιεχόμενα της διατριβής	18

Κεφάλαιο 2: Ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού υποστυλωμάτων πολυώροφων μεταλλικών πλαισίων

2.1	Εισαγωγή	21
2.2	Απλοποιητικό προσομοίωμα υποστυλώματος πλαισίου	25
2.3	Μέθοδοι ανάλυσης πλαισίων για τον υπολογισμό του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού	27
2.3.1	Διαφορική εξίσωση λυγισμού	27
2.3.2	Μέθοδος γωνιών-στροφής	28
2.3.3	Μέθοδος ορίζουσας ευστάθειας	30
2.4	Υπολογισμός ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού απλοποιητικού προσομοιώματος	31
2.4.1	Μεταθετά πλαίσια	33
2.4.2	Αμετάθετα πλαίσια	36
2.4.3	Μερικώς μεταθετά πλαίσια	39
2.5	Υπολογισμός συντελεστών στροφικής δυσκαμψίας για μέλη με διάφορες συνοριακές συνθήκες με ή χωρίς την παρουσία αξονικής δύναμης	61
2.5.1	Μέλος χωρίς αξονική δύναμη με στροφικό ελατήριο στο απέναντι άκρο και με δυνατότητα εγκάρσιας μετάθεσης	62

2.5.2	Μέλος υπό αξονικό θλιπτικό φορτίο με πάκτωση στο απέναντι άκρο	64
2.5.3	Συγκεντρωτικά αποτελέσματα	64
2.6	Υπολογισμός συντελεστών δυσκαμψίας έναντι μετάθεσης για συστήματα δυσκαμψίας	66
2.6.1	Συντελεστές δυσκαμψίας για οριζόντια μετατόπιση για συστήματα με αντηρίδες ή με διαγώνιους συνδέσμους	66
2.7	Διερεύνηση της δυνατότητας οριζόντιας μεταθετότητας μεταλλικών πλαισιακών φορέων	68
2.8	Επίλογος - Συμπεράσματα	72

Κεφάλαιο 3: Παραδείγματα υπολογισμού του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων πολυώροφων πλαισίων

3.1	Εισαγωγή	75
3.2	3.2 Ακρίβεια προτεινόμενης μεθόδου	80
3.2.1	Μονώροφα πλαίσια	80
3.2.2	Διώροφα πλαίσια	87
3.3	Εντοπισμός κρίσιμου ορόφου	92
3.3.1	Μεταθετοί φορείς	93
3.3.2	Αμετάθετοι φορείς	108
3.4	Παραμετρική διερεύνηση λυγισμού υποστυλωμάτων διώροφων αμετάθετων πλαισίων	122
3.4.1	Υποστύλωμα διώροφου αμετάθετου πλαισίου με ίδια διατομή και ύψος ανά όροφο	122
3.4.2	Υποστύλωμα διώροφου αμετάθετου πλαισίου με σταθερή διατομή και ύψος πρώτου ορόφου ίσο με το ήμισυ του δευτέρου	127
3.4.3	Υποστύλωμα διώροφου αμετάθετου πλαισίου με ίδιο ύψος ορόφου και δυσκαμψία πρώτου ορόφου ίση με τη μισή του δευτέρου	130
3.5	Υπολογισμός του κρίσιμου ελαστικού φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων μεταλλικών πλαισιακών φορέων – σύγκριση με κανονιστικές διατάξεις	133
3.5.1	Μονώροφα αμετάθετα πλαίσια	133
3.5.2	Μονώροφα μεταθετά πλαίσια	138
3.5.3	Μονώροφα μερικώς μεταθετά πλαίσια	142
3.5.4	Πολυώροφα αμετάθετα πλαίσια	149
3.5.5	Πολυώροφα μεταθετά πλαίσια	159
3.5.6	Πολυώροφα μερικώς μεταθετά πλαίσια	168
3.5.7	Πολυώροφα πλαίσια δύο και τριών φατνωμάτων	174
3.6	Συμπεράσματα	186

Κεφάλαιο 4: Ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού υποστυλωμάτων πολυώροφων μεταλλικών πλαισίων με ημιάκαμπτους κόμβους

4.1	Εισαγωγή	189
4.2	Υπολογισμός συντελεστών στροφικής δυσκαμψίας για μέλη με ημι-άκαμπτους κόμβους με τη μέθοδο γωνιών στροφής	190
4.2.1	Μέλος με πάκτωση στο απομακρυσμένο άκρο του μέλους και με ημι-άκαμπτη σύνδεση στον κόμβο, χωρίς αξονική δύναμη	191
4.2.2	Μέλος με πάκτωση στο απομακρυσμένο άκρο του μέλους και με ημι-άκαμπτη σύνδεση στον κόμβο, με παρουσία αξονικής δύναμης	192
4.2.3	Μέλη με όλες τις πιθανές συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο	193
4.3	Διερεύνηση της επιρροής της στροφικής δυσκαμψίας των κόμβων στο ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού πλαισίων	195
4.4	Παραδείγματα	198
4.4	Συμπεράσματα	206

Κεφάλαιο 5: Μελέτη της επιρροής 2ης τάξης σε μεταλλικά πλαίσια

5.1	Εισαγωγή	207
5.2	Έλεγχος της ορθότητας επιλογής του προτεινόμενου προσομοιώματος για την εκτίμηση της επιρροής 2ης τάξης σε πλαισιακούς φορείς	210
5.2.1	Παράδειγμα 1	210
5.2.2	Παράδειγμα 2	212
5.3	Σύνταξη προγράμματος για τη μελέτη της επιρροής P-Δ και P-δ	213
5.3.1	Διερεύνηση της αξιοπιστίας του προγράμματος για συγκεντρωμένα κατακόρυφο και οριζόντιο φορτίο στον άνω κόμβο	217
5.3.2	Αδιαστατοποίηση συγκεντρωμένων φορτίων του προσομοιώματος	219
5.3.3	Διερεύνηση της επιρροής της λυγηρότητας στην μη-γραμμική απόκριση λόγω συγκεντρωμένων φορτίων στον άνω κόμβο	224
5.4	Νομογραφήματα για τον υπολογισμό του συντελεστή μεγέθυνσης α - σχεδιασμός λόγω P-Δ	226
5.5	Διερεύνηση της επιρροής P-δ	258
5.5.1	Διερεύνηση της αξιοπιστίας του προγράμματος για επιρροή P-δ	258
5.5.2	Αδιαστατοποίηση εγκάρσιου κατανεμημένου φορτίου καθ' ύψος του προσομοιώματος	262
5.5.3	Διερεύνηση της επιρροής της λυγηρότητας στην μη-γραμμική απόκριση λόγω συγκεντρωμένου κατακόρυφου φορτίου στον άνω κόμβο και εγκάρσιου κατανεμημένου φορτίου καθ' ύψος	266
5.5.4	Διερεύνηση της επιρροής των συνοριακών συνθηκών του προσομοιώματος στη ροπή στο μέσο του μήκους του υποστυλώματος	268
5.6	Νομογραφήματα για τον υπολογισμό του συντελεστή μεγέθυνσης α - Σχεδιασμός λόγω P-Δ και P-δ	275
5.7	Παραδείγματα	284
5.7.1	Παράδειγμα 1	284

5.7.2	Παράδειγμα 2	287
5.7.3	Παράδειγμα 3	288
5.8	Συμπεράσματα	289

Κεφάλαιο 6: Υπολογισμός αντοχής μελών υπό θλίψη και κάμψη

6.1	Εισαγωγή	291
6.1.1	Εναλλακτική μέθοδος 1 του Ευρωκώδικα 3	294
6.1.2	Εναλλακτική μέθοδος 2 του Ευρωκώδικα 3	295
6.1.3	Διαφορές μεταξύ των μεθόδων 1 και 2	296
6.1.4	Αρχικές ατέλειες	297
6.2	Παραμετρική διερεύνηση	297
6.2.1	Παράδειγμα υπολογισμού	298
6.2.1.1	Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης σύμφωνα με το Παράρτημα Α-Μέθοδος 1 του Ευρωκώδικα 3	300
6.2.1.2	Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης σύμφωνα με το Παράρτημα Β-Μέθοδος 2 του Ευρωκώδικα 3	302
6.2.1.3	Υπολογισμός της αντοχής με μη-γραμμική ανάλυση υλικού και γεωμετρίας	303
6.2.3	Αποτελέσματα παραμετρικής διερεύνησης	305
6.3	Συμπεράσματα	316

Κεφάλαιο 7: Συμπεριφορά μεταθετών πλαισίων σχήματος Γ

7.1	Εισαγωγή	319
7.2	Σύστημα ενός βαθμού ελευθερίας	319
7.3	Συνεχές σύστημα	324
7.3.1	Βιβλιογραφική ανασκόπηση – Αναλυτικές λύσεις	324
7.3.2	Αριθμητικές λύσεις – Ελαστική μη γραμμική ανάλυση	328
7.3.3	Ελαστικά κρίσιμα φορτία λυγισμού	330
7.3.4	Αριθμητικές λύσεις – Ανελαστική ανάλυση με γεωμετρική μη γραμμικότητα	335
7.3	Συμπεράσματα	346

Κεφάλαιο 8: Συμπεράσματα

8.1	Περίληψη και συμπεράσματα	347
8.2	Πρωτότυπα στοιχεία διατριβής	352
8.3	Περαιτέρω έρευνα	354

Αναφορές	357
-----------------	------------

Βιβλιογραφία	365
Παράρτημα	387
Συμβολισμοί	397

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1:

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Πρόλογος

Από μία ιστορική ανασκόπηση των κατασκευών παρατηρούμε ότι αρκετές φορές είχαμε αλλαγές στη φιλοσοφία και το σχεδιασμό τους. Οι αλλαγές αυτές οφείλονται μεταξύ άλλων στη διαφοροποίηση των αναγκών και του οικονομικού κόστους που είναι διαθέσιμη η κοινωνία να επωμιστεί γι' αυτές. Κατά τις περασμένες δεκαετίες τα έργα πολιτικού μηχανικού άρχισαν να σχεδιάζονται με μεγαλύτερα ανοίγματα και λεπτότερες διατομές. Αυτό μεταξύ άλλων, οφείλεται στο γεγονός ότι είναι πλέον δυνατή η παραγωγή δομικών υλικών με μεγαλύτερες αντοχές. Δεν υπάρχει όμως ανάλογη αύξηση και για το μέτρο ελαστικότητας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι κατασκευές να γίνονται πιο εύκαμπτες και επομένως πιο ευαίσθητες στην επιρροή των μεγάλων παραμορφώσεων και των φαινομένων αστάθειας, οπότε γίνεται επιτακτική η ανάγκη για χρήση περισσότερο αξιόπιστων και ακριβέστερων υπολογιστικών μεθόδων ανάλυσης.

Οι μεταλλικές κατασκευές έχουν διαφορετική φιλοσοφία σχεδιασμού σε σχέση με τις κατασκευές από σκυρόδεμα. Η αυξημένη ολκιμότητα καθώς και η λυγηρότητα των μελών τους είναι κάποια από τα κύρια χαρακτηριστικά τους. Η πρακτική για το σχεδιασμό τέτοιων κατασκευών βασιζόταν, για πολλά χρόνια, σε ανάλυση σύμφωνα με τη γραμμική θεωρία. Παρ' όλα αυτά, τα τελευταία χρόνια, με την παρουσία ισχυρών προσωπικών υπολογιστών, οι οποίοι μείωσαν αισθητά τον υπολογιστικό χρόνο, αλλά και την απόκτηση βαθύτερων γνώσεων για την πραγματική συμπεριφορά των κατασκευών, κατέστη δυνατή η πραγματοποίηση μη γραμμικών αναλύσεων, όχι μόνο στα ερευνητικά κέντρα, αλλά και στα μελετητικά γραφεία.

Στην αρχή του 20^{ου} αιώνα η ανάλυση πλαισιακών κατασκευών βασιζόταν στις παραδοχές της γραμμικής θεωρίας, τόσο από άποψη γεωμετρίας όσο και υλικού. Στην αρχή της δεκαετίας του 1960 άρχισαν να λαμβάνονται υπόψη οι επιδράσεις από την αλλαγή της γεωμετρίας λόγω παραμόρφωσης, καθώς και της διαρροής του υλικού. Αποτέλεσμα της δυνατότητας εισαγωγής του μη γραμμικού καταστατικού νόμου του υλικού με μεγαλύτερη ακρίβεια, αλλά και της ακριβέστερης προσέγγισης του φαινομένου του λυγισμού, ήταν να αρχίσει μια εκτεταμένη έρευνα στην επιστημονική περιοχή της γεωμετρικής μη γραμμικότητας και της αστάθειας, καθώς και στην περιοχή της πλαστικοποίησης των μεταλλικών πλαισιακών κατασκευών.

Η γραμμική συμπεριφορά αντιπροσωπεύει την απλούστερη δυνατή συμπεριφορά μίας κατασκευής. Όμως, σε αρκετές περιπτώσεις, οι εξεταζόμενοι φορείς απέχουν πολύ από αυτή τη συμπεριφορά. Πιο συγκεκριμένα: από μία συγκεκριμένη τιμή της φόρτισης και μετά οι παραμορφώσεις μεγαλώνουν αρκετά, οπότε οι εξισώσεις που περιγράφουν τη συμπεριφορά πρέπει να γράφονται στην παραμορφωμένη γεωμετρία, και η σχέση που συνδέει τα επιβαλλόμενα εξωτερικά φορτία με τις αναπτυσσόμενες μετατοπίσεις γίνεται μη γραμμική (γεωμετρική μη γραμμικότητα). Ακόμα, από ένα επίπεδο έντασης και άνω η

συμπεριφορά του υλικού περιγράφεται από μία μη γραμμική σχέση τάσεων-παραμορφώσεων (μη γραμμικότητα υλικού).

Σε αρκετές περιπτώσεις πάντως, η γραμμική θεωρία προσεγγίζει ικανοποιητικά την πραγματική κατάσταση. Οι σημερινοί κανονισμοί επιτρέπουν τη χρήση απλοποιητικών γραμμικών αναλύσεων, όταν ισχύουν ορισμένοι περιορισμοί στη γεωμετρία, στο υλικό, στη δυσκαμψία των συνδέσεων κ.τ.λ.. Έτσι π.χ. για να ληφθεί υπόψη η επίδραση της γεωμετρικής μη γραμμικότητας μπορεί να χρησιμοποιείται κατάλληλος μεγεθυντικός συντελεστής για πολλαπλασιασμό των ροπών που προκύπτουν από γραμμική ανάλυση. Τα πλαίσια κατηγοριοποιούνται σε μεταθετά/αμετάθετα και ανάλογα προσδιορίζεται το μήκος λυγισμού των στοιχείων. Βέβαια, όλα τα παραπάνω βασίζονται σε απλοποιητικές παραδοχές που συχνά οδηγούν σε σφάλματα. Σε αρκετές περιπτώσεις είναι δύσκολο να γίνει η κατάταξη του πλαισίου, ενώ και ο υπολογισμός του μήκους λυγισμού των υποστυλωμάτων είναι περιορισμένης ακρίβειας και αξιοπιστίας. Με γραμμικές αναλύσεις μπορεί μόνο κατά προσέγγιση να ληφθεί υπόψη η επιρροή στη δυσκαμψία των στοιχείων της αξονικής τους έντασης.

Η εφαρμογή μίας μη γραμμικής ανάλυσης έχει ως πλεονέκτημα, εκτός από τη βαθύτερη κατανόηση της πραγματικής συμπεριφοράς μίας κατασκευής, τον ακριβέστερο υπολογισμό της έντασης και των παραμορφώσεων υπό τα φορτία λειτουργίας και τα φορτία σχεδιασμού, και τελικά τον ορθότερο και οικονομικότερο σχεδιασμό της. Όμως ο υπολογιστικός φόρτος που απαιτείται για την εκτέλεση μη γραμμικών αναλύσεων, καθώς και οι ειδικές γνώσεις και χρόνος που απαιτούνται για την ερμηνεία των αποτελεσμάτων τους, είναι ανασταλτικοί παράγοντες για την εκτεταμένη χρήση τους, η οποία προτείνεται μόνο σε περιπτώσεις που η πρόβλεψη της συμπεριφοράς με γραμμικές αναλύσεις είναι αδύνατο να γίνεται αξιόπιστα.

Η ανάπτυξη της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είχε ως απόρροια τη δημιουργία πλήθους ισχυρών εμπορικών υπολογιστικών πακέτων με δυνατότητα μεγάλου αριθμού επιλογής στοιχείων. Τα προγράμματα αυτά μπορούν να επιλύσουν σύνθετα προβλήματα μηχανικού, τα οποία ήταν δυσεπίλυτα στο παρελθόν. Δικτυώματα, πλαίσια, πλάκες, κελύφη, φορείς υπό στατικά, δυναμικά και θερμοκρασιακά φορτία μπορούν εύκολα να αναλυθούν με αυτά τα προγράμματα. Τα παραπάνω, υπολογιστικά εργαλεία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για επίλυση των περισσότερων προβλημάτων μηχανικού που διέπονται από γραμμική ή και μη γραμμική συμπεριφορά. Εν τούτοις, η εφαρμογή τους σε μη γραμμικά προβλήματα είναι προς το παρόν σχετικά περιορισμένη στην καθημερινή πρακτική του μηχανικού και εφαρμόζεται κυρίως σε ερευνητικό επίπεδο. Ο σχεδιασμός των φορέων από τους μελετητές δομοστατικούς μηχανικούς εξακολουθεί να βασίζεται στη μεγάλη πλειοψηφία των περιπτώσεων σε αποτελέσματα γραμμικών αναλύσεων

Η παρούσα εργασία πραγματεύεται προβλήματα γεωμετρικά μη γραμμικής συμπεριφοράς επιπέδων πλαισιακών φορέων από χάλυβα, και κυρίως το πρόβλημα του καμπτικού λυγισμού τους και το πρόβλημα της εύκαμπτης απόκρισής τους έναντι πλευρικών φορτίων. Στόχος της εργασίας είναι να προταθούν τρόποι βελτίωσης της ακρίβειας προσεγγιστικών μεθόδων αντιμετώπισης αυτών των φαινομένων μέσω γραμμικών αναλύσεων.

1.2 Μέλη πλαισίων

Κάθε πλαίσιο αποτελείται από μέλη (ράβδους) και κόμβους. Πολύ συχνά τα μέλη χαρακτηρίζονται, ανάλογα με τη θέση τους στον φορέα και το είδος της φόρτισης στο οποίο υπόκεινται, ως δοκοί, υποστυλώματα ή δοκοί-στήλοι. Δοκοί είναι τα οριζόντια (ή περίπου οριζόντια) μέλη στα οποία κυριαρχεί η κάμψη. Συνήθως οι δοκοί διαστασιολογούνται έτσι ώστε να μπορούν να παραλάβουν με ασφάλεια κυρίως τα φορτία βαρύτητας, τα οποία προκαλούν κάμψη μόνο περί τον ισχυρό άξονα της διατομής. Τα υποστυλώματα είναι μέλη με σημαντική θλιπτική καταπόνηση. Η αστοχία ενός υποστυλώματος μικρού μήκους συνήθως προκαλείται από την εξάντληση της αντοχής του υλικού του σε θλίψη. Η αστοχία ενός λυγηρού ή μεγάλου μήκους υποστυλώματος προκαλείται από λυγισμό στην ελαστική ή την ελαστοπλαστική περιοχή. Το φορτίο αντοχής σε λυγισμό εξαρτάται κυρίως από τη λυγηρότητα του υποστυλώματος. Τις περισσότερες φορές τα υποστυλώματα υπόκεινται σε ταυτόχρονη και εξίσου σημαντική θλίψη και κάμψη. Στη διεθνή βιβλιογραφία αρκετές φορές τέτοια μέλη, στα οποία τόσο η κάμψη όσο και η θλίψη είναι σημαντικές, ονομάζονται δοκοί-στήλοι. Ο όρος κόμβος αναφέρεται στο σύνολο των στοιχείων, τα οποία εξασφαλίζουν τη σύνδεση δύο ή περισσότερων μελών και την ασφαλή μεταβίβαση των εσωτερικών δυνάμεων από το ένα στο άλλο.

1.3 Μη γραμμική συμπεριφορά πλαισίων

Η συμπεριφορά όλης της κατασκευής είναι συνάρτηση της γεωμετρίας, του υλικού, των διατομών των μελών και της μορφής των κόμβων του φορέα. Η συμπεριφορά της κατασκευής παύει να είναι γραμμική (γραμμική σχέση φορτίου-μετατόπισης) από ένα χαρακτηριστικό σημείο, το όριο γραμμικότητας, και έπειτα γίνεται μη-γραμμική. Όταν υπερβληθεί αυτό το όριο, η κλίση της καμπύλης φόρτισης-μετατόπισης χαρακτηριστικού σημείου του πλαισίου, που εκφράζει την δυσκαμψία της κατασκευής, βαθμιαία μειώνεται, εξαιτίας της επίδρασης κάποιων ή όλων των ειδών μη γραμμικότητας: της μη γραμμικότητας του υλικού και της γεωμετρικής μη γραμμικότητας, όπως περιγράφονται παρακάτω. Δηλαδή, η συμπεριφορά της κατασκευής πάνω από αυτό το όριο προοδευτικά γίνεται μη γραμμική καθώς το φορτίο αυξάνεται. Η συμπεριφορά αυτή συνεχίζεται μέχρι να επιτευχθεί το μέγιστο φορτίο, πέρα από το οποίο η συνέχιση της ισορροπίας της κατασκευής θα απαιτούσε τη μείωση του μεγέθους της φόρτισης. Η κλίση της καμπύλης στο σημείο της μέγιστης φόρτισης έχει τιμή μηδέν. Πέρα από αυτό το σημείο γίνεται αρνητική υποδηλώνοντας την εφεξής αστάθεια της κατασκευής.

1.3.1 Μη γραμμικότητα υλικού

Στην παρούσα διδακτορική διατριβή ως υλικό κατασκευής θεωρείται ο χάλυβας. Η μη γραμμικότητα υλικού συνίσταται στη συμπεριφορά του υλικού μετά το όριο αναλογίας, όπου η σχέση τάσεων-παραμορφώσεων γίνεται μη-γραμμική. Η περιοχή μετά το όριο αναλογίας έως το όριο ελαστικότητας ονομάζεται μη γραμμική ελαστική περιοχή. Μετά το όριο ελαστικότητας αρχίζει η διαρροή, και το υλικό εισέρχεται στην πλαστική

περιοχή. Στα περισσότερα υλικά, και στον χάλυβα, τα όρια αναλογίας και ελαστικότητας είτε ταυτίζονται είτε είναι δύσκολη η διάκριση τους λόγω της κοντινής μεταξύ τους απόστασης. Έτσι έχει επικρατήσει η μη γραμμικότητα υλικού να σχετίζεται με την πλαστική περιοχή και τις παραμένουσες τάσεις μετά την αποφόρτιση.

Η συνήθης παραδοχή κατά την ανάλυση των κατασκευών είναι ότι αυτές θεωρούνται απαλλαγμένες αρχικών τάσεων και παραμορφώσεων. Στις μεταλλικές όμως κατασκευές όπου χρησιμοποιούνται διατομές οι οποίες μορφώνονται με έλαση εν θερμώ, ή με συγκόλληση ελασμάτων η ύπαρξη αρχικών τάσεων και παραμορφώσεων είναι αναπόφευκτη. Οι τάσεις αυτές ονομάζονται παραμένουσες και οφείλονται στην ανομοιόμορφη ψύξη των διάφορων μελών της διατομής. Η παρουσία παραμενουσών τάσεων σε ένα μέλος με μεταλλική διατομή έχει αποτέλεσμα την έναρξη της διαρροής για εξωτερική φόρτιση μικρότερης εκείνης που αντιστοιχεί στο φορτίο αναλογίας του υλικού ανεξάρτητα του είδους της καταπόνησης. Η διαρροή της διατομής θα αρχίσει από εκείνα τα τμήματα στα οποία το άθροισμα της εφαρμοζόμενης εξωτερικής μέσης τάσης και της μέγιστης παραμένουσας τάσης ισούται με την τάση διαρροής. Η διαρροή λοιπόν θα αρχίσει από τα άκρα των πελμάτων των διατομών διπλού ταυ. Περαιτέρω αύξηση της φόρτισης μπορεί να αναληφθεί μόνο από το υπόλοιπο εμβαδόν της διατομής, το οποίο δεν έχει υποστεί διαρροή. Κατά την αύξηση της φόρτισης η διαρροή επεκτείνεται σε ολόκληρη την διατομή, μειωμένης βαθμιαίως της αξονικής αντίστασης αυτής μέχρι μηδενισμού της. Ακόμα η παρουσία παραμενουσών τάσεων έχει αποτέλεσμα την μείωση της οριακής φέρουσας ικανότητας του μέλους, εάν η αστοχία αυτού συνδέεται με τοπική ή καθολική αστάθεια. Αντίθετα, η παρουσία παραμενουσών τάσεων σε ένα μέλος δεν μειώνει την οριακή φέρουσα ικανότητα, εφ' όσον αυτό είναι εξασφαλισμένο από οποιοδήποτε μορφή αστάθειας.

Στους ελέγχους επάρκειας βάσει εντατικών μεγεθών που έχουν προκύψει από γραμμικές στατικές αναλύσεις, η επιρροή των παραμενουσών τάσεων έχει συνυπολογιστεί στις προτεινόμενες τιμές των μειωτικών συντελεστών λυγισμού. Κατά την διεξαγωγή μη γραμμικών αναλύσεων για τον προσδιορισμό της φέρουσας ικανότητας προτείνεται οι παραμένουσες τάσεις να λαμβάνονται έμμεσα υπόψη, μέσω ισοδύναμων αρχικών ατελειών.

1.3.2 Γεωμετρική μη γραμμικότητα

Η γεωμετρική μη γραμμικότητα σχετίζεται με σημαντικές αποκλίσεις της παραμορφωμένης γεωμετρίας του φορέα από την απαραμόρφωτη, και την εξαιτίας αυτού του λόγου ανάγκη διατύπωσης των εξισώσεων ισορροπίας στην παραμορφωμένη κατάσταση. Θεωρητικά, όλα τα φορτία προκαλούν παραμορφώσεις στις κατασκευές. Δεχόμαστε όμως ότι έως κάποια τιμή της φόρτισης αυτές οι παραμορφώσεις είναι αρκετά μικρές ώστε να θεωρούνται αμελητέες. Εντός αυτού του εύρους φόρτισης η σχέση φορτίου-μετατόπισης είναι πρακτικά γραμμική και οι εξισώσεις ισορροπίας επιτρέπεται να εφαρμόζονται προσεγγιστικά στην απαραμόρφωτη κατάσταση. Πέραν αυτού του εύρους φόρτισης οι παραμορφώσεις αυξάνονται και η σχέση φορτίου-μετατόπισης γίνεται μη γραμμική. Πλέον οι εξισώσεις ισορροπίας πρέπει να εφαρμόζονται στην

παραμορφωμένη κατάσταση. Αυτή η συμπεριφορά περιγράφεται με τον όρο της μη γραμμικότητας γεωμετρίας. Η συμπεριφορά του υλικού μπορεί αρχικά να παραμένει γραμμικά ελαστική. Για περαιτέρω όμως αύξηση της φόρτισης είναι πιθανό να φτάσουμε σε μία κρίσιμη τιμή, όπου οι παραμορφώσεις αυξάνονται ανεξέλεγκτα και το υλικό εισέρχεται στην πλαστική περιοχή του, οπότε συμβαίνει πλαστικός λυγισμός (αστάθεια).

1.4 Η επιρροή των αρχικών ατελειών

Ατέλειες θεωρούνται οι εκκεντρότητες φόρτισης, η μη ομοιογένεια υλικού, οι παραμένουσες τάσεις, οι μικρές ανωμαλίες κατασκευαστικής φύσης, η αρχική καμπυλότητα κ.τ.λ.. Η παρουσία ατελειών σε κατασκευές - που η αστοχία τους γίνεται μέσω σημείου διακλάδωσης που είναι ασταθές όταν είναι τέλειες - έχει ως αποτέλεσμα τον εκφυλισμό τους σε οριακό σημείο και τη μείωση της φέρουσας ικανότητας των κατασκευών αυτών (Κουνάδης 1997). Η μείωση αυτή στην αντοχή τους μπορεί να είναι σημαντική. Τέτοιες ατελείς κατασκευές είναι εξαιρετικά ευαίσθητες όσο περισσότερο οξεία είναι η γωνία που σχηματίζεται από τον προλυγισμικό και το μεταλυγισμικό δρόμο ισορροπίας (Κουνάδης 1997). Κατασκευές συνδεδεμένες με οριακό σημείο στην ιδανική τους κατάσταση (δηλαδή όταν είναι απαλλαγμένες από ατέλειες) είναι μέτρια ευαίσθητες σε αρχικές ατέλειες (Κουνάδης 1997).

Διερευνώντας την επιρροή αρχικών ατελειών σε πλαισιακούς φορείς, οι Kounadis et al. (1977a, b) πραγματοποίησαν μη γραμμική ανάλυση σε ένα δίστυλο πλαίσιο, με εκκεντρότητα επικόμβιας φόρτισης. Εξετάζονται τρεις περιπτώσεις ως προς την στήριξη του οριζοντίου μέλους. Η πρώτη θεώρηση είναι η αρθρωτή στήριξη, η δεύτερη η κύλιση με διεύθυνση κύλισης κάθετη στο μέλος και η τρίτη η κύλιση με διεύθυνση κύλισης παράλληλη στο υποστύλωμα. Τα παραπάνω προσομοιώματα συμπεριφέρονται διαφορετικά και έχουν διαφορετικά κρίσιμα φορτία λυγισμού για τα ίδια γεωμετρικά χαρακτηριστικά. Ο δεύτερος φορέας έχει δρόμο ισορροπίας με σημείο διακλάδωσης, ενώ οι υπόλοιποι δύο με οριακό σημείο. Και για τους τρεις φορείς γίνεται παραμετρική διερεύνηση για την επίδραση της εκκεντρότητας φόρτισης και το λόγο μηκών, δυσκαμψιών και τις λυγηρότητες των μελών. Παραμετρική ανάλυση φορέων με παραμέτρους τις ατέλειες καθώς και τη λυγηρότητα των μελών, με την προτεινόμενη μέθοδο καθώς και με γραμμικές και μη-γραμμικές μεθόδους και με τις κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3, έδειξε μεγάλη απόκλιση των αποτελεσμάτων του EC3 από τη μη-γραμμική ανάλυση και την προτεινόμενη μέθοδο. Σε επόμενη συναφή ερευνητική δραστηριότητα, η διεξαγωγή μη γραμμικής ανάλυσης σε ένα δίστυλο πλαίσιο (Kounadis and Economou 1984), καθώς και σε ένα πολύστυλο πλαίσιο (Kounadis and Simitse 1978) οδήγησε σε ενδιαφέροντα συμπεράσματα για την επίδραση των ατελειών στην αντοχή σε λυγισμό. Ειδικότερα, η αρχική θετική ημιτονοειδής καμπυλότητα, που ορίζεται ως εκείνη που δίνει θετικές μετατοπίσεις, είναι ισοδύναμη με μία αρνητική εκκεντρότητα φόρτισης και μειώνει την αντοχή λυγισμού του πλαισίου. Η αρχική αρνητική καμπυλότητα έχει τα αντίθετα αποτελέσματα στην αντοχή του φορέα. Υπάρχει μία τιμή της αρνητικής καμπυλότητας, όπου ο φορέας δεν αστοχεί από λυγισμό αλλά από διαρροή του υλικού. Ακόμα, η επίδραση μίας αρχικής θετικής καμπυλότητας σε συνδυασμό με αρνητική εκκεντρότητα φόρτισης έχει αρνητική επίδραση στην αντοχή

του πλαισίου. Μία μέθοδος υπολογισμού της αντοχής σε λυγισμό φορέων με μέλη με αρχική καμπυλότητα προτείνεται από τους Kounadis και Economidou (1987). Χρησιμοποιείται ένα πρόγραμμα μη-γραμμικής ανάλυσης που μπορεί να λάβει υπόψη γεωμετρικές ατέλειες, ατέλειες στην φόρτιση και ελαστικές στηρίξεις. Χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη μέθοδο υπολογίζεται ο δρόμος ισορροπίας για ένα αμφιαρθρωτό πλαίσιο τριών ορόφων, ενός φατώματος, για διάφορους τύπους ατελειών. Από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων των παραμετρικών αναλύσεων εξάγεται ότι ο μεταλυστικός δρόμος του φορέα είναι ασταθής. Επίσης η αρχική καμπυλότητα μπορεί να έχει ευμενή επίδραση στην ευστάθεια του πλαισίου ανάλογα με τον προσανατολισμό της. Τέλος, σημαντικό ρόλο παίζει και το πρόσημο της εκκεντρότητας της φόρτισης, λόγω του οποίου μπορεί να αυξάνεται ή να μειώνεται το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του φορέα.

1.5 Μέθοδοι ανάλυσης

Ο υπολογισμός της πραγματικής συμπεριφοράς μιας κατασκευής θα απαιτούσε την χρησιμοποίηση πολύπλοκων μεθόδων ανάλυσης που δεν προσφέρονται στις καθημερινές πρακτικές εφαρμογές, σε συνδυασμό με πειραματικά αποτελέσματα. Στα προσομοιώματα κάνουμε εύλογες παραδοχές για τη συμπεριφορά των πλαισίων και των συστατικών τους στοιχείων, των μελών και των κόμβων, έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η απλούστευση της μεθόδου ανάλυσης, χωρίς όμως να υπάρχει σοβαρή επίπτωση στην εκτίμηση, μέσα στα πλαίσια των συντελεστών ασφαλείας, του φορτίου αντοχής. Για τους σκοπούς αυτούς έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι ανάλυσης, άλλες από τις οποίες είναι περισσότερο και άλλες λιγότερο πολύπλοκες.

Οι μέθοδοι ανάλυσης διακρίνονται σε αυτές που θεωρούν ότι η σχέση τάσεων-παραμορφώσεων είναι γραμμική και σε αυτές που θεωρούν ότι είναι μη γραμμική από κάποιο επίπεδο τάσης και άνω. Αναφέρονται αντίστοιχα ως ελαστικές ή ανελαστικές μέθοδοι ανάλυσης (γραμμικές ή μη-γραμμικές όσον αφορά το υλικό). Ομοίως υπάρχουν μέθοδοι ανάλυσης στις οποίες οι εξισώσεις ισορροπίας διατυπώνονται στην απαραμόρφωτη ή παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα, γνωστές αντίστοιχως ως μέθοδοι ανάλυσης 1ης ή 2ης τάξης (γραμμικές ή μη-γραμμικές όσον αφορά την γεωμετρία). Μπορεί να έχουμε και συνδυασμό των παραπάνω αναφερόμενων μεθόδων, λαμβάνοντας υπόψη και τις δύο μη γραμμικότητες, υλικού και γεωμετρίας. Ακόμα δύναται οι μέθοδοι ανάλυσης να συμπεριλαμβάνουν τις ατέλειες. Οι ατέλειες λαμβάνονται υπόψη είτε τροποποιώντας την αρχική γεωμετρία του πλαισίου, είτε εφαρμόζοντας κάποια οριζόντια φορτία στις διάφορες στάθμες του πλαισίου.

1.5.1 Ελαστική ανάλυση

Στην ανάλυση αυτή το υλικό θεωρείται ελαστικό. Κατά τον καταστατικό νόμο του υλικού η σχέση φορτίων-παραμορφώσεων είναι γραμμική. Τα φορτία σχεδιασμού πρέπει να είναι τέτοια, ώστε οι τάσεις να μην ξεπερνούν το όριο διαρροής του υλικού. Η

μέθοδος ελαστικής ανάλυσης χρησιμοποιείται εδώ και δεκαετίες και διακρίνεται για την απλότητά της και τον ελάχιστο υπολογιστικό φόρτο. Βασικό χαρακτηριστικό της μεθόδου αυτής είναι ότι επιτρέπει την εφαρμογή της αρχής της επαλληλίας. Ο μελετητής μηχανικός έχει τη δυνατότητα να επαλληλίσει τα αποτελέσματα διαφορετικών συνδυασμών φόρτισης, πράγμα που κάνει τη μέθοδο αρκετά ευέλικτη για χρησιμοποίηση στη μελέτη. Η ελαστική ανάλυση δεν παρέχει πληροφορίες στο μελετητή για τη συμπεριφορά της κατασκευής στην πλαστική περιοχή. Αυτό είναι ένα σημαντικό μειονέκτημα για κατασκευές που σχεδιάζονται να ανθίστανται π.χ. σε σεισμικά φορτία, αφού όλοι οι σύγχρονοι αντισεισμικοί κανονισμοί (Ελληνικός, Ευρωπαϊκός, Αμερικανικός, Ιαπωνικός, Νέος Ζηλανδικός κ.α.) λαμβάνουν υπόψη ότι οι κατασκευές συμπεριφέρονται εν γένει ανελαστικά υπό τα σεισμικά φορτία σχεδιασμού.

1.5.2 Ανελαστική ανάλυση

Στις ανελαστικές αναλύσεις λαμβάνεται υπόψη η μη-γραμμική συμπεριφορά στην πλαστική περιοχή του υλικού (Shanley 1947), (Freudental 1950), (Beedle 1958), (Hodge 1959), (Baker and Heyman 1969), (Venkatraman and Patel 1970), (Horne 1971), (Neal 1977). Τα τελευταία χρόνια πολλοί ερευνητές ασχολήθηκαν με την ανάπτυξη και εξέλιξη ανελαστικών μεθόδων ανάλυσης. Οι περισσότερες από αυτές τις μεθόδους ανάλυσης βασίζονται σε δύο θεωρήσεις: α) της πλαστικής ζώνης β) των εντοπισμένων πλαστικών αρθρώσεων.

Στη μέθοδο της *πλαστικής ζώνης*, τα μέλη του φορέα διακριτοποιούνται με πλήθος πεπερασμένων στοιχείων και η διατομή κάθε στοιχείου υποδιαιρείται σε ίνες. Η παραμόρφωση κάθε στοιχείου υπολογίζεται με αριθμητική ολοκλήρωση. Το φορτίο αυξάνεται κατά βήμα και για κάθε βήμα φόρτισης μπορεί να υπολογίζεται η παραμόρφωση που στη συνέχεια αναπτύσσεται στον φορέα αλλάζοντας τη γεωμετρία του, ώστε να λαμβάνεται υπόψη και η επιρροή 2ης τάξης. Οι παραμένουσες τάσεις θεωρούνται σταθερές αφού οι ίνες είναι πολύ μικρές. Υπολογίζεται η ένταση σε κάθε ίνα, ώστε να λαμβάνεται υπόψη η σταδιακή πλαστικοποίηση της διατομής. Η ανάλυση με την θεώρηση πλαστικής ζώνης μειώνει κατά πολύ τους απαιτούμενους ελέγχους στα μέλη αφού λαμβάνει υπόψη την επιρροή 2ης τάξης, την σταδιακή πλαστικοποίηση της διατομής και τις παραμένουσες τάσεις. Ωστόσο, παρόλο που η ανάλυση πλαστικής ζώνης θεωρείται αρκετά αξιόπιστη δεν χρησιμοποιείται ευρέως στην πράξη λόγω του μεγάλου υπολογιστικού φόρτου της, η δε χρήση της περιορίζεται σήμερα σε ερευνητικούς σκοπούς. Η ραγδαία, όμως, εξέλιξη που συντελείται σήμερα στην πληροφορική όσον αφορά τα υπολογιστικά συστήματα είναι πιθανό να δώσει στο μελετητή μηχανικό την δυνατότητα εφαρμογής στο άμεσο μέλλον τέτοιων αναλύσεων.

Η ανάλυση με θεώρηση *πλαστικών αρθρώσεων* είναι μία απλή μέθοδος για να ληφθεί υπόψη η ανελαστική συμπεριφορά των κατασκευών. Με τη θεώρηση αυτή το μέλος παραμένει ελαστικό εκτός από τα άκρα του στα οποία σχηματίζονται μηδενικού μήκους πλαστικές αρθρώσεις. Η μέθοδος λαμβάνει υπόψη την ανελαστική συμπεριφορά του υλικού, όχι όμως και την σταδιακή πλαστικοποίηση του υλικού μεταξύ των πλαστικών αρθρώσεων αλλά και καθ' ύψος της διατομής. Η επίδραση των παραμενουσών τάσεων δεν λαμβάνεται υπόψη στην προκειμένη ανάλυση διότι η μέθοδος των πλαστικών

αρθρώσεων υιοθετεί προσεγγιστική παραδοχή εντοπισμένης πλαστικής παραμόρφωσης. Η ανάλυση με την θεώρηση των πλαστικών αρθρώσεων μπορεί επίσης να είναι 1ης ή 2ης τάξης. Στην ανάλυση 1ης τάξης η επιρροή 2ης τάξης θεωρείται αμελητέα και δεν υπολογίζεται κατά τη μόρφωση και επίλυση των εξισώσεων ισορροπίας. Αποτέλεσμα τούτου είναι ότι η μέθοδος αυτή υπολογίζει το ίδιο φορτίο κατάρρευσης με αυτό της τελείως πλαστικής ανάλυσης. Στην ανάλυση 2ης τάξης, η επιρροή της θεωρείται σημαντική και λαμβάνεται υπόψη στον υπολογισμό, π.χ. με την χρήση συναρτήσεων ευστάθειας (stability functions). Οι συναρτήσεις ευστάθειας χρησιμοποιούν ένα στοιχείο για κάθε μέλος και είναι ένας αποτελεσματικός και οικονομικός τρόπος για να διεξαχθεί μία τέτοιου τύπου ανάλυση.

Η μέθοδος των πλαστικών αρθρώσεων (εντοπισμένης πλαστικής παραμόρφωσης) έχει σαφές πλεονέκτημα ως προς τον απαιτούμενο υπολογιστικό φόρτο σε σχέση με αυτή της πλαστικής ζώνης για λυγηρά μέλη, στα οποία ο επικρατέστερος τρόπος αστοχίας είναι ο ελαστικός λυγισμός. Εντούτοις, για κοντά θλιβόμενα μέλη που αστοχούν από πλαστικοποίηση, δια της μεθόδου υπερεκτιμάται η αντοχή αφού δε λαμβάνει υπόψη τη σταδιακή μείωση της δυσκαμψίας όσο η διαρροή προχωρεί καθ' ύψος της διατομής και κατά μήκος του μέλους.

1.5.3 Ανάλυση 1ης τάξης

Εάν οι παραμορφώσεις υπό την επίδραση των φορτίων είναι πολύ μικρές σε σχέση με τις διαστάσεις της κατασκευής, η πραγματική συμπεριφορά του φορέα μπορεί να προσεγγιστεί με γεωμετρικά γραμμική ανάλυση ή ανάλυση 1ης τάξης. Κατά την ανάλυση αυτή οι εξισώσεις ισορροπίας μορφώνονται στην απαραμόρφωτη κατάσταση του φορέα, δηλαδή θεωρείται ότι οι παραμορφώσεις που προκαλούνται από τα επιβαλλόμενα φορτία είναι πολύ μικρές και μπορούν να αμεληθούν. Επομένως, η επιπλέον ένταση που προκαλείται από την εφαρμογή των φορτίων στην παραμορφωμένη γεωμετρία της κατασκευής δεν λαμβάνεται υπόψη. Για συνήθεις κατασκευές, όπως χαμηλά κτίρια από σκυρόδεμα, η θεώρηση αυτή προσεγγίζει κατά πολύ την πραγματική συμπεριφορά. Για εύκαμπτες κατασκευές, όμως, όπως καλωδιωτές και μεμβρανικές κατασκευές, τόξα, θόλους ή ασίδες με μικρό λόγο ύψους προς άνοιγμα και, σε κάποιες περιπτώσεις, πολυώροφα κτίρια με φέροντα οργανισμό από χάλυβα, η ανάλυση 1ης τάξης είναι ανεπαρκής και δίνει αποτελέσματα κατά της ασφαλείας.

1.5.4 Ανάλυση 2ης τάξης

Στη γεωμετρική μη-γραμμικότητα που συνήθως αποκαλείται επιρροή 2ης τάξης η ισορροπία λαμβάνεται στην παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα και μπορεί να συνδέεται με ελαστική συμπεριφορά. Στις μεθόδους ανάλυσης που λαμβάνουν υπόψη τους τη γεωμετρική μη-γραμμικότητα οι εξισώσεις ισορροπίας μορφώνονται στην παραμορφωμένη γεωμετρία του φορέα. Αντίθετα με την ανάλυση 1ης τάξης που είναι απλή και άμεση στην εφαρμογή, η ανάλυση 2ης τάξης συνίσταται στην επίλυση ενός συστήματος εξισώσεων σε κλειστή ή ανοιχτή μορφή. Συνήθως η ανάλυση 2ης τάξης

συνεπάγεται μία αρκετά πολύπλοκη επαναληπτική διαδικασία. Αυτό οφείλεται στο ότι δεν είναι γνωστή η παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα κατά τη μόρφωση των εξισώσεων ισορροπίας. Η επαναληπτική διαδικασία συνίσταται στην επιβολή των φορτίων σχεδιασμού σε βήματα φόρτισης και τον υπολογισμό της παραμόρφωσης του φορέα σε κάθε βήμα. Στο επόμενο βήμα τα φορτία ασκούνται στην παραμορφωμένη γεωμετρία του προηγούμενου βήματος. Υπάρχουν πολλές επαναληπτικές τεχνικές για την επίλυση, μερικές από τις οποίες είναι: α) η μέθοδος ελέγχου του φορτίου, β) η μέθοδος ελέγχου των μετατοπίσεων, γ) η μέθοδος arc-length, δ) η μέθοδος Newton-Raphson, ε) η μέθοδος ελέγχου του έργου κ.α. Η ανάλυση 2ης τάξης είναι απαραίτητη για να ληφθεί υπόψη η επιρροή της αστάθειας. Η ανάλυση αυτή μας δίνει τον πλήρη δρόμο ισορροπίας φορτίου-μετατόπισης προλυγισμικό και μεταλυσισμικό. Μία γραμμικοποιημένη μέθοδος ανάλυσης για την εκτίμηση της μεταλυσισμικής συμπεριφοράς προτείνεται από τον Κουνάδη (1988). Η μέθοδος αυτή είναι η πιο απλή στην εφαρμογή μέθοδος για τον υπολογισμό του μεταλυσισμικού δρόμου ισορροπίας και δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα συγκρινόμενη με την ακριβή μη-γραμμική μέθοδο ανάλυσης.

1.5.5 Προσεγγιστική ανάλυση γεωμετρικής μη γραμμικότητας με τη μέθοδο των μεγεθυντικών συντελεστών

Όταν οι παραμορφώσεις από τα φορτία σχεδιασμού είναι μεγάλες, δημιουργούν επιπλέον ένταση στον φορέα, η οποία πρέπει να λαμβάνεται υπόψη. Σε αυτές τις περιπτώσεις πρέπει να υπολογιστεί η επιρροή 2ης τάξης. Οι σύγχρονοι κανονισμοί (Ευρωκώδικας 3, Load and Resistance Factor Design Specification for structural steel buildings, BS5950, DIN 18800-2) προτείνουν δύο εναλλακτικές προσεγγίσεις, ανάλογα με την βαρύτητα της επιρροής 2ης τάξης. Την διεξαγωγή μη-γραμμικής ανάλυσης 2ης τάξης ή τη μέθοδο των μεγεθυντικών συντελεστών, όπου τα αποτελέσματα από την γραμμική ανάλυση πολλαπλασιάζονται με κατάλληλους συντελεστές μεγέθυνσης. Η μέθοδος αυτή συνδυάζει την απλότητα της ανάλυσης 1ης τάξης με την προσέγγιση της πραγματικής συμπεριφοράς της ανάλυσης 2ης τάξης. Η μέθοδος των μεγεθυντικών συντελεστών δίνει αποτελέσματα υπέρ της ασφαλείας για συγκεκριμένα επίπεδα φόρτισης που προδιαγράφονται στις αντίστοιχες κανονιστικές διατάξεις.

Ο Ευρωκώδικας 3 προτείνει οι ροπές πλευρικής μετατόπισης που υπολογίζονται με ελαστική ανάλυση 1ης τάξης να αυξάνονται πολλαπλασιαζόμενες με το λόγο:

$$\text{συντελεστής μεγέθυνσης} = \frac{1}{1 - \frac{V_{sd}}{V_{cr}}} \quad (1.1)$$

όπου: V_{sd} είναι η τιμή σχεδιασμού του κατακόρυφου φορτίου και V_{cr} είναι η ελαστική κρίσιμη τιμή για αστοχία λόγω λυγισμού. Η μέθοδος αυτή δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα όταν ισχύει: $V_{sd}/V_{cr} < 0.25$

Ο Αμερικάνικος κανονισμός Load and Resistance Factor Design Specification for structural steel buildings (Salmon and Johnson 1996) προτείνει τον αναλυτικό τύπο (1.2) για τον υπολογισμό της ελαστικής ροπής 2ης τάξης M_u .

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \quad (1.2)$$

Όπου: M_{nt} , M_{lt} είναι οι μέγιστες ροπές 1ης τάξης με θεώρηση μεταθετού και αμετάθετου πλαισίου αντίστοιχα. B_1 , B_2 είναι οι συντελεστές μεγέθυνσης λαμβάνοντας υπόψη την επιρροή 2ης τάξης.

Ο Βρετανικός κανονισμός BS5950 προτείνει τον παρακάτω συντελεστή μεγέθυνσης για τον πολλαπλασιασμό των ροπών 1^{ης} τάξης.

$$\text{συντελεστής μεγέθυνσης} = \frac{\lambda_{cr}}{\lambda_{cr} - 1} \quad (1.3)$$

Όπου: λ_{cr} είναι ο ελαστικός συντελεστής λυγισμού, ο οποίος πολλαπλασιαζόμενος με τα φορτία σχεδιασμού δίνει το φορτίο λυγισμού του φορέα.

1.5.6 Γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού

Η γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού ή γραμμική ανάλυση ευστάθειας (Bleich 1952), (Timoshenko and Gere 1961), (Crandall et al. 1978), υπολογίζει το συντελεστή λυγισμού λ_{cr} , θεωρώντας ελαστικό λυγισμό καθώς και ότι η γεωμετρία του φορέα παραμένει απαραμόρφωτη έως το λυγισμό. Ο συντελεστής λ_{cr} υπολογίζεται επιλύοντας την παρακάτω εξίσωση που οδηγεί σε πρόβλημα ιδιοτιμών.

$$|K_L + \lambda_{cr} K_G| = 0 \quad (1.4)$$

Στην εξίσωση αυτή K_L είναι το γραμμικό μητρώο δυσκαμψίας και K_G το γεωμετρικό μητρώο δυσκαμψίας. Με την γραμμική ανάλυση λυγισμού ο μελετητής μηχανικός υπολογίζει το κρίσιμο φορτίο λυγισμού, όχι όμως το δρόμο ισορροπίας φορτίου-μετατόπισης που δίνει πληροφορίες για ενδεχόμενη μεταλυγισμική αντοχή του φορέα.

1.5.7 Ανελαστική ανάλυση 2ης τάξης

Η ανελαστική ανάλυση 2ης τάξης λαμβάνει υπόψη και τις δύο μη-γραμμικότητες, υλικού και γεωμετρίας. Είναι ένας συνδυασμός των παραπάνω δύο αναλύσεων που περιγράφηκαν στις ενότητες 1.5.2 και 1.5.4. Η ανελαστική ανάλυση μπορεί να βασίζεται στη θεωρία πλαστικής ζώνης ή την θεωρία πλαστικών αρθρώσεων, με τα αντίστοιχα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα καθεμίας από αυτές. Η ανάλυση αυτή παρέχει πληροφορίες που προσομοιώνουν την πραγματική συμπεριφορά της κατασκευής αλλά με κόστος το μεγάλο υπολογιστικό φόρτο.

1.6 Αντικείμενο, σκοπός και προτεινόμενη μέθοδος της διατριβής

Ο στόχος της παρούσας εργασίας είναι να συμβάλει στη δυνατότητα αξιόπιστης εκτίμησης της φέρουσας ικανότητας πολυώροφων μεταλλικών πλαισιακών κατασκευών μέσω γραμμικών αναλύσεων, λαμβάνοντας όμως υπόψη την επιρροή του καμπτικού λυγισμού και των μεγάλων παραμορφώσεων. Για το σκοπό αυτό, αντιμετωπίζονται τα επιμέρους προβλήματα του υπολογισμού του κρίσιμου φορτίου καμπτικού λυγισμού σε συνεχή υποστυλώματα πολυώροφων πλαισίων καθώς και της διερεύνησης της επιρροής 2ης τάξης στην ένταση πλαισιακών φορέων.

Ο υπολογισμός της αντοχής υποστυλωμάτων σε καμπτικό λυγισμό επιτυγχάνεται στη βιβλιογραφία, το ισχύον κανονιστικό πλαίσιο και την καθημερινή πρακτική του μηχανικού με αναλυτικές ή αριθμητικές μεθόδους επίλυσης. Οι αναλυτικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται συνήθως από τους μελετητές μηχανικούς και προτείνονται από τις κανονιστικές διατάξεις (Eurocode 3 1994, Load and Resistance Factor Design Specification for structural steel buildings 1999) είναι η μέθοδος του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού (effective length method) και η μέθοδος των ιδεατών φορτίων (notional load method). Οι μέθοδοι αυτές βασίζονται σε κάποιες παραδοχές που σε αρκετές περιπτώσεις μειώνουν την ακρίβεια τους. Η τεράστια ανάπτυξη των υπολογιστικών συστημάτων και των προγραμμάτων για δομοστατικούς μηχανικούς τα τελευταία χρόνια έδωσε τη δυνατότητα στους μελετητές μηχανικούς να υπολογίζουν την αντοχή πλαισιακών φορέων εφαρμόζοντας γραμμικές και μη-γραμμικές αναλύσεις, όσον αφορά τόσο το υλικό όσο και τη γεωμετρία. Παρόλα αυτά, οι μελετητές μηχανικοί προτιμούν τις αναλυτικές μεθόδους, τουλάχιστον σε επίπεδο προμελέτης.

Οι κύριες μορφές αστοχίας επίπεδων μεταλλικών πλαισίων με διατομές που έχουν ικανά πάχη ελασμάτων, ώστε να μην κινδυνεύουν από τοπικό λυγισμό, και με επαρκή εξασφάλιση, ώστε να μην κινδυνεύουν από πλευρικό λυγισμό είναι ο ελαστικός καμπτικός λυγισμός σε περιπτώσεις μεγάλης λυγηρότητας, η διαρροή του υλικού σε περιπτώσεις μικρής λυγηρότητας, ή ο συνδυασμός των παραπάνω (ελαστοπλαστικός λυγισμός) σε ενδιάμεσες περιπτώσεις, που είναι και οι συνηθέστερες στην πράξη. Οι κανονισμοί σχεδιασμού μεταλλικών κατασκευών λαμβάνουν υπόψη τον τοπικό λυγισμό με την κατηγοριοποίηση των διατομών, ενώ όσον αφορά τον καμπτικό λυγισμό και τη διαρροή προτείνουν μαθηματικούς τύπους για έλεγχο σε επίπεδο μελών. Για να πραγματοποιηθεί ο έλεγχος σε καμπτικό λυγισμό οι ισχύοντες κανονισμοί χρησιμοποιούν το ισοδύναμο μήκος λυγισμού, όπως αναφέρθηκε παραπάνω. Ο υπολογισμός του μήκους λυγισμού γίνεται μέσω νομογραφημάτων συναρτήσεως της μεταθετότητας του πλαισίου (ελεύθερη ή δεσμευμένη σχετική μετάθεση των ορόφων) και των στροφικών συνοριακών συνθηκών (ελεύθερη ή δεσμευμένη στροφή) στα άκρα του υποστυλώματος. Τις περισσότερες όμως φορές το μήκος αυτό είναι δύσκολο να υπολογιστεί με ακρίβεια, λόγω των μη σαφών συνοριακών συνθηκών, ιδίως σε υποστυλώματα πολυώροφων πλαισίων με πολλά φαντώματα.

Ο Ευρωκώδικας 3 (EC3) διαχωρίζει τα πλαίσια σε μεταθετά και αμετάθετα και προτείνει διαγράμματα για τον υπολογισμό του μήκους λυγισμού. Η αμεταθετότητα των πλαισίων επιτυγχάνεται μέσω συστημάτων δυσκαμψίας, όπως χιαστί συνδέσμων, τοιχωμάτων και

αντηρίδων. Ο Ευρωκώδικας 3 χαρακτηρίζει ένα πλαίσιο ως αμετάθετο, εάν το σύστημα δυσκαμψίας του μειώνει την οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου κατά τουλάχιστον 80% της μετακίνησης του αντίστοιχου πλαισίου χωρίς σύστημα δυσκαμψίας. Το μήκος λυγισμού κατά τον ίδιο κανονισμό υπολογίζεται από νομογραφήματα συναρτήσει των αδιάστατων στροφικών δυσκαμψιών στα άκρα του υπό εξέταση υποστυλώματος. Οι στροφικές δυσκαμψίες στα άκρα του υπό διερεύνηση υποστυλώματος εξαρτώνται από τα συντρέχοντα στους ακραίους κόμβους μέλη, τις συνοριακές τους συνθήκες στο απέναντι άκρο τους, την παρουσία ή όχι αξονικής έντασης, το υλικό και τη διατομή τους. Ο Ευρωκώδικας 3 προτείνει σχέσεις για τον υπολογισμό των στροφικών δυσκαμψιών των μελών που συνδέονται άκαμπτα στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος.

Η κανονιστική διάταξη του Load and Resistance Factor Design κατατάσσει τα πλαίσια σε αμετάθετα, εάν έχουν σύστημα δυσκαμψίας, και σε μεταθετά, εάν δεν έχουν. Προτείνει αντίστοιχα νομογραφήματα για τον υπολογισμό του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού. Τα νομογραφήματα αυτά είναι συναρτήσει της δυνατότητας ή μη για οριζόντια μετάθεση του φορέα (μεταθετός, αμετάθετος) καθώς και των αδιάστατων στροφικών συνοριακών συνθηκών του υπό εξέταση υποστυλώματος. Ο υπολογισμός της στροφικής δέσμευσης που προσδίδει στον αντίστοιχο ακραίο κόμβο του υπό διερεύνηση υποστυλώματος, κάθε συντρέχον σε αυτό μέλος, ορίζεται ως ο λόγος της ροπής αδράνειας προς το μήκος του. Κατά τον υπολογισμό της στροφικής δυσκαμψίας του μέλους δεν λαμβάνεται υπόψη η παρουσία ή όχι αξονικής δύναμης καθώς και η συνοριακή συνθήκη στο απέναντι άκρο.

Πολλοί ερευνητές έχουν ασχοληθεί με τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού συνεχών υποστυλωμάτων. Η εργασία του Wood (1974 a, b, c) αποτελεί την θεωρητική βάση του ΕΚ3. Ο Cheong-Siat-Moy (1986) διερεύνησε το ισοδύναμο μήκος λυγισμού υποστυλωμάτων που αποτελούν μέλη πλαισιακών φορέων και επισήμανε ότι η αντοχή μελών σε λυγισμό εξαρτάται όχι μόνο από τις συνοριακές τους συνθήκες αλλά και από την αλληλεπίδραση των άλλων μελών του φορέα. Οι Bridge and Fraser (1987) προτείνουν μία επαναληπτική διαδικασία για τον υπολογισμό του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού λαμβάνοντας υπόψη την επίδραση την αξονικής δύναμης παράλληλα με τα μέλη που προσδίδουν δυσκαμψία στο υπό εξέταση υποστυλώμα. Στην εργασία του Cheong-Siat-Moy (1991) για τον υπολογισμό της αντοχής σε λυγισμό υποστυλωμάτων που αποτελούν μέλη πλαισίων προτείνεται μέθοδος με ιδεατό εγκάρσιο φορτίο. Ο Aristizabal-Ochoa (1994a, b) προτείνει αναλυτικές σχέσεις για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων που ανήκουν σε *αμετάθετα, μεταθετά και μερικώς μεταθετά πλαίσια*. Ακόμα διερεύνησε την επίδραση αξονικού κατανεμημένου φορτίου στον υπολογισμό του συντελεστή ισοδυνάμου μήκους λυγισμού μελών σε *μεταθετά και μερικώς μεταθετά πλαίσια* (Aristizabal-Ochoa 1994c). Οι Hellesland and Bjorhovde (1996a) προτείνουν ένα συντελεστή δέσμευσης, λαμβάνοντας υπόψη την οριζόντια και κατακόρυφη αλληλεπίδραση των μελών στην ευστάθεια του φορέα. Προτείνουν μία μέθοδο υπολογισμού του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού σε περιπτώσεις που συναντώνται αλλαγές στην δυσκαμψία υποστυλωμάτων ή δοκών, όπως στον πρώτο και τελευταίο όροφο *αμετάθετων πλαισίων* (Hellesland and Bjorhovde 1996b). Οι Kishi et al. (1997) προτείνουν μία αναλυτική έκφραση για τον υπολογισμό του ισοδυνάμου μήκους για μέλη σε *μεταθετά πλαίσια με ημι-άκαμπτους κόμβους*. Ο Essa (1997)

προτείνει μία μέθοδο υπολογισμού του συντελεστή ισοδυνάμου μήκους λυγισμού για υποστυλώματα *μεταθετών πλαισίων* με διαφορετικές οριζόντιες μετατοπίσεις ανά όροφο. Ο Cheong-Siat-Moy (1997b) διερευνά την επίδραση στην ευστάθεια υποστυλωμάτων σε πλαισιακούς φορείς. Ακόμα διερευνά τη συμπεριφορά υποστυλωμάτων *αμετάθετων πλαισίων* (Cheong-Siat-Moy 1997a). Ο Aristizabal-Ochoa (1997a) ερευνά την επίδραση στην αστοχία από λυγισμό της *κατανομής* των φορτίων και της *ασυμμετρίας* στην γεωμετρία των μελών. Προτείνει μία χρήσιμη σχέση για τον υπολογισμό της αντίστασης σε μετάθεση ώστε το πλαίσιο να θεωρηθεί ως *αμετάθετο*. Ακόμα διερευνά τη συμπεριφορά υποστυλωμάτων με *ημι-άκαμπτες συνδέσεις* υπό φορτία που προέρχονται από καλώδια ή φορτία τα οποία εφαρμόζονται μέσω άκαμπτων συνδέσμων (Aristizabal-Ochoa 1997b). Στη συνέχεια εξετάζει την επίδραση των *ημι-άκαμπτων συνδέσεων* και του ομοιόμορφου αξονικού φορτίου στο λυγισμό (Aristizabal-Ochoa 2001). Στην εργασία του Cheong-Siat-Moy (1999) προτείνεται μία γενική αναλυτική σχέση για τον υπολογισμό της αντοχής σε λυγισμό υποστυλωμάτων με εγκάρσια δέσμευση και δυσκαμψία που μπορεί να μεταβάλλεται από μείον άπειρο σε συν άπειρο. Οι Karamanos and Zissoroulou (2002) συγκρίνουν τις κανονιστικές διατάξεις του EC3 και LRFD για λυγισμό *μεταθετών πλαισίων*. Ο Aristizabal-Ochoa (2002) διερευνά τη συμπεριφορά τρισδιάστατων φορέων υπό φορτία βαρύτητας και προτείνει αναλυτικούς τύπους για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού σε πλαίσια. Επίσης, διερευνά την επίδραση του προσανατολισμού της διατομής των υποστυλωμάτων σε τρισδιάστατους *αμετάθετους, μεταθετούς* (μετακίνηση και στροφή) και *μερικώς μεταθετούς φορείς* με ημι-άκαμπτους κόμβους (Aristizabal-Ochoa 2003). Πολλοί ερευνητές έχουν ασχοληθεί με τη μεταθετότητα των κατασκευών, καθώς και το σχεδιασμό συστημάτων δυσκαμψίας. Ενδεικτικά αναφέρονται οι Plaut and Yoo (1996), Hellesland (1998), Gil and Yura (1999), Lokkas and Croll (2000), Xu and Liu (2002), Lokkas (2002), MacRae et al. (2004). Η απαιτούμενη εγκάρσια δυσκαμψία στο ζύγωμα ενός μεταθετού δίστυλου πλαισίου, ώστε αυτό να λυγίσει αμετάθετα, έχει διερευνηθεί από τον Kounadis (1983). Στην εργασία αυτή αποδεικνύεται ότι μία πολύ μικρή εγκάρσια δυσκαμψία, αυξάνει την αντοχή του μεταθετού φορέα σε λυγισμό, μετατρέποντας τον ουσιαστικά σε αμετάθετο. Οι παραπάνω αναφερόμενες εργασίες δεν εξετάζουν την επίδραση των στροφικών δυσκαμψιών των μελών που συντρέχουν στον άνω και κάτω κόμβο του υπό εξέταση υποστυλώματος, των συνοριακών συνθηκών στα απέναντι άκρα των μελών αυτών καθώς και την επιρροή των αξονικών φορτίων.

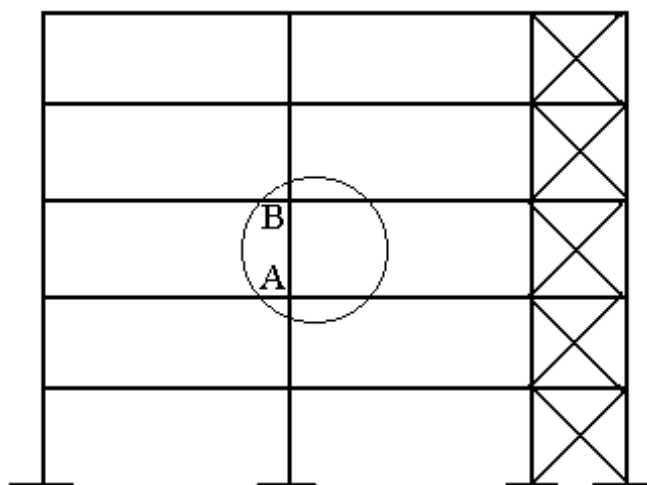
Από τα παραπάνω γίνεται σαφές ότι ο υπολογισμός της αντοχής σε λυγισμό υποστυλωμάτων πολυώροφων πλαισίων με χρήση των κανονιστικών διατάξεων (EC3, LRFD κ.α.) παρουσιάζει αρκετές δυσκολίες και ασάφειες:

- Ο διαχωρισμός των πλαισίων σε μεταθετά και αμετάθετα κατά τις κανονιστικές διατάξεις του EC3 και LRFD, δεν είναι πάντοτε απολύτως σωστός, μια και συχνά τα πλαίσια χαρακτηρίζονται από μία μερικώς μεταθετή συμπεριφορά. Μερικώς μεταθετή χαρακτηρίζεται η συμπεριφορά του φορέα, όταν το σύστημα δυσκαμψίας του δεν είναι επαρκές για να το καταστήσει πλήρως αμετάθετο, οπότε το πλαίσιο υφίσταται κάποιες οριζόντιες μετατοπίσεις. Τα μεταθετά και αμετάθετα πλαίσια είναι οι ακραίες κατηγορίες της γενικότερης κατηγορίας των μερικώς μεταθετών πλαισίων. Στα πρώτα δεν υπάρχει κανένα σύστημα δυσκαμψίας, με συνέπεια την

ανεμπόδιστη οριζόντια μετατόπιση του φορέα, ενώ στα δεύτερα το σύστημα δυσκαμψίας εμποδίζει απόλυτα την οριζόντια μετάθεση.

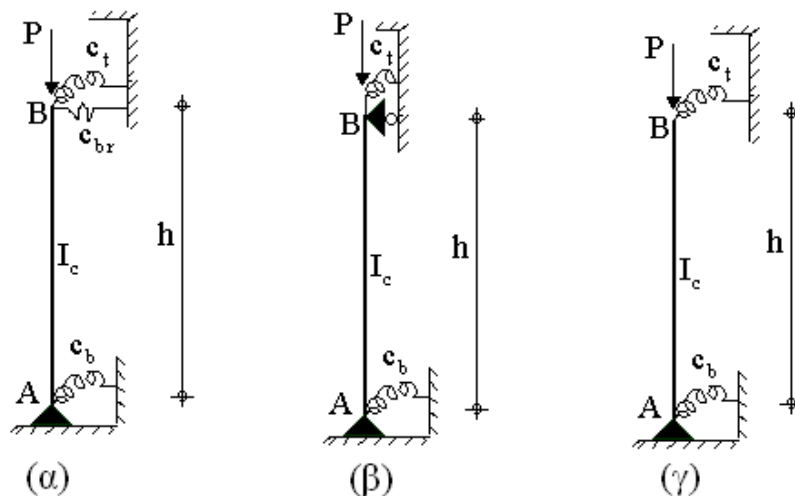
- Οι προτεινόμενες σχέσεις για τον υπολογισμό των στρεφικών δυσκαμψιών μελών, κατά τον Ευρωκώδικα 3, αναφέρονται σε κάποιες συγκεκριμένες περιπτώσεις συνοριακών συνθηκών και αξονικής έντασης των μελών. Η εφαρμογή τους για την εκτίμηση των στρεφικών δυσκαμψιών μελών με άλλες συνοριακές συνθήκες, εφελκυστική ή θλιπτική αξονική ένταση, ή με ημι-άκαμπτη σύνδεση με το υπό διερεύνηση υποστυλώμα μπορεί να επιφέρει σφάλμα στον υπολογισμό του κρίσιμου ελαστικού φορτίου λυγισμού του υποστυλώματος. Όσο αφορά τις προτεινόμενες σχέσεις για τον υπολογισμό των στρεφικών δυσκαμψιών μελών, κατά τον LRFD, δεν λαμβάνεται υπόψη η παρουσία ή όχι αξονικής δύναμης καθώς και η συνοριακή συνθήκη στο απέναντι άκρο των μελών.
- Σε κάποιες περιπτώσεις ένα εύκαμπτο τμήμα του φορέα, π.χ. ένας κρίσιμος όροφος, παρασύρει ένα πολυώροφο πλαίσιο σε λυγισμό, ανάλογα με τη σχέση δυσκαμψιών των μελών, καθώς και κατανομής των αξονικών φορτίων των υποστυλωμάτων. Σε αυτή την περίπτωση, απλή εφαρμογή της μεθόδου υπολογισμού του ισοδύναμου μήκους λυγισμού σε μεμονωμένα υποστυλώματα εκτός της κρίσιμης περιοχής ενδέχεται να οδηγήσει σε υπερεκτίμηση της αντοχής τους.

Η παρούσα εργασία έχει ως στόχο να βελτιώσει τη μέθοδο, καθώς και την ακρίβεια υπολογισμού του κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων πλαίσιακών φορέων. Για το σκοπό αυτό εξετάζεται το υποστυλώμα AB του μεταλλικού πολυώροφου πλαισίου του σχήματος 1.1. Τα μέλη (δοκοί ή υποστυλώματα) που συντρέχουν στον άνω ή κάτω κόμβο του υποστυλώματος προσδίδουν σε αυτό στρεφική δυσκαμψία, συγχρόνως όμως συμβάλλουν (άμεσα ή έμμεσα) στην αντίσταση σε σχετική μετάθεση των άκρων κάθε μέλους (Kounadis 1981). Προτείνεται οπότε, το προσομοίωμα του μεμονωμένου υποστυλώματος AB (σχήμα 1.2 α) με δύο στρεφικά ελατήρια, ένα στο κάθε άκρο του, που προσομοιώνουν τη στρεφική δέσμευση που προσδίδουν στο υποστυλώμα τα συντρέχοντα μέλη στον αντίστοιχο κόμβο και ένα ελατήριο ευθυγράμμου κίνησης στον άνω κόμβο που προσομοιώνει το σύστημα δυσκαμψίας του πλαισίου.



Σχήμα 1.1 Μεταλλικό πολυώροφο πλαίσιο

Όπως προαναφέρθηκε, τα στροφικά ελατήρια προσομοιώνουν τη στροφική δέσμευση που προσδίδουν στο υποστυλώμα τα συντρέχοντα στον αντίστοιχο κόμβο μέλη. Η στροφική δυσκαμψία τους υπολογίζεται αθροίζοντας τη συμβολή των στροφικών δυσκαμψιών των μελών που συντρέχουν στον πάνω και κάτω κόμβο του υπό εξέταση υποστυλώματος. Το ελατήριο ευθυγράμμου κίνησης προσομοιώνει την παρεμπόδιση της μετάθεσης του πλαισίου από το σύστημα δυσκαμψίας ή από την επαφή ή σύνδεση με άλλες κατασκευές. Εάν το σύστημα δυσκαμψίας του πλαισίου εμποδίζει απόλυτα την οριζόντια μετάθεση, το ελατήριο ευθυγράμμου κίνησης του προσομοιώματος του σχήματος (1.2 α) αντικαθίστανται με μία κύλιση (σχήμα 1.2 β). Εάν δεν υπάρχει σύστημα δυσκαμψίας, με αποτέλεσμα την ανεμπόδιση οριζόντια μετατόπιση του πλαισιακού φορέα, το προσομοίωμα τροποποιείται σε αυτό του σχήματος (1.2 γ). Τα προσομοιώματα των σχημάτων 1.2 β και γ είναι ισοδύναμα με το προσομοίωμα του σχήματος (1.2 α), με αντίσταση του οριζοντίου ελατηρίου άπειρη και μηδενική αντίστοιχα.



Σχήμα 1.2 Προσομοίωμα συνεχούς υποστυλώματος α) με μερική μετάθεση (πλαίσιο χωρίς επαρκές σύστημα δυσκαμψίας), β) χωρίς μετάθεση (πλαίσιο με σύστημα δυσκαμψίας) και γ) με μετάθεση (πλαίσιο χωρίς σύστημα δυσκαμψίας)

Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής προτείνονται αναλυτικές σχέσεις για τον υπολογισμό των στροφικών δυσκαμψιών των μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος με άκαμπτη και ημι-άκαμπτη σύνδεση, για όλες τις πιθανές συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο. Γίνεται διερεύνηση της επιρροής της παρουσίας της αξονικής δύναμης των μελών και προτείνονται κατάλληλοι μαθηματικοί τύποι για τον υπολογισμό της δυσκαμψίας τους. Ακόμα, προτείνονται αναλυτικές σχέσεις για τον υπολογισμό του ισοδύναμου μήκους λυγισμού υποστυλωμάτων πλαισίων για διάφορα επίπεδα δέσμευσης της οριζοντίας μετατόπισης (μερικώς μεταθετή συμπεριφορά), καθώς και αντίστοιχα νομογραφήματα υπολογισμού του ισοδύναμου μήκους λυγισμού.

Προτείνονται δύο παραλλαγές της παραπάνω μεθόδου για τον υπολογισμό του ισοδύναμου μήκους καμπτικού λυγισμού:

- Η λεγόμενη «σύνθετη μέθοδος», στην οποία λαμβάνεται υπόψη η επιρροή στη συμπεριφορά του προτεινόμενου μέλους όλων των άλλων μελών του πλαισίου.
- Η λεγόμενη «απλοποιημένη μέθοδος», στην οποία λαμβάνεται υπόψη η επιρροή στη συμπεριφορά του προτεινόμενου μέλους των μελών του πλαισίου, τα οποία ευρίσκονται στα εκατέρωθεν φατνώματα και στον από πάνω και από κάτω όροφο.

Για πλαίσια που έχουν έως τρία φατνώματα και έως δύο ορόφους, η σύνθετη και η απλοποιημένη μέθοδος συμπίπτουν. Για μεγαλύτερα πλαίσια η σύνθετη μέθοδος απαιτεί σημαντικά μεγαλύτερο όγκο υπολογισμών, παρέχοντας ελάχιστα καλύτερη ακρίβεια. Αντιθέτως, η απλοποιημένη μέθοδος απαιτεί ακριβώς τον ίδιο όγκο υπολογισμών με ανάλογες μεθόδους της βιβλιογραφίας, με τουλάχιστον ανάλογη και σε αρκετές περιπτώσεις σημαντικά βελτιωμένη ακρίβεια σε σύγκριση με αυτές. Συνεπώς, για πρακτική εφαρμογή προτείνεται τελικά η απλοποιημένη μέθοδος.

Η προτεινόμενη μέθοδος εφαρμόζεται σε παραδείγματα πλαισιακών φορέων με αμετάθετη, μεταθετή και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά, δίνοντας πάρα πολύ καλή σύγκλιση με αριθμητικά αποτελέσματα λαμβανόμενα από τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Σημειώνεται ότι με την προτεινόμενη μέθοδο είναι δυνατή η αντιμετώπιση σημαντικά μεγαλύτερου εύρους περιπτώσεων, από εκείνες που καλύπτονται από τις ισχύουσες κανονιστικές διατάξεις (Ευρωκώδικας 3, Load and Resistance Factor Design Specification for structural steel buildings). Η προσπάθεια χρήσης αυτών των κανονιστικών διατάξεων για την προσεγγιστική αντιμετώπιση περιπτώσεων που είναι εκτός του εύρους ισχύος τους, οδηγεί συχνά σε σημαντικές αποκλίσεις, με αποτέλεσμα την υποδιαστασιολόγηση ή υπερδιαστασιολόγηση των μελών του φορέα.

Η επιρροή 2ης τάξης στην ένταση πλαισιακών φορέων μπορεί να εκτιμηθεί άμεσα με μη γραμμικές αναλύσεις ή έμμεσα με πολλαπλασιασμό των ροπών που προέρχονται από γραμμική ανάλυση με κατάλληλο συντελεστή μεγέθυνσης. Ο Ευρωκώδικας 3 κατατάσσει τα μεταλλικά ορθογωνικά πλαίσια σε τρεις κατηγορίες όσο αφορά την επιρροή 2ης τάξης. Η κατηγοριοποίηση γίνεται σύμφωνα με τον λόγο (V_{sd}/V_{cr}) του συνολικού κατακόρυφου φορτίου σχεδιασμού προς το ελαστικό κρίσιμο φορτίο που προκαλεί αστοχία λόγω πλευρικής μετατόπισης. Εάν η τιμή του λόγου V_{sd}/V_{cr} είναι μικρότερη από 0,10 η επιρροή 2ης τάξης μπορεί να αμεληθεί, εάν είναι μεταξύ 0,10 και 0,25 τα αποτελέσματα της γραμμικής ανάλυσης για φορτία που προκαλούν μετάθεση θα πρέπει να πολλαπλασιαστούν με τον επαυξητικό συντελεστή $1/(1-V_{sd}/V_{cr})$ και εάν είναι μεγαλύτερη από 0,25 θα πρέπει να πραγματοποιηθεί γεωμετρικά μη γραμμική ανάλυση. Ο LRFD, για ελαστικό σχεδιασμό πλαισίων προτείνει διεξαγωγή ανάλυσης δεύτερης τάξης ή την εφαρμογή της μεθόδου του συντελεστή μεγέθυνσης. Συγκεκριμένα, προτείνει δύο επαυξητικούς συντελεστές. Ο πρώτος χρησιμοποιείται για τον πολλαπλασιασμό των ροπών από τα κατακόρυφα φορτία, που δεν προκαλούν οριζόντια μετατόπιση του φορέα. Ενώ ο δεύτερος χρησιμοποιείται για τον πολλαπλασιασμό των ροπών από τα οριζόντια φορτία και γενικά από φορτία που προκαλούν οριζόντια μετατόπιση του πλαισίου. Η ένταση του πλαισίου υπολογίζεται από το άθροισμα των γινομένων των δύο αυτών συντελεστών με τις αντίστοιχες ροπές. Για πλαστικό σχεδιασμό πλαισίων ο LRFD προτείνει να διεξάγεται μη γραμμική ανάλυση υλικού και γεωμετρίας.

Πολλοί ερευνητές έχουν ασχοληθεί με την διερεύνηση της επιρροής 2ης τάξης σε πλαισιακούς φορείς. Οι Chen και Wang (1999) τροποποιούν τους συντελεστές μεγέθυνσης του LRFD. Ο Kemp (2000) προτείνει ένα συντελεστή μεγέθυνσης βασιζόμενο στον αντίστοιχο του Καναδικού κανονισμού που λαμβάνει υπόψη και την ανελαστική συμπεριφορά του υλικού. Οι Petrolito και Legge (1996) αναπτύσσουν έναν αλγόριθμο για μη-γραμμική ανάλυση για δισδιάστατους φορείς. Οι Boucard κ.α. (1997) προτείνουν μία επαναληπτική μεθοδολογία για τον υπολογισμό του πρωτεύοντα και δευτερεύοντα δρόμου ισορροπίας με βασικό πλεονέκτημα τις λίγες (λιγότερες από δέκα) επαναλήψεις. Οι Liew κ.α. (1997a) αναπτύσσουν έναν αλγόριθμο για την ανελαστική ανάλυση τρισδιάστατων φορέων που λαμβάνει υπόψη και την επιρροή 2ης τάξης. Οι Oda and Usami (1997) προτείνουν μία μεθοδολογία για τον υπολογισμό της ευστάθειας ενός φορέα μέσω ελαστικής ανάλυσης 2ης τάξης. Για το σκοπό αυτό, εφαρμόζεται στην κατασκευή πριν την ανάλυση μία ισοδύναμη αρχική καμπυλότητα που βασίζεται στην πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για την εκτίμηση της αντοχής σε ασύμμετρα πλαίσια. Μία αριθμητική διαδικασία προτείνεται από τους Torkamani κ.α. (2001) για την εκτίμηση της αντοχής μελών βάσει ανελαστικής ανάλυσης 2ης τάξης. Οι Zhou και Chan (1997) ασχολούνται με την δημιουργία μίας μεθόδου ανάλυσης που λαμβάνει υπόψη τη μη-γραμμικότητα γεωμετρίας για πλαισιακούς φορείς που καταπονούνται μόνο από κατανεμημένα αξονικά φορτία βαρύτητας. Ένας αναλυτικός τύπος βασιζόμενος στην θεωρία 1ης και 2ης τάξης για τον υπολογισμό της αντοχής σε μέλη με οποιαδήποτε αξονικά φορτία προτείνεται από τον Rubin (1997). Ο Chan (2001) αναφέρεται στην ανάπτυξη μεθόδων μη-γραμμικής ανάλυσης κατασκευών τις τελευταίες δεκαετίες. Οι Kim κ.α. (2001) προτείνουν μία μεθοδολογία σχεδιασμού τρισδιάστατων φορέων μέσω μη-γραμμικής ανάλυσης. Οι Aschheim και Montes (2003) προτείνουν ένα ισοδύναμο ύψος για τα μέλη ενός φορέα που λαμβάνει υπόψη την επιρροή 2ης τάξης. Ο Dobson (2003) κάνει αναφορά στις μεθόδους ανάλυσης που λαμβάνουν υπόψη την επιρροή P-Δ στον φορέα, όπως η μέθοδος με τους συντελεστές μεγέθυνσης και η μη-γραμμική μέθοδος ανάλυσης. Παρόλα αυτά, οι παραπάνω εργασίες δεν ασχολούνται με την διατύπωση εύχρηστων κριτηρίων για την επιλογή κατάλληλης μεθόδου ανάλυσης.

Η κανονιστική διάταξη του LRFD δεν προτείνει κριτήριο για την επιλογή της μεθόδου εκτίμησης της επιρροής 2ης τάξης (μη γραμμική ανάλυση, μέθοδος συντελεστή μεγέθυνσης). Ενώ κατά τον Ευρωκώδικα 3, το κριτήριο μεταθετότητας είναι διαφορετικό από το κριτήριο ευαισθησίας στην επιρροή δεύτερης τάξης, γεγονός που συχνά δημιουργεί σύγχυση.

Στην παρούσα διατριβή η διερεύνηση της επιρροής 2ης τάξης στην ένταση του φορέα γίνεται χρησιμοποιώντας το ίδιο προσομοίωμα του σχήματος 1.2. Προτείνονται νομογραφήματα που παρέχουν το λόγο των ροπών από μη-γραμμική και γραμμική ανάλυση για ένα ευρύ φάσμα τιμών των αδιαστατοποιημένων δυσκαμψιών των ελατηρίων και για διάφορα είδη και τιμές φορτίων. Τα διαγράμματα αυτά προέκυψαν μετά από παραμετρικές αναλύσεις του συγκεκριμένου προσομοιώματος με λογισμικό που συντάχθηκε χρησιμοποιώντας το ακριβές γεωμετρικό μητρώο και κριτήρια σύγκλισης μετακινήσεων και δυνάμεων επιθυμητού βαθμού συμφωνίας. Ο λόγος αυτός μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως κριτήριο για την επιλογή κατάλληλης μεθόδου ανάλυσης

καθώς και ως συντελεστής μεγέθυνσης των ροπών που προέρχονται από τη γραμμική ανάλυση, λαμβάνοντας έτσι έμμεσα υπόψη την επιρροή δεύτερης τάξης. Η παραπάνω μέθοδος εφαρμοζόμενη σε διάφορα παραδείγματα δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα, όπως προκύπτει από σύγκριση με αριθμητικά αποτελέσματα από τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η μέθοδος είναι πολύ απλή στην εφαρμογή, δίνοντας την δυνατότητα στο μελετητή μηχανικό γρήγορα να αποκτά την πραγματική εικόνα της συμπεριφοράς της κατασκευής, με απόρροια τη σωστή επιλογή της μεθόδου ανάλυσης. Η μέθοδος είναι εποπτικότερη από τις διαδικασίες που προτείνονται στον Ευρωκώδικα 3, όπου το κριτήριο μεταθετότητας είναι διαφορετικό από το κριτήριο ευαισθησίας στην επιρροή δεύτερης τάξης.

1.7 Περιεχόμενα της διατριβής

Στην *εισαγωγή* γίνεται αναφορά στο αντικείμενο της διατριβής, στον επιδιωκόμενο σκοπό, καθώς και στην χρησιμοποιούμενη μεθοδολογία, και αναφέρονται συνοπτικά τα περιεχόμενα κάθε κεφαλαίου της συγκεκριμένης εργασίας. Περιγράφεται η επιρροή των διαφόρων μη-γραμμικοτήτων και οι εναλλακτικές μέθοδοι ανάλυσης των κατασκευών. Συγκεκριμένα, αρχικά γίνεται αναφορά στη μη-γραμμικότητα υλικού και στην συνέχεια παρουσιάζεται η γεωμετρική μη-γραμμικότητα. Στην τελευταία ενότητα του κεφαλαίου γίνεται σύντομη αναφορά στα υπολογιστικά εργαλεία που διαθέτει ο μελετητής μηχανικός για να αντιμετωπίσει τις προαναφερθείσες μη-γραμμικότητες, όπως ελαστική, πλαστική ανάλυση, ανάλυση 1ης και 2ης τάξης και συνδυασμός τους.

Στο *δεύτερο κεφάλαιο* παρουσιάζεται μία μέθοδος υπολογισμού του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων πολυώροφων μεταλλικών φορέων με άκαμπτους κόμβους, στους οποίους η στροφή των συντρεχόντων μελών είναι ίδια. Για το σκοπό αυτό προτείνεται προσομοίωμα ενός μεμονωμένου υποστυλώματος με δύο στροφικά ελατήρια, ένα στο κάθε άκρο του, που προσομοιώνουν τα συντρέχοντα μέλη στον αντίστοιχο κόμβο και ένα ελατήριο ευθυγράμμου κίνησης στον άνω κόμβο που προσομοιώνει τη συνεισφορά από το σύστημα δυσκαμψίας του πλαισίου. Προτείνονται εύκολες στην χρήση αναλυτικές σχέσεις καθώς και μεγάλος αριθμός νομογραφημάτων για τον υπολογισμό του ισοδύναμου μήκους λυγισμού υποστυλωμάτων με μεταθετή, αμετάθετη και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά. Στη συνέχεια, προτείνονται αναλυτικές σχέσεις μέσω των οποίων εκτιμάται το μέγεθος της στροφικής δυσκαμψίας των μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του υποστυλώματος για όλες τις πιθανές συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο τους λαμβάνοντας υπόψη και την επιρροή της αξονικής δύναμης. Ακόμα γίνεται αναφορά στον υπολογισμό της αντίστασης του ελατηρίου ευθυγράμμου κινήσεως για δύο είδη συστημάτων δυσκαμψίας, ένα με διαγώνιες κεντρικές ράβδους και ένα με αντηρίδες. Τέλος, γίνεται διερεύνηση της δυνατότητας οριζόντιας μετάθεσης μεταλλικών πλαισιακών φορέων και εξάγεται κριτήριο για το χαρακτηρισμό των πλαισίων ως προς την μεταθετότητα τους, ανάλογα με την δυσκαμψία του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης.

Στο *τρίτο κεφάλαιο* παρουσιάζονται παραδείγματα υπολογισμού του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων μονώροφων και πολυώροφων μεταλλικών πλαισίων

με μεταθετή, αμετάθετη και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά σύμφωνα με την μέθοδο που προτάθηκε στο κεφάλαιο 2. Παρουσιάζονται οι λεπτομέρειες του τρόπου εφαρμογής της προτεινόμενης μεθόδου, και μάλιστα δύο παραλλαγών της, της λεγόμενης «σύνθετης μεθόδου», στην οποία λαμβάνεται υπόψη η επιρροή στη συμπεριφορά του προτεινόμενου μέλους όλων των άλλων μελών του πλαισίου, και της λεγόμενης «απλοποιημένης μεθόδου», στην οποία λαμβάνεται υπόψη η επιρροή στη συμπεριφορά του προτεινόμενου μέλους των μελών του πλαισίου, τα οποία ευρίσκονται στα εκατέρωθεν φατνώματα και στον από πάνω και από κάτω όροφο. Κάποια αρχικά παραδείγματα επιβεβαιώνουν την ορθότητα και την ακρίβεια της προτεινόμενης μεθόδου κατόπιν σύγκρισης των λύσεων της με αναλυτικές λύσεις που κάνουν χρήση της μεθόδου γωνιών στροφής. Διαπιστώνεται πρακτικά απόλυτη σύμπτωση της προτεινόμενης μεθόδου και των ακριβών αναλυτικών λύσεων για ένα ευρύ φάσμα τιμών των σχετικών δυσκαμψιών των μελών των εξεταζόμενων πλαισίων. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται συνθετότερα παραδείγματα, στα οποία ως μέτρο σύγκρισης χρησιμοποιούνται αποτελέσματα γραμμικοποιημένων αναλύσεων λυγισμού με λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων, το οποίο προηγουμένως πιστοποιείται μέσω σύγκρισης με αναλυτικές λύσεις. Τα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν την μεγάλη ακρίβεια της προτεινόμενης μεθόδου και εντοπίζουν σημαντικές αποκλίσεις των κανονιστικών διατάξεων του EC3 και του LRFD από τις ορθές λύσεις. Ακόμα παρουσιάζονται αναλυτικές σχέσεις και γραφήματα για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων διώροφων αμετάθετων φορέων που λαμβάνουν υπόψη την επιρροή της κατανομής της αξονικής δύναμης καθ' ύψος του υποστυλώματος.

Στο **τέταρτο κεφάλαιο** παρουσιάζεται η επέκταση της απλοποιημένης προτεινόμενης μεθόδου για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού σε πολυώροφα μεταλλικά πλαίσια με ημι-άκαμπτους κόμβους. Υπολογίζονται και προτείνονται αναλυτικές σχέσεις για την δυσκαμψία των μελών που συνδέονται μέσω ημι-άκαμπτων κόμβων με το υπό εξέταση υποστύλωμα. Γίνεται επιβεβαίωση μέσω παραδειγμάτων, όπου η προτεινόμενη μεθοδολογία δίνει σχεδόν απόλυτη σύγκλιση με τα αποτελέσματα από την ανάλυση λυγισμού με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων που θεωρείται ως μέτρο σύγκρισης μετά την πιστοποίησή της μέσω σύγκρισης με ακριβή αναλυτικά αποτελέσματα σε μεγάλο πλήθος παραδειγμάτων στο κεφάλαιο 3.

Στο **πέμπτο κεφάλαιο** παρουσιάζεται μια εύχρηστη μέθοδος για την αξιολόγηση της σπουδαιότητας της επιρροής 2ης τάξης στην απόκριση μεταλλικών πλαισίων και την εκτίμηση του επαυξητικού συντελεστή α , με τον οποίο πρέπει να πολλαπλασιαστούν τα μεγέθη έντασης και παραμόρφωσης που προκύπτουν από γραμμική ανάλυση για να ληφθούν τα αντίστοιχα ορθότερα μεγέθη, αποφεύγοντας την εκτέλεση μη γραμμικής ανάλυσης. Ο συντελεστής αυτός αποτελεί συγχρόνως ένα κριτήριο για την επιλογή κατάλληλης μεθόδου ανάλυσης και παρέχεται σε μορφή νομογραφημάτων. Τα νομογραφήματα παρέχουν το λόγο των ροπών από μη-γραμμική και γραμμική ανάλυση για ένα ευρύ φάσμα τιμών των αδιαστατοποιημένων δυσκαμψιών των ελατηρίων και για διάφορα είδη και τιμές φορτίων του προτεινόμενου προσομοιώματος και προέκυψαν μετά από παραμετρικές αναλύσεις του συγκεκριμένου προσομοιώματος με λογισμικό που συντάχθηκε χρησιμοποιώντας το ακριβές γεωμετρικό μητρώο και κριτήρια σύγκλισης μετακινήσεων και δυνάμεων επιθυμητού βαθμού συμφωνίας, σε κάθε

επαναληπτικό βήμα της μεθόδου. Στην τελευταία ενότητα του κεφαλαίου παρουσιάζονται παραδείγματα στα οποία εφαρμόζεται η παραπάνω μέθοδος, η οποία οδηγεί σε πολύ καλή συμφωνία με αριθμητικά αποτελέσματα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων.

Στο **έκτο κεφάλαιο** γίνεται μία πρώτη προσέγγιση στο πρόβλημα αλληλεπίδρασης γεωμετρικής μη γραμμικότητας και μη γραμμικότητας υλικού σε μέλη υπό αξονική δύναμη και καμπτική ροπή. Παρουσιάζονται αποτελέσματα παραμετρικών μη γραμμικών αριθμητικών αναλύσεων με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, συνυπολογίζοντας τις ατέλειες λόγω P-Δ και P-δ, όπως ορίζονται κατά τον Ευρωκώδικα 3, του προσομοιώματος υποστυλώματος με δύο στροφικά ελατήρια να προσομοιώνουν την στροφική δέσμευση των συνδεομένων μελών στους ακραίους κόμβους και ελευθερία σχετικής εγκάρσια μετατόπισης, φορτιζόμενου με δύο συγκεντρωμένα φορτία, ένα θλιπτικό και ένα εγκάρσιο στον άνω ακραίο κόμβο του. Λαμβάνεται υπόψη μεγάλο εύρος τιμών των αδιαστατοποιημένων σταθερών των ελατηρίων, καθώς και διάφοροι λόγοι αξονικών προς εγκάρσια φορτία. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με εκείνα που προκύπτουν από τις εξισώσεις αλληλεπίδρασης των κανονιστικών διατάξεων του Ευρωκώδικα 3, και με τις δύο μεθόδους (1 και 2) υπολογισμού των συντελεστών αλληλεπίδρασης. Διερευνάται η ορθότητα χαρακτηρισμού των μελών ως μεταθετών για τον υπολογισμό της λυγηρότητας στην περίπτωση που η σχετική εγκάρσια μετάθεση των άκρων του ελεγχόμενου μέλους δεν δεσμεύεται με κατάλληλες κατασκευαστικές διατάξεις, κατά την εφαρμογή των εξισώσεων αλληλεπίδρασης για τον έλεγχο επάρκειας των μελών υπό θλίψη και κάμψη.

Στο **έβδομο κεφάλαιο** διερευνάται η επιρροή των ατελειών και ιδιαίτερα του προσήμου τους, στην αντοχή πλαισιακών μεταθετών φορέων μορφής Γ. Οι φορείς αυτοί μπορεί να παρουσιάζουν ευσταθή ή ασταθή μεταλυγισμική συμπεριφορά ανάλογα με τη φορά των αρχικών τους ατελειών, και επομένως να έχουν αισθητά διαφορετική φέρουσα ικανότητα. Η φέρουσα ικανότητα των πλαισίων αυτών υπολογίζεται μέσω αριθμητικών αναλύσεων λαμβάνοντας υπόψη και τη μη γραμμική ανελαστική συμπεριφορά του υλικού. Τα αποτελέσματα αυτά συγκρίνονται με τις αντίστοιχες κανονιστικά υπολογιζόμενες αντοχές.

Στο **τελευταίο κεφάλαιο** παρουσιάζεται μία περίληψη της διατριβής και αναφέρονται τα βασικά συμπεράσματα. Τονίζονται τα στοιχεία πρωτοτυπίας της διατριβής και η συμβολή της στην πρόοδο της επιστήμης. Τέλος, εντοπίζονται ενδιαφέροντα συναφή θέματα για μελλοντική έρευνα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2:

ΕΛΑΣΤΙΚΟ ΚΡΙΣΙΜΟ ΦΟΡΤΙΟ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΩΝ ΠΟΛΥΩΡΟΦΩΝ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΠΛΑΙΣΙΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΕΛΑΣΤΙΚΟ ΚΡΙΣΙΜΟ ΦΟΡΤΙΟ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΩΝ ΠΟΛΥΩΡΟΦΩΝ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΠΛΑΙΣΙΩΝ

2.1 Εισαγωγή

Τα υποστυλώματα είναι φέροντα μέλη των κατασκευών που καλούνται να παραλάβουν με ασφάλεια κυρίως καμπτική, διατμητική και αξονική ένταση. Όταν η εσωτερική ένταση που προκαλείται από τα εξωτερικά φορτία υπερβεί την αντοχή τους, τα υποστυλώματα αστοχούν. Η αστοχία πλευρικά εξασφαλισμένων μεταλλικών μελών, όπως έχει αναφερθεί στο πρώτο κεφάλαιο, μπορεί να είναι αποτέλεσμα της επιρροής της μη γραμμικότητας υλικού (διαρροή ή πλαστικοποίηση), της επιρροής της μη γραμμικότητας γεωμετρίας (ελαστικός λυγισμός) ή συνδυασμός της επιρροής των δύο παραπάνω μη γραμμικοτήτων (πλαστικός λυγισμός). Η πλαστικοποίηση οφείλεται στην υπέρβαση της τάσης διαρροής σε κάποια διατομή του υποστυλώματος (κάποιες ίνες έχουν εισέλθει στην πλαστική περιοχή). Ο ελαστικός λυγισμός οφείλεται στην υπέρβαση της τιμής του κρίσιμου φορτίου λυγισμού του μέλους.

Ως κρίσιμο φορτίο λυγισμού ορίζεται το φορτίο το οποίο προκαλεί απότομη μεγάλη αύξηση των παραμορφώσεων της κατασκευής ή ενός μέλους. Το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι ανάλογο με το πηλίκο της καμπτικής αντίστασης του μέλους (EI_c) προς το τετράγωνο του ισοδύναμου μήκους λυγισμού (h'). Το ισοδύναμο μήκος λυγισμού είναι το μήκος μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων καμπής της παραμορφωμένης γεωμετρίας του λυγισμένου μέλους και υπολογίζεται ως το γινόμενο του μήκους του μέλους (h) με ένα συντελεστή που ονομάζεται συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού (K). Το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού υπολογίζεται επομένως από τη σχέση:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_c}{(Kh)^2} \quad (2.1)$$

Οι σύγχρονες κανονιστικές διατάξεις για το σχεδιασμό μεταλλικών κατασκευών λαμβάνουν υπόψη την επιρροή των μη γραμμικοτήτων υλικού και γεωμετρίας στην αντοχή θλιβόμενων μεταλλικών υποστυλωμάτων. Για το σκοπό αυτό η αντοχή ενός μέλους υπό καθαρή θλίψη προκύπτει πολλαπλασιάζοντας το φορτίο που προκαλεί διαρροή με ένα μειωτικό συντελεστή που σχετίζεται με την αστοχία σε λυγισμό. Ο μειωτικός αυτός συντελεστής εξαρτάται από το λόγο του ισοδύναμου μήκους λυγισμού προς την ακτίνα αδράνειας της διατομής του μέλους (λυγηρότητα), καθώς και από τη μορφή της διατομής, τον τρόπο μόρφωσης της, τα πάχη των ελασμάτων που την συνιστούν, τις παραμένουσες τάσεις και τις ατέλειες (εκκεντρότητες φόρτισης, εκτροπή από την ευθυγραμμία κ.λπ.). Ανάλογη διαδικασία εφαρμόζεται και για τον έλεγχο μελών υπό σύνθετες καταπονήσεις, π.χ. θλίψη και κάμψη. Συνεπώς, ο μελετητής μηχανικός γνωρίζοντας το συντελεστή ισοδύναμου μήκους λυγισμού μπορεί εύκολα να υπολογίσει το κρίσιμο φορτίο λυγισμού από την παραπάνω σχέση, καθώς και την αντοχή σε απλές ή σύνθετες καταπονήσεις από τις αντίστοιχες σχέσεις των κανονιστικών διατάξεων.

Ο υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου καμπτικού λυγισμού υποστυλωμάτων επιτυγχάνεται με αναλυτικές ή αριθμητικές μεθόδους επίλυσης. Οι συνηθέστερες αναλυτικές μέθοδοι επίλυσης που χρησιμοποιούνται ευρέως από τους μελετητές μηχανικούς (Chwalla 1954), (Connor 1976), (Pfluger 1978), (Rubin 1982), (Petersen 1982), (Petersen 1988) και προτείνονται από τις κανονιστικές διατάξεις (Eurocode 3 1994), (Load and Resistance Factor Design Specification for structural steel buildings 1999) είναι η μέθοδος του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού (effective length method) και η μέθοδος των ιδεατών φορτίων (notional load method), (Task Committee on Effective Length 1997). Οι μέθοδοι αυτές, για λόγους υπολογιστικής απλούστευσης, βασίζονται σε αρκετές παραδοχές, που σε αρκετές περιπτώσεις μειώνουν την ακρίβεια τους. Βέβαια, η τεράστια ανάπτυξη σε υπολογιστικά συστήματα και σε εξειδικευμένο λογισμικό τα τελευταία χρόνια έδωσε τη δυνατότητα στους μελετητές μηχανικούς να υπολογίζουν τη φέρουσα ικανότητα των κατασκευών, λαμβάνοντας υπόψη και τον κίνδυνο λυγισμού διεξάγοντας γραμμικές και μη-γραμμικές αναλύσεις, όσον αφορά τόσο το υλικό όσο και τη γεωμετρία του φορέα (Chen and White 1995), (White and Hajjar 1997 a, b, c), (Torkamani et al. 1997), (Rubin 1997), (White and Hajjar 2000), (Torkamani and Sonmez 2001), (Kim et al. 2004). Παρόλα αυτά, οι μελετητές μηχανικοί εξακολουθούν να προτιμούν τις αναλυτικές μεθόδους, τουλάχιστον σε επίπεδο προμελέτης, για λόγους ταχύτητας και υπολογιστικής απλότητας.

Στα κανονιστικά κείμενα και στην άλλη σχετική βιβλιογραφία, ο υπολογισμός του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού προτείνεται να γίνεται μέσω σχέσεων και/ή νομογραφημάτων, στα οποία λαμβάνονται υπόψη οι στρωφικές συννοριακές συνθήκες και η τυχόν εγκάρσια μετάθεση των άκρων του υποστυλώματος. Σε πολλές όμως πραγματικές περιπτώσεις η ακρίβεια υπολογισμού αυτού του μήκους είναι περιορισμένη, λόγω της δυσκολίας εκτίμησης των συννοριακών συνθηκών στα άκρα του εξεταζόμενου μέλους. Π.χ., σε συνεχή υποστυλώματα πολυώροφων πλαισίων με πολλά φατνώματα, η ορθή εκτίμηση των συννοριακών συνθηκών προϋποθέτει την αξιολόγηση των δεσμεύσεων που επιβάλλονται στο εξεταζόμενο μέλος από τα άλλα μέλη που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του, επομένως είναι απαραίτητος ο υπολογισμός των στρωφικών δυσκαμψιών των μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους των υπό εξέταση υποστυλωμάτων.

Επίσης, σε κάποιες περιπτώσεις, πηγή αβεβαιότητας κατά τον υπολογισμό του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού είναι η εκτίμηση της εγκάρσιας μετάθεσης των άκρων. Ο Ευρωκώδικας 3 (όπως και άλλες αντίστοιχες προδιαγραφές) διαχωρίζει τα πλαίσια σε μεταθετά και αμετάθετα και αναλόγως προτείνει κατάλληλα διαγράμματα για τον υπολογισμό του μήκους λυγισμού. Στα πρώτα δεν υπάρχει κανένα σύστημα δυσκαμψίας, με συνέπεια την ανεμπόδιστη οριζόντια μετατόπιση του φορέα, ενώ στα δεύτερα θεωρείται ότι το σύστημα δυσκαμψίας εμποδίζει απόλυτα την οριζόντια μετάθεση. Ως σύστημα δυσκαμψίας εννοείται ένα φέρον σύστημα που προσδίδει αντίσταση στην πλευρική μετάθεση της κατασκευής. Τέτοια συστήματα μπορεί να είναι διαγώνιοι μεταλλικοί σύνδεσμοι, τοιχώματα από οπλισμένο σκυρόδεμα κ.λπ. Η διάκριση αυτή όμως δεν είναι πάντοτε απολύτως σωστή, μια και σε κάποιες περιπτώσεις τα πλαίσια μπορεί να χαρακτηρίζονται από μία μερικώς μεταθετή συμπεριφορά. Μερικώς μεταθετή χαρακτηρίζεται η συμπεριφορά ενός φορέα εφοδιασμένου μεν με σύστημα δυσκαμψίας, το οποίο όμως του δεν είναι επαρκώς δύσκαμπτο για να το καταστήσει πλήρως αμετάθετο,

οπότε κατά το λυγισμό του το πλαίσιο υφίσταται κάποιες οριζόντιες μετατοπίσεις. Τα μεταθετά και αμετάθετα πλαίσια είναι οι ακραίες κατηγορίες της γενικότερης κατηγορίας των μερικώς μεταθετών πλαισίων. Η μείωση του βαθμού μεταθετότητας συνεπάγεται μείωση του ισοδύναμου μήκους λυγισμού και κατ' επέκταση αύξηση της αντοχής σε λυγισμό του υποστυλώματος (Kounadis et al. 1977a, Kounadis and Economou 1984, Kounadis 1988). Ο Ευρωκώδικας 3 λαμβάνει εμμέσως υπόψη τη δυσκαμψία του συστήματος παρεμπόδισης της οριζόντιας μετάθεσης, χαρακτηρίζοντας ένα πλαίσιο ως αμετάθετο εάν το σύστημα δυσκαμψίας του μειώνει την οριζόντια μετακίνηση τουλάχιστον κατά 80% έναντι της μετακίνησης του πλαισίου χωρίς σύστημα δυσκαμψίας και ως μεταθετό στην αντίθετη περίπτωση. Το κριτήριο όμως αυτό σε αρκετές περιπτώσεις δεν οδηγεί σε ορθά αποτελέσματα, όπως θα δειχθεί στη συνέχεια.

Όπως προαναφέρθηκε, η σχετική βιβλιογραφία καθώς και οι κανονιστικές διατάξεις δίνουν το ισοδύναμο μήκος λυγισμού Kl υποστυλωμάτων σε μεταθετά ή αμετάθετα πλαίσια μέσω νομογραφημάτων ή αναλυτικών σχέσεων συναρτήσεων των συνοριακών συνθηκών. Πέραν της περίπτωσης των μερικώς μεταθετών πλαισίων, η κύρια αιτία της έλλειψης ακρίβειας στην παραπάνω διαδικασία έγκειται στην δυσχέρεια ακριβούς υπολογισμού των στροφικών συνοριακών συνθηκών στα άκρα του υποστυλώματος. Αυτές οι συνθήκες εξαρτώνται από τις δεσμεύσεις που επιβάλλουν στις στροφές των ακραίων κόμβων του υπό εξέταση υποστυλώματος τα άλλα μέλη που συντρέχουν σε αυτούς τους κόμβους. Οι δεσμεύσεις αυτές, με τη σειρά τους, εξαρτώνται από τη διατομή και το μήκος κάθε συντρέχοντος μέλους, αλλά και από τον τρόπο στήριξης αυτού του μέλους στο άλλο άκρο του, καθώς και από την εφελκυστική ή θλιπτική αξονική δύναμη που τυχόν αναπτύσσεται σε αυτό. Οι κανονιστικές διατάξεις του Load and Resistance Factor Design Specification for structural steel buildings (LRFD 1999) δεν κάνουν αναφορά στην επίδραση των στροφικών δυσκαμψιών των μελών που συντρέχουν στα άκρα του υπό εξέταση υποστυλώματος ούτε και στην επιρροή της αξονικής τους δύναμης. Το παράρτημα E της προηγούμενης έκδοσης του Ευρωκώδικα 3 (ENV 1993-1-1:1992) είναι περισσότερο λεπτομερές, όσον αφορά τις στροφικές δυσκαμψίες των μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του υποστυλώματος, αλλά παραλείπει αρκετές περιπτώσεις που συναντώνται στην πράξη, των οποίων η επίδραση αποδεικνύεται ότι είναι σημαντική στον υπολογισμό του φορτίου λυγισμού.

Με το πρόβλημα αυτό έχουν ασχοληθεί πολλοί ερευνητές. Η εργασία του Wood (1974 a, b, c) αποτελεί την θεωρητική βάση του ΕΚ3. Ο Cheong-Siat-Moy (1986) διερεύνησε το ισοδύναμο μήκος λυγισμού υποστυλωμάτων που αποτελούν μέλη πλαισιακών φορέων και επισήμανε ότι η αντοχή μελών σε λυγισμό εξαρτάται όχι μόνο από τις συνοριακές τους συνθήκες αλλά και από την αλληλεπίδραση των άλλων μελών του φορέα. Οι Bridge and Fraser (1987) προτείνουν μία επαναληπτική διαδικασία για τον υπολογισμό του ισοδύναμου μήκους λυγισμού, λαμβάνοντας υπόψη την επίδραση την αξονικής δύναμης στα μέλη που προσδίδουν δυσκαμψία στο υπό εξέταση υποστυλώμα. Στην εργασία του Cheong-Siat-Moy (1991) για τον υπολογισμό της αντοχής σε λυγισμό υποστυλωμάτων που αποτελούν μέλη πλαισίων προτείνεται μέθοδος με ιδεατό εγκάρσιο φορτίο. Ο Aristizabal-Ochoa (1994a, b) προτείνει αναλυτικές σχέσεις για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων που ανήκουν σε *αμετάθετα, μεταθετά και μερικώς μεταθετά πλαίσια*. Ακόμα διερεύνησε την επίδραση αξονικού κατανεμημένου

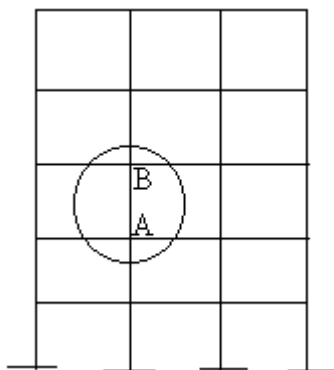
φορτίου στον υπολογισμό του συντελεστή ισοδυνάμου μήκους λυγισμού μελών σε μεταθετά και μερικώς μεταθετά πλαίσια (Aristizabal-Ochoa 1994c). Οι Hellesland and Bjorhovde (1996a) προτείνουν ένα συντελεστή δέσμευσης, λαμβάνοντας υπόψη την οριζόντια και κατακόρυφη αλληλεπίδραση των μελών στην ευστάθεια του φορέα. Προτείνουν μία μέθοδο υπολογισμού του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού σε περιπτώσεις που συναντώνται αλλαγές στην δυσκαμψία υποστυλωμάτων ή δοκών, όπως στον πρώτο και τελευταίο όροφο αμετάθετων πλαισίων (Hellesland and Bjorhovde 1996b). Οι Kishi et al. (1997) προτείνουν μία αναλυτική έκφραση για τον υπολογισμό του ισοδυνάμου μήκους για μέλη σε μεταθετά πλαίσια με ημι-άκαμπτους κόμβους. Ο Essa (1997) προτείνει μία μέθοδο υπολογισμού του συντελεστή ισοδυνάμου μήκους λυγισμού για υποστυλώματα μεταθετών πλαισίων με διαφορετικές οριζόντιες μετατοπίσεις ανά όροφο. Ο Cheong-Siat-Moy (1997b) διερευνά την επίδραση στην ευστάθεια υποστυλωμάτων σε πλαισιακούς φορείς. Ακόμα διερευνά τη συμπεριφορά υποστυλωμάτων αμετάθετων πλαισίων (Cheong-Siat-Moy 1997a). Ο Aristizabal-Ochoa (1997a) ερευνά την επίδραση στην αστοχία από λυγισμό της κατανομής των φορτίων και της ασυμμετρίας στην γεωμετρία των μελών. Προτείνει μία χρήσιμη σχέση για τον υπολογισμό της αντίστασης σε μετάθεση ώστε το πλαίσιο να θεωρηθεί ως αμετάθετο. Ακόμα διερευνά τη συμπεριφορά υποστυλωμάτων με ημι-άκαμπτες συνδέσεις υπό φορτία που προέρχονται από καλώδια ή φορτία τα οποία εφαρμόζονται μέσω άκαμπτων συνδέσμων (Aristizabal-Ochoa 1997b). Στη συνέχεια εξετάζει την επίδραση των ημι-άκαμπτων συνδέσεων και του ομοιόμορφου αξονικού φορτίου στο λυγισμό (Aristizabal-Ochoa 2001). Στην εργασία του Cheong-Siat-Moy (1999) προτείνεται μία γενική αναλυτική σχέση για τον υπολογισμό της αντοχής σε λυγισμό υποστυλωμάτων με εγκάρσια δέσμευση και δυσκαμψία που μπορεί να μεταβάλλεται από μείον άπειρο σε συν άπειρο. Οι Karamanos and Zissopoulou (2002) συγκρίνουν τις κανονιστικές διατάξεις του ΕΚ3 και LRFD για λυγισμό μεταθετών πλαισίων. Ο Aristizabal-Ochoa (2002) διερευνά τη συμπεριφορά τρισδιάστατων φορέων υπό φορτία βαρύτητας και προτείνει αναλυτικούς τύπους για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού σε πλαίσια. Επίσης, διερευνά την επίδραση του προσανατολισμού της διατομής των υποστυλωμάτων σε τρισδιάστατους αμετάθετους, μεταθετούς (μετακίνηση και στροφή) και μερικώς μεταθετούς φορείς με ημι-άκαμπτους κόμβους (Aristizabal-Ochoa 2003).

Πάντως, οι παραπάνω εργασίες δεν εξετάζουν την επίδραση στις στροφικές δυσκαμψίες των μελών που συντρέχουν στον άνω και κάτω κόμβο του υπό εξέταση υποστυλώματος, των συνοριακών συνθηκών στα απέναντι άκρα των μελών αυτών, καθώς και την επιρροή των αξονικών τους δυνάμεων. Αυτή η επίδραση διερευνάται σε αυτό το κεφάλαιο για διάφορα επίπεδα δέσμευσης της οριζόντιας μετάθεσης του πλαισίου. Αρχικά προτείνονται εύκολες στην χρήση αναλυτικές σχέσεις, νομογραφήματα και πίνακες για τον υπολογισμό του συντελεστή ισοδυνάμου μήκους λυγισμού για αμετάθετους, μεταθετούς και μερικώς μεταθετούς πλαισιακούς φορείς. Στη συνέχεια, προτείνονται αναλυτικοί τύποι για τον υπολογισμό των στροφικών δυσκαμψιών μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους των συνεχών υποστυλωμάτων, με όλες τις πιθανές συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο, λαμβάνοντας υπόψη και την πιθανή παρουσία αξονικής δύναμης σε αυτά τα μέλη. Όπως θα δειχθεί στο επόμενο κεφάλαιο 3, τα αποτελέσματα από την προτεινόμενη διαδικασία βρίσκονται σε πολύ καλή σύγκλιση με αυτά από ακριβείς λύσεις με την αναλυτική μέθοδο γωνιών στροφής, καθώς και με αναλύσεις με την μέθοδο των

πεπερασμένων στοιχείων, ενώ αυτά των κανονισμών σχεδιασμού μεταλλικών έργων (ΕΚ 3 και LRFD) οδηγούν, ενίοτε, σε σημαντικές αποκλίσεις.

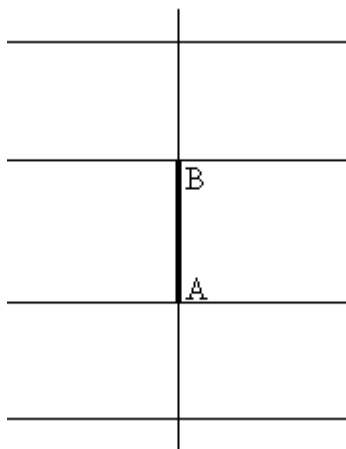
2.2 Απλοποιητικό προσομοίωμα υποστυλώματος πλαισίου

Τα υποστυλώματα σε πλαισιακούς φορείς δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν ως μεμονωμένα, αφού αποτελούν αναπόσπαστο τμήμα των πλαισίων και αλληλεπιδρούν με τα υπόλοιπα μέλη. Για κάθε υποστυλόμενο ενός μονώροφου ή πολυώροφου πλαισίου, τα υποστυλώματα και οι δοκοί του ορόφου στον οποίον ανήκει το υποστυλόμενο, καθώς και των υπερκείμενων και υποκείμενων ορόφων προσδίδουν στα άκρα του στρωφική δέσμευση. Συνεπώς, ο υπολογισμός του μήκους λυγισμού υποστυλωμάτων πολυώροφων πλαισίων απαιτεί να εκτιμηθούν οι συνοριακές συνθήκες του υποστυλώματος, αφού πρώτα υπολογιστούν οι στρωφικές δυσκαμψίες των μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του.



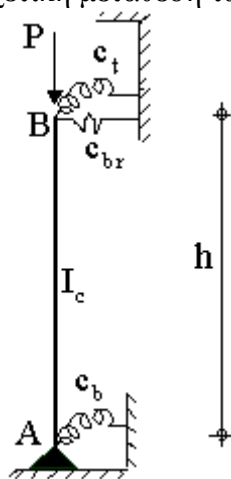
Σχήμα 2.1 Μεταλλικό πλαίσιο

Ο αντικειμενικός σκοπός αυτού και των επόμενων κεφαλαίων αυτής της εργασίας είναι να συμβάλει στη **βελτίωση** της **ακρίβειας** της μεθόδου του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού για τον υπολογισμό του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων πολυώροφων φορέων. Η κύρια αιτία για την μειωμένη, σε κάποιες περιπτώσεις, ακρίβεια της μεθόδου είναι ότι θεωρεί τα υποστυλώματα πολυώροφων πλαισίων ως μεμονωμένα και λαμβάνει υπόψη προσεγγιστικά τη συμβολή των υπόλοιπων μελών του φορέα στον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού. Το πρόβλημα έγκειται στο πως από το υποστυλόμενο ΑΒ του σχήματος 2.1 και 2.2 θα μεταπηδήσουμε σε ένα όσο το δυνατό πιο απλό προσομοίωμα (σχήμα 2.3) που να λαμβάνει υπόψη με αξιόπιστο τρόπο τη συνεισφορά από τα υπόλοιπα μέλη της κατασκευής.



Σχήμα 2.2 Λεπτομέρεια υποστυλώματος AB του πλαισίου του σχήματος 2.1

Τα μέλη (δοκοί ή υποστυλώματα) που συντρέχουν στον άνω ή κάτω κόμβο του υποστυλώματος προσδίδουν σε αυτό στροφική δυσκαμψία, συγχρόνως όμως συμβάλλουν (άμεσα ή έμμεσα) στην αντίσταση σε σχετική μετάθεση των άκρων κάθε μέλους (Kounadis 1981). Ως στροφική δυσκαμψία ορίζεται ο λόγος της αναπτυσσόμενης ροπής προς την αντίστοιχη στροφή που αυτή προκαλεί. Συνεπώς, για την περιγραφή της συμπεριφοράς του υποστυλώματος AB του σχήματος 2.2 προτείνεται στην παρούσα διατριβή να χρησιμοποιηθεί το προσομοίωμα του σχήματος 2.3 δηλαδή το προσομοίωμα ενός μεμονωμένου υποστυλώματος με δύο στροφικά ελατήρια, ένα στο κάθε άκρο του, που προσομοιώνουν την στροφική δέσμευση που προσδίδουν τα συντρέχοντα μέλη στον αντίστοιχο κόμβο και ένα ελατήριο ευθυγράμμου κινήσεως στον άνω (ή κάτω) κόμβο που προσομοιώνει την αντίσταση στη σχετική μετάθεση των δύο άκρων.



Σχήμα 2.3 Προσομοίωμα υποστυλώματος πλαισίου

Η στροφική δυσκαμψία των ελατηρίων στη βάση και την κορυφή, c_b και c_t αντίστοιχα, δίνεται από την ακόλουθη σχέση (2.2), αθροίζοντας την συμβολή των στροφικών δυσκαμψιών των μελών που συντρέχουν στον πάνω και κάτω κόμβο του υπό εξέταση υποστυλώματος.

$$c_b = \sum_i c_{b,i}, \quad c_t = \sum_j c_{t,j} \quad (2.2)$$

όπου:

c_b, c_t : στροφική δυσκαμψία ελατηρίων του κάτω και του άνω κόμβου του υποστυλώματος αντιστοίχως

$c_{b,i}, c_{t,j}$: στροφική δυσκαμψία μέλους j που συντρέχει στον κάτω ή άνω κόμβο, υπολογιζόμενη σύμφωνα με τις σχέσεις που εξάγονται στις επόμενες ενότητες, λαμβάνοντας υπόψη τις συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο του συνδεόμενου μέλους, καθώς και την αξονική του δύναμη.

Το ελατήριο ευθυγράμμου κινήσεως προσομοιώνει την αντίσταση στη σχετική μετάθεση των δύο άκρων του υποστυλώματος, που προέρχεται από σύστημα παρεμπόδισης αυτής ή από την επαφή με άλλες κατασκευές. Ο συντελεστής δυσκαμψίας c_{br} , για οριζόντια μετατόπιση, ορίζεται ως ο λόγος της δύναμης προς την αντίστοιχη μετατόπιση. Το πλαίσιο θεωρείται ως αμετάθετο, εάν η αντίσταση c_{br} είναι μεγάλη ($c_{br} \rightarrow \infty$), ενώ μεταθετό εάν είναι πολύ μικρή ($c_{br} \simeq 0$).

2.3 Μέθοδοι ανάλυσης πλαισίων για τον υπολογισμό του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού

2.3.1 Διαφορική εξίσωση λυγισμού

Κύριο χαρακτηριστικό της ανάλυσης σε *ευστάθεια ή λυγισμό* ενός φορέα, γνωστής και ως *στατική ανάλυση 2^{ης} τάξης*, είναι ότι οι εξισώσεις ισορροπίας λαμβάνονται στην παραμορφωμένη κατάσταση, αντίθετα με ότι συνέβαινε στην κλασσική στατική ανάλυση 1^{ης} τάξης. Για μια δοκό (ανεξάρτητα από τον τρόπο στήριξης στα άκρα) με σταθερή διατομή, υλικό γραμμικά ελαστικό, υπό αξονικό φορτίο P και εγκάρσιο καταναμεμένο φορτίο $q(x)$, η διαφορική εξίσωση λυγισμού γράφεται στην μορφή (Timoshenko and Gere 1961, Κουνάδης 1997):

$$EI \frac{d^4 w(x)}{dx^4} + P \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = q(x) \quad (2.3)$$

ή

$$EI w''''(x) + P w''(x) = q(x) \quad (2.4)$$

Αυτή είναι μία *μη ομογενής συνήθης διαφορική εξίσωση 4^{ης} τάξης* με σταθερούς συντελεστές. Αν η εγκάρσια φόρτιση είναι μηδέν, $q(x)=0$, τότε η διαφορική εξίσωση λυγισμού γράφεται:

$$EI w''''(x) + P w''(x) = 0 \quad (2.5)$$

ή

$$w'''(x) + k^2 w'' = 0 \quad (2.6)$$

όπου:

$$k^2 = \frac{P}{EI} \quad (2.7)$$

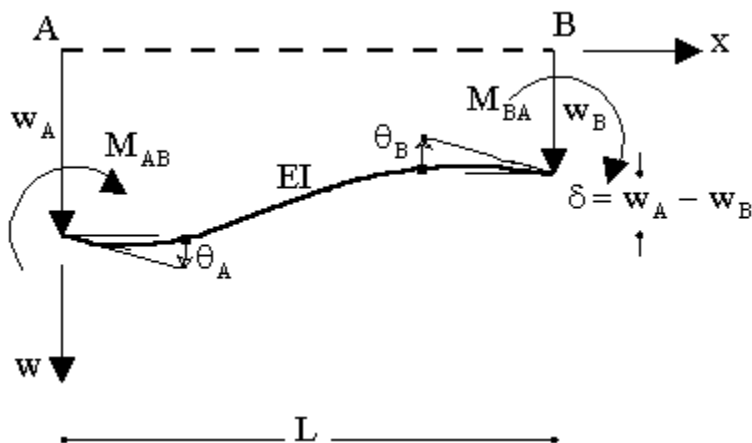
Η εξίσωση αυτή είναι *ομογενής*. Η δύναμη P της σχέσης (2.7) που αντιστοιχεί σε μη τετριμμένη λύση είναι ίση με το μικρότερο φορτίο λυγισμού P_{cr} , διότι για $P < P_{cr}$ η δοκός παραμένει ευθύγραμμη, δηλαδή $w(x)=0$. Για μέλος υπό αξονική θλίψη η λύση της διαφορικής εξίσωσης λυγισμού δίνεται από τη σχέση:

$$w(x) = A \sin kx + B \cos kx + \Gamma x + \Delta \quad (2.8)$$

Όπου A , B , Γ και Δ τέσσερις σταθερές ολοκλήρωσης προσδιοριζόμενες από ισάριθμες συνοριακές συνθήκες στήριξης.

2.3.2 Μέθοδος γωνιών-στροφής

Η μέθοδος γωνιών στροφής (Livesley and Chandler 1956, Κουνάδης 1997), ή γενικότερα μέθοδος των μετατοπίσεων λαμβάνοντας υπόψη την επιρροή της αξονικής έντασης, εισήχθη πρώτα από τους Winter, Hsu και Koo Loh. Στην μέθοδο αυτή διατυπώνονται σχέσεις που συνδέουν τις ροπές στα άκρα μιας ράβδου με τις γωνίες στροφής σε κάθε άκρο και την σχετική εγκάρσια μετατόπιση των άκρων (Ermopoulos 1988, Ερμόπουλος 1996).



Σχήμα 2.4 Απαραμόρφωτη (διακεκομμένη γραμμή) και παραμορφωμένη (συνεχής γραμμή) κατάσταση μέλους AB, και θετική σύμβαση της μεθόδου γωνιών-στροφής

Για ράβδο χωρίς αξονική δύναμη οι εξισώσεις γωνιών στροφής (Κουνάδης 1997) γράφονται:

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} \left(2\theta_A + \theta_B + \frac{3\delta}{L} \right) \quad (2.9)$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} \left(2\theta_B + \theta_A + \frac{3\delta}{L} \right) \quad (2.10)$$

Όμοια για ράβδο θλιβόμενη αξονικά με δύναμη P (Κουνάδης 1997):

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} \left[a_n \theta_A + a_f \theta_B + (a_n + a_f) \frac{\delta}{L} \right] \quad (2.11)$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} \left[a_f \theta_A + a_n \theta_B + (a_n + a_f) \frac{\delta}{L} \right] \quad (2.12)$$

$$a_n = \frac{\Phi_n}{2(\Phi_n^2 - \Phi_f^2)}, \quad a_f = \frac{\Phi_f}{2(\Phi_n^2 - \Phi_f^2)} \quad (2.13)$$

$$\Phi_n = \frac{1 - kL \cot kL}{k^2 L^2}, \quad \Phi_f = \frac{1}{k^2 L^2} \left(\frac{kL}{\sin kL} - 1 \right) \quad (2.14)$$

όπου:

$$k^2 = \frac{P}{EI} \quad (2.15)$$

Για αξονικά εφελκυσόμενη ράβδο (Κουνάδης 1997) οι εξισώσεις είναι οι ίδιες με αυτές για την θλιβόμενη ράβδο, με διαφορά στους συντελεστές Φ_n , Φ_f , οι οποίοι ορίζονται ως:

$$\Phi_n = \frac{kL \coth kL - 1}{k^2 L^2}, \quad \Phi_f = \frac{1}{k^2 L^2} \left(1 - \frac{kL}{\sinh kL} \right) \quad (2.16)$$

Στην περίπτωση ράβδου AB με αξονικό φορτίο και για κατανεμημένο εγκάρσιο φορτίο όπως στο σχήμα 2.5, οι εξισώσεις γωνιών στροφής γράφονται (Κουνάδης 1997):

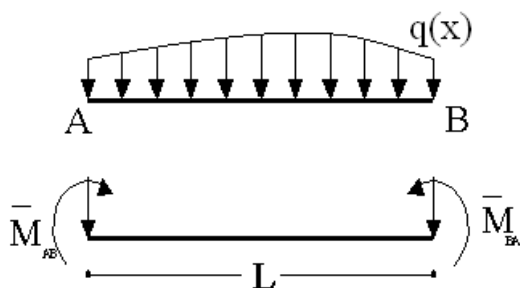
$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} \left(a_n \theta_A + a_f \theta_B + (a_n + a_f) \frac{\delta}{L} \right) + \bar{M}_{AB} \quad (2.17)$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} \left(a_n \theta_B + a_f \theta_A + (a_n + a_f) \frac{\delta}{L} \right) + \bar{M}_{BA} \quad (2.18)$$

όπου $\bar{M}_{AB}$, $\bar{M}_{BA}$ οι ισοδύναμες ροπές στα άκρα A και B λόγω εγκάρσιας φόρτισης που ακολουθούν τη σύμβαση προσήμου ροπών της μεθόδου γωνιών στροφής, οι οποίες π.χ. για ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο q είναι:

$$\bar{M}_{AB} = + \frac{qL^2}{12} \quad (2.19)$$

$$\bar{M}_{BA} = - \frac{qL^2}{12} \quad (2.20)$$

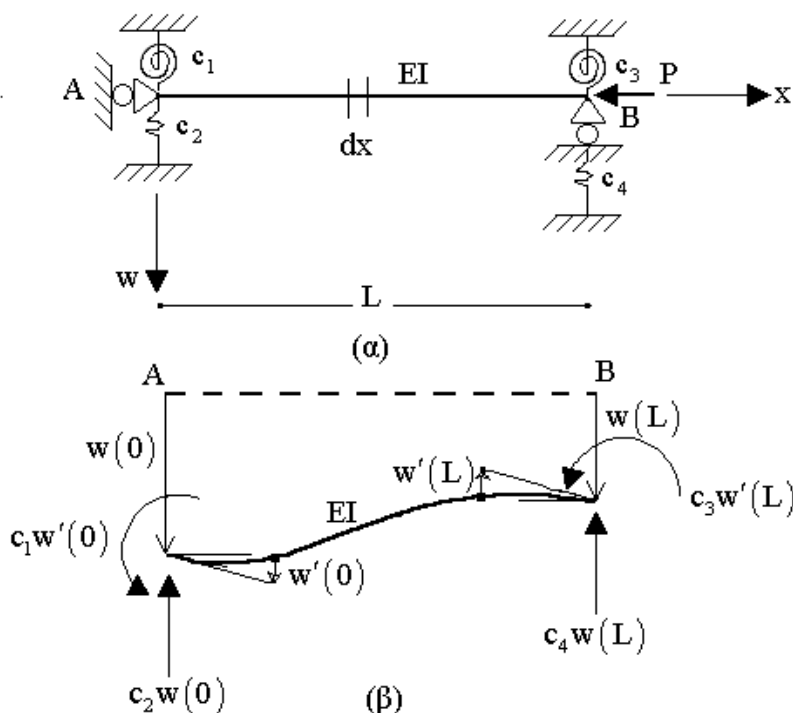


Σχήμα 2.5 Μέλος με εγκάρσιο κατανεμημένο φορτίο

2.3.3 Μέθοδος ορίζουσας ευστάθειας

Θεωρούμε την αξονικά θλιβόμενη ευθύγραμμη ράβδο σταθερής διατομής AB του σχήματος 2.6, η οποία στηρίζεται σε κάθε άκρο της σε ένα εγκάρσιο ελατήριο μετάθεσης και σε ένα στροφικό γραμμικά ελαστικό ελατήριο. Ο υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου λυγισμού μπορεί επίσης να γίνεται με επίλυση της ορίζουσας ευστάθειας (Κουνάδης 1997).

$$\begin{vmatrix}
 k & \frac{k^2}{c_1^*} & 1 \\
 \frac{k^2}{c_3^*} \sin kL - k \cos kL & \frac{k^2}{c_3^*} \cos kL + k \sin kL & -1 \\
 \sin kL & \cos kL - 1 & L - \frac{k^2}{c_4^*} - \frac{k^2}{c_2^*}
 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.21)$$



Σχήμα 2.6 Αξονικά θλιβόμενη ράβδος επί ελαστικών στηρίξεων α) απαραμόρφωτη και β) παραμορφωμένη γεωμετρία

Αναπτύσσοντας την ορίζουσα αυτή, μετά από κάποια επεξεργασία, βρίσκουμε την παρακάτω εξίσωση λυγισμού:

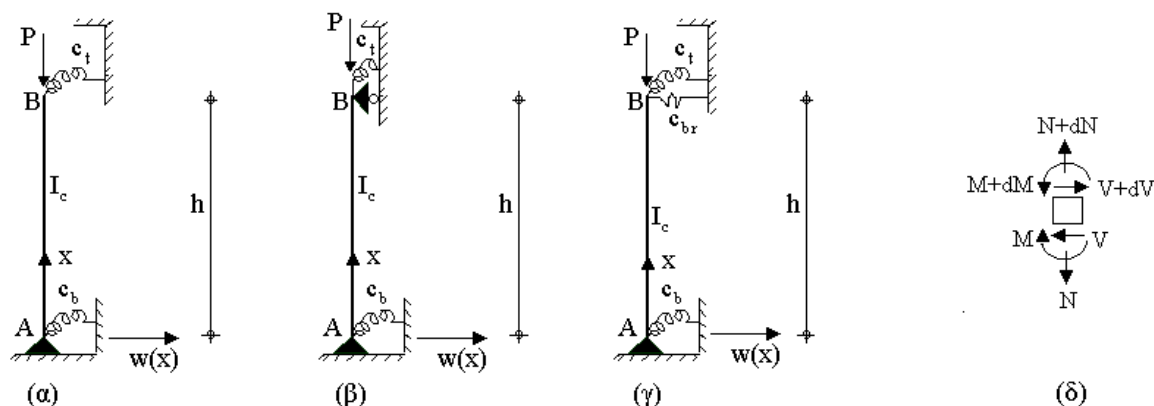
$$2(\cos kL - 1) - k \left(\frac{1}{c_1^*} + \frac{1}{c_3^*} \right) \sin kL + \left(L - \frac{k^2}{c_2^*} - \frac{k^2}{c_4^*} \right) \left[k^2 \left(\frac{1}{c_1^*} + \frac{1}{c_3^*} \right) \cos kL + k \left(1 - \frac{k^2}{c_1^* c_3^*} \right) \sin kL \right] = 0 \quad (2.22)$$

Η ύπαρξη μη μηδενικής λύσης ως προς k σημαίνει ότι είναι δυνατή η ισορροπία στην παραμορφωμένη κατάσταση. Η εξίσωση (2.22) είναι μια υπερβατική εξίσωση ως προς k με άπειρο αριθμό θετικών ριζών. Η μικρότερη ρίζα αντιστοιχεί στο κρίσιμο φορτίο λυγισμού που μας ενδιαφέρει από πρακτική άποψη. Είναι φανερό ότι η παραπάνω εξίσωση λυγισμού περιλαμβάνει όλες τις δυνατές μορφές στηρίξεων μιας αξονικά θλιβόμενης ράβδου, οι οποίες μπορεί να πραγματοποιηθούν μέσω κατάλληλων τιμών των σταθερών των ελατηρίων.

2.4 Υπολογισμός ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού απλοποιητικού προσομοιώματος

Όπως προαναφέρθηκε, το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού πολυώροφων μεταλλικών πλαισίων υπολογίζεται βάσει του τύπου του Euler. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού εξαρτάται

από τις συντομικές συνθήκες του υπό εξέταση υποστυλώματος, καθώς και από την δυνατότητα πλευρικής μετάθεσης του πλαισίου και κατ' επέκταση του ίδιου του υποστυλώματος. Ενώ οι κανονιστικές διατάξεις (Eurocode 3 1994 και Load and Resistance Factor Design Specification for structural steel buildings 1999) λαμβάνουν υπόψη τις δύο ακραίες συνθήκες μετάθεσης του φορέα (μεταθετά, αμετάθετα πλαίσια), η συμπεριφορά κάποιων μεταλλικών κατασκευών ενδέχεται να είναι μερικώς μεταθετή. Μερικώς μεταθετή χαρακτηρίζεται η συμπεριφορά του φορέα, όταν το σύστημα δυσκαμψίας του δεν είναι επαρκώς δύσκαμπτο για να το καταστήσει πλήρως αμετάθετο, οπότε κατά το λυγισμό του το πλαίσιο υφίσταται κάποιες οριζόντιες μετατοπίσεις. Τα μεταθετά και αμετάθετα πλαίσια είναι οι ακραίες κατηγορίες της γενικότερης κατηγορίας των μερικώς μεταθετών πλαισίων. Στα πρώτα δεν υπάρχει κάποιο σύστημα δυσκαμψίας με συνέπεια την ανεμπόδιστη οριζόντια μετατόπιση του φορέα, ενώ στα δεύτερα το σύστημα δυσκαμψίας εμποδίζει πρακτικά απόλυτα την οριζόντια μετάθεση. Στην παρούσα ενότητα χρησιμοποιείται το απλοποιητικό προσομοίωμα του σχήματος 2.3, το οποίο για τις τρεις περιπτώσεις πλευρικής μεταθετότητας διαμορφώνεται όπως φαίνεται στο σχήμα 2.7. Με χρήση των μεθόδων που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 2.3 εξάγονται εύκολες στην χρήση αναλυτικές σχέσεις καθώς και πίνακες και νομογραφήματα για τον υπολογισμό του συντελεστή ισοδύναμου μήκους λυγισμού συνεχών υποστυλωμάτων που ανήκουν σε μεταθετούς, αμετάθετους και μερικώς μεταθετούς πλαισιακούς φορείς (Mageirou and Gantes 2004).



Σχήμα 2.7 Προσομοιώματα υποστυλωμάτων (α) μεταθετών, (β) αμετάθετων και (γ) μερικώς μεταθετών πλαισίων καθώς και (δ) θετική σύμβαση εντατικών μεγεθών

Ορίζονται οι συντελεστές κατανομής (z_b , z_t) που προκύπτουν από την αδιαστατοποίηση της στρεφικής δυσκαμψίας του ακραίου κάτω ή πάνω κόμβου (c_b και c_t) του υποστυλώματος ως προς την δυσκαμψία του υποστυλώματος c_c :

$$z_b = \frac{c_c}{c_c + c_b}, \quad z_t = \frac{c_c}{c_c + c_t} \quad (2.23)$$

Οι στρεφικές δυσκαμψίες του κάτω και πάνω κόμβου του υποστυλώματος (c_b και c_t) υπολογίζονται βάσει του τύπου (2.2), ενώ η καμπτική δυσκαμψία του υποστυλώματος c_c ορίζεται ως:

$$c_c = \frac{4EI_c}{h} \quad (2.24)$$

2.4.1 Μεταθετά πλαίσια

Θεωρώντας το υποστύλωμα 2.7 (α) που προκύπτει από το προσομοίωμα του σχήματος 2.3, αμελώντας το ελατήριο ευθυγράμμου κινήσεως και συμβολίζοντας με w την εγκάρσια μετατόπιση και με x την παραγωγή ως προς την διαμήκη συντεταγμένη x , και χρησιμοποιώντας την θετική σύμβαση του σχήματος 2.7 (δ), η ισορροπία στην παραμορφωμένη γεωμετρία αυτού του υποστυλώματος περιγράφεται από την γνωστή διαφορική εξίσωση:

$$w'''(x) + k^2 w''(x) = 0 \quad (2.25)$$

όπου:

$$k = \sqrt{\frac{P}{EI_c}} = \frac{\pi}{Kh} \quad (2.26)$$

Η γενική λύση της παραπάνω διαφορικής εξίσωσης δίνεται από τη σχέση:

$$w(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx) + Cx + D \quad (2.27)$$

Οι σταθερές ολοκλήρωσης A, B, C, D υπολογίζονται από τις συνοριακές συνθήκες στα άκρα του υποστυλώματος:

Εγκάρσια μετακίνηση στο κάτω άκρο:

$$w(0) = 0 \quad (2.28)$$

Ισορροπία ροπών στον κάτω κόμβο:

$$-EI_c w''(0) = -c_b w'(0) \quad (2.29)$$

Ισορροπία ροπών στον πάνω κόμβο:

$$-EI_c w''(h) = c_t w'(h) \quad (2.30)$$

Ισορροπία οριζόντιων δυνάμεων στον πάνω κόμβο:

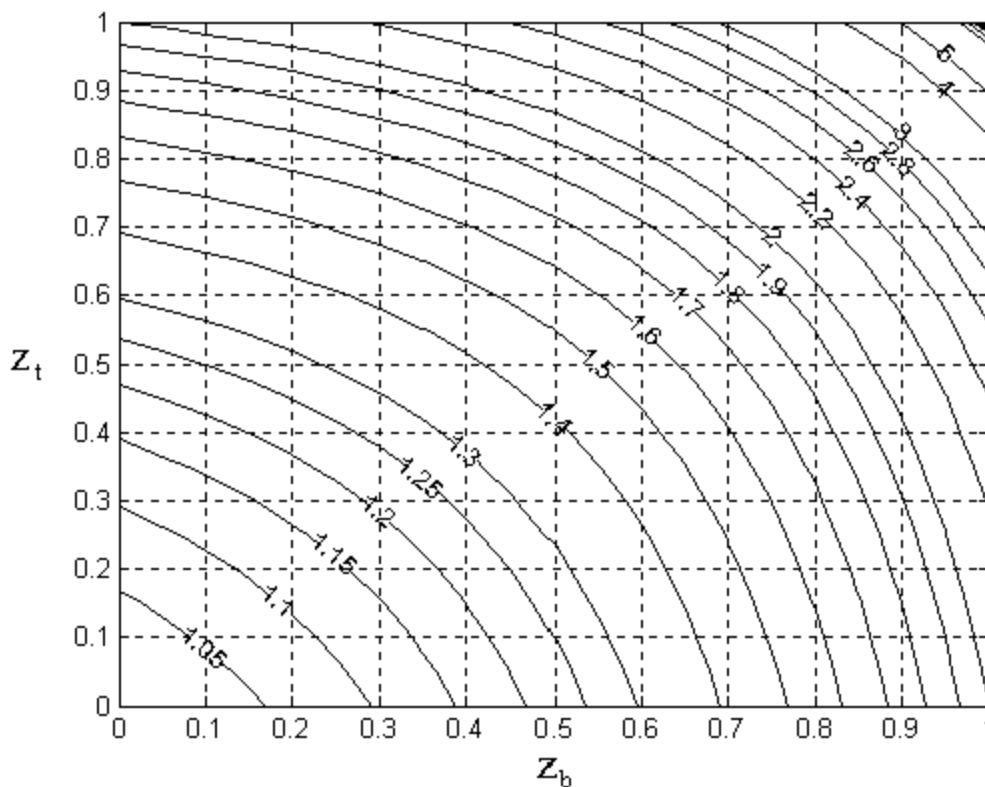
$$-EI_c w'''(h) - Pw'(h) = 0 \quad (2.31)$$

Οι παραπάνω τέσσερις εξισώσεις έχουν μη τετριμμένη λύση εάν η ορίζουσα των συντελεστών των αγνώστων A, B, C , και D είναι μηδενική. Αυτό το κριτήριο οδηγεί στην εξίσωση λυγισμού για τον υπολογισμό του συντελεστή ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K .

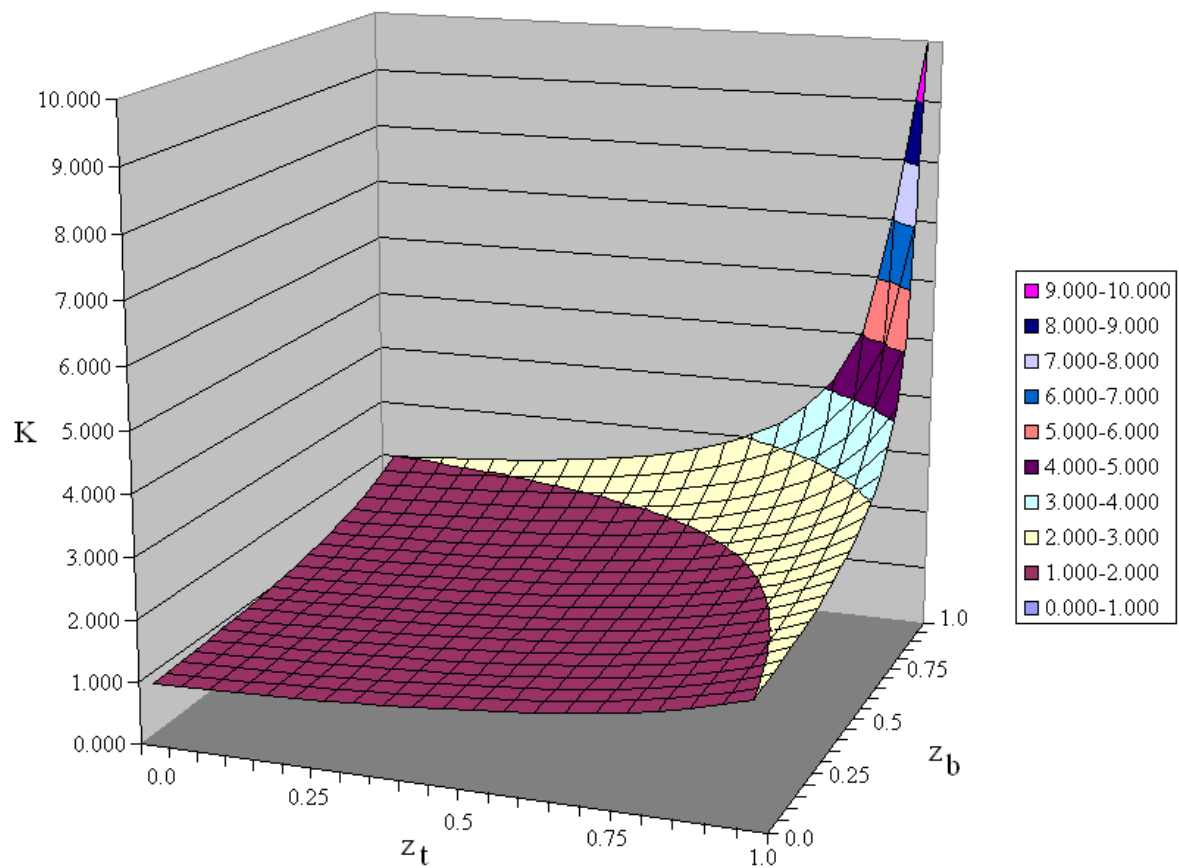
$$4 \left[z_t (2z_b - 1) - z_b \right] \frac{\pi}{K} \cos\left(\frac{\pi}{K}\right) + \left[z_t z_b \left(\frac{\pi}{K}\right)^2 - 16(z_t - 1)(z_b - 1) \right] \sin\left(\frac{\pi}{K}\right) = 0 \quad (2.32)$$

Στην εξίσωση (2.32) μπορούμε να καταλήξουμε και με τη μέθοδο της ορίζουσας ευστάθειας, θέτοντας $c_1 = c_t$, $c_2 = 0$, $c_3 = c_b$, $c_4 = \infty$ οπότε και $c_1^* = c_t^*$, $c_2^* = 0$, $c_3^* = c_b^*$, $c_4^* = \infty$.

Η εξίσωση (2.32) μπορεί να λυθεί αριθμητικά ως προς το συντελεστή του ισοδύναμου μήκους λυγισμού K , ο οποίος στη συνέχεια αντικαθίσταται στην εξίσωση (2.1) δίνοντας το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού του υποστυλώματος. Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του συντελεστή του ισοδύναμου μήκους λυγισμού K το νομογράφημα του σχήματος 2.8 (που απεικονίζεται σε εποπτική, τρισδιάστατη μορφή και στο σχήμα 2.9) ή ο πίνακας 2.1, που προέκυψαν από διαδοχικές επιλύσεις της (2.32). Το νομογράφημα αυτό πρακτικά συμπίπτει με το αντίστοιχο που προτείνει ο Wood (1974a, b and c) καθώς και ο Ευρωκώδικας 3 για υποστυλώματα μεταθετών πλαισίων. Όπως ήταν αναμενόμενο, ο συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού για μεταθετά πλαίσια κυμαίνεται από 1, για πλήρη στροφική δέσμευση και των δύο άκρων, έως άπειρο, για πλήρη στροφική ελευθερία και των δύο άκρων.



Σχήμα 2.8 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μεταθετά πλαίσια



Σχήμα 2.9 Τρισδιάστατο γράφημα συντελεστή ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μεταθετά πλαίσια

z_i/z_b	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
0	0.999	1.013	1.027	1.043	1.061	1.081	1.103	1.128	1.156	1.187	1.222	1.261	1.304	1.354	1.410	1.474	1.548	1.633	1.734	1.853	1.999
0.05		1.026	1.040	1.057	1.074	1.094	1.117	1.142	1.169	1.200	1.235	1.274	1.319	1.369	1.425	1.490	1.565	1.652	1.754	1.876	2.025
0.1			1.055	1.071	1.089	1.109	1.131	1.156	1.184	1.215	1.250	1.290	1.334	1.385	1.442	1.508	1.584	1.672	1.776	1.901	2.055
0.15				1.087	1.105	1.125	1.148	1.173	1.201	1.232	1.267	1.307	1.352	1.403	1.461	1.527	1.605	1.694	1.801	1.929	2.087
0.2					1.123	1.143	1.166	1.191	1.219	1.250	1.286	1.326	1.371	1.423	1.482	1.549	1.628	1.720	1.829	1.960	2.124
0.25						1.163	1.186	1.211	1.239	1.271	1.307	1.347	1.393	1.445	1.505	1.574	1.654	1.748	1.860	1.996	2.165
0.3							1.208	1.234	1.262	1.294	1.330	1.371	1.417	1.470	1.531	1.601	1.683	1.780	1.895	2.036	2.212
0.35								1.259	1.288	1.320	1.356	1.398	1.445	1.499	1.561	1.632	1.716	1.816	1.935	2.081	2.265
0.4									1.317	1.349	1.386	1.428	1.476	1.531	1.594	1.668	1.754	1.857	1.980	2.133	2.327
0.45										1.382	1.420	1.462	1.511	1.567	1.632	1.708	1.797	1.903	2.033	2.193	2.399
0.5											1.458	1.502	1.551	1.609	1.676	1.754	1.847	1.958	2.093	2.263	2.483
0.55												1.546	1.598	1.657	1.726	1.807	1.904	2.021	2.164	2.346	2.584
0.6													1.651	1.712	1.784	1.869	1.971	2.095	2.249	2.445	2.706
0.65														1.777	1.852	1.942	2.051	2.183	2.350	2.565	2.857
0.7															1.933	2.029	2.146	2.290	2.473	2.714	3.049
0.75																2.133	2.261	2.420	2.626	2.903	3.301
0.8																	2.403	2.584	2.823	3.153	3.650
0.85																		2.797	3.085	3.500	4.170
0.9																			3.453	4.021	5.056
0.95																				4.924	7.083
1																					9.995

Πίνακας 2.1 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μεταθετά πλαίσια

2.4.2 Αμετάθετα πλαίσια

Θεωρώντας το υποστύλωμα 2.7 (β) που προκύπτει από το προσομοίωμα του σχήματος 2.3, αντικαθιστώντας το ελατήριο ευθυγράμμου κινήσεως με κύλιση που επιτρέπει την κατακόρυφη μετακίνησης ενώ δεσμεύει πλήρως την οριζόντια, και χρησιμοποιώντας τους συμβολισμούς της παραγράφου 2.4.1, λύνουμε την διαφορική εξίσωση. Όμοια με πριν, οι σταθερές ολοκλήρωσης A, B, C, D υπολογίζονται από τις συνοριακές συνθήκες στα άκρα του υποστυλώματος. Ισχύουν οι προαναφερόμενες σχέσεις (2.28), (2.29), (2.30) και επιπλέον η παρακάτω που εκφράζει την δέσμευση εγκάρσιας μετακίνησης στο πάνω άκρο:

$$w(h) = 0 \quad (2.33)$$

Οι τέσσερις εξισώσεις (2.28), (2.29), (2.30) και (2.33) έχουν μη τετριμμένη λύση εάν η ορίζουσα των αγνώστων A, B, C , και D είναι μηδενική. Αυτό το κριτήριο οδηγεί στην εξίσωση λυγισμού για τον υπολογισμό του συντελεστή ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε αμετάθετα πλαίσια.

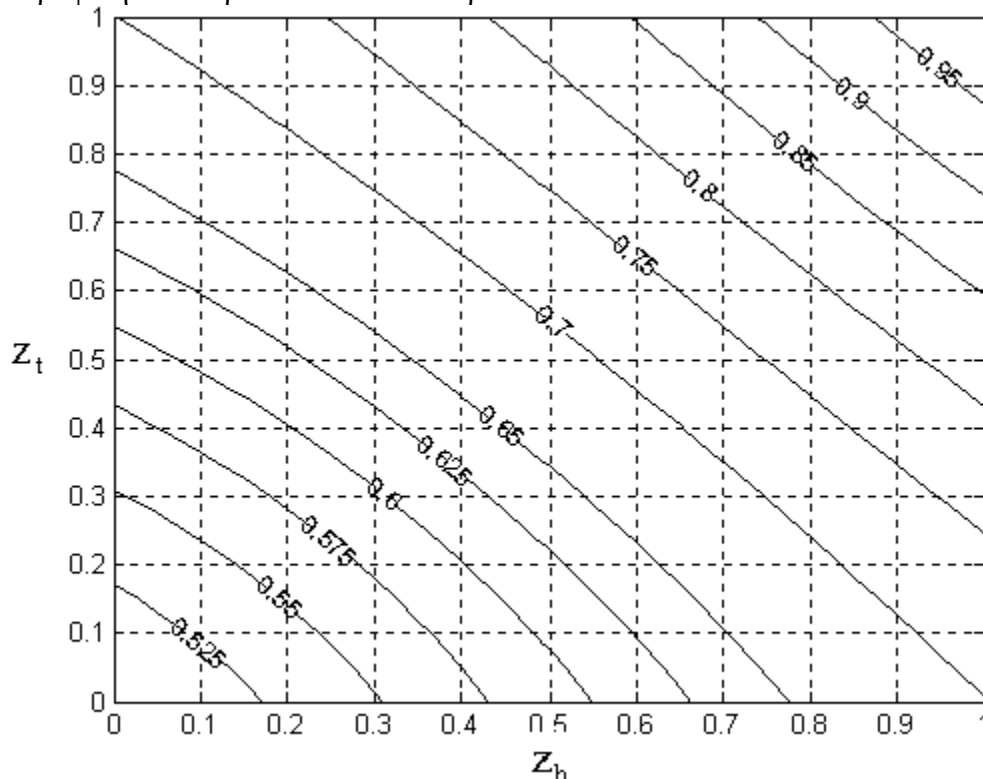
$$32K^3(z_t - 1)(z_b - 1) - 4K[8K^2(z_t - 1)(z_b - 1) + (z_t + z_b - 2z_t z_b)\pi^2]\cos\left(\frac{\pi}{K}\right) +$$

$$+ \pi[-16K^2 + 20K^2(z_t + z_b) + z_t z_b(\pi^2 - 24K^2)]\sin\left(\frac{\pi}{K}\right) = 0 \quad (2.34)$$

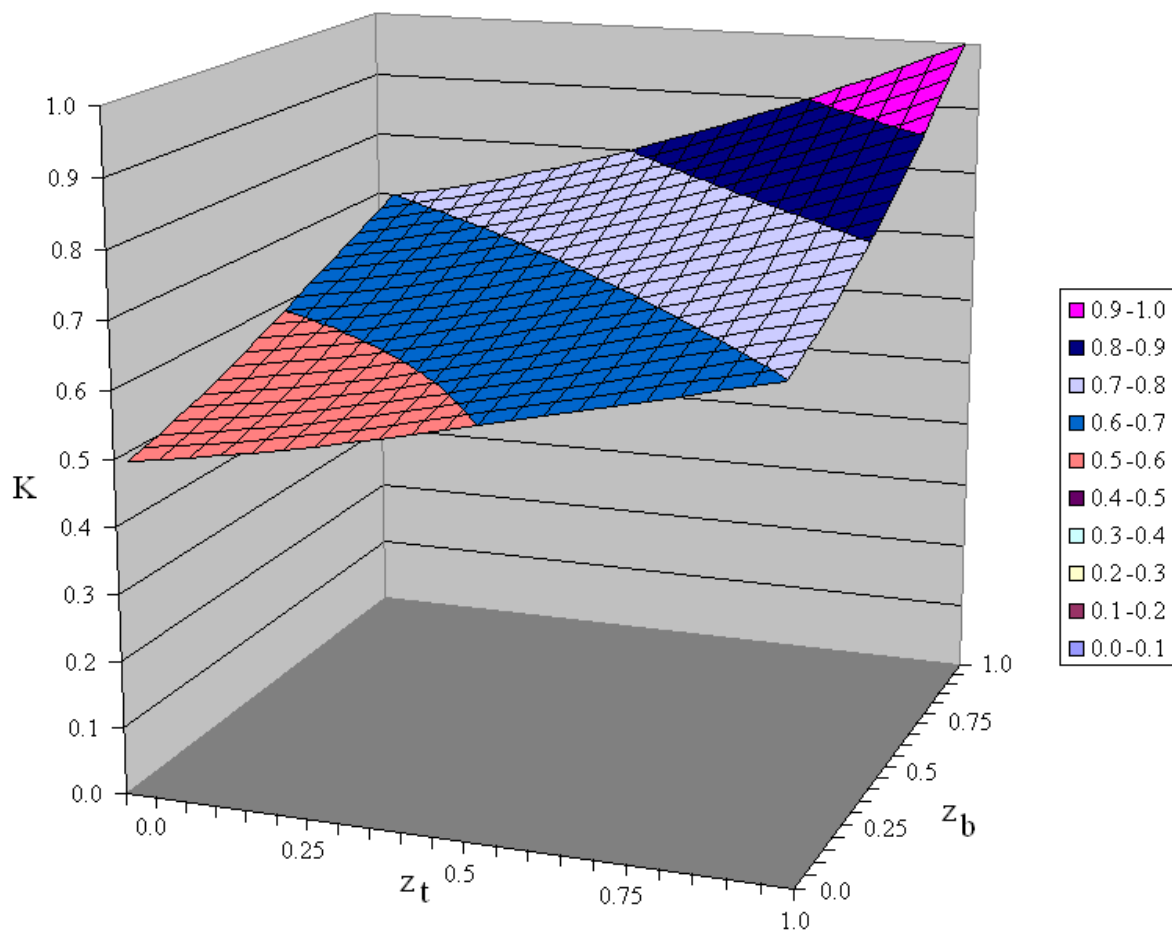
όπου: z_b και z_t είναι οι συντελεστές κατανομής που δίνονται από τις εξισώσεις (2.23)

Με όμοιο τρόπο όπως και πριν μπορούμε να καταλήξουμε στην εξίσωση (2.34) και με τη μέθοδο της ορίζουσας ευστάθειας, θέτοντας $c_1 = c_t$, $c_2 = \infty$, $c_3 = c_b$, $c_4 = \infty$ οπότε και $c_1^* = c_t^*$, $c_2^* = \infty$, $c_3^* = c_b^*$, $c_4^* = \infty$.

Η εξίσωση (2.34) μπορεί να λυθεί αριθμητικά ως προς το συντελεστή του ισοδύναμου μήκους λυγισμού K , ο οποίος στη συνέχεια αντικαθίσταται στην εξίσωση (2.1) δίνοντας το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού του υποστυλώματος. Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του συντελεστή του ισοδύναμου μήκους λυγισμού K το νομογράφημα του σχήματος 2.10 (που απεικονίζεται σε εποπτική, τρισδιάστατη μορφή και στο σχήμα 2.11) ή ο πίνακας 2.2, που προέκυψαν από διαδοχικές επιλύσεις της (2.34). Το νομογράφημα αυτό πρακτικά ταυτίζεται με το αντίστοιχο που προτείνει ο Wood (1974a, b and c) καθώς και ο Ευρωκώδικας 3 για υποστυλώματα αμετάθετων πλαισίων. Όπως ήταν αναμενόμενο, ο συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού για αμετάθετα πλαίσια κυμαίνεται από 0.5, για πλήρη στροφική δέσμευση και των δύο άκρων, έως 1, για πλήρη στροφική ελευθερία και των δύο άκρων.



Σχήμα 2.10 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε αμετάθετα πλαίσια



Σχήμα 2.11 Τρισδιάστατο γράφημα συντελεστή ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε αμετάθετα πλαίσια

z_i/z_0	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
0	0.500	0.506	0.514	0.521	0.530	0.539	0.548	0.558	0.568	0.579	0.589	0.600	0.611	0.622	0.633	0.644	0.655	0.666	0.677	0.688	0.699
0.05		0.513	0.520	0.528	0.536	0.545	0.555	0.565	0.575	0.585	0.596	0.607	0.618	0.630	0.641	0.652	0.663	0.674	0.686	0.697	0.708
0.1			0.527	0.535	0.544	0.553	0.562	0.572	0.582	0.593	0.604	0.615	0.626	0.638	0.649	0.660	0.672	0.683	0.695	0.706	0.718
0.15				0.543	0.551	0.560	0.570	0.580	0.590	0.601	0.612	0.623	0.635	0.646	0.658	0.670	0.681	0.693	0.705	0.716	0.728
0.2					0.560	0.569	0.578	0.589	0.599	0.610	0.621	0.632	0.644	0.656	0.667	0.679	0.691	0.703	0.715	0.727	0.739
0.25						0.578	0.588	0.598	0.608	0.619	0.630	0.642	0.654	0.666	0.678	0.690	0.702	0.714	0.726	0.739	0.751
0.3							0.597	0.607	0.618	0.629	0.641	0.652	0.664	0.676	0.688	0.701	0.713	0.726	0.738	0.751	0.764
0.35								0.618	0.628	0.640	0.651	0.663	0.675	0.687	0.700	0.712	0.725	0.738	0.751	0.764	0.777
0.4									0.639	0.651	0.662	0.674	0.687	0.699	0.712	0.725	0.738	0.751	0.764	0.777	0.791
0.45										0.662	0.674	0.686	0.699	0.711	0.724	0.737	0.751	0.764	0.778	0.791	0.805
0.5											0.686	0.698	0.711	0.724	0.737	0.751	0.764	0.778	0.792	0.806	0.820
0.55												0.711	0.724	0.737	0.751	0.764	0.778	0.792	0.807	0.821	0.836
0.6													0.737	0.751	0.764	0.779	0.793	0.807	0.822	0.837	0.852
0.65														0.764	0.779	0.793	0.808	0.823	0.838	0.853	0.869
0.7															0.793	0.808	0.823	0.838	0.854	0.870	0.886
0.75																0.823	0.839	0.855	0.871	0.887	0.904
0.8																	0.855	0.871	0.888	0.905	0.922
0.85																		0.888	0.905	0.923	0.941
0.9																			0.923	0.941	0.960
0.95																				0.960	0.979
1																					0.999

Πίνακας 2.2 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε αμετάθετα πλαίσια

2.4.3 Μερικώς μεταθετά πλαίσια

Θεωρώντας το υποστύλωμα 2.7 (γ) και χρησιμοποιώντας τους συμβολισμούς της παραγράφου 2.4.1 λύνουμε την διαφορική εξίσωση λυγισμού. Όμοια με πριν, οι σταθερές ολοκλήρωσης A , B , C , D υπολογίζονται από τις συνοριακές συνθήκες στα άκρα του υποστυλώματος. Ισχύουν οι προαναφερόμενες σχέσεις (2.28), (2.29), (2.30) καθώς επιπλέον και η παρακάτω που εκφράζει την ισορροπία οριζόντιων δυνάμεων στον πάνω κόμβο:

$$-EI_C w'''(h) - Pw'(h) = -c_{br} w(h) \quad (2.35)$$

Οι τέσσερις εξισώσεις (2.28), (2.29), (2.30) και (2.35) έχουν μη τετριμμένη λύση εάν η ορίζουσα των αγνώστων A , B , C , και D είναι μηδενική. Αυτό το κριτήριο οδηγεί στην ακόλουθη εξίσωση λυγισμού για τον υπολογισμό του συντελεστή ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια.

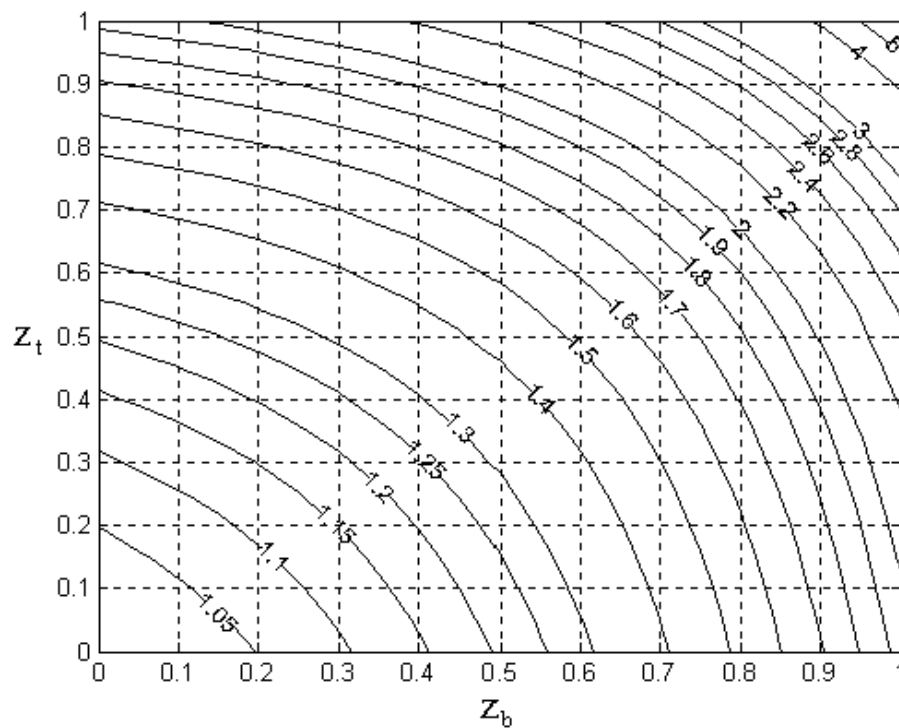
$$\begin{aligned}
& -32K^5 \overline{c_{br}} (z_t - 1)(z_b - 1) + \\
& 4K \left[8K^4 \overline{c_{br}} (z_t - 1)(z_b - 1) + K^2 \overline{c_{br}} (z_t + z_b - 2z_t z_b) \pi^2 + (-z_t - z_b + 2z_t z_b) \pi^4 \right] \cos\left(\frac{\pi}{K}\right) + \\
& \pi \left[4K^4 \overline{c_{br}} (4 - 5z_t - 5z_b + 6z_t z_b) - 16K^2 \pi^2 (1 - z_t - z_b + z_t z_b) - K^2 \overline{c_{br}} \pi^2 z_t z_b + \pi^4 z_t z_b \right] \\
& \sin\left(\frac{\pi}{K}\right) = 0
\end{aligned} \tag{2.36}$$

όπου: z_b και z_t είναι οι συντελεστές κατανομής που δίνονται από τις εξισώσεις (2.23) και $\overline{c_{br}}$ η αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης που δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

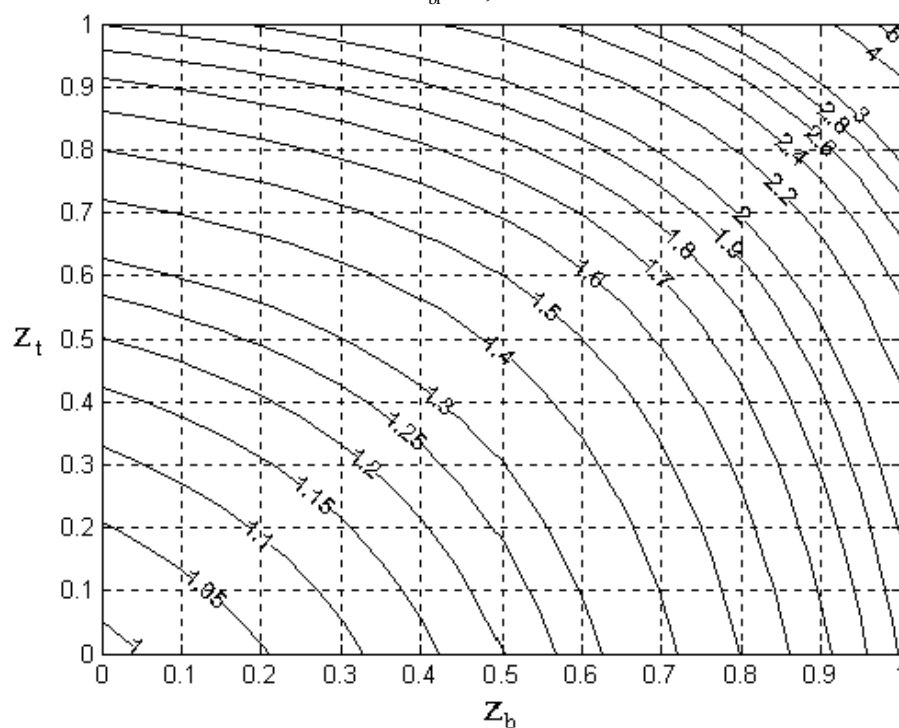
$$\overline{c_{br}} = \frac{c_{br} h^3}{EI_c} \tag{2.37}$$

Με όμοιο τρόπο όπως και πριν μπορούμε να καταλήξουμε στην παραπάνω εξίσωση (2.36) θέτοντας στην ορίζουσα ευστάθειας: $c_1 = c_t$, $c_2 = c_{br}$, $c_3 = c_b$, $c_4 = \infty$ οπότε και $c_1^* = c_t^*$, $c_2^* = c_{br}/EI_c$, $c_3^* = c_b^*$, $c_4^* = \infty$.

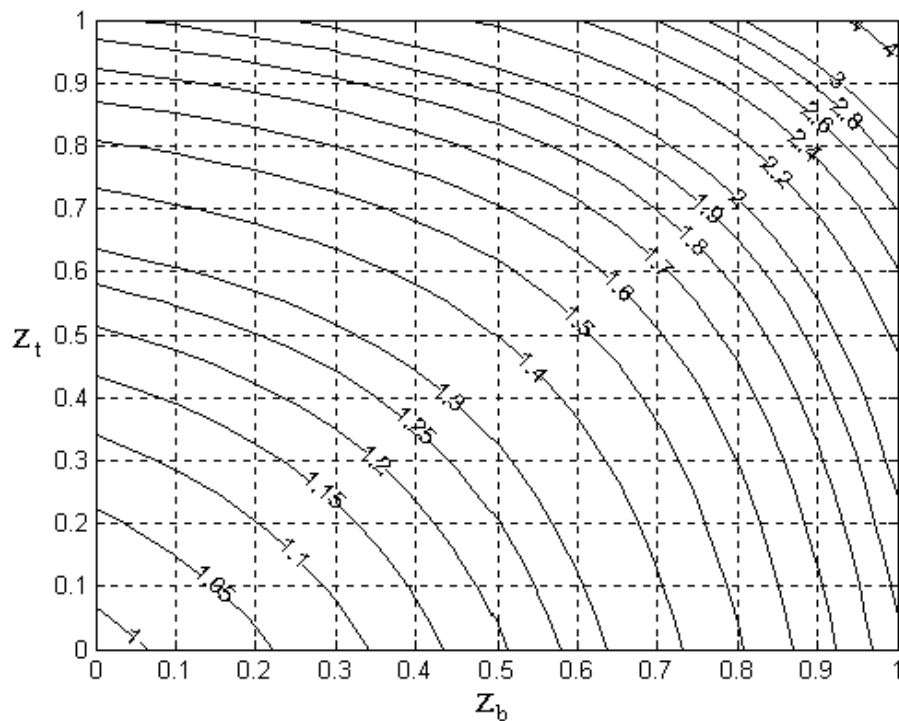
Η εξίσωση (2.36) μπορεί να λυθεί αριθμητικά ως προς το συντελεστή του ισοδύναμου μήκους λυγισμού K , ο οποίος κατόπιν αντικαθίσταται στην εξίσωση (2.1) δίνοντας το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού υποστυλωμάτων που ανήκουν σε μερικώς μεταθετά πλαίσια. Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθούν τα νομογραφήματα των σχημάτων 2.12 έως 2.25 που δίνουν το συντελεστή του ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για διάφορα επίπεδα οριζόντιας μεταθέσεως του πλαισίου ή οι πίνακες 2.3 έως 2.16, που προέκυψαν από διαδοχικές επιλύσεις της (2.36). Για ενδιάμεσες τιμές της αδιαστατοποιημένης δυσκαμψίας του ελατηρίου ευθυγράμμου κινήσεως ($\overline{c_{br}}$) συνιστάται η μέθοδος της γραμμικής παρεμβολής.



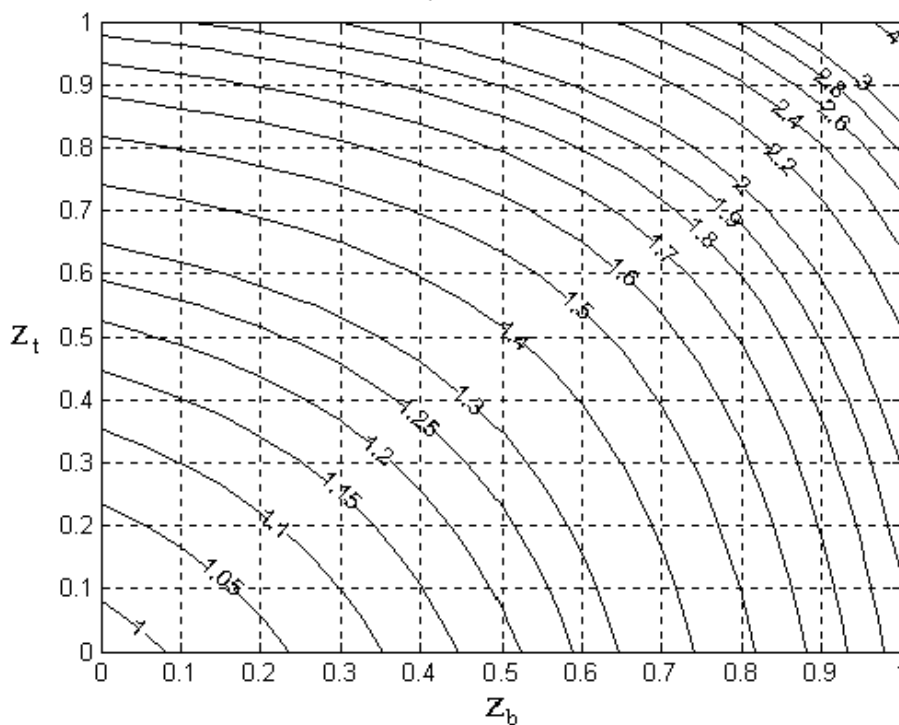
Σχήμα 2.12 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\overline{c_{br}}=0,2$



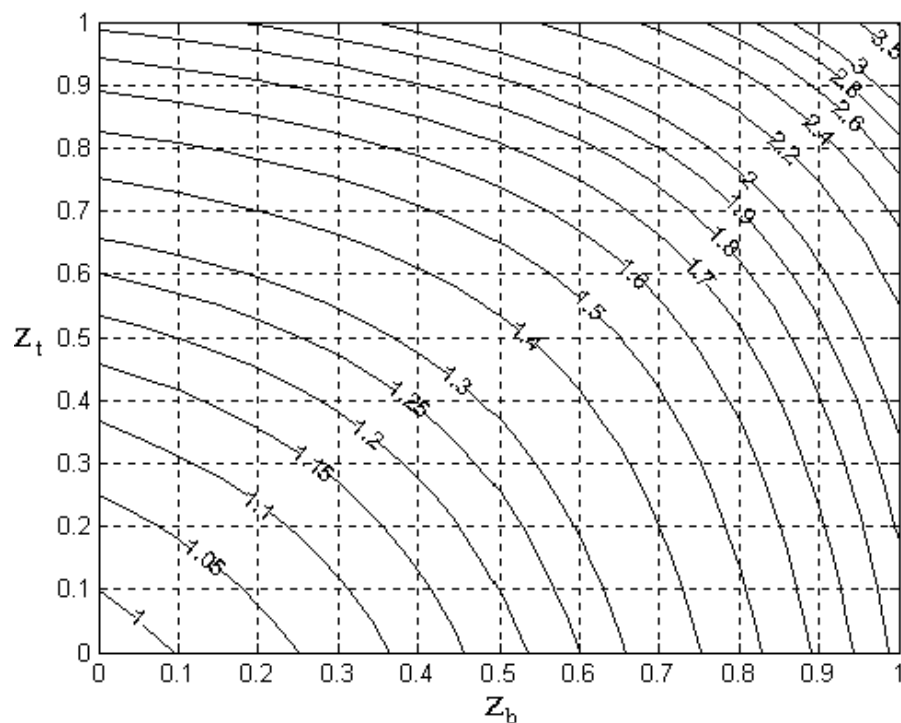
Σχήμα 2.13 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\overline{c_{br}}=0,3$



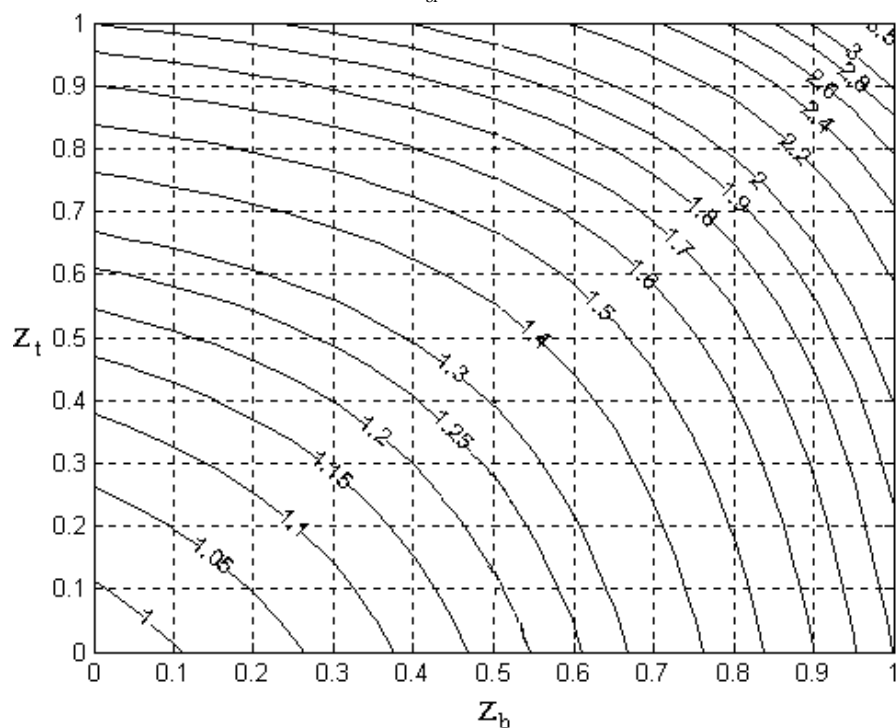
Σχήμα 2.14 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\overline{c_{br}}=0,4$



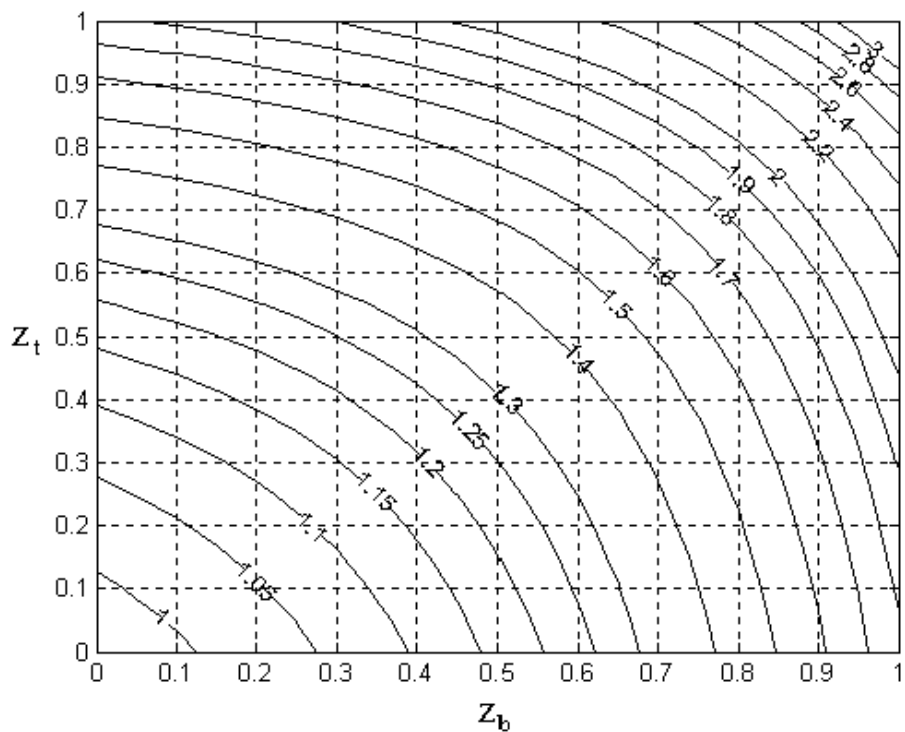
Σχήμα 2.15 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\overline{c_{br}}=0,5$



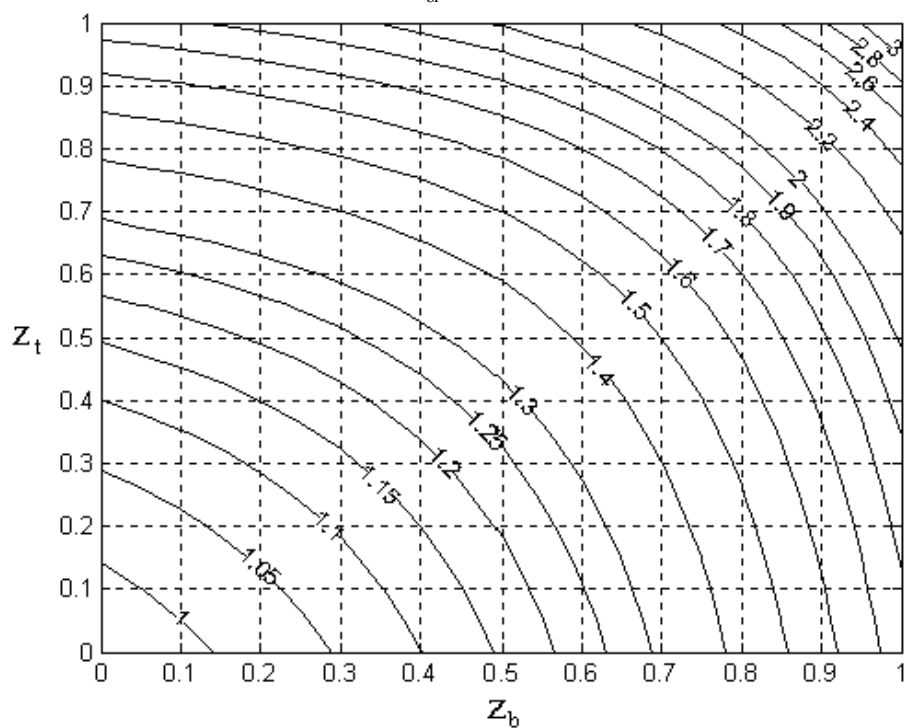
Σχήμα 2.16 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\overline{c_{br}}=0,6$



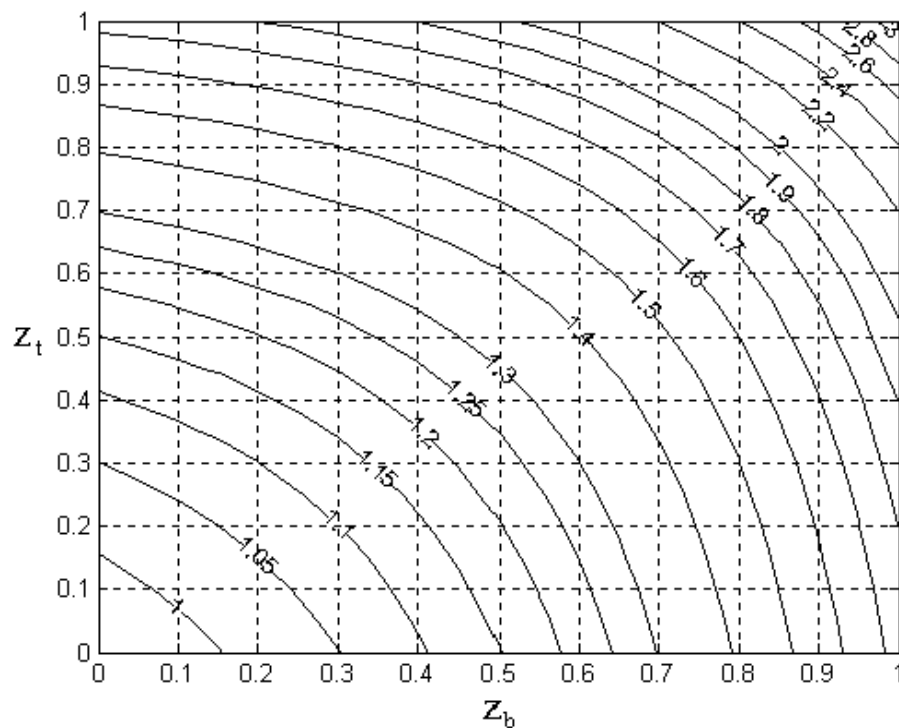
Σχήμα 2.17 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\overline{c_{br}}=0,7$



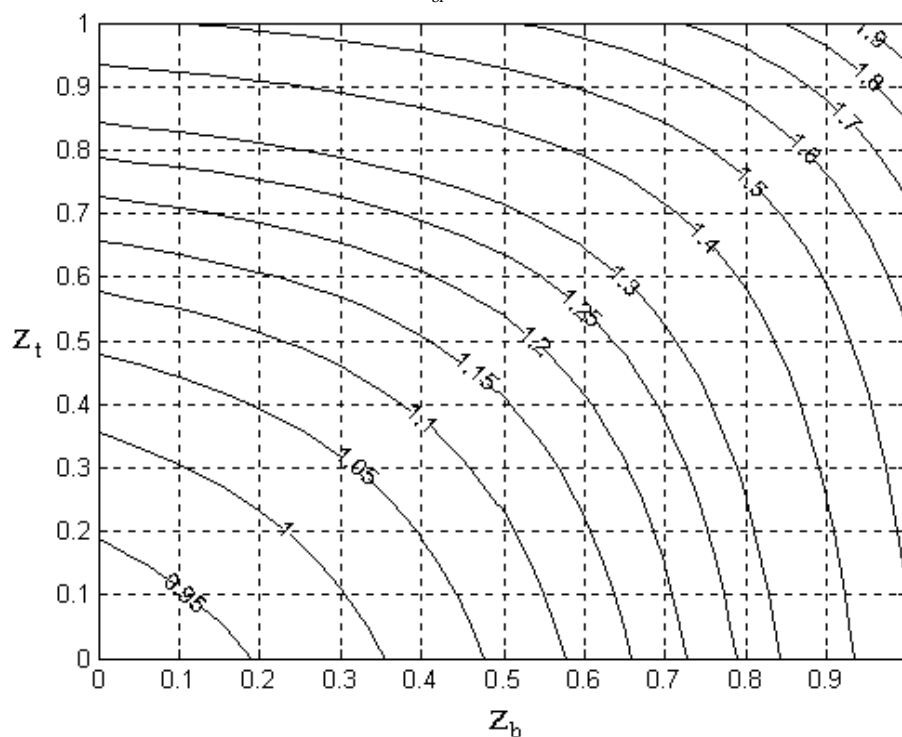
Σχήμα 2.18 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\overline{c_{br}}=0,8$



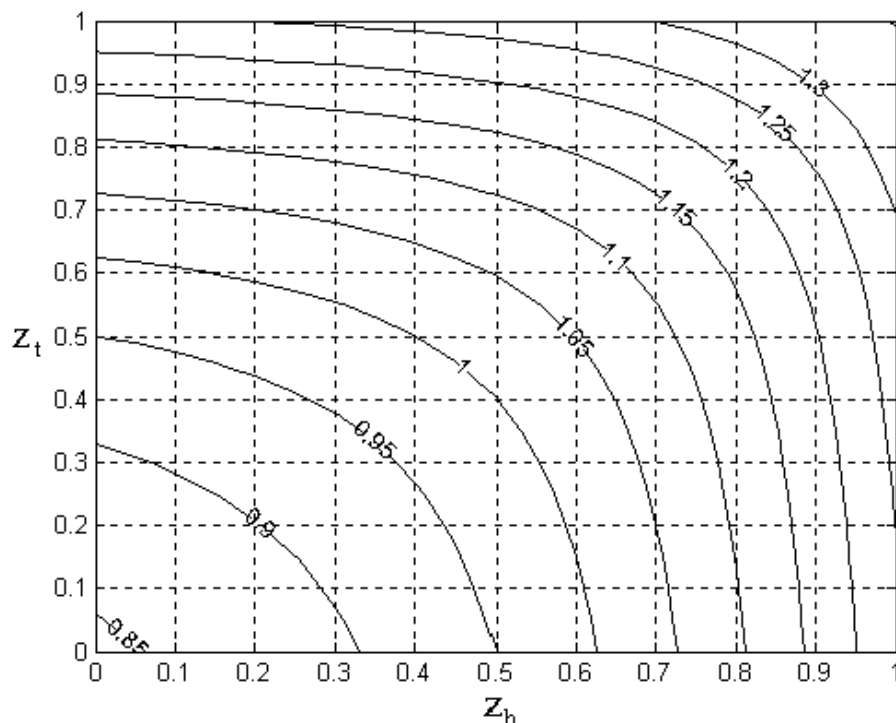
Σχήμα 2.19 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\overline{c_{br}}=0,9$



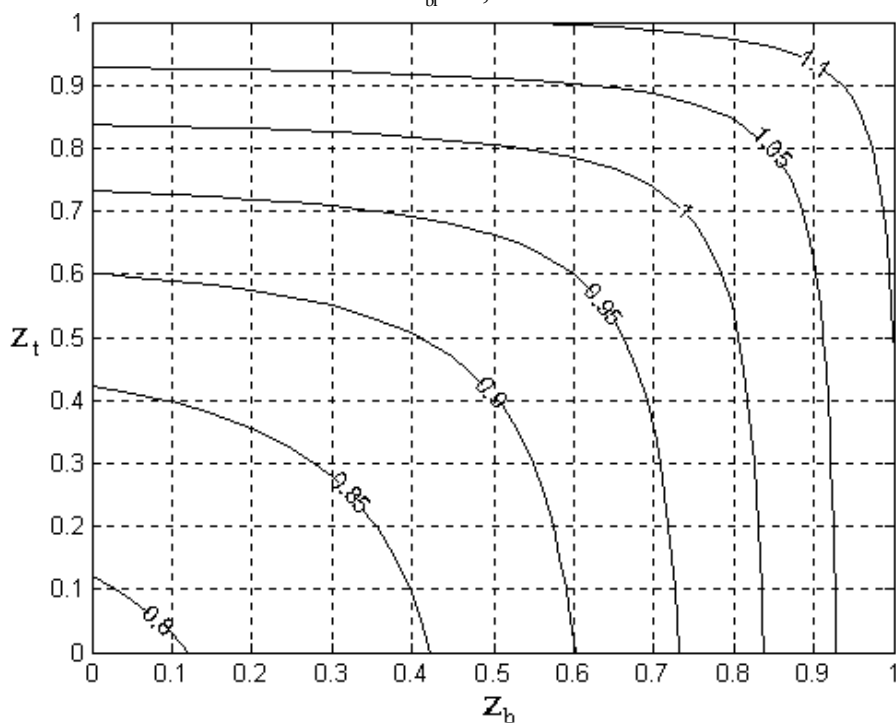
Σχήμα 2.20 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\bar{c}_{br} = 1,0$



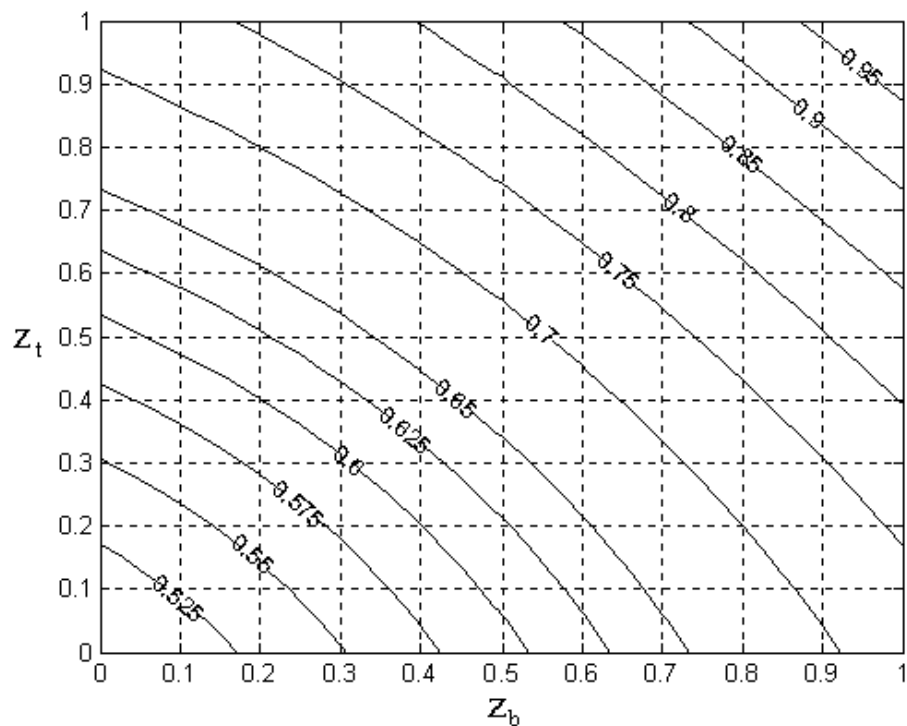
Σχήμα 2.21 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\bar{c}_{br} = 2,5$



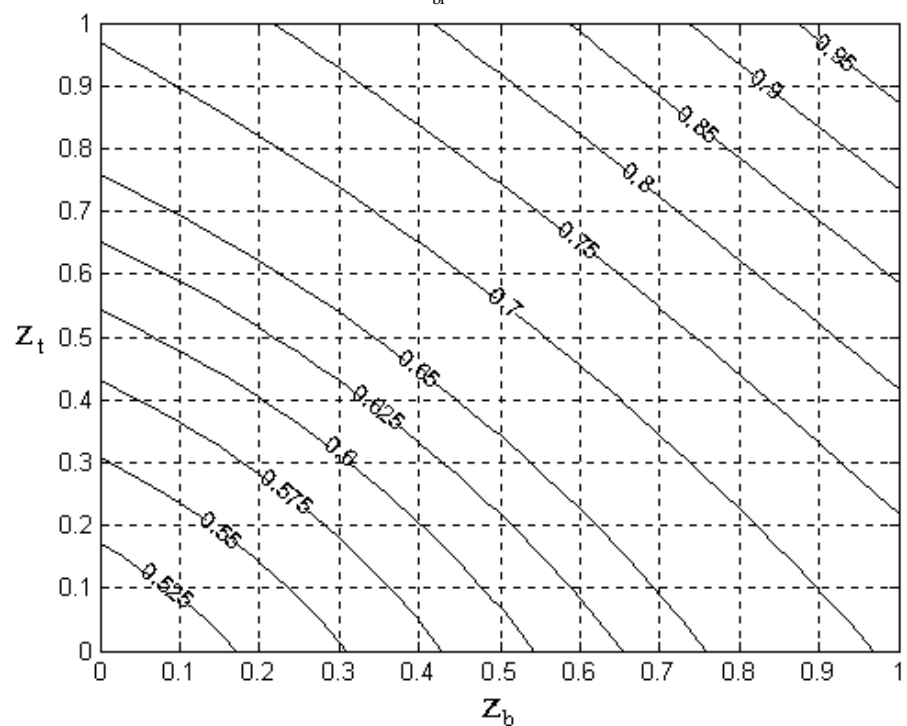
Σχήμα 2.22 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\bar{c}_{br}=5,0$



Σχήμα 2.23 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\bar{c}_{br}=7,5$



Σχήμα 2.24 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\bar{c}_{br} = 50$



Σχήμα 2.25 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\bar{c}_{br} = 100$

z_i/z_b	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
0	0.991	1.004	1.018	1.034	1.051	1.070	1.092	1.116	1.143	1.172	1.206	1.243	1.285	1.333	1.386	1.447	1.517	1.597	1.691	1.802	1.936
0.05		1.017	1.031	1.047	1.064	1.083	1.105	1.129	1.155	1.185	1.219	1.256	1.299	1.346	1.400	1.462	1.533	1.614	1.710	1.823	1.960
0.1			1.045	1.061	1.078	1.097	1.119	1.143	1.169	1.199	1.233	1.271	1.313	1.362	1.416	1.478	1.550	1.633	1.730	1.845	1.985
0.15				1.076	1.093	1.113	1.134	1.158	1.185	1.215	1.249	1.287	1.330	1.378	1.433	1.496	1.569	1.653	1.752	1.870	2.014
0.2					1.111	1.130	1.151	1.176	1.202	1.233	1.267	1.305	1.348	1.397	1.453	1.517	1.590	1.676	1.777	1.898	2.045
0.25						1.149	1.171	1.195	1.222	1.252	1.286	1.325	1.368	1.418	1.474	1.539	1.614	1.701	1.805	1.929	2.081
0.3							1.192	1.216	1.244	1.274	1.308	1.347	1.391	1.441	1.499	1.564	1.641	1.730	1.836	1.964	2.121
0.35								1.241	1.268	1.299	1.333	1.372	1.417	1.468	1.526	1.593	1.671	1.762	1.871	2.003	2.167
0.4									1.295	1.326	1.361	1.401	1.446	1.497	1.557	1.625	1.705	1.799	1.911	2.048	2.220
0.45										1.357	1.393	1.433	1.479	1.531	1.592	1.662	1.744	1.841	1.958	2.100	2.280
0.5											1.429	1.469	1.516	1.570	1.632	1.704	1.788	1.889	2.011	2.161	2.351
0.55												1.511	1.559	1.614	1.677	1.752	1.840	1.945	2.072	2.231	2.434
0.6													1.608	1.664	1.730	1.808	1.899	2.010	2.145	2.314	2.533
0.65														1.723	1.792	1.873	1.970	2.087	2.231	2.414	2.654
0.7															1.864	1.950	2.053	2.178	2.335	2.535	2.804
0.75																2.042	2.153	2.289	2.461	2.686	2.993
0.8																	2.274	2.426	2.620	2.879	3.243
0.85																		2.599	2.825	3.134	3.589
0.9																			3.099	3.490	4.105
0.95																				4.032	4.988
1																					7.021

Πίνακας 2.3 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης

$$\overline{c_{br}} = 0,2$$

z_i/z_b	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
0	0.987	1.000	1.014	1.029	1.046	1.065	1.086	1.110	1.136	1.165	1.198	1.235	1.276	1.322	1.375	1.434	1.502	1.580	1.671	1.779	1.907
0.05		1.012	1.026	1.042	1.059	1.078	1.099	1.122	1.148	1.178	1.211	1.248	1.289	1.336	1.389	1.449	1.517	1.596	1.689	1.798	1.929
0.1			1.040	1.055	1.072	1.091	1.112	1.136	1.162	1.192	1.225	1.262	1.303	1.350	1.404	1.464	1.534	1.614	1.708	1.819	1.953
0.15				1.071	1.088	1.107	1.128	1.151	1.178	1.207	1.240	1.277	1.319	1.367	1.420	1.482	1.552	1.634	1.729	1.842	1.980
0.2					1.105	1.124	1.145	1.168	1.194	1.224	1.257	1.295	1.337	1.385	1.439	1.501	1.572	1.655	1.753	1.868	2.009
0.25						1.142	1.163	1.187	1.213	1.243	1.276	1.314	1.357	1.405	1.460	1.523	1.595	1.679	1.779	1.898	2.043
0.3							1.185	1.208	1.235	1.264	1.298	1.336	1.379	1.427	1.483	1.547	1.621	1.707	1.808	1.931	2.080
0.35								1.232	1.258	1.288	1.322	1.360	1.403	1.453	1.509	1.574	1.649	1.737	1.842	1.968	2.123
0.4									1.285	1.315	1.349	1.388	1.431	1.481	1.539	1.605	1.682	1.772	1.880	2.010	2.171
0.45										1.346	1.380	1.419	1.463	1.514	1.572	1.640	1.719	1.812	1.923	2.058	2.227
0.5											1.415	1.454	1.499	1.551	1.611	1.680	1.761	1.857	1.973	2.114	2.292
0.55												1.494	1.540	1.593	1.655	1.726	1.810	1.910	2.031	2.179	2.368
0.6													1.588	1.642	1.705	1.779	1.866	1.971	2.098	2.256	2.459
0.65														1.698	1.764	1.841	1.933	2.043	2.178	2.348	2.568
0.7															1.833	1.914	2.011	2.128	2.274	2.458	2.701
0.75																2.000	2.104	2.231	2.390	2.594	2.869
0.8																	2.217	2.357	2.534	2.766	3.085
0.85																		2.514	2.717	2.989	3.377
0.9																			2.959	3.293	3.795
0.95																				3.735	4.457
1																					5.733

Πίνακας 2.4 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\overline{c_{br}}=0,3$

z_i/z_b	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
0	0.983	0.996	1.009	1.025	1.041	1.060	1.081	1.104	1.130	1.158	1.191	1.227	1.267	1.312	1.364	1.422	1.488	1.564	1.652	1.756	1.880
0.05		1.008	1.022	1.037	1.054	1.072	1.093	1.116	1.142	1.171	1.203	1.239	1.280	1.325	1.377	1.435	1.502	1.579	1.669	1.774	1.900
0.1			1.035	1.050	1.067	1.086	1.106	1.129	1.155	1.184	1.216	1.253	1.293	1.339	1.391	1.451	1.518	1.596	1.687	1.794	1.922
0.15				1.065	1.082	1.101	1.121	1.144	1.170	1.199	1.231	1.268	1.309	1.355	1.408	1.467	1.536	1.615	1.707	1.816	1.947
0.2					1.099	1.117	1.138	1.161	1.187	1.216	1.248	1.285	1.326	1.373	1.425	1.486	1.555	1.635	1.729	1.841	1.975
0.25						1.136	1.156	1.179	1.205	1.234	1.267	1.304	1.345	1.392	1.445	1.507	1.577	1.658	1.754	1.868	2.006
0.3							1.177	1.200	1.226	1.255	1.288	1.325	1.366	1.414	1.468	1.530	1.601	1.684	1.782	1.899	2.041
0.35								1.223	1.249	1.278	1.311	1.348	1.390	1.438	1.493	1.556	1.629	1.713	1.814	1.934	2.081
0.4									1.275	1.304	1.337	1.375	1.417	1.466	1.522	1.585	1.660	1.747	1.849	1.973	2.126
0.45										1.334	1.367	1.405	1.448	1.497	1.554	1.619	1.695	1.784	1.890	2.019	2.178
0.5											1.401	1.439	1.483	1.533	1.591	1.657	1.735	1.827	1.937	2.071	2.238
0.55												1.478	1.523	1.574	1.633	1.701	1.781	1.877	1.991	2.131	2.308
0.6													1.568	1.620	1.681	1.752	1.835	1.934	2.054	2.202	2.390
0.65														1.674	1.737	1.811	1.898	2.002	2.129	2.287	2.489
0.7															1.803	1.880	1.971	2.082	2.217	2.388	2.609
0.75																1.961	2.059	2.177	2.324	2.511	2.758
0.8																	2.164	2.293	2.456	2.665	2.948
0.85																		2.438	2.621	2.863	3.198
0.9																			2.835	3.126	3.546
0.95																				3.496	4.067
1																					4.965

Πίνακας 2.5 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\overline{c_{br}}=0,4$

z_u/z_b	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
0	0.980	0.992	1.005	1.020	1.037	1.055	1.075	1.098	1.123	1.152	1.183	1.219	1.258	1.303	1.353	1.410	1.474	1.548	1.634	1.734	1.853
0.05		1.004	1.017	1.032	1.048	1.067	1.087	1.110	1.135	1.164	1.195	1.231	1.270	1.315	1.366	1.423	1.488	1.563	1.649	1.751	1.872
0.1			1.031	1.045	1.062	1.080	1.100	1.123	1.148	1.177	1.208	1.244	1.284	1.329	1.380	1.437	1.503	1.579	1.667	1.770	1.893
0.15				1.060	1.076	1.095	1.115	1.138	1.163	1.191	1.223	1.259	1.299	1.344	1.395	1.453	1.520	1.596	1.686	1.791	1.917
0.2					1.093	1.111	1.131	1.154	1.179	1.207	1.239	1.275	1.315	1.361	1.412	1.471	1.538	1.616	1.707	1.814	1.943
0.25						1.129	1.149	1.172	1.197	1.225	1.257	1.293	1.334	1.380	1.432	1.491	1.559	1.638	1.731	1.840	1.972
0.3							1.169	1.192	1.217	1.246	1.278	1.314	1.354	1.401	1.453	1.513	1.583	1.663	1.757	1.869	2.005
0.35								1.215	1.240	1.268	1.300	1.337	1.378	1.424	1.477	1.538	1.609	1.691	1.787	1.902	2.042
0.4									1.265	1.294	1.326	1.363	1.404	1.451	1.505	1.567	1.638	1.722	1.821	1.939	2.084
0.45										1.323	1.355	1.392	1.434	1.481	1.536	1.599	1.672	1.758	1.859	1.981	2.132
0.5											1.388	1.425	1.467	1.516	1.571	1.635	1.710	1.798	1.903	2.030	2.187
0.55												1.462	1.505	1.555	1.612	1.677	1.754	1.845	1.954	2.087	2.252
0.6													1.549	1.600	1.658	1.726	1.805	1.900	2.013	2.152	2.327
0.65														1.651	1.711	1.782	1.864	1.963	2.083	2.230	2.417
0.7															1.774	1.847	1.934	2.038	2.165	2.323	2.526
0.75																1.924	2.016	2.127	2.264	2.436	2.660
0.8																	2.115	2.235	2.384	2.575	2.828
0.85																		2.368	2.534	2.751	3.046
0.9																			2.727	2.982	3.340
0.95																				3.298	3.764
1																					4.441

Πίνακας 2.6 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης

$$\overline{c_{br}} = 0,5$$

z_t/z_b	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
0	0.976	0.988	1.001	1.016	1.032	1.050	1.070	1.092	1.117	1.145	1.176	1.211	1.250	1.293	1.342	1.398	1.461	1.533	1.616	1.713	1.828
0.05		1.000	1.013	1.027	1.044	1.062	1.082	1.104	1.129	1.157	1.188	1.222	1.261	1.305	1.354	1.410	1.474	1.547	1.631	1.729	1.846
0.1			1.026	1.040	1.057	1.074	1.094	1.117	1.142	1.169	1.200	1.235	1.274	1.318	1.368	1.424	1.488	1.562	1.647	1.747	1.866
0.15				1.055	1.071	1.089	1.109	1.131	1.156	1.184	1.215	1.250	1.289	1.333	1.383	1.440	1.504	1.579	1.665	1.767	1.888
0.2					1.087	1.105	1.125	1.147	1.172	1.199	1.231	1.265	1.305	1.349	1.400	1.457	1.522	1.598	1.685	1.789	1.912
0.25						1.122	1.142	1.164	1.189	1.217	1.248	1.283	1.323	1.368	1.418	1.476	1.542	1.619	1.708	1.813	1.939
0.3							1.162	1.184	1.209	1.237	1.268	1.303	1.343	1.388	1.439	1.497	1.565	1.642	1.733	1.840	1.970
0.35								1.206	1.231	1.259	1.290	1.325	1.365	1.411	1.462	1.522	1.590	1.669	1.761	1.871	2.005
0.4									1.256	1.284	1.315	1.350	1.391	1.437	1.489	1.549	1.618	1.698	1.793	1.906	2.044
0.45										1.312	1.343	1.379	1.419	1.466	1.519	1.579	1.650	1.732	1.830	1.946	2.088
0.5											1.375	1.411	1.452	1.499	1.552	1.615	1.687	1.771	1.871	1.992	2.140
0.55												1.447	1.489	1.536	1.591	1.655	1.728	1.815	1.919	2.044	2.199
0.6													1.531	1.580	1.636	1.701	1.777	1.867	1.975	2.106	2.269
0.65														1.629	1.687	1.754	1.833	1.927	2.039	2.178	2.352
0.7															1.747	1.816	1.899	1.997	2.116	2.264	2.451
0.75																1.889	1.976	2.080	2.208	2.367	2.571
0.8																	2.069	2.181	2.319	2.493	2.721
0.85																		2.303	2.456	2.652	2.913
0.9																			2.629	2.856	3.166
0.95																				3.130	3.520
1																					4.054

Πίνακας 2.7 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\bar{c}_{br}=0,6$

z_t/z_b	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
0	0.972	0.984	0.997	1.011	1.027	1.045	1.065	1.087	1.111	1.138	1.169	1.203	1.241	1.284	1.332	1.386	1.447	1.518	1.598	1.692	1.803
0.05		0.995	1.008	1.023	1.039	1.056	1.076	1.098	1.122	1.150	1.180	1.214	1.253	1.295	1.344	1.398	1.460	1.531	1.613	1.708	1.820
0.1			1.021	1.036	1.051	1.069	1.089	1.110	1.135	1.162	1.193	1.227	1.265	1.308	1.357	1.412	1.474	1.546	1.628	1.725	1.839
0.15				1.050	1.066	1.083	1.103	1.124	1.149	1.176	1.207	1.241	1.279	1.322	1.371	1.427	1.490	1.562	1.646	1.743	1.860
0.2					1.081	1.099	1.118	1.140	1.164	1.191	1.222	1.256	1.295	1.338	1.387	1.443	1.507	1.580	1.665	1.764	1.883
0.25						1.116	1.135	1.157	1.181	1.209	1.239	1.273	1.312	1.356	1.405	1.461	1.526	1.600	1.686	1.787	1.908
0.3							1.155	1.176	1.201	1.228	1.258	1.293	1.332	1.375	1.425	1.482	1.547	1.622	1.710	1.813	1.937
0.35								1.198	1.222	1.249	1.280	1.314	1.353	1.398	1.448	1.505	1.571	1.647	1.737	1.842	1.969
0.4									1.246	1.274	1.304	1.339	1.378	1.422	1.473	1.531	1.598	1.676	1.767	1.875	2.006
0.45										1.301	1.331	1.366	1.406	1.451	1.502	1.561	1.629	1.708	1.801	1.913	2.048
0.5											1.362	1.397	1.437	1.482	1.534	1.594	1.664	1.745	1.841	1.955	2.095
0.55												1.433	1.473	1.519	1.572	1.633	1.704	1.787	1.886	2.005	2.151
0.6													1.514	1.560	1.614	1.677	1.750	1.836	1.938	2.062	2.215
0.65														1.608	1.663	1.728	1.803	1.892	1.999	2.129	2.291
0.7															1.720	1.787	1.865	1.958	2.070	2.208	2.382
0.75																1.856	1.938	2.036	2.156	2.303	2.491
0.8																	2.025	2.130	2.258	2.419	2.626
0.85																		2.244	2.384	2.562	2.796
0.9																			2.542	2.745	3.017
0.95																				2.985	3.317
1																					3.753

Πίνακας 2.8 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\bar{c}_{br}=0,7$

z_i/z_b	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
0	0.968	0.980	0.993	1.007	1.023	1.040	1.059	1.081	1.105	1.132	1.162	1.195	1.233	1.275	1.322	1.375	1.435	1.503	1.582	1.673	1.780
0.05		0.991	1.004	1.018	1.034	1.051	1.071	1.092	1.116	1.143	1.173	1.206	1.244	1.286	1.333	1.386	1.447	1.516	1.595	1.687	1.796
0.1			1.017	1.031	1.046	1.064	1.083	1.104	1.128	1.155	1.185	1.219	1.256	1.298	1.346	1.399	1.460	1.530	1.610	1.703	1.814
0.15				1.045	1.060	1.077	1.097	1.118	1.142	1.169	1.199	1.232	1.270	1.312	1.360	1.414	1.475	1.545	1.627	1.721	1.833
0.2					1.076	1.093	1.112	1.133	1.157	1.184	1.214	1.247	1.285	1.327	1.375	1.430	1.492	1.563	1.645	1.741	1.855
0.25						1.110	1.129	1.150	1.174	1.200	1.230	1.264	1.302	1.344	1.393	1.447	1.510	1.582	1.665	1.763	1.879
0.3							1.148	1.169	1.193	1.219	1.249	1.283	1.321	1.363	1.412	1.467	1.530	1.603	1.688	1.787	1.906
0.35								1.190	1.214	1.240	1.270	1.304	1.342	1.385	1.434	1.489	1.553	1.627	1.713	1.815	1.936
0.4									1.237	1.264	1.294	1.327	1.365	1.409	1.458	1.514	1.579	1.654	1.742	1.846	1.970
0.45										1.290	1.320	1.354	1.392	1.436	1.486	1.543	1.609	1.685	1.775	1.881	2.009
0.5											1.350	1.384	1.423	1.467	1.517	1.575	1.642	1.720	1.812	1.921	2.054
0.55												1.418	1.457	1.502	1.553	1.612	1.680	1.760	1.854	1.967	2.105
0.6													1.497	1.542	1.594	1.654	1.724	1.806	1.903	2.021	2.165
0.65														1.588	1.641	1.702	1.774	1.859	1.961	2.083	2.235
0.7															1.695	1.759	1.833	1.922	2.028	2.157	2.318
0.75																1.825	1.903	1.995	2.107	2.245	2.418
0.8																	1.985	2.083	2.202	2.351	2.540
0.85																		2.189	2.319	2.482	2.692
0.9																			2.463	2.646	2.887
0.95																				2.859	3.147
1																					3.511

Πίνακας 2.9 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\overline{c_{br}}=0,8$

z_c/z_b	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
0	0.965	0.976	0.988	1.002	1.018	1.035	1.054	1.076	1.099	1.126	1.155	1.188	1.225	1.266	1.312	1.364	1.422	1.489	1.565	1.654	1.757
0.05		0.987	1.000	1.014	1.029	1.046	1.065	1.086	1.110	1.136	1.166	1.199	1.235	1.277	1.323	1.375	1.434	1.501	1.578	1.668	1.772
0.1			1.012	1.026	1.041	1.058	1.077	1.098	1.122	1.148	1.178	1.210	1.247	1.289	1.335	1.387	1.447	1.515	1.592	1.683	1.789
0.15				1.040	1.055	1.072	1.091	1.112	1.135	1.161	1.191	1.224	1.260	1.302	1.349	1.401	1.461	1.529	1.608	1.700	1.808
0.2					1.070	1.087	1.106	1.127	1.150	1.176	1.205	1.238	1.275	1.317	1.364	1.417	1.477	1.546	1.626	1.718	1.828
0.25						1.104	1.122	1.143	1.166	1.192	1.222	1.255	1.292	1.333	1.380	1.434	1.494	1.564	1.645	1.739	1.851
0.3							1.141	1.162	1.185	1.211	1.240	1.273	1.310	1.352	1.399	1.453	1.514	1.585	1.666	1.762	1.876
0.35								1.182	1.205	1.231	1.260	1.293	1.330	1.372	1.420	1.474	1.536	1.608	1.691	1.788	1.904
0.4									1.228	1.254	1.283	1.316	1.353	1.395	1.443	1.498	1.561	1.633	1.718	1.817	1.937
0.45										1.280	1.309	1.342	1.379	1.422	1.470	1.525	1.589	1.663	1.749	1.851	1.973
0.5											1.338	1.371	1.409	1.451	1.500	1.556	1.621	1.696	1.784	1.888	2.015
0.55												1.405	1.442	1.485	1.535	1.591	1.657	1.734	1.824	1.932	2.062
0.6													1.480	1.524	1.574	1.632	1.699	1.778	1.871	1.982	2.118
0.65														1.568	1.619	1.678	1.747	1.828	1.924	2.040	2.183
0.7															1.672	1.732	1.803	1.887	1.987	2.109	2.259
0.75																1.795	1.869	1.956	2.062	2.190	2.351
0.8																	1.946	2.039	2.151	2.288	2.462
0.85																		2.137	2.258	2.408	2.599
0.9																			2.390	2.557	2.773
0.95																				2.747	3.000
1																					3.310

Πίνακας 2.10 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\bar{c}_{br}=0,9$

z_i/z_b	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
0	0.961	0.972	0.984	0.998	1.013	1.030	1.049	1.070	1.093	1.119	1.148	1.181	1.217	1.257	1.302	1.353	1.410	1.475	1.550	1.635	1.736
0.05		0.983	0.996	1.009	1.024	1.041	1.060	1.081	1.104	1.130	1.159	1.191	1.227	1.267	1.313	1.364	1.421	1.487	1.562	1.649	1.750
0.1			1.008	1.021	1.036	1.053	1.072	1.093	1.116	1.141	1.170	1.203	1.239	1.279	1.325	1.376	1.434	1.500	1.575	1.663	1.766
0.15				1.035	1.050	1.066	1.085	1.106	1.129	1.154	1.183	1.215	1.251	1.292	1.338	1.389	1.447	1.514	1.590	1.679	1.783
0.2					1.065	1.081	1.100	1.120	1.143	1.169	1.197	1.230	1.266	1.306	1.352	1.404	1.463	1.530	1.607	1.697	1.802
0.25						1.098	1.116	1.136	1.159	1.185	1.213	1.245	1.282	1.322	1.368	1.420	1.479	1.547	1.625	1.716	1.824
0.3							1.134	1.154	1.177	1.202	1.231	1.263	1.299	1.340	1.386	1.439	1.498	1.567	1.646	1.738	1.848
0.35								1.174	1.197	1.222	1.251	1.283	1.319	1.360	1.406	1.459	1.519	1.589	1.669	1.763	1.874
0.4									1.220	1.245	1.273	1.305	1.342	1.383	1.429	1.482	1.543	1.613	1.695	1.791	1.904
0.45										1.270	1.298	1.330	1.367	1.408	1.455	1.508	1.570	1.641	1.724	1.822	1.939
0.5											1.327	1.359	1.395	1.437	1.484	1.538	1.601	1.673	1.758	1.858	1.978
0.55												1.391	1.428	1.469	1.517	1.572	1.635	1.709	1.796	1.898	2.022
0.6													1.465	1.507	1.555	1.611	1.675	1.751	1.839	1.945	2.074
0.65														1.549	1.598	1.655	1.721	1.799	1.890	2.000	2.134
0.7															1.649	1.707	1.775	1.854	1.949	2.064	2.205
0.75																1.767	1.837	1.920	2.019	2.140	2.289
0.8																	1.910	1.997	2.102	2.230	2.391
0.85																		2.090	2.202	2.340	2.515
0.9																			2.324	2.476	2.671
0.95																				2.648	2.872
1																					3.140

Πίνακας 2.11 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\bar{c}_{br}=1,0$

z_i/z_b	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
0	0.911	0.920	0.929	0.940	0.953	0.966	0.981	0.998	1.016	1.037	1.060	1.085	1.113	1.145	1.179	1.218	1.260	1.307	1.360	1.420	1.486
0.05		0.928	0.938	0.949	0.961	0.974	0.989	1.006	1.024	1.044	1.067	1.092	1.120	1.151	1.186	1.224	1.266	1.314	1.367	1.426	1.493
0.1			0.948	0.958	0.970	0.983	0.998	1.014	1.032	1.053	1.075	1.100	1.128	1.159	1.193	1.231	1.273	1.321	1.374	1.433	1.500
0.15				0.969	0.980	0.993	1.008	1.024	1.042	1.062	1.084	1.109	1.136	1.167	1.201	1.239	1.281	1.328	1.381	1.441	1.508
0.2					0.992	1.005	1.019	1.035	1.052	1.072	1.094	1.118	1.145	1.176	1.210	1.248	1.290	1.337	1.390	1.449	1.517
0.25						1.017	1.031	1.046	1.064	1.083	1.105	1.129	1.156	1.186	1.220	1.257	1.299	1.346	1.399	1.459	1.526
0.3							1.045	1.060	1.077	1.096	1.117	1.141	1.167	1.197	1.231	1.268	1.310	1.357	1.410	1.469	1.537
0.35								1.075	1.091	1.110	1.131	1.154	1.180	1.210	1.243	1.280	1.322	1.368	1.421	1.481	1.549
0.4									1.107	1.126	1.146	1.169	1.195	1.224	1.257	1.294	1.335	1.382	1.434	1.494	1.562
0.45										1.144	1.164	1.186	1.212	1.240	1.273	1.309	1.350	1.396	1.449	1.508	1.576
0.5											1.183	1.205	1.230	1.258	1.290	1.326	1.367	1.413	1.465	1.525	1.593
0.55												1.227	1.251	1.279	1.310	1.346	1.386	1.432	1.484	1.544	1.612
0.6													1.275	1.302	1.333	1.368	1.408	1.454	1.506	1.565	1.633
0.65														1.329	1.359	1.394	1.433	1.478	1.530	1.589	1.658
0.7															1.389	1.423	1.462	1.507	1.558	1.617	1.686
0.75																1.457	1.495	1.539	1.590	1.650	1.719
0.8																	1.533	1.577	1.628	1.687	1.756
0.85																		1.621	1.671	1.731	1.800
0.9																			1.722	1.782	1.852
0.95																				1.842	1.913
1																					1.986

Πίνακας 2.12 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\bar{c}_{br}=2,5$

z_t/z_b	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
0	0.842	0.849	0.856	0.864	0.872	0.882	0.893	0.905	0.918	0.933	0.950	0.968	0.989	1.011	1.036	1.063	1.093	1.125	1.161	1.200	1.242
0.05		0.855	0.862	0.869	0.878	0.887	0.898	0.910	0.923	0.937	0.954	0.972	0.992	1.014	1.039	1.066	1.095	1.128	1.163	1.202	1.244
0.1			0.868	0.876	0.884	0.893	0.903	0.915	0.928	0.942	0.958	0.976	0.996	1.018	1.042	1.069	1.098	1.130	1.165	1.204	1.246
0.15				0.883	0.891	0.900	0.910	0.921	0.934	0.948	0.963	0.981	1.000	1.022	1.046	1.072	1.101	1.133	1.168	1.206	1.248
0.2					0.899	0.907	0.917	0.928	0.940	0.954	0.969	0.986	1.005	1.026	1.050	1.076	1.105	1.136	1.171	1.209	1.251
0.25						0.915	0.925	0.935	0.947	0.960	0.975	0.992	1.011	1.031	1.055	1.080	1.108	1.140	1.174	1.212	1.253
0.3							0.934	0.944	0.955	0.968	0.982	0.999	1.017	1.037	1.060	1.085	1.113	1.144	1.178	1.215	1.256
0.35								0.953	0.964	0.977	0.990	1.006	1.024	1.044	1.066	1.090	1.118	1.148	1.182	1.219	1.260
0.4									0.975	0.986	1.000	1.015	1.032	1.051	1.072	1.096	1.123	1.153	1.186	1.223	1.264
0.45										0.997	1.010	1.025	1.041	1.059	1.080	1.103	1.130	1.159	1.192	1.228	1.268
0.5											1.022	1.036	1.051	1.069	1.089	1.112	1.137	1.166	1.198	1.233	1.273
0.55												1.049	1.063	1.080	1.099	1.121	1.146	1.173	1.205	1.240	1.279
0.6													1.077	1.093	1.111	1.132	1.155	1.182	1.213	1.247	1.285
0.65														1.108	1.125	1.144	1.167	1.193	1.222	1.255	1.293
0.7															1.141	1.159	1.180	1.205	1.233	1.265	1.302
0.75																1.176	1.196	1.219	1.246	1.277	1.312
0.8																	1.215	1.236	1.262	1.291	1.325
0.85																		1.256	1.280	1.307	1.339
0.9																			1.301	1.327	1.357
0.95																				1.351	1.379
1																					1.404

Πίνακας 2.13 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\bar{c}_{br}=5,0$

z_i/z_b	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
0	0.788	0.792	0.798	0.803	0.810	0.817	0.825	0.834	0.844	0.856	0.869	0.883	0.899	0.917	0.937	0.958	0.981	1.006	1.034	1.063	1.095
0.05		0.797	0.802	0.807	0.813	0.820	0.828	0.837	0.847	0.859	0.871	0.885	0.901	0.919	0.938	0.959	0.982	1.007	1.034	1.063	1.095
0.1			0.806	0.812	0.818	0.824	0.832	0.841	0.850	0.861	0.874	0.888	0.903	0.920	0.939	0.960	0.983	1.008	1.035	1.064	1.095
0.15				0.817	0.823	0.829	0.836	0.845	0.854	0.865	0.877	0.890	0.905	0.922	0.941	0.961	0.984	1.009	1.035	1.064	1.096
0.2					0.828	0.834	0.841	0.849	0.858	0.868	0.880	0.893	0.908	0.924	0.943	0.963	0.985	1.010	1.036	1.065	1.096
0.25						0.840	0.846	0.854	0.863	0.872	0.884	0.896	0.910	0.927	0.945	0.964	0.986	1.011	1.037	1.066	1.097
0.3							0.853	0.860	0.868	0.877	0.888	0.900	0.914	0.929	0.947	0.966	0.988	1.012	1.038	1.066	1.097
0.35								0.866	0.874	0.883	0.893	0.904	0.918	0.933	0.950	0.969	0.990	1.013	1.039	1.067	1.098
0.4									0.881	0.889	0.899	0.909	0.922	0.936	0.953	0.971	0.992	1.015	1.040	1.068	1.099
0.45										0.897	0.905	0.915	0.927	0.941	0.956	0.974	0.994	1.017	1.042	1.069	1.099
0.5											0.913	0.923	0.933	0.946	0.961	0.978	0.997	1.019	1.044	1.071	1.100
0.55												0.931	0.941	0.953	0.966	0.982	1.001	1.022	1.046	1.072	1.102
0.6													0.950	0.960	0.973	0.988	1.005	1.026	1.048	1.074	1.103
0.65														0.970	0.981	0.995	1.011	1.030	1.052	1.077	1.105
0.7															0.991	1.003	1.018	1.035	1.056	1.080	1.107
0.75																1.013	1.026	1.042	1.061	1.084	1.110
0.8																	1.037	1.051	1.068	1.089	1.113
0.85																		1.062	1.077	1.095	1.118
0.9																			1.089	1.104	1.125
0.95																				1.117	1.134
1																					1.147

Πίνακας 2.14 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\overline{c_{br}}=7,5$

z_i/z_b	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
0	0.500	0.506	0.514	0.521	0.530	0.539	0.549	0.559	0.569	0.581	0.592	0.604	0.616	0.629	0.641	0.654	0.667	0.680	0.694	0.707	0.721
0.05		0.513	0.520	0.528	0.536	0.545	0.555	0.565	0.576	0.587	0.599	0.611	0.623	0.636	0.648	0.661	0.675	0.688	0.701	0.715	0.729
0.1			0.527	0.535	0.544	0.553	0.562	0.573	0.583	0.595	0.606	0.618	0.631	0.643	0.656	0.669	0.682	0.696	0.710	0.723	0.737
0.15				0.543	0.551	0.560	0.570	0.580	0.591	0.602	0.614	0.626	0.639	0.651	0.664	0.677	0.691	0.705	0.718	0.732	0.746
0.2					0.560	0.569	0.579	0.589	0.600	0.611	0.623	0.635	0.647	0.660	0.673	0.686	0.700	0.714	0.728	0.742	0.756
0.25						0.578	0.588	0.598	0.609	0.620	0.632	0.644	0.656	0.669	0.682	0.696	0.710	0.724	0.738	0.752	0.767
0.3							0.597	0.608	0.618	0.630	0.641	0.654	0.666	0.679	0.692	0.706	0.720	0.734	0.748	0.763	0.778
0.35								0.618	0.629	0.640	0.652	0.664	0.677	0.690	0.703	0.717	0.731	0.745	0.760	0.774	0.789
0.4									0.639	0.651	0.663	0.675	0.688	0.701	0.714	0.728	0.742	0.757	0.771	0.786	0.802
0.45										0.662	0.674	0.686	0.699	0.712	0.726	0.740	0.754	0.769	0.784	0.799	0.815
0.5											0.686	0.698	0.711	0.725	0.738	0.753	0.767	0.782	0.797	0.813	0.828
0.55												0.711	0.724	0.737	0.751	0.766	0.780	0.795	0.811	0.827	0.843
0.6													0.737	0.751	0.765	0.779	0.794	0.809	0.825	0.841	0.858
0.65														0.764	0.779	0.793	0.809	0.824	0.840	0.856	0.873
0.7															0.793	0.808	0.823	0.839	0.856	0.872	0.889
0.75																0.823	0.839	0.855	0.872	0.889	0.906
0.8																	0.855	0.871	0.888	0.906	0.924
0.85																		0.888	0.905	0.923	0.942
0.9																			0.923	0.941	0.960
0.95																				0.960	0.980
1																					0.999

Πίνακας 2.15 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\bar{c}_{br}=50$

z_i/z_b	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
0	0.500	0.506	0.514	0.521	0.530	0.539	0.548	0.558	0.569	0.579	0.590	0.601	0.613	0.624	0.636	0.648	0.660	0.672	0.684	0.695	0.707
0.05		0.513	0.520	0.528	0.536	0.545	0.555	0.565	0.575	0.586	0.597	0.608	0.620	0.632	0.644	0.656	0.668	0.680	0.692	0.704	0.716
0.1			0.527	0.535	0.544	0.553	0.562	0.572	0.583	0.593	0.605	0.616	0.628	0.640	0.652	0.664	0.676	0.688	0.701	0.713	0.726
0.15				0.543	0.551	0.560	0.570	0.580	0.591	0.602	0.613	0.624	0.636	0.648	0.660	0.673	0.685	0.698	0.710	0.723	0.736
0.2					0.560	0.569	0.578	0.589	0.599	0.610	0.622	0.633	0.645	0.657	0.670	0.682	0.695	0.707	0.720	0.733	0.746
0.25						0.578	0.588	0.598	0.608	0.619	0.631	0.643	0.655	0.667	0.680	0.692	0.705	0.718	0.731	0.744	0.757
0.3							0.597	0.607	0.618	0.629	0.641	0.653	0.665	0.677	0.690	0.703	0.716	0.729	0.742	0.756	0.769
0.35								0.618	0.629	0.640	0.651	0.663	0.676	0.688	0.701	0.714	0.727	0.741	0.754	0.768	0.782
0.4									0.639	0.651	0.662	0.675	0.687	0.700	0.713	0.726	0.740	0.753	0.767	0.781	0.795
0.45										0.662	0.674	0.686	0.699	0.712	0.725	0.738	0.752	0.766	0.780	0.795	0.809
0.5											0.686	0.698	0.711	0.724	0.738	0.751	0.765	0.780	0.794	0.809	0.824
0.55												0.711	0.724	0.737	0.751	0.765	0.779	0.794	0.808	0.823	0.839
0.6													0.737	0.751	0.765	0.779	0.793	0.808	0.823	0.839	0.854
0.65														0.764	0.779	0.793	0.808	0.823	0.839	0.855	0.871
0.7															0.793	0.808	0.823	0.839	0.855	0.871	0.887
0.75																0.823	0.839	0.855	0.871	0.888	0.905
0.8																	0.855	0.871	0.888	0.905	0.923
0.85																		0.888	0.905	0.923	0.941
0.9																			0.923	0.941	0.960
0.95																				0.960	0.980
1																					0.999

Πίνακας 2.16 Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού K για υποστυλώματα σε μερικώς μεταθετά πλαίσια με αδιαστατοποιημένη αντίσταση του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης $\bar{c}_{br}=100$

2.5 Υπολογισμός συντελεστών στρωφικής δυσκαμψίας για μέλη με διάφορες συνοριακές συνθήκες με ή χωρίς την παρουσία αξονικής δύναμης

Η αντίσταση των ελατηρίων στο απλοποιητικό προσομοίωμα του υποστυλώματος ισούται με το άθροισμα των στρωφικών δυσκαμψιών των μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος. Ο υπολογισμός της δυσκαμψίας των μελών αυτών εξαρτάται από τις συνοριακές συνθήκες στον απέναντι ακραίο κόμβο του μέλους, καθώς και από την αξονική του δύναμη, και πραγματοποιείται στην ενότητα αυτή με τη μέθοδο γωνιών-στρωφής (Gantes and Mageirou 2005). Οι ροπές M_{AB} και M_{BA} στα άκρα ενός μέλους AB με άνοιγμα L_i και καμπτική δυσκαμψία $E_i I_i$ χωρίς αξονική δύναμη υπολογίζονται από τις εξισώσεις (2.9), (2.10), ενώ υπό την παρουσία αξονικής δύναμης από τις αναλυτικές σχέσεις (2.11), (2.12), (2.13) και (2.14). Στην ενότητα αυτή υπολογίζονται οι στρωφικές δυσκαμψίες που παρέχεται από μέλη που συνδέονται με το εξεταζόμενο υποστυλώμα σε έναν από τους δύο ακραίους κόμβους του. Τα μέλη αυτά

μπορεί να καταπονούνται από αξονική δύναμη ή όχι, ενώ στο άλλο άκρο τους (το μη συνδεδεμένο με το εξεταζόμενο υποστύλωμα) μπορεί να έχουν όλες τις πιθανές συνοριακές συνθήκες που μπορεί να απαντηθούν σε πρακτικές εφαρμογές (σχήμα 2.26). Στο σχήμα αυτό με $\square$ συμβολίζεται ο κόμβος του μέλους που συνδέεται με το εξεταζόμενο υποστύλωμα, ενώ για τον συμβολισμό των συνοριακών συνθηκών στο άλλο άκρο χρησιμοποιούνται οι συνήθεις συμβάσεις. Αμέσως παρακάτω αναφέρεται διεξοδικά η διαδικασία του υπολογισμού για δύο χαρακτηριστικές περιπτώσεις. Με ανάλογο τρόπο έχουν υπολογιστεί οι στρεφικές δυσκαμψίες για όλες τις άλλες περιπτώσεις του σχήματος 2.26.

2.5.1 Μέλος χωρίς αξονική δύναμη με στρεφικό ελατήριο στο απέναντι άκρο και με δυνατότητα εγκάρσιας μετάθεσης

Εξάγεται ο συντελεστής στρεφικής δυσκαμψίας του μέλους του σχήματος 2.26 (ζ) χωρίς αξονική δύναμη. Από ισορροπία ροπών στο μέλος, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις γωνιών στροφής προκύπτει η εξίσωση:

$$\frac{2E_i I_i}{L_i} \left(2\theta_A + \theta_B + \frac{3\delta}{L_i} + \theta_A + 2\theta_B + \frac{3\delta}{L_i} \right) = 0 \Rightarrow \theta_A + \theta_B + \frac{2\delta}{L_i} = 0 \quad (2.38)$$

Από την ισορροπία εξωτερικών αντιδράσεων και εσωτερικών ροπών έχουμε:

$$M_{BA} = c\theta_B \Rightarrow \frac{2E_i I_i}{L_i} \theta_A + \frac{2E_i I_i}{L_i} 2\theta_B + \frac{6E_i I_i \delta}{L_i^2} = -c\theta_B \quad (2.39)$$

Λύνοντας την παραπάνω σχέση ως προς θ_B προκύπτει:

$$\theta_B = -\frac{2E_i I_i (3\delta + L_i \theta_A)}{L_i (4E_i I_i + cL_i)} \quad (2.40)$$

οπότε αντικαθιστώντας τη σχέση (2.40) στην (2.38) και λύνοντας ως προς δ έχουμε:

$$\delta = -\frac{cL_i^2 + 2E_i I_i L_i}{2(E_i I_i + cL_i)} \theta_A \quad (2.41)$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (2.41) στην (2.40) λαμβάνουμε:

$$\theta_B = \frac{E_i I_i}{E_i I_i + cL_i} \theta_A \quad (2.42)$$

και αντικαθιστώντας τις δύο παραπάνω σχέσεις στις σχέσεις γωνιών στροφής έχουμε:

$$M_{AB} = \frac{E_i I_i c}{E_i I_i + cL_i} \theta_A \quad (2.43)$$

Συνεπώς, ο συντελεστής στρεφικής δυσκαμψίας εκφράζεται από τη σχέση:

$$c_i = \frac{E_i I_i c}{E_i I_i + cL_i} \quad (2.44)$$

ή αλλιώς:

$$c_i = \frac{c}{1 + \frac{cL_i}{E_i I_i}} \quad (2.45)$$

Θέτοντας:

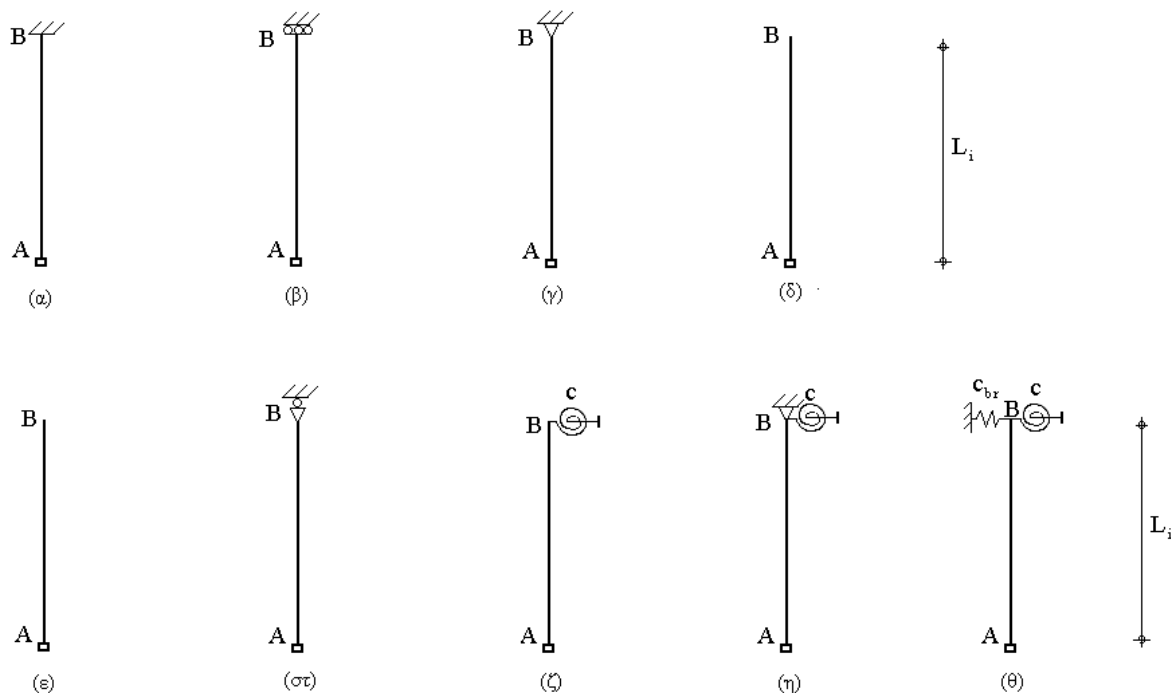
$$c^{\#} = \frac{c}{E_i I_i / L_i} \quad (2.46)$$

και

$$\bar{c}_i = \frac{E_i I_i}{L_i} \quad (2.47)$$

Η σχέση (2.45) τροποποιείται στην (2.48)

$$c_i = \frac{\bar{c}_i c^{\#}}{1 + c^{\#}} \quad (2.48)$$



▬ : ακραίος κόμβος του υποστυλώματος υπό διερεύνηση

Σχήμα 2.26 Προσομοιώματα μελών με τις εξής συνοριακές συνθήκες στο απομακρυσμένο άκρο: α) πάκτωση, β) κυλιόμενη πάκτωση, γ) άρθρωση, δ) στροφή στο ένα άκρο ίση και αντίθετη με τη στροφή στο άλλο άκρο (απλή καμπυλότητα), ε) στροφή στο ένα άκρο ίση με τη στροφή στο άλλο άκρο (διπλή καμπυλότητα), στ) κύλιση ζ) στροφικό ελατήριο, η) άρθρωση με στροφικό ελατήριο, θ) στροφικό ελατήριο και ελατήριο ευθυγράμμου κινήσεως

2.5.2 Μέλος υπό αξονικό θλιπτικό φορτίο με πάκτωση στο απέναντι άκρο

Εξάγεται ο συντελεστής στρεφικής δυσκαμψίας του μέλους του σχήματος 2.26 (α) με αξονική δύναμη N_i . Με την βοήθεια της μεθόδου γωνιών-στροφής και λαμβάνοντας υπόψη την συνοριακή συνθήκη στο άκρο Α (πάκτωση) εξάγεται η εξίσωση:

$$M_{AB} = \frac{2E_i I_i}{L_i} \alpha_{n,i} \theta_A \quad (2.49)$$

Συνεπώς, ο συντελεστής δυσκαμψίας του ελατηρίου εκφράζεται από τη σχέση:

$$c_i = \frac{2E_i I_i}{L_i} \alpha_{n,i} \quad (2.50)$$

Αδιαστατοποιούμε την αξονική δύναμη N_i διαιρώντας την με το φορτίο Euler $N_{E,i}$ του μέλους, θεωρούμενου ως αμφιερείστου.

$$N_{E,i} = \pi^2 \frac{E_i I_i}{L_i^2} \quad (2.51)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (2.50) τις (2.13), (2.14), (2.15) και (2.51) προκύπτει η σχέση:

$$c_i = \frac{4E_i I_i}{L_i} \pi \sqrt{\frac{N_i}{N_{E,i}}} \left(\frac{\pi \sqrt{\frac{N_i}{N_{E,i}}} \cot \left(\pi \sqrt{\frac{N_i}{N_{E,i}}} \right) - 1}{4\pi \sqrt{\frac{N_i}{N_{E,i}}} - 8 \tan \left(\frac{1}{2} \pi \sqrt{\frac{N_i}{N_{E,i}}} \right)} \right) \quad (2.52)$$

Θέτοντας:

$$n_i = \frac{N_i}{N_{E,i}} \quad (2.53)$$

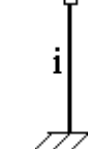
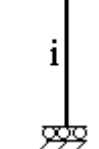
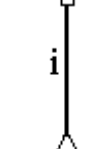
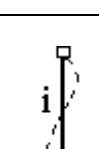
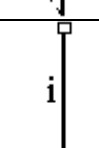
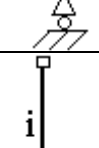
Και αντικαθιστώντας τις (2.47) και (2.53) στην (2.52) έχουμε:

$$c_i = \bar{c}_i \pi \sqrt{n_i} \left(\frac{\pi \sqrt{n_i} \cot \left(\pi \sqrt{n_i} \right) - 1}{\pi \sqrt{n_i} - 2 \tan \left(\frac{1}{2} \pi \sqrt{n_i} \right)} \right) \quad (2.54)$$

2.5.3 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα

Με ανάλογο τρόπο υπολογίζονται οι στρεφικές δυσκαμψίες για τα μέλη που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος για όλες τις περιπτώσεις συνοριακών συνθηκών του σχήματος 2.26, λαμβάνοντας ή όχι υπόψη την παρουσία σε αυτά αξονικής δύναμης. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται ανακεφαλαιωτικά στον πίνακα

2.17. Στα σχήματα του πίνακα 2.17 ο κόμβος του μέλους που συνδέεται με το εξεταζόμενο υποστύλωμα συμβολίζεται επίσης με □, ενώ για τον συμβολισμό των συνοριακών συνθηκών στο άλλο άκρο χρησιμοποιούνται οι συνήθεις συμβάσεις.

Συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο		Χωρίς αξονική δύναμη	Με αξονική δύναμη
Πάκτωση		$c_i = 4\bar{c}_i$	$c_i = \bar{c}_i \pi \sqrt{n_i} \left(\frac{\pi \sqrt{n_i} \cot(\pi \sqrt{n_i}) - 1}{\pi \sqrt{n_i} - 2 \tan\left(\frac{1}{2} \pi \sqrt{n_i}\right)} \right)$
Κυλιόμενη πάκτωση		$c_i = \bar{c}_i$	$c_i = \bar{c}_i \pi \sqrt{n_i} \cot(\pi \sqrt{n_i})$
Άρθρωση		$c_i = 3\bar{c}_i$	$c_i = \bar{c}_i n_i \left(\frac{\pi^2}{1 - \pi \sqrt{n_i} \cot(\pi \sqrt{n_i})} \right)$
Απλή καμπυλότητα		$c_i = 2\bar{c}_i$	$c_i = \bar{c}_i \pi \sqrt{n_i} \cot\left(\frac{1}{2} \pi \sqrt{n_i}\right)$
Διπλή καμπυλότητα α		$c_i = 6\bar{c}_i$	$c_i = \bar{c}_i n_i \left(\frac{\pi^2}{2 - \pi \sqrt{n_i} \cot\left(\frac{1}{2} \pi \sqrt{n_i}\right)} \right)$
Κύλιση		$c_i = 0\bar{c}_i$	$c_i = -\bar{c}_i n_i \left(\frac{\pi \tan(\pi \sqrt{n_i})}{\sqrt{n_i}} \right)$
Στροφικό ελατήριο		$c_i = \frac{\bar{c}_i c^\#}{1 + c^\#}$	$c_i = \bar{c}_i \frac{(c^\# - \pi \sqrt{n_i} \tan(\pi \sqrt{n_i}))}{\left(1 + c^\# \frac{\tan(\pi \sqrt{n_i})}{\pi \sqrt{n_i}}\right)}$
Άρθρωση και στροφικό ελατήριο		$c_i = 4\bar{c}_i \frac{3 + c^\#}{4 + c^\#}$	$c_i = \bar{c}_i \frac{(c^\# + \pi^2 n) \sqrt{n} \sin(\pi \sqrt{n}) - c^\# \pi n \cos(\pi \sqrt{n})}{(1 - c^\#) \sqrt{n} \sin(\pi \sqrt{n}) - (2c^\# \pi^{-1} + \pi n) \cos(\pi \sqrt{n}) + 2c^\# \pi^{-1}}$

Στροφικό και μετακινησιακό ελατήριο		$c_i = 4\bar{c}_i \frac{A}{B}$	$c_i = \bar{c}_i \frac{D}{E}$
Δ : ακραίος κόμβος του υποστυλώματος υπό διερεύνηση			

Πίνακας 2.17 Στροφικές δυσκαμψίες για τα μέλη που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος με ή χωρίς την παρουσία σε αυτά αξονικής δύναμης

Οι συντελεστές A, B, D, E καθώς και οι $\bar{c}_i$, $c^\#$, $c_{br}^\#$ δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις.

$$A = 3(c^\# + c_{br}^\#) + c^\# c_{br}^\#$$

$$B = 12 + 12c^\# + 4c_{br}^\# + c^\# c_{br}^\#$$

$$D = (\pi\sqrt{n})^2 \left[(\pi\sqrt{n})^4 - c_{br}^\# (\pi\sqrt{n})^2 - c^\# c_{br}^\# - c^\# (\pi\sqrt{n})^3 \cot(\pi\sqrt{n}) + c^\# c_{br}^\# (\pi\sqrt{n}) \cot(\pi\sqrt{n}) \right]$$

$$E = c^\# \left[\left(1 - \pi\sqrt{n} \cot(\pi\sqrt{n}) \right)^2 - \left(\frac{\pi\sqrt{n}}{\sin(\pi\sqrt{n})} - 1 \right)^2 \right] \left[(\pi\sqrt{n})^2 - c_{br}^\# \right] - 2c^\# (\pi\sqrt{n})^2 \cdot$$

$$\left(\frac{\pi\sqrt{n}}{\sin(\pi\sqrt{n})} - \pi\sqrt{n} \cot(\pi\sqrt{n}) \right) + (\pi\sqrt{n})^2 \left[(\pi\sqrt{n})^2 - c_{br}^\# \right] (1 - \pi\sqrt{n} \cot(\pi\sqrt{n})) - (\pi\sqrt{n})^4$$

$$\bar{c}_i = \frac{EI}{L}, c^\# = \frac{c}{EI/L}, c_{br}^\# = \frac{c_{br}}{EI/L^3}$$

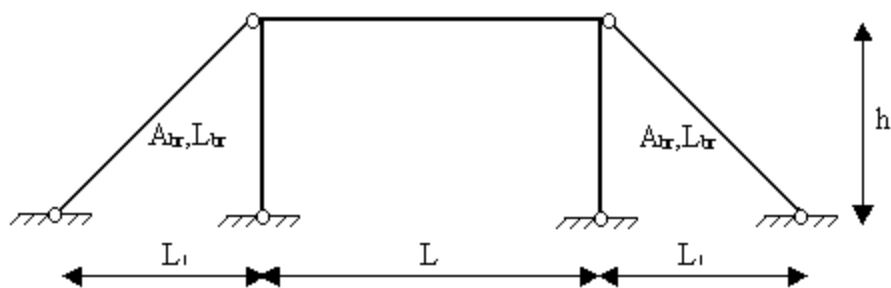
όπου c και c_{br} είναι οι σταθερές στροφικού και μετακινησιακού ελατηρίου αντίστοιχα.

2.6 Υπολογισμός συντελεστών δυσκαμψίας έναντι μετάθεσης για συστήματα δυσκαμψίας

Στην ενότητα 2.5 υπολογίστηκαν οι συντελεστές στροφικής δυσκαμψίας για τα στροφικά ελατήρια του προσομοιώματος υποστυλώματος του πολυώροφου πλαισίου του σχήματος 2.3. Ο συντελεστής δυσκαμψίας για το ελατήριο ευθυγράμμου κίνησης που προσομοιώνει το σύστημα δυσκαμψίας του πλαισίου παρουσιάζεται στην παρούσα ενότητα για δύο συνήθεις περιπτώσεις.

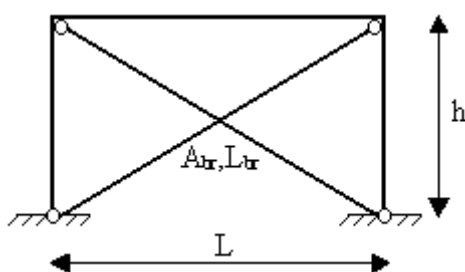
2.6.1 Συντελεστές δυσκαμψίας για οριζόντια μετατόπιση για συστήματα με αντηρίδες ή διαγώνιους συνδέσμους

Στην παρούσα διατριβή εξετάζονται δύο συστήματα δυσκαμψίας που συναντώνται σε μεταλλικά πλαίσια, το ένα με αντηρίδες (σχήμα 2.27) και το άλλο με κεντρικούς δικτυωτούς (διαγώνιους) συνδέσμους (σχήμα 2.28).



Σχήμα 2.27 Πλαίσιο με αντηρίδες

Ο συντελεστής δυσκαμψίας για οριζόντια μετατόπιση ορίζεται ως η οριζόντια δύναμη προς την αντίστοιχη μετατόπιση. Οι συντελεστές δυσκαμψίας για τα παραπάνω συστήματα υπολογίστηκαν με την βοήθεια της μεθόδου άμεσης δυσκαμψίας.



Σχήμα 2.28 Πλαίσιο με διαγώνιους συνδέσμους

Ο συντελεστής αντίστασης της αντηρίδας του πλαισίου του σχήματος 2.27 δίνεται από τη σχέση:

$$c_{br} = \frac{E_{br} A_{br} L_1^2}{L_{br}^3} \quad (2.55)$$

Εάν ο ελκυστήρας ανήκει στο πλαίσιο του σχήματος 2.28, δηλαδή ανήκει σε σύστημα δυσκαμψίας με διαγώνιους συνδέσμους, έχουμε: $\cos \varphi = L/L_{br}$. Επομένως ο συντελεστής δυσκαμψίας του συνδέσμου δίνεται από τη σχέση:

$$c_{br} = \frac{E_{br} A_{br} L^2}{L_{br}^3} \quad (2.56)$$

Εκφράζοντας το μήκος του συνδέσμου συναρτήσει του μήκους και ύψους του πλαισίου, ο συντελεστής δυσκαμψίας κάθε συνδέσμου δίνεται από τη σχέση:

$$c_{br} = \frac{E_{br} A_{br} L^2}{h^3 \left[1 + \left(\frac{h}{L} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (2.57)$$

2.7 Διερεύνηση της δυνατότητας οριζόντιας μετάθεσης μεταλλικών πλαισιακών φορέων

Ένα πρόβλημα που αντιμετωπίζουν οι μηχανικοί κατά τη μελέτη μεταλλικών φορέων είναι ο χαρακτηρισμός του πλαισίου ως προς τη μεταθετότητα του. Ο χαρακτηρισμός αυτός είναι πολύ σημαντικός, αφού σχετίζεται άμεσα με τον υπολογισμό του μήκους λυγισμού των υποστυλωμάτων. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, οι κανονιστικές διατάξεις χαρακτηρίζουν τους φορείς ως προς την δυνατότητα οριζόντιας μετάθεσης σε δύο κατηγορίες, τους μεταθετούς και τους αμετάθετους. Η πραγματική όμως συμπεριφορά κάποιων μεταλλικών πλαισίων είναι η μερικώς μεταθετή, στην οποία η πλευρική μετάθεση, χωρίς να δεσμεύεται απολύτως ή να πραγματοποιείται ελεύθερα, περιορίζεται από τα υπόλοιπα μέλη του φορέα. Σύμφωνα με το προτεινόμενο προσομοίωμα και συγκρίνοντας τα διαγράμματα των σχημάτων 2.12 και 2.25 για μερικώς μεταθετά πλαίσια με εκείνο του σχήματος 2.10 για αμετάθετα πλαίσια (ή τους αντίστοιχους πίνακες) προκύπτει ότι ένα κατάλληλο κριτήριο χαρακτηρισμού του πλαισίου ως αμετάθετου συνδέεται με την τιμή της αδιαστατοποιημένης αντίστασης του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης, c_{br} . Συγκεκριμένα, για τιμές της αδιαστατοποιημένης αντίστασης του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης μεγαλύτερες από 50, ο φορέας συμπεριφέρεται πρακτικά ως αμετάθετος.

Ο Ευρωκώδικας 3 χαρακτηρίζει ένα πλαίσιο ως αμετάθετο εάν το σύστημα δυσκαμψίας του μειώνει την οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου κατά τουλάχιστο 80% της μετακίνησης του αντίστοιχου πλαισίου χωρίς σύστημα δυσκαμψίας. Συνεπώς, ένα πλαίσιο χαρακτηρίζεται κατά τον EC3 ως μεταθετό εάν ο λόγος της οριζόντιας μετακίνησης δ του πλαισίου με σύστημα δυσκαμψίας προς την αντίστοιχη δ_0 χωρίς σύστημα δυσκαμψίας είναι μεγαλύτερος από 0,2.

Σε αυτή την παράγραφο θα διερευνηθεί η ορθότητα αυτού του κριτηρίου. Για το σκοπό αυτό θα υπολογιστούν οι οριζόντιες μετατοπίσεις του προσομοιώματος του σχήματος 2.3, αλλά υπό τη δράση συγκεντρωμένου οριζόντιου φορτίου P_h στον άνω κόμβο αντί του συγκεντρωμένου κατακορύφου φορτίου P , με και χωρίς σύστημα δυσκαμψίας. Ο υπολογισμός πραγματοποιείται με την βοήθεια της μεθόδου Άμεσης Δυσκαμψίας. Μετά από το σχετικό λογισμό καταλήγουμε για την περίπτωση που υπάρχει σύστημα δυσκαμψίας με σταθερά c_{br} στην παρακάτω σχέση για την οριζόντια μετατόπιση δ :

$$\delta = \frac{-(12E^2I_c^2 + 4EI_c c_t h + 4EI_c c_b h + c_b c_t h^2)h^2 P_h}{12E^2I_c^2 c_t + 12E^2I_c^2 c_{br} h^2 + 4EI_c c_{br} c_t h^3 + 12E^2I_c^2 c_b + 12EI_c c_b c_t h + 4EI_c c_b c_{br} h^3 + c_t c_b c_{br} h^4} \quad (2.58)$$

Εάν το πλαίσιο δεν έχει σύστημα δυσκαμψίας, η μετατόπισή του δ_0 υπολογίζεται από την παραπάνω σχέση εάν θέσουμε την αντίσταση του μετακινησιακού ελατηρίου ίση με μηδέν, δηλαδή εάν $c_{br} = 0$. Επομένως έχουμε:

$$\delta_0 = \frac{-(12E^2I_c^2 + 4EI_c c_t h + 4EI_c c_b h + c_b c_t h^2)h^2 P_h}{12E^2I_c^2 c_t + 12E^2I_c^2 c_b + 12EI_c c_b c_t h} \quad (2.59)$$

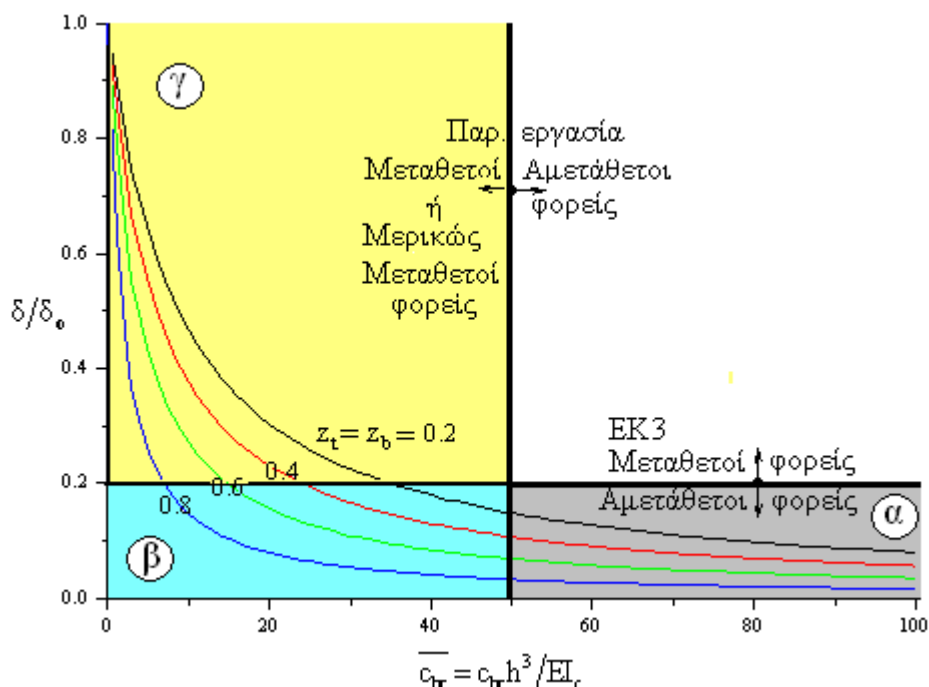
Στη συνέχεια υπολογίζουμε το λόγο δ/δ_0 διαιρώντας τη σχέση (2.58) με τη σχέση (2.59).

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \frac{12E^2 I_c^2 c_t + 12E^2 I_c^2 c_b + 12EI_c c_b c_t h}{12E^2 I_c^2 c_t + 12E^2 I_c^2 c_{br} h^2 + 4EI_c c_{br} c_t h^3 + 12E^2 I_c^2 c_b + 12EI_c c_b c_t h + 4EI_c c_b c_{br} h^3 + c_t c_b c_{br} h^4} \quad (2.60)$$

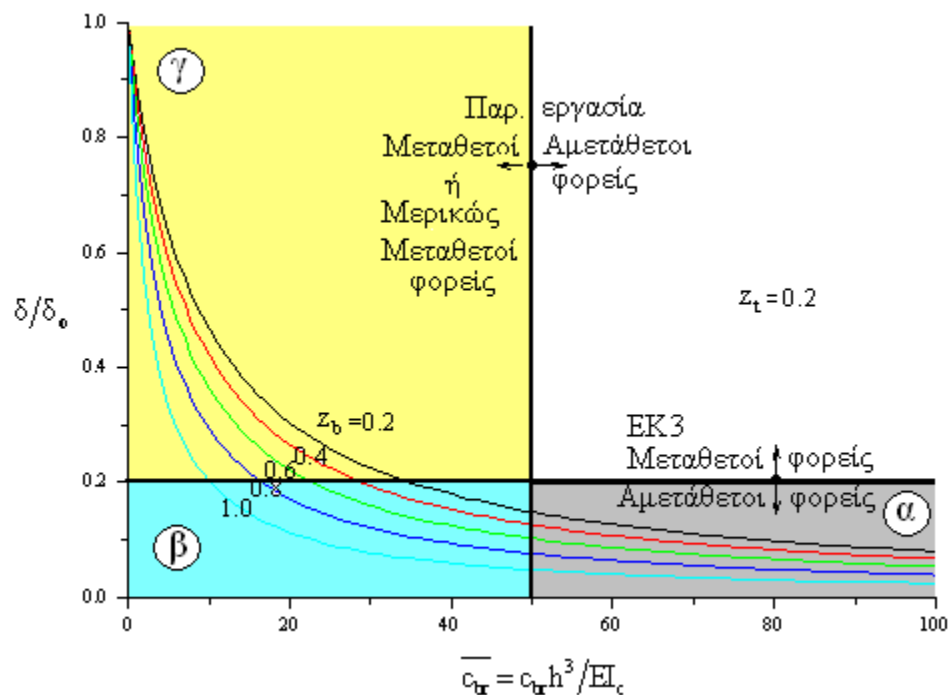
Αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση τις σταθερές των στροφικών ελατηρίων και του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης συναρτήσει των συντελεστών κατανομής (z_t και z_b) προκύπτει τελικά η σχέση:

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \frac{12(3z_t + 3z_b - 2z_t z_b - 4)}{4(9z_t - c_{br} - 12) - z_b(24z_t - z_t c_{br} - 36)} \quad (2.61)$$

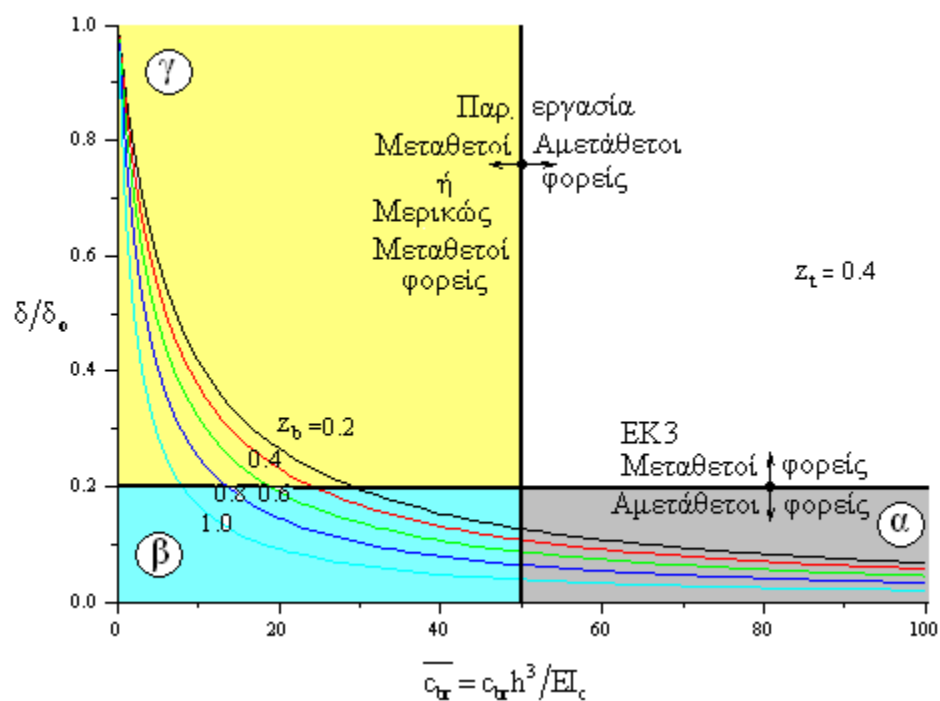
Με βάση τη σχέση (2.61) κατασκευάζονται τα νομογραφήματα των σχημάτων 2.29 έως 2.34 που παρέχουν το λόγο της οριζόντιας μετακίνησης του άνω κόμβου του προσομοιώματος υποστυλώματος πλαισίου με σύστημα δυσκαμψίας προς την αντίστοιχη χωρίς σύστημα δυσκαμψίας, συναρτήσει του αδιαστατοποιημένου συντελεστή του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης c_{br} και για διάφορες τιμές των αδιαστατοποιημένων στροφικών δυσκαμψιών z_t και z_b . Από τα παραπάνω διαγράμματα καθίσταται εμφανές ότι η μεταθετότητα σε ένα πλαίσιο είναι συνάρτηση του συντελεστή δυσκαμψίας για οριζόντια μετατόπιση καθώς και της στροφικής δέσμευσης που προσδίδουν στο υποστύλωμα τα συντρέχοντα στον αντίστοιχο κόμβο μέλη.



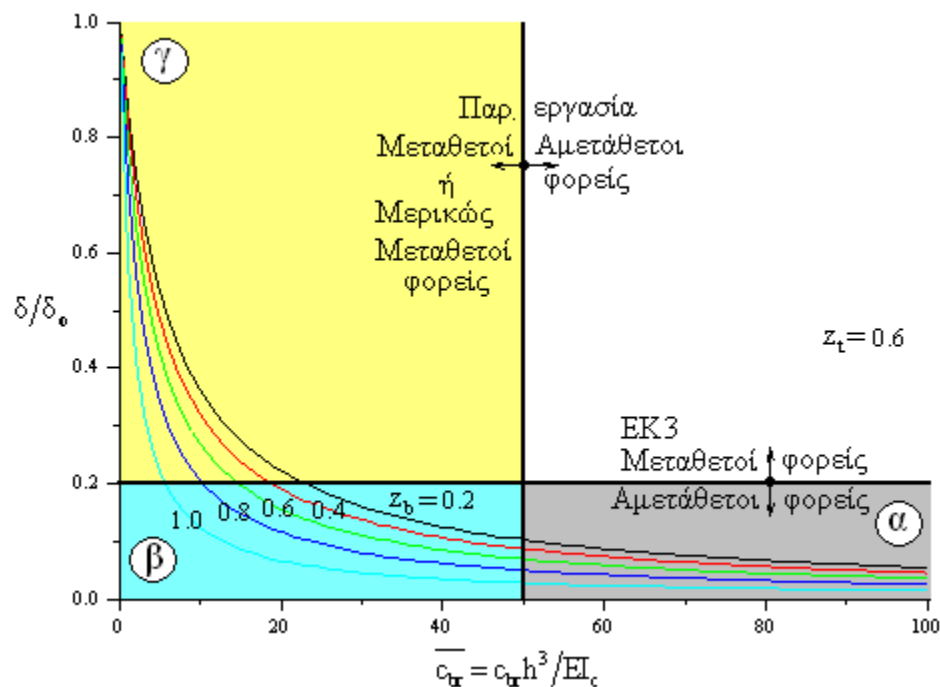
Σχήμα 2.29 Μεταθετότητα πλαισίων για διάφορες τιμές των συντελεστών κατανομής z_t , z_b (ίσες μεταξύ τους) και του αδιαστατοποιημένου συντελεστή c_{br}



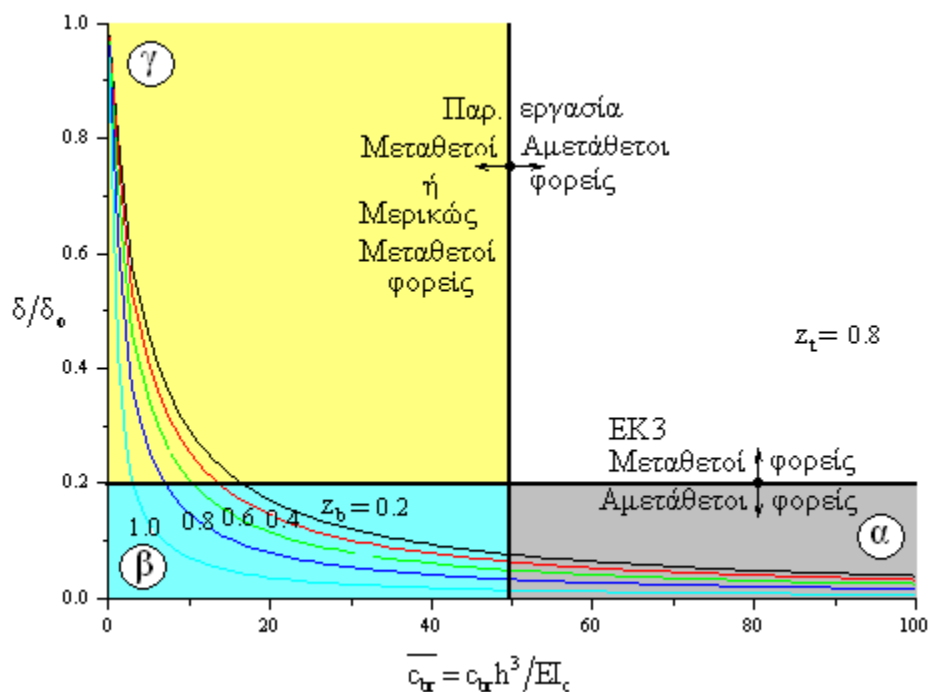
Σχήμα 2.30 Μεταθετότητα πλαισίων για $z_t = 0,2$ και για διάφορες τιμές του συντελεστή κατανομής z_b και του αδιαστατοποιημένου συντελεστή $\bar{c}_{br}$



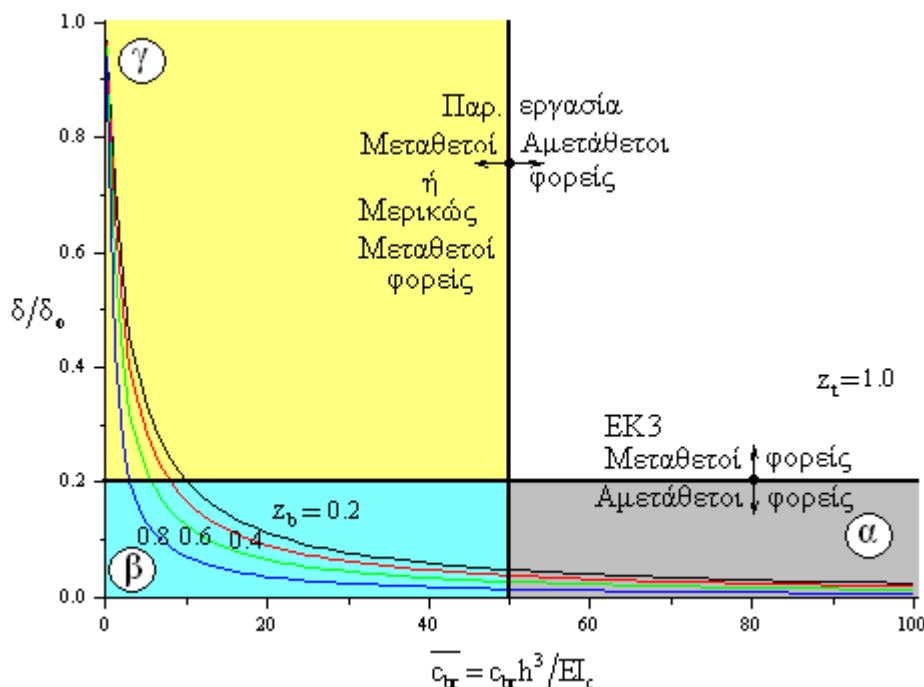
Σχήμα 2.31 Μεταθετότητα πλαισίων για $z_t = 0,4$ και για διάφορες τιμές του συντελεστή κατανομής z_b και του αδιαστατοποιημένου συντελεστή $\bar{c}_{br}$



Σχήμα 2.32 Μεταθετότητα πλαισίων για $z_t=0,6$ και για διάφορες τιμές του συντελεστή κατανομής z_b και του αδιαστατοποιημένου συντελεστή $\bar{c}_{\alpha}$



Σχήμα 2.33 Μεταθετότητα πλαισίων για $z_t=0,8$ και για διάφορες τιμές του συντελεστή κατανομής z_b και του αδιαστατοποιημένου συντελεστή $\bar{c}_{\alpha}$



Σχήμα 2.34 Μεταθετότητα πλαισίων για $z_t = 1,0$ και για διάφορες τιμές του συντελεστή κατανομής z_b και του αδιαστατοποιημένου συντελεστή $\overline{c}_{br}$

Στα γραφήματα χαράσσεται μια οριζόντια γραμμή στην τιμή του λόγου που ισούται με 0,2 που αντιπροσωπεύει το κριτήριο του EC3. Επίσης, χαράσσεται μία κατακόρυφη γραμμή στην τιμή $\overline{c}_{br} = 50$, που αντιπροσωπεύει το προτεινόμενο κριτήριο αμεταθετότητας της παρούσης εργασίας. Παρατηρείται ότι διαμορφώνονται τρεις περιοχές (α), (β), (γ) ως εξής: στην περιοχή (α) και τα δύο κριτήρια συμφωνούν ότι η συμπεριφορά είναι πρακτικά αμετάθετη, στην περιοχή (γ) και τα δύο κριτήρια συμφωνούν ότι η συμπεριφορά είναι πρακτικά μεταθετή και στην περιοχή (β) παρατηρείται ότι το κριτήριο του Ευρωκώδικα 3 είναι ανασφαλές, διότι χαρακτηρίζει ως αμετάθετα πλαίσια τα οποία λυγίζουν με μερική μετάθεση και έχουν ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού μικρότερο, σε κάποιες περιπτώσεις και αισθητά, του αντίστοιχου για αμετάθετα πλαίσια. Από τα παραπάνω γραφήματα φαίνεται ότι όσο αυξάνεται η στρωτική δυσκαμψία του ενός ή και των δύο ακραίων κόμβων του υπό εξέταση υποστυλώματος αυξάνεται και η απαίτηση της δυσκαμψίας μετάθεσης για να χαρακτηριστεί ένα πλαίσιο ως αμετάθετο σύμφωνα με τις κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3.

2.8 Επίλογος - Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο προτείνεται μία βελτιωμένη μέθοδος υπολογισμού του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού και, κατ' επέκταση, του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού και εν συνεχεία της αντοχής, υποστυλωμάτων πολύωροφων πλαισίων. Η βελτίωση προκύπτει από την ακριβέστερη θεώρηση της συμβολής των υπόλοιπων μελών του φορέα στην δυνατότητα παραμόρφωσης του εξεταζόμενου υποστυλώματος. Συγκεκριμένα,

προτείνεται το προσομοίωμα ενός μεμονωμένου υποστυλώματος με δύο στροφικά ελατήρια, ένα στο κάθε άκρο του, που προσομοιώνουν τη στροφική δέσμευση από τα συντρέχοντα μέλη στον αντίστοιχο κόμβο και ένα ελατήριο ευθυγράμμου κίνησης στον άνω κόμβο που προσομοιώνει τη συνεισφορά από το σύστημα δυσκαμψίας του πλαισίου. Η στροφική δυσκαμψία των ελατηρίων ισούται με το άθροισμα της συμβολής των στροφικών δυσκαμψιών των μελών που συντρέχουν στον πάνω και κάτω κόμβο του υπό εξέταση υποστυλώματος.

Για την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου, προτείνονται εύκολες στην χρήση αναλυτικές σχέσεις καθώς και πλήθος νομογραφημάτων και πινάκων για τον υπολογισμό του ισοδύναμου μήκους λυγισμού Kh υποστυλωμάτων με *μεταθετή, αμετάθετη* και *μερικώς μεταθετή συμπεριφορά* και για *όλο το πιθανό εύρος στροφικών δεσμεύσεων στα άκρα*. Στη συνέχεια, προτείνονται αναλυτικές σχέσεις, οι οποίες εκτιμούν τη στροφική δυσκαμψία των μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του εξεταζόμενου υποστυλώματος για όλες τις πιθανές συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο τους, λαμβάνοντας υπόψη και την επιρροή της αξονικής τους δύναμης. Επίσης, υπολογίζεται η δυσκαμψία του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης για δύο είδη συστημάτων δυσκαμψίας, ένα με διαγώνιους συνδέσμους και ένα με αντηρίδες.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται διαγράμματα του λόγου των οριζοντίων μετακινήσεων πλαισίων με και χωρίς σύστημα δυσκαμψίας για διάφορες τιμές δυσκαμψιών στροφικών ελατηρίων και ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης. Με αυτά τα διαγράμματα αξιολογείται το κριτήριο της βιβλιογραφίας, που υιοθετείται και από τον Ευρωκώδικας 3, σύμφωνα με το οποίο ένα πλαίσιο χαρακτηρίζεται ως αμετάθετο εάν αυτός ο λόγος μετακινήσεων είναι μικρότερος από 0,2. Διαπιστώνεται ότι στην πραγματικότητα ο φορέας συμπεριφέρεται πρακτικά ως αμετάθετος για τιμή της αδιαστατοποιημένης αντίστασης του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης μεγαλύτερη από πενήντα. Εισάγεται έτσι ένα νέο κριτήριο κατάταξης των πλαισίων σε αμετάθετα ή μεταθετά, που αποδεικνύεται πιο αξιόπιστο από το προτεινόμενο στον Ευρωκώδικα 3, το οποίο σε κάποιες περιπτώσεις χαρακτηρίζει εσφαλμένα τα πλαίσια ως αμετάθετα και επομένως υπερεκτιμά το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3:

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ
ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΚΡΙΣΙΜΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ
ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΩΝ
ΠΟΛΥΩΡΟΦΩΝ ΠΛΑΙΣΙΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΚΡΙΣΙΜΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΩΝ ΠΟΛΥΩΡΟΦΩΝ ΠΛΑΙΣΙΩΝ

3.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται παραδείγματα υπολογισμού του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων ορθογωνικών μονώροφων και πολυώροφων μεταλλικών πλαισίων με μεταθετή, αμετάθετη και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά σύμφωνα με την μέθοδο που προτάθηκε στο κεφάλαιο 2. Παράλληλα, μέσω αυτών των παραδειγμάτων επιδιώκεται να επιτευχθούν οι εξής στόχοι:

- i. Ο πρώτος στόχος του κεφαλαίου είναι να παρουσιαστούν οι λεπτομέρειες του τρόπου εφαρμογής της προτεινόμενης μεθόδου. Σημειώνεται εδώ ότι προτείνονται δύο παραλλαγές της μεθόδου:
 - ο Η λεγόμενη «σύνθετη μέθοδος», στην οποία λαμβάνεται υπόψη η επιρροή στη συμπεριφορά του προτεινόμενου μέλους όλων των άλλων μελών του πλαισίου.
 - ο Η λεγόμενη «απλοποιημένη μέθοδος», στην οποία λαμβάνεται υπόψη η επιρροή στη συμπεριφορά του προτεινόμενου μέλους των μελών του πλαισίου, τα οποία ευρίσκονται στα εκατέρωθεν φατνώματα και στον από πάνω και από κάτω όροφο.

Για πλαίσια που έχουν έως τρία φατνώματα και έως δύο ορόφους, η σύνθετη και η απλοποιημένη μέθοδος συμπίπτουν και αναφέρονται στα σχετικά παραδείγματα με τον γενικό όρο «προτεινόμενη μέθοδος». Για μεγαλύτερα πλαίσια η σύνθετη μέθοδος απαιτεί σημαντικά μεγαλύτερο όγκο υπολογισμών, παρέχοντας ελάχιστα καλύτερη ακρίβεια. Αντιθέτως, η απλοποιημένη μέθοδος απαιτεί ακριβώς τον ίδιο όγκο υπολογισμών με ανάλογες μεθόδους της βιβλιογραφίας, με ανάλογη και σε αρκετές περιπτώσεις σημαντικά βελτιωμένη ακρίβεια σε σύγκριση με αυτές. Συνεπώς, για πρακτική εφαρμογή προτείνεται τελικά η απλοποιημένη μέθοδος.

- ii. Ο δεύτερος στόχος του κεφαλαίου είναι να επιβεβαιωθεί η ορθότητα των σχέσεων της προτεινόμενης μεθόδου. Για το σκοπό αυτό γίνεται αρχικά σύγκριση των λύσεων της προτεινόμενης μεθόδου με αναλυτικές λύσεις με χρήση της μεθόδου γωνιών στροφής, για ένα σημαντικό πλήθος παραδειγμάτων με σχετικά μικρό αριθμό μελών, ώστε η αναλυτική λύση να είναι υπολογιστικά εφικτή. Διαπιστώνεται απόλυτη σύμπτωση της προτεινόμενης μεθόδου και των ακριβών αναλυτικών λύσεων για ευρύ φάσμα τιμών σχετικών δυσκαμψιών των μελών των εξεταζόμενων πλαισίων, όπως άλλωστε ήταν αναμενόμενο, αφού η προτεινόμενη μέθοδος έχει προκύψει από επεξεργασία των σχέσεων γωνιών στροφής.

Σημειώνεται επίσης ότι για αρκετά από τα παραδείγματα που παρουσιάζονται σε αυτή την ενότητα έγινε υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού και με γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η σύγκριση και αυτών των αποτελεσμάτων με τις ακριβείς αναλυτικές λύσεις έγινε για πιστοποίηση του χρησιμοποιούμενου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων για αναλύσεις αυτού του τύπου, καθώς και για εξακρίβωση της απαιτούμενης πυκνότητας πλέγματος για ικανοποιητική αριθμητική σύγκλιση. Τα αποτελέσματα είναι και πάλι ιδιαίτερα ικανοποιητικά. Έτσι πιστοποιείται η δυνατότητα χρήσης της γραμμικοποιημένης ανάλυσης λυγισμού ως μέτρου σύγκρισης της ακρίβειας της προτεινόμενης μεθόδου σε άλλα, συνθετότερα παραδείγματα, στα οποία ο όγκος των απαιτούμενων υπολογισμών κάνει απαγορευτική την χρήση της μεθόδου γωνιών στροφής.

Επισημαίνεται τέλος ότι για αρκετά από τα παραδείγματα που παρουσιάζονται σε αυτή την ενότητα έγινε υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού και με χρήση των κανονιστικών διατάξεων ΕΚ3 και LRFD και σύγκριση με τα αποτελέσματα των άλλων μεθόδων. Αυτή η σύγκριση εντάσσεται στον κύριο στόχο του παρόντος κεφαλαίου που είναι η αξιολόγηση της προτεινόμενης μεθόδου σε σύγκριση με εκείνες που σήμερα εφαρμόζονται στην καθημερινή πράξη, όπως εξηγείται αναλυτικότερα στη συνέχεια.

- iii. Έτσι λοιπόν, ο τρίτος στόχος του κεφαλαίου είναι να αναδείξει το σημαντικά μεγαλύτερο εύρος εφαρμογής της προτεινόμενης μεθόδου από εκείνο άλλων μεθόδων της βιβλιογραφίας και των κανονιστικών διατάξεων (Ευρωκώδικας 3, Load and Resistance Factor Design Specification for structural steel buildings). Ο υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων πολυώροφων πλαισίων με χρήση των παραπάνω κανονιστικών διατάξεων παρουσιάζει, όπως προαναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 2, αρκετές ασάφειες, όσον αφορά τις συνοριακές συνθήκες, που ενδέχεται να οδηγήσουν σε μη ακριβείς τιμές των υπολογιζόμενων φορτίων. Συγκεκριμένες πηγές απόκλισης των υποτιθέμενων συνοριακών συνθηκών από τις πραγματικές είναι οι εξής:

- Ο Μία πρώτη πηγή πιθανού σφάλματος αφορά τον χαρακτηρισμό των πλαισίων ως μεταθετών ή αμετάθετων. Μεταθετά είναι τα πλαίσια χωρίς σύστημα δυσκαμψίας, δηλαδή χωρίς στοιχεία παρεμπόδισης της οριζόντιας μετατόπισης των ζυγωμάτων τους. Σε αυτά τα πλαίσια η κρίσιμη ιδιομορφή λυγισμού συνδέεται πάντα με πλευρική μετάθεση των ζυγωμάτων, και ο συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού είναι μεγαλύτερος της μονάδας, κάνοντας τα μεταθετά πλαίσια ιδιαίτερα επιρρεπή σε κίνδυνο λυγισμού. Αντίθετα, σε αμετάθετα πλαίσια, στα οποία η οριζόντια μετατόπιση των ζυγωμάτων παρεμποδίζεται πλήρως από άκαμπτο σύστημα δυσκαμψίας, ο συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού είναι μικρότερος της μονάδας, κάνοντας αυτά τα πλαίσια αρκετά ανθεκτικότερα έναντι κινδύνου λυγισμού. Τα πραγματικά όμως συστήματα δυσκαμψίας δεν είναι άκαμπτα, αλλά έχουν μια πεπερασμένη δυσκαμψία, επομένως παρεμποδίζουν μεν, αλλά ελαστικά και όχι

απόλυτα, την οριζόντια μετατόπιση των ζυγωμάτων. Τα πλαίσια αυτά λέγονται μερικώς μεταθετά και η συμπεριφορά τους έναντι λυγισμού πλησιάζει εκείνη των μεταθετών πλαισίων για πολύ εύκαμπτα συστήματα δυσκαμψίας και εκείνη των αμετάθετων πλαισίων για πολύ άκαμπτα συστήματα δυσκαμψίας, κυμαινόμενη γενικά μεταξύ αυτών των δύο ακραίων καταστάσεων.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, στις κανονιστικές διατάξεις του EC3 και του LRFD γίνεται διαχωρισμός των πλαισίων σε μεταθετά και αμετάθετα μόνον, και δεν καλύπτεται η γενικότερη περίπτωση των μερικώς μεταθετών πλαισίων. Συγκεκριμένα:

- Στον EC3 γίνεται αναφορά στην πεπερασμένη αντίσταση που προβάλλεται από τα συστήματα δυσκαμψίας, όμως τελικά τα πλαίσια με τέτοια συστήματα κατατάσσονται είτε ως μεταθετά είτε ως αμετάθετα, με βάση το κριτήριο του λόγου των οριζόντιων μετατοπίσεων με και χωρίς σύστημα δυσκαμψίας, το οποίο, όπως αποδείχθηκε στο κεφάλαιο 2, δεν είναι πάντοτε ακριβές.
- Στον LRFD δεν γίνεται καν αναφορά στην πεπερασμένη αντίσταση που προβάλλεται από τα συστήματα δυσκαμψίας, και η κατάταξη των πλαισίων ως μεταθετών ή αμετάθετων επαφίεται στην κρίση του μηχανικού.

Αντίθετα, η παρούσα εργασία αντιμετωπίζει ως ξεχωριστή περίπτωση τα μερικώς μεταθετά πλαίσια, για τα οποία προτείνεται η χρήση των σχέσεων ή διαγραμμάτων που δόθηκαν στο Κεφάλαιο 2.

- Ο Μία δεύτερη πηγή πιθανού σφάλματος αφορά τον υπολογισμό των στροφικών δεσμεύσεων στον κάτω και άνω κόμβο του υπό εξέταση υποστυλώματος. Αυτές οι δεσμεύσεις εξαρτώνται από το άθροισμα των στροφικών δυσκαμψιών των συνδεδεμένων σε κάθε κόμβο μελών σε σύγκριση με τη στροφική δυσκαμψία του υπό εξέταση υποστυλώματος. Οι στροφικές δυσκαμψίες των συνδεδεμένων μελών εξαρτώνται από τα αδρανειακά χαρακτηριστικά της διατομής τους, το μήκος τους, τις συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο τους (όχι το συνδεδεμένο με το υπό εξέταση υποστυλόμετρο) και την αξονική δύναμη που ενδεχομένως τα καταπονεί.

Όπως επίσης έχει ήδη αναφερθεί, στις κανονιστικές διατάξεις του EC3 και του LRFD λαμβάνονται υπόψη μόνον κάποιες από αυτές τις παραμέτρους. Συγκεκριμένα:

- Στον EC3 για μεν τις συνδεδεμένες δοκούς λαμβάνονται υπόψη τα αδρανειακά χαρακτηριστικά της διατομής τους, το μήκος τους, οι συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο τους και η αξονική τους

δύναμη, δεν καλύπτονται όμως όλες οι περιπτώσεις πιθανών συνοριακών συνθηκών στο απέναντι άκρο. Για δε τα υποστυλώματα χρησιμοποιείται πάντα η ίδια έκφραση στροφικής δυσκαμψίας, βάσει των αδρανειακών χαρακτηριστικών της διατομής τους και του μήκους τους, ανεξαρτήτως όμως από τις συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο τους και από την αξονική τους δύναμη.

- Στον LRFD λαμβάνονται υπόψη για όλα τα συνδεόμενα μέλη τα αδρανειακά χαρακτηριστικά της διατομής τους και το μήκος τους, αλλά αμελούνται οι συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο τους και η αξονική τους δύναμη. Οι στροφικές δυσκαμψίες υπολογίζονται απλώς ως ο λόγος της ροπής αδράνειας προς το αντίστοιχο μήκος των μελών αυτών.

Αντίθετα, στην παρούσα εργασία λαμβάνονται υπόψη για όλα τα συνδεόμενα μέλη όλες οι παράμετροι, δηλαδή τα αδρανειακά χαρακτηριστικά της διατομής τους, το μήκος τους, οι συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο τους και η αξονική τους δύναμη.

- Τέλος, μία τρίτη πηγή πιθανού σφάλματος αφορά επίσης τον υπολογισμό των στροφικών δεσμεύσεων στα άκρα του εξεταζόμενου υποστυλώματος που εξαρτάται επιπλέον από τη δυσκαμψία της σύνδεσης κάθε συνδεόμενου μέλους με το εξεταζόμενο. Στα προηγούμενα είχε υποτεθεί ότι οι συνδέσεις αυτές είναι άκαμπτες. Σε περίπτωση όμως που αυτή η σύνδεση είναι ημι-άκαμπτη, η στροφική δέσμευση που παρέχει το συνδεόμενο μέλος μειώνεται, γεγονός που μπορεί να επιφέρει σφάλμα στον υπολογισμό του κρίσιμου ελαστικού φορτίου λυγισμού και πρέπει να λαμβάνεται υπόψη. Το πρόβλημα αυτό επίσης δεν καλύπτεται από τις κανονιστικές διατάξεις του EC3 και του LRFD, αλλά αντιμετωπίζεται στο επόμενο κεφάλαιο 4 της παρούσας εργασίας.

Για την επίτευξη των παραπάνω στόχων πραγματοποιείται στο παρόν κεφάλαιο μεγάλος αριθμός αναλύσεων με όλες τις προαναφερθείσες μεθόδους. Διευκρινίζεται ότι για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού με τις παραπάνω κανονιστικές διατάξεις χρησιμοποιήθηκαν το παράρτημα E της έκδοσης ENV 1993-1-1: 1992, μια και η έκδοση ENV 1993-1-1: 2004 αφήνει στο μελετητή μηχανικό την επιλογή της μεθόδου για την εκτίμηση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων πολυώροφων πλαισίων, και η έκδοση LRFD του 1999 συμπεριλαμβάνοντας τις διορθώσεις του 2001.

Πιο συγκεκριμένα, στην ενότητα 3.2 γίνεται ο υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων για μονώροφα και διώροφα μεταθετά και αμετάθετα πλαίσια ενός φατώματος. Το κρίσιμο φορτίο υπολογίζεται με τη μέθοδο γωνιών στροφής, την προτεινόμενη μέθοδο, με γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων καθώς και σύμφωνα με τις κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και LRFD, και πραγματοποιείται σύγκριση των αποτελεσμάτων. Η

ενότητα αυτή αποσκοπεί στην ικανοποίηση του στόχου (ii) που προαναφέρθηκε, δηλαδή της επαλήθευσης της προτεινόμενης μεθόδου, αλλά και της πιστοποίησης της γραμμικοποιημένης ανάλυσης λυγισμού. Παράλληλα, συμβάλλει στην ικανοποίηση των στόχων (i) και (iii), περιγράφοντας τον τρόπο εφαρμογής της προτεινόμενης μεθόδου, αλλά και πιστοποιώντας την υπεροχή της έναντι των κανονιστικών διατάξεων για απλά παραδείγματα.

Η ενότητα 3.3 είναι αφιερωμένη στον εντοπισμό του κρίσιμου ορόφου που παρασύρει ένα πολυώροφο πλαίσιο σε λυγισμό, ανάλογα με τη σχέση δυσκαμψιών των μελών, καθώς και κατανομής των αξονικών φορτίων των υποστυλωμάτων. Παρουσιάζονται παραδείγματα τριώροφων πλαισίων στα οποία μεταβάλλονται οι δυσκαμψίες και τα φορτία ώστε να εμφανιστούν όλες οι δυνατές περιπτώσεις, και επιδεικνύεται ο τρόπος εφαρμογής της «σύνθετης» προτεινόμενης μεθόδου, ώστε να εντοπιστεί ο κρίσιμος όροφος και στην συνέχεια να προβλεφθεί με ακρίβεια το ορθό ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Παράλληλα, επαληθεύονται οι σχέσεις υπολογισμού των στρωφικών δυσκαμψιών για την αντικατάσταση των μελών που συντρέχουν σε έναν κόμβο με ισοδύναμα στρωφικά ελατήρια. Η ενότητα λοιπόν αυτή εξυπηρετεί τους στόχους (i) και (ii) του παρόντος κεφαλαίου.

Στην ενότητα 3.4 γίνεται παραμετρική διερεύνηση της επιρροής της διατομής, του μήκους και της κατανομής της αξονικής δύναμης σε υποστυλώματα διώροφων αμετάθετων πλαισίων, όσον αφορά το κρίσιμο ελαστικό φορτίο λυγισμού. Χρησιμοποιείται η μέθοδος γωνιών στρώσης και προτείνονται εύκολες στην χρήση αναλυτικές σχέσεις για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται και με την προτεινόμενη μέθοδο και χρησιμεύουν για μια ακόμη επιβεβαίωση της ορθότητάς της, δηλαδή ικανοποιείται ο στόχος (ii) επαλήθευσης της προτεινόμενης μεθόδου, ενώ γίνεται για τα ίδια παραδείγματα και πιστοποίηση της γραμμικοποιημένης ανάλυσης λυγισμού.

Τέλος, στην ενότητα 3.5 παρουσιάζονται παραδείγματα υπολογισμού του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού πολυώροφων μεταθετών, αμετάθετων και μερικώς μεταθετών πλαισίων που βρίσκονται εκτός του εύρους ισχύος των κανονιστικών διατάξεων. Ο υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου λυγισμού γίνεται με την προτεινόμενη μέθοδο και τα αποτελέσματα συγκρίνονται με αυτά από γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με τη βοήθεια προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων καθώς και με την προσέγγιση των κανονιστικών διατάξεων του Ευρωκώδικα 3 και του LRFD. Σε πλαίσια με περισσότερους από δύο ορόφους εφαρμόζονται τόσο η απλοποιημένη όσο και η σύνθετη προτεινόμενη μέθοδος. Η απλοποιημένη μέθοδος, η οποία σε αυτή την ενότητα περιγράφεται λεπτομερώς, αποδεικνύεται ότι δίνει πολύ αξιόπιστα αποτελέσματα, με υπολογιστικό φόρτο ανάλογο με εκείνον του ΕΚ3, είναι λοιπόν αυτή που συνιστάται σε πρακτικές εφαρμογές. Η ενότητα επομένως αυτή αποσκοπεί στην ικανοποίηση των στόχων (i) και (iii), περιγράφοντας τον τρόπο εφαρμογής της απλοποιημένης προτεινόμενης μεθόδου, αλλά και πιστοποιώντας την υπεροχή της έναντι των κανονιστικών διατάξεων για πολυώροφα πλαίσια.

3.2 Ακρίβεια προτεινόμενης μεθόδου

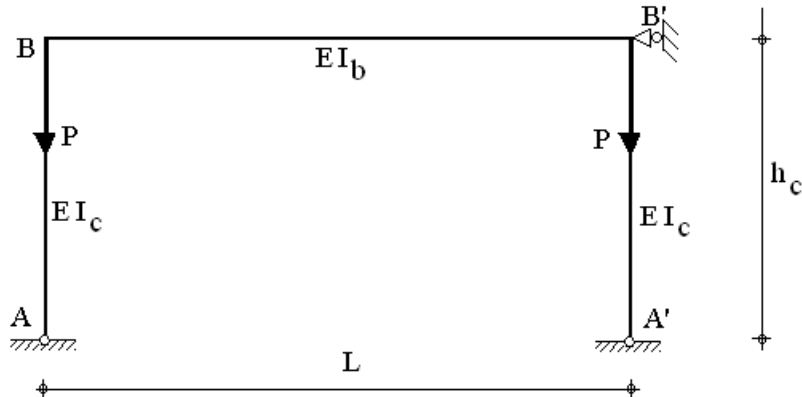
Στην ενότητα αυτή επιλύονται παραμετρικά μονώροφα και διώροφα πλαίσια ενός φατνώματος και υπολογίζεται ο συντελεστής ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με τη μέθοδο γωνιών στροφής καθώς και την προτεινόμενη μέθοδο. Ως παράμετροι επιλέγονται τα μήκη και οι ροπές αδράνειας των μελών των πλαισίων. Δεδομένου ότι η προτεινόμενη μέθοδος έχει προκύψει από τη μέθοδο γωνιών στροφής, τα αποτελέσματα, όπως ήταν αναμενόμενο, συμπίπτουν. Ο συντελεστής ισοδυνάμου μήκους λυγισμού υπολογίζεται επίσης με γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων καθώς και με τις κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και του LRFD, για κάποιες ακραίες τιμές των παραπάνω παραμέτρων.

3.2.1 Μονώροφα πλαίσια

Οι φορείς των επόμενων παραδειγμάτων είναι μονώροφα μεταθετά και αμετάθετα πλαίσια ενός φατνώματος, ώστε να είναι εφικτός ο αναλυτικός (ακριβής) υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού με εφαρμογή της μεθόδου γωνιών στροφής.

Παράδειγμα 1: Αμετάθετο μονώροφο αμφιαρθρωτό πλαίσιο

Θεωρούμε το αμετάθετο μονώροφο πλαίσιο του σχήματος 3.1, το οποίο αποτελείται από δύο υποστυλώματα, ροπής αδράνειας I_c , και ύψους h_c και μία δοκό, ροπής αδράνειας I_b και μήκους L . Οι κόμβοι φορτίζονται με συγκεντρωμένα κατακόρυφα φορτία P . Τα υποστυλώματα είναι αρθρωτά στη βάση τους.



Σχήμα 3.1 Πλαίσιο του παραδείγματος 1

Αρχικά μορφώνεται η εξίσωση λυγισμού του πλαισίου, από επίλυση με τη μέθοδο γωνιών στροφής, η οποία λαμβάνει τη μορφή:

$$\frac{2}{t} + \frac{1}{\Phi_n} = 0 \quad (3.1)$$

όπου:

$$t = \frac{k_c}{k_b} \quad (3.2)$$

$$k_c = \frac{I_c}{h_c} \quad (3.3)$$

$$k_b = \frac{I_b}{L} \quad (3.4)$$

$$\Phi_n = \frac{1 - kL \cot kL}{k^2 L^2} \quad (3.5)$$

$$k^2 = \frac{P}{EI_c} = \frac{\pi^2}{K^2 h_c^2} \quad (3.6)$$

Επιλύοντας την εξίσωση λυγισμού του πλαισίου παραμετρικά, υπολογίζουμε το συντελεστή ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K του υποστυλώματος AB .

Στη συνέχεια υπολογίζονται οι συντελεστές κατανομής z_t και z_b με την προτεινόμενη μέθοδο.

$$z_t = \frac{2}{2 + (1/t)} \quad (3.7)$$

$$z_b = 1,0 \text{ (άρθρωση)} \quad (3.8)$$

Ο συντελεστής ισοδυνάμου μήκους λυγισμού υπολογίζεται από τη σχέση (2.124) που για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και εδώ στην επόμενη σχέση (3.9) ή από το νομογράφημα του σχήματος (2.16).

$$\begin{aligned} & 32K^3(z_t - 1)(z_b - 1) - 4K \left[8K^2(z_t - 1)(z_b - 1) + (z_t + z_b - 2z_t z_b) \pi^2 \right] \cos\left(\frac{\pi}{K}\right) + \\ & + \pi \left[-16K^2 + 20K^2(z_t + z_b) + z_t z_b (\pi^2 - 24K^2) \right] \sin\left(\frac{\pi}{K}\right) = 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Όπως προαναφέρθηκε, τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων είναι ταυτόσημα, αφού η προτεινόμενη μέθοδος έχει προκύψει από τις αναλυτικές σχέσεις της μεθόδου γωνιών στροφής. Τα αποτελέσματα αυτά παρουσιάζονται για διάφορες τιμές του λόγου t στους πίνακες 3.1 και 3.2, καθώς και στο γράφημα του σχήματος 3.3.

Στη συνέχεια υπολογίζεται το ισοδύναμο μήκος λυγισμού από γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων, καθώς και με τις κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και LRFD, για διάφορες τιμές της παραμέτρου $t = k_c/k_b$. Κατά την εφαρμογή του Ευρωκώδικα 3 για τον υπολογισμό της δυσκαμψίας του ζυγώματος γίνεται η απλοποιητική παραδοχή απλής καμπυλότητας. Στον πίνακα 3.1 τα αποτελέσματα της προτεινόμενης μεθόδου συγκρίνονται με τα αριθμητικά αποτελέσματα από τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, ενώ στον πίνακα 3.2 συγκρίνονται με τα αποτελέσματα από Ευρωκώδικα 3 και LRFD. Τα αποτελέσματα όλων των μεθόδων παρουσιάζονται επίσης συγκεντρωτικά στο σχήμα 3.3. Παρατηρείται πρακτικά απόλυτη συμφωνία όλων των μεθόδων.

t	$K_{\text{πρωτ.μεθ.}(γων.στροφής)}$	K_{FEM}
0,20	0,760	0,760
1,0	0,875	0,875
1,80	0,916	0,916
10,00	0,981	0,981
20,00	0,990	0,990

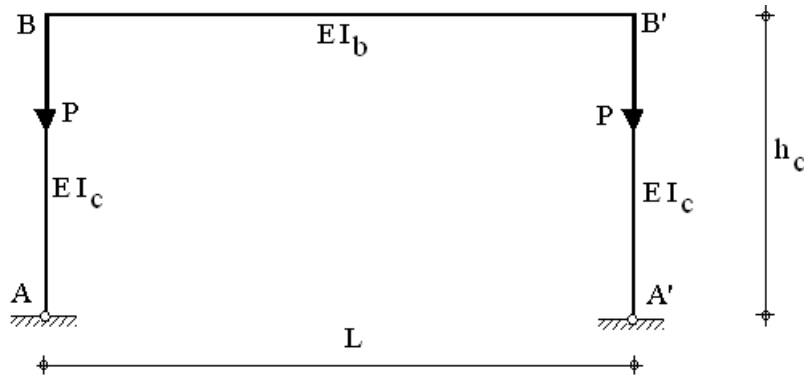
Πίνακας 3.1 Συντελεστές ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με την προτεινόμενη μέθοδο και την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων

t	$K_{\text{πρωτ.μεθ.}(γων.στροφής)}$	K_{EC3}	K_{LRFD}
0,20	0,760	0,760	0,760
1,0	0,875	0,867	0,874
1,80	0,916	0,908	0,916
10,00	0,981	0,982	0,977
20,00	0,990	0,991	0,985

Πίνακας 3.2 Συντελεστές ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με την προτεινόμενη μέθοδο και με τις κανονιστικές διατάξεις Ευρωκώδικα 3 και LRFD

Παράδειγμα 2: Μεταθετό μονώροφο αμφιαρθρωτό πλαίσιο

Θεωρούμε το μεταθετό μονώροφο πλαίσιο του σχήματος 3.2, το οποίο αποτελείται από δύο υποστυλώματα, ροπής αδράνειας I_c και ύψους h_c , και μία δοκό, ροπής αδράνειας I_b και μήκους L . Οι κόμβοι φορτίζονται με συγκεντρωμένα κατακόρυφα φορτία P . Τα υποστυλώματα είναι αρθρωτά στη βάση τους.



Σχήμα 3.2 Πλαίσιο του παραδείγματος 2

Ακολουθείται η ίδια διαδικασία. Υπολογίζεται ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με τις διάφορες μεθόδους και συγκρίνονται τα αποτελέσματα (πίνακες 3.3, 3.4 και σχήμα 3.3). Η εξίσωση λυγισμού του πλαισίου, από επίλυση με τη μέθοδο γωνιών στροφής, λαμβάνει τη μορφή:

$$6 + 2t \frac{(a_n^2 - a_f^2)(\pi/K)^2}{a_n (\pi/K)^2 - 2(a_n^2 - a_f^2)} = 0 \quad (3.10)$$

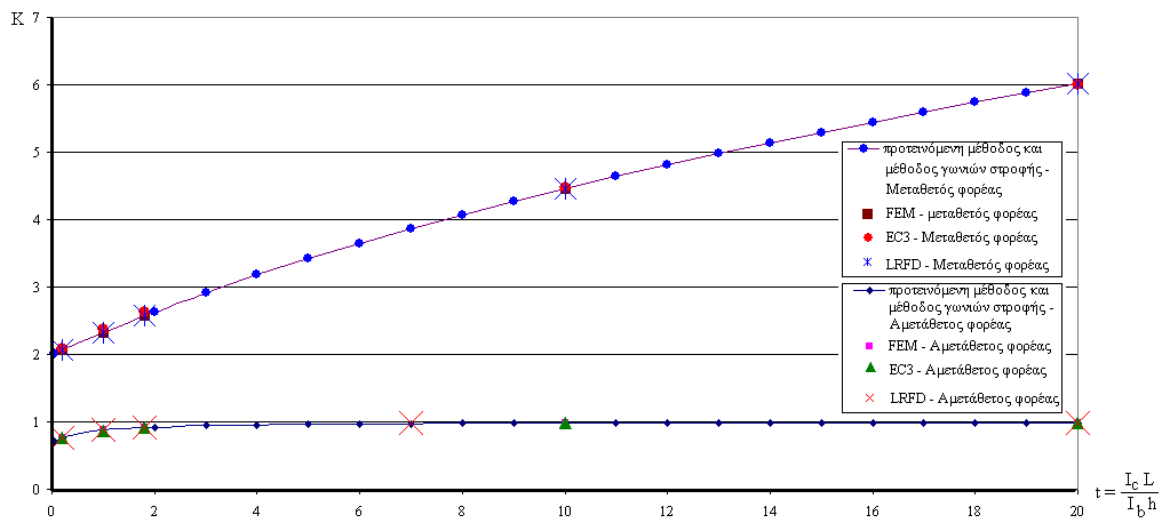
Ομοίως, παρατηρείται πρακτικά απόλυτη συμφωνία της προτεινόμενης μεθόδου με τις αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων και τον LRFD και σχεδόν απόλυτη συμφωνία με τον Ευρωκώδικα 3.

t	$K_{\text{προτ. μεθ. (γων. στροφής)}}$	K_{FEM}
0,20	2,067	2,067
1,0	2,328	2,328
1,80	2,575	2,576
10,00	4,456	4,456
20,00	6,021	6,021

Πίνακας 3.3 Συντελεστές ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με την προτεινόμενη μέθοδο και την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων

t	$K_{\text{προτ. μεθ. (γων. στροφής)}}$	K_{EC3}	K_{LRFD}
0,20	2,067	2,078	2,067
1,0	2,328	2,366	2,328
1,80	2,575	2,623	2,575
10,00	4,456	4,472	4,456
20,00	6,021	6,000	6,021

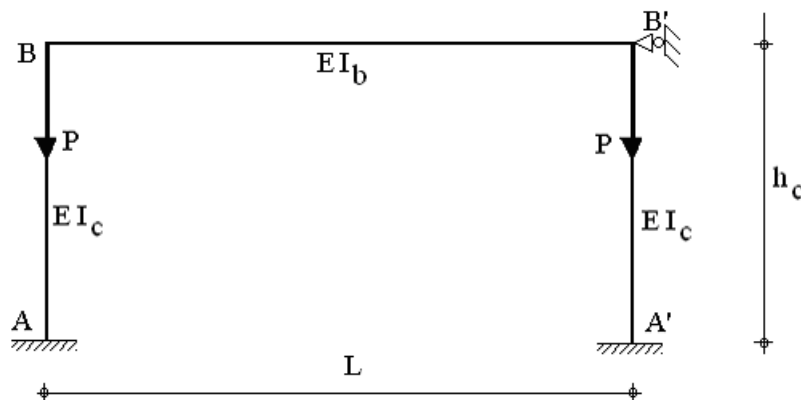
Πίνακας 3.4 Συντελεστές ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με με την προτεινόμενη μέθοδο και με τις κανονιστικές διατάξεις Ευρωκώδικα 3 και LRFD



Σχήμα 3.3 Συντελεστής ισοδυνάμου μήκους λυγισμού (K) για διάφορες τιμές της παραμέτρου t , για αμφιαρθρωτό μεταθετό και αμετάθετο μονώροφο πλαίσιο

Παράδειγμα 3: Αμετάθετο μονώροφο αμφίπακτο πλαίσιο

Θεωρούμε το αμετάθετο μονώροφο πλαίσιο του σχήματος 3.4, το οποίο αποτελείται από δύο υποστυλώματα, ροπής αδράνειας I_c και ύψους h_c , και μία δοκό, ροπής αδράνειας I_b και μήκους L . Οι κόμβοι φορτίζονται με συγκεντρωμένα κατακόρυφα φορτία P . Τα υποστυλώματα είναι πακτωμένα στη βάση τους.



Σχήμα 3.4 Πλαίσιο του παραδείγματος 3

Ακολουθείται η ίδια διαδικασία. Υπολογίζεται ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με τις διάφορες μεθόδους και συγκρίνονται τα αποτελέσματα (πίνακες 3.5, 3.6 και σχήμα 3.6). Η εξίσωση λυγισμού του πλαισίου, από επίλυση με τη μέθοδο γωνιών στρώσης, λαμβάνει τη μορφή:

$$1 + t \cdot a_n = 0 \quad (3.11)$$

Και πάλι, παρατηρείται πρακτικά απόλυτη συμφωνία της προτεινόμενης μεθόδου με τις αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων και τον LRFD και σχεδόν απόλυτη συμφωνία με τον Ευρωκώδικα 3.

t	$K_{\text{πρωτ.μεθ. (γων.στροφής)}}$	K_{FEM}
0,20	0,546	0,546
1,0	0,626	0,626
1,80	0,652	0,652
10,00	0,689	0,689
20,00	0,694	0,694

Πίνακας 3.5 Συντελεστές ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με την προτεινόμενη μέθοδο και την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων

t	$K_{\text{πρωτ.μεθ. (γων.στροφής)}}$	K_{EC3}	K_{LRFD}
0,20	0,546	0,549	0,546
1,0	0,626	0,624	0,626
1,80	0,652	0,649	0,652
10,00	0,689	0,688	0,701
20,00	0,694	0,693	0,702

Πίνακας 3.6 Συντελεστές ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με με την προτεινόμενη μέθοδο και με τις κανονιστικές διατάξεις Ευρωκώδικα 3 και LRFD

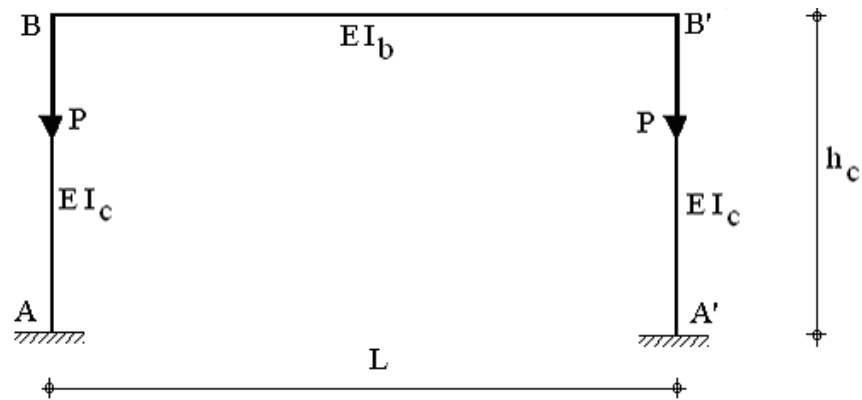
Παράδειγμα 4: Μεταθετό μονώροφο αμφίπακτο πλαίσιο

Θεωρούμε το μεταθετό μονώροφο πλαίσιο του σχήματος 3.5, το οποίο αποτελείται από δύο υποστυλώματα, ροπής αδράνειας I_c και ύψους h_c και μία δοκό, ροπής αδράνειας I_b και μήκους L . Οι κόμβοι φορτίζονται με συγκεντρωμένα κατακόρυφα φορτία P . Τα υποστυλώματα είναι πακτωμένα στη βάση τους.

Ακολουθείται η ίδια διαδικασία. Υπολογίζεται ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με τις διάφορες μεθόδους και συγκρίνονται τα αποτελέσματα (πίνακες 3.7, 3.8 και σχήμα 3.6). Η εξίσωση λυγισμού του πλαισίου, από επίλυση με τη μέθοδο γωνιών στροφής, λαμβάνει τη μορφή:

$$2 \cdot t \cdot \left[a_n - \frac{2(a_n + a_f)^2}{4(a_n + a_f) - (\pi/K)^2} \right] + 6 = 0 \quad (3.12)$$

Και σε αυτό το παράδειγμα παρατηρείται πρακτικά απόλυτη συμφωνία της προτεινόμενης μεθόδου με τις αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων και τον LRFD και σχεδόν απόλυτη συμφωνία με τον Ευρωκώδικα 3.



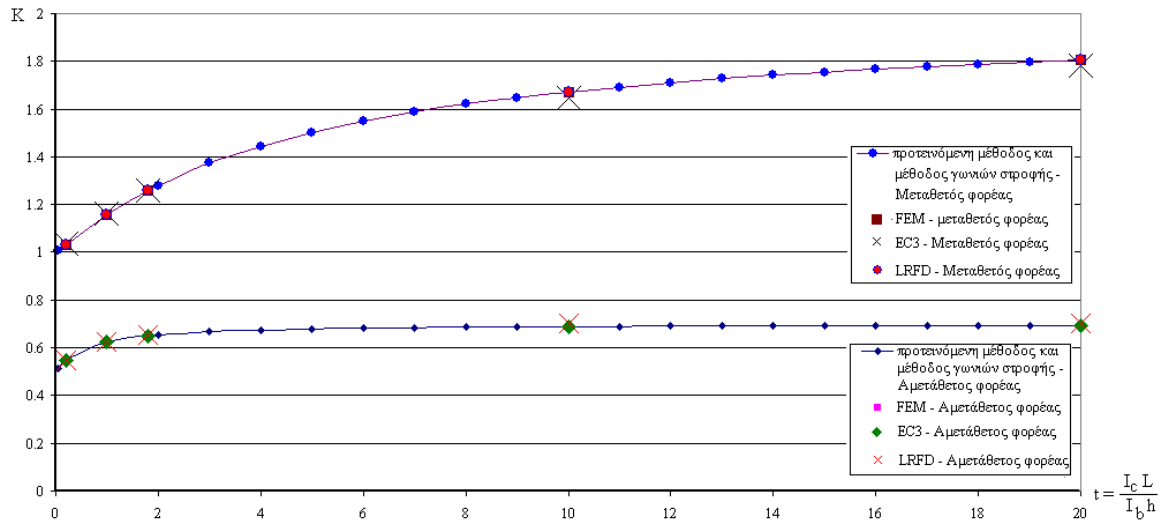
Σχήμα 3.5 Πλαίσιο του παραδείγματος 4

t	$K_{\text{προτ.μεθ. (γων.στροφής)}}$	K_{FEM}
0,20	1,033	1,033
1,0	1,157	1,157
1,80	1,257	1,258
10,00	1,671	1,671
20,00	1,804	1,804

Πίνακας 3.7 Συντελεστές ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με την προτεινόμενη μέθοδο και την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων

t	$K_{\text{προτ.μεθ. (γων.στροφής)}}$	K_{EC3}	K_{LRFD}
0,20	1,033	1,038	1,033
1,0	1,157	1,163	1,157
1,80	1,257	1,257	1,257
10,00	1,671	1,648	1,671
20,00	1,804	1,784	1,804

Πίνακας 3.8 Συντελεστές ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με με την προτεινόμενη μέθοδο και με τις κανονιστικές διατάξεις Ευρωκώδικα 3 και LRFD



Σχήμα 3.6 Συντελεστής ισοδυνάμου μήκους λυγισμού (K) για διάφορες τιμές της παραμέτρου t , για αμφίπακτο μεταθετό και αμετάθετο μονώροφο πλαίσιο

3.2.2 Διώροφα πλαίσια

Οι φορείς των επόμενων παραδειγμάτων είναι διώροφα μεταθετά και αμετάθετα πλαίσια ενός φατνώματος, ώστε να είναι εφικτός ο αναλυτικός υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού με εφαρμογή της μεθόδου γωνιών στροφής.

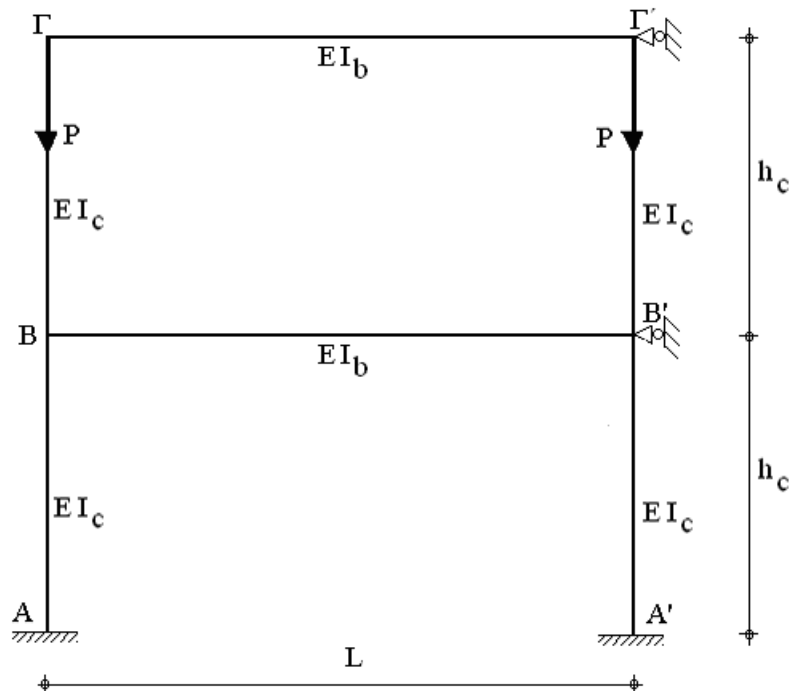
Παράδειγμα 1: Αμετάθετο διώροφο αμφίπακτο πλαίσιο

Θεωρούμε το αμετάθετο διώροφο πλαίσιο του σχήματος 3.7, το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα, ροπής αδράνειας I_c και ύψους h_c , και δοκούς, ροπής αδράνειας I_b και μήκους L . Οι άνω κόμβοι φορτίζονται με συγκεντρωμένα φορτία P . Τα υποστυλώματα είναι πακτωμένα στη βάση τους.

Ακολουθείται η ίδια διαδικασία. Υπολογίζεται ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με τις διάφορες μεθόδους και συγκρίνονται τα αποτελέσματα (πίνακες 3.9, 3.10 και σχήμα 3.9). Η εξίσωση λυγισμού του πλαισίου, από επίλυση με τη μέθοδο γωνιών στροφής, λαμβάνει τη μορφή:

$$(2 \cdot a_n \cdot t + 1) \cdot (a_n \cdot t + 1) - (2 \cdot a_f)^2 = 0 \quad (3.13)$$

Στο παράδειγμα αυτό παρατηρείται πρακτικά απόλυτη συμφωνία της προτεινόμενης μεθόδου με τις αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων, ενώ κατά τον Ευρωκώδικα 3 και τον LRFD παρουσιάζονται αποκλίσεις οι οποίες μεγαλώνουν καθώς αυξάνεται η τιμή του λόγου t .



Σχήμα 3.7 Πλαίσιο του παραδείγματος 1

t	$K_{\text{προτ.μεθ. (γων. στροφής)}}$	K_{FEM}
0,20	0,607	0,607
1,0	0,752	0,752
1,80	0,796	0,796
10,00	0,861	0,861
20,00	0,869	0,869

Πίνακας 3.9 Συντελεστές ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με την προτεινόμενη μέθοδο και την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων

t	$K_{\text{προτ.μεθ. (γων. στροφής)}}$	K_{EC3}	K_{LRFD}
0,20	0,607	0,573	0,578
1,0	0,752	0,647	0,656
1,80	0,796	0,665	0,673
10,00	0,861	0,694	0,860
20,00	0,869	0,697	0,867

Πίνακας 3.10 Συντελεστές ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με με την προτεινόμενη μέθοδο και με τις κανονιστικές διατάξεις Ευρωκώδικα 3 και LRFD

Παράδειγμα 2: Μεταθετό διώροφο αμφίπακτο πλαίσιο

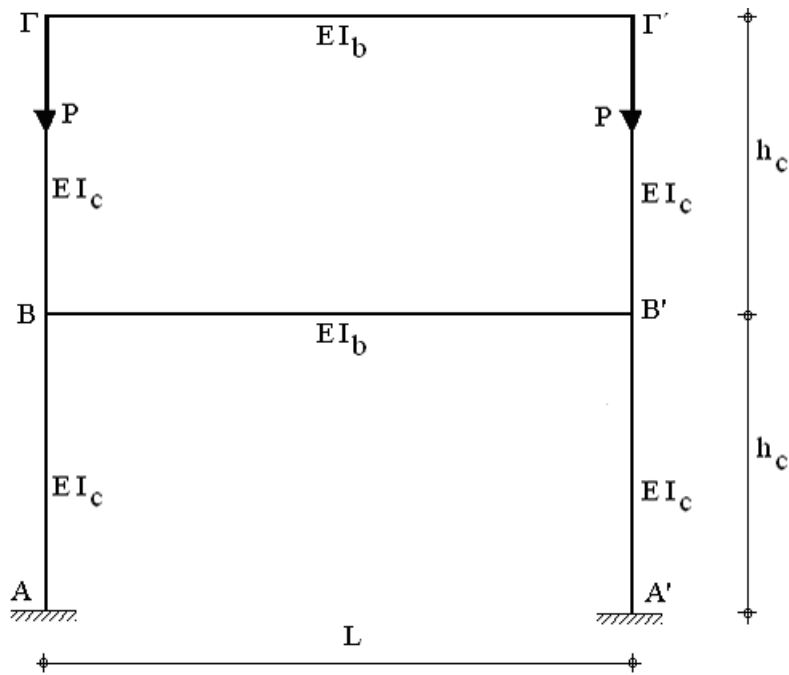
Θεωρούμε το μεταθετό διώροφο πλαίσιο του σχήματος 3.8, το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα, ροπής αδράνειας I_c και ύψους h_c , και δοκούς, ροπής αδράνειας I_b και

μήκους L . Οι άνω κόμβοι φορτίζονται με συγκεντρωμένα φορτία P . Τα υποστυλώματα είναι πακτωμένα στη βάση τους.

Ακολουθείται η ίδια διαδικασία. Υπολογίζεται ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με τις διάφορες μεθόδους και συγκρίνονται τα αποτελέσματα (πίνακες 3.11, 3.12 και σχήμα 3.9). Η εξίσωση λυγισμού του πλαισίου, από επίλυση με τη μέθοδο γωνιών στροφής, λαμβάνει τη μορφή:

$$\begin{vmatrix} 2(a_n + a_f) & 0 & -K^2 h_c - 4(a_n + a_f)/h_c & 0 \\ (2/h_c) \cdot (a_n + a_f) & (2/h_c) \cdot (a_n + a_f) & K^2 + 4(a_n + a_f)/(h_c^2) & -K^2 - 4(a_n + a_f)/(h_c^2) \\ 4 \cdot t \cdot a_n + 6 & 2 \cdot t & 0 & -(2 \cdot t) \cdot (a_n + a_f)/h_c \\ 2 \cdot t \cdot a_f & 2 \cdot t \cdot a_n + 6 & (2 \cdot t) \cdot (a_n + a_f)/h_c & -(2 \cdot t) \cdot (a_n + a_f)/h_c \end{vmatrix} = 0 \quad (3.14)$$

Ομοίως και εδώ, παρατηρείται πρακτικά απόλυτη συμφωνία της προτεινόμενης μεθόδου με τις αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων, ενώ κατά τον Ευρωκώδικα 3 και LRFD παρουσιάζονται αποκλίσεις οι οποίες μεγαλώνουν καθώς αυξάνεται η τιμή του λόγου t .



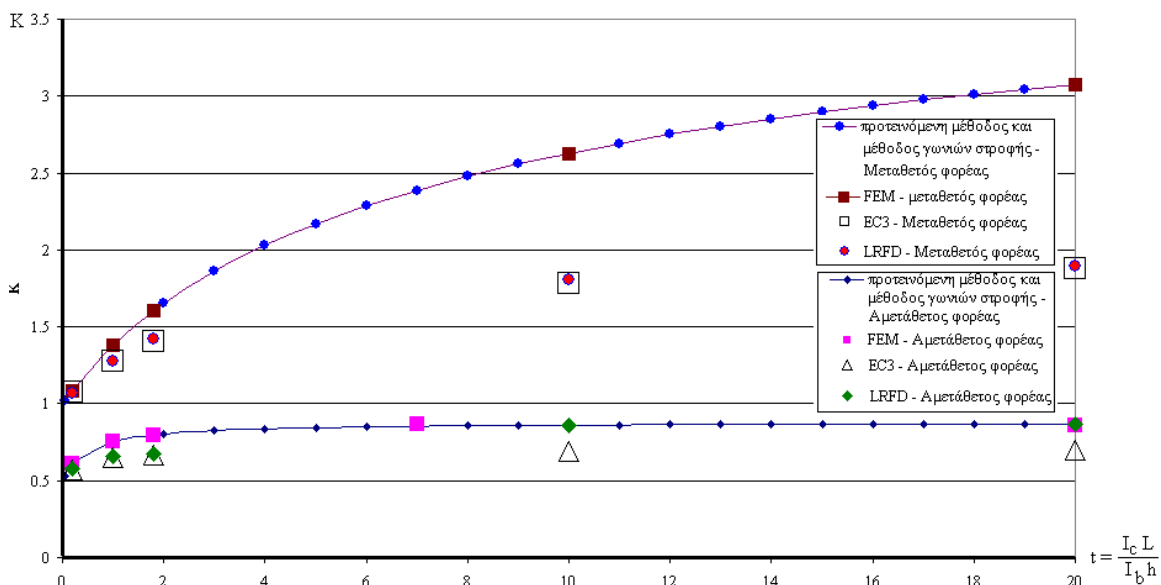
Σχήμα 3.8 Πλαίσιο του παραδείγματος 2

t	$K_{\text{προτ.μεθ.}(γων.στροφής)}$	K_{FEM}
0,20	1,087	1,087
1,0	1,384	1,384
1,80	1,607	1,607
10,00	2,628	2,628
20,00	3,075	3,075

Πίνακας 3.11 Συντελεστές ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με την προτεινόμενη μέθοδο και την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων

t	$K_{\text{προτ.μεθ.}(γων.στροφής)}$	K_{EC3}	K_{LRFD}
0,20	1,087	1,073	1,066
1,0	1,384	1,277	1,279
1,80	1,607	1,405	1,418
10,00	2,628	1,784	1,804
20,00	3,075	1,878	1,892

Πίνακας 3.12 Συντελεστές ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με με την προτεινόμενη μέθοδο και με τις κανονιστικές διατάξεις Ευρωκώδικα 3 και LRFD



Σχήμα 3.9 Συντελεστής ισοδυνάμου μήκους λυγισμού (K) για διάφορες τιμές της παραμέτρου t, για αμφίπακτο μεταθετό και αμετάθετο διώροφο πλαίσιο

Ανακεφαλαιώνοντας, στα παραπάνω παραδείγματα διαπιστώνεται απόλυτη σύμπτωση της προτεινόμενης μεθόδου και των ακριβών αναλυτικών λύσεων της μεθόδου γωνιών στροφής για ένα πολύ φάσμα τιμών των σχετικών δυσκαμψιών των μελών των εξεταζόμενων πλαισίων. Αυτό ήταν αναμενόμενο, αφού όπως έχει ήδη ειπωθεί η προτεινόμενη μέθοδος έχει προκύψει από τις αναλυτικές σχέσεις της μεθόδου γωνιών στροφής.

Για τα παραδείγματα που παρουσιάζονται σε αυτή την ενότητα έγινε επίσης υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού με γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η σύγκριση και αυτών των αποτελεσμάτων με τις ακριβείς αναλυτικές λύσεις έγινε για πιστοποίηση του χρησιμοποιούμενου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων για αναλύσεις αυτού του τύπου, καθώς και για εξακρίβωση της απαιτούμενης πυκνότητας πλέγματος για ικανοποιητική αριθμητική σύγκλιση. Από τη σύγκριση αυτή διαπιστώνεται και πάλι απόλυτη σύμπτωση. Έτσι πιστοποιείται η δυνατότητα χρήσης της γραμμικοποιημένης ανάλυσης λυγισμού ως μέτρου σύγκρισης της ακρίβειας της προτεινόμενης μεθόδου στα επόμενα, συνθετότερα παραδείγματα, στα οποία ο όγκος των απαιτούμενων υπολογισμών κάνει απαγορευτική την χρήση της μεθόδου γωνιών στροφής.

Τέλος, για τα παραδείγματα που παρουσιάζονται σε αυτή την ενότητα έγινε υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού και με χρήση των κανονιστικών διατάξεων ΕΚ3 και LRFD και σύγκριση με τα αποτελέσματα των άλλων μεθόδων. Αυτή η σύγκριση εντάσσεται στον κύριο στόχο του παρόντος κεφαλαίου που είναι η αξιολόγηση της προτεινόμενης μεθόδου σε σύγκριση με εκείνες που σήμερα εφαρμόζονται στην καθημερινή πράξη, όπως εξηγείται αναλυτικότερα στη συνέχεια.

Τα αποτελέσματα του Ευρωκώδικα 3 για τα μονώροφα πλαίσια είναι σε πολύ καλή συμφωνία με αυτά από τις παραπάνω μεθόδους, δείχνοντας ότι η διαδικασία υπολογισμού του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού για μεταθετά και αμετάθετα μονώροφα πλαίσια είναι ακριβής. Αντίθετα, για διώροφα πλαίσια παρατηρούνται αποκλίσεις των αποτελεσμάτων του Ευρωκώδικα 3 από τα ακριβή, οι οποίες είναι μικρές για μικρές τιμές του λόγου t , δηλαδή για δύσκαμπτα ζυγώματα σε σχέση με τα υποστυλώματα, αλλά αυξάνονται καθώς μεγαλώνει η τιμή του λόγου t . Οι αποκλίσεις αυτές αποδίδονται στο γεγονός, ότι για τα υποστυλώματα χρησιμοποιείται στον Ευρωκώδικα 3 πάντα η ίδια έκφραση στροφικής δυσκαμψίας, βάσει των αδρανειακών χαρακτηριστικών της διατομής τους και του μήκους τους, ανεξαρτήτως όμως από τις συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο τους και από την αξονική τους δύναμη. Τονίζεται επίσης ότι τα αποτελέσματα του Ευρωκώδικα 3 για διώροφα πλαίσια δίνουν μικρότερο ισοδύναμο μήκος λυγισμού από το ακριβές, δηλαδή είναι κατά της ασφαλείας.

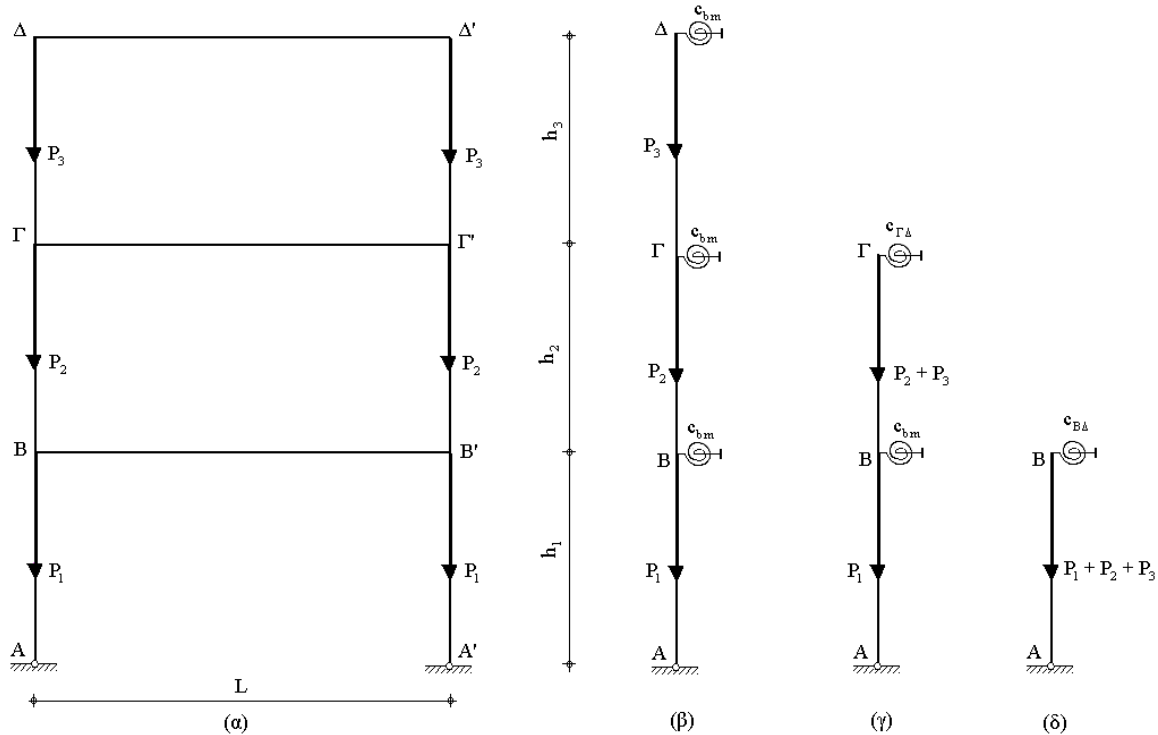
Ομοίως, τα αποτελέσματα του LRFD για τα μονώροφα πλαίσια είναι και αυτά σε πολύ καλή συμφωνία με αυτά από τις παραπάνω μεθόδους, ενώ για διώροφα πλαίσια παρατηρούνται αποκλίσεις των αποτελεσμάτων του LRFD από τα ακριβή, οι οποίες επίσης είναι μικρές για μικρές τιμές του λόγου t , αλλά αυξάνονται καθώς μεγαλώνει η τιμή του λόγου t . Αυτό οφείλεται στο ότι ο κανονισμός αυτός δεν λαμβάνει υπόψη τις συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο των μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος για τον υπολογισμό της στροφικής τους δυσκαμψίας, καθώς και την αξονική τους δύναμη. Οι στροφικές δυσκαμψίες υπολογίζονται απλώς ως ο λόγος της ροπής αδράνειας προς το αντίστοιχο μήκος των μελών αυτών.

3.3 Εντοπισμός κρίσιμου ορόφου

Ανάλογα με τη σχέση δυσκαμψιών των μελών, καθώς και κατανομής των αξονικών φορτίων των υποστρωμάτων κάθε ορόφου του πλαισίου, είναι δυνατόν ο λυγισμός του πλαισίου να προκληθεί από λυγισμό των υποστρωμάτων ενός από τους ορόφους. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να παρασυρθούν και οι υπόλοιποι όροφοι, και να αστοχήσει ολόκληρο το πλαίσιο. Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται παραδείγματα τριώροφων πλαισίων στα οποία μεταβάλλονται οι δυσκαμψίες και τα φορτία ώστε να εμφανιστούν όλες οι δυνατές περιπτώσεις, και παρουσιάζεται ο τρόπος εφαρμογής της «σύνθετης» προτεινόμενης μεθόδου, ώστε να εντοπιστεί ο κρίσιμος όροφος και στην συνέχεια να προβλεφθεί με ακρίβεια το ορθό ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού.

Η διαδικασία εντοπισμού του κρίσιμου ορόφου πραγματοποιείται σε παραδείγματα τριώροφων μεταθετών και αμετάθετων πλαισίων ΑΒΓΔΑ'Β'Γ'Δ' ενός φατνώματος (σχήμα 3.10). Πρώτα διεξάγεται μία γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων MSC-Nastran και υπολογίζεται το κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Λόγω της πιστοποίησης της γραμμικοποιημένης ανάλυσης λυγισμού στην προηγούμενη ενότητα, μέσω σύγκρισής της με τα ακριβή αναλυτικά αποτελέσματα της μεθόδου γωνιών στροφής, στην παρούσα ενότητα και τη συνέχεια του κεφαλαίου τα αποτελέσματα της ανάλυσης θεωρούνται ως ικανοποιητικής ακρίβειας και χρησιμοποιούνται ως μέτρο σύγκρισης. Στη συνέχεια λαμβάνουμε το ισοδύναμο μοντέλο 1α (ΑΒΓΔ) αντικαθιστώντας τις δοκούς με ισοδύναμα ελατήρια με στροφικές δυσκαμψίες σύμφωνα με τον πίνακα 2.17. Κατόπιν, αντικαθιστώντας διαδοχικά τα υποστρώματα από πάνω προς τα κάτω με στροφικά ελατήρια καταλήγουμε στους ισοδύναμους φορείς 1β (ΑΒΓ) και 1γ (ΑΒ). Εναλλακτικά, η αντικατάσταση των υποστρωμάτων με ελατήρια μπορεί να γίνει αφήνοντας τελευταίο τον δεύτερο όροφο, οπότε καταλήγουμε στα ισοδύναμα προσομοιώματα 1α' (ΑΒΓΔ), 1β' (ΑΒΓ), 1γ' (ΒΓ), ή από κάτω προς τα πάνω, αφήνοντας τελευταίο τον τρίτο όροφο, οπότε καταλήγουμε στα ισοδύναμα προσομοιώματα 1α'' (ΑΒΓΔ), 1β'' (ΒΓΔ), 1γ'' (ΓΔ). Λαμβάνοντας υπόψη ότι σε πολυώροφους πλαισιακούς φορείς ο μαλακότερος όροφος θα λυγίσει πρώτα παρασύροντας και τους υπόλοιπους, κρίσιμος είναι εκείνος ο όροφος που αν αφεθεί τελευταίος οδηγεί στο μικρότερο κρίσιμο φορτίο λυγισμού.

Σε όλα τα παραπάνω ισοδύναμα προσομοιώματα υπολογίζεται το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού για να εντοπιστούν πιθανές αιτίες απόκλισης των αποτελεσμάτων από τα θεωρούμενα ως ακριβή. Τα αποτελέσματα δίνονται σε πινακοποιημένη μορφή για εύκολη σύγκριση και εξαγωγή συμπερασμάτων. Το μικρότερο από τα κρίσιμα φορτία των προσομοιωμάτων 1γ, 1γ' και 1γ'' θεωρείται ως κρίσιμο φορτίο του πλαισίου και συγκρίνεται με αυτό του αρχικού πλαισίου για να επιβεβαιωθεί η ακρίβεια της προτεινόμενης μεθόδου. Κρίσιμος όροφος είναι ο πρώτος, ο δεύτερος ή ο τρίτος, αναλόγως αν το μικρότερο κρίσιμο φορτίο αντιστοιχεί στο προσομοίωμα 1γ, 1γ' ή 1γ'', αντίστοιχα. *Η παραπάνω διαδικασία είναι πολύ σημαντική ώστε να εντοπιστεί ο όροφος που θα λυγίσει πρώτα και να υπολογιστεί με ακρίβεια το ελαστικό κρίσιμο φορτίο του πλαισίου.*



Σχήμα 3.10 (α) Πλαίσιο και ισοδύναμα προσομοιώματα: (β) 1α, (γ) 1β και (δ) 1γ

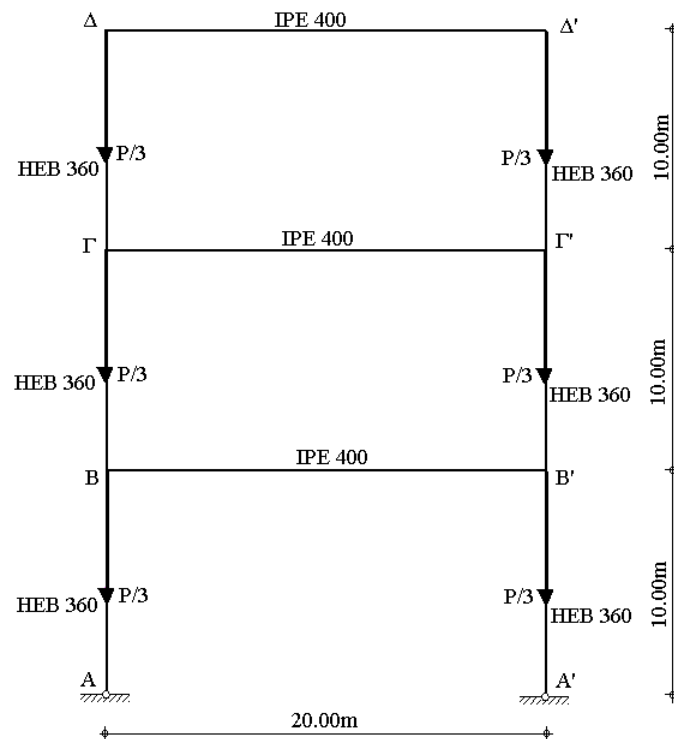
3.3.1 Μεταθετοί φορείς

Παράδειγμα 1

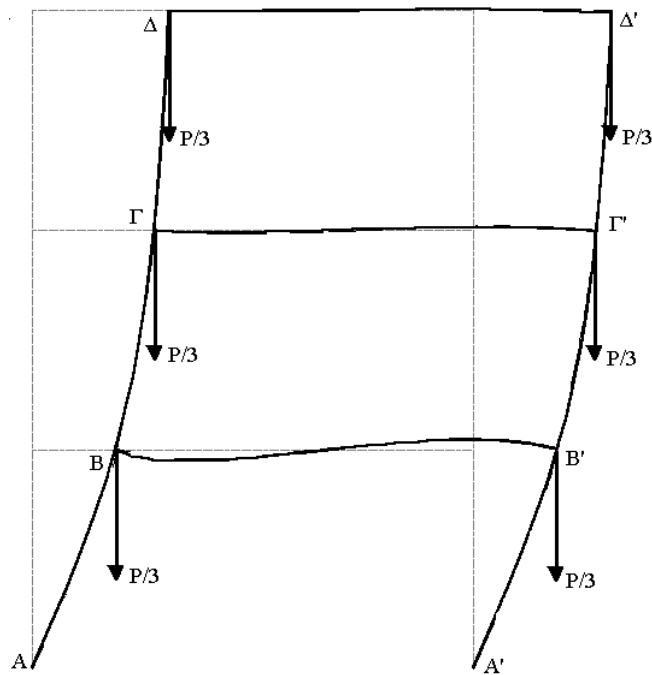
Θεωρούμε μεταθετό πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.11), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους, ενώ όλοι οι κόμβοι του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/3$.

Πρώτα πραγματοποιείται γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού του πλαισίου του σχήματος 3.11 με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων MSC-NASTRAN. Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού από την ανάλυση φαίνεται στο σχήμα 3.12 και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι $1009,36\text{kN}$. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω για την επιβεβαίωση της ορθότητας της διαδικασίας υπολογισμού των στροφικών δυσκαμψιών, το πλαίσιο αντικαθίσταται από μία σειρά ισοδυνάμων προσομοιωμάτων. Το πρώτο ονομάζεται 1α και παρουσιάζεται στο σχήμα 3.13β. Το προσομοίωμα αυτό προκύπτει αντικαθιστώντας τις δοκούς σε όλα τα επίπεδα με στροφικά ελατήρια. Θεωρώντας ότι οι δοκοί παραμορφώνονται με διπλή καμπυλότητα κατά την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού, η δυσκαμψία των ελατηρίων υπολογίζεται από την αντίστοιχη γραμμή του πίνακα 2.17:

$$c_{bm} = \frac{6EI_{bm}}{L} = 14571,90 \text{ kNm} \quad (3.15)$$

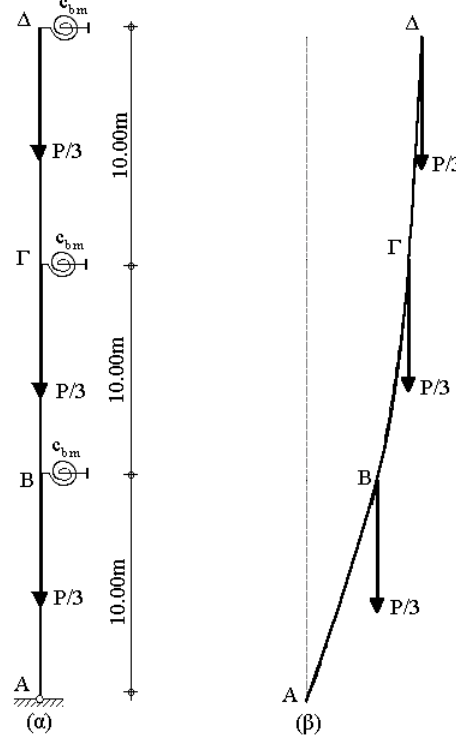


Σχήμα 3.11 Τριώροφο πλαίσιο του παραδείγματος 1



Σχήμα 3.12 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του πλαισίου του παραδείγματος 1

Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1α προκύπτει από ανάλυση με το πρόγραμμα MSC-Nastran (σχήμα 3.13β) και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι 1012,69kN. Επομένως, κατά την μετάβαση από το πλήρες προσομοίωμα 1α εισάγεται σφάλμα 0,33%, δηλαδή αμελητέο.



Σχήμα 3.13 (α) Ισοδύναμο προσομοίωμα 1α και (β) η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1^α

Το δεύτερο ισοδύναμο προσομοίωμα 1β παρουσιάζεται στο σχήμα 3.14α και προκύπτει από την αντικατάσταση του υποστυλώματος του τελευταίου ορόφου ΓΔ με στρωτικό ελατήριο δυσκαμψίας $c'_{\Gamma\Delta}$ υπολογιζόμενη από την προτελευταία γραμμή του πίνακα 2.17:

$$c'_{\Gamma\Delta} = \bar{c}_{\Gamma\Delta} \frac{\left(c_{\Gamma\Delta}^{\#} - \pi \sqrt{n_{\Gamma\Delta}} \tan \left(\pi \sqrt{n_{\Gamma\Delta}} \right) \right)}{\left(1 + c_{\Gamma\Delta}^{\#} \frac{\tan \left(\pi \sqrt{n_{\Gamma\Delta}} \right)}{\pi \sqrt{n_{\Gamma\Delta}}} \right)} = 3776,13 \text{ kNm} \quad (3.16)$$

όπου:

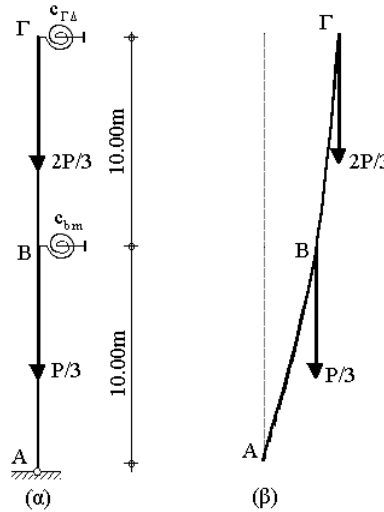
$$\bar{c}_{\Gamma\Delta} = \frac{EI_c}{h} = 9069,90 \text{ kNm} \quad (3.17)$$

$$c_{\Gamma\Delta}^{\#} = \frac{c_{bm}}{\bar{c}_{\Gamma\Delta}} = 1,607 \quad (3.18)$$

$$N_{\Gamma\Delta} = \frac{1}{3} 1009,36 \text{ kN} = 336,12 \text{ kN} \quad (3.19)$$

$$N_{E,\Gamma\Delta} = \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} = 8951,63 \text{ kN} \quad (3.20)$$

$$n_{\Gamma\Delta} = \frac{N_{\Gamma\Delta}}{N_{E,\Gamma\Delta}} = 0,038 \quad (3.21)$$



Σχήμα 3.14 (α) Ισοδύναμο προσομοίωμα 1β και (β) η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1β

Συνεπώς η συνολική στρωφική δυσκαμψία του κόμβου Γ του προσομοιώματος 1β υπολογίζεται ως:

$$c_{\Gamma\Delta} = c'_{\Gamma\Delta} + c_{bm} = 18348 \text{ kNm} \quad (3.22)$$

Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1β προκύπτει από ανάλυση με το πρόγραμμα MSC-Nastran (σχήμα 3.14β) και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι 1011,65kN. Επομένως, κατά την μετάβαση από το προσομοίωμα 1α στο 1β εισάγεται σφάλμα 0,10%, δηλαδή αμελητέο.

Το τρίτο ισοδύναμο προσομοίωμα 1γ παρουσιάζεται στο σχήμα 3.15α και προκύπτει από την αντικατάσταση του υποστυλώματος ΒΓ του ισοδύναμου προσομοιώματος 1β με στρωφικό ελατήριο δυσκαμψίας $c'_{B\Gamma}$ υπολογιζόμενη από την προτελευταία γραμμή του πίνακα 2.17:

$$c'_{B\Gamma} = \bar{c}_{B\Gamma} \frac{\left(c_{B\Gamma}^{\#} - \pi \sqrt{n_{B\Gamma}} \tan\left(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}} \right) \right)}{\left(1 + c_{B\Gamma}^{\#} \frac{\tan\left(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}} \right)}{\pi \sqrt{n_{B\Gamma}}} \right)} = 2473,90 \text{ kNm} \quad (3.23)$$

όπου:

$$\bar{c}_{B\Gamma} = \frac{EI_c}{h} = 9069,90 \text{ kNm} \quad (3.24)$$

$$c_{B\Gamma}^{\#} = \frac{c_{\Gamma\Delta}}{\bar{c}_{B\Gamma}} = 2,023 \quad (3.25)$$

$$N_{B\Gamma} = \frac{2}{3} 1009,36 \text{ kN} = 673,24 \text{ kN} \quad (3.26)$$

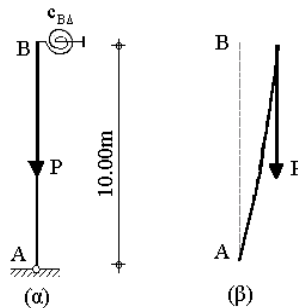
$$N_{E,B\Gamma} = \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} = 8951,63 \text{ kN} \quad (3.27)$$

$$n_{B\Gamma} = \frac{N_{B\Gamma}}{N_{E,B\Gamma}} = 0,075 \quad (3.28)$$

Οπότε η συνολική στρωφική δυσκαμψία του κόμβου B του προσομοιώματος 1γ υπολογίζεται:

$$c_{B\Gamma} = c'_{B\Gamma} + c_{bm} = 17045,90 \text{ kNm} \quad (3.29)$$

Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1γ προκύπτει από ανάλυση με το πρόγραμμα MSC-Nastran (σχήμα 3.15β) και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι 1012,13kN. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού όλων των προσομοιωμάτων και οι αποκλίσεις τους από το αντίστοιχο του πλαισίου παρουσιάζονται στον πίνακα 3.13 δείχνοντας πολύ καλή σύγκλιση.



Σχήμα 3.15 (α) Ισοδύναμο προσομοίωμα 1γ και (β) η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1γ

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, σε πολυώροφους πλαισιακούς φορείς ο μαλακότερος όροφος θα λυγίσει πρώτα παρασύροντας και τους υπόλοιπους. Εξετάζοντας την ακρίβεια της προτεινόμενης μεθόδου ανάλογα με το ποιος όροφος θα θεωρηθεί ως τελευταίος καταλήγουμε στα ισοδύναμα προσομοιώματα 1α' (ABΓΔ), 1β' (ABΓ), 1γ' (BΓ) και 1α'' (ABΓΔ), 1β'' (BΓΔ), 1γ'' (ΓΔ). Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 3.13 όπου P_{cr} είναι το κρίσιμο φορτίο κάθε απλοποιητικού προσομοιώματος, και $P_{cr,frame}$ είναι το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του αρχικού πλαισίου. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του προσομοιώματος 1γ είναι το μικρότερο από εκείνα των προσομοιωμάτων 1γ' και 1γ'' δείχνοντας ότι ο κατώτερος

είναι ο μαλακότερος όροφος. Αυτό επιβεβαιώνεται και από το γεγονός ότι η απόκλιση του από τα αποτελέσματα για το πλήρες αρχικό πλαίσιο είναι η μικρότερη.

Στα παραδείγματα αυτού του κεφαλαίου ο συντελεστής n_i υπολογίζεται για αξονική δύναμη κάθε μέλους ίσο με εκείνο που θα έχει το μέλος όταν λυγίσει το πλαίσιο, δηλαδή ίσο με το αντίστοιχο ποσοστό του φορτίου λυγισμού του πλαισίου, το οποίο βεβαίως σε πραγματικές εφαρμογές, στις οποίες δεν θα έχει προηγηθεί ανάλυση λυγισμού ολόκληρου του πλαισίου, δεν είναι από πριν γνωστό. Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί η αξονική δύναμη του μέλους για τα φορτία σχεδιασμού, με μικρή επίδραση στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Για να επιβεβαιωθεί αυτό, διεξάγεται παραμετρική ανάλυση του φορέα του σχήματος 3.11, για διάφορα φορτία $P=600\text{kN}$, 700kN , 800kN , 900kN και 1000kN δηλαδή για συγκεντρωμένα φορτία $P/3$ σε όλους τους κόμβους δοκού-υποστυλώματος με μέτρα 200kN , 233.33kN , 266.67kN , 300kN και 333.33kN , αντίστοιχα. Υπολογίζεται το κρίσιμο φορτίο για τα ισοδύναμα προσομοιώματα 1α, 1β και 1γ χρησιμοποιώντας για τον υπολογισμό του συντελεστή n_i τα αντίστοιχα αξονικά φορτία N_i του μέλους υπό διερεύνηση. Τα αποτελέσματα και οι αντίστοιχες αποκλίσεις για τα διάφορα προσομοιώματα και φορτία παρουσιάζονται στον πίνακα 3.14.

	$P_{cr} \text{ (kN)}$	$\frac{P_{cr} - P_{cr,frame}}{P_{cr,frame}} \%$
Πλαίσιο 1	1009,36	0
Προσομοίωμα 1α	1012,69	0,33
Προσομοίωμα 1β	1011,65	0,23
Προσομοίωμα 1γ	1012,13	0,27
Προσομοίωμα 1α'	1012,69	0,33
Προσομοίωμα 1β'	1011,65	0,23
Προσομοίωμα 1γ'	1045,57	3,59
Προσομοίωμα 1α''	1012,69	0,33
Προσομοίωμα 1β''	1044,31	3,46
Προσομοίωμα 1γ''	1441,28	42,79

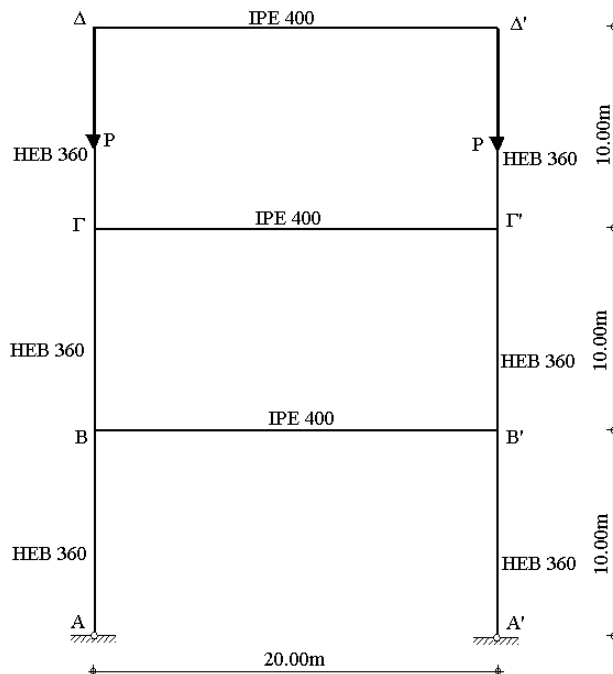
Πίνακας 3.13 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του πλαισίου 1 και των ισοδύναμων προσομοιωμάτων 1α, 1β, 1γ, 1α', 1β', 1γ', 1α'', 1β'', 1γ''

		$P_{cr} \text{ (kN)}$	$\frac{P_{cr} - P_{cr,frame}}{P_{cr,frame}} \%$
Συνολικό φορτίο $P \text{ (kN)}$	Πλαίσιο 1	1009.36	0
600	Προσομοίωμα 1α	1012.69	0.33
	Προσομοίωμα 1β	1081.41	7.14
	Προσομοίωμα 1γ	1135.89	12.54
700	Προσομοίωμα 1α	1012.69	0.33
	Προσομοίωμα 1β	1080.34	7.03
	Προσομοίωμα 1γ	1123.71	11.33
800	Προσομοίωμα 1α	1012.69	0.33
	Προσομοίωμα 1β	1079.25	6.92
	Προσομοίωμα 1γ	1111.26	10.10

Πίνακας 3.14 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του πλαισίου 1 και των ισοδύναμων προσομοιωμάτων 1α, 1β και 1γ, για διάφορα φορτία στους κόμβους του πλαισίου

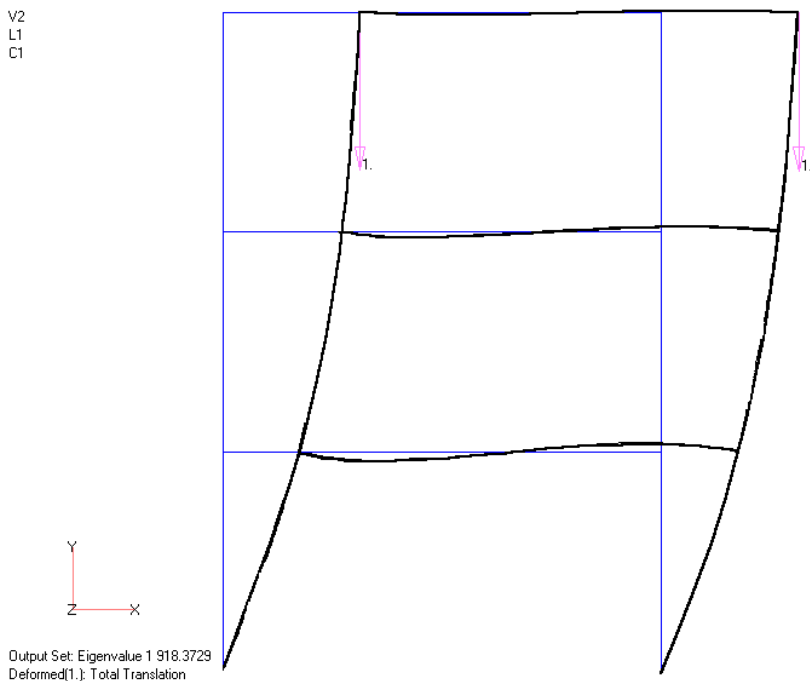
Παράδειγμα 2

Θεωρούμε μεταθετό πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.16), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους, ενώ οι κόμβοι του τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με συγκεντρωμένο φορτίο P .



Σχήμα 3.16 Τριώροφο πλαίσιο του παραδείγματος 2

Όμοια με πριν, ακολουθείται η ίδια διαδικασία. Το πλαίσιο αντικαθίσταται από μία σειρά ισοδυνάμων προσομοιωμάτων και υπολογίζεται για το καθένα το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού όλων των προσομοιωμάτων και οι αποκλίσεις τους από το αντίστοιχο του πλαισίου παρουσιάζονται στον πίνακα 3.15 δείχνοντας πολύ καλή σύγκλιση. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του προσομοιώματος 2γ είναι το μικρότερο από εκείνα των προσομοιωμάτων $2\gamma'$ και $2\gamma''$ δείχνοντας ότι ο κατώτερος είναι ο μαλακότερος όροφος. Αυτό επιβεβαιώνεται και από το γεγονός ότι η απόκλιση του από τα αποτελέσματα για το πλήρες αρχικό πλαίσιο είναι η μικρότερη.



Σχήμα 3.17 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του πλαισίου του παραδείγματος 2

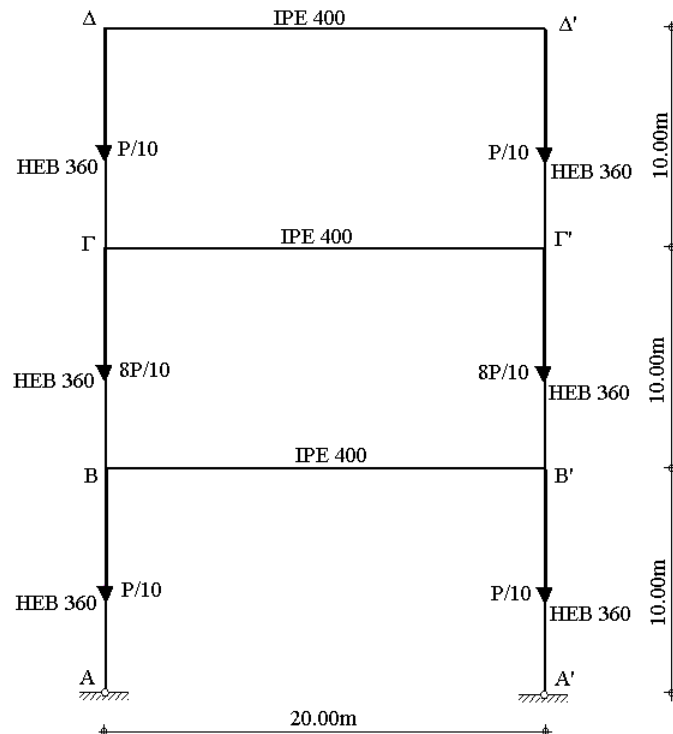
	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,frame}}{P_{cr,frame}} \%$
Πλαίσιο 2	918,37	0
Προσομοίωμα 2α	922,12	0,41
Προσομοίωμα 2β	922,45	0,44
Προσομοίωμα 2γ	924,05	0,62
Προσομοίωμα 2α'	922,12	0,41
Προσομοίωμα 2β'	922,45	0,44
Προσομοίωμα 2γ'	943,38	2,72
Προσομοίωμα 2α''	922,12	0,41
Προσομοίωμα 2β''	937,47	2,08
Προσομοίωμα 2γ''	1007,09	9,66

Πίνακας 3.15 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του πλαισίου 2 και των ισοδύναμων προσομοιωμάτων 2α, 2β, 2γ, 2α', 2β', 2γ', 2α'', 2β'', 2γ''

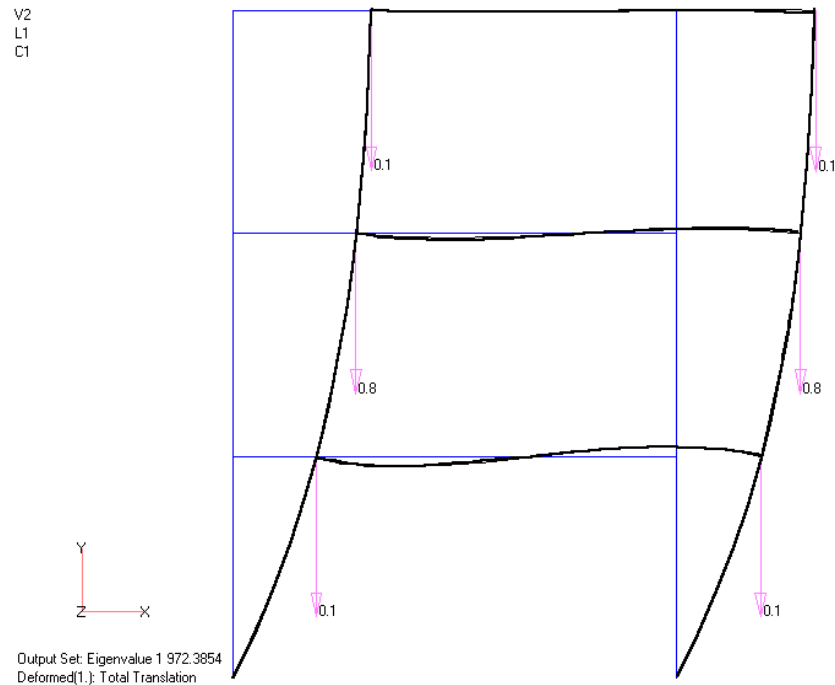
Παράδειγμα 3

Θεωρούμε μεταθετό πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.18), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του πρώτου και τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/10$, ενώ οι κόμβοι του δεύτερου ορόφου με $8P/10$.

Όμοια με πριν, ακολουθείται η ίδια διαδικασία. Το πλαίσιο αντικαθίσταται από μία σειρά ισοδυνάμων προσομοιωμάτων και υπολογίζεται για το καθένα το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού όλων των προσομοιωμάτων και οι αποκλίσεις τους από το αντίστοιχο του πλαισίου παρουσιάζονται στον πίνακα 3.16, δείχνοντας πολύ καλή σύγκλιση. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του προσομοιώματος 3γ είναι το μικρότερο από εκείνα των προσομοιωμάτων $3\gamma'$ και $3\gamma''$ δείχνοντας ότι ο κατώτερος είναι ο μαλακότερος όροφος. Αυτό επιβεβαιώνεται και από το γεγονός ότι η απόκλιση του από τα αποτελέσματα για το πλήρες αρχικό πλαίσιο είναι η μικρότερη. Παρατηρούμε ότι η απόκλιση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού του προσομοιώματος $3\gamma''$ είναι πολύ μεγάλη, γεγονός που οφείλεται στο ότι σε αυτό το βήμα εξετάζεται το ενδεχόμενο να είναι κρίσιμος ο επάνω στύλος του αρχικού πλαισίου, ο οποίος όμως προφανώς δεν είναι αυτός που θα παρασύρει το πλαίσιο σε λυγισμό, αφού φέρει φορτίο $0,1P$ το οποίο δεν είναι το δυσμενέστερο, τη στιγμή μάλιστα που όλα τα υποστυλώματα έχουν ίδια διατομή και ίδιο ύψος.



Σχήμα 3.18 Τριώροφο πλαίσιο του παραδείγματος 3



Σχήμα 3.19 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του πλαισίου του παραδείγματος 3

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,frame}}{P_{cr,frame}} \%$
Πλαίσιο 3	972,39	0
Προσομοίωμα 3α	975,73	0,34
Προσομοίωμα 3β	975,74	0,35
Προσομοίωμα 3γ	976,70	0,44
Προσομοίωμα 3α'	975,73	0,34
Προσομοίωμα 3β'	975,74	0,35
Προσομοίωμα 3γ'	1002,34	3,08
Προσομοίωμα 3α''	975,73	0,34
Προσομοίωμα 3β''	1001,83	3,03
Προσομοίωμα 3γ''	2793,62	187,30

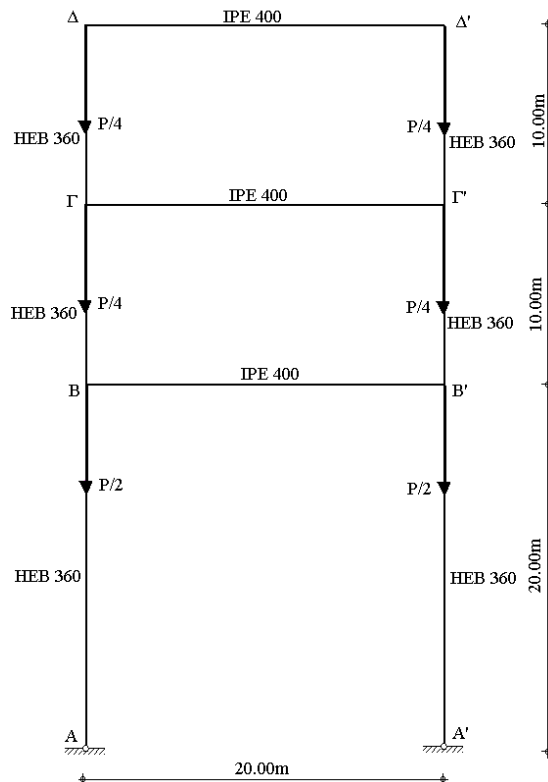
Πίνακας 3.16 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του πλαισίου 3 και των ισοδύναμων προσομοιωμάτων 3α, 3β, 3γ, 3α', 3β', 3γ', 3α'', 3β'', 3γ''

Παράδειγμα 4

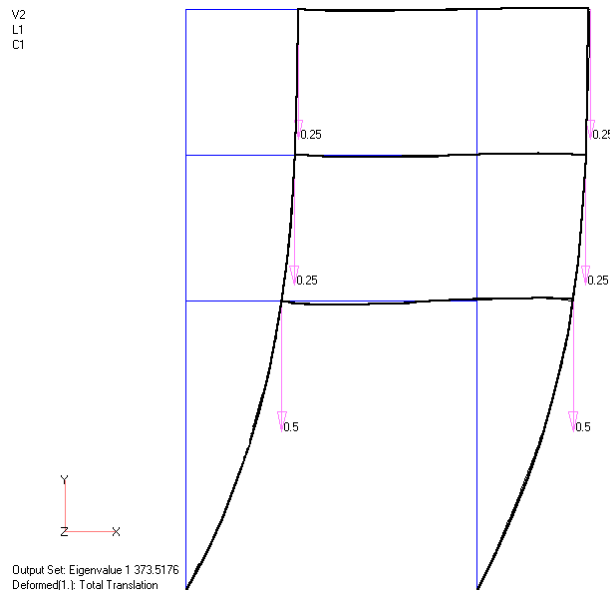
Θεωρούμε μεταθετό πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.20), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ για τον δεύτερο και τελευταίο όροφο και υποστυλώματα ίδιας διατομής ύψους $h=20\text{m}$ για τον πρώτο όροφο και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους.

Οι κόμβοι του δεύτερου και τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/4$, ενώ οι κόμβοι του πρώτου ορόφου με $P/2$.

Όμοια με πριν, ακολουθείται η ίδια διαδικασία. Το πλαίσιο αντικαθίσταται από μία σειρά ισοδυνάμων προσομοιωμάτων και υπολογίζεται για το καθένα το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού όλων των προσομοιωμάτων και οι αποκλίσεις τους από το αντίστοιχο του πλαισίου παρουσιάζονται στον πίνακα 3.17 δείχνοντας πολύ καλή σύγκλιση. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του προσομοιώματος 4γ είναι το μικρότερο από εκείνα των προσομοιωμάτων 4γ' και 4γ'' δείχνοντας ότι ο κατώτερος είναι ο μαλακότερος όροφος. Αυτό επιβεβαιώνεται και από το γεγονός ότι η απόκλιση του από τα αποτελέσματα για το πλήρες αρχικό πλαίσιο είναι η μικρότερη. Αυτό είναι λογικό αφού τα υποστυλώματα και των τριών ορόφων έχουν ίδια διατομή και διαφοροποιούνται ως προς το φορτίο που τους καταπονεί και ως προς το μήκος τους. Ο στύλος του πρώτου ορόφου που φέρει το δυσμενέστερο φορτίο P και το δυσμενέστερο ύψος $h=20\text{m}$ είναι αυτός που λυγίζει και συμπαρασύρει σε λυγισμό ολόκληρο τον φορέα.



Σχήμα 3.20 Τριώροφο πλαίσιο του παραδείγματος 4



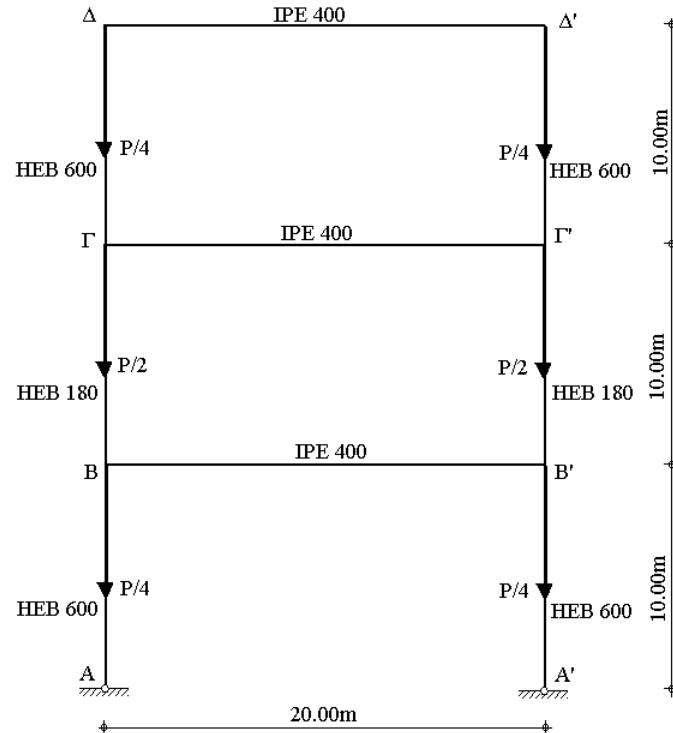
Σχήμα 3.21 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του πλαισίου του παραδείγματος 4

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,frame}}{P_{cr,frame}} \%$
Πλαίσιο 4	373,52	0
Προσομοίωμα 4α	374,26	0,2
Προσομοίωμα 4β	374,26	0,2
Προσομοίωμα 4γ	374,26	0,2
Προσομοίωμα 4α'	374,26	0,2
Προσομοίωμα 4β'	374,26	0,2
Προσομοίωμα 4γ'	424,19	13,57
Προσομοίωμα 4α''	374,26	0,2
Προσομοίωμα 4β''	421,45	12,83
Προσομοίωμα 4γ''	1230,91	229,55

Πίνακας 3.17 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του πλαισίου 4 και των ισοδύναμων προσομοιωμάτων 4α, 4β, 4γ, 4α', 4β', 4γ', 4α'', 4β'', 4γ''

Παράδειγμα 5

Θεωρούμε μεταθετό πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.22), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 600 με ροπή αδράνειας $I_c=0,00171\text{m}^4$ για τον πρώτο και τρίτο όροφο και υποστυλώματα διατομής HEB 180 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0000383\text{m}^4$ για τον δεύτερο όροφο, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του πρώτου και τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/4$, ενώ οι κόμβοι του δεύτερου ορόφου με $P/2$.

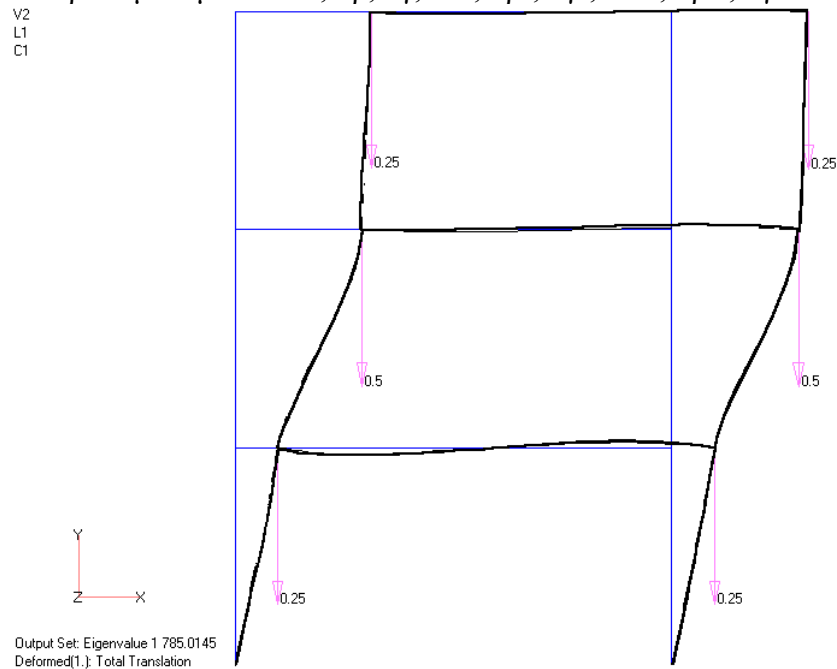


Σχήμα 3.22 Τριώροφο πλαίσιο του παραδείγματος 5

Όμοια με πριν, ακολουθείται η ίδια διαδικασία. Το πλαίσιο αντικαθίσταται από μία σειρά ισοδυνάμων προσομοιωμάτων και υπολογίζεται για το καθένα το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού όλων των προσομοιωμάτων και οι αποκλίσεις τους από το αντίστοιχο του πλαισίου παρουσιάζονται στον πίνακα 3.18 δείχνοντας πολύ καλή σύγκλιση. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του προσομοιώματος 5γ' είναι το μικρότερο από εκείνα των προσομοιωμάτων 5γ και 5γ'' δείχνοντας ότι ο δεύτερος είναι ο μαλακότερος όροφος. Αυτό επιβεβαιώνεται και από το γεγονός ότι η απόκλιση του από τα αποτελέσματα για το πλήρες αρχικό πλαίσιο είναι η μικρότερη, αλλά και από το σχήμα της κρίσιμης ιδιομορφής λυγισμού του αρχικού πλαισίου.

	$P_{cr} \text{ (kN)}$	$\frac{P_{cr} - P_{cr,frame}}{P_{cr,frame}} \%$
Πλαίσιο 5	785,01	0
Προσομοίωμα 5α	785,25	0,03
Προσομοίωμα 5β	785,25	0,03
Προσομοίωμα 5γ	786,02	0,13
Προσομοίωμα 5α'	785,25	0,03
Προσομοίωμα 5β'	785,25	0,03
Προσομοίωμα 5γ'	785,32	0,04
Προσομοίωμα 5α''	785,25	0,03
Προσομοίωμα 5β''	785,32	0,04
Προσομοίωμα 5γ''	856,51	9,11

Πίνακας 3.18 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του πλαισίου 5 και των ισοδύναμων προσομοιωμάτων 5α, 5β, 5γ, 5α', 5β', 5γ', 5α'', 5β'', 5γ''

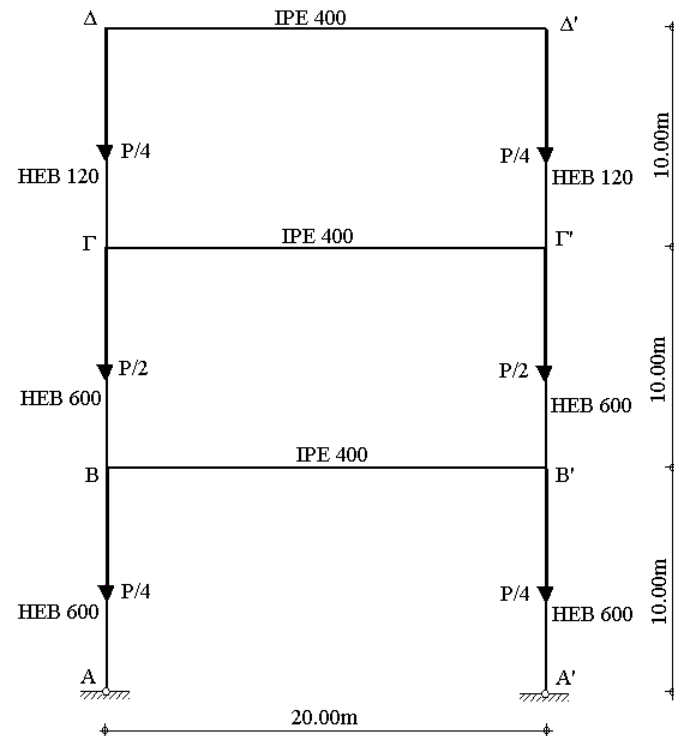


Σχήμα 3.23 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του πλαισίου του παραδείγματος 5

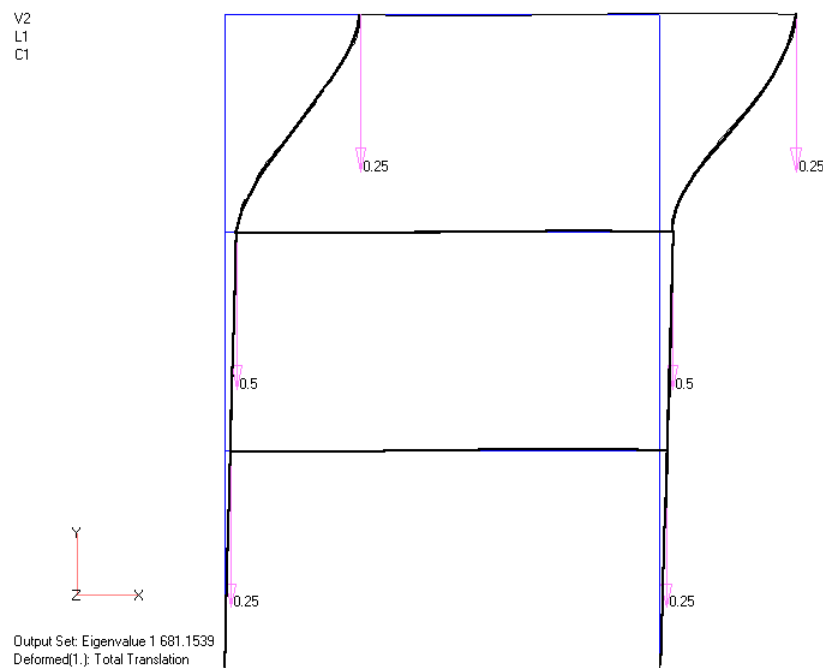
Παράδειγμα 6

Θεωρούμε μεταθετό πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.24), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 600 με ροπή αδράνειας $I_c=0,00171\text{m}^4$ για τον πρώτο και δεύτερο όροφο και υποστυλώματα διατομής HEB 120 με ροπή αδράνειας $I_c=8,64\text{E}(-6)\text{m}^4$ για τον τρίτο όροφο, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του πρώτου και τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/4$, ενώ οι κόμβοι του δεύτερου ορόφου με $P/2$.

Όμοια με πριν, ακολουθείται η ίδια διαδικασία. Το πλαίσιο αντικαθίσταται από μία σειρά ισοδυνάμων προσομοιωμάτων και υπολογίζεται για το καθένα το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού όλων των προσομοιωμάτων και οι αποκλίσεις τους από το αντίστοιχο του πλαισίου παρουσιάζονται στον πίνακα 3.19 δείχνοντας πολύ καλή σύγκλιση. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του προσομοιώματος $6\gamma''$ είναι το μικρότερο από εκείνα των προσομοιωμάτων 6γ και $6\gamma'$ δείχνοντας ότι ο τελευταίος είναι ο μαλακότερος όροφος. Αυτό επιβεβαιώνεται και από το γεγονός ότι η απόκλιση του από τα αποτελέσματα για το πλήρες αρχικό πλαίσιο είναι η μικρότερη, αλλά και από το σχήμα της κρίσιμης ιδιομορφής λυγισμού του αρχικού πλαισίου.



Σχήμα 3.24 Τριώροφο πλαίσιο του παραδείγματος 6



Σχήμα 3.25 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του πλαισίου του παραδείγματος 6

	$P_{cr} \text{ (kN)}$	$\frac{P_{cr} - P_{cr,frame}}{P_{cr,frame}} \%$
Πλαίσιο 6	681,15	0
Προσομοίωμα 6α	681,45	0,04
Προσομοίωμα 6β	781,63	14,75
Προσομοίωμα 6γ	852,55	25,16
Προσομοίωμα 6α'	681,45	0,04
Προσομοίωμα 6β'	781,63	14,75
Προσομοίωμα 6γ'	918,97	34,91
Προσομοίωμα 6α''	681,45	0,04
Προσομοίωμα 6β''	681,45	0,04
Προσομοίωμα 6γ''	681,45	0,04

Πίνακας 3.19 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του πλαισίου 6 και των ισοδύναμων προσομοιωμάτων 6α, 6β, 6γ, 6α', 6β', 6γ', 6α'', 6β'', 6γ''

3.3.2 Αμετάθετοι φορείς

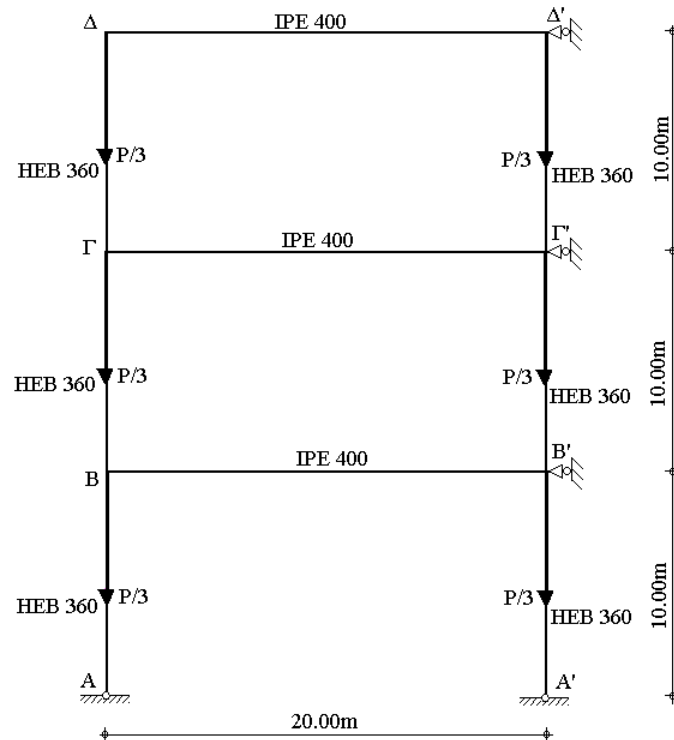
Παράδειγμα 1

Θεωρούμε αμετάθετο πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.26), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους, ενώ όλοι οι κόμβοι του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/3$.

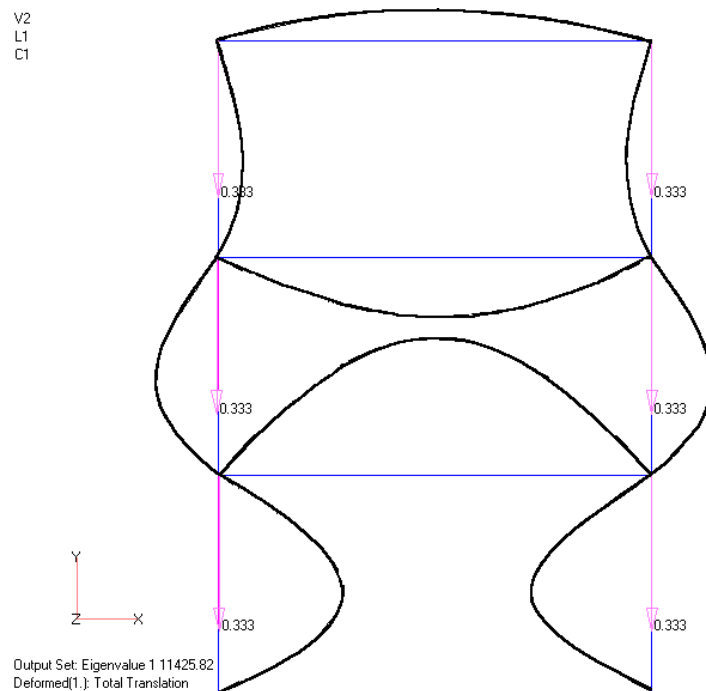
Πρώτα πραγματοποιείται γραμμική ανάλυση λυγισμού του πλαισίου του σχήματος 3.26 με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων MSC-NASTRAN. Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού από την ανάλυση φαίνεται στο σχήμα 3.27 και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι $11425,82\text{kN}$. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω για την επιβεβαίωση της ορθότητας των στρωφικών δυσκαμψιών, το πλαίσιο αντικαθίσταται από μία σειρά ισοδυνάμων προσομοιωμάτων. Το πρώτο ονομάζεται 1α. Το προσομοίωμα αυτό προκύπτει αντικαθιστώντας τις δοκούς σε όλα τα επίπεδα με στρωφικά ελατήρια. Θεωρώντας ότι οι δοκοί παραμορφώνονται με απλή καμπυλότητα κατά την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού, η δυσκαμψία των ελατηρίων υπολογίζεται από την αντίστοιχη γραμμή του πίνακα 2.17:

$$c_{bm} = \frac{2EI_{bm}}{L} = 4857,30 \text{ kNm} \quad (3.30)$$

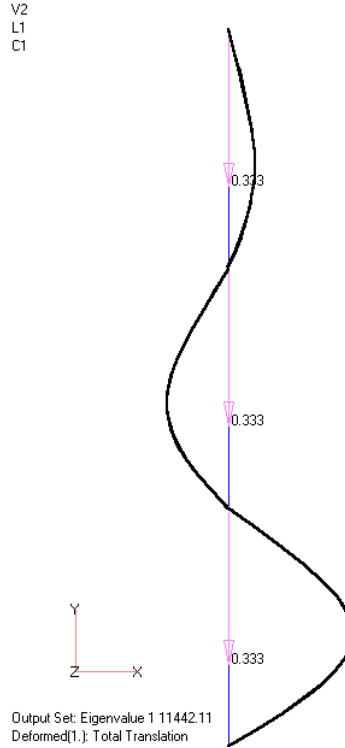
Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1α προκύπτει από ανάλυση με το πρόγραμμα MSC-Nastran (σχήμα 3.28) και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι $11442,11\text{kN}$. Επομένως, κατά την μετάβαση από το πλήρες προσομοίωμα 1^α εισάγεται σφάλμα $0,14\%$, δηλαδή αμελητέο.



Σχήμα 3.26 Τριώροφο πλαίσιο του παραδείγματος 1



Σχήμα 3.27 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του πλαισίου του παραδείγματος 1



Σχήμα 3.28 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1α

Το δεύτερο ισοδύναμο προσομοίωμα 1β προκύπτει από την αντικατάσταση του υποστυλώματος του τελευταίου ορόφου ΓΔ με στροφικό ελατήριο δυσκαμψίας $c'_{\Gamma\Delta}$ υπολογιζόμενη από την προτελευταία γραμμή του πίνακα 2.17:

$$c'_{\Gamma\Delta} = \bar{c}_{\Gamma\Delta} \frac{(c_{\Gamma\Delta}^{\#} + \pi^2 n_{\Gamma\Delta}) \sqrt{n_{\Gamma\Delta}} \sin(\pi \sqrt{n_{\Gamma\Delta}}) - c_{\Gamma\Delta}^{\#} \pi n_{\Gamma\Delta} \cos(\pi \sqrt{n_{\Gamma\Delta}})}{(1 - c_{\Gamma\Delta}^{\#}) \sqrt{n_{\Gamma\Delta}} \sin(\pi \sqrt{n_{\Gamma\Delta}}) - (2c_{\Gamma\Delta}^{\#} \pi^{-1} + \pi n_{\Gamma\Delta}) \cos(\pi \sqrt{n_{\Gamma\Delta}}) + 2c_{\Gamma\Delta}^{\#} \pi^{-1}} \quad (3.31)$$

$$== 20162,70 \text{ kNm}$$

όπου:

$$\bar{c}_{\Gamma\Delta} = \frac{EI_c}{h} = 9069,90 \text{ kNm} \quad (3.32)$$

$$c_{\Gamma\Delta}^{\#} = \frac{c_{bm}}{\bar{c}_{\Gamma\Delta}} = 0,536 \quad (3.33)$$

$$N_{\Gamma\Delta} = \frac{1}{3} 11425,82 \text{ kN} = 3804,80 \text{ kN} \quad (3.34)$$

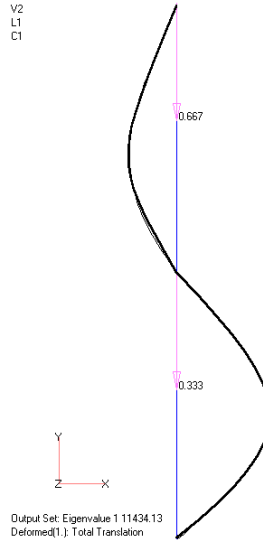
$$N_{E,\Gamma\Delta} = \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} = 8951,63 \text{ kN} \quad (3.35)$$

$$n_{\Gamma\Delta} = \frac{N_{\Gamma\Delta}}{N_{E,\Gamma\Delta}} = 0,425 \quad (3.36)$$

Οπότε η συνολική στρωφική δυσκαμψία του κόμβου Γ του προσομοιώματος 1β υπολογίζεται:

$$c_{\Gamma\Delta} = c'_{\Gamma\Delta} + c_{bm} = 25020 \text{ kNm} \quad (3.37)$$

Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1β προκύπτει από ανάλυση με το πρόγραμμα MSC-Nastran (σχήμα 3.29) και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι 11434,13kN. Επομένως, κατά την μετάβαση από το προσομοίωμα 1α στο 1β εισάγεται σφάλμα 0,07%, δηλαδή αμελητέο.



Σχήμα 3.29 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1β

Το τρίτο ισοδύναμο προσομοίωμα 1γ προκύπτει από την αντικατάσταση του υποστυλώματος ΒΓ του ισοδύναμου προσομοιώματος 1β με στρωφικό ελατήριο δυσκαμψίας $c'_{B\Gamma}$ υπολογιζόμενη ομοίως από την προτελευταία γραμμή του πίνακα 2.17:

$$c'_{B\Gamma} = \bar{c}_{B\Gamma} \frac{(c_{B\Gamma}^{\#} + \pi^2 n_{B\Gamma}) \sqrt{n_{B\Gamma}} \sin(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}}) - c_{B\Gamma}^{\#} \pi n_{B\Gamma} \cos(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}})}{(1 - c_{B\Gamma}^{\#}) \sqrt{n_{B\Gamma}} \sin(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}}) - (2c_{B\Gamma}^{\#} \pi^{-1} + \pi n_{B\Gamma}) \cos(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}}) + 2c_{B\Gamma}^{\#} \pi^{-1}} = \quad (3.38)$$

$$= 15426,80 \text{ kNm}$$

όπου:

$$\bar{c}_{B\Gamma} = \frac{EI_c}{h} = 9069,90 \text{ kNm} \quad (3.39)$$

$$c_{B\Gamma}^{\#} = \frac{c_{\Gamma\Delta}}{\bar{c}_{B\Gamma}} = 2,756 \quad (3.40)$$

$$N_{B\Gamma} = \frac{2}{3} 11425,82 \text{ kN} = 7621,02 \text{ kN} \quad (3.41)$$

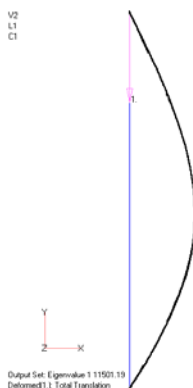
$$N_{E,B\Gamma} = \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} = 8951,63 \text{ kN} \quad (3.42)$$

$$n_{B\Gamma} = \frac{N_{B\Gamma}}{N_{E,B\Gamma}} = 0,851 \quad (3.43)$$

Οπότε η συνολική στρωφική δυσκαμψία του κόμβου B του προσομοιώματος 1γ υπολογίζεται:

$$c_{B\Gamma} = c'_{B\Gamma} + c_{bm} = 20284,10 \text{ kNm} \quad (3.44)$$

Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1γ προκύπτει από ανάλυση με το πρόγραμμα MSC-Nastran (σχήμα 3.30) και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι 11501,19kN. Επομένως, κατά την μετάβαση από το προσομοίωμα 1α στο 1β εισάγεται σφάλμα 0,60%, δηλαδή αμελητέο. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού όλων των προσομοιωμάτων και οι αποκλίσεις τους από το αντίστοιχο του πλαισίου παρουσιάζονται στον πίνακα 3.20, δείχνοντας πολύ καλή σύγκλιση.



Σχήμα 3.30 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1γ

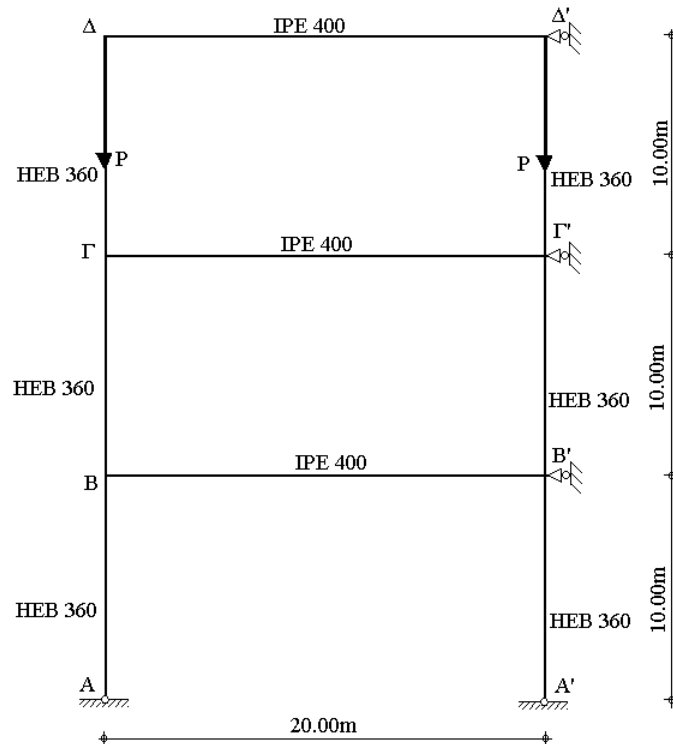
Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, σε πολυώροφους πλαισιακούς φορείς ο μαλακότερος όροφος θα λυγίσει πρώτα παρασύροντας και τους υπόλοιπους. Εξετάζοντας την ακρίβεια της προτεινόμενης μεθόδου ανάλογα με το ποιος όροφος θα θεωρηθεί ως τελευταίος καταλήγουμε στα ισοδύναμα προσομοιώματα 1α' (ΑΒΓΔ), 1β' (ΑΒΓ), 1γ' (ΒΓ) και 1α'' (ΑΒΓΔ), 1β'' (ΒΓΔ), 1γ'' (ΓΔ). Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 3.20. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του προσομοιώματος 1γ είναι το μικρότερο από εκείνα των προσομοιωμάτων 1γ' και 1γ'' δείχνοντας ότι ο κατώτερος είναι ο μαλακότερος όροφος. Αυτό επιβεβαιώνεται και από το γεγονός ότι η απόκλιση του από τα αποτελέσματα για το πλήρες αρχικό πλαίσιο είναι η μικρότερη.

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,frame}}{P_{cr,frame}} \%$
Πλαίσιο 1	11425,82	0
Προσομοίωμα 1α	11442,11	0,14
Προσομοίωμα 1β	11434,13	0,07
Προσομοίωμα 1γ	11501,19	0,66
Προσομοίωμα 1α'	11442,11	0,14
Προσομοίωμα 1β'	11434,13	0,07
Προσομοίωμα 1γ'	13867,12	21,37
Προσομοίωμα 1α''	11442,11	0,14
Προσομοίωμα 1β''	13641,59	19,39
Προσομοίωμα 1γ''	26790,98	134,48

Πίνακας 3.20 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του πλαισίου 1 και των ισοδύναμων προσομοιωμάτων 1α, 1β, 1γ, 1α', 1β', 1γ', 1α'', 1β'', 1γ''

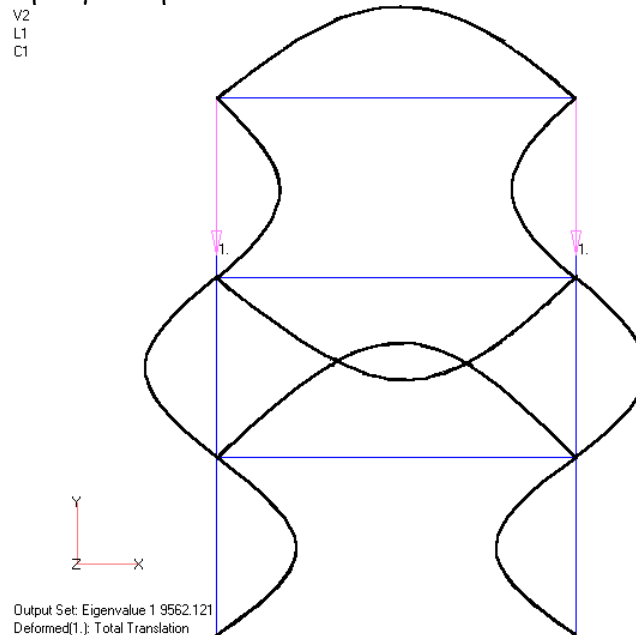
Παράδειγμα 2

Θεωρούμε αμετάθετο πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.31), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους, ενώ οι κόμβοι του τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο P .



Σχήμα 3.31 Τριώροφο πλαίσιο του παραδείγματος 2

Επειδή στο αντίστοιχο μεταθετό πλαίσιο του παραδείγματος 2 το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του προσομοιώματος 2γ παρουσίασε σχεδόν μηδενική απόκλιση από το αντίστοιχο του πλαισίου δείχνοντας ότι ο μαλακότερος όροφος είναι ο κατώτερος, το ίδιο προσομοίωμα θα εξεταστεί και στο πλαίσιο με την αμετάθετη συμπεριφορά. Όμοια με πριν, ακολουθείται η ίδια διαδικασία. Το πλαίσιο αντικαθίσταται από μία σειρά ισοδυνάμων προσομοιωμάτων και υπολογίζεται για το καθένα το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού όλων των προσομοιωμάτων και οι αποκλίσεις τους από το αντίστοιχο του πλαισίου παρουσιάζονται στον πίνακα 3.21 δείχνοντας πολύ καλή σύγκλιση.



Σχήμα 3.32 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του πλαισίου του παραδείγματος 2

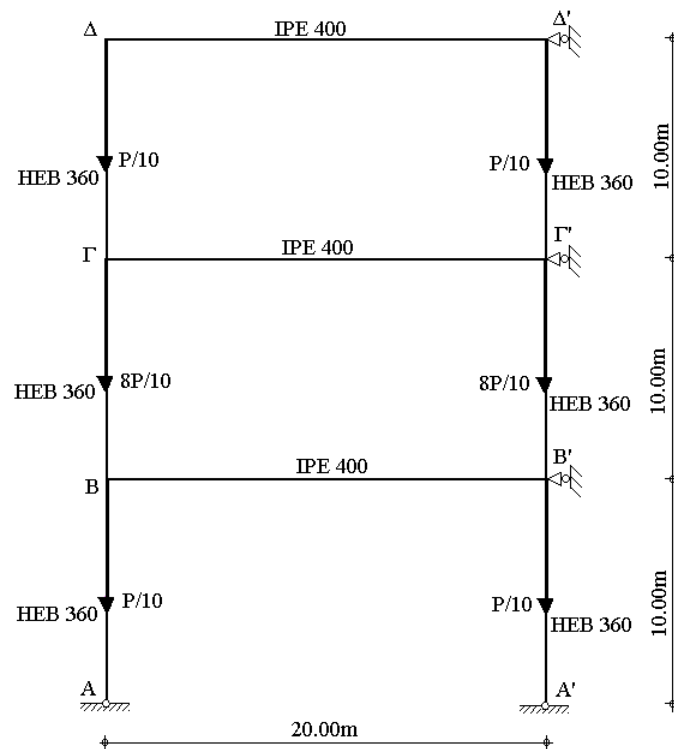
	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,frame}}{P_{cr,frame}} \%$
Πλαίσιο 2	9562,12	0
Προσομοίωμα 2α	9562,81	0,01
Προσομοίωμα 2β	9654,29	0,95
Προσομοίωμα 2γ	9917,22	3,71

Πίνακας 3.21 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του πλαισίου 2 και των ισοδυνάμων προσομοιωμάτων 2α, 2β, 2γ

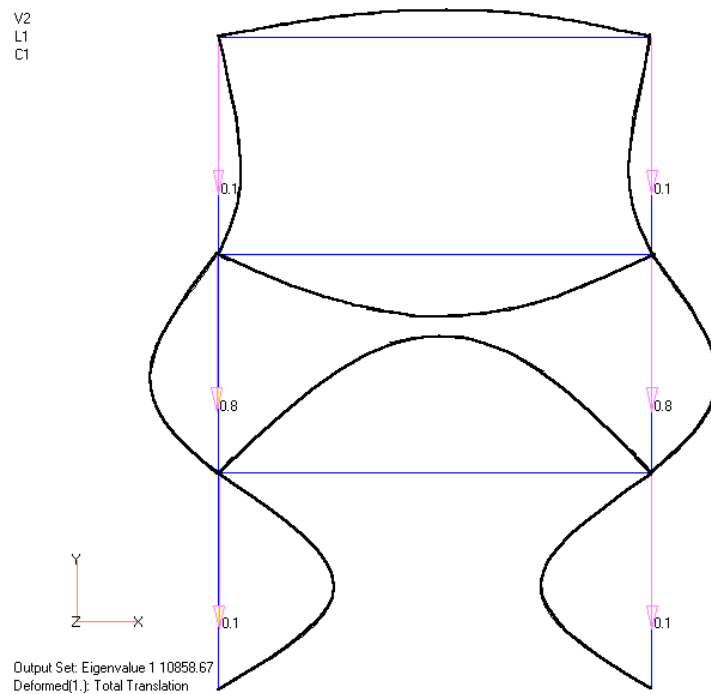
Παράδειγμα 3

Θεωρούμε αμετάθετο πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.33), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του

πρώτου και τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/10$, ενώ οι κόμβοι του δεύτερου ορόφου με $8P/10$.



Σχήμα 3.33 Τριώροφο πλαίσιο του παραδείγματος 3



Σχήμα 3.34 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του πλαισίου του παραδείγματος 3

Επειδή στο αντίστοιχο μεταθετό πλαίσιο του παραδείγματος 3 το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του προσομοιώματος 3γ παρουσίασε σχεδόν μηδενική απόκλιση από το αντίστοιχο του πλαισίου δείχνοντας ότι ο μαλακότερος όροφος είναι ο κατώτερος, το ίδιο προσομοίωμα θα εξεταστεί και στο πλαίσιο με την αμετάθετη συμπεριφορά. Όμοια με πριν, ακολουθείται η ίδια διαδικασία. Το πλαίσιο αντικαθίσταται από μία σειρά ισοδυνάμων προσομοιωμάτων και υπολογίζεται για το καθένα το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού όλων των προσομοιωμάτων και οι αποκλίσεις τους από το αντίστοιχο του πλαισίου παρουσιάζονται στον πίνακα 3.22 δείχνοντας πολύ καλή σύγκλιση.

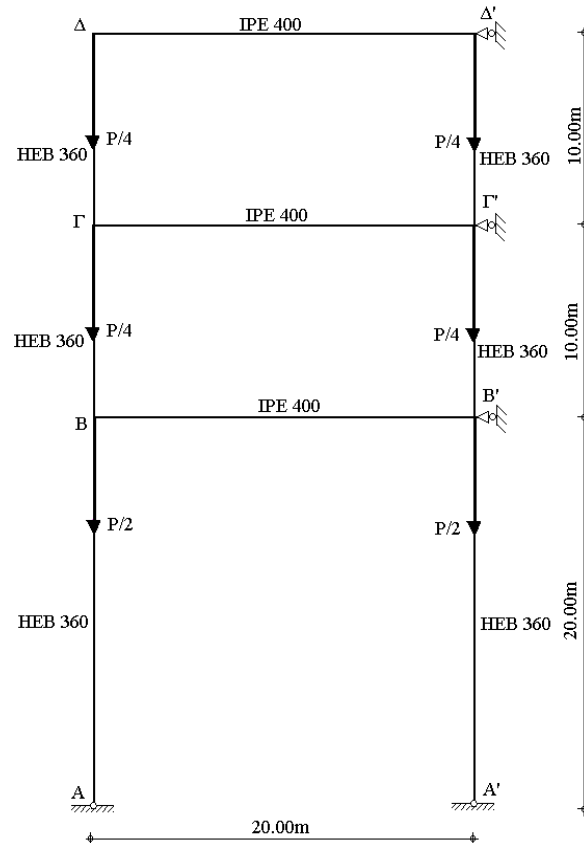
	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,frame}}{P_{cr,frame}} \%$
Πλαίσιο 3	10858,67	0
Προσομοίωμα 3α	10873,25	0,13
Προσομοίωμα 3β	10877,65	0,17
Προσομοίωμα 3γ	11003,96	1,34

Πίνακας 3.22 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του πλαισίου 3 και των ισοδυνάμων προσομοιωμάτων 3α, 3β, 3γ

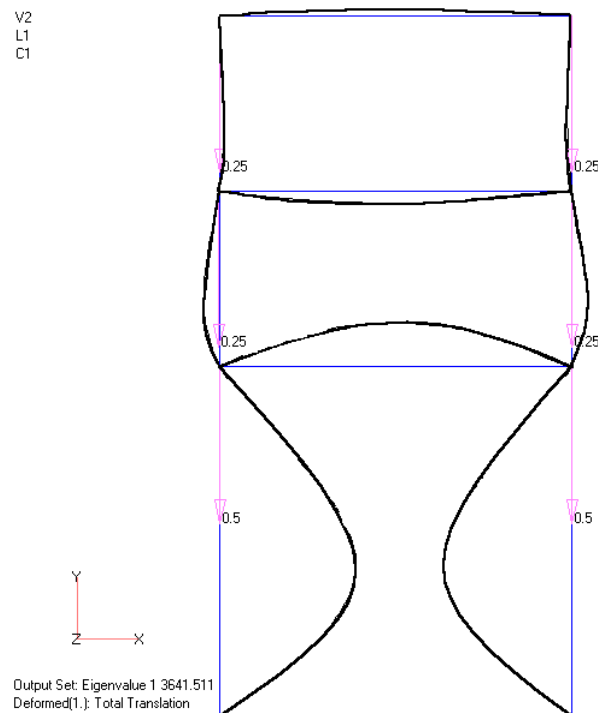
Παράδειγμα 4

Θεωρούμε αμετάθετο πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.35), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319m^4$, ύψους $h=10m$ για τον δεύτερο και τελευταίο όροφο και υποστυλώματα ίδιας διατομής ύψους $h=20m$ για τον πρώτο όροφο και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313m^4$, μήκους $L=20m$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του δεύτερου και τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/4$, ενώ οι κόμβοι του πρώτου ορόφου με $P/2$.

Επειδή στο αντίστοιχο μεταθετό πλαίσιο του παραδείγματος 4 το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του προσομοιώματος 4γ παρουσίασε σχεδόν μηδενική απόκλιση από το αντίστοιχο του πλαισίου δείχνοντας ότι ο μαλακότερος όροφος είναι ο κατώτερος, το ίδιο προσομοίωμα θα εξεταστεί και στο πλαίσιο με την αμετάθετη συμπεριφορά. Όμοια με πριν, ακολουθείται η ίδια διαδικασία. Το πλαίσιο αντικαθίσταται από μία σειρά ισοδυνάμων προσομοιωμάτων και υπολογίζεται για το καθένα το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού όλων των προσομοιωμάτων και οι αποκλίσεις τους από το αντίστοιχο του πλαισίου παρουσιάζονται στον πίνακα 3.23 δείχνοντας πολύ καλή σύγκλιση.



Σχήμα 5.35 Τριώροφο πλαίσιο του παραδείγματος 4



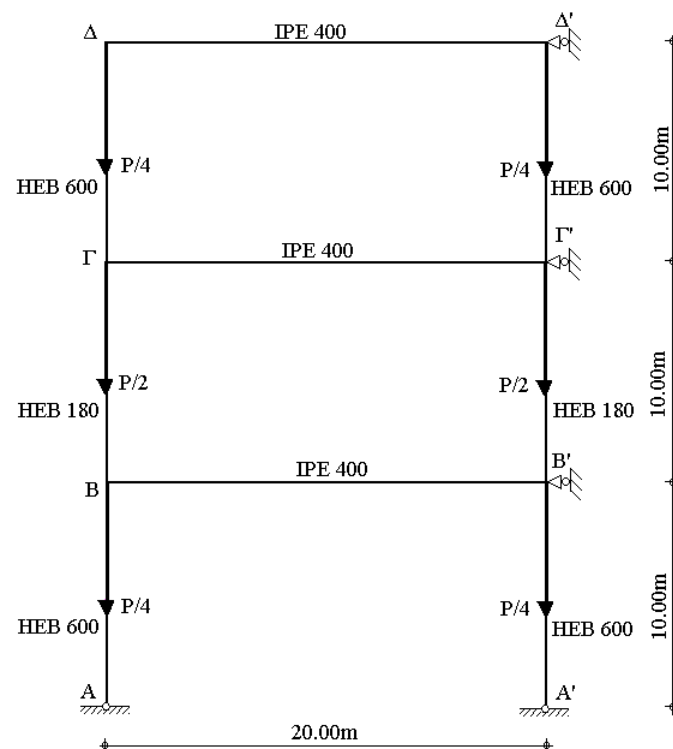
Σχήμα 3.36 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του πλαισίου του παραδείγματος 4

	$P_{cr} \text{ (kN)}$	$\frac{P_{cr} - P_{cr,frame}}{P_{cr,frame}} \%$
Πλαίσιο 4	3641,51	0
Προσομοίωμα 4α	3646,34	0,13
Προσομοίωμα 4β	3646,68	0,14
Προσομοίωμα 4γ	3654,27	0,35

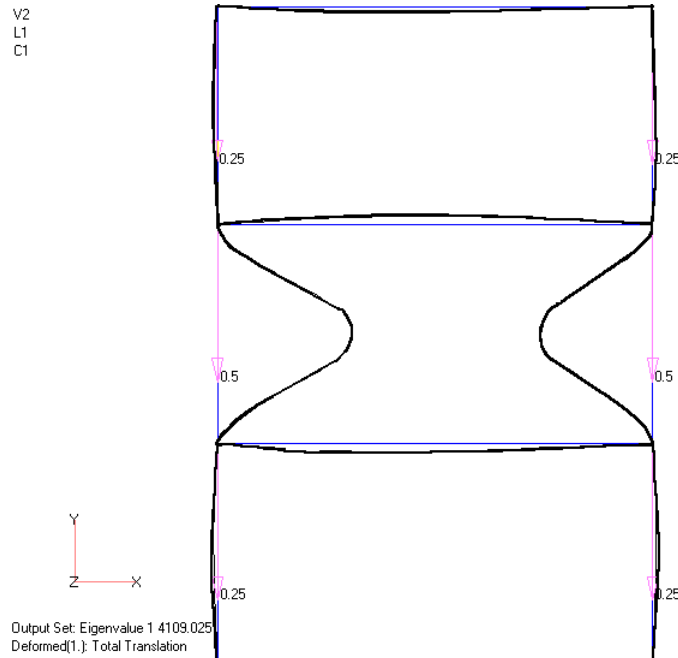
Πίνακας 3.23 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του πλαισίου 4 και των ισοδύναμων προσομοιωμάτων 4α, 4β, 4γ

Παράδειγμα 5

Θεωρούμε αμετάθετο πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.37), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 600 με ροπή αδράνειας $I_c=0,00171\text{m}^4$ για τον πρώτο και τρίτο όροφο και υποστυλώματα διατομής HEB 180 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0000383\text{m}^4$ για τον δεύτερο όροφο, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του πρώτου και τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/4$, ενώ οι κόμβοι του δεύτερου ορόφου με $P/2$.



Σχήμα 3.37 Τριώροφο πλαίσιο του παραδείγματος 5



Σχήμα 3.38 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του πλαισίου του παραδείγματος 5

Επειδή στο αντίστοιχο μεταθετό πλαίσιο του παραδείγματος 5 το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του προσομοιώματος 5γ' παρουσίασε σχεδόν μηδενική απόκλιση από το αντίστοιχο του πλαισίου δείχνοντας ότι ο μαλακότερος όροφος είναι ο μεσαίος, το ίδιο προσομοίωμα θα εξεταστεί και στο πλαίσιο με την αμετάθετη συμπεριφορά. Όμοια με πριν, ακολουθείται η ίδια διαδικασία. Το πλαίσιο αντικαθίσταται από μία σειρά ισοδύναμων προσομοιωμάτων και υπολογίζεται για το καθένα το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού όλων των προσομοιωμάτων και οι αποκλίσεις τους από το αντίστοιχο του πλαισίου παρουσιάζονται στον πίνακα 3.24 δείχνοντας πολύ καλή σύγκλιση.

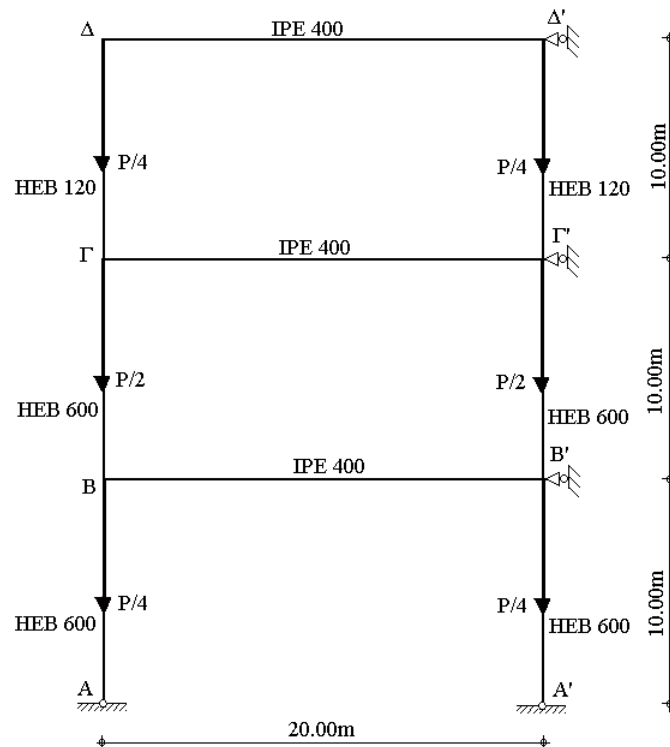
	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,model1}}{P_{cr,model1}} \%$
Πλαίσιο 5	4109,03	0
Προσομοίωμα 5α'	4110,14	0,03
Προσομοίωμα 5β'	4110,14	0,03
Προσομοίωμα 5γ'	4127,20	0,44

Πίνακας 3.24 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του πλαισίου 5 και των ισοδύναμων προσομοιωμάτων 5α', 5β', 5γ'

Παράδειγμα 6

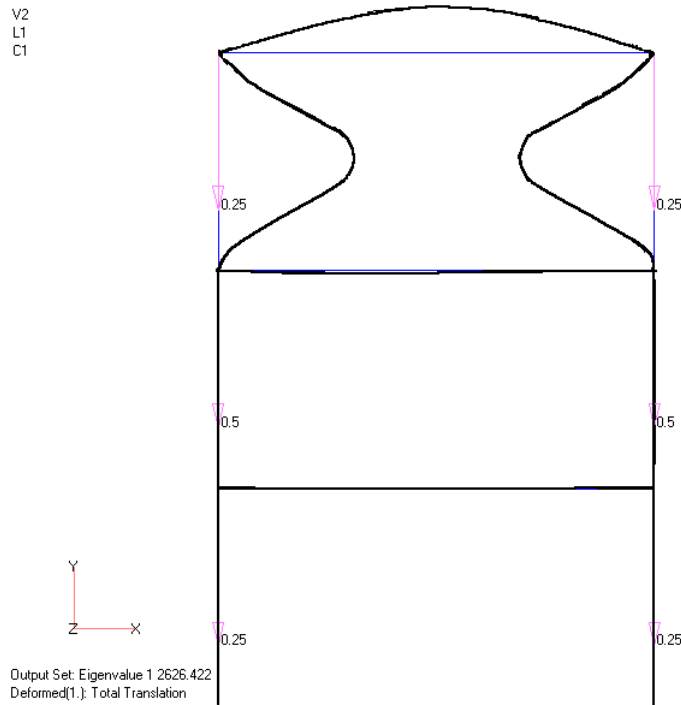
Θεωρούμε αμετάθετο πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.39), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 600 με ροπή αδράνειας $I_c=0,00171m^4$ για τον πρώτο και

δεύτερο όροφο και υποστυλώματα διατομής HEB 120 με ροπή αδράνειας $I_c=8,64E(-6)m^4$ για τον τρίτο όροφο, ύψους $h=10m$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313m^4$, μήκους $L=20m$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του πρώτου και τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/4$, ενώ οι κόμβοι του δεύτερου ορόφου με $P/2$.



Σχήμα 3.39 Τριώροφο πλαίσιο του παραδείγματος 6

Επειδή στο αντίστοιχο μεταθετό πλαίσιο του παραδείγματος 6 το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του προσομοιώματος $\delta\gamma''$ παρουσίασε σχεδόν μηδενική απόκλιση από το αντίστοιχο του πλαισίου δείχνοντας ότι ο μαλακότερος όροφος είναι ο τρίτος, το ίδιο προσομοίωμα θα εξεταστεί και στο πλαίσιο με την αμετάθετη συμπεριφορά. Όμοια με πριν, ακολουθείται η ίδια διαδικασία. Το πλαίσιο αντικαθίσταται από μία σειρά ισοδυνάμων προσομοιωμάτων και υπολογίζεται για το καθένα το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού όλων των προσομοιωμάτων και οι αποκλίσεις τους από το αντίστοιχο του πλαισίου παρουσιάζονται στον πίνακα 3.25 δείχνοντας σχεδόν απόλυτη σύγκλιση.



Σχήμα 3.40 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του πλαισίου του παραδείγματος 6

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,frame}}{P_{cr,frame}} \%$
Πλαίσιο 6	2626,42	0
Προσομοίωμα 6α''	2626,61	0,01
Προσομοίωμα 6β''	2626,77	0,01
Προσομοίωμα 6γ''	2626,96	0,02

Πίνακας 3.25 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του πλαισίου 6 και των ισοδύναμων προσομοιωμάτων 6α'', 6β'', 6γ''

Ανακεφαλαιώνοντας, η παρούσα ενότητα αφιερώθηκε στον εντοπισμό του κρίσιμου ορόφου που παρασύρει ένα πολυώροφο πλαίσιο σε λυγισμό, ανάλογα με τη σχέση δυσκαμψιών των μελών, καθώς και κατανομής των αξονικών φορτίων των υποστυλωμάτων. Παρουσιάστηκαν παραδείγματα τριώροφων πλαισίων στα οποία μεταβάλλονται οι δυσκαμψίες και τα φορτία ώστε να εμφανιστούν όλες οι δυνατές περιπτώσεις, και επιδείχθηκε ο τρόπος εφαρμογής της «σύνθετης» προτεινόμενης μεθόδου, ώστε να εντοπιστεί ο κρίσιμος όροφος και στην συνέχεια να προβλεφθεί με ακρίβεια το ορθό ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Παράλληλα, επαληθεύτηκαν οι σχέσεις υπολογισμού των στρωφικών δυσκαμψιών για την αντικατάσταση των μελών που συντρέχουν σε έναν κόμβο με ισοδύναμα στρωφικά ελατήρια. Η «σύνθετη» προτεινόμενη μέθοδος αποδείχθηκε εξαιρετικά ακριβής και για πολυώροφα πλαίσια, αλλά αρκετά επίπονη από άποψη υπολογιστικού φόρτου. Για το λόγο αυτό, για πρακτικές εφαρμογές προτείνεται η «απλοποιημένη μέθοδος, η οποία αναπτύσσεται στην ενότητα 3.5.

3.4 Παραμετρική διερεύνηση λυγισμού υποστυλωμάτων διώροφων αμετάθετων πλαισίων

Στην παρούσα ενότητα γίνεται διερεύνηση της επιρροής της διατομής, του μήκους και της κατανομής της αξονικής δύναμης σε υποστυλώματα διώροφων αμετάθετων πλαισίων, όσον αφορά το κρίσιμο ελαστικό φορτίο λυγισμού. Χρησιμοποιείται η μέθοδος γωνιών στροφής και προτείνονται εύκολες στην χρήση αναλυτικές σχέσεις για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται και με την προτεινόμενη μέθοδο και χρησιμεύουν για μια ακόμη επιβεβαίωση της ορθότητάς της. Επίσης γίνεται υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού και με γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η σύγκριση και αυτών των αποτελεσμάτων με τις ακριβείς αναλυτικές λύσεις επιβεβαιώνει την πιστοποίηση του χρησιμοποιούμενου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων.

3.4.1 Υποστύλωμα διώροφου αμετάθετου πλαισίου με ίδια διατομή και ύψος ανά όροφο

Θεωρούμε το προσομοίωμα ΑΒΓ του σχήματος 3.41 που προσομοιώνει υποστύλωμα διώροφου αμετάθετου πλαισίου με ίδια διατομή και ύψος ανά όροφο, με συνολικό κατακόρυφο φορτίο P , ασκούμενο κατά $\alpha \cdot P$ στον κόμβο Β και κατά $(1-\alpha) \cdot P$ στον κόμβο Γ. Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις της μεθόδου γωνιών-στροφής έχουμε:

$$M_{AB} = 0 \Rightarrow a_{n,1}\theta_A + a_{f,1}\theta_B = 0 \Rightarrow \theta_A = -\frac{a_{f,1}}{a_{n,1}}\theta_B \quad (3.45)$$

$$M_{GB} = 0 \Rightarrow a_{n,2}\theta_\Gamma + a_{f,2}\theta_B = 0 \Rightarrow \theta_\Gamma = -\frac{a_{f,2}}{a_{n,2}}\theta_B \quad (3.46)$$

Αντικαθιστούμε τις παραπάνω σχέσεις στις εξισώσεις γωνιών στροφής που δίνουν τις ροπές των μελών ΑΒ και ΒΓ. Οπότε:

$$M_{BA} = \frac{2EI_1}{L_1} \left(\frac{a_{n,1}^2 - a_{f,1}^2}{a_{n,1}} \right) \theta_B \quad (3.47)$$

$$M_{BG} = \frac{2EI_2}{L_2} \left(\frac{a_{n,2}^2 - a_{f,2}^2}{a_{n,2}} \right) \theta_B \quad (3.48)$$

Θεωρώντας την ισορροπία ροπών στον κόμβο Β έχουμε:

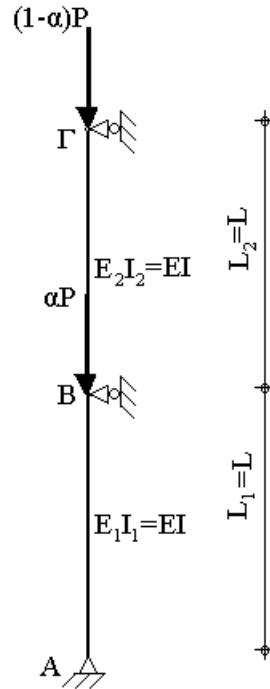
$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow M_{BA} + M_{BG} = 0 \Rightarrow \frac{2EI_1}{L_1} \left(\frac{a_{n,1}^2 - a_{f,1}^2}{a_{n,1}} \right) \theta_B + \frac{2EI_2}{L_2} \left(\frac{a_{n,2}^2 - a_{f,2}^2}{a_{n,2}} \right) \theta_B = 0 \quad (3.49)$$

Αντικαθιστώντας τους συντελεστές a_n , a_f έχουμε:

$$\left\{ \frac{2I_1 \left[\frac{\Phi_{n,1}^2 - \Phi_{f,1}^2}{2(\Phi_{n,1}^2 - \Phi_{f,1}^2)} \right]^2}{L_1 \frac{\Phi_{n,1}}{2(\Phi_{n,1}^2 - \Phi_{f,1}^2)}} + \frac{2I_2 \left[\frac{\Phi_{n,2}^2 - \Phi_{f,2}^2}{2(\Phi_{n,2}^2 - \Phi_{f,2}^2)} \right]^2}{L_2 \frac{\Phi_{n,2}}{2(\Phi_{n,2}^2 - \Phi_{f,2}^2)}} \right\} \theta_B = 0 \quad (3.50)$$

Μετά από αλγεβρικές πράξεις καταλήγουμε στην ακόλουθη σχέση.

$$\frac{I_1}{L_1} \frac{1}{\Phi_{n,1}} + \frac{I_2}{L_2} \frac{1}{\Phi_{n,2}} = 0 \quad (3.51)$$



Σχήμα 3.41 Υποστύλωμα διώροφου αμετάθετου πλαισίου με ίδια διατομή και ύψος ανά όροφο

Θέτοντας $I_1 = I_2 = I$ και $L_1 = L_2 = L$ και εισάγοντας τους συντελεστές Φ_n , Φ_f , k_1 , k_2 έχουμε:

$$\frac{\frac{P_1}{EI} L^2}{1 - \sqrt{\frac{P_1}{EI}} L \cot \left(\sqrt{\frac{P_1}{EI}} L \right)} + \frac{\frac{P_2}{EI} L^2}{1 - \sqrt{\frac{P_2}{EI}} L \cot \left(\sqrt{\frac{P_2}{EI}} L \right)} = 0 \quad (3.52)$$

Αντικαθιστώντας τα φορτία $P_1 = P$ και $P_2 = (1 - \alpha)P$ λαμβάνουμε:

$$\frac{P}{1 - \sqrt{\frac{P}{EI}}L \cot\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right)} + \frac{(1-\alpha)P}{1 - \sqrt{\frac{(1-\alpha)P}{EI}}L \cot\left(\sqrt{\frac{(1-\alpha)P}{EI}}L\right)} = 0 \quad (3.53)$$

η οποία θέτοντας:

$$\sqrt{\frac{P}{EI}}L = x \quad (3.54)$$

διαμορφώνεται τελικά ως εξής:

$$\frac{1}{1 - x \cot(x)} + \frac{(1-\alpha)}{1 - x\sqrt{1-\alpha} \cot(x\sqrt{1-\alpha})} = 0 \quad (3.55)$$

Η παραπάνω αναλυτική σχέση μας δίνει την επιρροή της κατανομής του αξονικού φορτίου (συντελεστής α) στην αντοχή σε λυγισμό (αδιαστατοποιημένος συντελεστής x). Τα παραπάνω παρουσιάζονται στο γράφημα του σχήματος 3.42.

Κάνοντας πολυωνυμική προσέγγιση 1^{ου} και 2^{ου} βαθμού (σχήμα 3.43) λαμβάνουμε τους ακόλουθους τύπους.

$$x = A + B \cdot \alpha \quad (3.56)$$

όπου οι συντελεστές A και B λαμβάνονται από τον πίνακα 3.26 και

$$x = A + B_1 \cdot \alpha + B_2 \cdot \alpha^2 \quad (3.57)$$

όπου οι συντελεστές A, B₁, B₂ λαμβάνονται από τον πίνακα 3.27

Παράμετρος	Τιμή	Τυπική Απόκλιση (σ)
A	3,17856	0,02626
B	0,58955	

Πίνακας 3.26 Συντελεστές A και B

Παράμετρος	Τιμή	Τυπική Απόκλιση (σ)
A	3,13839	0,00194
B ₁	0,85836	
B ₂	-0,26961	

Πίνακας 3.27 Συντελεστές A, B₁, B₂

Για επαλήθευση της προτεινόμενης μεθόδου, πραγματοποιήθηκε υπολογισμός του αδιαστατοποιημένου συντελεστή x , για διάφορες τιμές του συντελεστή κατανομής του αξονικού φορτίου ($\alpha=0,10-0,50-0,90$), με την αναλυτική σχέση (3.55) και με την προτεινόμενη μέθοδο. Επιπλέον για τις ίδιες περιπτώσεις έγινε και γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού για πιστοποίηση του χρησιμοποιούμενου προγράμματος

πεπερασμένων στοιχείων. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 3.28 και σε μορφή διαγράμματος στο σχήμα 3.42, δείχνοντας απόλυτη σύγκλιση.

Αμέσως παρακάτω παρουσιάζεται, ενδεικτικά, ο υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού και κατ' επέκταση του αδιαστατοποιημένου συντελεστή χ με την προτεινόμενη μέθοδο, για συντελεστή κατανομής της αξονικής δύναμης $\alpha=0,10$ και για υποστύλωμα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I=0,0004319\text{m}^4$ και μήκους $L=3\text{m}$ ανά όροφο. Για την ίδια τιμή του συντελεστή α , το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού από γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων MSC-Nastran ανέρχεται σε 104481,20kN. Πρώτα γίνεται υπολογισμός της στροφικής δέσμευσης που προσδίδει στον κόμβο Β το μέλος ΒΓ. Η αντίστοιχη στροφική δυσκαμψία υπολογίζεται από τις προτεινόμενες σχέσεις του πίνακα 2.17. Οπότε έχουμε:

$$c_{B\Gamma} = \bar{c}_{B\Gamma} n_{B\Gamma} \left(\frac{\pi^2}{1 - \pi \sqrt{n_{B\Gamma}} \cot(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}})} \right) = 7826,91 \text{kNm} \quad (3.58)$$

όπου:

$$\bar{c}_{B\Gamma} = \frac{EI}{L} = 30233 \text{kNm} \quad (3.59)$$

$$N_{B\Gamma} = 0,9 \cdot 104481,20 \text{kN} = 94033,08 \text{kN} \quad (3.60)$$

$$N_{E,B\Gamma} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = 99462,60 \text{kN} \quad (3.61)$$

$$n_{B\Gamma} = \frac{N_{B\Gamma}}{N_{E,B\Gamma}} = 0,945 \quad (3.62)$$

Ακολουθώντας την διαδικασία της προτεινόμενης μεθόδου, υπολογίζονται οι συντελεστές κατανομής z_b και z_t , για το υποστύλωμα.

$$z_t = \frac{c_c}{c_c + c_{B\Gamma}} = 0,939 \quad (3.63)$$

$$z_b = 1,0 \text{ (αρθρωτή στήριξη)} \quad (3.64)$$

Όπου:

$$c_c = \frac{4EI}{L} = 120932 \text{kNm} \quad (3.65)$$

Ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K υπολογίζεται με την βοήθεια της αναλυτικής σχέσης (2.34) που για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και εδώ (3.66) ή από το νομογράφημα του σχήματος (2.10) ή τον πίνακα (2.2).

$$32K^3(z_t - 1)(z_b - 1) - 4K[8K^2(z_t - 1)(z_b - 1) + (z_t + z_b - 2z_t z_b)\pi^2]\cos\left(\frac{\pi}{K}\right) + \pi[-16K^2 + 20K^2(z_t + z_b) + z_t z_b(\pi^2 - 24K^2)]\sin\left(\frac{\pi}{K}\right) = 0 \quad (3.66)$$

Από την παραπάνω σχέση υπολογίζεται ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K:

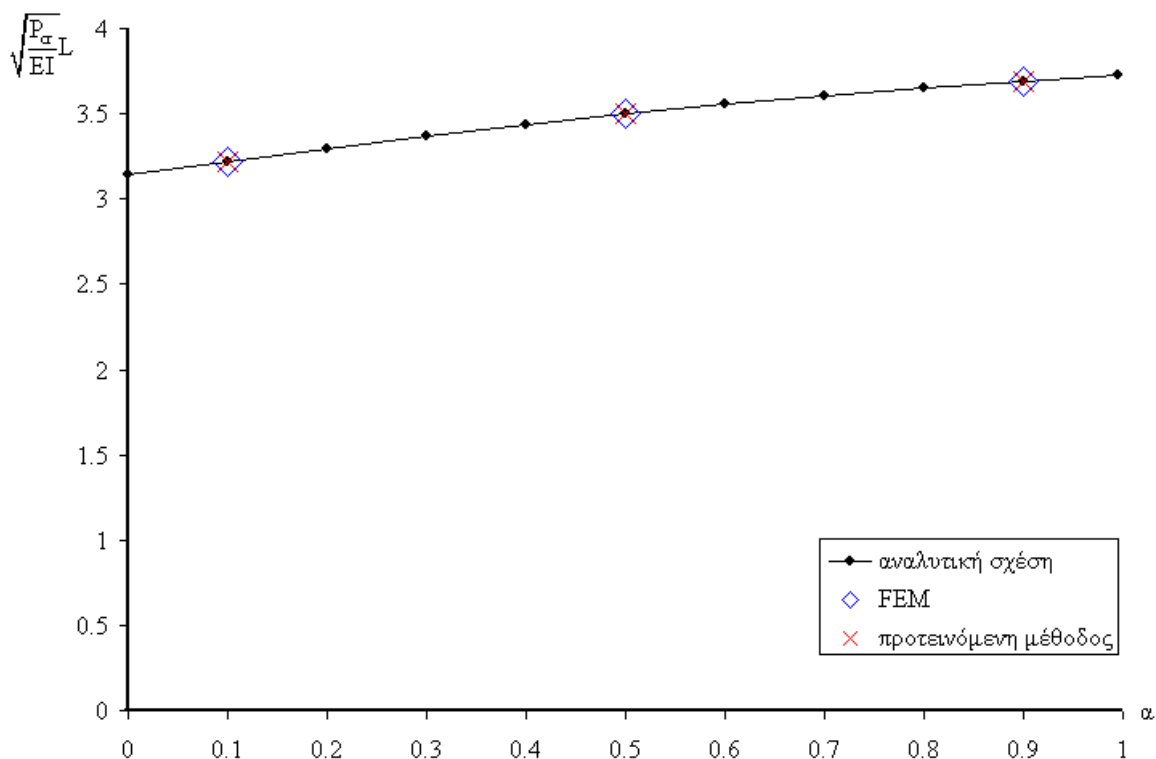
$$K = 0,976 \quad (3.67)$$

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού δίνεται από τον τύπο του Euler:

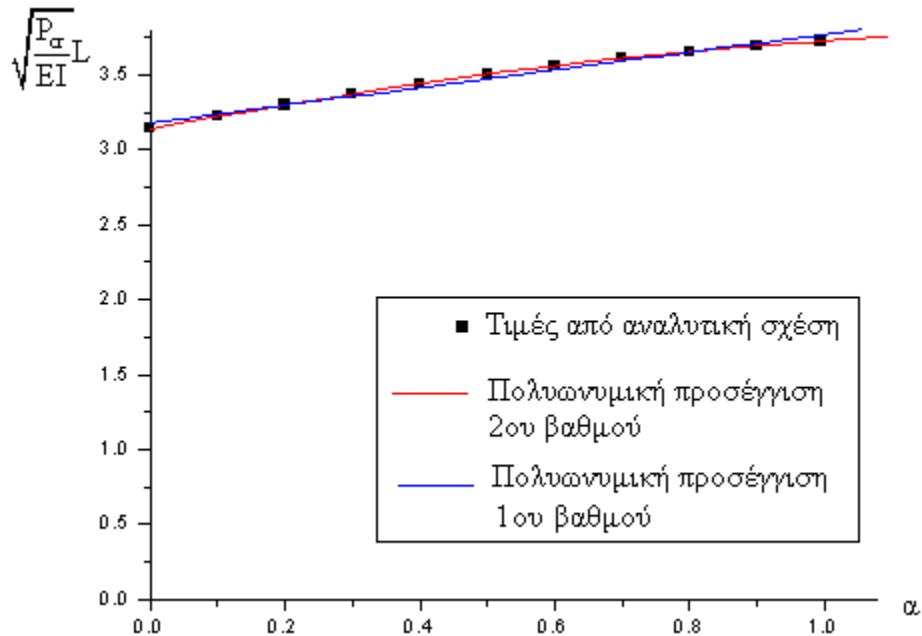
$$P_{\text{cr, προτ. μεθ.}} = \frac{\pi^2 EI}{(K \cdot L)^2} = 104481 \text{ kN} \quad (3.68)$$

Οπότε και ο αδιαστατοποιημένος συντελεστής x:

$$x_{\text{προτ. μεθ.}} = \sqrt{\frac{P_{\text{cr, προτ. μεθ.}}}{EI}} L = 3,220 \quad (3.69)$$



Σχήμα 3.42 Επιρροή της κατανομής του αξονικού φορτίου (α) στην αντοχή σε λυγισμό (αδιαστατοποιημένος συντελεστής $\sqrt{\frac{P}{EI}}L = x$)



Σχήμα 3.43 Πολυωνυμική προσέγγιση 1^{ου} και 2^{ου} βαθμού της αναλυτικής σχέσης (3.55)

α	$X_{\text{αναλ.σχ.}}$	X_{FEM}	$X_{\text{προτ.μεθ.}}$
0,10	3,220	3,220	3,220
0,50	3,501	3,501	3,501
0,90	3,692	3,692	3,692

Πίνακας 3.28 Αδιαστατοποιημένος συντελεστής $x = \sqrt{P/EI} \cdot L$, από την αναλυτική σχέση, την ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία και την προτεινόμενη μέθοδο για διάφορες τιμές της κατανομής του αξονικού φορτίου α

2.8.2 Υποστύλωμα διώροφου αμετάθετου πλαισίου με σταθερή διατομή και ύψος πρώτου ορόφου ίσο με το ήμισυ του δευτέρου

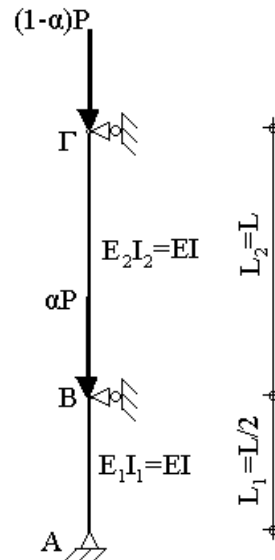
Θεωρώντας το προσομοίωμα του σχήματος 3.44, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις της μεθόδου γωνιών-στροφής και με παρόμοιο λογισμό καταλήγουμε στην σχέση:

$$\frac{1}{2[1 - (x/2)\cot(x/2)]} + \frac{(1-\alpha)}{1 - x\sqrt{1-\alpha}\cot(x\sqrt{1-\alpha})} = 0 \quad (3.70)$$

Η σχέση αυτή μας δίνει την επιρροή του συντελεστή κατανομής του αξονικού φορτίου α στην αντοχή σε λυγισμό (αδιαστατοποιημένος συντελεστής x). Η πιο πάνω επιρροή παρουσιάζεται στο γράφημα του σχήματος 3.45. Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση των ορόφων διαφορετικού ύψους η επιρροή της παραμέτρου α είναι περισσότερο έντονη.

Παρόμοια γίνεται πολυωνυμική προσέγγιση 1^{ου} ($x = A + B \cdot \alpha$) και 2^{ου} βαθμού ($x = A + B_1 \cdot \alpha + B_2 \cdot \alpha^2$) στην παραπάνω σχέση (σχήμα 3.46). Οι σταθεροί συντελεστές

και τα ποιοτικά χαρακτηριστικά τις προσέγγισης παρουσιάζονται στους πίνακες (3.29 και 3.30)



Σχήμα 3.44 Υποστήλωμα διώροφου αμετάθετου πλαισίου με ίδια διατομή και ύψος πρώτου ορόφου ίσο με το μισό του δευτέρου

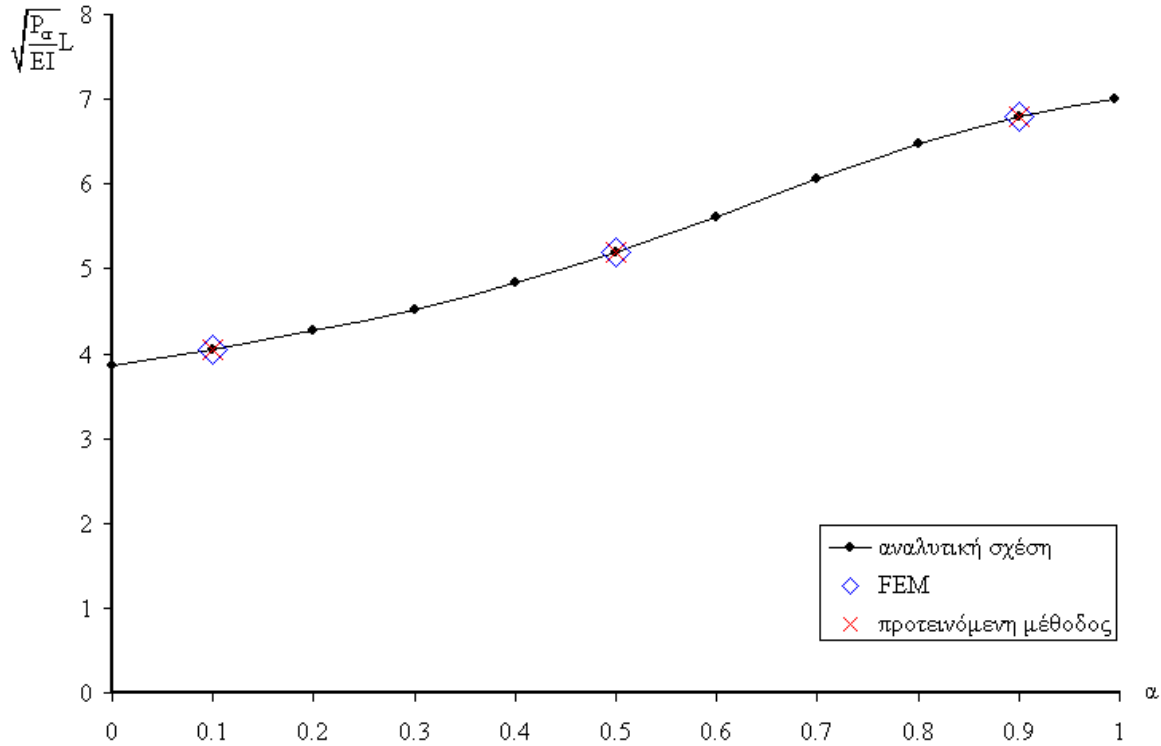
Παράμετρος	Τιμή	Τυπική Απόκλιση (σ)
A	3,64134	0,13045
B	3,38762	

Πίνακας 3.29 Συντελεστές A και B

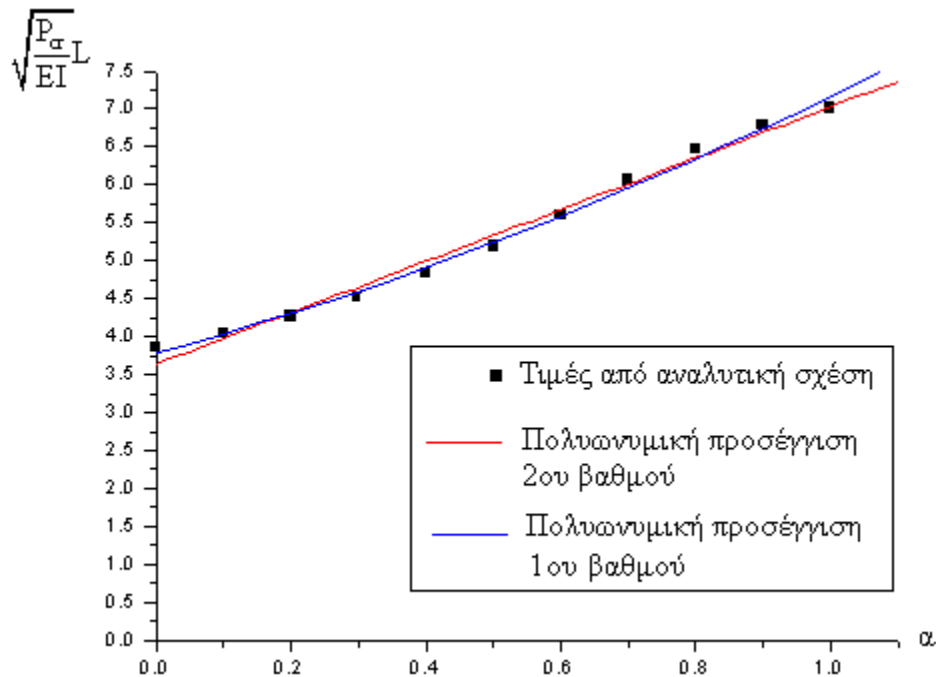
Παράμετρος	Τιμή	Τυπική Απόκλιση (σ)
A	3,77993	0,99374
B ₁	2,46295	
B ₂	0,92522	

Πίνακας 3.30 Συντελεστές A, B₁, B₂

Ομοίως, πραγματοποιήθηκε υπολογισμός του αδιαστατοποιημένου συντελεστή x , για διάφορες τιμές της κατανομής του αξονικού φορτίου ($\alpha=0,10-0,50-0,90$) με την αναλυτική σχέση (3.70), με τη προτεινόμενη μέθοδο και με την γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 3.31 και σε μορφή διαγράμματος στο σχήμα 3.45, δείχνοντας απόλυτη σύγκλιση.



Σχήμα 3.45 Επιρροή της κατανομής του αξονικού φορτίου (α) στην αντοχή σε λυγισμό
(αδιαστατοποιημένος συντελεστής $\sqrt{\frac{P}{EI}}L = x$)



Σχήμα 3.46 Πολυωνυμική προσέγγιση 1^{ου} και 2^{ου} βαθμού της σχέσης (3.70)

α	$X_{\text{ανάλ.σχ.}}$	X_{FEM}	$X_{\text{προτ.μεθ.}}$
0,10	4,048	4,048	4,048
0,50	5,192	5,192	5,192
0,90	6,794	6,794	6,794

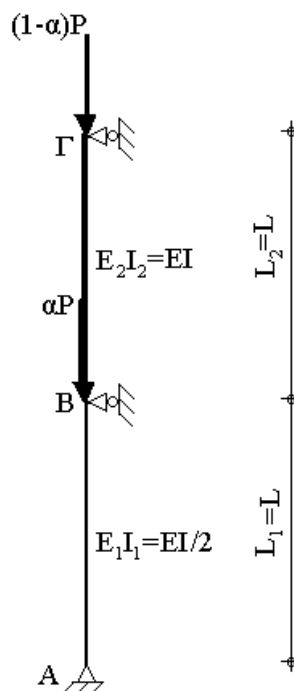
Πίνακας 3.31 Αδιαστατοποιημένος συντελεστής $x = \sqrt{P/EI} \cdot L$, από την αναλυτική σχέση, την ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία και την προτεινόμενη μέθοδο για διάφορες τιμές της κατανομής του αξονικού φορτίου (α)

2.8.3 Υποστύλωμα διώροφου αμετάθετου πλαισίου με ίδιο ύψος ορόφου και δυσκαμψία πρώτου ορόφου ίση με τη μισή του δευτέρου

Θεωρώντας το προσομοίωμα του σχήματος 3.47, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις της μεθόδου γωνιών-στροφής και με παρόμοιο λογισμό καταλήγουμε στην σχέση:

$$\frac{1}{1 - \sqrt{2}x \cot(\sqrt{2}x)} + \frac{(1-\alpha)}{1 - x\sqrt{1-\alpha} \cot(x\sqrt{1-\alpha})} = 0 \quad (3.71)$$

Η παραπάνω σχέση μας δίνει την επιρροή της κατανομής του αξονικού φορτίου (α) στην αντοχή σε λυγισμό (αδιαστατοποιημένος συντελεστής x). Τα παραπάνω παρουσιάζονται στο γράφημα του σχήματος 3.48. Η επιρροή του συντελεστή α στην τιμή του κρίσιμου φορτίου λυγισμού φαίνεται μικρή.



Σχήμα 3.47 Υποστύλωμα διώροφου αμετάθετου πλαισίου με ίδιο ύψος ορόφου και διατομή πρώτου ορόφου ίση με τη μισή του δευτέρου

Παρόμοια γίνεται πολωνυμική προσέγγιση 1^{ου} ($x = A + B \cdot \alpha$) και 2^{ου} βαθμού ($x = A + B_1 \cdot \alpha + B_2 \cdot \alpha^2$) στην παραπάνω σχέση (σχήμα 3.49). Οι σταθεροί συντελεστές και τα ποιοτικά χαρακτηριστικά τις προσέγγισης παρουσιάζονται στους πίνακες (3.32 και 3.33)

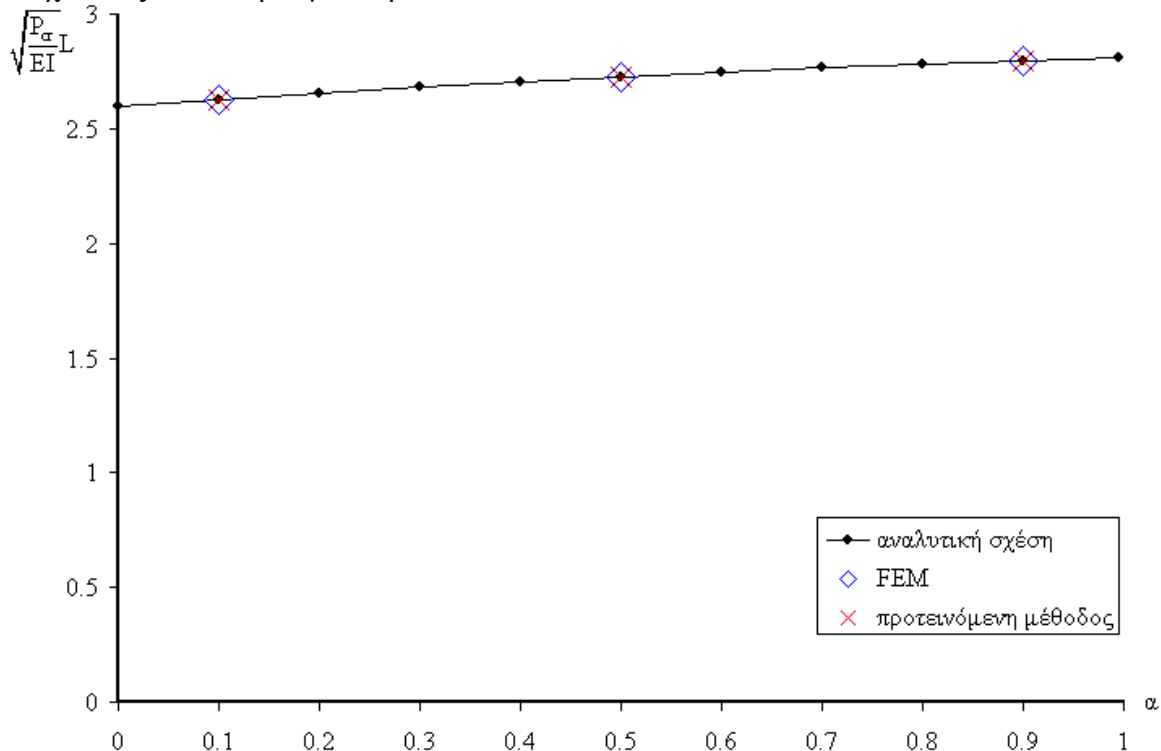
Παράμετρος	Τιμή	Τυπική Απόκλιση (σ)
A	2,61149	0,00973
B	0,21118	

Πίνακας 3.32 Συντελεστές A και B

Παράμετρος	Τιμή	Τυπική Απόκλιση (σ)
A	2,59657	0,00068
B ₁	0,31069	
B ₂	-0,09957	

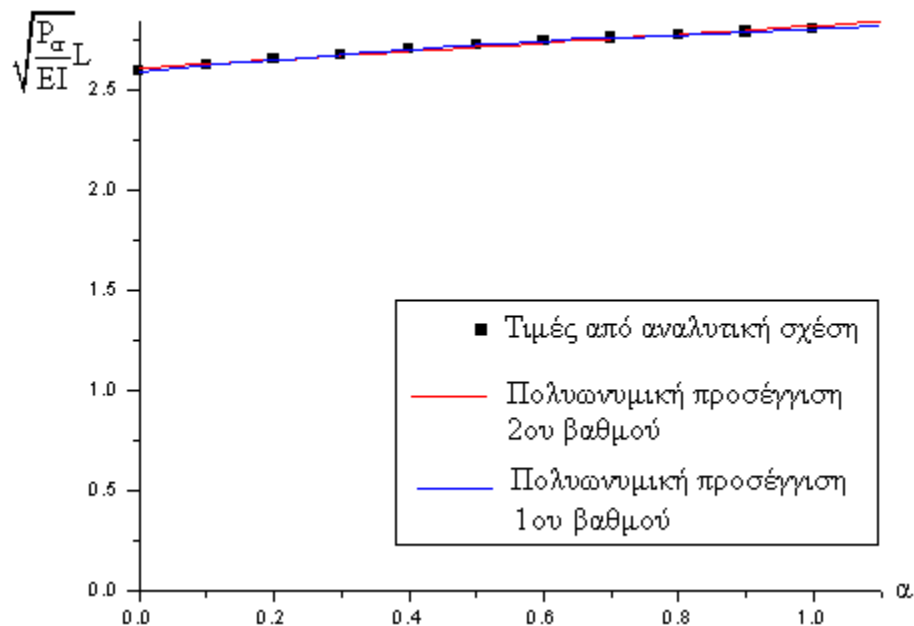
Πίνακας 3.33 Συντελεστές A, B₁, B₂

Ομοίως, πραγματοποιήθηκε υπολογισμός του αδιαστατοποιημένου συντελεστή x , για διάφορες τιμές της κατανομής του αξονικού φορτίου ($\alpha=0,10-0,50-0,90$) με την αναλυτική σχέση (3.71), με την προτεινόμενη μέθοδο και με τη γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 3.34 και σε μορφή διαγράμματος στο σχήμα 3.48, δείχνοντας απόλυτη σύγκλιση.



Σχήμα 3.48 Επιρροή της κατανομής του αξονικού φορτίου (α) στην αντοχή σε λυγισμό

(αδιαστατοποιημένος συντελεστής $\sqrt{\frac{P}{EI}}L = x$)



Σχήμα 3.49 Πολυωνυμική προσέγγιση 1^{ου} και 2^{ου} βαθμού της σχέσης (3.71)

α	$X_{\text{αναλ.σχ.}}$	X_{FEM}	$X_{\text{προτ.μεθ.}}$
0,10	2,627	2,627	2,627
0,50	2,727	2,727	2,727
0,90	2,795	2,795	2,795

Πίνακας 3.34 Αδιαστατοποιημένος συντελεστής $x = \sqrt{P/EI} \cdot L$, από την αναλυτική σχέση, την ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία και την προτεινόμενη μέθοδο για διάφορες τιμές της κατανομής του αξονικού φορτίου (α)

Στα παραπάνω παραδείγματα γίνεται σύγκριση των λύσεων της προτεινόμενης μεθόδου με αναλυτικές λύσεις που κάνουν χρήση της μεθόδου γωνιών στρώσης. Από τη σύγκριση αυτή διαπιστώνεται και πάλι απόλυτη σύμπτωση της προτεινόμενης μεθόδου και των ακριβών αναλυτικών λύσεων. Επιβεβαιώνεται έτσι η ορθότητα και η ακρίβεια της προτεινόμενης μεθόδου. Για αρκετά από τα παραδείγματα που παρουσιάζονται σε αυτή την ενότητα έγινε επίσης υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού και με γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η σύγκριση και αυτών των αποτελεσμάτων με τις ακριβείς αναλυτικές λύσεις έγινε για πιστοποίηση του χρησιμοποιούμενου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων για αναλύσεις αυτού του τύπου, καθώς και για εξακρίβωση της απαιτούμενης πυκνότητας πλέγματος για ικανοποιητική αριθμητική σύγκλιση. Από τη σύγκριση αυτή διαπιστώνεται και πάλι απόλυτη σύμπτωση. Έτσι πιστοποιείται η δυνατότητα χρήσης της γραμμικοποιημένης ανάλυσης λυγισμού ως μέτρου σύγκρισης της ακρίβειας της προτεινόμενης μεθόδου σε συνθετότερα παραδείγματα, στα οποία ο όγκος των απαιτούμενων υπολογισμών κάνει απαγορευτική την χρήση της μεθόδου γωνιών στρώσης.

3.5 Υπολογισμός του κρίσιμου ελαστικού φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων μεταλλικών πλαισιακών φορέων – σύγκριση με κανονιστικές διατάξεις

Αυτή η ενότητα επικεντρώνεται στη σύγκριση της προτεινόμενης μεθόδου για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού με τις ισχύουσες κανονιστικές διατάξεις (Ευρωκώδικας 3, Load and Resistance Factor Design Specification for structural steel buildings) για ένα πλήθος παραδειγμάτων μεταλλικών φορέων με αμετάθετη, μεταθετή και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά. Όπως προαναφέρθηκε, με την προτεινόμενη μέθοδο είναι δυνατή η αξιόπιστη αντιμετώπιση σημαντικά μεγαλύτερου εύρους περιπτώσεων (μονώροφα και πολυώροφα πλαίσια με αμετάθετη, μεταθετή και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά), από εκείνες που καλύπτονται επιτυχώς από τις κανονιστικές διατάξεις. Η προσπάθεια χρήσης αυτών διατάξεων για την προσεγγιστική αντιμετώπιση περιπτώσεων που είναι εκτός του εύρους ισχύος, οδηγεί συχνά σε σημαντικές αποκλίσεις, με αποτέλεσμα την υποδιαστασιολόγηση ή υπερδιαστασιολόγηση των μελών του φορέα.

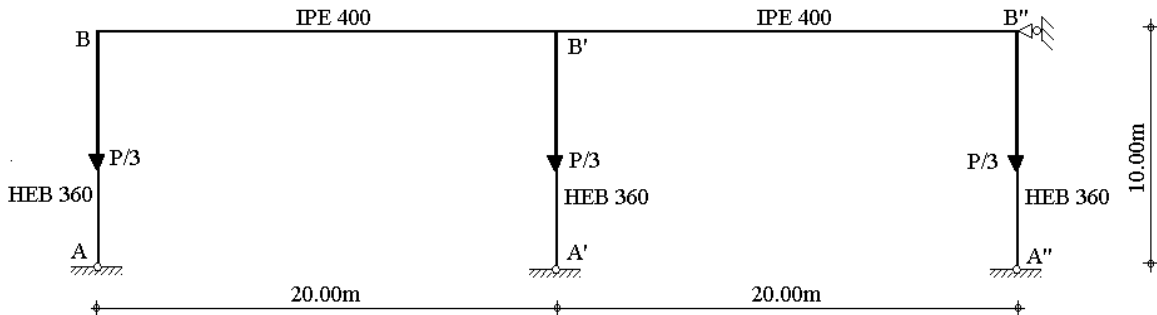
Στην περίπτωση πλαισίων με περισσότερους από δύο ορόφους, προτείνεται η χρήση μιας «απλοποιημένης» μεθόδου, η οποία παρουσιάζεται και αναπτύσσεται σε αυτή την ενότητα. Η μέθοδος αυτή είναι σαφώς μικρότερου υπολογιστικού φόρτου από την «σύνθετη» προτεινόμενη μέθοδο, αλλά συγκρίσιμης ακρίβειας. Είναι δε ανάλογου υπολογιστικού φόρτου με τον Ευρωκώδικα 3, αλλά παρέχει σημαντικά ακριβέστερα αποτελέσματα. Τα αποτελέσματα τόσο της «σύνθετης» όσο και της «απλοποιημένης» προτεινόμενης μεθόδου συγκρίνονται με αυτά από γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων, τα οποία θεωρούνται ως επαρκώς ακριβή ώστε να αποτελούν μέτρο σύγκρισης, καθώς και με τα αντίστοιχα από την προσεγγιστική εφαρμογή των κανονιστικών διατάξεων του Ευρωκώδικα 3 και του LRFD. Τα παραδείγματα επιλέχθηκαν έτσι, ώστε να έχουν κάποια μορφή μη-κανονικότητας και να εκφράζουν ακραίες καταστάσεις, στις οποίες οι αποκλίσεις των αποτελεσμάτων των κανονιστικών διατάξεων από τις ορθές είναι εντονότερες.

3.5.1 Μονώροφα αμετάθετα πλαίσια

Η περίπτωση μονώροφων αμετάθετων πλαισίων ενός φατνώματος εξετάστηκε στην ενότητα 3.2. Εδώ αντιμετωπίζονται μονώροφα αμετάθετα πλαίσια με δύο ή περισσότερα φατνώματα.

Παράδειγμα 1

Θεωρούμε μονώροφο αμετάθετο πλαίσιο με δύο φατνώματα (σχήμα 3.50), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του ζυγώματος του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/3$.



Σχήμα 3.50 Αμετάθετο πλαίσιο με δύο φατνώματα

Η γραμμική ανάλυση λυγισμού του πλαισίου με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων MSC-NASTRAN έδωσε κρίσιμο φορτίο λυγισμού 29331,26kN. Η αντοχή σε λυγισμό των ακραίων υποστυλωμάτων υπολογίζεται ως $P_{cr,FEM} = 2933,26 \cdot 0,333 = 9767,31\text{kN}$.

Ακολουθώντας την διαδικασία της προτεινόμενης μεθοδολογίας, υπολογίζονται οι συντελεστές κατανομής z_b και z_t , για τα ακραία υποστυλώματα.

$$z_t = \frac{c_c}{c_c + c_{bm}} = 0,882 \quad (3.72)$$

$$z_b = 1,0 \text{ (αρθρωτή στήριξη)} \quad (3.73)$$

Όπου:

$$c_c = \frac{4EI_c}{h} = 36279,60\text{kNm} \quad (3.74)$$

Θεωρώντας ότι οι δοκοί παραμορφώνονται με απλή καμπυλότητα κατά την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού, η δυσκαμψία τους υπολογίζεται από την αντίστοιχη γραμμή του πίνακα 2.27:

$$c_{bm} = \frac{2EI_{bm}}{L} = 4857,30\text{ kNm} \quad (3.75)$$

Ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K υπολογίζεται με την βοήθεια της αναλυτικής σχέσης (2.34) που για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και εδώ (3.76) ή από το νομογράφημα του σχήματος (2.10) ή τον πίνακα (2.2).

$$32K^3(z_t - 1)(z_b - 1) - 4K \left[8K^2(z_t - 1)(z_b - 1) + (z_t + z_b - 2z_t z_b) \pi^2 \right] \cos\left(\frac{\pi}{K}\right) + \pi \left[-16K^2 + 20K^2(z_t + z_b) + z_t z_b (\pi^2 - 24K^2) \right] \sin\left(\frac{\pi}{K}\right) = 0 \quad (3.76)$$

Από την παραπάνω σχέση υπολογίζεται ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K :

$$K = 0,953 \quad (3.77)$$

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού δίνεται από τον τύπο του Euler:

$$P_{cr, \text{προτ. μεθ.}} = \frac{\pi^2 EI_c}{(Kh)^2} = 9846,37 \text{ kN} \quad (3.78)$$

Ακολουθώντας την διαδικασία του Ευρωκώδικα 3 υπολογίζονται, οι συντελεστές κατανομής n_1 και n_2 , για τα ακραία υποστυλώματα.

$$n_1 = \frac{k_c + k_1}{k_c + k_1 + k_{11} + k_{12}} = 0,713 \quad (3.79)$$

$$n_2 = 1 \quad (\text{αρθρωτή στήριξη}) \quad (3.80)$$

Όπου:

$$k_c = \frac{I_c}{h} = \frac{0,0004319}{10} \text{ m}^3 = 43,19 \text{ cm}^3 \quad (3.81)$$

$$k_{12} = 0,5 \frac{I_b}{L} = 1,5 \frac{0,0002313}{20} \text{ m}^3 = 17,347 \text{ cm}^3 \quad (\text{απλή καμπυλότητα}) \quad (3.82)$$

$$k_1 = k_{11} = 0 \quad (3.83)$$

Οι στροφικές δυσκαμψίες k_c , k_1 , k_{11} και k_{12} υπολογίζονται από τον πίνακα E.1, παράρτημα E-EK 3. Ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K υπολογίζεται με την βοήθεια της αναλυτικής σχέσης (E.5) που για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και εδώ (3.84) ή από το νομογράφημα του σχήματος E.2.1. του EC3 ENV 1993-1-1:1992.

$$K = \frac{h'}{h} = 0,5 + 0,14(n_1 + n_2) + 0,055(n_1 + n_2)^2 \quad (3.84)$$

Οπότε από τις παραπάνω σχέσεις υπολογίζεται ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K :

$$K = 0,958 \quad (3.85)$$

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού δίνεται από τον τύπο του Euler:

$$P_{cr, \text{EK3}} = \frac{\pi^2 EI_c}{(Kh)^2} = 9748,47 \text{ kN} \quad (3.86)$$

Ακολουθώντας την διαδικασία του LRFD, υπολογίζονται οι συντελεστές κατανομής G_A και G_B , για τα ακραία υποστυλώματα..

$$G_A = \frac{\Sigma(I_c / L_c)}{\Sigma(I_g / L_g)} = \frac{0,0004319/10}{0,0002313/20} = 3,735 \quad (3.87)$$

$$G_B = \infty \quad (\text{άρθρωση}) \quad (3.88)$$

Ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K υπολογίζεται με την βοήθεια της αναλυτικής σχέσης (C-C2) που για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και εδώ (3.89) ή από το νομογράφημα του σχήματος (C-C2.2a) του LRFD.

$$\frac{G_A G_B}{4} \left(\frac{\pi}{K} \right)^2 + \left(\frac{G_A + G_B}{2} \right) \left(1 - \frac{\pi/K}{\tan(\pi/K)} \right) + \frac{2 \tan(\pi/2K)}{\pi/K} - 1 = 0 \quad (3.89)$$

Οπότε από τις παραπάνω σχέσεις υπολογίζεται ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K :

$$K=0,953 \quad (3.90)$$

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού δίνεται από τον τύπο του Euler:

$$P_{cr,LRFD} = \frac{\pi^2 EI_c}{(Kh)^2} = 9856,36 \text{ kN} \quad (3.91)$$

Με παρόμοια διαδικασία υπολογίζεται και το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του μεσαίου υποστυλώματος.

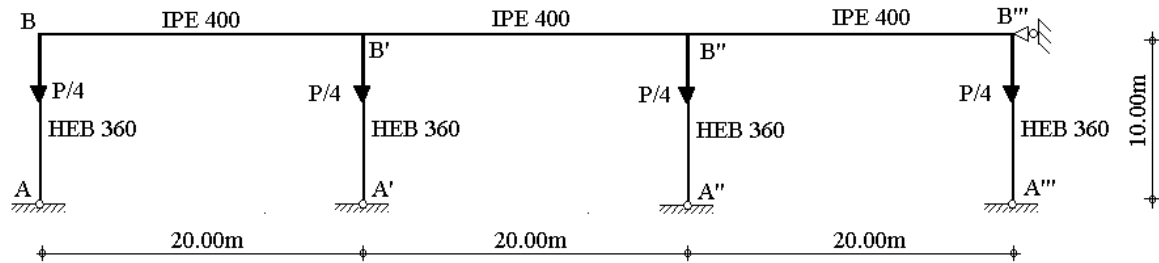
Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού των ακραίων υποστυλωμάτων υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.35, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μέθοδος καθώς και οι κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και του LRFD οδηγούν σε πολύ καλή σύγκλιση.

	$P_{cr} \text{ (kN)}$	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	9767,31	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	9748,47	-0,19
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	9856,36	0,91
Προτεινόμενη Μέθοδος	9846,37	0,81

Πίνακας 3.35 Κρίσιμα φορτία λυγισμού ακραίων υποστυλωμάτων αμετάθετου πλαισίου με δύο φατνώματα

Παράδειγμα 2

Θεωρούμε μονώροφο αμετάθετο πλαίσιο με τρία φατνώματα (σχήμα 3.51), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319 \text{ m}^4$, ύψους $h=10 \text{ m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313 \text{ m}^4$, μήκους $L=20 \text{ m}$. Τα υποστυλώματα είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του ζυγώματος του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/4$.



Σχήμα 3.51 Αμετάθετο πλαίσιο με τρία φατνώματα

Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού των ακραίων υποστυλωμάτων υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.36, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μέθοδος και οι κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και του LRFD οδηγούν σε μικρές αποκλίσεις.

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	9567,38	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	9748,47	1.89
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	9856,36	3,02
Προτεινόμενη Μέθοδος	9846,37	2,92

Πίνακας 3.36 Κρίσιμα φορτία λυγισμού ακραίων υποστυλωμάτων αμετάθετου πλαισίου με τρία φατνώματα

Παράδειγμα 3

Θεωρούμε μονώροφο αμετάθετο πλαίσιο με δεκαπέντε φατνώματα (σχήμα 3.52), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319m^4$ για τα ακραία υποστυλώματα, HEB 280 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0001927m^4$ για τα μεσαία υποστυλώματα, ύψους $h=10m$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313m^4$, μήκους $L=20m$. Τα υποστυλώματα είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του ζυγώματος του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/16$.



Σχήμα 3.52 Αμετάθετο πλαίσιο με δεκαπέντε φατνώματα

Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού των εσωτερικών υποστυλωμάτων υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.37, δείχνοντας ότι η

προτεινόμενη μέθοδος και ο LRFD οδηγούν σε πολύ καλή σύγκλιση, ενώ οι κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 σε μικρές αποκλίσεις.

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	5334,52	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	5483,56	2,79
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	5387,59	0,99
Προτεινόμενη Μέθοδος	5382,13	0,89

Πίνακας 3.37 Κρίσιμα φορτία λυγισμού εσωτερικών υποστυλωμάτων αμετάθετου πλαισίου με δεκαπέντε φατνώματα

Στα προηγούμενα τρία παραδείγματα (καθώς και στα επόμενα δύο) έχει εφαρμοστεί η «απλοποιημένη» προτεινόμενη μέθοδος, δηλαδή θεωρούμε για τις δοκούς απλή καμπυλότητα (στα αμετάθετα) και διπλή (στα μεταθετά) και κοιτάμε μόνον τα φατνώματα αμέσως δεξιά και αριστερά του εξεταζόμενου υποστυλώματος.

Από τα παραπάνω παραδείγματα, αλλά και από τα παραδείγματα μονώροφων αμετάθετων πλαισίων ενός φατνώματος της ενότητας 3.2, προκύπτει το συμπέρασμα ότι ο υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων που ανήκουν σε μονώροφα αμετάθετα πλαίσια γίνεται αξιόπιστα, τόσο με την προτεινόμενη μέθοδο, όσο και με τις ισχύουσες κανονιστικές διατάξεις του ΕΚ 3 και του LRFD. Πάντως, η ακρίβεια της προτεινόμενης μεθόδου είναι η καλύτερη, ακολουθεί ο LRFD και ο ΕΚ3.

3.5.2 Μονώροφα μεταθετά πλαίσια

Η περίπτωση μονώροφων μεταθετών πλαισίων ενός φατνώματος εξετάστηκε στην ενότητα 3.2. Εδώ αντιμετωπίζονται μονώροφα μεταθετά πλαίσια με δύο ή περισσότερα φατνώματα.

Παράδειγμα 1

Θεωρούμε μονώροφο μεταθετό πλαίσιο με δύο φατνώματα (σχήμα 3.53), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_e=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι ακραίοι κόμβοι του ζυγώματος του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $3P/10$ και ο μεσαίος με $4P/10$.

$$P_{cr, \text{προτ. μεθ.}} = \frac{\pi^2 EI_c}{(Kh)^2} = 925,17 \text{ kN} \quad (3.98)$$

Ακολουθώντας την διαδικασία του Ευρωκώδικα 3, υπολογίζονται οι συντελεστές κατανομής n_1 και n_2 , για τα ακραία υποστυλώματα.

$$n_1 = \frac{k_c + k_1}{k_c + k_1 + k_{11} + k_{12}} = 0,713 \quad (3.99)$$

$$n_2 = 1 \quad (\text{αρθρωτή στήριξη}) \quad (3.100)$$

Όπου:

$$k_c = \frac{I_c}{h} = \frac{0,0004319}{10} \text{ m}^3 = 43,19 \text{ cm}^3 \quad (3.101)$$

$$k_{12} = 1,5 \frac{I_b}{L} = 1,5 \frac{0,0002313}{20} \text{ m}^3 = 17,347 \text{ cm}^3 \quad (\text{διπλή καμπυλότητα}) \quad (3.102)$$

$$k_1 = k_{11} = 0 \quad (3.103)$$

Οι στροφικές δυσκαμψίες k_c , k_1 , k_{11} και k_{12} υπολογίζονται από τον πίνακα E.1, παράρτημα E-EK 3. Ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K υπολογίζεται με την βοήθεια της αναλυτικής σχέσης (E.7) που για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και εδώ (3.104) ή από το νομογράφημα του σχήματος E.2.1. του EC3 ENV 1993-1-1:1992.

$$K = \frac{h'}{h} = \sqrt{\frac{1 - 0,2(\eta_1 + \eta_2) - 0,12\eta_1\eta_2}{1 - 0,8(\eta_1 + \eta_2) + 0,6\eta_1\eta_2}} \quad (3.104)$$

Άρα από τις παραπάνω σχέσεις υπολογίζεται ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K :

$$K = 3,156 \quad (3.105)$$

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού δίνεται από τον τύπο του Euler:

$$P_{cr, EK3} = \frac{\pi^2 EI_c}{(Kh)^2} = 897,8 \text{ kN} \quad (3.106)$$

Ακολουθώντας την διαδικασία του LRFD, υπολογίζονται οι συντελεστές κατανομής G_A και G_B , για τα ακραία υποστυλώματα.

$$G_A = \frac{\Sigma(I_c / L_c)}{\Sigma(I_g / L_g)} = \frac{0,0004319/10}{0,0002313/20} = 3,735 \quad (3.107)$$

$$G_B = \infty \quad (\text{άρθρωση}) \quad (3.108)$$

Ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K υπολογίζεται με την βοήθεια της αναλυτικής σχέσης (C-C2-1) που για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και εδώ (3.109) ή από το νομογράφημα του σχήματος (C-C2.2b) του LRFD.

$$\frac{G_A G_B (\pi/K)^2 - 36}{6(G_A + G_B)} - \frac{(\pi/K)}{\tan(\pi/K)} = 0 \quad (3.109)$$

Οπότε από τις παραπάνω σχέσεις υπολογίζεται ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K :

$$K=3,112 \quad (3.110)$$

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού δίνεται από τον τύπο του Euler:

$$P_{cr,LRFD} = \frac{\pi^2 EI_c}{(Kh)^2} = 924,62 \text{ kN} \quad (3.111)$$

Με παρόμοια διαδικασία υπολογίζεται και το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του μεσαίου υποστυλώματος.

Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού των ακραίων υποστυλωμάτων υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.38, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μέθοδος και ο LRFD οδηγούν σε καλή σύγκλιση ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 έχουν μικρή απόκλιση και είναι συντηρητικά.

	$P_{cr} \text{ (kN)}$	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	935,71	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	897,8	-4,05
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	924,62	-1,18
Προτεινόμενη Μέθοδος	925,17	-1,13

Πίνακας 3.38 Κρίσιμα φορτία λυγισμού ακραίων υποστυλωμάτων μεταθετού πλαισίου με δύο φατνώματα

Παράδειγμα 2

Θεωρούμε μονώροφο μεταθετό πλαίσιο με δεκαπέντε φατνώματα (σχήμα 3.54), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319 \text{ m}^4$ για τα ακραία υποστυλώματα, HEB 280 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0001927 \text{ m}^4$ για τα μεσαία υποστυλώματα, ύψους $h=10 \text{ m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313 \text{ m}^4$, μήκους $L=20 \text{ m}$. Τα υποστυλώματα είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του ζυγώματος του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/16$.



Σχήμα 3.54 Μεταθετό πλαίσιο με δεκαπέντε φατνώματα

Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού των εσωτερικών υποστυλωμάτων υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.39, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μέθοδος και ο LRFD οδηγούν σε καλή σύγκλιση ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 έχουν μικρή απόκλιση και είναι συντηρητικά.

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	776,8	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	748,36	-3,66
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	772,13	-0,61
Προτεινόμενη Μέθοδος	771,58	-0,67

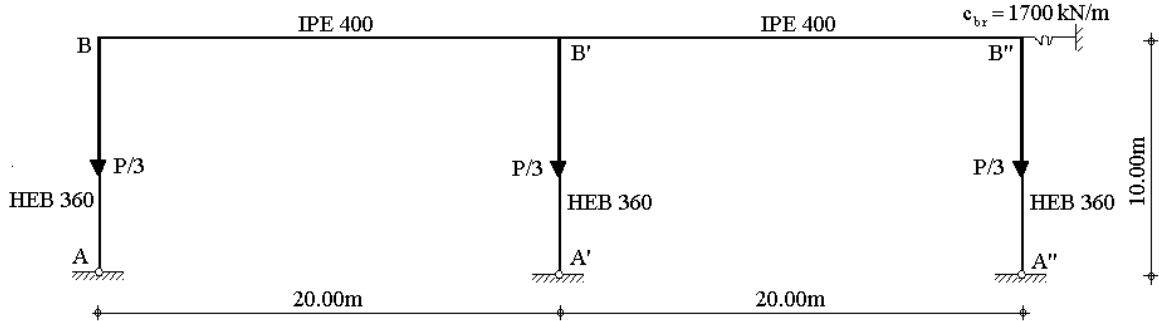
Πίνακας 3.39 Κρίσιμα φορτία λυγισμού εσωτερικών υποστυλωμάτων μεταθετού πλαισίου με δεκαπέντε φατνώματα

Από τα παραπάνω παραδείγματα, αλλά και από τα παραδείγματα μονώροφων μεταθετών πλαισίων ενός φατνώματος της ενότητας 3.2, προκύπτει το συμπέρασμα ότι ο υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων που ανήκουν σε μονώροφα μεταθετά πλαίσια γίνεται αξιόπιστα, τόσο με την προτεινόμενη μέθοδο, όσο και με τις ισχύουσες κανονιστικές διατάξεις του ΕΚ 3 και του LRFD με την ακρίβεια της προτεινόμενης μεθόδου να είναι η καλύτερη.

3.5.3 Μονώροφα μερικώς μεταθετά πλαίσια

Παράδειγμα 1

Θεωρούμε μονώροφο μερικώς μεταθετό πλαίσιο με δύο φατνώματα (σχήμα 3.55), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Η μερικώς μεταθετή συμπεριφορά του πλαισίου οφείλεται σε δομικά στοιχεία τα οποία προσφέρουν στο πλαίσιο στην στάθμη των δοκών μερική πλευρική στήριξη που προσομοιώνεται με ένα ελατήριο ευθυγράμμου κίνησης, με αντίσταση 1700kN/m . Τα υποστυλώματα είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του ζυγώματος του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/3$.



Σχήμα 3.55 Μερικώς μεταθετό πλαίσιο με δύο φατνώματα

Η γραμμική ανάλυση λυγισμού του πλαισίου με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων MSC-NASTRAN έδωσε κρίσιμο φορτίο λυγισμού 18795,75kN. Η αντοχή σε λυγισμό των ακραίων υποστυλωμάτων υπολογίζεται ως $P_{cr,FEM} = 18795,75 \cdot 0,333 = 6258,98\text{kN}$. Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού παρουσιάζεται στο σχήμα 3.56.

Ακολουθώντας την διαδικασία της προτεινόμενης μεθοδολογίας, υπολογίζονται οι συντελεστές κατανομής z_b και z_t για τα ακραία υποστυλώματα.

$$z_t = \frac{c_c}{c_c + c_{bm}} = 0,713 \quad (3.112)$$

$$z_b = 1,0 \text{ (αρθρωτή στήριξη)} \quad (3.113)$$

Η αδιάστατη δυσκαμψία του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης δίνεται από τη σχέση:

$$\overline{c_{br}} = \frac{c_{br} h^3}{EI_c} = \frac{(1700/3) \cdot 10^3}{2,1E8 \cdot 0,0004319} = 6,248 \quad (3.114)$$

Ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K υπολογίζεται με την βοήθεια της αναλυτικής σχέσης (2.36) που για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και εδώ (3.115) ή από τα νομογραφήματα των σχημάτων (2.12) έως (2.25) (με γραμμική παρεμβολή) ή από τους πίνακες 2.3 έως 2.16 (επίσης με γραμμική παρεμβολή).

$$\begin{aligned} & -32K^5 \overline{c_{br}} (z_t - 1)(z_b - 1) + \\ & 4K \left[8K^4 \overline{c_{br}} (z_t - 1)(z_b - 1) + K^2 \overline{c_{br}} (z_t + z_b - 2z_t z_b) \pi^2 + (-z_t - z_b + 2z_t z_b) \pi^4 \right] \cos\left(\frac{\pi}{K}\right) + \\ & \pi \left[4K^4 \overline{c_{br}} (4 - 5z_t - 5z_b + 6z_t z_b) - 16K^2 \pi^2 (1 - z_t - z_b + z_t z_b) - K^2 \overline{c_{br}} \pi^2 z_t z_b + \pi^4 z_t z_b \right] \\ & \sin\left(\frac{\pi}{K}\right) = 0 \end{aligned} \quad (3.115)$$

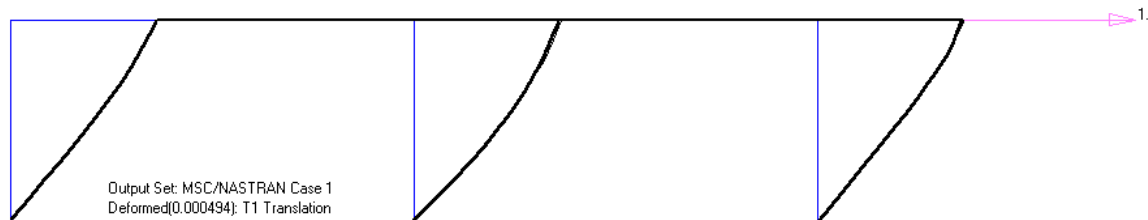
Από τις παραπάνω σχέσεις υπολογίζεται ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K :

$$K = 1,193 \quad (3.116)$$

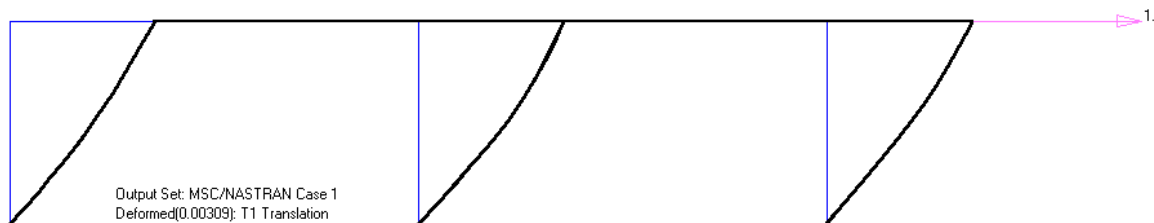
Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού δίνεται από τον τύπο του Euler:

$$P_{cr, \text{προτ. μεθ.}} = \frac{\pi^2 EI_c}{(Kh)^2} = 6283,2 \text{ kN} \quad (3.117)$$

Ο Ευρωκώδικας 3 δε λαμβάνει υπόψη τη μερικώς μεταθετή συμπεριφορά των πλαισίων, αλλά μόνο την αμετάθετη και τη μεταθετή. Για να καταταγεί ένα πλαίσιο ως αμετάθετο, σύμφωνα με το συγκεκριμένο κανονισμό, θα πρέπει να έχει ένα κατακόρυφο σύστημα δυσκαμψίας που να μειώνει τις οριζόντιες μετατοπίσεις κατά 80%, δηλαδή ο λόγος της οριζόντιας μετακίνησης πλαισίου με σύστημα δυσκαμψίας (δ) προς την αντίστοιχη πλαισίου χωρίς σύστημα δυσκαμψίας (δ_0) να είναι μικρότερος από 20% ($\delta/\delta_0 < 0,2$). Για να γίνει κατάταξη του εξεταζόμενου πλαισίου υπολογίζεται η σχετική οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου με ή χωρίς τα ελατήρια ευθυγράμμου κίνησης από ανάλυση με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων και υπολογίζεται ο λόγος δ/δ_0 . Η σχετική οριζόντια μετακίνηση του άνω κόμβου πλαισίου με σύστημα δυσκαμψίας ισούται με $\delta=0,5\text{mm}$, ενώ η αντίστοιχη πλαισίου χωρίς σύστημα δυσκαμψίας με $\delta_0=3,1\text{mm}$. Επομένως, $\delta/\delta_0=0,16 < 0,2$ οπότε το πλαίσιο του παραδείγματος χαρακτηρίζεται ως αμετάθετο σύμφωνα με τον ΕΚ3. Σε ανάλογο αποτέλεσμα καταλήγουμε εάν χρησιμοποιηθεί η αναλυτική σχέση (2.61) του κεφαλαίου 2.



Σχήμα 3.56 Οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου του παραδείγματος με ελαστική εγκάρσια στήριξη



Σχήμα 3.57 Οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου του παραδείγματος χωρίς ελαστική εγκάρσια στήριξη

Συνεπώς, η αντοχή σε λυγισμό υπολογίζεται θεωρώντας τον φορέα ως αμετάθετο. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού κατά ΕΚ3 και LRFD, για τα ακραία υποστυλώματα, δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις.

$$P_{cr, \text{ΕΚ3}} = \frac{\pi^2 EI_c}{(Kh)^2} = 9971,53 \text{ kN} \quad (3.118)$$

$$P_{cr,LRFD} = \frac{\pi^2 EI_c}{(Kh)^2} = 9848,63 \text{ kN} \quad (3.119)$$

Με παρόμοια διαδικασία υπολογίζεται και το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του μεσαίου υποστυλώματος.

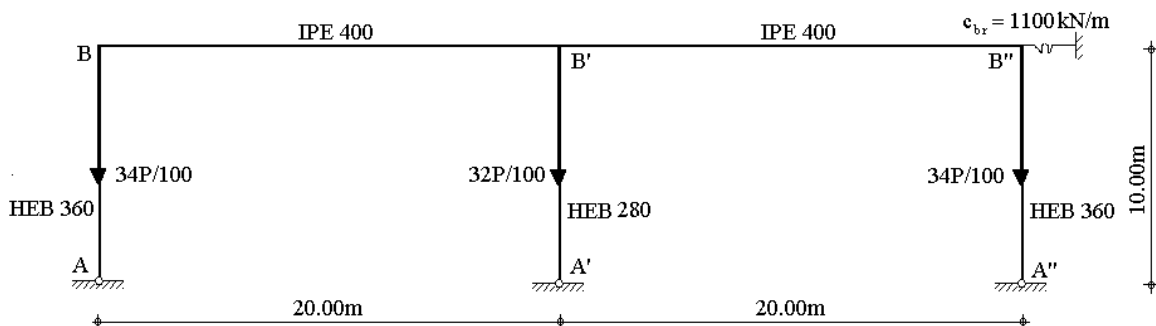
Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.40, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε πολύ καλή σύγκλιση ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και του LRFD είναι ανακριβή και κατά της ασφαλείας.

	$P_{cr} \text{ (kN)}$	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	6258,98	0
EK3	9971,53	59,32
L.R.F.D.	9848,63	57,35
Προτεινόμενη Μέθοδος	6283,20	0,39

Πίνακας 3.40 Κρίσιμα φορτία λυγισμού ακραίων υποστυλωμάτων μερικώς μεταθετού πλαισίου με δύο φατνώματα

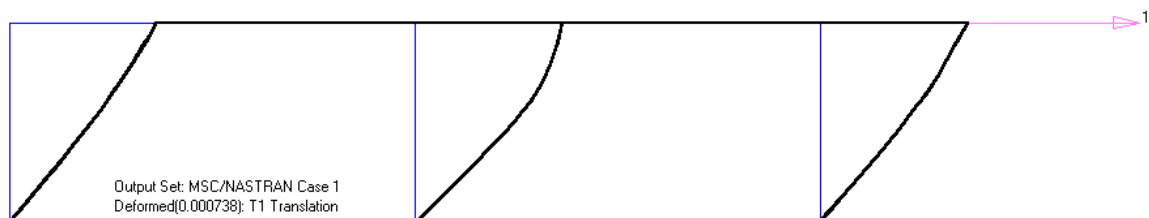
Παράδειγμα 2

Θεωρούμε μονώροφο μερικώς μεταθετό πλαίσιο με δύο φατνώματα (σχήμα 3.58), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$ για τα ακραία υποστυλώματα και υποστυλώματα HEB 280 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0001927\text{m}^4$ για το μεσαίο υποστυλώμα, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Η μερικώς μεταθετή συμπεριφορά του πλαισίου οφείλεται σε δομικά στοιχεία τα οποία προσφέρουν στο πλαίσιο στην στάθμη των δοκών μερική πλευρική στήριξη που προσομοιώνεται με ένα ελατήριο ευθυγράμμου κίνησης με αντίσταση 1100kN/m . Τα υποστυλώματα είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι ακραίοι κόμβοι του ζυγώματος του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $34P/100$ ενώ ο μεσαίος με $32P/100$.

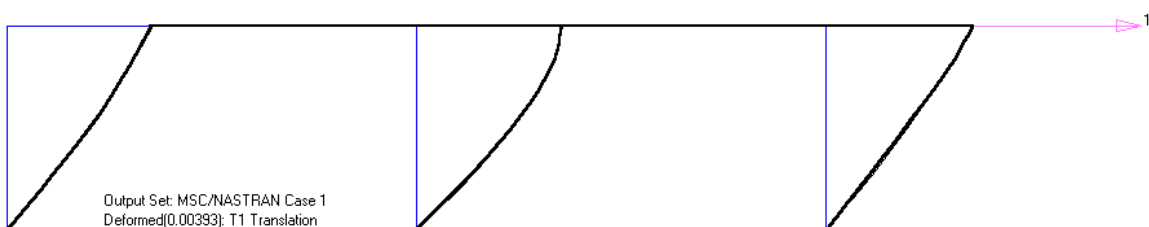


Σχήμα 3.58 Μερικώς μεταθετό πλαίσιο με δύο φατνώματα

Για να γίνει κατάταξη του πλαισίου υπολογίζεται η σχετική οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου με ή χωρίς τα ελατήρια ευθυγράμμου κίνησης από ανάλυση με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων και υπολογίζεται ο λόγος δ/δ_0 . Η σχετική οριζόντια μετακίνηση του άνω κόμβου πλαισίου με σύστημα δυσκαμψίας ισούται με $\delta=0,7\text{mm}$, ενώ η αντίστοιχη πλαισίου χωρίς σύστημα δυσκαμψίας με $\delta_0=3,9\text{mm}$. Επομένως, $\delta/\delta_0=0,19<0,2$ οπότε το πλαίσιο του παραδείγματος χαρακτηρίζεται ως αμετάθετο σύμφωνα με τον ΕΚ3. Σε ανάλογο αποτέλεσμα καταλήγουμε εάν χρησιμοποιηθεί η αναλυτική σχέση (2.61) του κεφαλαίου 2.



Σχήμα 3.59 Οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου του παραδείγματος με ελαστική εγκάρσια στήριξη



Σχήμα 3.60 Οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου του παραδείγματος χωρίς ελαστική εγκάρσια στήριξη

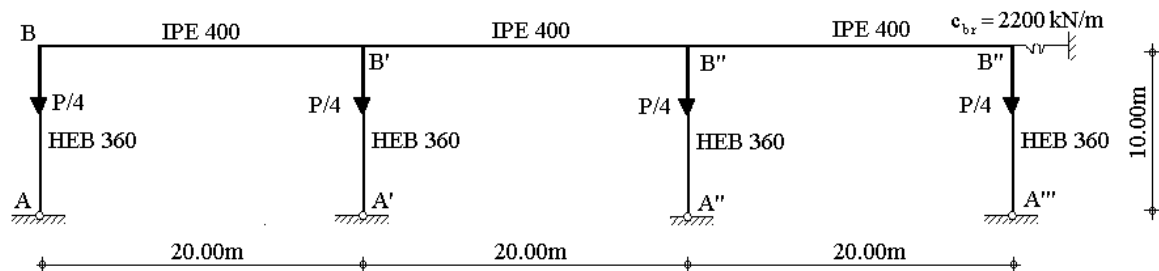
Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού του μεσαίου υποστυλώματος υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.41, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε πολύ καλή σύγκλιση ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και του LRFD είναι και πάλι ανακριβή και κατά της ασφαλείας.

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	3845,36	0
EK3	5483,56	42,60
L.R.F.D.	5391,38	40,20
Προτεινόμενη Μέθοδος	3768,16	-2,01

Πίνακας 3.41 Κρίσιμα φορτία λυγισμού μεσαίου υποστυλώματος μερικώς μεταθετού πλαισίου με δύο φατνώματα

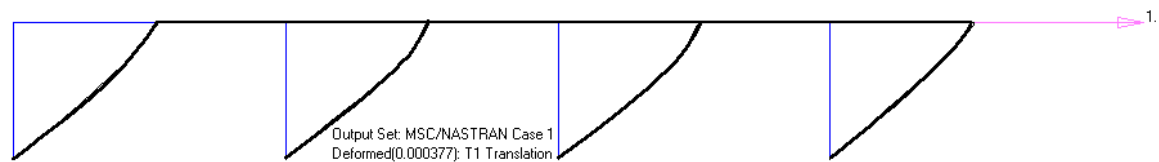
Παράδειγμα 3

Θεωρούμε μονώροφο μερικώς μεταθετό πλαίσιο με τρία φατνώματα (σχήμα 3.61), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Η μερικώς μεταθετή συμπεριφορά του πλαισίου οφείλεται σε δομικά στοιχεία τα οποία προσφέρουν στο πλαίσιο στην στάθμη των δοκών μερική πλευρική στήριξη που προσομοιώνεται με ένα ελατήριο ευθυγράμμου κίνησης με αντίσταση 2200kN/m . Τα υποστυλώματα είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του ζυγώματος του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/4$.

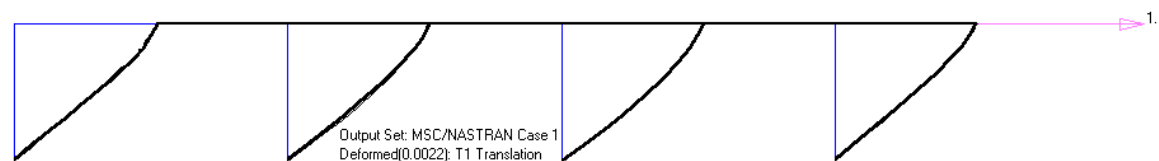


Σχήμα 3.61 Μερικώς μεταθετό πλαίσιο με τρία φατνώματα

Για να γίνει κατάταξη του πλαισίου υπολογίζεται η σχετική οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου με ή χωρίς τα ελατήρια ευθυγράμμου κίνησης από ανάλυση με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων και υπολογίζεται ο λόγος δ/δ_0 . Η σχετική οριζόντια μετακίνηση του άνω κόμβου πλαισίου με σύστημα δυσκαμψίας ισούται με $\delta=0,4\text{mm}$, ενώ η αντίστοιχη πλαισίου χωρίς σύστημα δυσκαμψίας με $\delta_0=2,2\text{mm}$. Επομένως, $\delta/\delta_0=0,17<0,2$ οπότε το πλαίσιο του παραδείγματος χαρακτηρίζεται ως αμετάθετο σύμφωνα με τον ΕΚ3. Σε ανάλογο αποτέλεσμα καταλήγουμε εάν χρησιμοποιηθεί η αναλυτική σχέση (2.61) του κεφαλαίου 2.



Σχήμα 3.62 Οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου του παραδείγματος με ελαστική εγκάρσια στήριξη



Σχήμα 3.63 Οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου του παραδείγματος χωρίς ελαστική εγκάρσια στήριξη

Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού των ακραίων υποστυλωμάτων υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.42, δείχνοντας ότι η

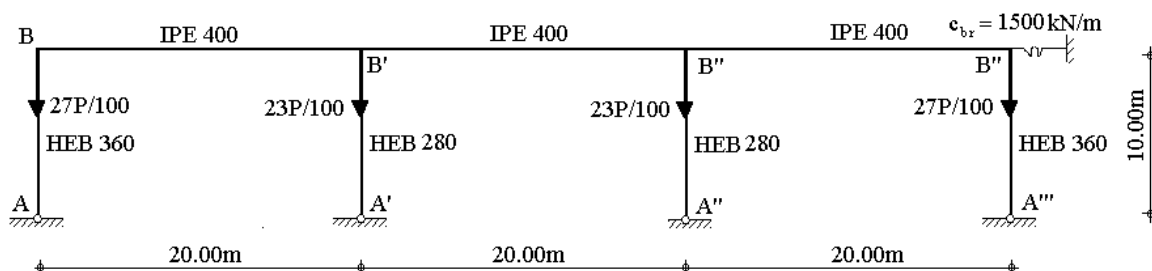
προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε πολύ καλή σύγκλιση ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και του LRFD είναι και πάλι ανακριβή και κατά της ασφαλείας.

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	6050,34	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	9971,53	64,81
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	9848,63	62,78
Προτεινόμενη Μέθοδος	6138,29	1,45

Πίνακας 3.42 Κρίσιμα φορτία λυγισμού ακραίου υποστυλώματος μερικώς μεταθετού πλαισίου με τρία φατνώματα

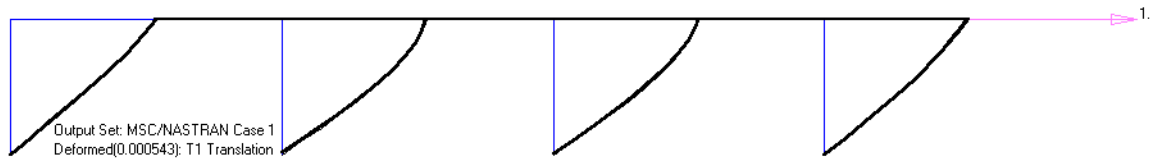
Παράδειγμα 4

Θεωρούμε μονώροφο μερικώς μεταθετό πλαίσιο με τρία φατνώματα (σχήμα 3.64), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$ για τα ακραία υποστυλώματα, HEB 280 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0001927\text{m}^4$ για τα μεσαία υποστυλώματα, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Η μερικώς μεταθετή συμπεριφορά του πλαισίου οφείλεται σε δομικά στοιχεία τα οποία προσφέρουν στο πλαίσιο στην στάθμη των δοκών μερική πλευρική στήριξη που προσομοιώνεται με ένα ελατήριο ευθυγράμμου κίνησης με αντίσταση 2200kN/m . Τα υποστυλώματα είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι ακραίοι κόμβοι του ζυγώματος του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $27P/100$ ενώ οι μεσαίοι με $23P/100$.

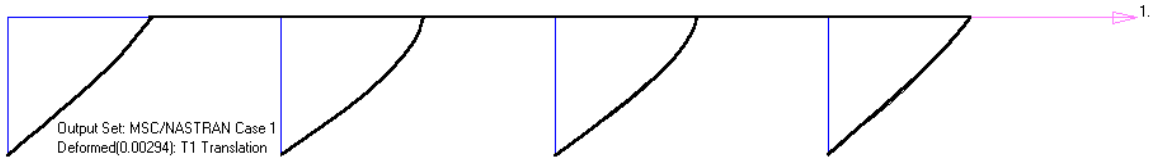


Σχήμα 3.64 Μερικώς μεταθετό πλαίσιο με τρία φατνώματα

Για να γίνει κατάταξη του πλαισίου υπολογίζεται η σχετική οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου με ή χωρίς τα ελατήρια ευθυγράμμου κίνησης από ανάλυση με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων και υπολογίζεται ο λόγος δ/δ_0 . Η σχετική οριζόντια μετακίνηση του άνω κόμβου πλαισίου με σύστημα δυσκαμψίας ισούται με $\delta=0.5\text{mm}$, ενώ η αντίστοιχη πλαισίου χωρίς σύστημα δυσκαμψίας με $\delta_0=2,9\text{mm}$. Επομένως, $\delta/\delta_0=0,185<0,2$ οπότε το πλαίσιο του παραδείγματος χαρακτηρίζεται ως αμετάθετο σύμφωνα με τον ΕΚ3. Σε ανάλογο αποτέλεσμα καταλήγουμε εάν χρησιμοποιηθεί η αναλυτική σχέση (2.61) του κεφαλαίου 2.



Σχήμα 3.65 Οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου του παραδείγματος με ελαστική εγκάρσια στήριξη



Σχήμα 3.66 Οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου του παραδείγματος χωρίς ελαστική εγκάρσια στήριξη

Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού των μεσαίων υποστυλωμάτων υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.43, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε πολύ καλή σύγκλιση ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και του LRFD είναι και πάλι ανακριβή και κατά της ασφαλείας.

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	3713,30	0
Προσέγγιση κατά Ε.Κ3	5483,56	47,67
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	5391,38	45,19
Προτεινόμενη Μέθοδος	3827,44	3,07

Πίνακας 3.43 Κρίσιμα φορτία λυγισμού μεσαίων υποστυλωμάτων μερικώς μεταθετού πλαισίου με τρία φατνώματα

Από τα παραπάνω παραδείγματα προκύπτει το συμπέρασμα ότι ο υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων που ανήκουν σε μονώροφα, μερικώς μεταθετά πλαίσια γίνεται αξιόπιστα με την προτεινόμενη μέθοδο. Αντίθετα, εντοπίζεται μια κατηγορία μεταθετών πλαισίων, τα οποία ανήκουν στην κατηγορία (β) των σχημάτων 2.29 ως 2.34, τα οποία κατατάσσονται ως αμετάθετα κατά τον ΕΚ 3, οπότε ο υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου τους σύμφωνα είτε με τον ΕΚ3 είτε με τον LRFD παρουσιάζει μεγάλη απόκλιση και μάλιστα είναι κατά της ασφαλείας.

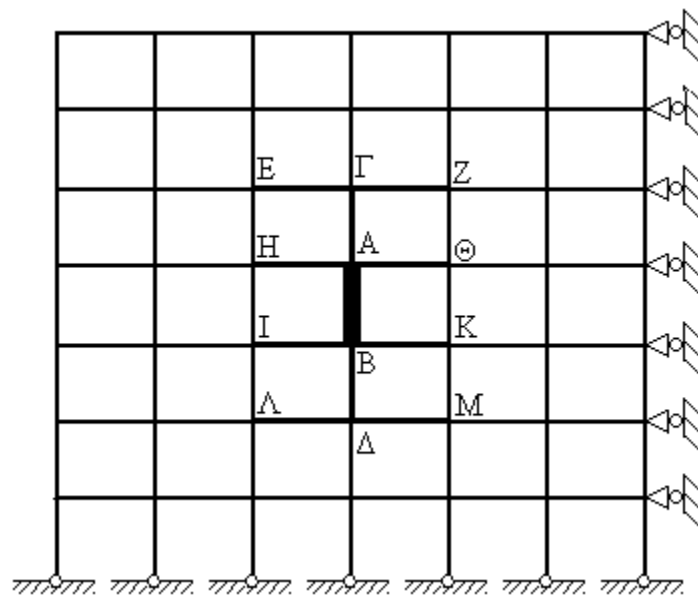
3.5.4 Πολυώροφα αμετάθετα πλαίσια

Στα παραδείγματα πολυώροφων πλαισίων που ακολουθούν υπολογίζεται το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού με την «σύνθετη» προτεινόμενη μέθοδο, τις κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και LRFD, την γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με πεπερασμένα στοιχεία και με την «απλοποιητική» προτεινόμενη μέθοδο. Η απλοποιητική αυτή μέθοδος χρησιμοποιεί τους προτεινόμενους συντελεστές δυσκαμψίας αλλά έχει την

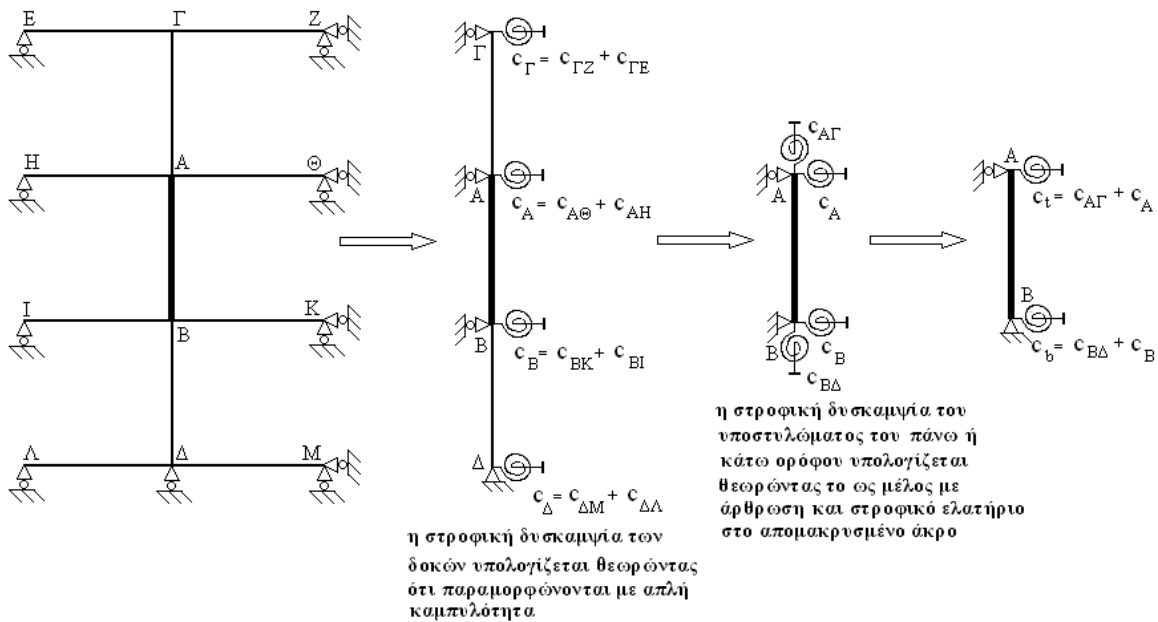
ίδια φιλοσοφία και απαιτεί τον ίδιο υπολογιστικό φόρτο με τις παραπάνω κανονιστικές διατάξεις. Με την απλοποιητική μέθοδο, οι συντελεστές κατανομής του άνω και κάτω κόμβου του υπό εξέταση υποστυλώματος υπολογίζονται από τις στροφικές δυσκαμψίες των μελών που συντρέχουν στους αντίστοιχους κόμβους και ανήκουν στο αριστερό ή δεξιό φάτνωμα ή στον από πάνω ή από κάτω όροφο από το υποστύλωμα υπό διερεύνηση.

Εάν το πλαίσιο χαρακτηρίζεται από αμετάθετη συμπεριφορά (σχήμα 3.67), η στροφική δυσκαμψία των δοκών υπολογίζεται θεωρώντας ότι παραμορφώνονται με απλή καμπυλότητα, ενώ η στροφική δυσκαμψία του υποστυλώματος του πάνω ή κάτω ορόφου υπολογίζεται θεωρώντας το ως μέλος με άρθρωση και στροφικό ελατήριο στο απομακρυσμένο άκρο (σχήμα 3.68). Η στροφική δυσκαμψία του ελατηρίου αυτού υπολογίζεται από την στροφική δέσμευση που προσδίδουν στον αντίστοιχο κόμβο οι συντρέχουσες δοκοί. Εάν το πλαίσιο χαρακτηρίζεται από μεταθετή συμπεριφορά (σχήμα 3.69), η στροφική δυσκαμψία των δοκών υπολογίζεται θεωρώντας ότι παραμορφώνονται με διπλή καμπυλότητα, ενώ η στροφική δυσκαμψία του υποστυλώματος του πάνω ή κάτω ορόφου υπολογίζεται θεωρώντας το ως μέλος με στροφικό ελατήριο στο απομακρυσμένο άκρο (σχήμα 3.70). Η στροφική δυσκαμψία του ελατηρίου αυτού υπολογίζεται και πάλι από τη στροφική δέσμευση που προσδίδουν στον αντίστοιχο κόμβο οι συντρέχουσες δοκοί. Η διαφορά της «απλοποιημένης» μεθόδου από την «σύνθετη» έγκειται στον μειωμένο υπολογιστικό φόρτο, αφού η «σύνθετη» μέθοδος υπολογίζει τη στροφική δυσκαμψία των ακραίων κόμβων του υπό εξέταση υποστυλώματος λαμβάνοντας υπόψη τη στροφική δέσμευση που προσφέρουν σε αυτούς όλα τα μέλη του πλαισίου.

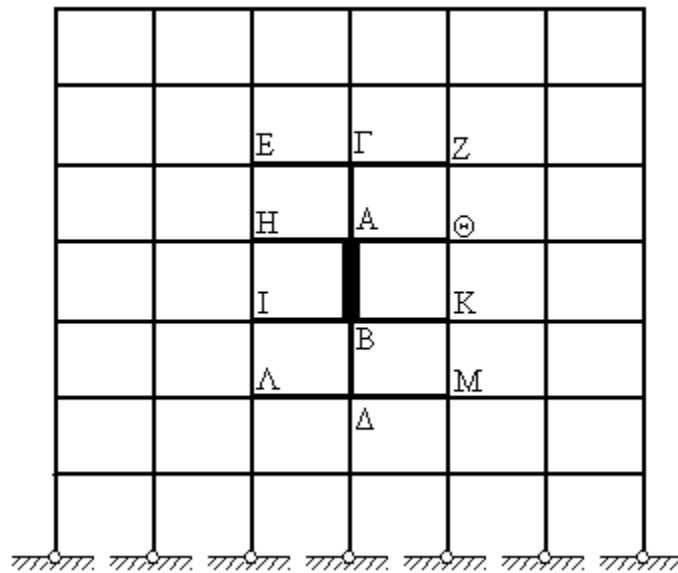
Επισημαίνεται ότι για μονώροφα και διώροφα πλαίσια η «απλοποιημένη» και η «σύνθετη» προτεινόμενη μέθοδος συμπίπτουν και αναφέρονται στα αποτελέσματα που ακολουθούν απλώς ως «προτεινόμενη μέθοδος». Σε πλαίσια με τρεις ή περισσότερους ορόφους οι δύο μέθοδοι διαφέρουν και τα αποτελέσματά τους αναφέρονται ξεχωριστά.



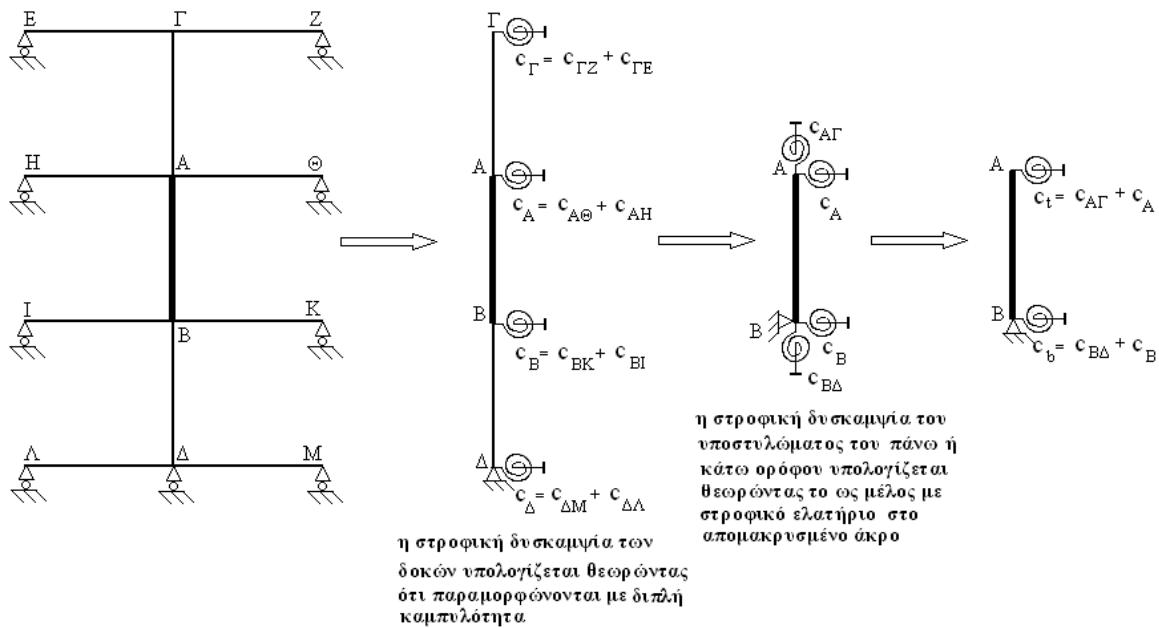
Σχήμα 3.67 Πολύωροφο αμετάθετο πλαίσιο και υπό εξέταση υποστύλωμα (AB)



Σχήμα 3.68 Διαδικασία υπολογισμού των στροφικών δυσκαμψιών των ακραίων κόμβων του υπό εξέταση υποστυλώματος (AB) με την απλοποιητική προτεινόμενη μέθοδο



Σχήμα 3.69 Πολύωροφο μεταθετό πλαίσιο και υπό εξέταση υποστυλώμα (AB)

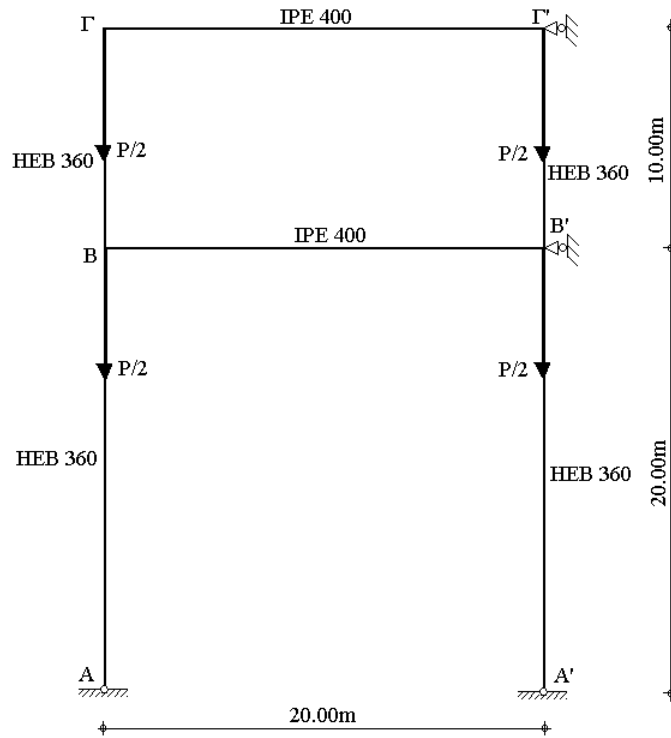


Σχήμα 3.70 Διαδικασία υπολογισμού των στροφικών δυσκαμψιών των ακραίων κόμβων του υπό εξέταση υποστυλώματος (AB) με την απλοποιητική προτεινόμενη μέθοδο

Παράδειγμα 1

Θεωρούμε αμετάθετο πλαίσιο με δύο ορόφους (σχήμα 3.71), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c = 0,0004319 \text{ m}^4$, ύψους $h = 20 \text{ m}$ για τον πρώτο όροφο και ίδιας διατομής και ύψους $h = 10 \text{ m}$ για τον δεύτερο και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b = 0,0002313 \text{ m}^4$, μήκους $L = 20 \text{ m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι όλων των ορόφων του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/2$.

Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.44, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε πολύ καλή σύγκλιση ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και του LRFD είναι υπερσυντηρητικά.



Σχήμα 3.71 Διώροφο αμετάθετο πλαίσιο

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	3578,83	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	2371,17	-33,74
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	2391,38	-33,18
Προτεινόμενη Μέθοδος	3631,64	1,48

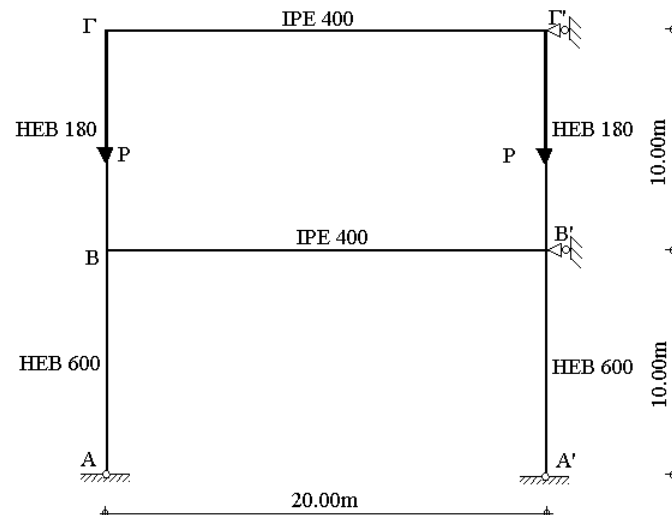
Πίνακας 3.44 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος AB διώροφου αμετάθετου πλαισίου

Παράδειγμα 2

Θεωρούμε αμετάθετο πλαίσιο με δύο ορόφους (σχήμα 3.72), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 600 με ροπή αδράνειας $I_c=0,00171\text{m}^4$ για τον πρώτο όροφο και υποστυλώματα διατομής HEB 180 με ροπή αδράνειας $I_c=0,00000383\text{m}^4$ για τον δεύτερο όροφο, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του δεύτερου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο P .

Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμικοποιημένη ανάλυση

λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.45, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε πολύ καλή σύγκλιση ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και του LRFD είναι κατά πολύ συντηρητικά.



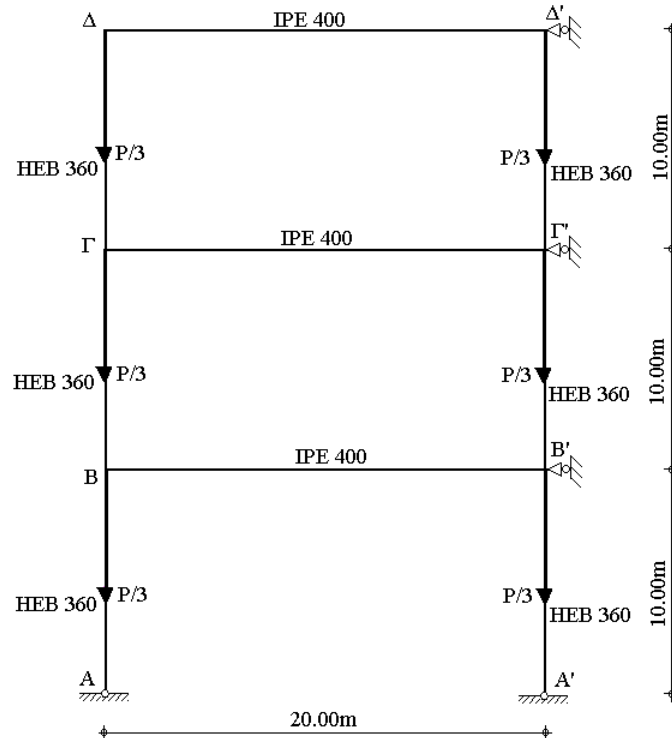
Σχήμα 3.72 Διώροφο αμετάθετο πλαίσιο

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	2426,03	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	1259,15	-48,10
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	1298,09	-46,49
Προτεινόμενη Μέθοδος	2434,70	0,36

Πίνακας 3.45 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος ΒΓ διώροφου αμετάθετου πλαισίου

Παράδειγμα 3

Θεωρούμε αμετάθετο πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.73), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους, ενώ όλοι οι κόμβοι του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/3$.



Σχήμα 3.73 Τριώροφο αμετάθετο πλαίσιο

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του υποστυλώματος AB υπολογίζεται από τις κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και LRFD, την σύνθετη και απλοποιημένη προτεινόμενη μέθοδο, και τη γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με FEM. Επισημαίνεται ότι η απλοποιημένη μέθοδος μειώνει κατά πολύ τον υπολογιστικό φόρτο σε σύγκριση με την σύνθετη μέθοδο. Αμέσως παρακάτω παρουσιάζεται η υπολογιστική διαδικασία με την απλοποιημένη μέθοδο.

Θεωρώντας ότι οι δοκοί παραμορφώνονται με απλή καμπυλότητα κατά την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού, η δυσκαμψία τους υπολογίζεται από την αντίστοιχη γραμμή του πίνακα 2.27:

$$c_{bm} = \frac{2EI_{bm}}{L} = 4857,30 \text{ kNm} \quad (3.120)$$

Η στρωφική δυσκαμψία του μέλους ΒΓ υπολογίζεται θεωρώντας ότι στο απομακρυσμένο άκρο οι συνοριακές συνθήκες είναι της άρθρωσης με στρωφικό ελατήριο δυσκαμψίας $c_{bm}=4857,30\text{kNm}$. Η στρωφική δυσκαμψία του μέλους ΒΓ υπολογίζεται ως:

$$c'_{B\Gamma} = \bar{c}_{B\Gamma} \frac{(c_{B\Gamma}^{\#} + \pi^2 n_{B\Gamma}) \sqrt{n_{B\Gamma}} \sin(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}}) - c_{B\Gamma}^{\#} \pi n_{B\Gamma} \cos(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}})}{(1 - c_{B\Gamma}^{\#}) \sqrt{n_{B\Gamma}} \sin(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}}) - (2c_{B\Gamma}^{\#} \pi^{-1} + \pi n_{B\Gamma}) \cos(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}}) + 2c_{B\Gamma}^{\#} \pi^{-1}} \quad (3.121)$$

$$= 9077,13 \text{ kNm}$$

όπου:

$$\bar{c}_{B\Gamma} = \frac{EI_c}{h} = 9069,90 \text{ kNm} \quad (3.122)$$

$$c_{B\Gamma}^{\#} = \frac{c_{bm}}{\bar{c}_{B\Gamma}} = 0,536 \quad (3.123)$$

$$N_{B\Gamma} = \frac{2}{3} 11425,82 \text{ kN} = 7621,02 \text{ kN} \quad (3.124)$$

$$N_{E,B\Gamma} = \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} = 8951,63 \text{ kN} \quad (3.125)$$

$$n_{B\Gamma} = \frac{N_{B\Gamma}}{N_{E,B\Gamma}} = 0,851 \quad (3.126)$$

Οπότε η συνολική στρωφική δυσκαμψία του κόμβου B υπολογίζεται:

$$c_{B\Gamma} = c'_{B\Gamma} + c_{bm} = 13934,40 \text{ kNm} \quad (3.127)$$

Στη συνέχεια, υπολογίζονται οι συντελεστές κατανομής z_b και z_t .

$$z_t = \frac{c_c}{c_c + c_{B\Gamma}} = 0,722 \quad (3.128)$$

$$z_b = 1,0 \text{ (αρθρωτή στήριξη)} \quad (3.129)$$

Όπου:

$$c_c = \frac{4EI_c}{h} = 36279,60 \text{ kNm} \quad (3.130)$$

Ο συντελεστής του ισοδύναμου μήκους λυγισμού K υπολογίζεται με τη βοήθεια της αναλυτικής σχέσης (2.34) που για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και στο παρόν κεφάλαιο (3.76) ή από το νομογράφημα του σχήματος (2.10) ή τον πίνακα (2.2). Οπότε βρίσκουμε:

$$K = 0,894 \quad (3.131)$$

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού δίνεται από τον τύπο του Euler:

$$P_{cr, \text{απλ. προτ. μεθ.}} = \frac{\pi^2 EI_c}{(Kh)^2} = 11190,40 \text{ kN} \quad (3.132)$$

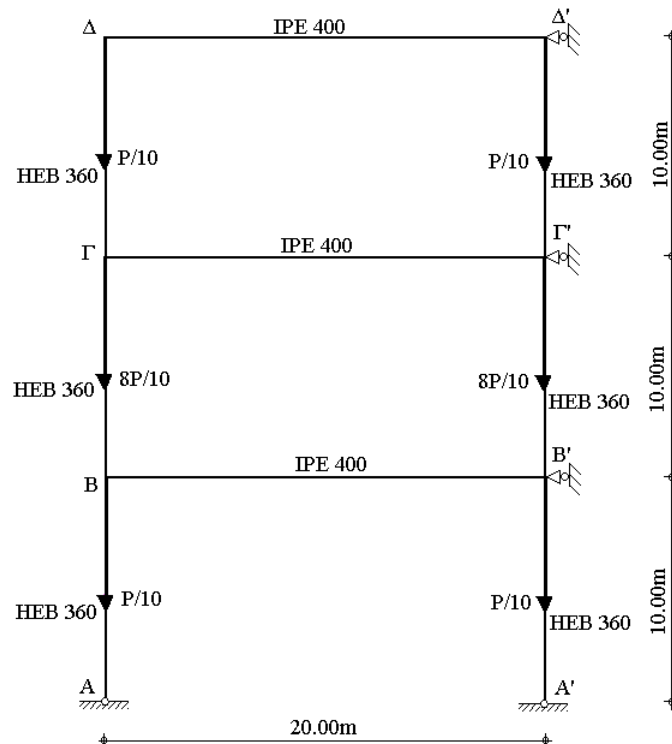
Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.46, δείχνοντας ότι η σύνθετη προτεινόμενη μέθοδος καθώς και η απλοποιητική προτεινόμενη μέθοδος οδηγούν σε καλή σύγκλιση ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και τον LRFD θεωρούνται υπερσυντηρητικά.

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	11425,82	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	9349,41	-18,17
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	9418,20	-17,57
Σύνθετη Προτ. Μέθοδος	11908,69	4,23
Απλοποιημένη Προτ. Μέθοδος	11190,40	-2,06

Πίνακας 3.46 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος ΑΒ τριώροφου αμετάθετου πλαισίου

Παράδειγμα 4

Θεωρούμε αμετάθετο πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.74), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του πρώτου και τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/10$, ενώ οι κόμβοι του δεύτερου ορόφου με $8P/10$.



Σχήμα 3.74 Τριώροφο αμετάθετο πλαίσιο

Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.47, δείχνοντας ότι η σύνθετη προτεινόμενη μέθοδος

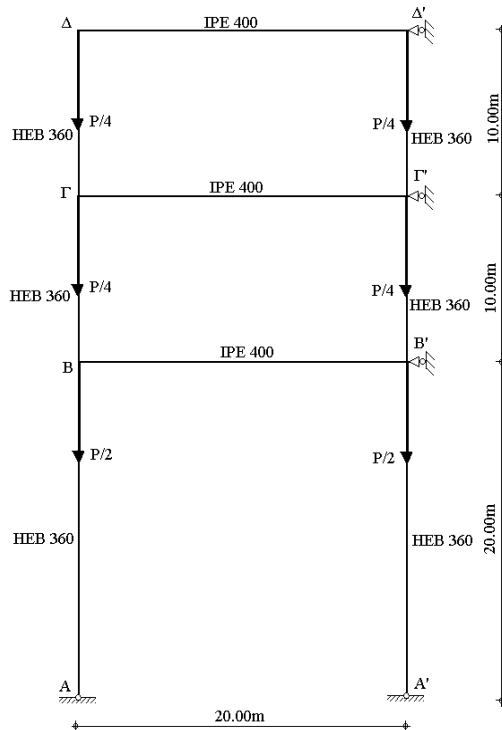
οδηγεί σε καλή σύγκλιση ενώ τα αποτελέσματα από την απλοποιημένη προτεινόμενη μέθοδο, τον Ευρωκώδικα 3 και του LRFD θεωρούνται συντηρητικά, πάντως με την απλοποιημένη προτεινόμενη μέθοδο να δίνει καλύτερα αποτελέσματα.

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	10858,67	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	9349,41	-13,90
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	9418,20	-13,27
Σύνθετη Προτ. Μέθοδος	11366,18	4,67
Απλοποιημένη Προτ. Μέθοδος	9909,48	-8,74

Πίνακας 3.47 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος ΑΒ τριώροφου αμετάθετου πλαισίου

Παράδειγμα 5

Θεωρούμε αμετάθετο πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.75), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ για τον δεύτερο και τελευταίο όροφο και ίδιας διατομής και ύψους $h=20\text{m}$ για τον πρώτο όροφο και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του δεύτερου και τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/4$, ενώ οι κόμβοι του πρώτου ορόφου με $P/2$.



Σχήμα 3.75 Τριώροφο αμετάθετο πλαίσιο

Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.48, δείχνοντας ότι τόσο η σύνθετη όσο και η απλοποιημένη προτεινόμενη μέθοδος οδηγούν σε πολύ καλή σύγκλιση ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και τον LRFD θεωρούνται υπερσυντηρητικά.

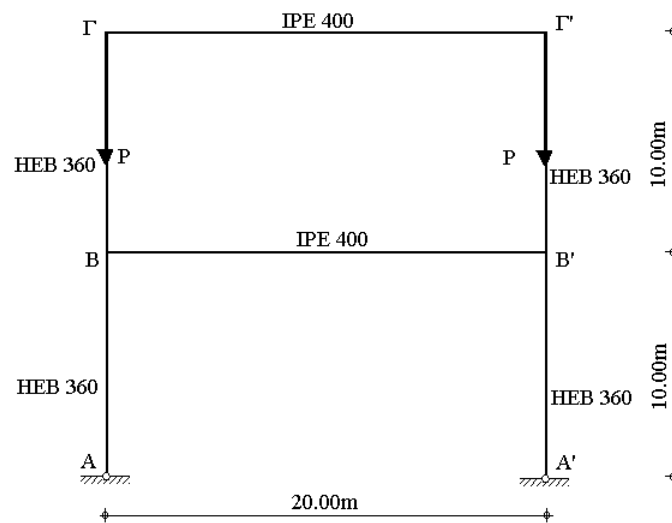
	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	3641,51	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	2371,17	-34,88
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	2391,38	-34,33
Σύνθετη Προτ. Μέθοδος	3697,29	1,53
Απλοποιημένη Προτ. Μέθοδος	3626,95	-0,40

Πίνακας 3.48 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος ΑΒ τριώροφου αμετάθετου πλαισίου

3.5.5 Πολυώροφα μεταθετά πλαίσια

Παράδειγμα 1

Θεωρούμε μεταθετό πλαίσιο με δύο ορόφους (σχήμα 3.76), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο P .



Σχήμα 3.76 Διώροφο μεταθετό πλαίσιο

Υπολογίζεται το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του υποστυλώματος ΑΒ του πρώτου ορόφου με την προτεινόμενη μέθοδο και τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και του LRFD. Με παρόμοιο τρόπο γίνεται και ο υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου λυγισμού των άλλων

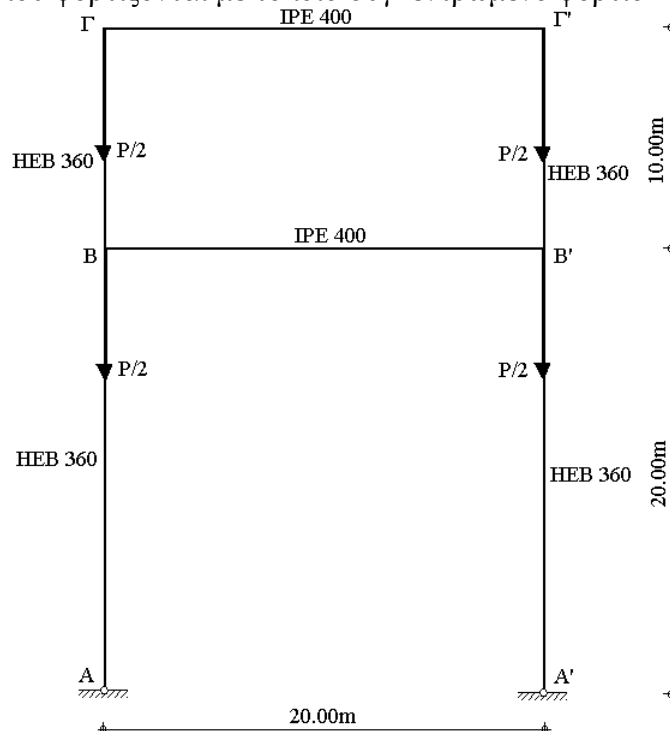
υποστυλωμάτων του πλαισίου. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.49, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε πολύ καλή σύγκλιση ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και τον LRFD είναι υπέρ της ασφαλείας.

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	918,57	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	560,03	-39,03
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	569,36	-38,02
Προτεινόμενη Μέθοδος	925,17	0,72

Πίνακας 3.49 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος ΑΒ διώροφου μεταθετού πλαισίου

Παράδειγμα 2

Θεωρούμε μεταθετό πλαίσιο με δύο ορόφους (σχήμα 3.77), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=20\text{m}$ για τον πρώτο όροφο και ίδιας διατομής και ύψους $h=10\text{m}$ για τον δεύτερο όροφο και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι όλων των ορόφων του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/2$.



Σχήμα 3.77 Διώροφο μεταθετό πλαίσιο

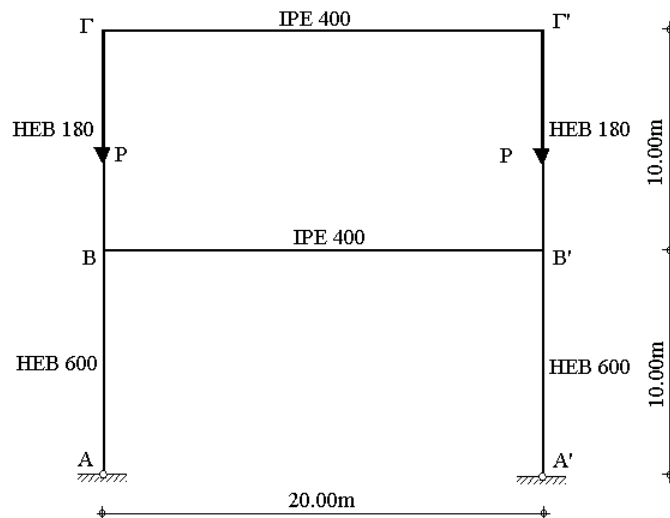
Υπολογίζεται το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του υποστυλώματος AB του πρώτου ορόφου με την προτεινόμενη μέθοδο και τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και του LRFD. Με παρόμοιο τρόπο γίνεται και ο υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου λυγισμού των άλλων υποστυλωμάτων του πλαισίου. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.50, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε πολύ καλή σύγκλιση ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και του LRFD είναι κατά πολύ υπέρ της ασφαλείας.

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	368,91	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	172,31	-53,29
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	176,37	-52,19
Προτεινόμενη Μέθοδος	370,11	0,33

Πίνακας 3.50 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος AB διώροφου μεταθετού πλαισίου

Παράδειγμα 3

Θεωρούμε μεταθετό πλαίσιο με δύο ορόφους (σχήμα 3.78), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 600 με ροπή αδράνειας $I_c=0,00171\text{m}^4$ για τον πρώτο όροφο και υποστυλώματα διατομής HEB 180 με ροπή αδράνειας $I_c=0,00000383\text{m}^4$ για τον δεύτερο όροφο, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του δεύτερου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο P .



Σχήμα 3.78 Διώροφο μεταθετό πλαίσιο

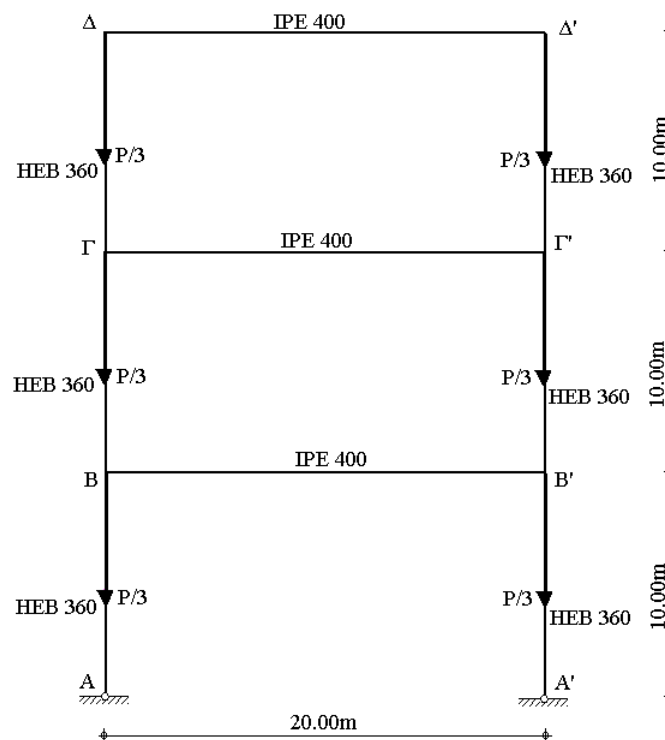
Υπολογίζεται το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του υποστυλώματος ΒΓ του πρώτου ορόφου με την προτεινόμενη μέθοδο και τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και του LRFD. Με παρόμοιο τρόπο γίνεται και ο υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου λυγισμού των άλλων υποστυλωμάτων του πλαισίου. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.51, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε πολύ καλή σύγκλιση ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και του LRFD είναι κατά πολύ συντηρητικά.

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	598,47	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	235,49	-60,65
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	233,96	-60,91
Προτεινόμενη Μέθοδος	600,24	0,30

Πίνακας 3.51 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος ΒΓ δώροφου μεταθετού πλαισίου

Παράδειγμα 4

Θεωρούμε μεταθετό πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.79), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους, ενώ όλοι οι κόμβοι του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/3$.



Σχήμα 3.79 Τριώροφο μεταθετό πλαίσιο

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του υποστυλώματος AB υπολογίζεται από τις κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και LRFD, την σύνθετη και την απλοποιημένη προτεινόμενη μέθοδο, και την γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με FEM. Η απλοποιημένη μέθοδος μειώνει κατά πολύ τον υπολογιστικό φόρτο σε σύγκριση με την σύνθετη μέθοδο. Αμέσως παρακάτω παρουσιάζεται η υπολογιστική διαδικασία με την απλοποιημένη μέθοδο.

Θεωρώντας ότι οι δοκοί παραμορφώνονται με διπλή καμπυλότητα κατά την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού, η δυσκαμψία των ελατηρίων υπολογίζεται από την αντίστοιχη γραμμή του πίνακα 2.17:

$$c_{bm} = \frac{6EI_{bm}}{L} = 14571,90 \text{ kNm} \quad (3.133)$$

Η στροφική δυσκαμψία του μέλους ΒΓ υπολογίζεται θεωρώντας ότι στο απομακρυσμένο άκρο ο κόμβος δεσμεύεται με στροφικό ελατήριο δυσκαμψίας $c_{bm}=14571,90\text{kNm}$. Η στροφική δυσκαμψία του μέλους ΒΓ υπολογίζεται ως:

$$c'_{B\Gamma} = \bar{c}_{B\Gamma} \frac{\left(c_{B\Gamma}^{\#} - \pi \sqrt{n_{B\Gamma}} \tan\left(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}} \right) \right)}{\left(1 + c_{B\Gamma}^{\#} \frac{\tan\left(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}} \right)}{\pi \sqrt{n_{B\Gamma}}} \right)} = 1722,91 \text{ kNm} \quad (3.134)$$

όπου:

$$\bar{c}_{B\Gamma} = \frac{EI_c}{h} = 9069,90 \text{ kNm} \quad (3.135)$$

$$c_{B\Gamma}^{\#} = \frac{c_{bm}}{\bar{c}_{B\Gamma}} = 1,607 \quad (3.136)$$

$$N_{B\Gamma} = \frac{2}{3} 1009,36 \text{ kN} = 673,24 \text{ kN} \quad (3.137)$$

$$N_{E,B\Gamma} = \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} = 8951,63 \text{ kN} \quad (3.138)$$

$$n_{B\Gamma} = \frac{N_{B\Gamma}}{N_{E,B\Gamma}} = 0,075 \quad (3.139)$$

Οπότε η συνολική στροφική δυσκαμψία του κόμβου Β υπολογίζεται:

$$c_{B\Gamma} = c'_{B\Gamma} + c_{bm} = 16294,80 \text{ kNm} \quad (3.140)$$

Στη συνέχεια, υπολογίζονται οι συντελεστές κατανομής z_b και z_t .

$$z_t = \frac{c_c}{c_c + c_{B\Gamma}} = 0,690 \quad (3.141)$$

$$z_b=1,0 \text{ (αρθρωτή στήριξη)} \quad (3.142)$$

Όπου:

$$c_c = \frac{4EI_c}{h} = 36279,60 \text{ kNm} \quad (3.143)$$

Ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K υπολογίζεται με τη βοήθεια της αναλυτικής σχέσης (2.32) που για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και στο παρόν κεφάλαιο (3.96) ή από το νομογράφημα του σχήματος (2.8) ή τον πίνακα (2.1). Οπότε βρίσκουμε:

$$K=3,008 \quad (3.144)$$

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού δίνεται από τον τύπο του Euler:

$$P_{cr, \text{απλ. προτ. μεθ.}} = \frac{\pi^2 EI_c}{(Kh)^2} = 989,34 \text{ kN} \quad (3.145)$$

Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.52, δείχνοντας ότι η σύνθετη προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε πολύ καλή σύγκλιση, η απλοποιημένη προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε αρκετά καλή σύγκλιση με αποτελέσματα υπέρ της ασφαλείας, ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και του LRFD θεωρούνται υπερσυντηρητικά.

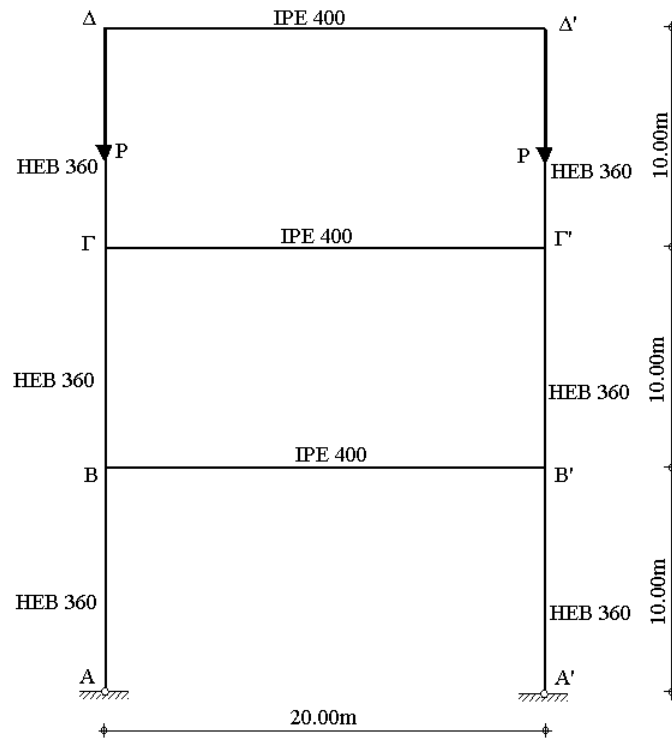
	$P_{cr} \text{ (kN)}$	$\frac{P_{cr} - P_{cr, FEM}}{P_{cr, FEM}} \%$
F.E.M.	1009,36	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	560,03	-44,52
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	569,36	-43,59
Σύνθετη Προτ. Μέθοδος	1015,16	0,57
Απλοποιημένη Προτ. Μέθοδος	989,34	-1,98

Πίνακας 3.52 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος ΑΒ τριώροφου μεταθετού πλαισίου

Παράδειγμα 5

Θεωρούμε μεταθετό πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.80), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής ΗΕΒ 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319 \text{ m}^4$, ύψους $h=10 \text{ m}$ και δοκούς διατομής ΙΡΕ 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313 \text{ m}^4$, μήκους $L=20 \text{ m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους, ενώ οι κόμβοι του τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο P .

Υπολογίζεται το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του υποστυλώματος AB του πρώτου ορόφου με την προτεινόμενη μέθοδο και τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και του LRFD. Με παρόμοιο τρόπο γίνεται και ο υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου λυγισμού των άλλων υποστυλωμάτων του πλαισίου. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.53, δείχνοντας ότι η σύνθετη και η απλοποιημένη προτεινόμενη μέθοδος οδηγούν σε πολύ καλή σύγκλιση, ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και του LRFD θεωρούνται υπερσυντηρητικά.



Σχήμα 3.80 Τριώροφο μεταθετό πλαίσιο

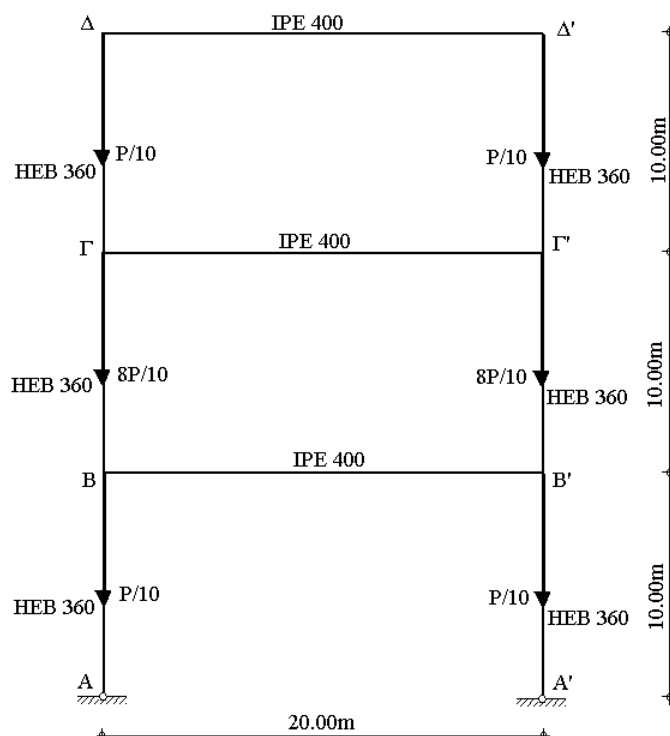
	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	918,37	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	560,03	-39,02
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	569,36	-38,00
Σύνθετη Προτ. Μέθοδος	925,17	0,74
Απλοποιημένη Προτ. Μέθοδος	925,92	0,82

Πίνακας 3.53 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος AB τριώροφου μεταθετού πλαισίου

Παράδειγμα 6

Θεωρούμε μεταθετό πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.81), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του πρώτου και τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/10$, ενώ οι κόμβοι του δεύτερου ορόφου με $8P/10$.

Υπολογίζεται το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του υποστυλώματος AB του πρώτου ορόφου με την προτεινόμενη μέθοδο και τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και του LRFD. Με παρόμοιο τρόπο γίνεται και ο υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου λυγισμού των άλλων υποστυλωμάτων του πλαισίου. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.54, δείχνοντας ότι η σύνθετη προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε πολύ καλή σύγκλιση, η απλοποιημένη προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε καλή σύγκλιση με αποτελέσματα υπέρ της ασφαλείας, ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και του LRFD θεωρούνται υπερσυντηρητικά.



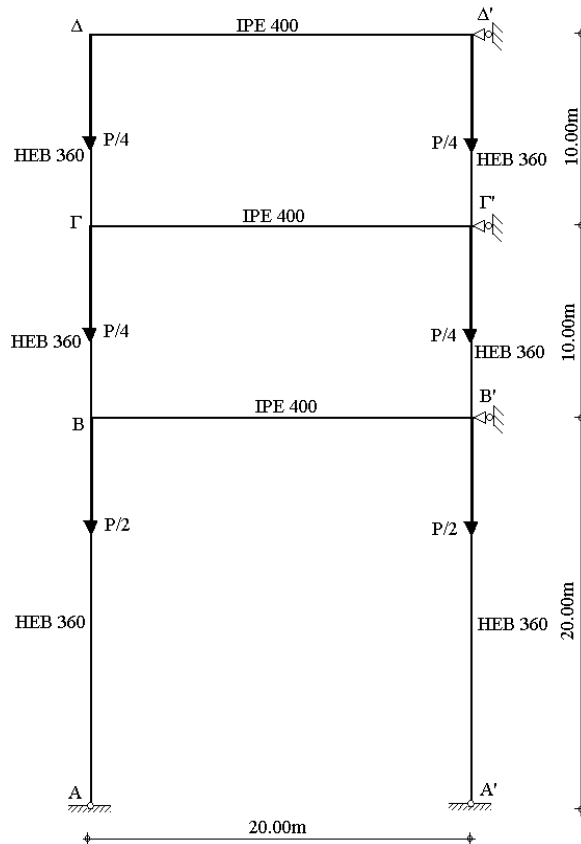
Σχήμα 3.81 Τριώροφο μεταθετό πλαίσιο

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	972,39	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	560,03	-44,41
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	569,36	-41,45
Σύνθετη Προτ. Μέθοδος	1015,16	0,50
Απλοποιημένη Προτ. Μέθοδος	938,42	-3,49

Πίνακας 3.54 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος AB τριώροφου μεταθετού πλαισίου

Παράδειγμα 7

Θεωρούμε μεταθετό πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 3.82), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ για τον δεύτερο και τελευταίο όροφο και ίδιας διατομής ύψους $h=20\text{m}$ για τον πρώτο όροφο και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του δεύτερου και τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/4$, ενώ οι κόμβοι του πρώτου ορόφου με $P/2$.



Σχήμα 3.82 Τριώροφο μεταθετό πλαίσιο

Υπολογίζεται το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του υποστυλώματος AB του πρώτου ορόφου με την προτεινόμενη μέθοδο και τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και του LRFD. Με παρόμοιο τρόπο γίνεται και ο υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου λυγισμού των άλλων υποστυλωμάτων του πλαισίου. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.55, δείχνοντας ότι η σύνθετη και η απλοποιημένη προτεινόμενη μέθοδος οδηγούν σε πολύ καλή σύγκλιση, ενώ τα αποτελέσματα τόσο από τον Ευρωκώδικα 3 όσο και από τον LRFD θεωρούνται υπερσυντηρητικά.

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	373,52	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	172,31	-53,87
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	176,37	-52,78
Σύνθετη Προτ. Μέθοδος	374,28	0,20
Απλοποιημένη Προτ. Μέθοδος	370,03	-0,93

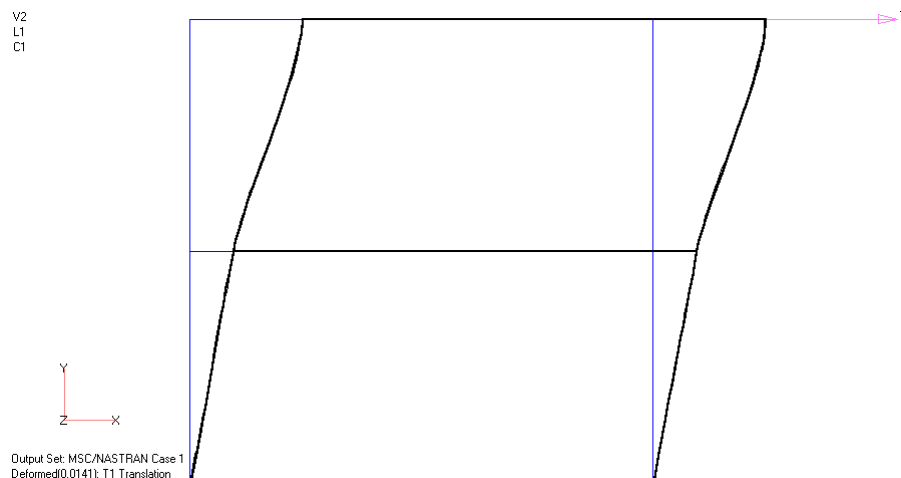
Πίνακας 3.55 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος AB τριώροφου μεταθετού πλαισίου

3.5.6 Πολυώροφα μερικώς μεταθετά πλαίσια

Παράδειγμα 1

Θεωρούμε μερικώς μεταθετό πλαίσιο με δύο ορόφους (σχήμα 3.83), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 600 με ροπή αδράνειας $I_c=0,00171\text{m}^4$ για τον πρώτο όροφο και υποστυλώματα διατομής HEB 180 με ροπή αδράνειας $I_c=0,00000383\text{m}^4$ για τον δεύτερο όροφο ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Η μερική μεταθετή συμπεριφορά του πλαισίου οφείλεται σε δομικά στοιχεία τα οποία προσφέρουν στο πλαίσιο στις στάθμες των δοκών μερική πλευρική στήριξη που προσομοιώνεται με δύο ελατήρια ευθυγράμμου κίνησης, ένα στον δεύτερο και ένα στον πρώτο όροφο με αντιστάσεις 220kN/m και 1500kN/m αντίστοιχα. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του δεύτερου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο P .

Για να γίνει κατάταξη του πλαισίου κατά τον ΕΚ3 υπολογίζεται η σχετική οριζόντια μετακίνηση του β' ορόφου με ή χωρίς τα ελατήρια ευθυγράμμου κίνησης από ανάλυση με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων και υπολογίζεται ο λόγος δ/δ_0 . Η σχετική οριζόντια μετακίνηση του άνω κόμβου πλαισίου με σύστημα δυσκαμψίας ισούται με $\delta=\delta_{\beta'op.}-\delta_{\alpha'op.}=2,8\text{mm}-0,3\text{mm}=2,5\text{mm}$, ενώ η αντίστοιχη πλαισίου χωρίς σύστημα δυσκαμψίας με $\delta_0=14,1\text{mm}-5,5\text{mm}=8,6\text{mm}$. Επομένως, $\delta/\delta_0=0,29>0,2$ οπότε το πλαίσιο του παραδείγματος χαρακτηρίζεται ως μεταθετό σύμφωνα με τον ΕΚ3. Σε ανάλογο αποτέλεσμα καταλήγουμε εάν χρησιμοποιηθεί η αναλυτική σχέση (2.61) του κεφαλαίου



Σχήμα 3.85 Οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου του παραδείγματος χωρίς ελαστική εγκάρσια στήριξη

Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος ΒΓ του δευτέρου ορόφου υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.56, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε πολύ καλή σύγκλιση ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και του LRFD είναι κατά πολύ συντηρητικά.

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	1541,14	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	235,49	-84,72
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	233,96	-84,82
Προτεινόμενη Μέθοδος	1561,49	1,32

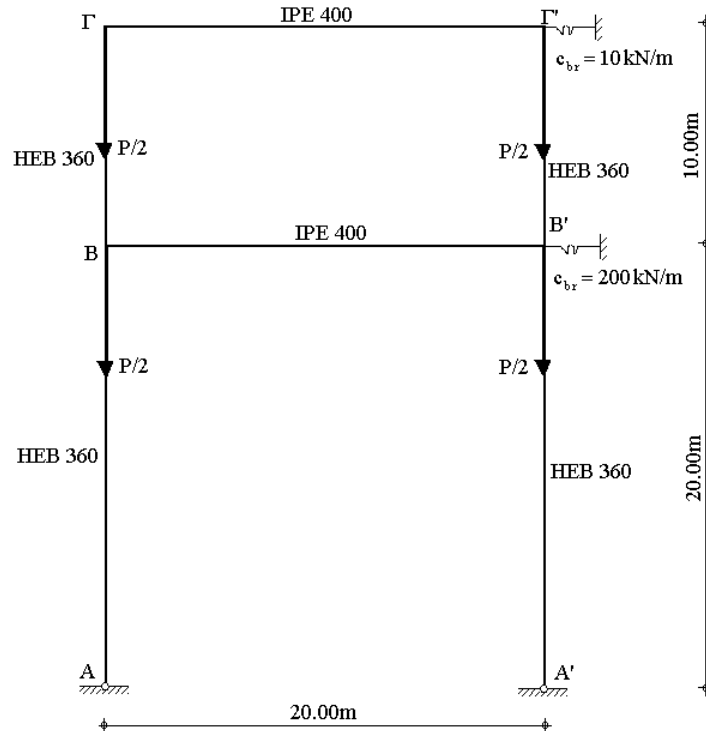
Πίνακας 3.56 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος ΒΓ διώροφου μερικώς μεταθετού πλαισίου

Παράδειγμα 2

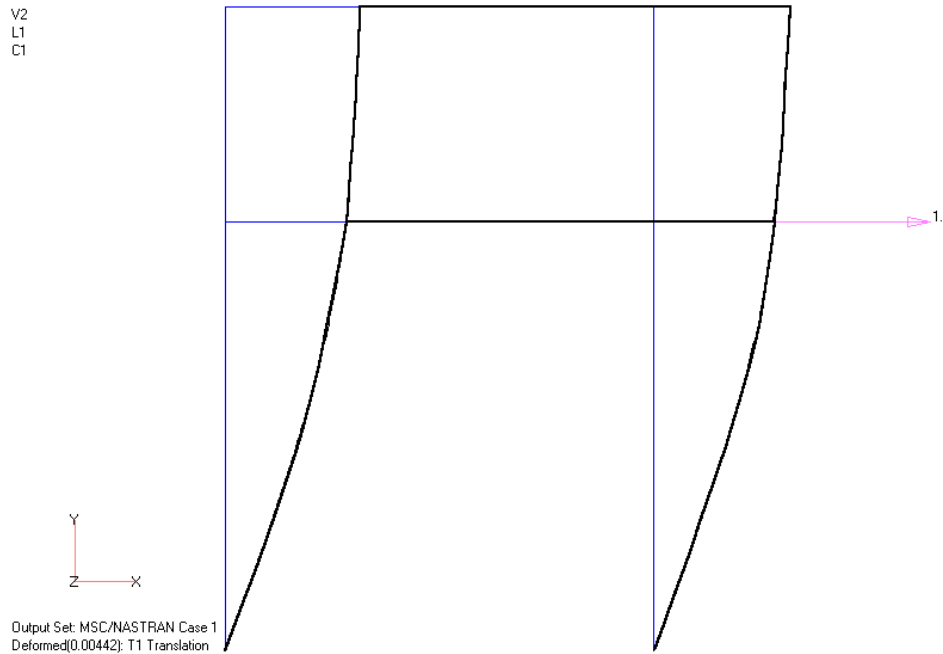
Θεωρούμε μερικώς μεταθετό πλαίσιο με δύο ορόφους (σχήμα 3.86), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319m^4$, ύψους $h=20m$ για τον πρώτο όροφο και ίδιας διατομής ύψους $h=10m$ για τον δεύτερο και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313m^4$, μήκους $L=20m$. Η μερική μεταθετή συμπεριφορά του πλαισίου οφείλεται σε δομικά στοιχεία τα οποία προσφέρουνε στο πλαίσιο στις στάθμες των δοκών μερική πλευρική στήριξη που προσομοιώνεται με δύο ελατήρια ευθυγράμμου κίνησης, ένα στον δεύτερο και ένα στον πρώτο όροφο με δυσκαμψίες $10kN/m$ και $200kN/m$ αντίστοιχα. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι όλων των ορόφων του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/2$.

Για να γίνει κατάταξη του πλαισίου υπολογίζεται η σχετική οριζόντια μετακίνηση του α' ορόφου με ή χωρίς τα ελατήρια ευθυγράμμου κίνησης από ανάλυση με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων και υπολογίζεται ο λόγος δ/δ_0 . Η σχετική οριζόντια μετακίνηση

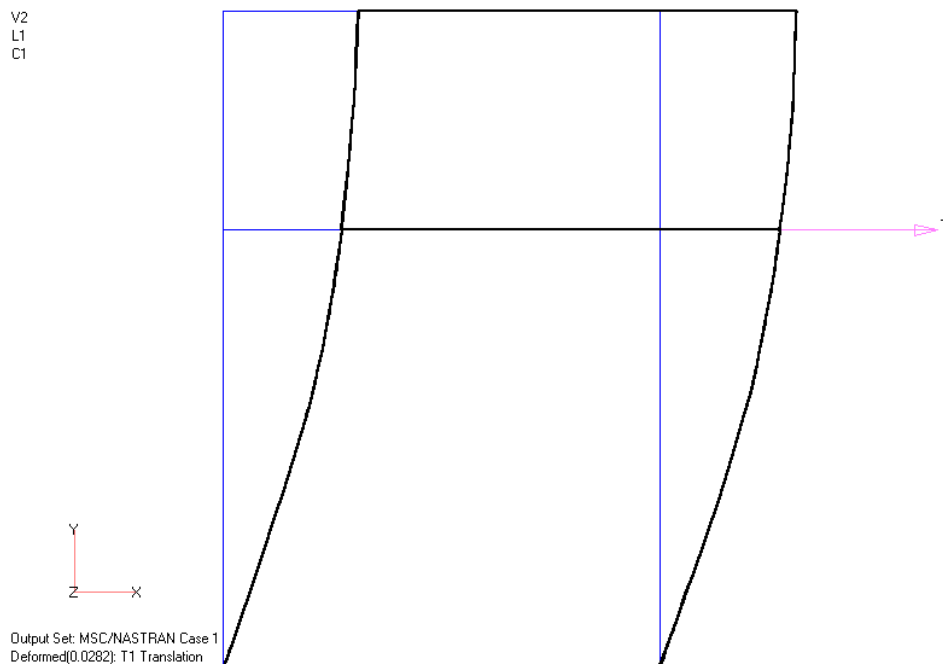
πλαισίου με σύστημα δυσκαμψίας ισούται με $\delta=3,9\text{mm}$, ενώ η αντίστοιχη πλαισίου χωρίς σύστημα δυσκαμψίας με $\delta_0=24,7\text{mm}$. Επομένως, $\delta/\delta_0=0,16<0,2$ οπότε το πλαίσιο του παραδείγματος χαρακτηρίζεται ως αμετάθετο σύμφωνα με τον ΕΚ3. Σε ανάλογο αποτέλεσμα καταλήγουμε εάν χρησιμοποιηθεί η αναλυτική σχέση (2.61) του κεφαλαίου 2.



Σχήμα 3.86 Διώροφο μερικώς μεταθετό πλαίσιο



Σχήμα 3.87 Οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου του παραδείγματος με ελαστική εγκάρσια στήριξη



Σχήμα 3.88 Οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου του παραδείγματος χωρίς ελαστική εγκάρσια στήριξη

Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού υπολογιζόμενα σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.57, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε καλή σύγκλιση ενώ τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και του LRFD είναι κατά της ασφαλείας.

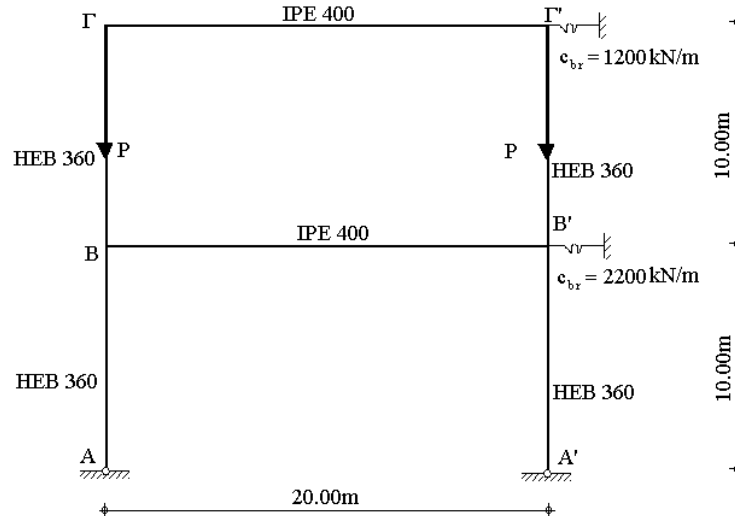
	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	2138,93	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	2371,17	10,86
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	2391,38	11,80
Προτεινόμενη Μέθοδος	2073,06	-3,08

Πίνακας 3.57 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος ΑΒ διώροφου μερικώς μεταθετού πλαισίου

Παράδειγμα 3

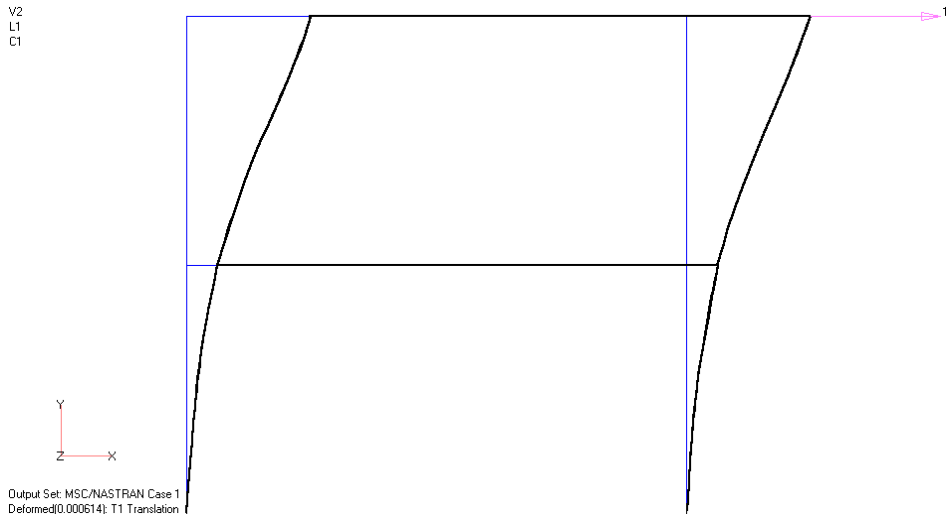
Θεωρούμε μερικώς μεταθετό πλαίσιο με δύο ορόφους (σχήμα 3.89), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους

$L=20\text{m}$. Η μερικώς μεταθετή συμπεριφορά του πλαισίου οφείλεται σε δομικά στοιχεία τα οποία προσφέρουν στο πλαίσιο στις στάθμες των δοκών μερική πλευρική στήριξη που προσομοιώνεται με δύο ελατήρια ευθυγράμμου κίνησης, ένα στον δεύτερο και ένα στον πρώτο όροφο, με δυσκαμψίες 1200kN/m και 2200kN/m αντίστοιχα. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους. Οι κόμβοι του τελευταίου ορόφου του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο P .

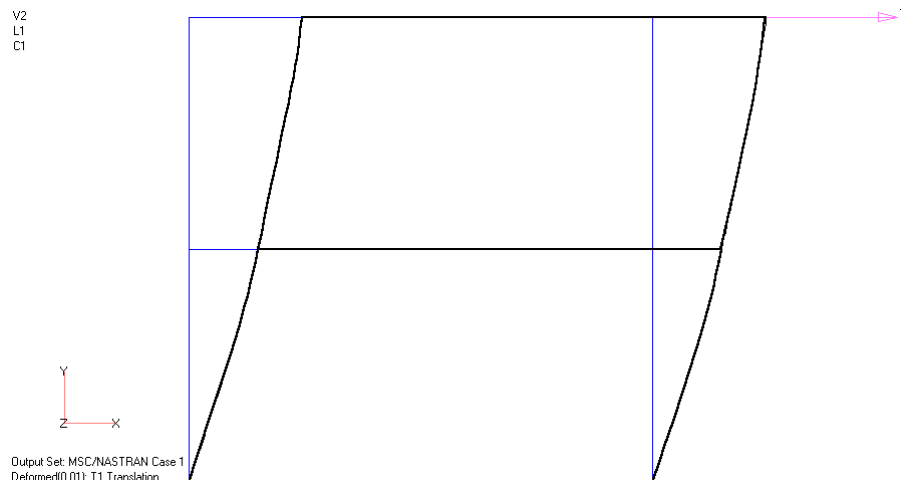


Σχήμα 3.89 Διώροφο μερικώς μεταθετό πλαίσιο

Για να γίνει κατάταξη του πλαισίου υπολογίζεται η σχετική οριζόντια μετακίνηση του α' ορόφου με ή χωρίς τα ελατήρια ευθυγράμμου κινήσεως από ανάλυση με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων και υπολογίζεται ο λόγος δ/δ_0 . Η σχετική οριζόντια μετακίνηση του άνω κόμβου με σύστημα δυσκαμψίας ισούται $\delta=0,462\text{mm}$, ενώ η αντίστοιχη πλαισίου χωρίς σύστημα δυσκαμψίας με $\delta_0=3,930\text{mm}$. Επομένως, $\delta/\delta_0=0,12<0,2$ οπότε το πλαίσιο του παραδείγματος χαρακτηρίζεται ως αμετάθετο σύμφωνα με τον ΕΚ3. Σε ανάλογο αποτέλεσμα καταλήγουμε εάν χρησιμοποιηθεί η αναλυτική σχέση (2.61) του κεφαλαίου 2.



Σχήμα 3.90 Οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου του παραδείγματος με ελαστική εγκάρσια στήριξη



Σχήμα 3.91 Οριζόντια μετακίνηση του πλαισίου του παραδείγματος χωρίς ελαστική εγκάρσια στήριξη

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του υποστυλώματος AB υπολογιζόμενο σύμφωνα με τις διάφορες μεθοδολογίες καθώς και οι αποκλίσεις από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 3.58, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μέθοδος οδηγεί σε αρκετά καλή σύγκλιση συγκρινόμενη με τα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 και του LRFD που είναι αρκετά κατά της ασφαλείας.

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	6168,02	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	10519,62	70,55
Προσέγγιση κατά L.R.F.D.	10339,41	67,63
Προτεινόμενη Μέθοδος	6618,24	7,30

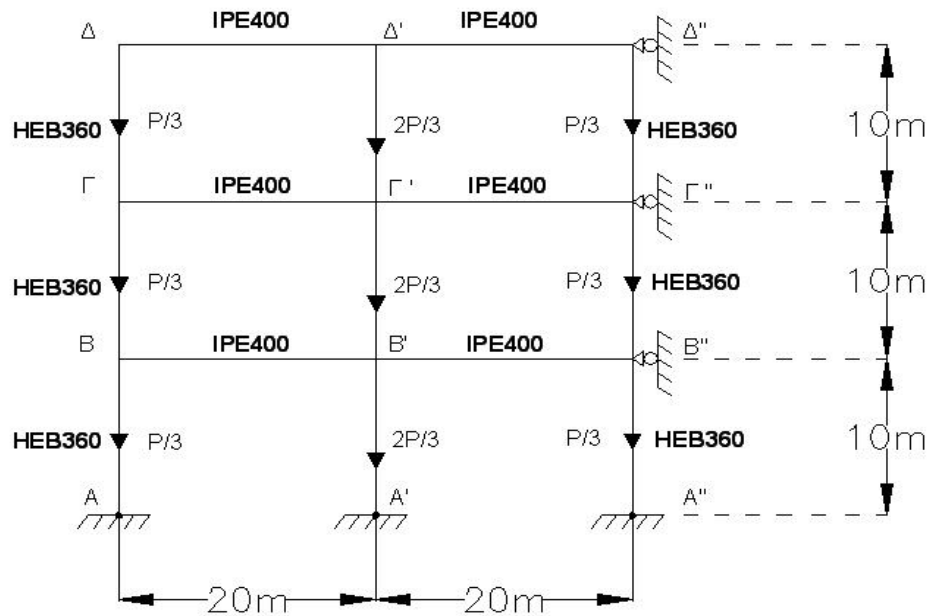
Πίνακας 3.58 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος AB διώροφου μερικώς μεταθετού πλαισίου

3.5.7 Πολυώροφα πλαίσια δύο και τριών φατνωμάτων

Παράδειγμα 1

Θεωρούμε αμετάθετο πλαίσιο με τρεις ορόφους και δύο φατνώματα (σχήμα 3.92), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c = 0,0004319 \text{ m}^4$, ύψους $h = 10 \text{ m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b = 0,0002313 \text{ m}^4$, μήκους $L = 20 \text{ m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους, ενώ όλοι οι ακραίοι κόμβοι του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο

συγκεντρωμένο φορτίο $P/3$. Οι μεσαίοι κόμβοι του πλαισίου φορτίζονται με συγκεντρωμένο φορτίο $2P/3$.



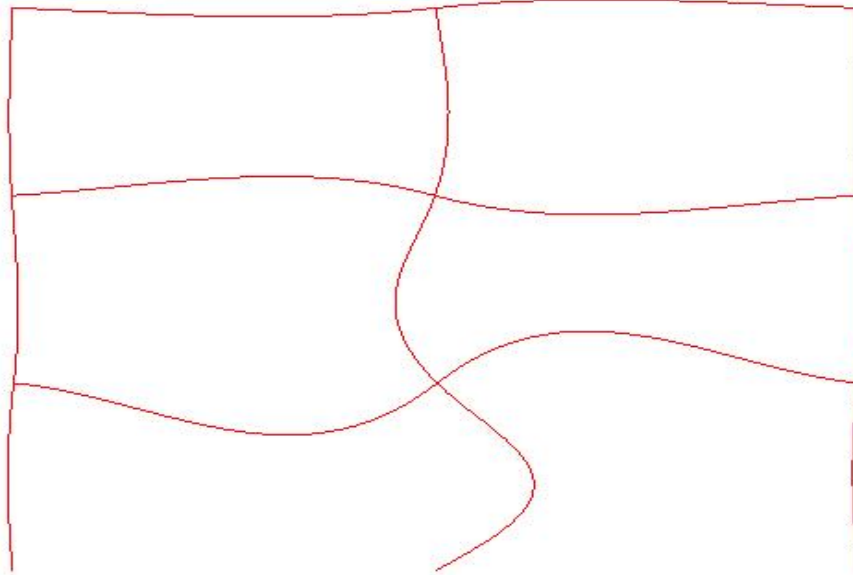
Σχήμα 3.92 Τριώροφο πλαίσιο του παραδείγματος 1

Πρώτα πραγματοποιείται γραμμική ανάλυση λυγισμού του πλαισίου του σχήματος 3.92 με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων Adina. Επισημαίνεται ότι, όπως και σε όλα τα άλλα παραδείγματα, η ανάλυση αυτή δεν είναι απαραίτητη για την εφαρμογή της μεθόδου, και γίνεται μόνον για λόγους σύγκρισης των αποτελεσμάτων. Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού από την ανάλυση φαίνεται στο σχήμα 3.93 και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι $P=6504\text{kN}$. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω για την επιβεβαίωση της ορθότητας των στροφικών δυσκαμψιών, το πλαίσιο αντικαθίσταται από μία σειρά ισοδυνάμων προσομοιωμάτων. Το πρώτο ονομάζεται 1α. Το προσομοίωμα αυτό προκύπτει αντικαθιστώντας τις δοκούς σε όλα τα επίπεδα με στροφικά ελατήρια. Θεωρείται συντηρητικά ότι οι δοκοί παραμορφώνονται με απλή καμπυλότητα. Επισημαίνεται και πάλι ότι αυτή η θεώρηση αποτελεί προσέγγιση της πραγματικότητας, αφού κατά την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού οι δοκοί καμπυλώνονται με διαφορετικές στροφές στα δύο άκρα τους, λόγω των διαφορετικών στροφικών δεσμεύσεων από τα δύο υποστυλώματα. Η ίδια παραδοχή, πάντως, γίνεται και κατά τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού πλαισίων αυτού του τύπου κατά τον Ευρωκώδικα 3. Η ακρίβεια αυτής της παραδοχής, τόσο κατά την προτεινόμενη μέθοδο, όσο και κατά τον Ευρωκώδικα 3, θα ελεγχθεί από τα αποτελέσματα της παρούσας ανάλυσης. Τότε, η δυσκαμψία των ελατηρίων υπολογίζεται από την αντίστοιχη γραμμή του πίνακα 2.17:

$$c_{bm} = 2 \left(\frac{2EI_{bm}}{L} \right) = 9714,6\text{kNm} \quad (3.146)$$

Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1α προκύπτει από ανάλυση με το πρόγραμμα Adina (σχήμα 3.94) και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο

λυγισμού είναι $P=6162\text{kN}$. Παρατηρείται μια απόκλιση της τάξης του 5% από την αριθμητική επίλυση του πλήρους πλαισίου, η οποία οφείλεται στην παραδοχή συμμετρικής απλής καμπυλότητας στις δοκούς. Ακριβέστερη αλλά πιο χρονοβόρα διαδικασία θα ήταν εκείνη με χρήση στρωφικών ελατηρίων στα άκρα των δοκών.



Σχήμα 3.93 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του πλαισίου του παραδείγματος 1



Σχήμα 3.94 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1α

Το δεύτερο ισοδύναμο προσομοίωμα 1β προκύπτει από την αντικατάσταση του υποστυλώματος του τελευταίου ορόφου ΓΔ με στρωφικό ελατήριο δυσκαμψίας $c'_{\Gamma\Delta}$ υπολογιζόμενης από την προτελευταία γραμμή του πίνακα 2.17:

$$c'_{\Gamma\Delta} = \bar{c}_{\Gamma\Delta} \frac{(c_{\Gamma\Delta}^{\#} + \pi^2 n_{\Gamma\Delta}) \sqrt{n_{\Gamma\Delta}} \sin(\pi \sqrt{n_{\Gamma\Delta}}) - c_{\Gamma\Delta}^{\#} \pi n_{\Gamma\Delta} \cos(\pi \sqrt{n_{\Gamma\Delta}})}{(1 - c_{\Gamma\Delta}^{\#}) \sqrt{n_{\Gamma\Delta}} \sin(\pi \sqrt{n_{\Gamma\Delta}}) - (2c_{\Gamma\Delta}^{\#} \pi^{-1} + \pi n_{\Gamma\Delta}) \cos(\pi \sqrt{n_{\Gamma\Delta}}) + 2c_{\Gamma\Delta}^{\#} \pi^{-1}} \quad (3.147)$$

$$= 20206,1 \text{ kNm}$$

όπου:

$$\bar{c}_{\Gamma\Delta} = \frac{EI_c}{h} = 9069,90 \text{ kNm} \quad (3.148)$$

$$c_{\Gamma\Delta}^{\#} = \frac{c_{bm}}{\bar{c}_{\Gamma\Delta}} = 1,072 \quad (3.149)$$

$$N_{\Gamma\Delta} = \frac{2}{3} 6504 \text{ kN} = 4336 \text{ kN} \quad (3.150)$$

$$N_{E,\Gamma\Delta} = \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} = 8951,63 \text{ kN} \quad (3.151)$$

$$n_{\Gamma\Delta} = \frac{N_{\Gamma\Delta}}{N_{E,\Gamma\Delta}} = 0,484 \quad (3.152)$$

Οπότε η συνολική στρωφική δυσκαμψία του κόμβου Γ του προσομοιώματος 1β υπολογίζεται:

$$c_{\Gamma\Delta} = c'_{\Gamma\Delta} + c_{bm} = 29920,7 \text{ kNm} \quad (3.153)$$

Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1β προκύπτει από ανάλυση με το πρόγραμμα Adina (σχήμα 3.95) και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι 5937,6 kN.



Σχήμα 3.95 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1β

Τέλος, το τρίτο ισοδύναμο προσομοίωμα 1γ προκύπτει από την αντικατάσταση του υποστυλώματος ΒΓ του ισοδύναμου προσομοιώματος 1β με στροφικό ελατήριο δυσκαμψίας $c'_{B\Gamma}$ υπολογιζόμενη ομοίως από την προτελευταία γραμμή του πίνακα 2.17:

$$c'_{B\Gamma} = \bar{c}_{B\Gamma} \frac{(c_{B\Gamma}^{\#} + \pi^2 n_{B\Gamma}) \sqrt{n_{B\Gamma}} \sin(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}}) - c_{B\Gamma}^{\#} \pi n_{B\Gamma} \cos(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}})}{(1 - c_{B\Gamma}^{\#}) \sqrt{n_{B\Gamma}} \sin(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}}) - (2c_{B\Gamma}^{\#} \pi^{-1} + \pi n_{B\Gamma}) \cos(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}}) + 2c_{B\Gamma}^{\#} \pi^{-1}} = \quad (3.154)$$

$$= 13569,55 \text{ kNm}$$

όπου:

$$\bar{c}_{B\Gamma} = \frac{EI_c}{h} = 9069,90 \text{ kNm} \quad (3.155)$$

$$c_{B\Gamma}^{\#} = \frac{c_{\Gamma\Delta}}{\bar{c}_{B\Gamma}} = 3,299 \quad (3.156)$$

$$N_{B\Gamma} = \frac{4}{3} 6504 \text{ kN} = 8672 \text{ kN} \quad (3.157)$$

$$N_{E,B\Gamma} = \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} = 8951,63 \text{ kN} \quad (3.158)$$

$$n_{B\Gamma} = \frac{N_{B\Gamma}}{N_{E,B\Gamma}} = 0,969 \quad (3.159)$$

Οπότε η συνολική στροφική δυσκαμψία του κόμβου Β του προσομοιώματος 1γ υπολογίζεται:

$$c_{B\Gamma} = c'_{B\Gamma} + c_{bm} = 23284,15 \text{ kNm} \quad (3.160)$$

Το κρίσιμο φορτίο της πρώτης ιδιομορφής λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1γ προκύπτει ίσο με 6104,4kN (σχήμα 3.96). Υπενθυμίζεται ότι το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού που προκύπτει από την αριθμητική επίλυση του πλήρους πλαισίου είναι ίσο με 6504kN. Η αναλυτική επίλυση είναι πιο συντηρητική, κατά 6% συνολικά, και αυτό μπορεί να αποδοθεί στο γεγονός πως σε αυτήν ελήφθη υπόψη συμμετρική απλή καμπυλότητα στις δοκούς. Η απόκλιση αυτή θεωρείται ικανοποιητική για πρακτικές εφαρμογές.

Επισημαίνεται ότι το αντίστοιχο ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού, υπολογιζόμενο με τον Ευρωκώδικα 3 και με παραδοχές απλής καμπυλότητας για τις δοκούς είναι ίσο με 4874,3kN, δηλαδή αισθητά πιο ανακριβές (25%) από αυτό που υπολογίζεται με την προτεινόμενη μέθοδο. Συμπεραίνεται επομένως ότι η προτεινόμενη μέθοδος, με χρήση της ίδιας απλοποιητικής παραδοχής, οδηγεί σε αρκετά ακριβέστερα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3 για το συγκεκριμένο πλαίσιο. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον πίνακα 3.59.



Σχήμα 3.96 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1γ

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	6504,00	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	4874,30	-25,06
Προτεινόμενη Μέθοδος	6104,40	-6,14

Πίνακας 3.59 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος ΑΒ αμετάθετου τριώροφου πλαισίου δύο φατνωμάτων του σχήματος 3.92

Παράδειγμα 2

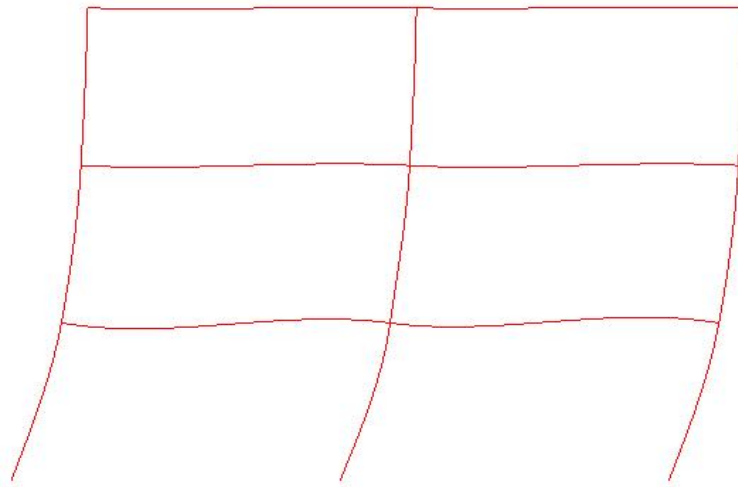
Θεωρούμε *μεταθετό πλαίσιο* με τρεις ορόφους και δύο φατνώματα, όμοιο σε ότι αφορά τη γεωμετρία με το σχήμα 3.92, το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 1000 με ροπή αδράνειας $I_c=0,006447m^4$, ύψους $h=10m$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313m^4$, μήκους $L=20m$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους, ενώ όλοι οι ακραίοι κόμβοι του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/3$. Οι μεσαίοι κόμβοι του πλαισίου φορτίζονται με συγκεντρωμένο φορτίο $2P/3$.

Πρώτα πραγματοποιείται *γραμμική ανάλυση λυγισμού* του πλαισίου με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων Adina. Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού από την ανάλυση φαίνεται στο σχήμα 3.97 και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι $P=1955,62kN$. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω για την επιβεβαίωση της ορθότητας των στροφικών δυσκαμψιών, το πλαίσιο αντικαθίσταται από μία σειρά ισοδυνάμων προσομοιωμάτων. Το πρώτο ονομάζεται 1α. Το προσομοίωμα αυτό προκύπτει αντικαθιστώντας τις δοκούς σε όλα τα επίπεδα με στροφικά ελατήρια. Θεωρείται συντηρητικά ότι οι δοκοί παραμορφώνονται με αντισυμμετρική διπλή καμπυλότητα. Επισημαίνεται και πάλι ότι αυτή η θεώρηση αποτελεί προσέγγιση της πραγματικότητας, αφού κατά την πρώτη ιδιομορφή λυγισμού οι δοκοί καμπυλώνονται με διαφορετικές κατ' απόλυτη τιμή στροφές στα δύο άκρα τους, λόγω των διαφορετικών στροφικών δεσμεύσεων από τα δύο υποστυλώματα. Η ίδια παραδοχή, πάντως, γίνεται και κατά τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού πλαισίων αυτού του τύπου κατά τον Ευρωκώδικα 3. Η ακρίβεια αυτής

της παραδοχής, τόσο κατά την προτεινόμενη μέθοδο, όσο και κατά τον Ευρωκώδικα 3, θα ελεγχθεί από τα αποτελέσματα της παρούσας ανάλυσης. Τότε, η δυσκαμψία των ελατηρίων υπολογίζεται από την αντίστοιχη γραμμή του πίνακα 2.17:

$$c_{bm} = 2 \left(\frac{6EI_{bm}}{L} \right) = 29143,5 \text{ kNm} \quad (3.161)$$

Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1α προκύπτει από ανάλυση με το πρόγραμμα Adina (σχήμα 3.98) και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι $P=1864,2 \text{ kN}$. Παρατηρείται μια απόκλιση της τάξης του 4,7% από την αριθμητική επίλυση του πλήρους πλαισίου, η οποία οφείλεται στην παραδοχή αντισυμμετρικής διπλής καμπυλότητας στις δοκούς. Ακριβέστερη αλλά πιο χρονοβόρα διαδικασία θα ήταν εκείνη με χρήση στροφικών ελατηρίων στα άκρα των δοκών.



Σχήμα 3.97 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του πλαισίου του παραδείγματος 2



Σχήμα 3.98 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1α

Το δεύτερο ισοδύναμο προσομοίωμα 1β προκύπτει από την αντικατάσταση του υποστυλώματος του τελευταίου ορόφου ΓΔ με στροφικό ελατήριο δυσκαμψίας $c'_{\Gamma\Delta}$ υπολογιζόμενη από την αντίστοιχη γραμμή (περίπτωση στροφικού ελατηρίου στο απομακρυσμένο άκρο) του πίνακα 2.17:

$$c'_{\Gamma\Delta} = \bar{c}_{\Gamma\Delta} \frac{\left(c_{\Gamma\Delta}^{\#} - \pi \sqrt{n_{\Gamma\Delta}} \tan\left(\pi \sqrt{n_{\Gamma\Delta}} \right) \right)}{\left(1 + c_{\Gamma\Delta}^{\#} \frac{\tan\left(\pi \sqrt{n_{\Gamma\Delta}} \right)}{\pi \sqrt{n_{\Gamma\Delta}}} \right)} = 21485,9 \text{ kNm} \quad (3.162)$$

όπου:

$$\bar{c}_{\Gamma\Delta} = \frac{EI_c}{h} = 135387 \text{ kNm} \quad (3.163)$$

$$c_{\Gamma\Delta}^{\#} = \frac{c_{bm}}{\bar{c}_{\Gamma\Delta}} = 0,215 \quad (3.164)$$

$$N_{\Gamma\Delta} = \frac{2}{3} 1955,62 \text{ kN} = 1303,75 \text{ kN} \quad (3.165)$$

$$N_{E,\Gamma\Delta} = \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} = 133621,61 \text{ kN} \quad (3.166)$$

$$n_{\Gamma\Delta} = \frac{N_{\Gamma\Delta}}{N_{E,\Gamma\Delta}} = 0,009757 \quad (3.167)$$

Συνεπώς, η συνολική στροφική δυσκαμψία του κόμβου Γ του προσομοιώματος 1β υπολογίζεται ίση προς:

$$c_{\Gamma\Delta} = c'_{\Gamma\Delta} + c_{bm} = 41962 \text{ kNm} \quad (3.168)$$

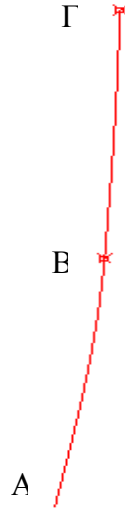
Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1β προκύπτει από ανάλυση με το πρόγραμμα Adina (σχήμα 3.99) και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι 1854,7 kN.

Τέλος, το τρίτο ισοδύναμο προσομοίωμα 1γ προκύπτει από την αντικατάσταση του υποστυλώματος ΒΓ του ισοδύναμου προσομοιώματος 1β με στροφικό ελατήριο δυσκαμψίας $c'_{B\Gamma}$ υπολογιζόμενη ομοίως από την αντίστοιχη γραμμή του πίνακα 2.17:

$$c'_{B\Gamma} = \bar{c}_{B\Gamma} \frac{\left(c_{B\Gamma}^{\#} - \pi \sqrt{n_{B\Gamma}} \tan\left(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}} \right) \right)}{\left(1 + c_{B\Gamma}^{\#} \frac{\tan\left(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}} \right)}{\pi \sqrt{n_{B\Gamma}}} \right)} = 10569,91 \text{ kNm} \quad (3.169)$$

όπου:

$$\bar{c}_{B\Gamma} = \frac{EI_c}{h} = 135387 \text{ kNm} \quad (3.170)$$



Σχήμα 3.99 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1β

$$c_{B\Gamma}^{\#} = \frac{c_{\Gamma\Delta}}{\bar{c}_{B\Gamma}} = 0,3099 \quad (3.171)$$

$$N_{B\Gamma} = \frac{4}{3} 1955,62 \text{ kN} = 2607,5 \text{ kN} \quad (3.172)$$

$$N_{E,B\Gamma} = \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} = 133621 \text{ kN} \quad (3.173)$$

$$n_{B\Gamma} = \frac{N_{B\Gamma}}{N_{E,B\Gamma}} = 0,0195 \quad (3.174)$$

Οπότε η συνολική στροφική δυσκαμψία του κόμβου B του προσομοιώματος 1γ είναι:

$$c_{B\Gamma} = c'_{B\Gamma} + c_{bm} = 39713 \text{ kNm} \quad (3.175)$$

Το κρίσιμο φορτίο της πρώτης ιδιομορφής λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1γ προκύπτει ίση με 1805kN (σχήμα 3.100). Υπενθυμίζεται ότι το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού που προκύπτει από την αριθμητική επίλυση του πλήρους πλαισίου είναι ίσο με 1955,62kN. Η αναλυτική επίλυση είναι πιο συντηρητική, κατά 7,66% συνολικά, και αυτό μπορεί να αποδοθεί στο γεγονός πως σε αυτήν ελήφθη υπόψη αντισυμμετρική διπλή καμπυλότητα στις δοκούς. Η απόκλιση αυτή θεωρείται αποδεκτή για πρακτικές εφαρμογές.

Επισημαίνεται ότι το αντίστοιχο ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού, υπολογιζόμενο με τον Ευρωκώδικα 3 και με παραδοχές αντισυμμετρικής διπλής καμπυλότητας για τις δοκούς είναι ίσο με 719,59kN, δηλαδή αισθητά πιο ανακριβές από αυτό που υπολογίζεται με την προτεινόμενη μέθοδο. Επομένως και σε αυτό το παράδειγμα η προτεινόμενη μέθοδος, με χρήση της ίδιας απλοποιητικής παραδοχής, οδηγεί σε αρκετά ακριβέστερα αποτελέσματα από τον Ευρωκώδικα 3. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον πίνακα 3.60.



Σχήμα 3.100 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του ισοδύναμου προσομοιώματος 1γ

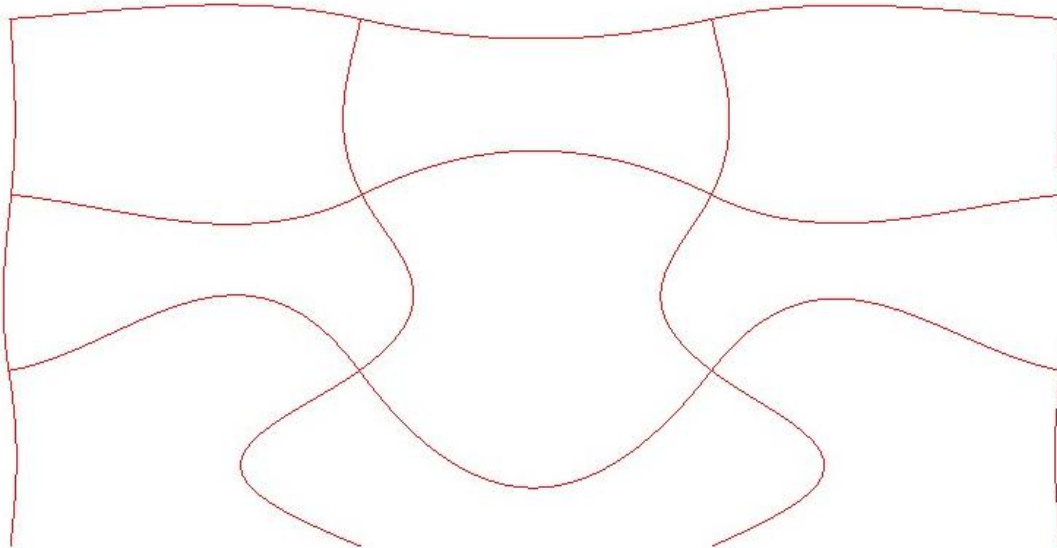
	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	1955,62	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	719,59	-63,20
Προτεινόμενη Μέθοδος	1805,00	-7,70

Πίνακας 3.60 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του μεταθετού τριώροφου πλαισίου δύο φατνωμάτων του παραδείγματος 2

Παράδειγμα 3

Θεωρούμε αμετάθετο πλαίσιο με τρεις ορόφους και τρία φατνώματα, το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319m^4$, ύψους $h=10m$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313m^4$, μήκους $L=20m$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους, ενώ όλοι οι ακραίοι κόμβοι του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/3$. Οι μεσαίοι κόμβοι του πλαισίου φορτίζονται με συγκεντρωμένο φορτίο $2P/3$. Δηλαδή το πλαίσιο έχει ίδια γεωμετρία και διατομές όπως εκείνο του παραδείγματος 1 (σχήμα 3.92), αλλά διαθέτει ένα επιπλέον φάτνωμα.

Αρχικά πραγματοποιείται γραμμική ανάλυση λυγισμού του πλαισίου με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων Adina. Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού από την ανάλυση φαίνεται στο σχήμα 3.101 και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι $P=6343,98kN$.



Σχήμα 3.101 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του πλαισίου του παραδείγματος 3

Η αναλυτική διαδικασία υπολογισμού του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού του πλαισίου είναι ίδια με αυτή που παρουσιάστηκε στο παράδειγμα 1. Στη συγκεκριμένη περίπτωση μάλιστα η μια εκ των δύο δοκών (αυτή του μεσαίου φατνώματος) που συντρέχουν στα μεσαία υποστυλώματα τα οποία εξετάζουμε προσομοιώνεται λόγω συμμετρίας με ακρίβεια με δοκό συμμετρικής απλής καμπυλότητας, όπως φαίνεται και στην ιδιομορφή λυγισμού του σχήματος 3.101, ενώ για την ακραία δοκό η παραδοχή αυτή είναι προσεγγιστική, όπως εξηγήθηκε στο παράδειγμα 1. Συνεπώς το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι 6104,4kN και το σφάλμα είναι της τάξης του 3.77%.

Το αντίστοιχο ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού, υπολογιζόμενο με τον Ευρωκώδικα 3 και με τις ίδιες παραδοχές συμμετρικής απλής καμπυλότητας για τις δοκούς είναι και αυτό ίσο με εκείνο του παραδείγματος 1. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον πίνακα 3.61.

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	6343,98	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	4874,30	-23,17
Προτεινόμενη Μέθοδος	6104,40	-3,77

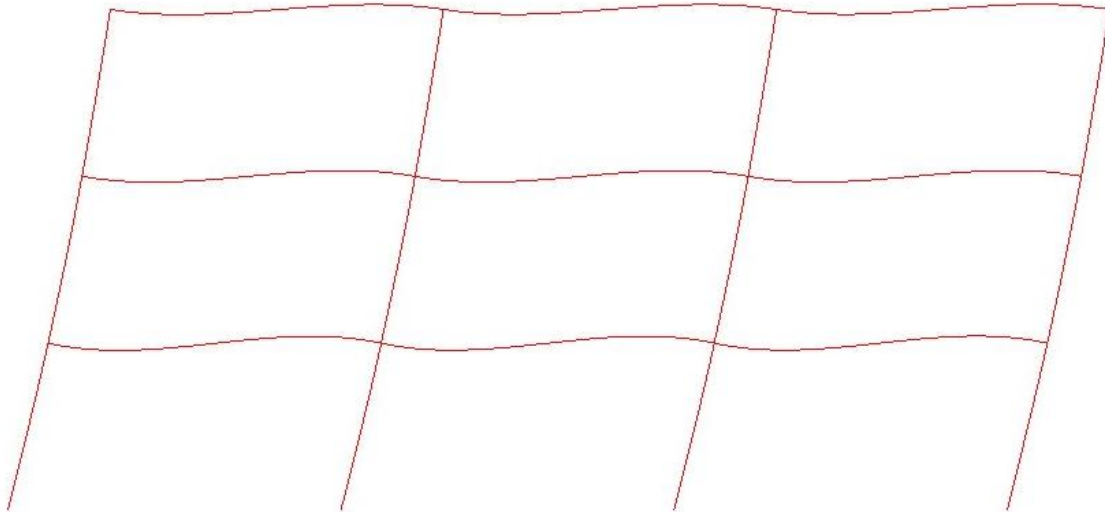
Πίνακας 3.61 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του αμετάθετου τριώροφου πλαισίου τριών φατνωμάτων του παραδείγματος 3

Παράδειγμα 4

Θεωρούμε *μεταθετό πλαίσιο* με τρεις ορόφους και τρία φατνώματα, το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 1000 με ροπή αδράνειας $I_c=0,006447m^4$, ύψους $h=10m$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313m^4$, μήκους $L=20m$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους, ενώ όλοι οι ακραίοι κόμβοι του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/3$.

Οι μεσαίοι κόμβοι του πλαισίου φορτίζονται με συγκεντρωμένο φορτίο $2P/3$. Δηλαδή το πλαίσιο έχει ίδια γεωμετρία και διατομές όπως εκείνο του παραδείγματος 2, αλλά διαθέτει ένα επιπλέον φάτνωμα.

Πρώτα πραγματοποιείται γραμμική ανάλυση λυγισμού του πλαισίου με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων Adina. Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού από την ανάλυση φαίνεται στο σχήμα 3.102 και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι $P=1930,64\text{kN}$.



Σχήμα 3.102 Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του πλαισίου του παραδείγματος 4

Η αναλυτική διαδικασία υπολογισμού του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού του πλαισίου είναι ίδια με αυτή που παρουσιάστηκε στο παράδειγμα 2. Στη συγκεκριμένη περίπτωση μάλιστα η μια εκ των δύο δοκών (αυτή του μεσαίου φαντώματος) που συντρέχουν στα μεσαία υποστυλώματα τα οποία εξετάζουμε προσομοιώνεται λόγω συμμετρίας με ακρίβεια με δοκό αντισυμμετρικής διπλής καμπυλότητας όπως φαίνεται και στην ιδιομορφή λυγισμού του σχήματος 3.102, ενώ για την ακραία δοκό η παραδοχή αυτή είναι προσεγγιστική, όπως εξηγήθηκε στο παράδειγμα 2. Συνεπώς το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι 1805kN και το σφάλμα είναι της τάξης του 6.5%.

Το αντίστοιχο ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού, υπολογιζόμενο με τον Ευρωκώδικα 3 και με τις ίδιες παραδοχές αντισυμμετρικής διπλής καμπυλότητας για τις δοκούς είναι και αυτό ίσο με εκείνο του παραδείγματος 2. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον πίνακα 3.62.

	$P_{cr} \text{ (kN)}$	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	1930,64	0
Προσέγγιση κατά ΕΚ3	719,59	-62,73
Προτεινόμενη Μέθοδος	1805,00	-6,50

Πίνακας 3.62 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του μεταθετού τριώροφου πλαισίου τριών φαντωμάτων του παραδείγματος 4

3.6 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκαν παραδείγματα υπολογισμού του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων μονώροφων και πολυώροφων μεταλλικών πλαισίων με μεταθετή, αμετάθετη και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά σύμφωνα με την μέθοδο που προτάθηκε στο κεφάλαιο 2.

Παρουσιάστηκαν οι λεπτομέρειες του τρόπου εφαρμογής της προτεινόμενης μεθόδου, και μάλιστα δύο παραλλαγών της, της λεγόμενης «σύνθετης μεθόδου», στην οποία λαμβάνεται υπόψη η επιρροή στη συμπεριφορά του προτεινόμενου μέλους όλων των άλλων μελών του πλαισίου, και της λεγόμενης «απλοποιημένης μεθόδου», στην οποία λαμβάνεται υπόψη η επιρροή στη συμπεριφορά του προτεινόμενου μέλους των μελών του πλαισίου, τα οποία ευρίσκονται στα εκατέρωθεν φατνώματα και στον από πάνω και από κάτω όροφο.

Από σύγκριση των λύσεων της προτεινόμενης μεθόδου με αναλυτικές λύσεις που κάνουν χρήση της μεθόδου γωνιών στροφής για ένα σημαντικό πλήθος παραδειγμάτων διαπιστώθηκε απόλυτη σύμπτωση για ένα πολύ μεγάλο φάσμα τιμών των σχετικών δυσκαμψιών των μελών των εξεταζόμενων πλαισίων, όπως άλλωστε ήταν αναμενόμενο, αφού οι εξισώσεις της προτεινόμενης μεθόδου έχουν προκύψει από επεξεργασία των σχέσεων γωνιών στροφής.

Για τα ίδια παραδείγματα έγινε υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού και με γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η σύγκριση και αυτών των αποτελεσμάτων με τις ακριβείς αναλυτικές λύσεις έγινε για πιστοποίηση του χρησιμοποιούμενου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων για αναλύσεις αυτού του τύπου, καθώς και για εξακρίβωση της απαιτούμενης πυκνότητας πλέγματος για ικανοποιητική αριθμητική σύγκλιση. Τα αποτελέσματα ήταν και πάλι ιδιαίτερα ικανοποιητικά. Έτσι πιστοποιήθηκε η δυνατότητα χρήσης της γραμμικοποιημένης ανάλυσης λυγισμού ως μέτρου σύγκρισης της ακρίβειας της προτεινόμενης μεθόδου σε άλλα, συνθετότερα παραδείγματα, στα οποία ο όγκος των απαιτούμενων υπολογισμών κάνει απαγορευτική την χρήση της μεθόδου γωνιών στροφής.

Αναδείχθηκε το σημαντικά μεγαλύτερο εύρος εφαρμογής της προτεινόμενης μεθόδου από εκείνο άλλων μεθόδων της βιβλιογραφίας και των κανονιστικών διατάξεων (Ευρωκώδικας 3, Load and Resistance Factor Design Specification for structural steel buildings). Ο υπολογισμός του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων ορθογωνικών πολυώροφων πλαισίων με χρήση των παραπάνω κανονιστικών διατάξεων παρουσιάζει αρκετές ασάφειες, όσον αφορά τις συνοριακές συνθήκες, που ενδέχεται να οδηγήσουν σε μη ακριβείς τιμές των υπολογιζόμενων φορτίων. Συγκεκριμένες πηγές απόκλισης των υποτιθέμενων συνοριακών συνθηκών από τις πραγματικές που εξετάστηκαν σε αυτό το κεφάλαιο είναι οι εξής:

- ο Μία πρώτη πηγή πιθανού σφάλματος αφορά τον χαρακτηρισμό των πλαισίων ως μεταθετών ή αμετάθετων. Στις κανονιστικές διατάξεις του EC3 και του LRFD

γίνεται διαχωρισμός των πλαισίων σε μεταθετά και αμετάθετα μόνον, και δεν καλύπτεται η γενικότερη περίπτωση των μερικώς μεταθετών πλαισίων. Αντίθετα, η παρούσα εργασία αντιμετωπίζει ως ξεχωριστή περίπτωση τα μερικώς μεταθετά πλαίσια, για τα οποία προτείνεται η χρήση των σχέσεων ή διαγραμμάτων που δόθηκαν στο Κεφάλαιο 2.

- ο Μία δεύτερη πηγή πιθανού σφάλματος αφορά τον υπολογισμό των στροφικών δεσμεύσεων στον κάτω και άνω κόμβο του υπό εξέταση υποστυλώματος. Στον EC3 για μεν τις συνδεόμενες δοκούς λαμβάνονται υπόψη τα αδρανειακά χαρακτηριστικά της διατομής τους, το μήκος τους, οι συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο τους και η αξονική τους δύναμη, δεν καλύπτονται όμως όλες οι περιπτώσεις πιθανών συνοριακών συνθηκών στο απέναντι άκρο. Για δε τα υποστυλώματα χρησιμοποιείται πάντα η ίδια έκφραση στροφικής δυσκαμψίας, βάσει των αδρανειακών χαρακτηριστικών της διατομής τους και του μήκους τους, ανεξαρτήτως όμως από τις συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο τους και από την αξονική τους δύναμη. Στον LRFD λαμβάνονται υπόψη για όλα τα συνδεόμενα μέλη τα αδρανειακά χαρακτηριστικά της διατομής τους και το μήκος τους, αλλά αμελούνται οι συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο τους και η αξονική τους δύναμη. Οι στροφικές δυσκαμψίες υπολογίζονται απλώς ως ο λόγος της ροπής αδράνειας προς το αντίστοιχο μήκος των μελών αυτών. Αντίθετα, στην παρούσα εργασία λαμβάνονται υπόψη για όλα τα συνδεόμενα μέλη όλες οι παράμετροι, δηλαδή τα αδρανειακά χαρακτηριστικά της διατομής τους, το μήκος τους, οι συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο τους και η αξονική τους δύναμη.

Για τους λόγους αυτούς, ο υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων σύμφωνα με την προσεγγιστική εφαρμογή των κανονιστικών διατάξεων του Ευρωκώδικα 3 και LRFD σε αρκετές περιπτώσεις (πολυώροφα πλαίσια με αμετάθετη, μεταθετή και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά, οι οποίες είναι εκτός του εύρους ισχύος των παραπάνω κανονισμών), είναι ανακριβής και υπερδιαστασιολογεί ή υποδιαστασιολογεί τα αντίστοιχα υποστυλώματα. Η προτεινόμενη μέθοδος και μάλιστα στην απλοποιημένη μορφή της, η οποία και συνιστάται για πρακτική εφαρμογή, υπολογίζει το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού ορθογωνικών μονώροφων και πολυώροφων μεταλλικών πλαισίων με μεταθετή, αμετάθετη και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά με πολύ μεγάλη ακρίβεια, χωρίς αύξηση του απαιτούμενου υπολογιστικού φόρτου σε σχέση με τις κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και LRFD.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:

ΕΛΑΣΤΙΚΟ ΚΡΙΣΙΜΟ ΦΟΡΤΙΟ
ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΩΝ
ΠΟΛΥΩΡΟΦΩΝ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ
ΠΛΑΙΣΙΩΝ ΜΕ ΗΜΠ-ΑΚΑΜΠΤΟΥΣ
ΚΟΜΒΟΥΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΕΛΑΣΤΙΚΟ ΚΡΙΣΙΜΟ ΦΟΡΤΙΟ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΩΝ ΠΟΛΥΩΡΟΦΩΝ ΜΕΤΑΛΛΙΚΩΝ ΠΛΑΙΣΙΩΝ ΜΕ ΗΜΙ-ΑΚΑΜΠΤΟΥΣ ΚΟΜΒΟΥΣ

4.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο η απλοποιημένη μέθοδος υπολογισμού του δεύτερου κεφαλαίου επεκτείνεται, ώστε να καλύπτει και τον υπολογισμό της αντοχής πολυώροφων πλαίσιακών φορέων με ημι-άκαμπτους κόμβους για διάφορα επίπεδα δέσμευσης της οριζόντιας μετάθεσης. Για το σκοπό αυτό προτείνεται και πάλι το προσομοίωμα του σχήματος 2.3 με δύο στροφικά ελατήρια, ένα στο κάθε άκρο του, που προσομοιώνουν τα συντρέχοντα μέλη στον αντίστοιχο κόμβο, καθώς και την δυσκαμψία του αντίστοιχου κόμβου, και ένα ελατήριο ευθυγράμμου κινήσεως στον άνω κόμβο που προσομοιώνει το σύστημα δυσκαμψίας του πλαισίου. Τα στροφικά ελατήρια προσομοιώνουν τη στροφική δέσμευση που προσδίδουν στο υποστύλωμα τα συντρέχοντα στον αντίστοιχο κόμβο μέλη, λαμβάνοντας όμως πλέον υπόψη και την δυσκαμψία της σύνδεσης. Το ελατήριο ευθυγράμμου κινήσεως προσομοιώνει την παρεμπόδιση της μετάθεσης του πλαισίου από το σύστημα δυσκαμψίας ή από την επαφή με άλλες κατασκευές.

Πολλοί ερευνητές έχουν ασχοληθεί με την διερεύνηση της συμπεριφοράς φορέων με ημι-άκαμπτους κόμβους. Οι Jaspert και Maquoi (1990) ασχολήθηκαν με την φιλοσοφία ελαστικού και πλαστικού σχεδιασμού σε *αμετάθετα πλαίσια* με ημι-άκαμπτες συνδέσεις. Οι Lau, Kirby και Davison (1997a) διερεύνησαν τη συμπεριφορά φορέων με ημι-άκαμπτες συνδέσεις για διάφορους συνδυασμούς φορτίσεων. Έδειξαν ότι σημαντικές διαφοροποιήσεις στις καμπύλες ροπής M – στροφής φ που χαρακτηρίζουν τη συμπεριφορά του κόμβου έχουν αμελητέα επίδραση στην αντοχή του υποστυλώματος του φορέα. Οι Lau, Kirby και Davison (1997b) πρότειναν μία μέθοδο σχεδιασμού υποστυλωμάτων φορέων με *αμετάθετη* συμπεριφορά και ημι-άκαμπτους κόμβους. Οι Liew κ.α. (1997b) πρότειναν ένα πλήθος καμπυλών ροπής-στροφής, έτσι ώστε να είναι δυνατή η εκτίμηση της συμπεριφοράς του κόμβου σε οποιοδήποτε πλαίσιο. Οι Christopher and Bjorhovde (1998), διερεύνησαν την επιρροή των χαρακτηριστικών των ημιάκαμπτων συνδέσεων στις εσωτερικές δυνάμεις των μελών, την ευστάθεια του πλαισίου και τις σχετικές οριζόντιες μετακινήσεις μεταξύ των ορόφων, αφού προηγουμένως πραγματοποίησαν πλήθος αναλύσεων σε πλαίσιακούς φορείς με ημι-άκαμπτους κόμβους. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού για τοξωτούς φορείς με ημι-άκαμπτες συνδέσεις διερευνήθηκε από τους Kato, Mutoh και Shomura (1998). Οι Rodrigues κ.α. (1998) διερεύνησαν τον δρόμο ισορροπίας για *μεταθετά* και *αμετάθετα πλαίσια* με ημι-άκαμπτες συνδέσεις με την βοήθεια ενός υβριδικού αλγόριθμου. Ο Yu κ.α (1998) ασχολήθηκαν με την διεξαγωγή πειραματικών μετρήσεων σε *μεταθετά πλαίσια* με ημιάκαμπτους κόμβους υπό πλευρικά φορτία και φορτία βαρύτητας με σκοπό τον υπολογισμό του φορτίου κατάρρευσης. Οι Reyes-Salazar και Halдар (1999), χρησιμοποιώντας ένα μη-γραμμικό αλγόριθμο που αναπτύχθηκε από τους ίδιους, πραγματοποίησαν ανάλυση με χρονοϊστορίες για δεκατρείς σεισμικές διεγέρσεις σε τρεις

πλαισιακούς φορείς με ημι-άκαμπτους κόμβους. Πρότειναν ένα συντελεστή που τον ονόμασαν T για να ορίσουν την δυσκαμψία της σύνδεσης. Αυτός ο συντελεστής ορίζεται ως ο λόγος της ροπής της σύνδεσης, σύμφωνα με την θεωρία δοκού, προς την ροπή παγιώσεως της δοκού. Μία απλοποιητική μέθοδος για την εκτίμηση της αντοχής ημι-άκαμπτων πλαισίων προτάθηκε από τους Li και Matino (2000). Η μέθοδος συσχετίζει γραμμικά το μέγιστο φορτίο με διάφορες παραμέτρους του πλαισίου και των διατομών των μελών. Για το σκοπό αυτό διεξήχθησαν πλαστικές αναλύσεις 2ης τάξης σε τρισδιάστατους τοξωτούς φορείς. Οι Baniotopoulos και Wald (2000) καθώς και οι Ivanyi και Baniotopoulos (2000) διερεύνησαν την επιρροή της δυσκαμψίας των κόμβων στην συμπεριφορά μεταλλικών φορέων. Ο Li (2003) πρότεινε κλειστούς τύπους από επίλυση της διαφορικής εξίσωσης λυγισμού για δοκούς μεταβλητής διατομής στηριζόμενες με στροφικά και ελατήρια ευθυγράμμου κινήσεως. Ο Μπανιωτόπουλος (2003) ασχολήθηκε με την συμπεριφορά των συνδέσεων χαλύβδινων και αλουμινένιων φορέων. Ο Raftoyiannis (2005) εξέτασε την επιρροή των ημι-άκαμπτων συνδέσεων και του ελαστικού συστήματος δυσκαμψίας στην αντοχή σε λυγισμό απλών πλαισιακών φορέων.

Παρόλα αυτά, οι παραπάνω εργασίες δεν εξετάζουν την επίδραση στις στροφικές δυσκαμψίες των μελών που συντρέχουν στον άνω και κάτω κόμβο του υπό εξέταση υποστυλώματος, των συνοριακών συνθηκών στα απέναντι άκρα των μελών αυτών καθώς και των αξονικών τους δυνάμεων. Αυτή η επίδραση διερευνάται σε αυτό το κεφάλαιο για διάφορα επίπεδα δέσμευσης της οριζόντιας μεταθέσεως των πλαισίων με ημι-άκαμπτους κόμβους. Προτείνονται αναλυτικοί τύποι για τον υπολογισμό των στροφικών δυσκαμψιών μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους των συνεχών υποστυλωμάτων με ημι-άκαμπτη σύνδεση, με όλες τις πιθανές συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο. Τα αποτελέσματα από την προτεινόμενη διαδικασία βρίσκονται σε πολύ καλή σύγκλιση με αυτά από αναλύσεις με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Οι κανονιστικές διατάξεις προτείνουν αναλυτικές σχέσεις για τον υπολογισμό των στροφικών δυσκαμψιών των μελών θεωρώντας ότι συνδέονται με άκαμπτη σύνδεση με τον υπόλοιπο φορέα. Κατά συνέπεια, τα αποτελέσματα εφαρμόζοντας τους κανονισμούς σχεδιασμού μεταλλικών έργων (EC3 και LRFD), θεωρώντας άκαμπτη και όχι ημι-άκαμπτη σύνδεση, σε αρκετές περιπτώσεις οδηγούν σε σημαντικές αποκλίσεις. Επισημαίνεται τέλος ότι η χρήση ημι-άκαμπτων κόμβων σε χαλύβδινα πλαίσια πλέον επιτρέπεται και σε κάποιες περιπτώσεις ενθαρρύνεται από τους σύγχρονους κανονισμούς (π.χ. EC3-1-8), και επομένως ο αξιόπιστος υπολογισμός της επιρροής τους στην επάρκεια των υποστυλωμάτων των πλαισίων αποκτά και ιδιαίτερη πρακτική αξία.

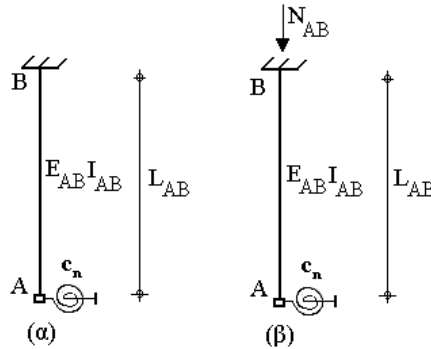
4.2 Υπολογισμός συντελεστών στροφικής δυσκαμψίας για μέλη με ημι-άκαμπτους κόμβους με τη μέθοδο γωνιών στροφής

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η δυσκαμψία των ελατηρίων στο προσομοίωμα του συνεχούς υποστυλώματος ισούται με το άθροισμα των στροφικών δυσκαμψιών των μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος. Ο υπολογισμός της δυσκαμψίας των μελών αυτών εξαρτάται από τις συνοριακές συνθήκες στον απέναντι ακραίο κόμβο του μέλους και πραγματοποιείται με τη μέθοδο των γωνιών-στροφής. Οι ροπές M_{AB} και M_{BA} στα άκρα ενός μέλους AB με άνοιγμα L_i και καμπτική δυσκαμψία $E_i I_i$ χωρίς αξονική δύναμη υπολογίζονται από τις εξισώσεις (2.58), (2.59),

ενώ υπό την παρουσία αξονικής δύναμης από τις αναλυτικές σχέσεις (2.67), (2.68), (2.69) και (2.70), όπου ο δείκτης i αναφέρεται στο συγκεκριμένο μέλος. Στην ενότητα αυτή υπολογίζονται οι στρεφικές δυσκαμψίες μελών με ημι-άκαμπτη σύνδεση στο υπό εξέταση υποστυλώμα, υπό την παρουσία ή απουσία αξονικής δύναμης, με όλες τις πιθανές συννοριακές συνθήκες που μπορεί να απαντηθούν σε πρακτικές εφαρμογές. Η διαδικασία υπολογισμού είναι παρόμοια με εκείνη που ακολουθήθηκε στην ενότητα 2.4 του δεύτερου κεφαλαίου. Εδώ παρουσιάζεται ο υπολογισμός των στρεφικών δυσκαμψιών για δύο χαρακτηριστικές περιπτώσεις, ενός μέλους με και ενός χωρίς την παρουσία αξονικής δύναμης.

4.2.1 Μέλος με πάκτωση στο απομακρυσμένο άκρο του μέλους και με ημι-άκαμπτη σύνδεση στον κόμβο, χωρίς αξονική δύναμη

Θεωρούμε το μέλος AB του σχήματος 4.1 με μήκος L_{AB} και καμπτική δυσκαμψία $E_{AB}I_{AB}$, όπου το A αναφέρεται στον πάνω ή κάτω κόμβο του υπό εξέταση υποστυλώματος, ενώ το B είναι ο απομακρυσμένος κόμβος. Στον κόμβο B υλοποιείται πάκτωση για τη στήριξη. Η σύνδεση του κόμβου A θεωρείται ημι-άκαμπτη με στρεφική δυσκαμψία c_n .



Σχήμα 4.1 Μέλος με πάκτωση στον ακραίο κόμβο B και ημι-άκαμπτη σύνδεση στον κοντινό κόμβο A, α) χωρίς την παρουσία αξονικής δύναμης, β) με την παρουσία αξονικής δύναμης

Αρχικά, η σύνδεση του κόμβου A θεωρείται ως άκαμπτη. Υπολογίζεται η στρεφική δυσκαμψία $c_{r,AB}$ του μέλους AB με άκαμπτη σύνδεση. Η ροπή του κόμβου A του μέλους με άκαμπτη σύνδεση δίνεται από την εξίσωση:

$$M_{AB} = \frac{2E_{AB}I_{AB}}{L_{AB}}(2\theta_A + \theta_B) \quad (4.1)$$

Στον κόμβο B η στρέψη είναι μηδενική λόγω της πάκτωσης:

$$\theta_B = 0 \quad (4.2)$$

οπότε η εξίσωση (4.1) λόγω της (4.2) γίνεται:

$$M_{AB} = \frac{4E_{AB}I_{AB}}{L_{AB}}\theta_A \quad (4.3)$$

Επομένως, η στρεφική δυσκαμψία του μέλους AB δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$c_{r,AB} = \frac{4E_{AB}I_{AB}}{L_{AB}} \quad (4.4)$$

η οποία γράφεται ως:

$$c_{r,AB} = 4\bar{c}_{AB} \quad (4.5)$$

όπου:

$$\bar{c}_{AB} = \frac{E_{AB}I_{AB}}{L_{AB}} \quad (4.6)$$

Για τον υπολογισμό της στροφικής δυσκαμψίας c_{AB} του μέλους AB με ημι-άκαμπτη σύνδεση, θεωρούνται δύο στροφικά ελατήρια σε σειρά, με δυσκαμψίες $c_{r,AB}$ και c_n αντίστοιχα. Η συνολική στροφή είναι το άθροισμα των στροφών των δύο ελατηρίων. Συνεπώς:

$$\Phi_{AB} = \Phi_{r,AB} + \Phi_n \quad (4.7)$$

Θεωρώντας ότι τα ελατήρια έχουν την ίδια ροπή, γράφεται η παρακάτω εξίσωση:

$$\frac{1}{c_{AB}} = \frac{1}{c_{r,AB}} + \frac{1}{c_n} \quad (4.8)$$

Επομένως, η στροφική δυσκαμψία c_{AB} του μέλους AB με ημι-άκαμπτη σύνδεση υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$c_{AB} = \frac{c_{r,AB} \cdot c_n}{c_{r,AB} + c_n} \quad (4.9)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (4.5) στην (4.9), υπολογίζεται η στροφική δυσκαμψία c_{AB} του μέλους AB με ημι-άκαμπτη σύνδεση.

$$c_{AB} = \frac{4\bar{c}_{AB}c_n}{4\bar{c}_{AB} + c_n} \quad (4.10)$$

4.2.2 Μέλος με πάκτωση στο απομακρυσμένο άκρο του μέλους και με ημι-άκαμπτη σύνδεση στον κόμβο, με παρουσία αξονικής δύναμης

Θεωρούμε τώρα το μέλος του σχήματος 4.1 (β), με μήκος L_{AB} και καμπτική δυσκαμψία $E_{AB}I_{AB}$, όπου το A αναφέρεται στον πάνω ή κάτω κόμβο του υπό εξέταση υποστυλώματος, ενώ το B είναι ο απομακρυσμένος κόμβος. Στον κόμβο B υλοποιείται πάκτωση για τη στήριξη. Η σύνδεση του κόμβου A θεωρείται ημι-άκαμπτη με στροφική δυσκαμψία c_n όπως και προηγουμένως. Το μέλος AB υπόκειται σε αξονική δύναμη N_{AB} . Πρώτα, η σύνδεση του κόμβου A θεωρείται ως άκαμπτη. Υπολογίζεται η στροφική δυσκαμψία $c_{r,AB}$ του μέλους AB με άκαμπτη σύνδεση. Η ροπή του κόμβου A του μέλους με άκαμπτη σύνδεση δίνεται από την εξίσωση:

$$M_{AB} = \frac{2E_{AB}I_{AB}}{L_{AB}} (\alpha_{n,AB}\theta_A + \alpha_{f,AB}\theta_B) \quad (4.11)$$

Στον κόμβο B η στροφή είναι μηδενική ($\theta_B = 0$), λόγω της πάκτωσης, οπότε η προηγούμενη εξίσωση γράφεται:

$$M_{AB} = \frac{2E_{AB}I_{AB}}{L_{AB}} \alpha_{n,i} \theta_A \quad (4.12)$$

οπότε η εξίσωση (4.11) λόγω της (4.12) γίνεται:

$$c_{r,AB} = \frac{2E_{AB}I_{AB}}{L_{AB}} \alpha_{n,AB} \quad (4.13)$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση το συντελεστή $\alpha_{n,i}$ από την εξίσωση (4.72) και λαμβάνοντας υπόψη: $k_{AB}^2 = N_{AB}/E_{AB}I_{AB}$, $N_{E,AB} = \pi^2 E_{AB}I_{AB}/L_{AB}^2$ έχουμε:

$$c_{r,AB} = \frac{4E_{AB}I_{AB}}{L_{AB}} \pi \sqrt{n_{AB}} \left(\frac{\pi \sqrt{n_{AB}} \cot(\pi \sqrt{n_{AB}}) - 1}{4\pi \sqrt{n_{AB}} - 8 \tan\left(\frac{1}{2} \pi \sqrt{n_{AB}}\right)} \right) \quad (4.14)$$

Όπου: n_{AB} ορίζεται ο λόγος της αξονικής δύναμης του μέλους προς το φορτίο λυγισμού του Euler $N_{E,AB}$:

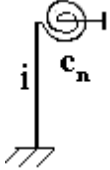
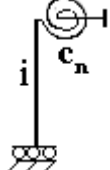
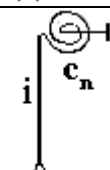
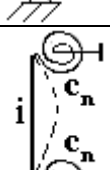
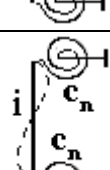
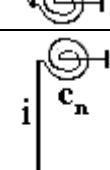
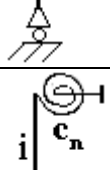
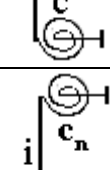
$$n_{AB} = \frac{N_{AB}}{N_{E,AB}} \quad (4.15)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (4.15) στην (4.9), η στροφική δυσκαμψία c_i του μέλους AB με ημι-άκαμπτη σύνδεση υπολογίζεται.

$$c_{AB} = \frac{1}{\frac{1}{c_n} + \frac{\pi \sqrt{n_{AB}} - 2 \tan\left(0.5 \cdot \pi \sqrt{n_{AB}}\right)}{\bar{c}_{AB} n_{AB} \pi^2 \cot(\pi \sqrt{n_{AB}}) - \bar{c}_{AB} \pi \sqrt{n_{AB}}}} \quad (4.16)$$

4.2.3 Μέλη με όλες τις πιθανές συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία, όπως στις δύο προηγούμενες ενότητες 4.2.1 και 4.2.2, υπολογίζονται οι στροφικές δυσκαμψίες (δείκτες αντίστασης) για μέλη με όλες τις πιθανές συνοριακές συνθήκες στο απομακρυσμένο άκρο, με ή χωρίς την παρουσία αξονικής δύναμης (Mageirou and Gantes 2005, 2006). Οι αναλυτικές σχέσεις παρουσιάζονται στον πίνακα 4.1. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, με c_n συμβολίζεται η στροφική δυσκαμψία του ημι-άκαμπτου κόμβου A.

Συννοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο		Χωρίς αξονική δύναμη	Με αξονική δύναμη
Πάκτωση		$c_i = \frac{4\bar{c}_i c_n}{4\bar{c}_i + c_n}$	$c_i = \frac{1}{\frac{1}{c_n} + \frac{\pi\sqrt{n_i} - 2 \tan(0.5 \cdot \pi\sqrt{n_i})}{\bar{c}_i n_i \pi^2 \cot(\pi\sqrt{n_i}) - \bar{c}_i \pi\sqrt{n_i}}}$
Κυλιόμενη πάκτωση		$c_i = \frac{\bar{c}_i c_n}{\bar{c}_i + c_n}$	$c_i = \frac{0,5 \cdot \bar{c}_i \cdot c_n \pi\sqrt{n_i} \cot(0,5\pi\sqrt{n_i})}{c_n + 0,5 \cdot \bar{c}_i \cdot \pi\sqrt{n_i} \cot(0,5\pi\sqrt{n_i})}$
Άρθρωση		$c_i = \frac{3\bar{c}_i c_n}{3\bar{c}_i + c_n}$	$c_i = \frac{\bar{c}_i \cdot c_n \pi^2 n_i}{c_n + \bar{c}_i \cdot \pi^2 n_i - c_n \pi\sqrt{n_i} \cot(\pi\sqrt{n_i})}$
Απλή καμπυλότητα		$c_i = \frac{2\bar{c}_i c_n}{2\bar{c}_i + c_n}$	$c_i = \frac{\bar{c}_i \cdot c_n \pi\sqrt{n_i} \cot(0,5\pi\sqrt{n_i})}{c_n + \bar{c}_i \cdot \pi\sqrt{n_i} \cot(0,5\pi\sqrt{n_i})}$
Διπλή καμπυλότητα		$c_i = \frac{6\bar{c}_i c_n}{6\bar{c}_i + c_n}$	$c_i = \frac{\bar{c}_i \cdot c_n \pi^2 n_i}{2c_n + \bar{c}_i \cdot \pi^2 n_i - c_n \pi\sqrt{n_i} \cot(0,5\pi\sqrt{n_i})}$
Κύλιση		$c_i = \frac{0\bar{c}_i c_n}{0\bar{c}_i + c_n}$	$c_i = c_n + \frac{c_n^2}{\bar{c}_i \cdot \pi\sqrt{n_i} \tan(\pi\sqrt{n_i}) - c_n}$
Στροφικό ελατήριο		$c_i = \frac{\bar{c}_i c_n c^\#}{(\bar{c}_i + c_n) c^\# + c_n}$	$c_i = \frac{1}{\left(\frac{1}{c_n}\right) + \left(\frac{\pi\sqrt{n_i} - c^\# \tan(\pi\sqrt{n_i})}{\bar{c}_i \cdot c^\# \cdot \pi\sqrt{n_i} - \bar{c}_i \cdot n_i \pi^2 \tan(\pi\sqrt{n_i})}\right)}$
Άρθρωση και στροφικό ελατήριο		$c_i = \frac{4\bar{c}_i c_n (c^\# + 3)}{4\bar{c}_i (c^\# + 3) + c_n (c^\# + 4)}$	$c_i = \frac{c_r \cdot c_n}{c_r + c_n}, \text{ όπου: } c_r = \bar{c}_i \frac{(c^\# + \pi^2 n) \sqrt{n} \sin(\pi\sqrt{n}) - c^\# \pi n \cos(\pi\sqrt{n})}{(1 - c^\#) \sqrt{n} \sin(\pi\sqrt{n}) - (2c^\# \pi^{-1} + \pi n) \cos(\pi\sqrt{n}) + 2c^\# \pi^{-1}}$

Πίνακας 4.1 Στροφικές δυσκαμψίες για τα μέλη που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος με ή χωρίς την παρουσία αξονικής δύναμης

Η δυσκαμψία $\bar{c}_i$ δίνεται από τη σχέση (4.6), και η αδιάστατη δυσκαμψία $c^\#$ από την παρακάτω εξίσωση:

$$c^\# = \frac{c}{E_i I_i / L_i} \quad (4.17)$$

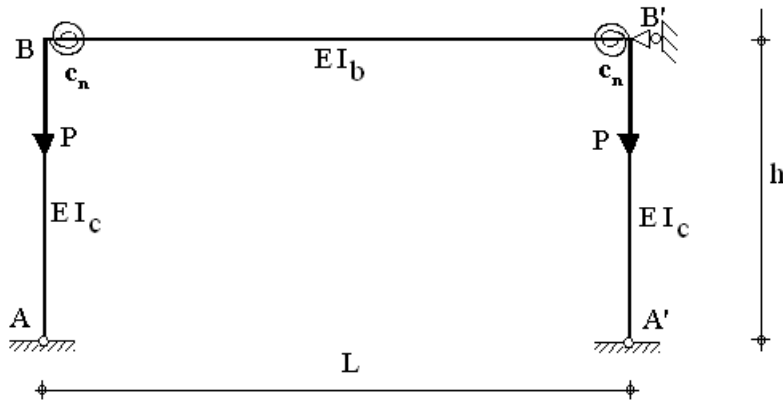
όπου c είναι η στρωφική δυσκαμψία του ελατηρίου

4.3 Διερεύνηση της επιρροής της στρωφικής δυσκαμψίας των κόμβων στο ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού πλαισίων

Στην ενότητα αυτή επιλύονται παραμετρικά δύο αμφιαρθρωτά μονώροφα πλαίσια με ημι-άκαμπτους κόμβους, για διάφορες τιμές στρωφικής δυσκαμψίας. Το πρώτο είναι αμετάθετο και το δεύτερο χαρακτηρίζεται από μεταθετή συμπεριφορά. Οι δυσκαμψίες των μελών των πλαισίων έχουν επιλεγεί έτσι ώστε στα αντίστοιχα πλαίσια με άκαμπτους κόμβους η προτεινόμενη μέθοδος, η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων και ο Ευρωκώδικας 3, να δίνουν σχεδόν ταυτόσημα αποτελέσματα (κεφάλαιο 3, ενότητα 3.2.1).

Παράδειγμα 1

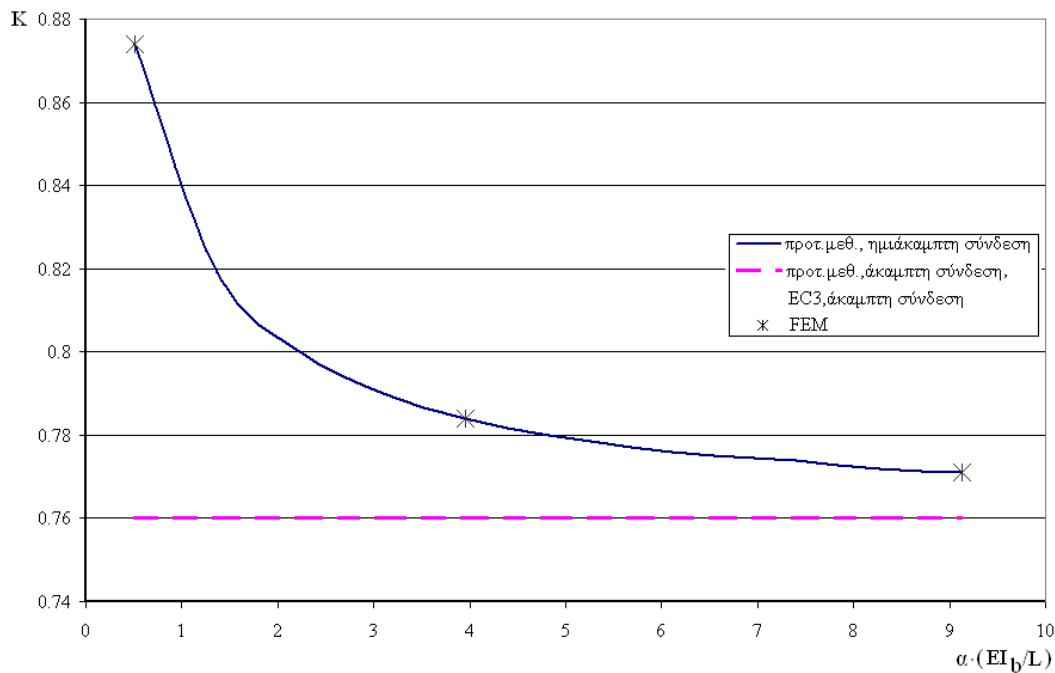
Θεωρούμε το αμετάθετο μονώροφο πλαίσιο του σχήματος 4.2, το οποίο αποτελείται από δύο υποστυλώματα, ροπής αδράνειας I_c και ύψους h_c και μία δοκό, ροπής αδράνειας I_b και μήκους L . Οι κόμβοι φορτίζονται με συγκεντρωμένα φορτία P . Τα υποστυλώματα είναι αρθρωτά στη βάση τους. Η σύνδεση δοκού-υποστυλώματος είναι ημι-άκαμπτη με στρωφική δυσκαμψία c_n .



Σχήμα 4.2 Πλαίσιο του παραδείγματος 1

Υπολογίζεται ο συντελεστής ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με την προτεινόμενη μέθοδο, χρησιμοποιώντας τους συντελεστές στρωφικής δυσκαμψίας του πίνακα 4.1, για διάφορες τιμές της στρωφικής δυσκαμψίας των κόμβων δοκού-υποστυλώματος του πλαισίου. Οι τιμές της στρωφικής δυσκαμψίας επιλέχθηκαν έτσι ώστε να είναι εντός του εύρους τιμών που δίνει ο Ευρωκώδικας 3, για να θεωρηθεί ο κόμβος ως ημι-άκαμπτος σε αμετάθετα

πλαίσια, δηλαδή $c_n = (0,5 \div 8) \cdot (EI_b/L)$. Ο συντελεστής ισοδυνάμου μήκους λυγισμού υπολογίζεται και με γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Τα παραπάνω παρουσιάζονται στο γράφημα του σχήματος 4.3, όπου με οριζόντια γραμμή απεικονίζεται η τιμή του συντελεστή ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με την προτεινόμενη μέθοδο και με τον Ευρωκώδικα 3 θεωρώντας άκαμπτη σύνδεση, καθώς και στον πίνακα 4.2 για διάφορες τιμές της παραμέτρου α της στροφικής δυσκαμψίας του κόμβου $c_n = \alpha \cdot (EI_b/L)$.



Σχήμα 4.3 Συντελεστής ισοδυνάμου μήκους λυγισμού (K) για διάφορες τιμές της στροφικής δυσκαμψίας των κόμβων αμφιαρθρωτού αμετάθετου μονώροφου πλαισίου

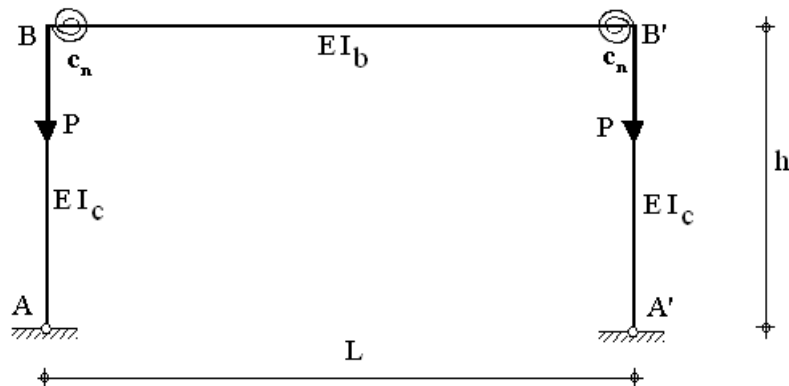
α	$K_{\text{προτ. μεθ.}}$ (ημιάκαμπτη σύνδεση)	K_{FEM} (ημιάκαμπτη σύνδεση)	$K_{\text{προτ. μεθ.}}$ (άκαμπτη σύνδεση)	K_{EC3} (άκαμπτη σύνδεση)
0,51	0,874	0,874	0,76	0,76
1,37	0,819	0,819	0,76	0,76
2,23	0,800	0,800	0,76	0,76
3,10	0,790	0,790	0,76	0,76
3,96	0,784	0,784	0,76	0,76
4,82	0,780	0,780	0,76	0,76
5,68	0,777	0,777	0,76	0,76
6,54	0,775	0,775	0,76	0,76
7,40	0,774	0,774	0,76	0,76
8,27	0,772	0,772	0,76	0,76
9,13	0,771	0,771	0,76	0,76

Πίνακας 4.2 Συντελεστής ισοδυνάμου μήκους λυγισμού (K) για διάφορες τιμές της στροφικής δυσκαμψίας των κόμβων αμφιαρθρωτού αμετάθετου μονώροφου πλαισίου

Παρατηρείται ότι τα αποτελέσματα από την προτεινόμενη μέθοδο με θεώρηση ημιάκαμπτης σύνδεσης ταυτίζονται με εκείνα από τη γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού, ενώ τα αντίστοιχα από τον Ευρωκώδικα 3 και την προτεινόμενη μέθοδο με θεώρηση άκαμπτης σύνδεσης παρουσιάζουν απόκλιση, όπως βέβαια ήταν αναμενόμενο. Η απόκλιση αυτή αυξάνεται όσο η στρεφτική δυσκαμψία του κόμβου μειώνεται, τείνοντας στο κάτω όριο που θέτει ο Ευρωκώδικας 3 για θεώρηση ημιάκαμπτης σύνδεσης σε αμετάθετους φορείς.

Παράδειγμα 2

Θεωρούμε το μεταθετό μονώροφο πλαίσιο του σχήματος 4.4, το οποίο αποτελείται από δύο υποστυλώματα, ροπής αδράνειας I_c και ύψους h_c και μία δοκό, ροπής αδράνειας I_b και μήκους L . Οι κόμβοι φορτίζονται με συγκεντρωμένα φορτία P . Τα υποστυλώματα είναι αρθρωτά στη βάση τους. Η σύνδεση δοκού-υποστυλώματος είναι ημιάκαμπτη με στρεφτική δυσκαμψία c_n .

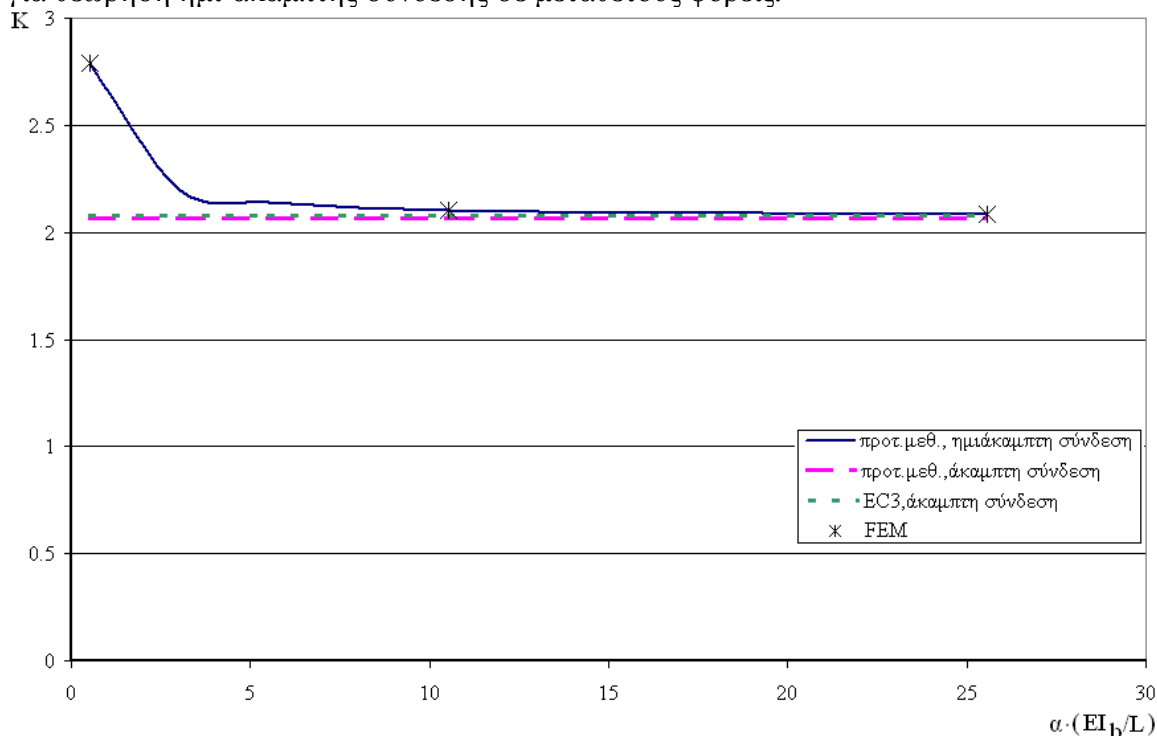


Σχήμα 4.4 Πλαίσιο του παραδείγματος 2

Ομοίως, υπολογίζεται ο συντελεστής ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με την προτεινόμενη μέθοδο, χρησιμοποιώντας τους συντελεστές στρεφτικής δυσκαμψίας του πίνακα 4.1, για διάφορες τιμές της στρεφτικής δυσκαμψίας των κόμβων δοκού-υποστυλώματος του πλαισίου. Οι τιμές της στρεφτικής δυσκαμψίας επιλέχθηκαν έτσι ώστε να είναι εντός του εύρους τιμών που δίνει ο Ευρωκώδικας 3, για να θεωρηθεί ο κόμβος ως ημιάκαμπος σε μεταθετά πλαίσια, δηλαδή $c_n = (0,5 \div 25) \cdot (EI_b/L)$. Ο συντελεστής ισοδυνάμου μήκους λυγισμού υπολογίζεται και με γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Τα παραπάνω παρουσιάζονται στο γράφημα του σχήματος 4.5, όπου με οριζόντιες γραμμές απεικονίζονται οι τιμές του συντελεστή ισοδυνάμου μήκους λυγισμού με την προτεινόμενη μέθοδο και με τον Ευρωκώδικα 3 θεωρώντας άκαμπτη σύνδεση, καθώς και στον πίνακα 4.3 για διάφορες τιμές της παραμέτρου α της στρεφτικής δυσκαμψίας του κόμβου $c_n = \alpha \cdot (EI_b/L)$.

Παρατηρείται και πάλι ότι τα αποτελέσματα από την προτεινόμενη μέθοδο με θεώρηση ημιάκαμπτης σύνδεσης ταυτίζονται με εκείνα από τη γραμμικοποιημένη ανάλυση λυγισμού, ενώ τα αντίστοιχα από τον Ευρωκώδικα 3 και την προτεινόμενη μέθοδο με

θεώρηση άκαμπτης σύνδεσης παρουσιάζουν απόκλιση. Η απόκλιση αυτή αυξάνεται όσο η στρωφική δυσκαμψία του κόμβου μειώνεται, τείνοντας στο κάτω όριο που θέτει ο Ευρωκώδικας 3 για θεώρηση ημι-άκαμπτης σύνδεσης σε μεταθετούς φορείς, ενώ παρουσιάζεται αρκετά καλή σύγκλιση των παραπάνω μεθόδων, όσο η στρωφική δυσκαμψία του κόμβου αυξάνεται, τείνοντας στο πάνω όριο που θέτει ο Ευρωκώδικας 3 για θεώρηση ημι-άκαμπτης σύνδεσης σε μεταθετούς φορείς.



Σχήμα 4.5 Συντελεστής ισοδυνάμου μήκους λυγισμού (K) για διάφορες τιμές της στρωφικής δυσκαμψίας των κόμβων αμφιαρθρωτού μεταθετού μονώροφου πλαισίου

α	$K_{\text{πρωτ.μεθ.}}$ (ημι-άκαμπτη σύνδεση)	K_{FEM} (ημι-άκαμπτη σύνδεση)	$K_{\text{πρωτ.μεθ.}}$ (άκαμπτη σύνδεση)	K_{EC3} (άκαμπτη σύνδεση)
0,51	2,792	2,792	2,067	2,078
3,02	2,198	2,198	2,067	2,078
5,52	2,139	2,139	2,067	2,078
8,02	2,116	2,116	2,067	2,078
10,53	2,104	2,104	2,067	2,078
13,03	2,097	2,097	2,067	2,078
15,54	2,092	2,092	2,067	2,078
18,04	2,089	2,089	2,067	2,078
20,55	2,086	2,086	2,067	2,078
23,05	2,084	2,084	2,067	2,078
25,56	2,082	2,082	2,067	2,078

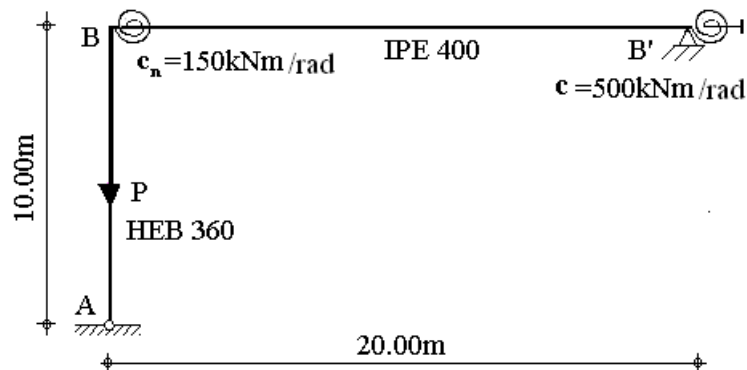
Πίνακας 4.3 Συντελεστής ισοδυνάμου μήκους λυγισμού (K) για διάφορες τιμές της στρωφικής δυσκαμψίας των κόμβων αμφιαρθρωτού μεταθετού μονώροφου πλαισίου

4.4 Παραδείγματα

Στην ενότητα αυτή γίνεται ο υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων μεταλλικών πλαισίων με ημι-άκαμπτους κόμβους, με μεταθετή, αμετάθετη και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά. Οι κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και του LRFD δεν προβλέπουν κάποια μεθοδολογία για τον υπολογισμό της αντοχής σε λυγισμό υποστυλωμάτων πολυώροφων πλαισίων με ημι-άκαμπτες συνδέσεις. Συνεπώς ο υπολογισμός της αντοχής σε λυγισμό γίνεται με την προτεινόμενη μεθοδολογία και τα αποτελέσματα συγκρίνονται με αυτά από γραμμική ανάλυση λυγισμού με τη βοήθεια προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων. Η προτεινόμενη μεθοδολογία είναι η ίδια με εκείνη που αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 2. Αρχικά υπολογίζονται οι στρεφικές δυσκαμψίες των μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος. Κατόπιν υπολογίζονται οι συντελεστές κατανομής από τους τύπους (2.23), κατατάσσεται ο φορέας ως μεταθετός, αμετάθετος ή μερικώς μεταθετός σύμφωνα με τη συμπεριφορά του και στη συνέχεια, λύνοντας τις αναλυτικές σχέσεις (2.32), (2.34) ή (2.36) αντίστοιχα, υπολογίζεται ο συντελεστής ισοδυνάμου μήκους λυγισμού και το κρίσιμο φορτίο. Τα παραδείγματα που επιλέχθηκαν αφορούν ένα απλό πλαίσιο που αποτελείται από ένα υποστύλωμα και μία δοκό με διάφορες συνοριακές συνθήκες στο μακρινό άκρο της δοκού, ένα τριώροφο μεταθετό πλαίσιο ενός φατώματος, το ίδιο πλαίσιο με αμετάθετη συμπεριφορά καθώς και έναν μονώροφο, πλαισιακό φορέα ενός φατώματος με μεταθετή, αμετάθετη και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά.

Παράδειγμα 1

Θεωρούμε το αμετάθετο μεταλλικό πλαίσιο του σχήματος 4.6, το οποίο αποτελείται από υποστύλωμα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c = 0,0004319 \text{ m}^4$, ύψους $h = 10 \text{ m}$ και δοκό διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b = 0,0002313 \text{ m}^4$, μήκους $L = 20 \text{ m}$. Το υποστύλωμα είναι αρθρωτό στην βάση του, ενώ ο κόμβος του πλαισίου φορτίζεται με συγκεντρωμένο φορτίο P . Η σύνδεση δοκού-υποστυλώματος είναι ημι-άκαμπτη με στρεφική δυσκαμψία $c_n = 150 \text{ kNm/rad}$. Η δοκός στηρίζεται στο μακρινό άκρο με άρθρωση και στρεφικό ελατήριο δυσκαμψίας $c = 500 \text{ kNm/rad}$.



Σχήμα 4.6 Πλαίσιο του παραδείγματος 1

Πρώτα πραγματοποιήθηκε γραμμική ανάλυση λυγισμού του πλαισίου του σχήματος 4.6 με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων MSC-NASTRAN. Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού της πρώτης ιδιομορφής υπολογίζεται σε 8981,02kN. Στη συνέχεια υπολογίζεται η αντοχή σε λυγισμό με την προτεινόμενη μεθοδολογία. Για το σκοπό αυτό γίνεται αντικατάσταση της δοκού με στροφικό ελατήριο. Η δυσκαμψία του ελατηρίου υπολογίζεται από την αντίστοιχη γραμμή του πίνακα 4.1:

$$c_{BB'} = \frac{4\bar{c}_{BB'}c_n(c_{BB'}^{\#} + 3)}{4\bar{c}_{BB'}(c_{BB'}^{\#} + 3) + c_n(c_{BB'}^{\#} + 4)} = 147.02\text{kNm/rad} \quad (4.18)$$

όπου:

$$\bar{c}_{BB'} = \frac{EI_{bm}}{L} = 2428.65\text{kNm} \quad (4.19)$$

$$c_{BB'}^{\#} = \frac{c}{\bar{c}_{BB'}} = 0.206 \quad (4.20)$$

Ακολουθώντας την διαδικασία της προτεινόμενης μεθοδολογίας, οι συντελεστές κατανομής z_b και z_t υπολογίζονται.

$$z_t = \frac{c_c}{c_c + c_{BB'}} = 0,996 \quad (4.21)$$

$$z_b = 1,0 \text{ (αρθρωτή στήριξη)} \quad (4.22)$$

όπου:

$$c_c = \frac{4EI_c}{h} = 36279.60\text{kNm} \quad (4.23)$$

Ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K υπολογίζεται με τη βοήθεια της αναλυτικής σχέσης (2.34) που για λόγους πληρότητας παρουσιάζεται και εδώ (4.24) ή από το νομογράφημα του σχήματος (2.10) ή τον πίνακα 2.2.

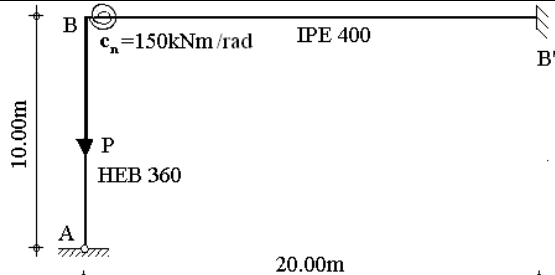
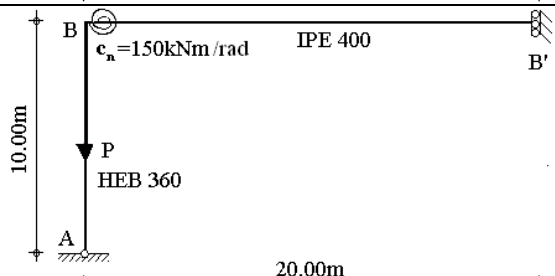
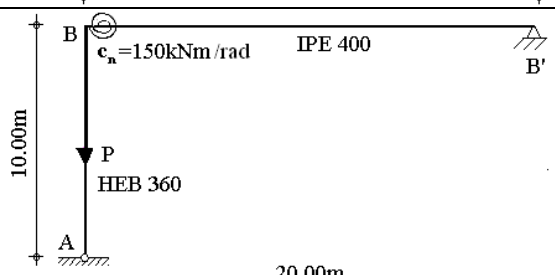
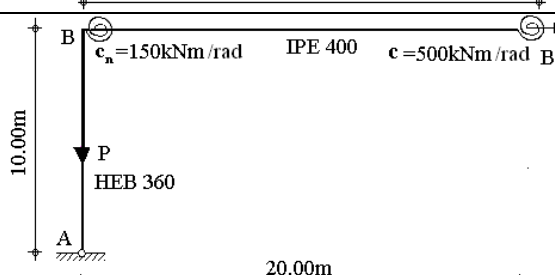
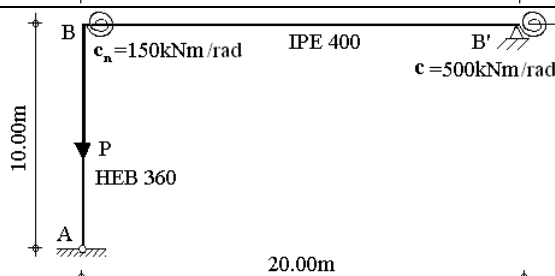
$$32K^3(z_t - 1)(z_b - 1) - 4K[8K^2(z_t - 1)(z_b - 1) + (z_t + z_b - 2z_t z_b)\pi^2]\cos\left(\frac{\pi}{K}\right) + \pi[-16K^2 + 20K^2(z_t + z_b) + z_t z_b(\pi^2 - 24K^2)]\sin\left(\frac{\pi}{K}\right) = 0 \quad (4.24)$$

οπότε από τις παραπάνω σχέσεις υπολογίζεται ο συντελεστής του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού K :

$$K = 0,998 \quad (4.25)$$

Το κρίσιμο φορτίο λυγισμού δίνεται από τον τύπο του Euler:

$$P_{\text{crit, προτ. μεθ.}} = \frac{\pi^2 EI_c}{(Kh)^2} = 8981,01\text{kN} \quad (4.26)$$

Πλαίσιο	$P_{cr,FEM}$ (kN)	$P_{cr,προτ.μεθ.}$ (kN)	$\frac{P_{cr,προτ.μεθ.} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
	8981.58	8981.16	-0.01
	8979.83	8979.86	0.00
	9027.06	9027.30	0.00
	10.98	10.97	-0.09
	8981.02	8981.01	0.00

Πίνακας 4.4 Κρίσιμα φορτία λυγισμού με την προτεινόμενη μεθοδολογία και την ανάλυση με FEM για διάφορους φορείς με ημι-άκαμπτες συνδέσεις του παραδείγματος 1

Συνεπώς, το κρίσιμο φορτίο λυγισμού από την προτεινόμενη μεθοδολογία είναι σε απόλυτη σύγκλιση με το αντίστοιχο από την γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM. Η προηγούμενη διαδικασία εφαρμόζεται στο ίδιο πλαίσιο με διάφορες συνοριακές συνθήκες στο μακρινό άκρο της δοκού. Τα αποτελέσματα από την προτεινόμενη μεθοδολογία και την ανάλυση με FEM παρουσιάζονται στον πίνακα 4.4 και είναι πρακτικά τα ίδια.

Παράδειγμα 2

Θεωρούμε μεταθετό μεταλλικό πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 4.7), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους, ενώ όλοι οι κόμβοι του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/3$. Η σύνδεση δοκού-υποστυλώματος είναι ημι-άκαμπτη με στρωφική δυσκαμψία $c_n = 150\text{kNm/rad}$.

Πρώτα πραγματοποιήθηκε γραμμική ανάλυση λυγισμού του πλαισίου του σχήματος 4.7 με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων MSC-NASTRAN. Το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού υπολογιζόμενο από αυτή την ανάλυση είναι $22,02\text{kN}$. Για την επιβεβαίωση της ορθότητας των στρωφικών δυσκαμψιών, το πλαίσιο αντικαθίσταται με μία σειρά ισοδύναμα προσομοιώματα (σχήμα 4.8) και υπολογίζεται για το καθένα το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού όλων των προσομοιωμάτων και οι αποκλίσεις τους από το αντίστοιχο του πλαισίου παρουσιάζονται στον πίνακα 4.5 δείχνοντας σχεδόν απόλυτη σύγκλιση. Στην συνέχεια υπολογίζεται το κρίσιμο φορτίο λυγισμού με την προτεινόμενη μεθοδολογία και συγκρίνεται με τα αποτελέσματα από την ανάλυση με τα πεπερασμένα στοιχεία. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 4.6, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μεθοδολογία οδηγεί σε πολύ καλή σύγκλιση.

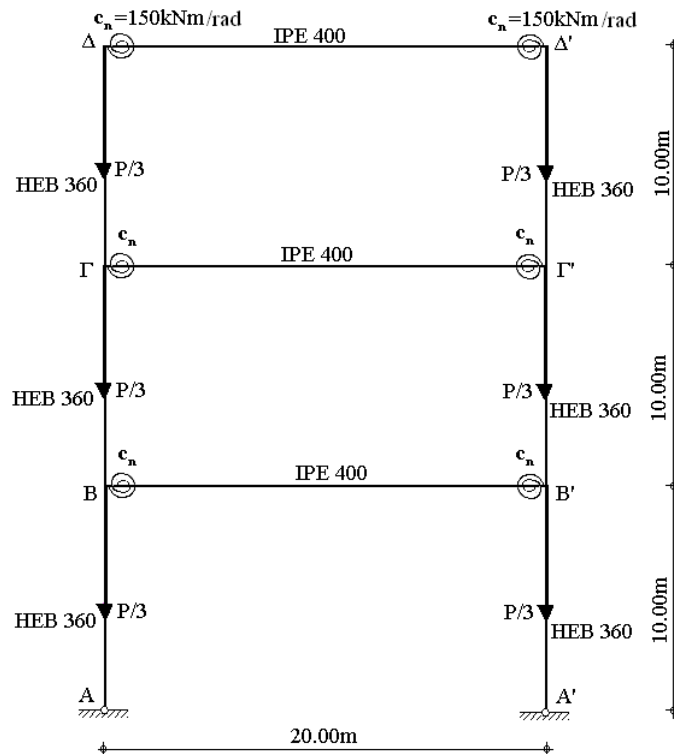
	$P_{cr} \text{ (kN)}$	$\frac{P_{cr} - P_{cr,model1}}{P_{cr,model1}} \%$
Πλαίσιο 2	22.02	0
Προσομοίωμα 2α	22.02	0
Προσομοίωμα 2β	22.01	0
Προσομοίωμα 2γ	21.96	-0.27

Πίνακας 4.5 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του πλαισίου 2 και των ισοδύναμων προσομοιωμάτων 2α, 2β, 2γ

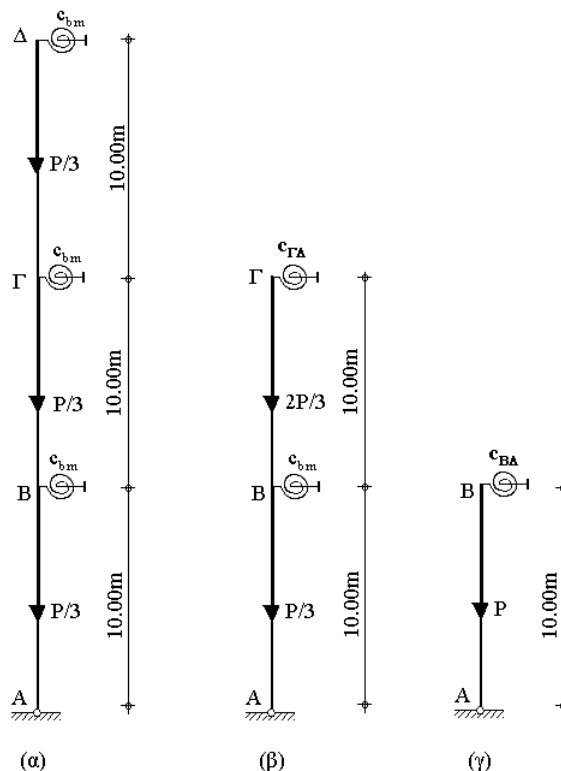
	$P_{cr} \text{ (kN)}$	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	22.02	0

Προτεινόμενη Μεθοδολογία	21.94	-0.38
--------------------------	-------	-------

Πίνακας 4.6 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος AB του παραδείγματος 2



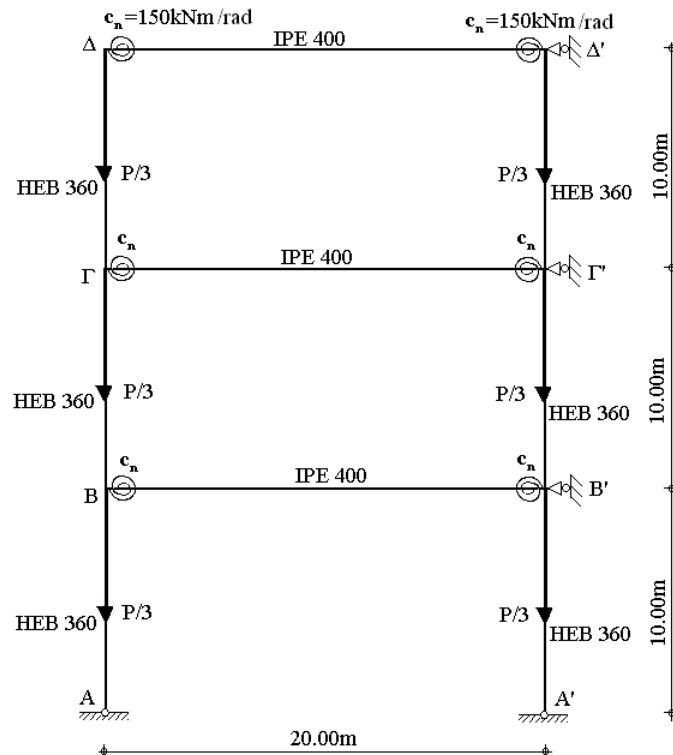
Σχήμα 4.7 Τριώροφο πλαίσιο του παραδείγματος 2



Σχήμα 4.8 Ισοδύναμα προσομοιώματα α) 2α, β) 2β και γ) 2γ του πλαισίου του παραδείγματος 2

Παράδειγμα 3

Θεωρούμε αμετάθετο μεταλλικό πλαίσιο με τρεις ορόφους (σχήμα 4.9), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=10\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα του πρώτου ορόφου είναι αρθρωτά στην βάση τους, ενώ όλοι οι κόμβοι του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο $P/3$. Η σύνδεση δοκού-υποστυλώματος είναι ημι-άκαμπτη με στροφική δυσκαμψία $c_n = 150\text{kNm/rad}$.



Σχήμα 4.9 Τριώροφο πλαίσιο του παραδείγματος 3

Όπως προηγουμένως, υπολογίζεται το κρίσιμο φορτίο λυγισμού με την προτεινόμενη μεθοδολογία και συγκρίνεται με τα αποτελέσματα από την ανάλυση με τα πεπερασμένα στοιχεία. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 4.7, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μεθοδολογία οδηγεί σε πολύ καλή σύγκλιση.

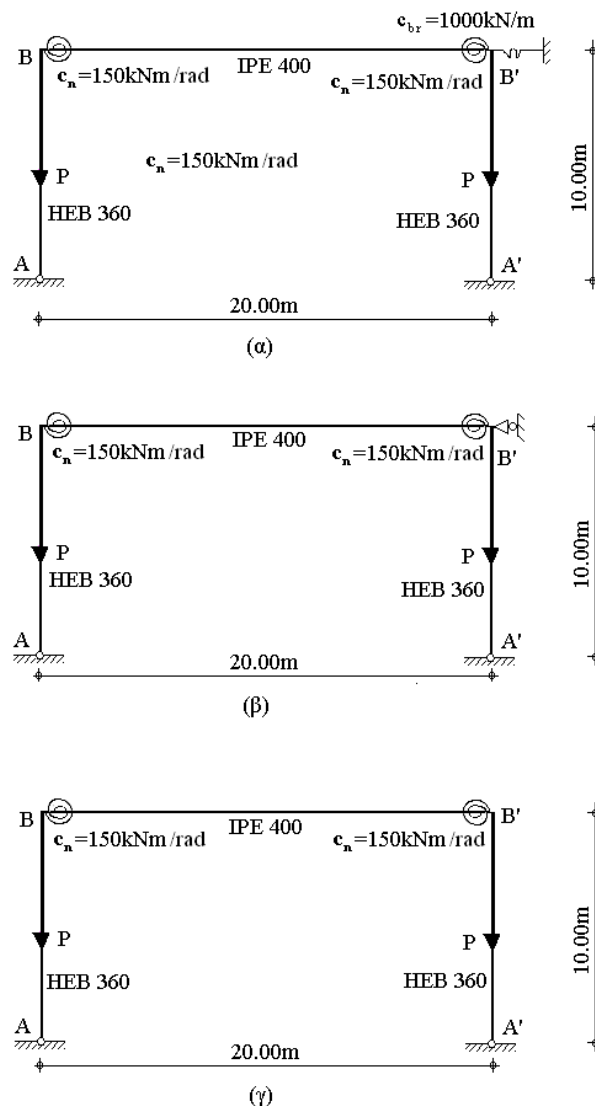
	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	11237,75	0
Προτεινόμενη Μεθοδολογία	11274,80	0,33

Πίνακας 4.7 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος AB του παραδείγματος 3

Παράδειγμα 4

Θεωρούμε μερικώς μεταθετό, αμετάθετο και μεταθετό μεταλλικό μονώροφο πλαίσιο με ένα φάνωμα (σχήμα 4.10 α,β,γ), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c = 0,0004319m^4$, ύψους $h = 10m$ και δοκό διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b = 0,0002313m^4$, μήκους $L = 20m$. Τα υποστυλώματα είναι αρθρωτά στην βάση τους, ενώ οι κόμβοι του πλαισίου φορτίζονται με το ίδιο συγκεντρωμένο φορτίο P . Η σύνδεση δοκού-υποστυλώματος είναι ημι-άκαμπτη με στροφική δυσκαμψία $c_n = 150kNm/rad$. Ένα ελατήριο ευθυγράμμου κινήσεως με δυσκαμψία

$c_{br} = 1000 \text{ kN/m}$ προσομοιώνει τη μερικώς μεταθετή συμπεριφορά του πρώτου πλαισίου.



Σχήμα 4.10 Πλαίσια του παραδείγματος 4 με α) μερικώς μεταθετή, β) αμετάθετη και γ) μεταθετή συμπεριφορά

Τα κρίσιμα φορτία λυγισμού υπολογιζόμενα σύμφωνα με την προτεινόμενη μεθοδολογία και την ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία καθώς και η απόκλιση του κρίσιμου φορτίου, υπολογιζόμενου με την προτεινόμενη μεθοδολογία, από το αντίστοιχο φορτίο από γραμμική ανάλυση λυγισμού με FEM παρουσιάζονται στους πίνακες 4.8, 4.9 και 4.10 δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μεθοδολογία οδηγεί σε εξαιρετική σύγκλιση.

	$P_{cr} \text{ (kN)}$	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	5000.64	0
Προτεινόμενη Μεθοδολογία	5000.01	-0.01

Πίνακας 4.8 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος AB του παραδείγματος 4 (α)

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	8980.67	0
Προτεινόμενη Μεθοδολογία	8980.67	0

Πίνακας 4.9 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος AB του παραδείγματος 4 (β)

	P_{cr} (kN)	$\frac{P_{cr} - P_{cr,FEM}}{P_{cr,FEM}} \%$
F.E.M.	14,77	0
Προτεινόμενη Μεθοδολογία	14,77	0

Πίνακας 4.10 Κρίσιμα φορτία λυγισμού του υποστυλώματος AB του παραδείγματος 4(γ)

4.5 Συμπεράσματα

Παρουσιάστηκε η επέκταση της απλοποιημένης προτεινόμενης μεθόδου για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού σε πολυώροφα μεταλλικά πλαίσια με ημιάκαμπτους κόμβους. Λόγω της αυξανόμενης χρήσης ημιάκαμπτων κόμβων στη πράξη η μέθοδος αυτή έχει σημαντική πρακτική αξία. Υπολογίστηκαν και προτάθηκαν αναλυτικές σχέσεις για την δυσκαμψία των μελών που συνδέονται μέσω ημιάκαμπτων κόμβων με το υπό εξέταση υποστύλωμα. Έγινε επιβεβαίωση μέσω παραδειγμάτων, όπου η προτεινόμενη μεθοδολογία έδωσε σχεδόν απόλυτη σύγκλιση με τα αποτελέσματα από την ανάλυση λυγισμού με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων που θεωρείται ως μέτρο σύγκρισης μετά την πιστοποίησή της μέσω σύγκρισης με ακριβή αναλυτικά αποτελέσματα σε μεγάλο πλήθος παραδειγμάτων στο κεφάλαιο 3. Στην βιβλιογραφία καθώς και στις κανονιστικές διατάξεις του EC3 και LRFD δεν προτείνονται αναλυτικές εκφράσεις υπολογισμού για τη στρωφική δέσμευση των συντρεχόντων μελών στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος, δε λαμβάνεται υπόψη η ημιάκαμπτη σύνδεση και αγνοείται η μερική μετάθεση ως πιθανή συμπεριφορά των πλαισίων, τα οποία κατατάσσονται στις δύο ακραίες κατηγορίες των μεταθετών και αμετάθετων. Η προτεινόμενη μεθοδολογία υπολογισμού του κρίσιμου φορτίου λυγισμού πολυώροφων μεταλλικών φορέων με ημιάκαμπτους κόμβους, με μεταθετή, αμετάθετη και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά είναι εύκολη στην εφαρμογή. Βελτιώνει την ακρίβεια χωρίς να αυξάνει σημαντικά τον υπολογιστικό φόρτο και θεωρείται πολύ καλή επιλογή για πρακτικούς σκοπούς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5:

ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ 2ης ΤΑΞΗΣ ΣΕ ΜΕΤΑΛΛΙΚΑ ΠΛΑΙΣΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ 2ης ΤΑΞΗΣ ΣΕ ΜΕΤΑΛΛΙΚΑ ΠΛΑΙΣΙΑ

5.1 Εισαγωγή

Όπως έχει ήδη εκτενώς αναπτυχθεί, η ταχεία ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών και του λογισμικού για εφαρμογές μηχανικής επιτρέπει τα τελευταία χρόνια την χρήση ακριβέστερων αριθμητικών αλγορίθμων ανάλυσης για τον υπολογισμό της απόκρισης μεταλλικών πλαισίων, με γραμμικές ή μη γραμμικές - από την άποψη των μεγάλων μετατοπίσεων ή και της διαρροής του υλικού - μεθόδους. Εντούτοις, η μεγάλη πλειοψηφία των μηχανικών εξακολουθεί να εφαρμόζει γραμμική ανάλυση, τουλάχιστον στο προκαταρκτικό στάδιο του σχεδιασμού. Η συμπεριφορά των περισσότερων πλαισιακών κατασκευών υπό συνήθη φορτία είναι συνήθως επαρκώς δύσκαμπτη, ώστε τα αποτελέσματα γραμμικών αναλύσεων να είναι ικανοποιητικά ακριβή. Ωστόσο, υπάρχουν κατασκευές που συμπεριφέρονται κατά τρόπο μη γραμμικό, ο οποίος πρέπει να ληφθεί υπόψη κατά τον υπολογισμό της δυσκαμψίας και της αντοχής τους. Το παρόν κεφάλαιο επικεντρώνεται στην μελέτη της επιρροής της μη γραμμικής συμπεριφοράς λόγω μεγάλων μετατοπίσεων, γνωστής και ως επιρροής 2ης τάξης, σε μεταλλικά πλαίσια, με προσεγγιστικό τρόπο.

Πολλοί ερευνητές έχουν ασχοληθεί με την διερεύνηση της επιρροής 2ης τάξης σε πλαισιακούς φορείς. Οι Chen και Wang (1999) τροποποιούν τους συντελεστές μεγέθυνσης του LRFD. Ο Kemp (2000) προτείνει ένα συντελεστή μεγέθυνσης βασιζόμενο στον αντίστοιχο του Καναδικού κανονισμού που λαμβάνει υπόψη και την ανελαστική συμπεριφορά του υλικού. Οι Petrolito και Legge (1996) αναπτύσσουν έναν αλγόριθμο για μη-γραμμική ανάλυση για δισδιάστατους φορείς. Οι Boucard κ.α. (1997) προτείνουν μία επαναληπτική μεθοδολογία για τον υπολογισμό του πρωτεύοντα και δευτερεύοντα δρόμου ισορροπίας με βασικό πλεονέκτημα τις λίγες (λιγότερες από δέκα) επαναλήψεις. Οι Liew κ.α. (1997a) αναπτύσσουν έναν αλγόριθμο για την ανελαστική ανάλυση τρισδιάστατων φορέων που λαμβάνει υπόψη και την επιρροή 2ης τάξης. Οι Oda and Usami (1997) προτείνουν μία μεθοδολογία για τον υπολογισμό της ευστάθειας ενός φορέα μέσω ελαστικής ανάλυσης 2ης τάξης. Για το σκοπό αυτό, εφαρμόζεται στην κατασκευή πριν την ανάλυση μία ισοδύναμη αρχική καμπυλότητα που βασίζεται στην πρώτη ιδιομορφή λυγισμού για την εκτίμηση της αντοχής σε ασύμμετρα πλαίσια. Μία αριθμητική διαδικασία προτείνεται από τους Torikamani κ.α. (2001) για την εκτίμηση της αντοχής μελών βάσει ανελαστικής ανάλυσης 2ης τάξης. Οι Zhou και Chan (1997) ασχολούνται με την δημιουργία μίας μεθόδου ανάλυσης που λαμβάνει υπόψη τη μη-γραμμικότητα γεωμετρίας για πλαισιακούς φορείς που καταπονούνται μόνο από κατανεμημένα αξονικά φορτία βαρύτητας. Ένας αναλυτικός τύπος βασιζόμενος στην θεωρία 1ης και 2ης τάξης για τον υπολογισμό της αντοχής σε μέλη με οποιαδήποτε αξονικά φορτία προτείνεται από τον Rubin (1997). Ο Chan (2001) αναφέρεται στην ανάπτυξη μεθόδων μη-γραμμικής ανάλυσης κατασκευών τις τελευταίες δεκαετίες. Οι Kim κ.α. (2001) προτείνουν μία μεθοδολογία σχεδιασμού τρισδιάστατων φορέων μέσω μη-γραμμικής ανάλυσης. Οι Aschheim και Montes (2003) προτείνουν ένα ισοδύναμο ύψος για τα μέλη ενός φορέα που λαμβάνει υπόψη την επιρροή 2ης τάξης. Ο Dobson

(2003) κάνει αναφορά στις μεθόδους ανάλυσης που λαμβάνουν υπόψη την επιρροή P-Δ στον φορέα, όπως η μέθοδος με τους συντελεστές μεγέθυνσης και η μη-γραμμική μέθοδος ανάλυσης.

Παρόλα αυτά, οι παραπάνω εργασίες δεν ασχολούνται με την διατύπωση κριτηρίων για την αξιολόγηση της σημασίας των μεγάλων μετατοπίσεων για την απόκριση και την γενικότερη συμπεριφορά πλαισιακών φορέων, και κατ' επέκταση για την επιλογή κατάλληλης μεθόδου ανάλυσης. Τέτοια κριτήρια και προτάσεις για εναλλακτικές μεθόδους ανάλυσης περιέχονται στις σύγχρονες κανονιστικές διατάξεις.

Ο Ευρωκώδικας 3 κατατάσσει τα μεταλλικά ορθογωνικά πλαίσια σε τρεις κατηγορίες όσο αφορά την επιρροή 2ης τάξης. Για την κατηγοριοποίηση χρησιμοποιείται το μέγεθος:

$$\frac{V_{sd}}{V_{cr}} = \left(\frac{\delta}{h} \right) \left(\frac{V}{H} \right) \quad (5.1)$$

όπου δ η οριζόντια μετατόπιση του ορόφου, h το ύψος του ορόφου, V η συνολική κατακόρυφη αντίδραση στο κάτω μέρος του ορόφου, και H η συνολική οριζόντια αντίδραση στο κάτω μέρος του ορόφου. Εάν η τιμή του λόγου V_{sd}/V_{cr} είναι μικρότερη από 0,10 η επιρροή 2ης τάξης μπορεί να αμεληθεί, εάν είναι μεταξύ 0,10 και 0,25 τα αποτελέσματα της γραμμικής ανάλυσης (μετατοπίσεις και εντάσεις) για φορτία που προκαλούν μετάθεση θα πρέπει να πολλαπλασιαστούν με τον επανυζητικό συντελεστή $1/(1-V_{sd}/V_{cr})$ και εάν είναι μεγαλύτερη από 0,25 θα πρέπει να πραγματοποιηθεί γεωμετρικά μη γραμμική ανάλυση. Ο LRFD προτείνει τον πολλαπλασιασμό των αποτελεσμάτων της γραμμικής ανάλυσης με δύο διαφορετικούς επανυζητικούς συντελεστές, λαμβάνοντας υπόψη την επιρροή P-Δ και P-δ. Όμως, τα κριτήρια που προτείνονται και από τους δύο κανονισμούς είναι διαφορετικής φιλοσοφίας από εκείνα που εφαρμόζονται για την κατάταξη των πλαισίων σε μεταθετά ή αμετάθετα και την εν συνεχεία αξιολόγηση της συμπεριφοράς τους σε λυγισμό.

Στο παρόν κεφάλαιο προτείνονται εναλλακτικά κριτήρια αξιολόγησης της σημασίας της επιρροής 2ης τάξης και επιλογής κατάλληλης μεθόδου ανάλυσης πολυώροφων μεταλλικών πλαισίων (Mageirou et al. 2005). Για το σκοπό αυτό, θεωρείται το προσομοίωμα ενός μεμονωμένου υποστυλώματος πολυώροφου πλαισίου που έχει ήδη χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων πολυώροφων πλαισιακών φορέων (σχήμα 5.1), τα βασικά χαρακτηριστικά του οποίου επαναλαμβάνονται εδώ για λόγους πληρότητας. Η στροφική δέσμευση των ακραίων κόμβων από άλλα μέλη που συντρέχουν στους ίδιους κόμβους προσομοιώνεται με στροφικά ελατήρια με σταθερές c_b και c_t . Το ελατήριο μετάθεσης με σταθερά c_{br} προσομοιώνει την δέσμευση της οριζόντιας μετακίνησης που προέρχεται από συστήματα δυσκαμψίας. Η σταθερά των στροφικών ελατηρίων της κορυφής (c_b) και της βάσης (c_t) υπολογίζεται αθροίζοντας τις επιμέρους σταθερές συμμετοχής όλων των μελών που συντρέχουν στον κόμβο της κορυφής και της βάσης αντιστοίχως:

$$c_b = \sum_i c_{b,i}, \quad c_t = \sum_j c_{t,j} \quad (5.2)$$

Οι συντελεστές στροφικής δυσκαμψίας για όλες τις πιθανές συνοριακές συνθήκες στροφής και μετακίνησης στο απομακρυσμένο άκρο ενός συντρέχοντος μέλους για άκαμπτη σύνδεση δίνονται από τους πίνακες 2.17 ενώ για ημι-άκαμπτη σύνδεση από τον πίνακα 4.1. Η αδιαστατοποιημένη σταθερά του ελατηρίου μετάθεσης υπολογίζεται από τον τύπο:

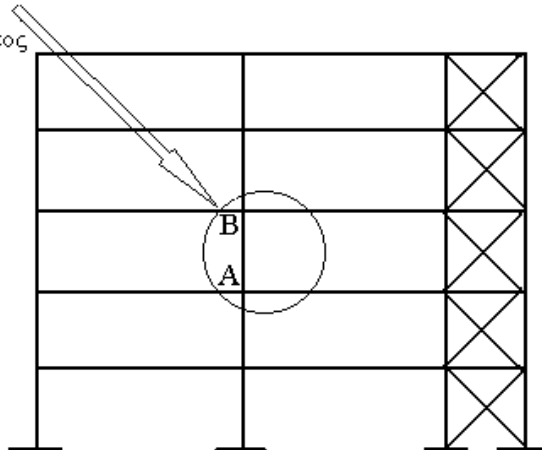
$$\frac{c_{br}}{EI_c} = \frac{c_{br} h^3}{EI_c} \quad (5.3)$$

Οι συντελεστές κατανομής z_b και z_t υπολογίζονται από την αδιαστατοποίηση των στροφικών δυσκαμψιών των άκρων c_b και c_t αντιστοίχως ως προς την καμπτική δυσκαμψία του υποστυλώματος $c_c = 4EI_c/h$:

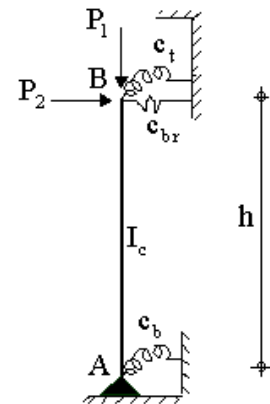
$$z_b = \frac{c_c}{c_c + c_b} \quad (5.4)$$

$$z_t = \frac{c_c}{c_c + c_t} \quad (5.5)$$

Λεπτομέρεια
συνεχούς
υποστυλώματος



(α)



(β)

Σχήμα 5.1 (α) μεταλλικό πολυώροφο πλαίσιο, (β) προτεινόμενο προσομοίωμα υποστυλώματος υπό διερεύνηση

Στο κεφάλαιο αυτό προτείνονται επίσης νομογραφήματα που παρέχουν το λόγο των ροπών από μη-γραμμική και γραμμική ανάλυση για ένα ευρύ φάσμα τιμών των αδιαστατοποιημένων δυσκαμψιών των ελατηρίων του χρησιμοποιούμενου προσομοιώματος και για διάφορα είδη και τιμές φορτίων. Τα διαγράμματα αυτά προέκυψαν μετά από παραμετρικές αναλύσεις του συγκεκριμένου προσομοιώματος με λογισμικό που συντάχθηκε χρησιμοποιώντας το ακριβές γεωμετρικό μητρώο και κριτήρια σύγκλισης μετακινήσεων και δυνάμεων επιθυμητού βαθμού συμφωνίας. Ο λόγος αυτός μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως κριτήριο για την επιλογή κατάλληλης μεθόδου ανάλυσης καθώς και ως συντελεστής μεγέθυνσης των ροπών που προέρχονται από την γραμμική ανάλυση, λαμβάνοντας έτσι έμμεσα και προσεγγιστικά υπόψη την επιρροή 2ης

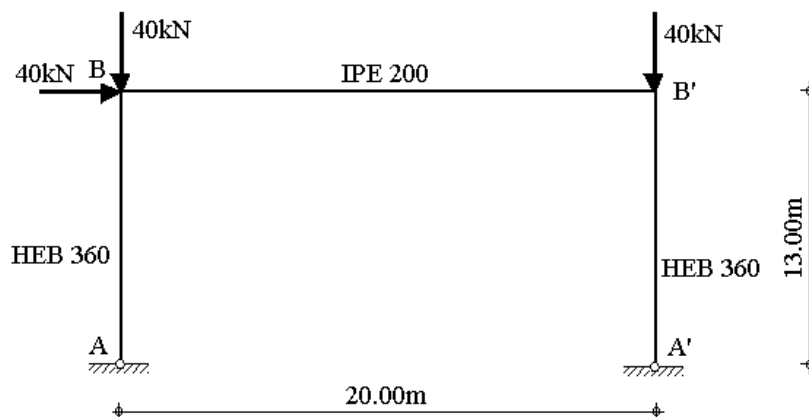
τάξης. Η μέθοδος είναι πολύ απλή στην εφαρμογή, δίνοντας την δυνατότητα στο μελετητή μηχανικό να διαμορφώνει γρήγορα μια αξιόπιστη άποψη για τη συμπεριφορά της κατασκευής, με συνέπεια τη σωστή επιλογή της μεθόδου ανάλυσης καθώς και την προσεγγιστική εκτίμηση της αντοχής και δυσκαμψίας του φορέα. Τα παραπάνω είναι χρήσιμα, ιδιαιτέρως για τις πρώτες φάσεις του σχεδιασμού, καθώς και ως μέτρο σύγκρισης των αποτελεσμάτων ακριβέστερων αναλύσεων σε επόμενες φάσεις του σχεδιασμού. Επιπλέον, η μέθοδος είναι εποπτικότερη από τις διαδικασίες που προτείνονται στον Ευρωκώδικα 3, όπου το κριτήριο μεταθετότητας είναι διαφορετικής λογικής από το κριτήριο ευαισθησίας στην επιρροή 2ης τάξης.

5.2 Έλεγχος της ορθότητας επιλογής του προτεινόμενου προσομοιώματος για την εκτίμηση της επιρροής 2ης τάξης σε πλαισιακούς φορείς

Προκειμένου να ελέγξουμε την ορθότητα επιλογής του προτεινόμενου προσομοιώματος, πραγματοποιείται γραμμική και μη-γραμμική ανάλυση για διάφορους πλαισιακούς φορείς καθώς και για το αντίστοιχο κάθε φορά προσομοίωμα και συγκρίνονται τα αποτελέσματα.

5.2.1 Παράδειγμα 1

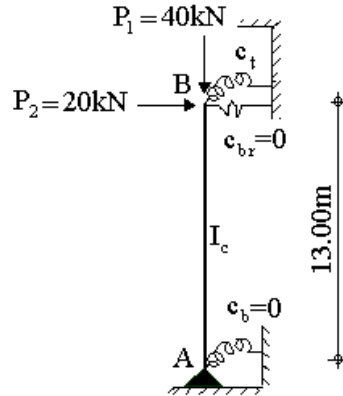
Θεωρούμε μεταλλικό μονώροφο πλαίσιο (σχήμα 5.2), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 360 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0004319\text{m}^4$, ύψους $h=13\text{m}$ και δοκό διατομής IPE 200 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0000194\text{m}^4$, μήκους $L=20\text{m}$. Τα υποστυλώματα είναι αρθρωτά στην βάση τους και καταπονούνται με συγκεντρωμένα θλιπτικά φορτία 40kN ενώ στον αριστερό κόμβο του ζυγώματος ασκείται οριζόντιο συγκεντρωμένο φορτίο ίσο με 40kN .



Σχήμα 5.2 Το πλαίσιο ενός φατνώματος του παραδείγματος 1

Πρώτα πραγματοποιείται ανάλυση 1ης και 2ης τάξης (με την επαναληπτική μέθοδο Newton-Raphson και χωρισμό του φορτίου σε 10 βήματα) στο πλαίσιο του παραδείγματος και υπολογίζονται οι ροπές στην κορυφή του υποστυλώματος AB

(πίνακας 5.1). Σημειώνεται ότι η μη γραμμική ροπή προκύπτει πολύ μεγαλύτερη από την γραμμική ροπή, λόγω της μικρής δυσκαμψίας του ζυγώματος σε σχέση με την δυσκαμψία του υποστυλώματος και το μέγεθος του ασκούμενου οριζώντιου φορτίου. Αν εξεταζόταν η διαρροή του υλικού, το ζύγωμα θα είχε προφανώς διαρρεύσει.



Σχήμα 5.3 Προσομοίωμα υποστυλώματος AB

Υπολογίζονται οι δυσκαμψίες των ελατηρίων του προσομοιώματος του υποστυλώματος AB (σχήμα 5.3) με τους τύπους του πίνακα 2.1. Στη συνέχεια πραγματοποιείται στατική ανάλυση 1ης και 2ης τάξης με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA του μεμονωμένου ισοδύναμου υποστυλώματος AB (σχήμα 5.3). Το προσομοίωμα έχει ύψος 13m, διατομή HEB360 και στηρίζεται με άρθρωση στην βάση και στροφικό ελατήριο στην κορυφή δυσκαμψίας $c_t=1181,63\text{kNm}$. Το στροφικό ελατήριο στη βάση και το ελατήριο ευθυγράμμου κινήσεως έχουν μηδενικές δυσκαμψίες ($c_b=0$, $c_{bx}=0$). Το κατακόρυφο φορτίο που ασκείται στο υποστυλωμα είναι το ίδιο με αυτό που ασκείται στο ίδιο υποστυλωμα όταν είναι μέλος του πλαισίου ($P_1=40\text{kN}$), ενώ το οριζόντιο φορτίο που ασκείται στο μεμονωμένο υποστυλωμα είναι το μισό σε σχέση με το οριζόντιο φορτίο που ασκείται στο πλαίσιο (συμμετρικός φορέας υπό αντισυμμετρική φόρτιση). Οι ροπές στην κορυφή του υποστυλώματος AB από την ανάλυση 1ης και 2ης τάξης του προσομοιώματος δίνονται στον πίνακα 5.1

Κόμβος	Ροπές (kNm)			
	Γραμμική Ανάλυση Πλαισίου $M_{1\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\lambda.}$	Μη-Γραμμική Ανάλυση Πλαισίου $M_{2\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\lambda.}$	Γραμμική Ανάλυση Προσομοιώματος $M_{1\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\rho.}$	Μη-Γραμμική Ανάλυση Προσομοιώματος $M_{2\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\rho.}$
B	260,00	434,92	260,00	421,26
Αποκλίσεις Ροπών	$\frac{M_{1\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\rho.} - M_{1\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\lambda.}}{M_{1\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\lambda.}} \%$		$\frac{M_{2\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\rho.} - M_{2\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\lambda.}}{M_{2\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\lambda.}} \%$	
	0		-3,14	

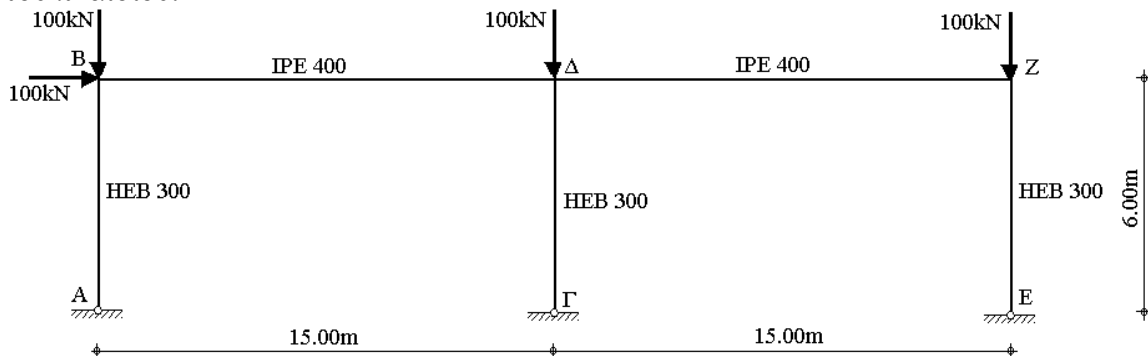
Πίνακας 5.1 Ροπές 1ης και 2ης τάξης του άνω κόμβου του υποστυλώματος AB για το πλαίσιο και το προσομοίωμα και οι αποκλίσεις τους

Οι ροπές 2ης τάξης για το πλαίσιο και το προσομοίωμα αποκλίνουν κατά 3.14% όπως φαίνεται στον παραπάνω πίνακα. Η τιμή αυτή θεωρείται ικανοποιητική, δεδομένου και του γεγονότος ότι η συμπεριφορά του πλαισίου είναι έντονα μη-γραμμική (ο λόγος των ροπών 2ης προς 1ης τάξης φτάνει το 1.8).

5.2.2 Παράδειγμα 2

Θεωρούμε μεταλλικό μονώροφο πλαίσιο με δύο φατνώματα (σχήμα 5.4), το οποίο αποτελείται από υποστυλώματα διατομής HEB 300 με ροπή αδράνειας $I_c=0,0002517\text{m}^4$, ύψους $h=6\text{m}$ και δοκούς διατομής IPE 400 με ροπή αδράνειας $I_b=0,0002313\text{m}^4$, μήκους $L=15\text{m}$. Τα υποστυλώματα είναι αρθρωτά στην βάση τους και καταπονούνται με συγκεντρωμένα θλιπτικά φορτία 100kN , ενώ στον αριστερό κόμβο του ζυγώματος ασκείται οριζόντιο συγκεντρωμένο φορτίο ίσο με 100kN .

Όπως προηγουμένως, πραγματοποιείται ανάλυση 1ης και 2ης τάξης στο πλαίσιο του παραδείγματος και υπολογίζονται οι ροπές στην κορυφή κάθε υποστυλώματος του πλαισίου (πίνακες 5.2, 5.3, 5.4). Στη συνέχεια υπολογίζονται οι ροπές 1ης και 2ης τάξης του αντίστοιχου προσομοιώματος για κάθε υποστυλόμε. Το οριζόντιο και κατακόρυφο φορτίο κάθε προσομοιώματος θεωρήθηκε ίσο με την τέμνουσα και την αξονική δύναμη του αντίστοιχου υποστυλώματος, όπως αυτές υπολογίζονται από την ανάλυση 1ης τάξης του πλαισίου.



Σχήμα 5.4 Το πλαίσιο δύο φατνωμάτων του παραδείγματος 2

Κόμβος	Ροπές (kNm)			
	Γραμμική Ανάλυση Πλαισίου $M_{1\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\lambda.}$	Μη-Γραμμική Ανάλυση Πλαισίου $M_{2\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\lambda.}$	Γραμμική Ανάλυση Προσομοιώματος $M_{1\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\rho.}$	Μη-Γραμμική Ανάλυση Προσομοιώματος $M_{2\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\rho.}$
B	164,13	172,10	164,13	171,46
Αποκλίσεις Ροπών	$\frac{M_{1\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\rho.} - M_{1\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\lambda.}}{M_{1\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\lambda.}} \%$		$\frac{M_{2\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\rho.} - M_{2\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\lambda.}}{M_{2\eta\varsigma\tau\alpha\zeta,\pi\lambda.}} \%$	
	0		-0,37	

Πίνακας 5.2 Ροπές 1ης και 2ης τάξης του άνω κόμβου του υποστυλώματος AB για το πλαίσιο και το προσομοίωμα και οι αποκλίσεις τους

Κόμβος	Ροπές (kNm)			
	Γραμμική Ανάλυση Πλαισίου $M_{1\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\lambda.}$	Μη-Γραμμική Ανάλυση Πλαισίου $M_{2\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\lambda.}$	Γραμμική Ανάλυση Προσομοιώματος $M_{1\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\rho.}$	Μη-Γραμμική Ανάλυση Προσομοιώματος $M_{2\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\rho.}$
Z	162,90	171,09	162,90	174,11
Αποκλίσεις Ροπών	$\frac{M_{1\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\rho.} - M_{1\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\lambda.}}{M_{1\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\lambda.}} \%$		$\frac{M_{2\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\rho.} - M_{2\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\lambda.}}{M_{2\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\lambda.}} \%$	
	0		1,77	

Πίνακας 5.3 Ροπές 1ης και 2ης τάξης του άνω κόμβου του υποστυλώματος EZ για το πλαίσιο και το προσομοίωμα και οι αποκλίσεις τους

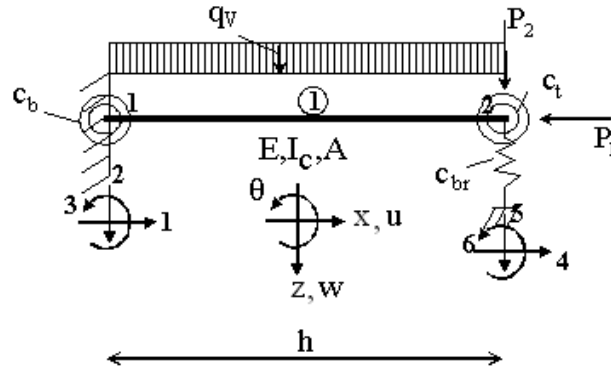
Κόμβος	Ροπές (kNm)			
	Γραμμική Ανάλυση Πλαισίου $M_{1\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\lambda.}$	Μη-Γραμμική Ανάλυση Πλαισίου $M_{2\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\lambda.}$	Γραμμική Ανάλυση Προσομοιώματος $M_{1\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\rho.}$	Μη-Γραμμική Ανάλυση Προσομοιώματος $M_{2\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\rho.}$
Δ	272,97	287,05	272,97	283,82
Αποκλίσεις Ροπών	$\frac{M_{1\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\rho.} - M_{1\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\lambda.}}{M_{1\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\lambda.}} \%$		$\frac{M_{2\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\rho.} - M_{2\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\lambda.}}{M_{2\eta\varsigma\tau\acute{\alpha}\xi.\pi\lambda.}} \%$	
	0		-1,13	

Πίνακας 5.4 Ροπές 1ης και 2ης τάξης του άνω κόμβου του υποστυλώματος ΓΔ για το πλαίσιο και το προσομοίωμα και οι αποκλίσεις τους

Οι ροπές 2ης τάξης για το πλαίσιο και το προσομοίωμα παρουσιάζουν πολύ μικρή απόκλιση. Η απόκλιση αυτή οφείλεται στην αλληλεπίδραση της συμπεριφοράς των τριών υποστυλωμάτων του πλαισίου, αλληλεπίδραση η οποία δε λαμβάνεται υπόψη στην περίπτωση των ανεξάρτητων ισοδύναμων προσομοιωμάτων των υποστυλωμάτων.

5.3 Σύνταξη προγράμματος για τη μελέτη της επιρροής P-Δ και P-δ

Πραγματοποιήθηκε σύνταξη λογισμικού ανάλυσης 1ης και 2ης τάξης για το προτεινόμενο προσομοίωμα (πρόγραμμα SECAN). Ο κώδικας του προγράμματος γράφτηκε σε γλώσσα Fortran. Το προσομοίωμα για ανάλυση καθώς και οι βαθμοί ελευθερίας των κόμβων και τα φορτία φαίνονται στο σχήμα 5.5. Με 1 συμβολίζεται ο κάτω κόμβος του προσομοιώματος και με 2 ο άνω.



Σχήμα 5.5 Το προτεινόμενο προσομοίωμα

Το μητρώο δυσκαμψίας του μέλους καθώς και το μητρώο δράσεων παγίωσης τροποποιούνται σε κάθε επανάληψη της μεθόδου για να ληφθεί υπόψη η επιρροή 2ης τάξης. Για το μητρώο δυσκαμψίας του μέλους χρησιμοποιείται το ακριβές γεωμετρικό μητρώο που παρουσιάζεται παρακάτω. Στα στοιχεία των μητρώων αυτών υπεισέρχεται η δύναμη (S_x) κατά τον άξονα x όπως αυτός ορίζεται στο σχήμα 5.5. Ισχύει:

$$S_x = N - Qw' \quad (5.6)$$

όπου N , Q η αξονική και η τέμνουσα δύναμη και w η βύθιση. Ο όρος Qw' εκφράζει την επιρροή της τέμνουσας δύναμης Q στην οριζόντια δύναμη S_x .

Το ακριβές γεωμετρικό μητρώο και το μητρώο δράσεων παγίωσης υπολογίζονται για πρώτη φορά με βάση την αξονική δύναμη που προκύπτει από τη στατική ανάλυση 1ης τάξης. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται επίλυση, κατά την οποία προκύπτουν νέες μετατοπίσεις και στροφές, επομένως και διαφορετική αξονική δύναμη. Ακολουθώς, υπολογίζονται εκ νέου το ακριβές γεωμετρικό μητρώο και το μητρώο δράσεων παγίωσης για τη νέα αξονική δύναμη, και η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι σύγκλισης των τιμών των στοιχείων του μητρώου των ακραίων μετατοπίσεων του μέλους, η οποία πραγματοποιείται ταυτοχρόνως με τη σύγκλιση της αξονικής δύναμης. Η διαδικασία, επομένως χρειάζεται περισσότερες από μία επαναλήψεις για να συγκλίνει, ιδίως για τις περιπτώσεις κατά τις οποίες υπάρχει σημαντική εγκάρσια μετατόπιση του μέλους (μηδενικό ή ασθενές ελατήριο μετάθεσης). Το κριτήριο σύγκλισης αναφέρεται στις μετατοπίσεις. Η σύγκλιση επιτυγχάνεται όταν ικανοποιείται η σχέση:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^6 [u_i^j - u_i^{j-1}]^2} \leq 10^{-6} \quad (5.7)$$

όπου u_i^j η τιμή του στοιχείου του μητρώου ακραίων μετατοπίσεων που αντιστοιχεί στον βαθμό ελευθερίας i ($i=1,2,3,\dots,15$) κατά την j επανάληψη της μη γραμμικής διαδικασίας.

Τα στοιχεία του ακριβούς γεωμετρικού μητρώου έχουν προκύψει από την επίλυση της διαφορικής εξίσωσης, η οποία προκύπτει αν θεωρηθεί η ισορροπία του στοιχείου στην παραμορφωμένη κατάσταση. Οι παραδοχές είναι ότι το μέλος έχει σταθερή δυσκαμψία EI και μηδενικό αξονικό καταναμεμένο φορτίο ($q_x = 0$). Το εγκάρσιο καταναμεμένο φορτίο συμβολίζεται q_v και το μέλος υπόκειται σε αξονικό εφελκυσμό ή θλίψη S_x .

Σύμφωνα με την θεωρία 2ης τάξης, η ροπή 2ης τάξης (M_{II}) ισούται με τη ροπή 1ης τάξης (M_I), που προκύπτει από την γραμμική στατική ανάλυση, αυξημένη (αν πρόκειται για στοιχείο που υπόκειται σε αξονική θλίψη) ή μειωμένη (αν πρόκειται για στοιχείο που υπόκειται σε αξονικό εφελκυσμό) κατά τον όρο $S_x \cdot w$, όπου S_x η δύναμη κατά τον άξονα x όπως αυτός ορίζεται στο σήμα 5.5 και w το εγκάρσιο βέλος.

$$M_{II} = M_I \mp S_x w \quad (5.8)$$

Στην παραπάνω εξίσωση το $-$ αντιστοιχεί στην περίπτωση εφελκυσμού ενώ το $+$ στην περίπτωση θλίψης. Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις ισορροπίας, συμβιβαστού των παραμορφώσεων και καταστατικού νόμου του υλικού, διατυπώνεται η διαφορική εξίσωση:

$$EI w^{(4)} \mp S_x w'' = q_v \quad (5.9)$$

Η παραπάνω εξίσωση γράφεται υπό τη μορφή:

$$w^{(4)} \mp \left(\frac{\alpha}{h} \right)^2 w'' = \frac{q_v}{EI_c} \quad (5.10)$$

όπου ο συντελεστής α ορίζεται ως εξής:

$$\alpha = \lambda h \quad (5.11)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{S_x}{EI_c}} \quad (5.12)$$

οπότε:

$$\alpha = h \sqrt{\frac{S_x}{EI_c}} \quad (5.13)$$

Το ακριβές γεωμετρικό μητρώο δυσκαμψίας (Dinkler und andere 1995), για την περίπτωση θλιπτικής αξονικής δύναμης, δίνεται από τη σχέση:

$$K_G = \begin{bmatrix} \frac{EA}{h} & 0 & 0 & -\frac{EA}{h} & 0 & 0 \\ & k_1 - \frac{S_x}{h} & -k_2 & 0 & -k_1 + \frac{S_x}{h} & -k_2 \\ & & k_3 & 0 & k_2 & k_4 \\ & & & \frac{EA}{h} & 0 & 0 \\ \text{συμ.} & & & & k_1 - \frac{S_x}{h} & k_2 \\ & & & & & k_3 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

όπου για την περίπτωση κατά την οποία το μέλος υπόκειται σε θλιπτική αξονική δύναμη, ισχύουν οι σχέσεις:

$$c = \cos \lambda h \quad (5.15)$$

$$s = \sin \lambda h \quad (5.16)$$

$$B = \frac{\alpha(s - \alpha c)}{-2(c-1) - \alpha s} \quad (5.17)$$

$$D = \frac{\alpha(\alpha - s)}{-2(c-1) - \alpha s} \quad (5.18)$$

$$F = \frac{\alpha^2(1-c)}{-2(c-1) - \alpha s} \quad (5.19)$$

$$k_1 = \frac{2EI_c}{h^3} F \quad (5.20)$$

$$k_2 = \frac{EI_c}{h^2} F \quad (5.21)$$

$$k_3 = \frac{EI_c}{h} B \quad (5.22)$$

$$k_4 = \frac{EI_c}{h} D \quad (5.23)$$

Το μητρώο δράσεων παγιώσεως γίνεται:

$$\left[\overline{A}_{r,II}^I \right] = \begin{bmatrix} \left[\overline{A}_{r,II}^{Ij} \right] \\ \left[\overline{A}_{r,II}^{Ik} \right] \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

$$\left[\begin{bmatrix} \overline{A}_{r,II}^{Ij} \\ \overline{A}_{r,II}^{Ik} \end{bmatrix} \right] = \left[\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{q_v h}{2} \\ \frac{q_v h^2}{24} H \\ 0 \\ -\frac{q_v h}{2} \\ -\frac{q_v h^2}{24} H \end{bmatrix} \right] \quad (5.25)$$

όπου:

$$H = B - D \quad (5.26)$$

5.3.1 Διερεύνηση της αξιοπιστίας του προγράμματος για συγκεντρωμένα κατακόρυφο και οριζόντιο φορτίο στον άνω κόμβο

Προκειμένου να διερευνηθεί η αξιοπιστία του προγράμματος SECAN για τις γραμμικές και μη γραμμικές στατικές αναλύσεις έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων των αναλύσεων με το πρόγραμμα αυτό με τα αντίστοιχα αποτελέσματα των αναλύσεων με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA, του οποίου τα μη γραμμικά στοιχεία δοκού είναι πιστοποιημένα για αναλύσεις αυτού του τύπου (Adina-Aui software help 2006). Συγκρίνονται οκτώ περιπτώσεις υποστυλωμάτων. Τα τέσσερα πρώτα με διατομή HEB 360 ($I=43190\text{cm}^4$, $i=15.5\text{cm}$ και $A=181\text{cm}^2$) έχουν ύψος $h=13\text{m}$, ενώ τα υπόλοιπα με διατομή HEB300 ($I=25170\text{cm}^4$, $i=13.0\text{cm}$ και $A=149\text{cm}^2$) έχουν ύψος $h=8\text{m}$ (πίνακας 5.5). Τα υποστυλώματα της κάθε ομάδας διαφοροποιούνται στις τιμές των σταθερών των στροφικών ελατηρίων στην κορυφή και στην βάση, c_b και c_t αντιστοίχως, καθώς και στις τιμές του κατακόρυφου φορτίου P_1 και του οριζόντιου φορτίου P_2 . Σε όλες τις περιπτώσεις οι τιμές των σταθερών των ελατηρίων στην κορυφή είναι ίδιες με τις τιμές των σταθερών των ελατηρίων στην βάση και το κατακόρυφο φορτίο είναι διπλάσιο του οριζόντιου. Η τιμή της σταθεράς του ελατηρίου ευθυγράμμου κινήσεως στην κορυφή του υποστυλώματος c_{br} είναι μηδέν, δηλαδή επιτρέπεται η εγκάρσια μετατόπιση, ώστε να υπάρχουν έντονες μετακινήσεις και επομένως ισχυρή μη γραμμικότητα. Επιπλέον, για να ελεγχθεί το πρόγραμμα για υποστυλώματα με έντονη μη-γραμμικότητα γεωμετρίας, γίνεται επιλογή κατάλληλων τιμών των σταθερών των ελατηρίων καθώς και σχετικά υψηλών επιπέδων φόρτισης. Συγκρίνονται οι τιμές της ροπής στην κορυφή από τη γραμμική ανάλυση ($M_{1\text{η}\tau\acute{\alpha}\xi}$), της ροπής από τη μη γραμμική ανάλυση ($M_{2\text{η}\tau\acute{\alpha}\xi}$), της οριζόντιας μετατόπισης στην κορυφή που προκύπτει από τη μη γραμμική ανάλυση w_2 καθώς και του λόγου α της ροπής 2ης τάξης προς τη ροπή 1ης τάξης.

Υποστύλωμα	Ελατήριο $c_t=c_b$ (kNm)	Κατακόρυφο φορτίο P_1 (kN)	Οριζόντιο φορτίο P_2 (kN)
HEB360 (L=13 m)			
1	1500	40	20
2	1500	20	10
3	1000	40	20
4	1000	20	10
HEB300 (L=8 m)			
5	1500	60	30
6	1500	30	15
7	1000	60	30
8	1000	30	15

Πίνακας 5.5 Προσομοιώματα υποστυλωμάτων που επιλέχθηκαν για την διερεύνηση της αξιοπιστίας του προγράμματος

Τα αποτελέσματα των αναλύσεων με το πρόγραμμα ADINA παρουσιάζονται στον πίνακα 5.6, ενώ τα αντίστοιχα αποτελέσματα των αναλύσεων με το πρόγραμμα SECAN

παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.7. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων (% ποσοστιαίες διαφορές) φαίνεται στον Πίνακα 5.8.

Υπ/μα	M _{1ηςτάξ.} (kNm)	M _{2ηςτάξ.} (kNm)	w ₂ (m)	α _{ADINA}
1	260	394,30	3,62	1,52
2	130	158,60	1,47	1,22
3	260	477,60	6,24	1,84
4	130	175,30	2,37	1,35
5	240	352,40	2,00	1,47
6	120	144,10	0,83	1,20
7	240	423,10	3,44	1,76
8	120	158,00	1,32	1,32

Πίνακας 5.6 Αποτελέσματα αναλύσεων από το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA

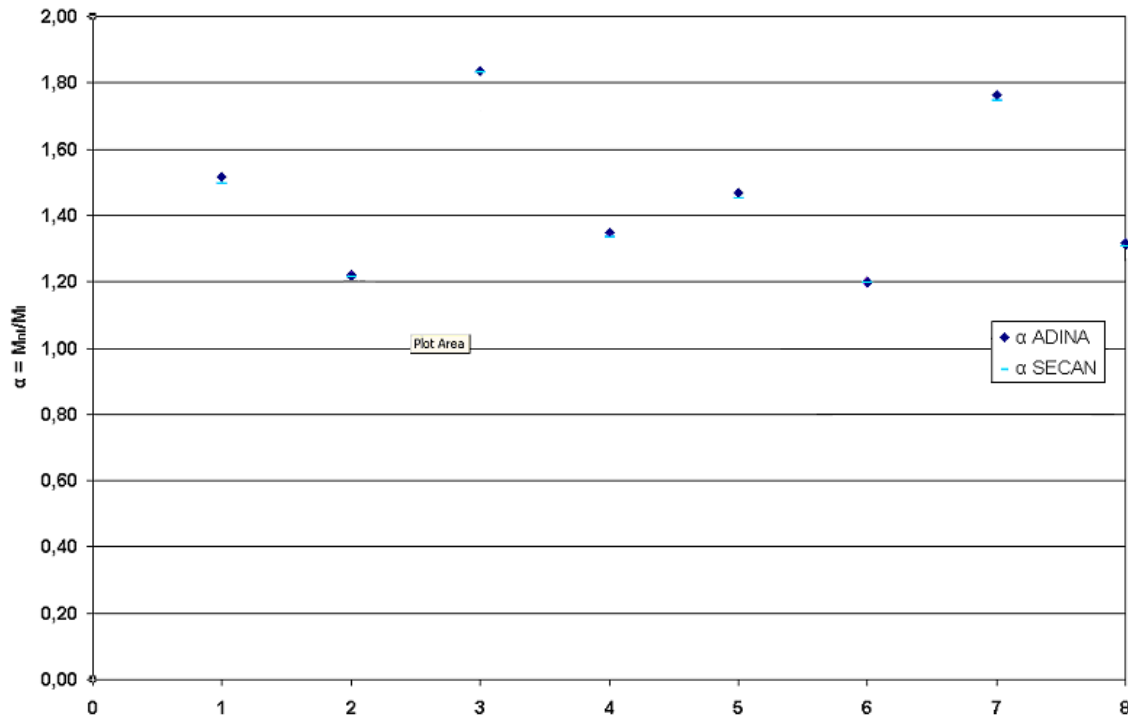
Υπ/μα	M _{1ηςτάξ.} (kNm)	M _{2ηςτάξ.} (kNm)	w ₂ (m)	α _{SECAN}
1	260	388,89	3,61	1,50
2	130	157,84	1,47	1,21
3	260	476,34	6,49	1,83
4	130	173,70	2,37	1,34
5	240	347,89	2,00	1,45
6	120	143,56	0,82	1,20
7	240	419,12	3,52	1,75
8	120	156,73	1,32	1,31

Πίνακας 5.7 Αποτελέσματα αναλύσεων από το πρόγραμμα SECAN

Υπ/μα	$\frac{M_{2ηςτάξ. SECAN} - M_{2ηςτάξ. ADINA}}{M_{2ηςτάξ. ADINA}} \%$	$\frac{w_{2, SECAN} - w_{2, ADINA}}{w_{2, ADINA}} \%$	$\frac{\alpha_{SECAN} - \alpha_{ADINA}}{\alpha_{ADINA}} \%$
1	-1,37	-0,28	-1,32
2	-0,48	0,00	-0,82
3	-0,26	4,01	-0,54
4	-0,91	0,00	-0,74
5	-1,28	0,00	-1,36
6	-0,37	-1,20	0
7	-0,94	2,33	-0,76
8	-0,80	-0,00	-0,80

Πίνακας 5.8 Αποκλίσεις των αποτελεσμάτων των αναλύσεων του προγράμματος SECAN και του ADINA

Τα αποτελέσματα του προγράμματος για τη στατική ανάλυση 1ης τάξης είναι τα ίδια με προηγουμένως. Τα αποτελέσματα όσο αφορά τη ροπή της ανάλυσης 2ης τάξης καθώς και τα αποτελέσματα για το λόγο α βρίσκονται πολύ πιο κοντά στα αποτελέσματα του ADINA σε σχέση με τα αποτελέσματα του SECAN. Η απόκλιση κυμαίνεται τόσο για τη μη γραμμική ροπή όσο και για το λόγο α από 0% έως 1,36%. Οι πιο μεγάλες αποκλίσεις που παρουσιάζονται αντιστοιχούν και εδώ στις περιπτώσεις των πιο μεγάλων μη γραμμικοτήτων, ενώ όσο πιο μικρή είναι η μη γραμμικότητα, τόσο πιο μικρή είναι και η διαφοροποίηση μεταξύ των αποτελεσμάτων των δύο προγραμμάτων. Για τις ενδιάμεσες περιπτώσεις που εξετάζονται, η διαφοροποίηση του λόγου α κυμαίνεται ανάμεσα στο 0,5% και 0,9%, δηλαδή οι τιμές των αποτελεσμάτων για τα δύο προγράμματα σχεδόν συμπίπτουν. Στο σχήμα 5.6 που ακολουθεί στην επόμενη σελίδα απεικονίζονται οι λόγοι α για τις οκτώ περιπτώσεις υποστυλωμάτων όπως υπολογίστηκαν με το ADINA και το SECAN. Παρατηρείται η σχεδόν ταύτιση των τιμών για τα αποτελέσματα του ADINA και του SECAN. Η προσέγγιση των αποτελεσμάτων του ADINA από το SECAN κρίνεται ικανοποιητική.



Σχήμα 5.6 Σύγκριση του λόγου ροπής 2ης τάξης προς 1ης τάξης των προγραμμάτων ADINA και SECAN

5.3.2 Αδιαστατοποίηση συγκεντρωμένων φορτίων του προσομοιώματος

Η δημιουργία νομογραφημάτων για την εξαγωγή του λόγου α (δηλαδή του λόγου της ροπής 2ης τάξης προς την αντίστοιχη ροπή 1ης τάξης) για διάφορες συννοριακές συνθήκες (δηλαδή για διάφορες τιμές των ανηγμένων σταθερών z_b , z_i και z_{br}) για συγκεκριμένο υποστύλωμα και για συγκεκριμένες συνθήκες φόρτισης είναι χρήσιμη για τη μελέτη της επιρροής P-Δ στα μεταλλικά πλαίσια. Είναι, συνεπώς, αναγκαίο να βρεθεί

ένας τρόπος κατηγοριοποίησης των υποστυλωμάτων, ώστε ο μελετητής αξιολογώντας και κατατάσσοντας το υπό εξέταση υποστυλώμα να ανατρέξει στην αντίστοιχη κατηγορία νομογραφημάτων. Στη συνέχεια, είναι εξίσου αναγκαίο να γίνει και η αδιαστατοποίηση των φορτίων, έτσι ώστε ο μελετητής, αδιαστατοποιώντας τα φορτία που ασκούνται στο υπό εξέταση υποστυλώμα, να χρησιμοποιήσει πλέον το νομογράφημα, που, για τις συγκεκριμένες συντομικές συνθήκες, θα του δώσει το λόγο της ροπής 2ης τάξης προς την αντίστοιχη ροπή 1ης τάξης. Αρχικά ορίζεται ένα αδιάστατο μέγεθος λυγηρότητας που συμβολίζεται με λ^* και ορίζεται ως ο λόγος του ύψους του υποστυλώματος h προς την ακτίνα αδρανείας i της διατομής του, δηλαδή ισχύει:

$$\lambda^* = h/i \quad (5.27)$$

Η λυγηρότητα αποτελεί μία μορφή ταξινόμησης των υπό εξέταση υποστυλωμάτων. Στη συνέχεια, εξετάζεται ο τρόπος αδιαστατοποίησης των φορτίων, ούτως ώστε δύο υποστυλώματα διαφορετικής διατομής και διαφορετικού ύψους αλλά ίδιας λυγηρότητας να δίνουν για τις ίδιες τιμές των ανηγμένων σταθερών των ελατηρίων z_b , z_t και z_{br} τις ίδιες τιμές του λόγου α . Για το σκοπό αυτό, θα εξεταστούν δύο περιπτώσεις φόρτισης για δύο διαφορετικά υποστυλώματα. Τα δύο αυτά υποστυλώματα, AB και ΓΔ, έχουν, όπως αναφέρθηκε, διαφορετικό ύψος και διατομή αλλά την ίδια λυγηρότητα. Επίσης, επιλέγεται τα δύο αυτά υποστυλώματα να έχουν τις ίδιες τιμές ανηγμένων σταθερών ελατηρίων, δηλαδή να ισχύει $z_{b,AB}=z_{b,\Gamma\Delta}$, $z_{t,AB}=z_{t,\Gamma\Delta}$ και $c_{br,AB}=c_{br,\Gamma\Delta}$. Για τις δύο περιπτώσεις φόρτισης που περιγράφονται παρακάτω, θα βρεθεί ο λόγος της ροπής 2ης τάξης της κορυφής του υποστυλώματος προς την αντίστοιχη ροπή 1^{ης} τάξης χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα SECAN.

1^η περίπτωση φόρτισης

Στα δύο υποστυλώματα ασκούνται οι ίδιες τιμές φορτίων (σχήμα 5.7). Το υποστυλώμα AB έχει ύψος $h=13$ m και η διατομή του είναι HEB 360 ($I=43190\text{cm}^4$, $i=15,5\text{cm}$ και $A=181\text{cm}^2$). Το υποστυλώμα έχει λυγηρότητα:

$$\lambda^* = h/i = 1300\text{cm}/15,5\text{cm} = 83,87 \quad (5.28)$$

Το υποστυλώμα ΓΔ επιλέγεται να είναι διατομής HEB 200 ($I=5700\text{cm}^4$, $i=8,54\text{cm}$ και $A=78,1\text{cm}^2$). Τα υποστυλώματα επιδιώκουμε να είναι ίδιας λυγηρότητας, άρα για το ύψος του υποστυλώματος ΓΔ πρέπει να ισχύει:

$$h/8,54 = 83,87 \Rightarrow h = 716\text{ cm} \Rightarrow h = 7,16\text{m} \quad (5.29)$$

Οι συντελεστές κατανομής των ακραίων κόμβων των υποστυλωμάτων A και B λαμβάνουν τις εξής τιμές: $z_{b,AB}=z_{b,\Gamma\Delta}=0,75$, $z_{t,AB}=z_{t,\Gamma\Delta}=0,75$ και $c_{br,AB}=c_{br,\Gamma\Delta}=0$. Με βάση αυτές τις τιμές, υπολογίζονται οι τιμές των σταθερών των ελατηρίων c_b και c_t του κάθε υποστυλώματος. Πιο συγκεκριμένα ισχύει:

Υποστυλώμα AB

$$c_c = 4EI/h = 27907,4\text{kNm} \quad (5.30)$$

$$z_b = 0,75 \Rightarrow \frac{c_c}{c_c + c_b} = 0,75 \Rightarrow \frac{27907,4}{27907,4 + c_b} = 0,75 \Rightarrow c_b = 9302,5\text{kNm} \quad (5.31)$$

$$z_t = 0,75 \Rightarrow \frac{c_c}{c_c + c_t} = 0,75 \Rightarrow \frac{27907,4}{27907,4 + c_t} = 0,75 \Rightarrow c_t = 9302,5 \text{ kNm} \quad (5.32)$$

$$\overline{c_{br}} = 0 \Rightarrow \frac{c_{br} h^3}{EI} = 0 \Rightarrow c_{br} = 0 \quad (5.33)$$

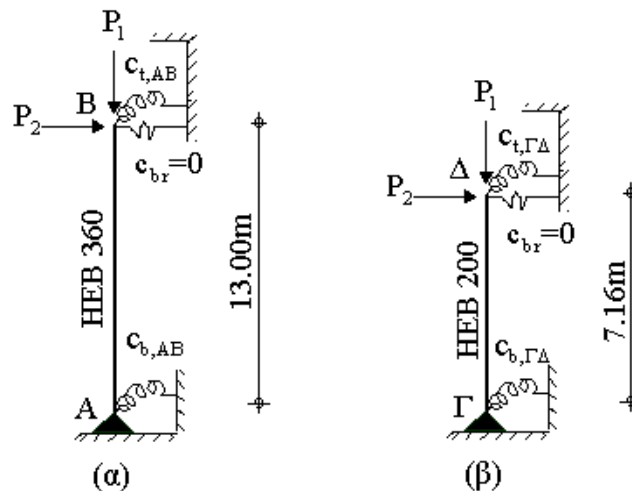
Υποστύλωμα ΓΔ

$$c_c = 4EI/h = 6687,20 \text{ kNm} \quad (5.34)$$

$$z_b = 0,75 \Rightarrow \frac{c_c}{c_c + c_b} = 0,75 \Rightarrow \frac{6687,20}{6687,20 + c_b} = 0,75 \Rightarrow c_b = 2229,10 \text{ kNm} \quad (5.35)$$

$$z_t = 0,75 \Rightarrow \frac{c_c}{c_c + c_t} = 0,75 \Rightarrow \frac{6687,20}{6687,20 + c_t} = 0,75 \Rightarrow c_t = 2229,10 \text{ kNm} \quad (5.36)$$

$$\overline{c_{br}} = 0 \Rightarrow \frac{c_{br} h^3}{EI} = 0 \Rightarrow c_{br} = 0 \quad (5.37)$$



Σχήμα 5.7 Τα προσομοιώματα των δύο υποστυλωμάτων α) ΑΒ και β) ΓΔ

Τέλος, επιλέγονται οι φορτίσεις των υποστυλωμάτων. Επιλέγεται $P_1=50\text{kN}$ και $P_2=25\text{kN}$. Με βάση τις παραπάνω τιμές πραγματοποιούνται οι αντίστοιχες αναλύσεις στο πρόγραμμα SECAN. Τα εξαγόμενα αποτελέσματα παρατίθενται στον παρακάτω πίνακα 5.9. Από τα αποτελέσματα αυτά κρίνεται σκόπιμο να γίνει αδιαστατοποίηση των φορτίων ώστε ίδιας λυγνρότητας υποστυλώματα με ίδια αδιαστατοποιημένα φορτία να δίνουν ίδιους λόγους α .

Υποστύλωμα	$M_{1\text{ηςτάξ.}}$ (kNm)	$M_{2\text{ηςτάξ.}}$ (kNm)	α
ΑΒ	162,50	169,68	1,044
ΓΔ	89,50	99,01	1,106

Πίνακας 5.9 Αποτελέσματα αναλύσεων για τα υποστυλώματα ΑΒ και ΓΔ

2^η περίπτωση φόρτισης

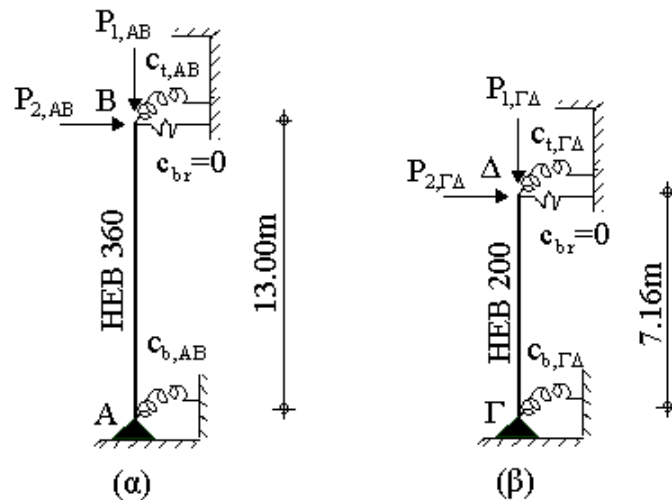
Σε αυτήν την περίπτωση, επιλέγεται τα δύο υποστυλώματα να μην έχουν τις ίδιες τιμές φορτίων αλλά τις ίδιες αδιαστατοποιημένες τιμές φορτίων (σχήμα 5.8). Η αδιαστατοποίηση των φορτίων επιλέγεται να γίνει διαιρώντας τις τιμές τους με την τιμή του φορτίου λυγισμού Euler. Η ανάλυση του υποστυλώματος όμως στο πρόγραμμα SECAN γίνεται για ένα μεγάλο πλήθος τιμών c_b και c_t , δηλαδή οι συντοκικές συνθήκες μεταβάλλονται. Αυτό σημαίνει ότι μεταβάλλεται επίσης και το φορτίο Euler, αφού μεταβάλλεται το μήκος λυγισμού. Κατά συνέπεια, επιλέγεται η αδιαστατοποίηση να γίνεται με βάση την τιμή του φορτίου λυγισμού Euler για το αντίστοιχο αμφιέρειστο υποστυλώμα. Ορίζεται λοιπόν η τιμή του ανηγμένου φορτίου P^* ως ο λόγος του πραγματικού φορτίου P προς την τιμή του φορτίου Euler της αμφιέρειστου P_E , δηλαδή ισχύει:

$$P^* = \frac{P}{P_E} \quad (5.38)$$

Όπου:

$$P_E = \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} \quad (5.39)$$

Για τα φορτία των δύο υποστυλωμάτων, ισχύει ότι $P_{1,AB}^* = P_{1,\Gamma\Delta}^*$ και $P_{2,AB}^* = P_{2,\Gamma\Delta}^*$. Επιλέγουμε τέτοιες τιμές των ανηγμένων φορτίων, ώστε να ισχύει: $P_{1,AB}^* = P_{1,\Gamma\Delta}^* = 0,01$ και $P_{2,AB}^*/P_{1,AB}^* = 0,50$. Με βάση αυτές τις τιμές, παρακάτω υπολογίζονται οι πραγματικές τιμές φορτίων των υποστυλωμάτων.



Σχήμα 5.8 Τα προσομοιώματα των δύο υποστυλωμάτων α) AB και β) ΓΔ

Υποστυλώμα AB

$$P_{E,AB} = \frac{\pi^2 EI}{h^2} = 5291,45 \text{ kN} \quad (5.40)$$

$$P_{1,AB}^* = 0,01 \Rightarrow \frac{P_{1,AB}}{P_{E,AB}} = 0,01 \Rightarrow P_{1,AB} = 52,91\text{kN} \quad (5.41)$$

$$P_{2,AB}^* / P_{1,AB}^* = 0,50 \Rightarrow P_{2,AB} / P_{1,AB} = 0,50 \Rightarrow P_{2,AB} = 26,46\text{kN} \quad (5.42)$$

Υποστύλωμα ΓΔ

$$P_{E,\Gamma\Delta} = \frac{\pi^2 EI}{h^2} = 2302,12\text{kN} \quad (5.43)$$

$$P_{1,\Gamma\Delta}^* = 0,01 \Rightarrow \frac{P_{1,\Gamma\Delta}}{P_{E,\Gamma\Delta}} = 0,01 \Rightarrow P_{1,\Gamma\Delta} = 23,02\text{kN} \quad (5.44)$$

$$P_{2,\Gamma\Delta}^* / P_{1,\Gamma\Delta}^* = 0,50 \Rightarrow P_{2,\Gamma\Delta} / P_{1,\Gamma\Delta} = 0,50 \Rightarrow P_{2,\Gamma\Delta} = 11,51\text{kN} \quad (5.45)$$

Με βάση τις παραπάνω τιμές πραγματοποιούνται οι αντίστοιχες αναλύσεις στο πρόγραμμα SECAN και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 5.10.

Υποστύλωμα	M _{1ηςτάξ.} (kNm)	M _{2ηςτάξ.} (kNm)	α
AB	171,99	180,05	1,047
ΓΔ	41,21	43,14	1,047

Πίνακας 5.10 Αποτελέσματα αναλύσεων για τα υποστυλώματα AB και ΓΔ

Οι δύο λόγοι α είναι οι ίδιοι, κάτι που οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η αδιαστατοποίηση με βάση το φορτίο Euler του αντίστοιχου αμφιέρειστου υποστυλώματος κρίνεται επαρκής. Η επαλήθευση αυτού του συμπεράσματος έγινε ελέγχοντας το λόγο της ροπής 2ης τάξης προς την αντίστοιχη ροπή 1ης τάξης της κορυφής του υποστυλώματος για μεγάλο πλήθος παραδειγμάτων με διάφορες τιμές των αηγμένων σταθερών z_b και z_t . Στη συνέχεια παρουσιάζεται ένα τέτοιο παράδειγμα δύο υποστυλωμάτων EZ και ΗΘ ίδιας λυγηρότητας λ^* με τα υποστυλώματα AB και ΓΔ του προηγούμενου παραδείγματος, που επιλέγονται με ακραίες διατομές, ώστε να αποδειχθεί η ορθότητα της προτεινόμενης αδιαστατοποίησης για ένα μεγάλο εύρος διαστάσεων των διατομών.

Πιο συγκεκριμένα, η διατομή του υποστυλώματος EZ είναι HEB 500 ($I=107200\text{cm}^4$, $i=21,2\text{cm}$ και $A=239\text{cm}^2$). Επειδή πρέπει να ισχύει $\lambda^*=83,87$, προκύπτει ότι το ύψος του υποστυλώματος είναι $h=17,78\text{m}$. Επειδή ισχύει $P_{1,EZ}^* = 0,01$ και $P_{2,EZ}^* / P_{1,EZ}^* = 0,50$, για τα πραγματικά φορτία του υποστυλώματος προκύπτει ότι $P_{1,EZ} = 70,21\text{kN}$ και $P_{2,EZ} = 35,11\text{kN}$. Για το υποστύλωμα ΗΘ επιλέγεται διατομή HEB 100 ($I=450\text{cm}^4$, $i=4,16\text{cm}$ και $A=26\text{cm}^2$). Επειδή πρέπει να ισχύει $\lambda^*=83,87$ προκύπτει ότι το ύψος του υποστυλώματος είναι $h=3,49\text{m}$. Επειδή ισχύει $P_{1,H\Theta}^* = 0,01$ και $P_{2,H\Theta}^* / P_{1,H\Theta}^* = 0,50$, για τα πραγματικά φορτία του υποστυλώματος ΗΘ προκύπτει ότι $P_{1,H\Theta} = 7,65\text{kN}$ και $P_{2,H\Theta} = 3,82\text{kN}$. Τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα για τους λόγους α, παρατίθενται στον πίνακα 5.11 που ακολουθεί.

Οι λόγοι που προκύπτουν από την ανάλυση των τεσσάρων υποστυλωμάτων είναι ακριβώς οι ίδιοι. Ανάλογα αποτελέσματα προέκυψαν και για μεγάλο αριθμό άλλων παραδειγμάτων. Η αδιαστατοποίηση λοιπόν με βάση το φορτίο λυγισμού Euler του αντίστοιχου αμφιέρειστου υποστυλώματος κρίνεται επαρκής.

		Υποστυλώματα			
		ΑΒ	ΓΔ	ΕΖ	ΗΘ
Z_b	Z_t	α			
0,400	0,700	1,026	1,026	1,026	1,026
0,500	0,500	1,021	1,021	1,021	1,021
0,600	0,600	1,027	1,027	1,027	1,027
0,600	0,400	1,021	1,021	1,021	1,021
0,750	0,750	1,047	1,047	1,047	1,047
0,850	0,850	1,083	1,083	1,083	1,086
1,000	0,250	1,043	1,043	1,043	1,043
1,000	0,500	1,061	1,061	1,061	1,061
1,000	0,750	1,117	1,117	1,117	1,118

Πίνακας 5.11 Ο λόγος α για διάφορες περιπτώσεις υποστυλωμάτων

5.3.3 Διερεύνηση της επιρροής της λυγηρότητας στην μη-γραμμική απόκριση λόγω συγκεντρωμένων φορτίων στον άνω κόμβο

Στην προηγούμενη παράγραφο αποδείχτηκε ότι υποστυλώματα διαφορετικού ύψους και διαφορετικής διατομής αλλά ίδιας λυγηρότητας, ανηγμένων συνοριακών συνθηκών και ανηγμένων φορτίων, εμφανίζουν τον ίδιο λόγο ροπής 2ης τάξης προς την αντίστοιχη ροπή 1ης τάξης. Σε αυτήν την παράγραφο εξετάζεται η επιρροή της λυγηρότητας στα φαινόμενα Ρ-Δ. Πιο συγκεκριμένα, εξετάζονται άλλα τρία υποστυλώματα, ΙΚ, ΛΜ και ΝΞ, διαφορετικής λυγηρότητας λ^* σε σχέση με τα υποστυλώματα ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ και ΗΘ. Τα τρία υποστυλώματα ΙΚ, ΛΜ και ΝΞ υπόκεινται στα ίδια ανηγμένα φορτία με αυτά των προηγούμενων υποστυλωμάτων (δηλαδή παντού ισχύει $P_1^* = 0,01$ και $P_2^*/P_1^* = 0,50$).

Το υποστυλόμενο ΙΚ έχει διατομή ΗΕΒ 100 ($I=450\text{cm}^4$, $i=4,16\text{cm}$ και $A=26\text{cm}^2$). Επιλέγεται λυγηρότητα 2.5 φορές μεγαλύτερη σε σχέση με αυτή των υποστυλωμάτων ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ και ΗΘ, δηλαδή ισχύει ότι:

$$\lambda^* = 209,675 \Rightarrow h/4,16 = 209,675 \Rightarrow h = 872\text{cm} \Rightarrow h = 8,72\text{m}. \quad (5.46)$$

Το φορτίο λυγισμού Euler του αντίστοιχου αμφιέρειστου υποστυλώματος είναι ίσο με $P_E = 122,53\text{kN}$ και επειδή ισχύει $P_1^* = 0,01$ και $P_2^*/P_1^* = 0,50$, τα πραγματικά φορτία του υποστυλώματος υπολογίζονται: $P_{1,IK} = 1,225\text{kN}$ και $P_{2,IK} = 0,613\text{kN}$.

Το υποστυλώμα ΛΜ έχει διατομή HEB 300 ($I=25170\text{cm}^4$, $i=13,0\text{cm}$ και $A=149\text{cm}^2$). Και εδώ για την λυγηρότητα ισχύει:

$$\lambda^* = 209,675 \Rightarrow h/13,0 = 209,675 \Rightarrow h = 27260\text{cm} \Rightarrow h = 27,26\text{m}. \quad (5.47)$$

Το φορτίο λυγισμού Euler του αντίστοιχου αμφιέρειστου υποστυλώματος είναι ίσο με $P_E = 701,31\text{kN}$ και επειδή ισχύει $P_1^* = 0,01$ και $P_2^*/P_1^* = 0,50$, τα πραγματικά φορτία του υποστυλώματος υπολογίζονται: $P_{1,\Lambda\text{M}} = 7,01\text{kN}$ και $P_{2,\Lambda\text{M}} = 3,51\text{kN}$.

Το υποστυλώμα ΝΞ, τέλος, έχει διατομή HEB 200 ($I=5700\text{cm}^4$, ακτίνα αδρανείας $i=8,54\text{cm}$ και $A=78,1\text{cm}^2$). Επιλέγεται λυγηρότητα 1,75 φορές μεγαλύτερη σε σχέση με αυτή των υποστυλωμάτων ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ και ΗΘ, δηλαδή ισχύει ότι:

$$\lambda^* = 146,7725 \Rightarrow h/8,54 = 146,7725 \Rightarrow h = 1253\text{cm} \Rightarrow h = 12,53\text{m}. \quad (5.48)$$

Το φορτίο λυγισμού Euler του αντίστοιχου αμφιέρειστου υποστυλώματος είναι ίσο με $P_E = 751,71\text{kN}$ και επειδή ισχύει $P_1^* = 0,01$ και $P_2^*/P_1^* = 0,50$, τα πραγματικά φορτία του υποστυλώματος υπολογίζονται: $P_{1,\text{N}\Xi} = 7,52\text{kN}$ και $P_{2,\text{N}\Xi} = 3,76\text{kN}$.

Βάσει των παραπάνω τιμών πραγματικών φορτίων και με τη βοήθεια του προγράμματος SECAN, πραγματοποιούνται οι αναλύσεις των υποστυλωμάτων ΙΚ, ΛΜ και ΝΞ. Τα συγκριτικά αποτελέσματα όλων των αναλύσεων, όσον αφορά το λόγο της ροπής 2ης τάξης προς την αντίστοιχη 1ης τάξης της κορυφής του υποστυλώματος για διάφορες τιμές των ανηγμένων σταθερών z_b και z_t παρατίθενται στον ακόλουθο Πίνακα 5.12.

		Υποστυλώματα						
		ΑΒ	ΓΔ	ΕΖ	ΗΘ	ΙΚ	ΛΜ	ΝΞ
z_b	z_t	α						
0,400	0,700	1,026	1,026	1,026	1,026	1,027	1,026	1,026
0,500	0,500	1,021	1,021	1,021	1,021	1,021	1,021	1,021
0,600	0,600	1,027	1,027	1,027	1,027	1,027	1,027	1,027
0,600	0,400	1,021	1,021	1,021	1,021	1,021	1,021	1,021
0,750	0,750	1,047	1,047	1,047	1,047	1,047	1,047	1,047
0,850	0,850	1,083	1,083	1,083	1,086	1,083	1,083	1,083
1,000	0,250	1,043	1,043	1,043	1,043	1,043	1,043	1,043
1,000	0,500	1,061	1,061	1,061	1,061	1,061	1,061	1,061
1,000	0,750	1,117	1,117	1,117	1,118	1,126	1,117	1,117

Πίνακας 5.12 Ο λόγος α για διάφορες περιπτώσεις υποστυλωμάτων

Όπως φαίνεται στα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα, οι τιμές του λόγου α είναι οι ίδιες για τα ίδια ζεύγη τιμών z_b και z_t ανεξαρτήτως της τιμής της λυγηρότητας λ^* . Η μικρή απόκλιση που παρατηρείται στο υποστυλώμα ΙΚ για τις τιμές $z_b=1$ και $z_t=0,75$ ($\alpha=1,126$ έναντι 1,117 που δίνουν τα υπόλοιπα υποστυλώματα) οφείλεται σε γραμμική παρεμβολή (το διάστημα μεταξύ της προηγούμενης και της επόμενης τιμής του z_t από την τιμή z_t είναι μεγάλο). Ανάλογα αποτελέσματα προέκυψαν και για μεγάλο αριθμό άλλων παραδειγμάτων.

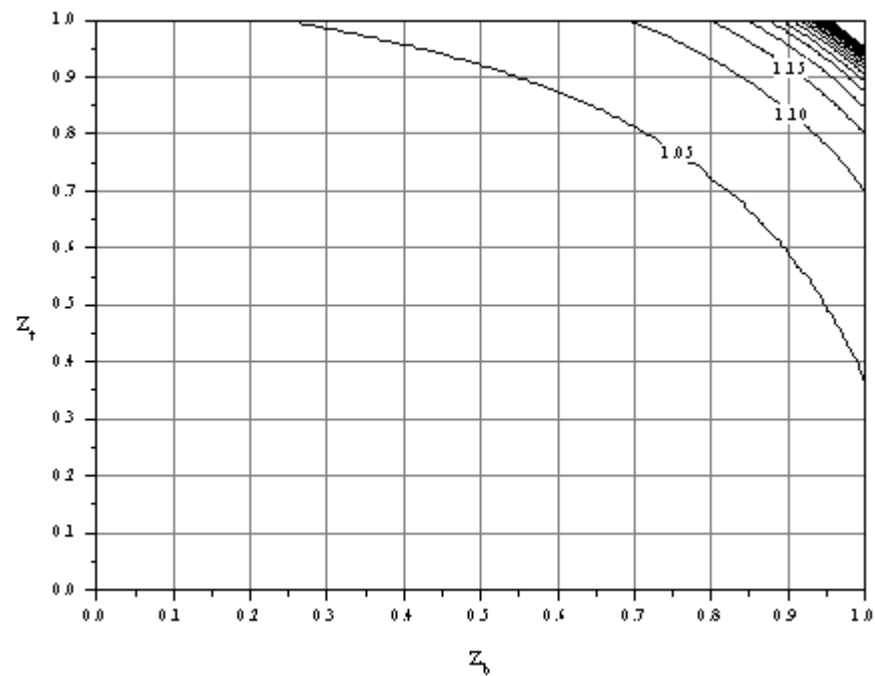
Το γεγονός ότι η επιρροή P-Δ είναι ανεξάρτητη της λυγηρότητας βρίσκει εξήγηση στο ότι, αφενός, η λυγηρότητα λαμβάνεται εμμέσως υπόψη, αφού στην αδιαστατοποίηση του φορτίου χρησιμοποιείται το φορτίο λυγισμού Euler και στο ότι, αφετέρου, κατά την αδιαστατοποίηση των σταθερών c_b και c_t σε z_b και z_t , λαμβάνεται υπόψη τόσο η ροπή αδρανείας του υποστυλώματος, όσο και το ύψος του (αφού $c_e = 4EI/h$). Επισημαίνεται βεβαίως ότι η ισχύς των συμπερασμάτων αυτών περιορίζεται εντός των ορίων γραμμικών αναλύσεων. Σε πολλές όμως περιπτώσεις η επιρροή της λυγηρότητας μπορεί να προσδιοριστεί μόνον μέσω μη γραμμικών αναλύσεων, όπως εκτίθεται στο κεφάλαιο 7.

Η διαπίστωση πάντως ότι, εντός των ορίων γραμμικών αναλύσεων, η επιρροή P-Δ είναι ανεξάρτητη της λυγηρότητας είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για την διαδικασία παραγωγής νομογραφημάτων που θα δίνουν το λόγο α για συγκεκριμένη τιμή της ανηγμένης σταθεράς $\overline{c_{br}}$ του ελατηρίου ευθυγράμμου κινήσεως, για συγκεκριμένο ανηγμένο φορτίο P_1^* και λόγο P_2^*/P_1^* και για εύρος τιμών των συντελεστών z_b και z_t από 0 έως 1. Έτσι, ο μελετητής βρίσκοντας για το υπό εξέταση υποστύλωμα τις τιμές των $\overline{c_{br}}$, P_1^* , P_2^*/P_1^* , z_b και z_t , θα μπορεί, ανατρέχοντας στο αντίστοιχο νομογράφημα, να βρει το λόγο της ροπής 2ης τάξης προς την αντίστοιχη ροπή 1ης τάξης της κορυφής του υποστυλώματος.

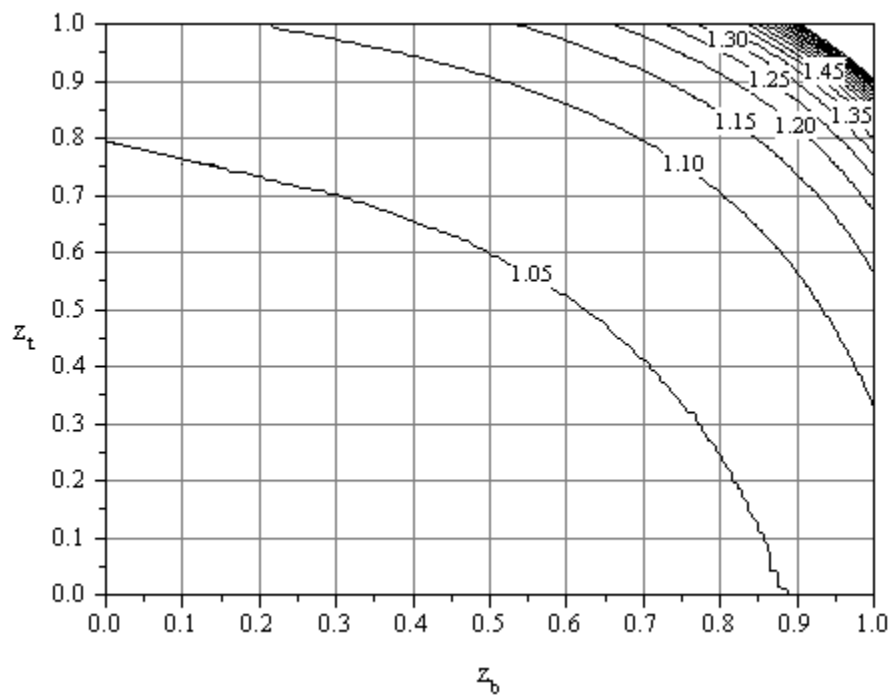
5.4 Νομογραφήματα για τον υπολογισμό του συντελεστή μεγέθυνσης α - Σχεδιασμός λόγω P-Δ

Στην ενότητα αυτή χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο προσομοίωμα και το πρόγραμμα ανάλυσης 1ης και 2ης τάξης που συγγράφηκε δημιουργούνται πλήθος νομογραφημάτων για τον υπολογισμό του λόγου της ροπής 2ης τάξης προς την αντίστοιχη 1ης τάξης για διάφορες συνοριακές συνθήκες του προτεινόμενου προσομοιώματος (Μαγείρου κ.α. 2005). Τα διαγράμματα αυτά είναι σε πλήρη αντιστοιχία με εκείνα του τετάρτου κεφαλαίου για τον υπολογισμό του κρίσιμου μήκους λυγισμού.

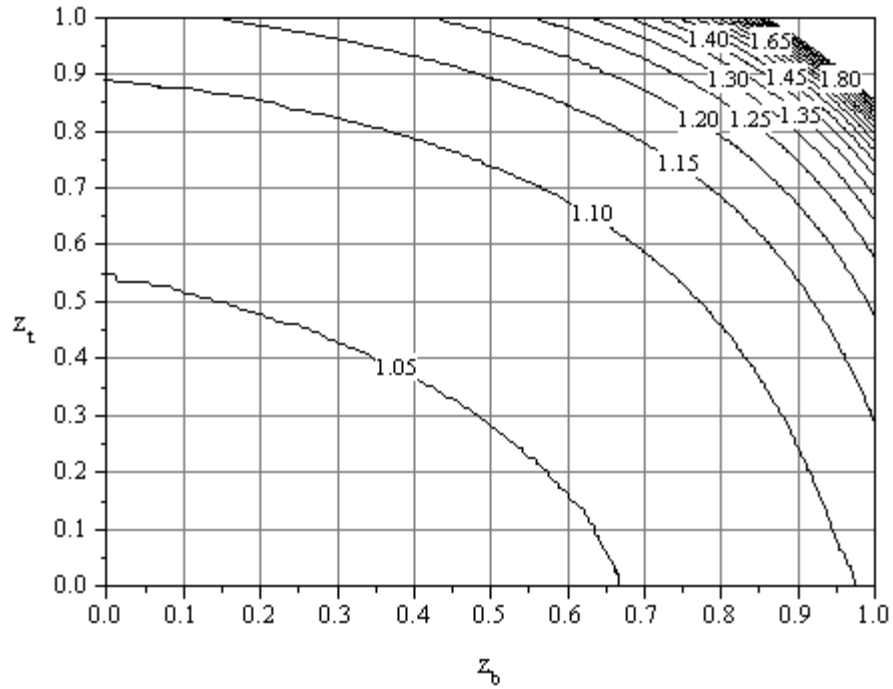
Συνολικά παρατίθενται 60 νομογραφήματα. Στην ανηγμένη σταθερά του ελατηρίου ευθυγράμμου κινήσεως ($\overline{c_{br}}$) δόθηκαν τέσσερις τιμές: 0, 2, 5 και 10. Για την περίπτωση $\overline{c_{br}}=0$, επιλέχθηκαν 6 τιμές λόγου οριζόντιου προς κατακόρυφο φορτίο (P_2/P_1): 0.25, 0.50, 0.75, 1.00, 1.25 και 1.50. Για κάθε τιμή του λόγου αυτού κατασκευάστηκαν πέντε νομογραφήματα, για λόγους κατακόρυφου φορτίου προς φορτίο Euler (P_1^*) ίσους με 0.01, 0.02, 0.03, 0.04 και 0.05. Για την περίπτωση $\overline{c_{br}}=2$, χρησιμοποιήθηκαν λόγοι P_2/P_1 ίσοι με 0.25, 0.50 και 1.50 και αδιάστατου φορτίου P_1^* ίσου με 0.01, 0.02, 0.03, 0.04 και 0.05. Για την περίπτωση $\overline{c_{br}}=5$ χρησιμοποιήθηκαν λόγοι P_2/P_1 ίσοι με 0.25 και 1.0 και αδιάστατου φορτίου P_1^* ίσου με 0.01, 0.02, 0.03, 0.04 και 0.05. Τέλος, για την περίπτωση $\overline{c_{br}}=10$, χρησιμοποιήθηκε λόγος P_2/P_1 ίσος με 1.00 και αδιάστατου φορτίου P_1^* ίσου με 0.01, 0.02, 0.03, 0.04 και 0.05. Τα παραπάνω νομογραφήματα παρουσιάζονται στην συνέχεια στα σχήματα 5.9 έως 5.68.



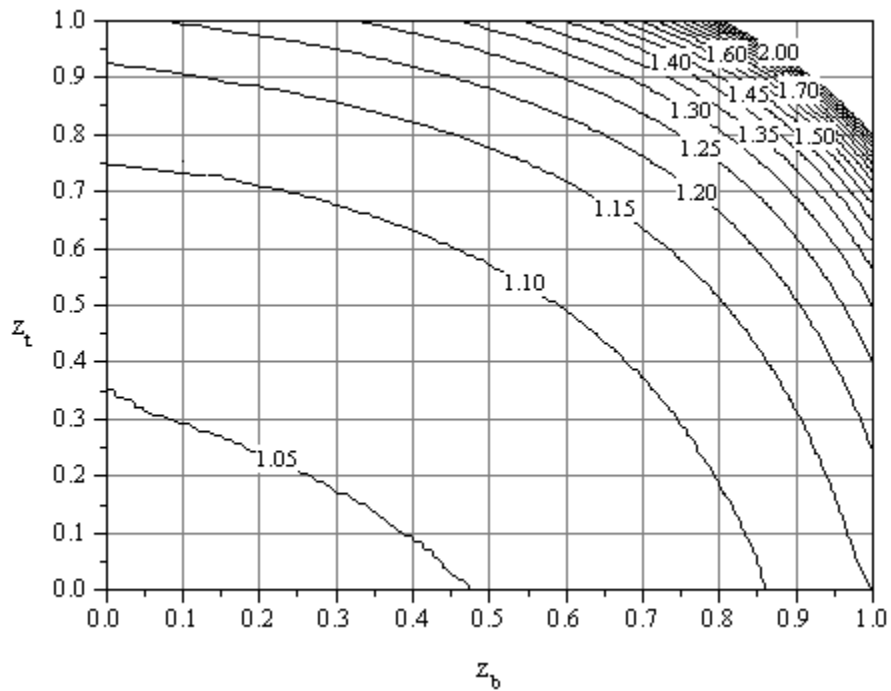
Σχήμα 5.9 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=0,25$ και $P_1^*=0,01$



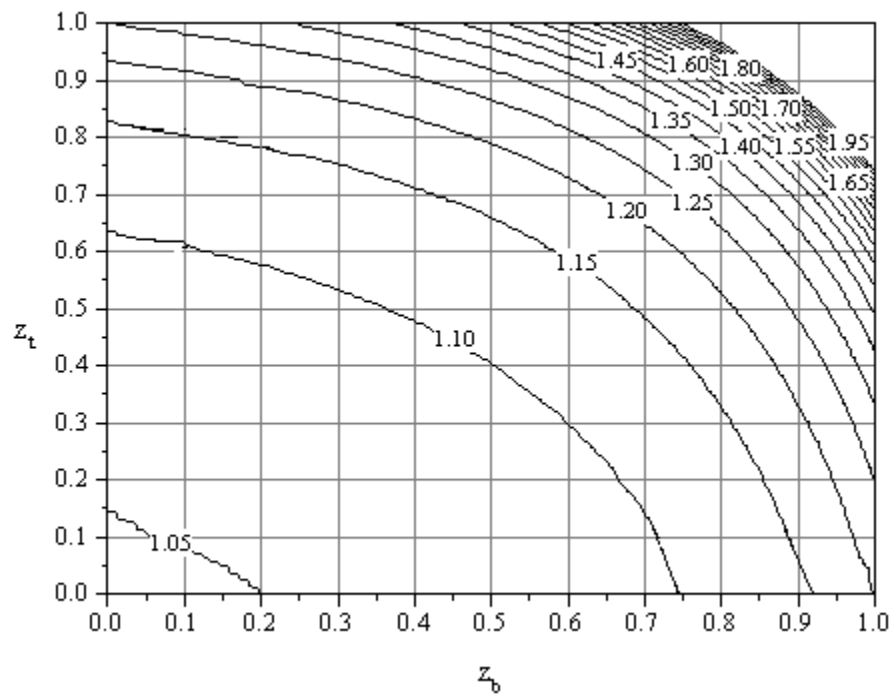
Σχήμα 5.10 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=0,25$ και $P_1^*=0,02$



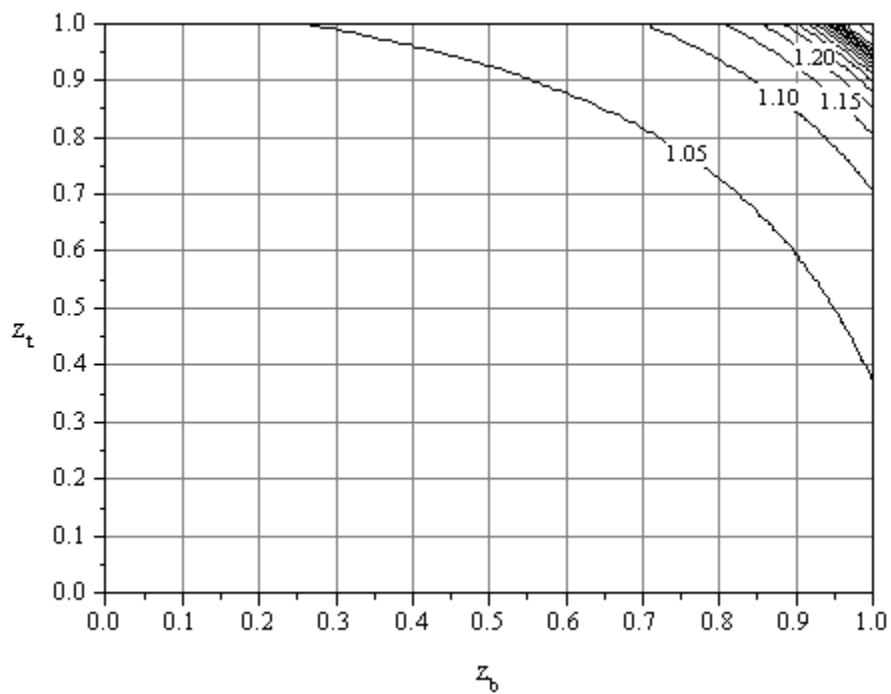
Σχήμα 5.11 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=0,25$ και $P_1^*=0,03$



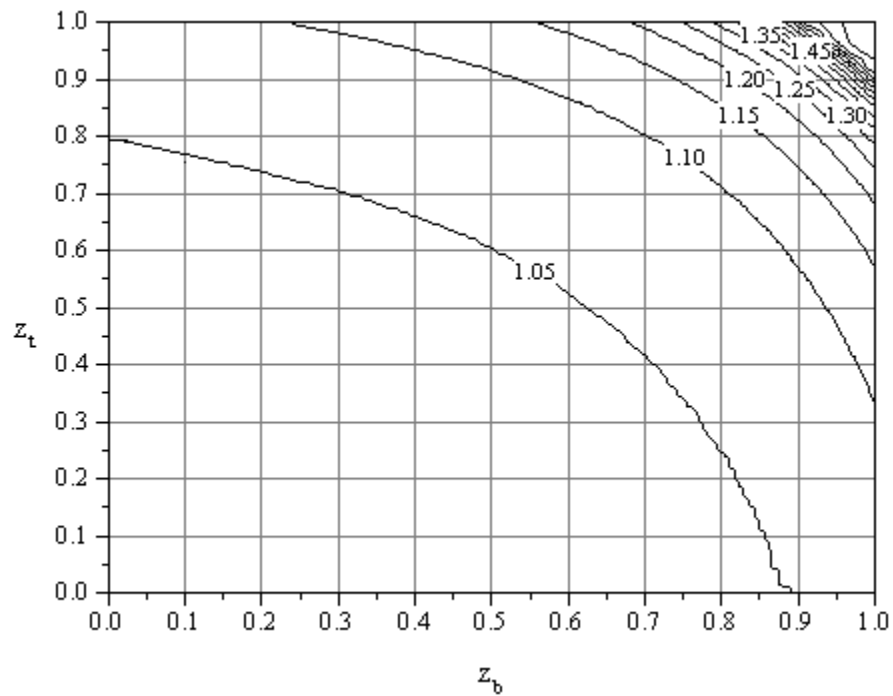
Σχήμα 5.12 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=0,25$ και $P_1^*=0,04$



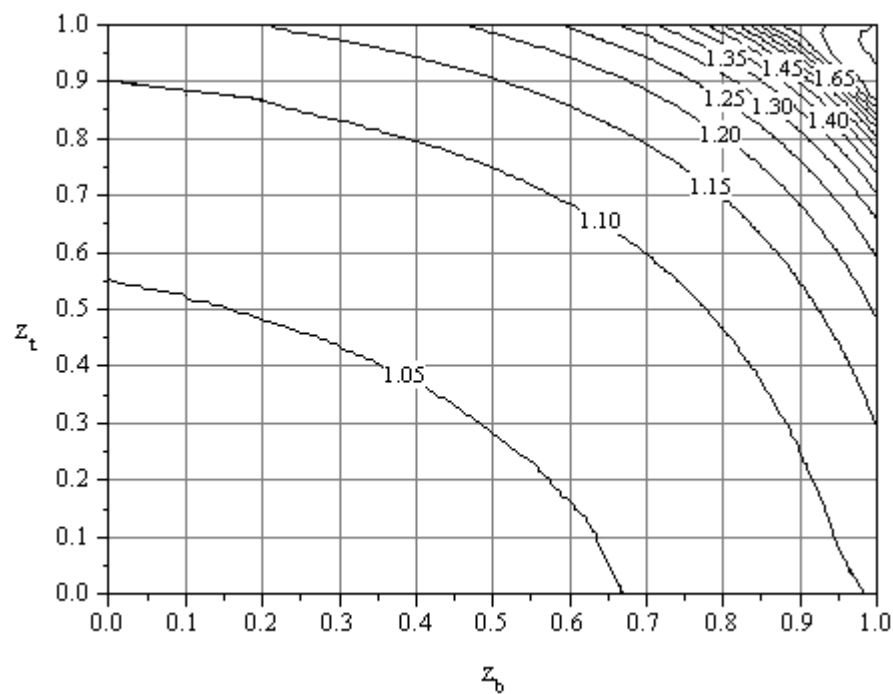
Σχήμα 5.13 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=0,25$ και $P_1^*=0,05$



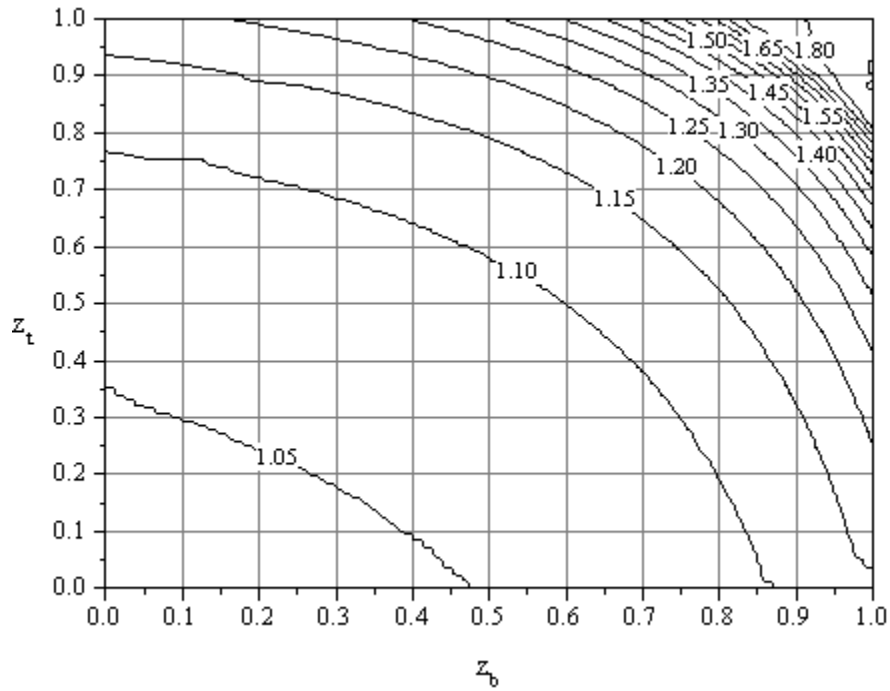
Σχήμα 5.14 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=0,5$ και $P_1^*=0,01$



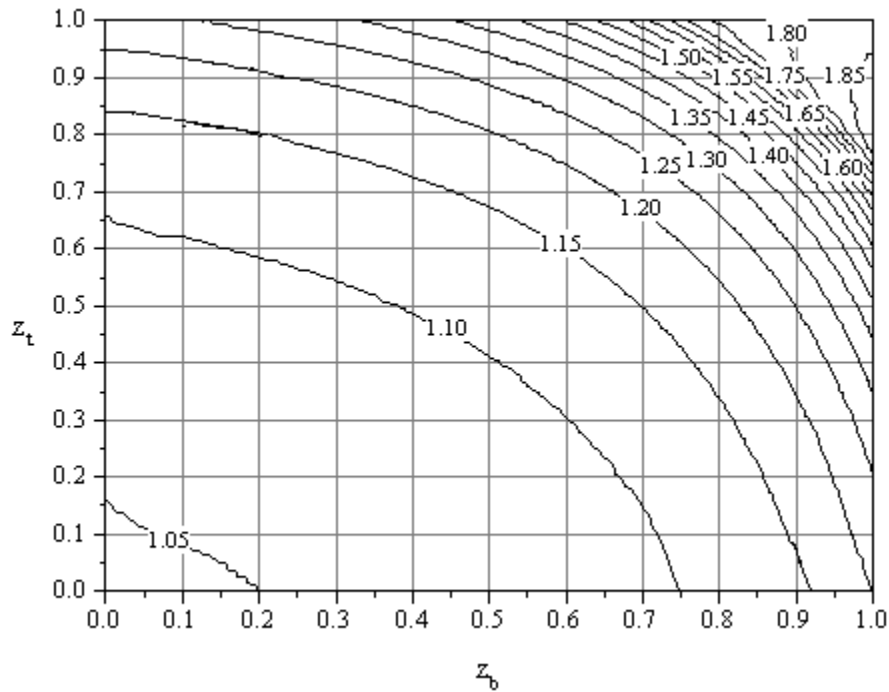
Σχήμα 5.15 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=0,5$ και $P_1^*=0,02$



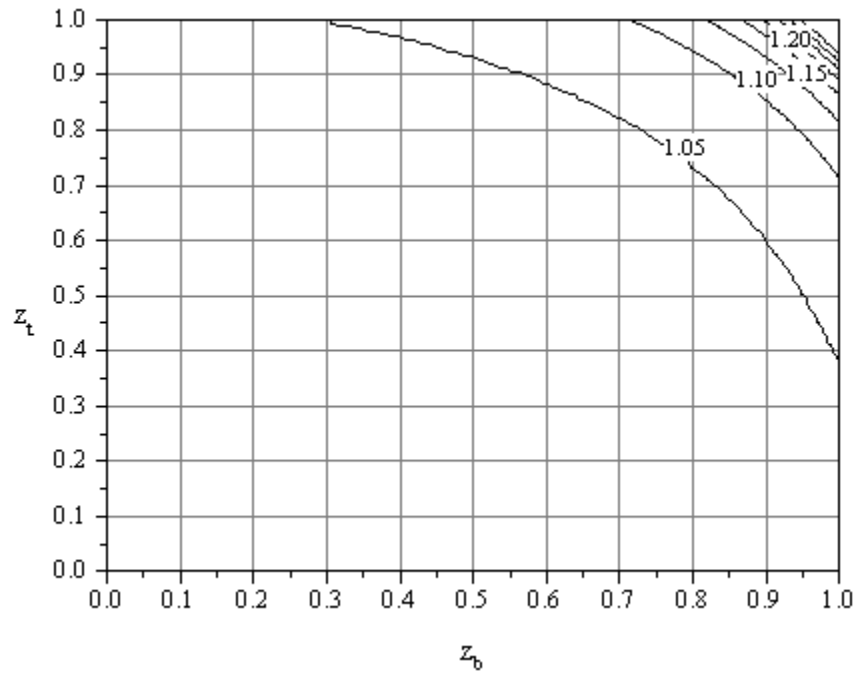
Σχήμα 5.16 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=0,5$ και $P_1^*=0,03$



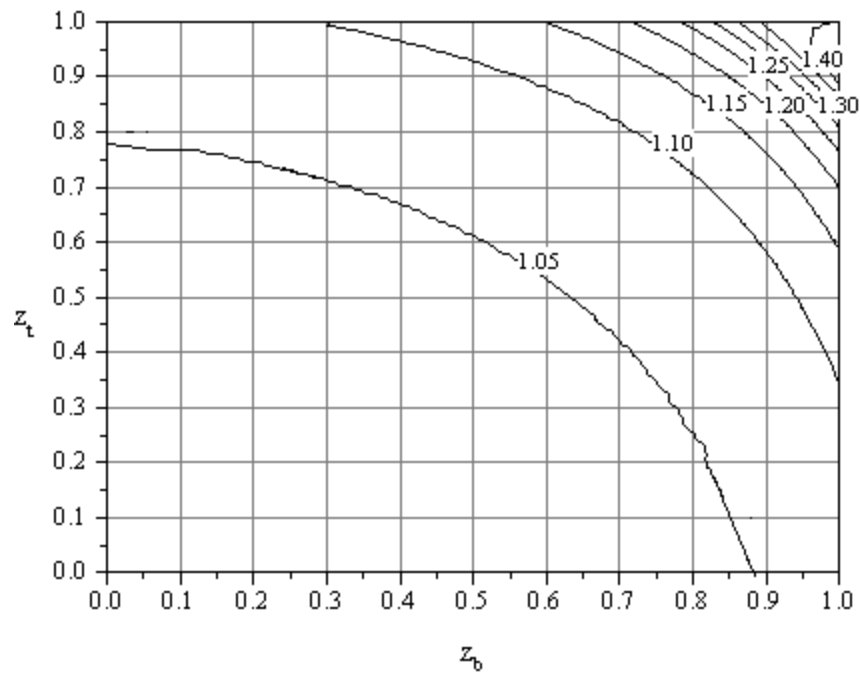
Σχήμα 5.17 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=0,5$ και $P_1^*=0,04$



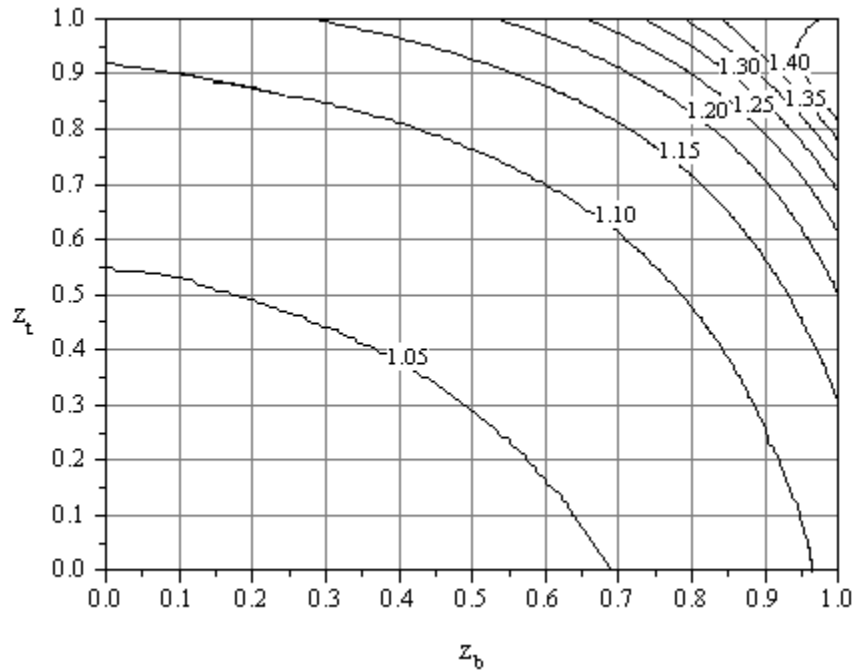
Σχήμα 5.18 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=0,5$ και $P_1^*=0,05$



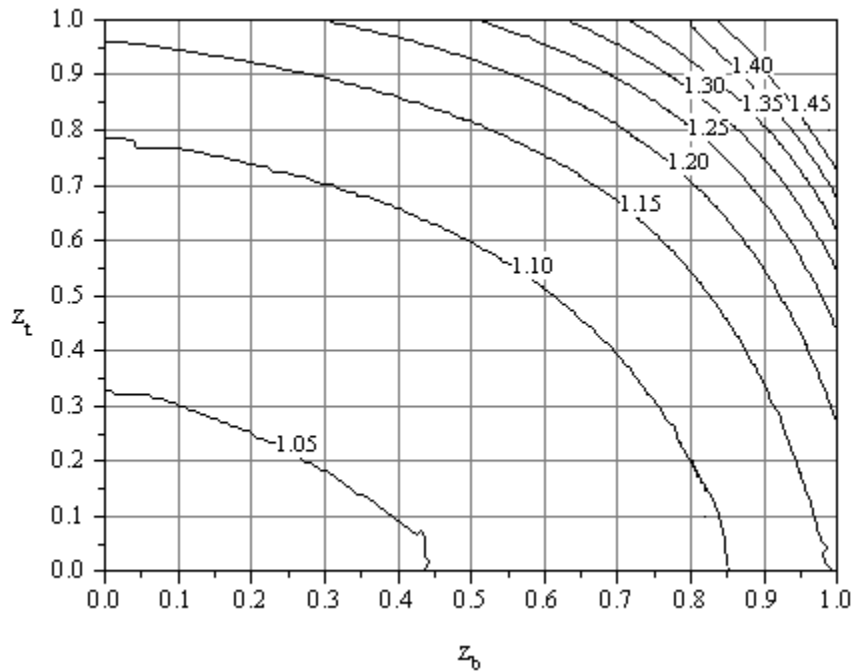
Σχήμα 5.19 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}} = 0$, $P_2/P_1 = 0,75$ και $P_1^* = 0,01$



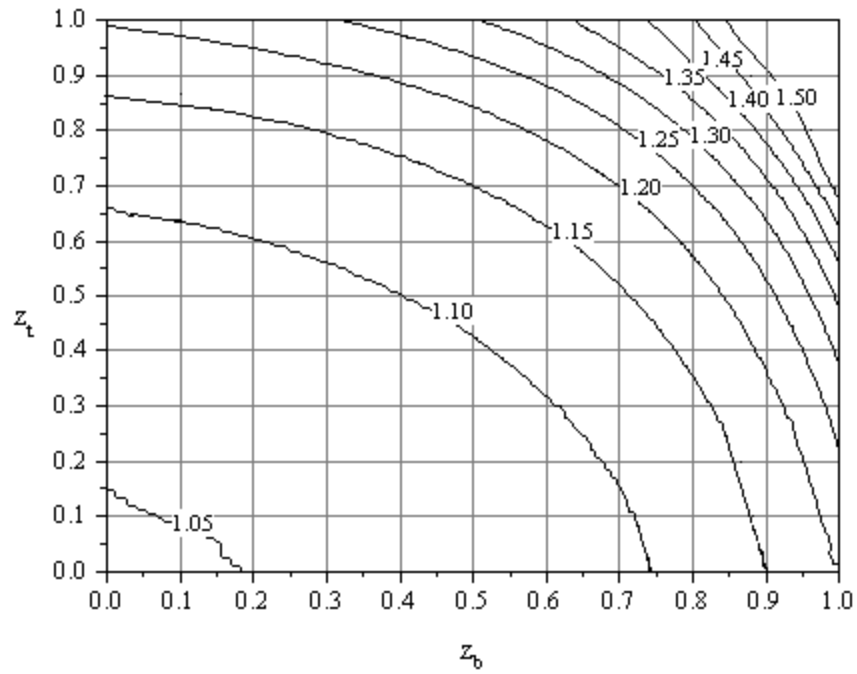
Σχήμα 5.20 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}} = 0$, $P_2/P_1 = 0,75$ και $P_1^* = 0,02$



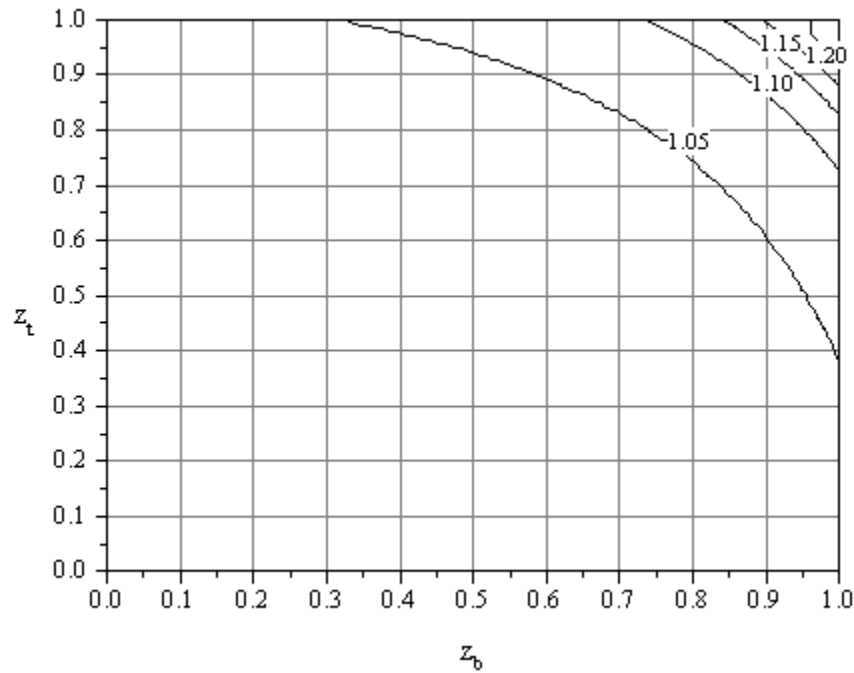
Σχήμα 5.21 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=0,75$ και $P_1^*=0,03$



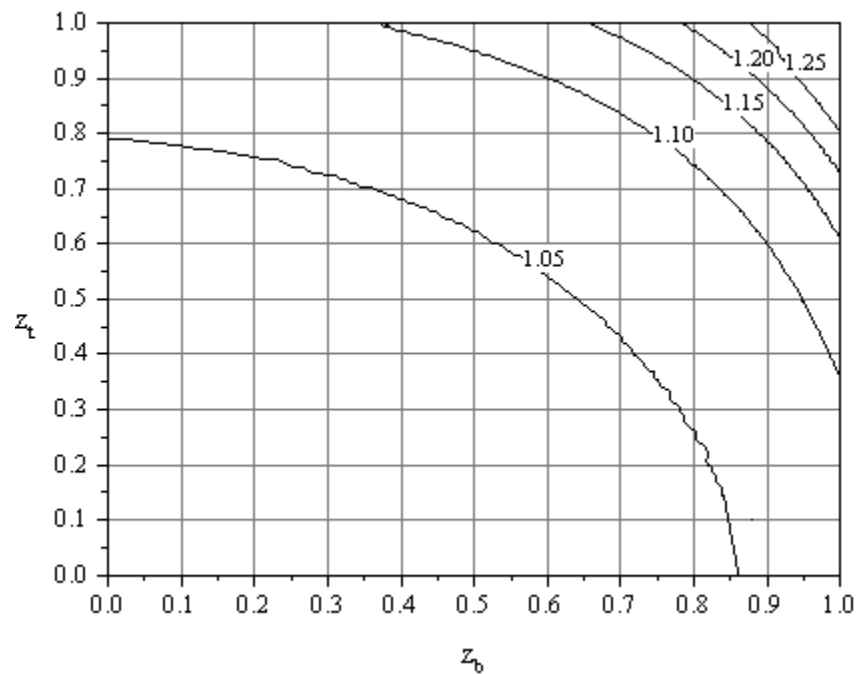
Σχήμα 5.22 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=0,75$ και $P_1^*=0,04$



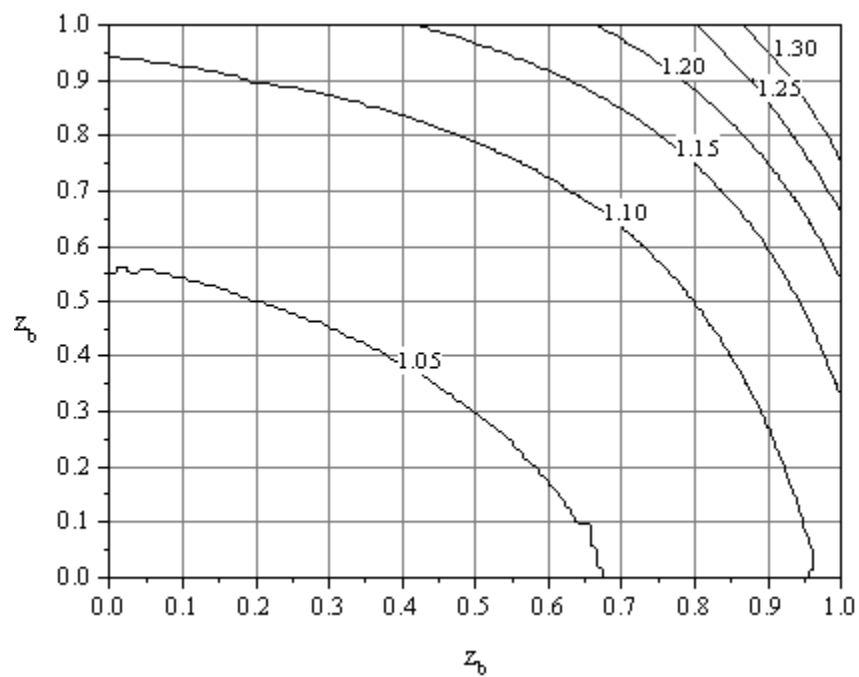
Σχήμα 5.23 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=0,75$
και $P_1^*=0,05$



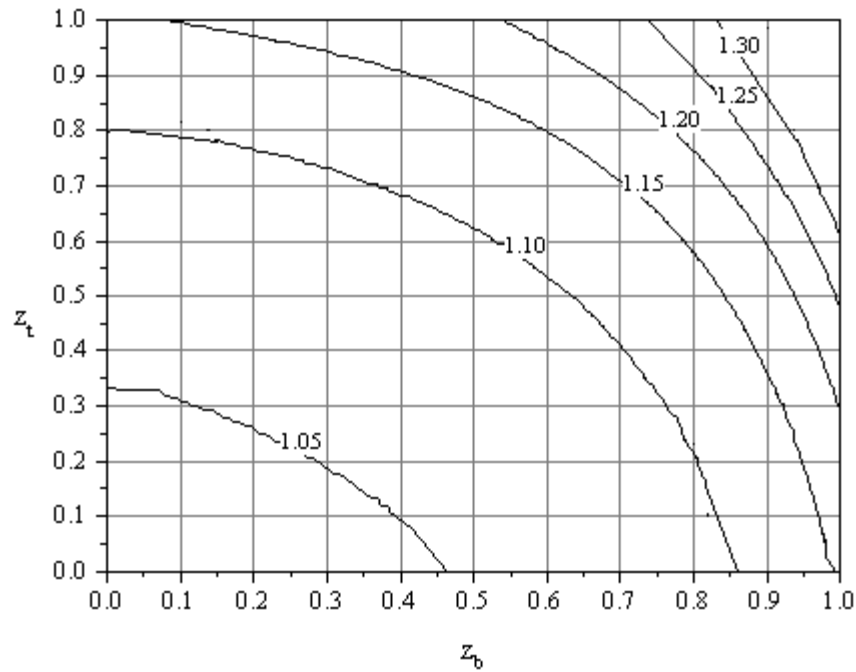
Σχήμα 5.24 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=1,00$
και $P_1^*=0,01$



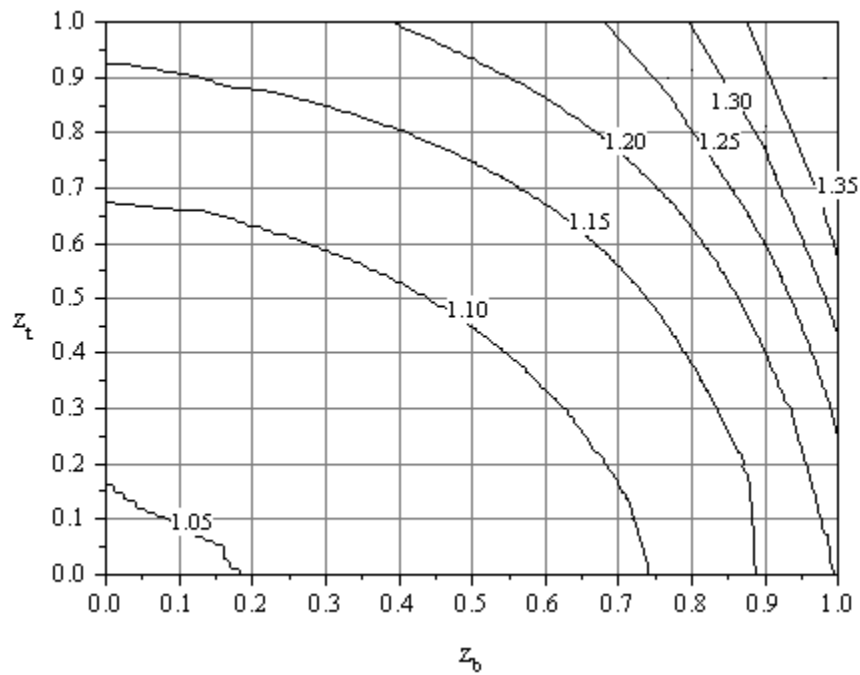
Σχήμα 5.25 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=1,00$ και $P_1^*=0,02$



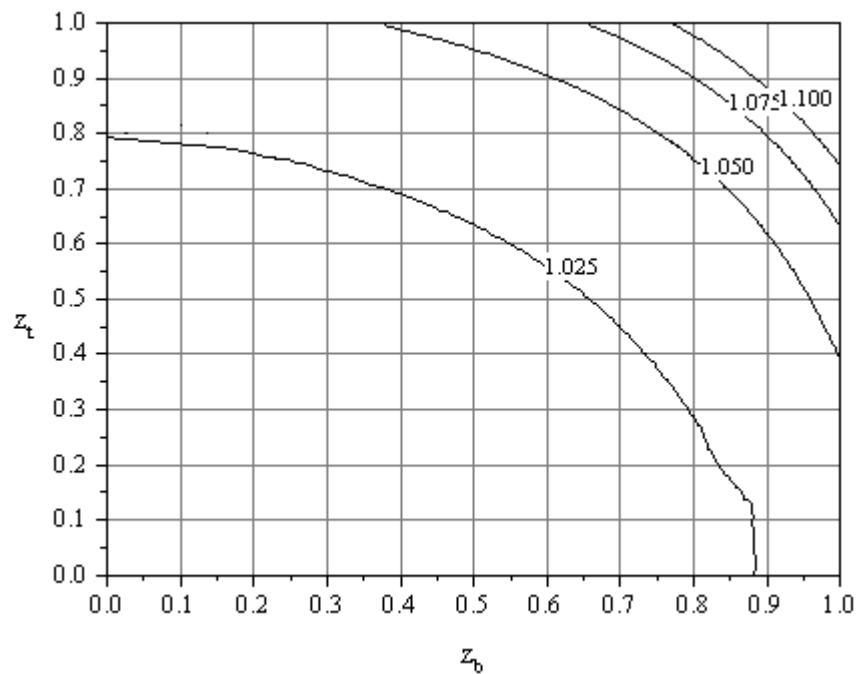
Σχήμα 5.26 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=1,00$ και $P_1^*=0,03$



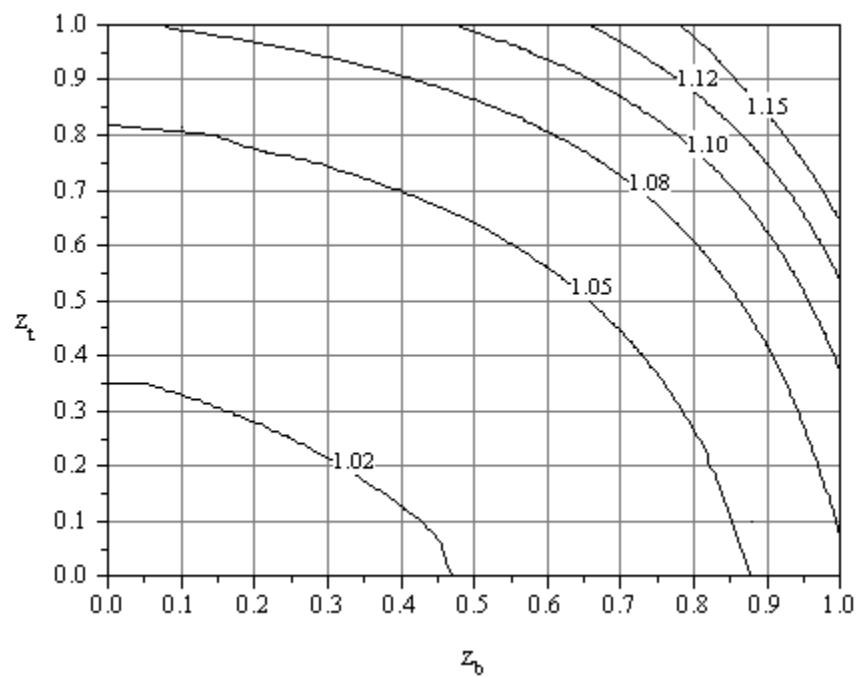
Σχήμα 5.27 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=1,00$
και $P_1^*=0,04$



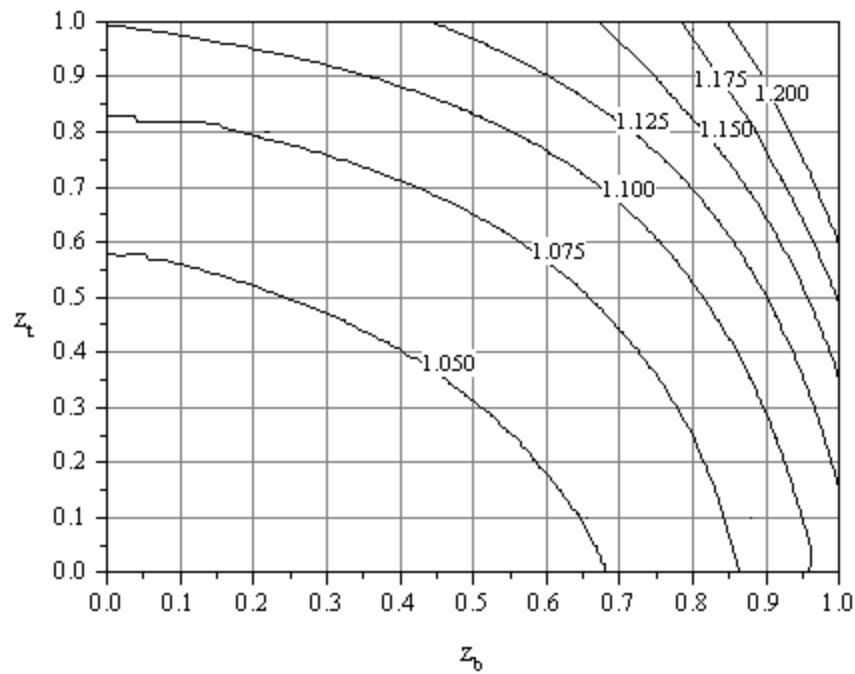
Σχήμα 5.28 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=1,00$
και $P_1^*=0,05$



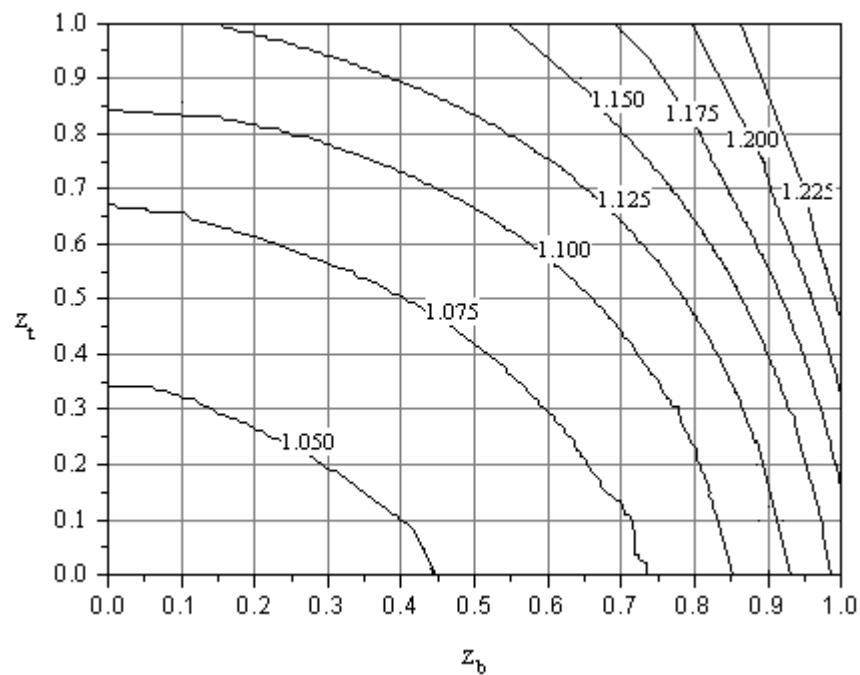
Σχήμα 5.29 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=1,25$ και $P_1^*=0,01$



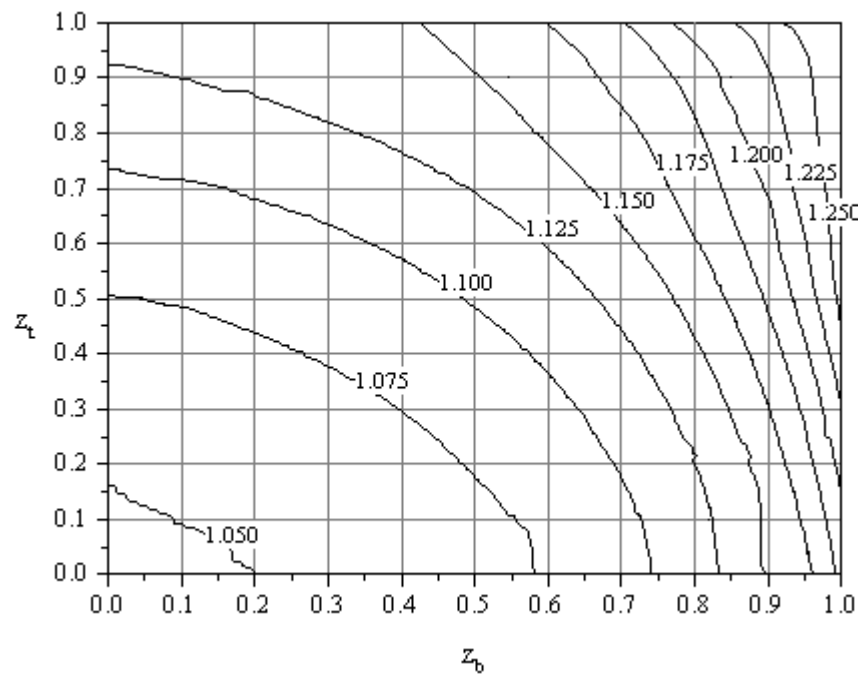
Σχήμα 5.30 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=1,25$ και $P_1^*=0,02$



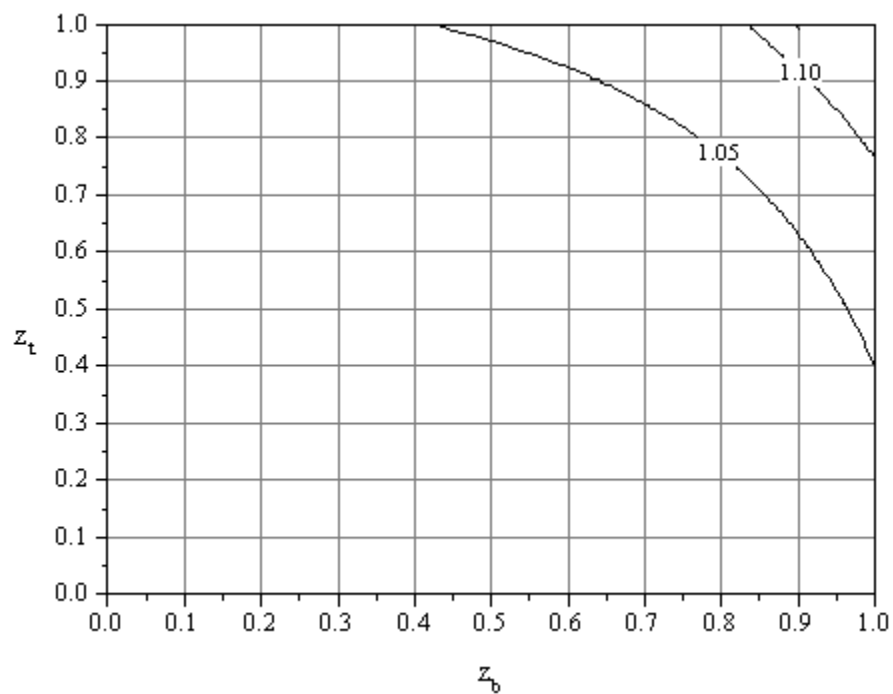
Σχήμα 5.31 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=1,25$ και $P_1^*=0,03$



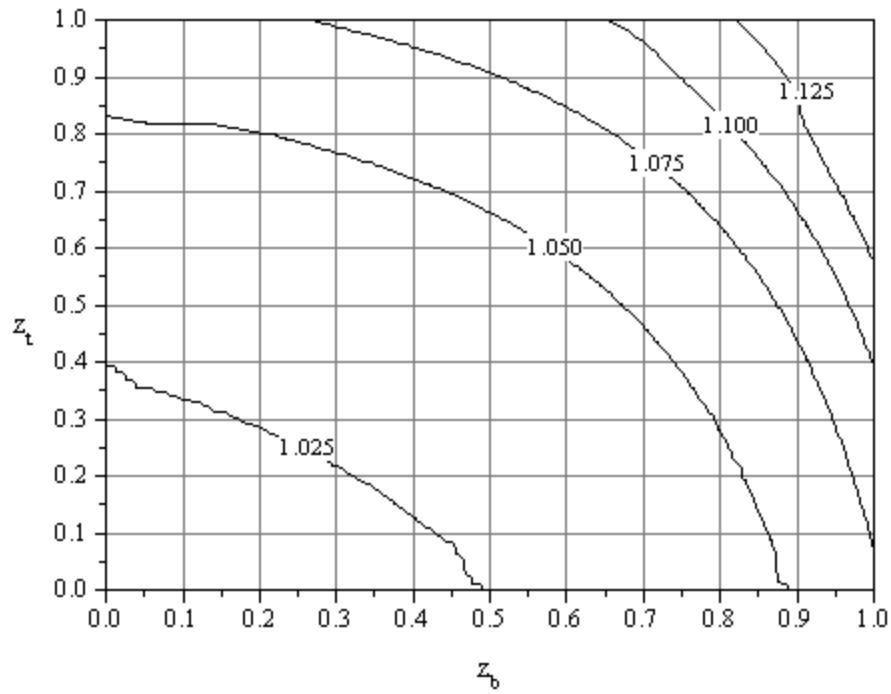
Σχήμα 5.32 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=1,25$ και $P_1^*=0,04$



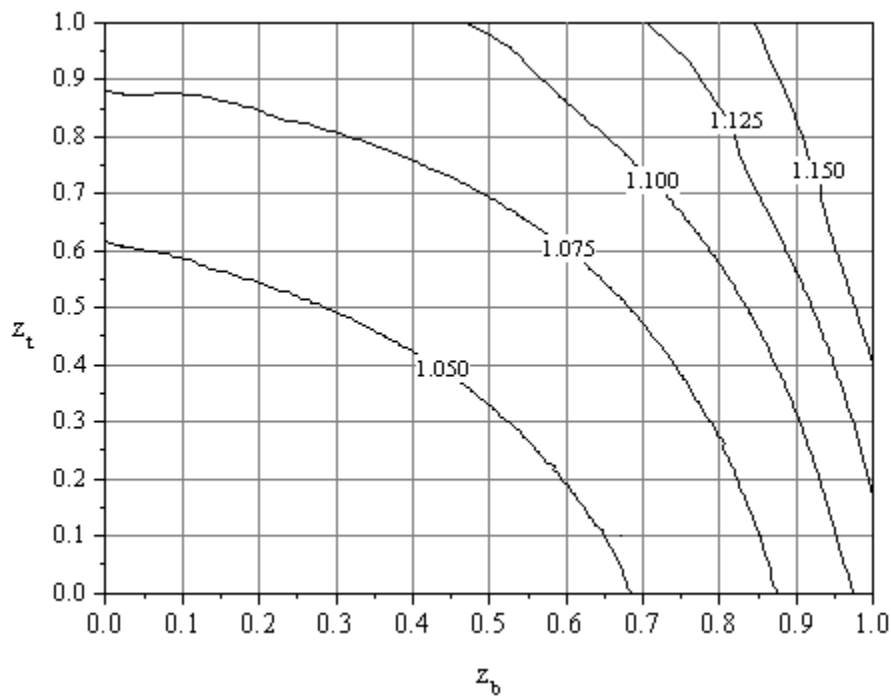
Σχήμα 5.33 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=1,25$ και $P_1^*=0,05$



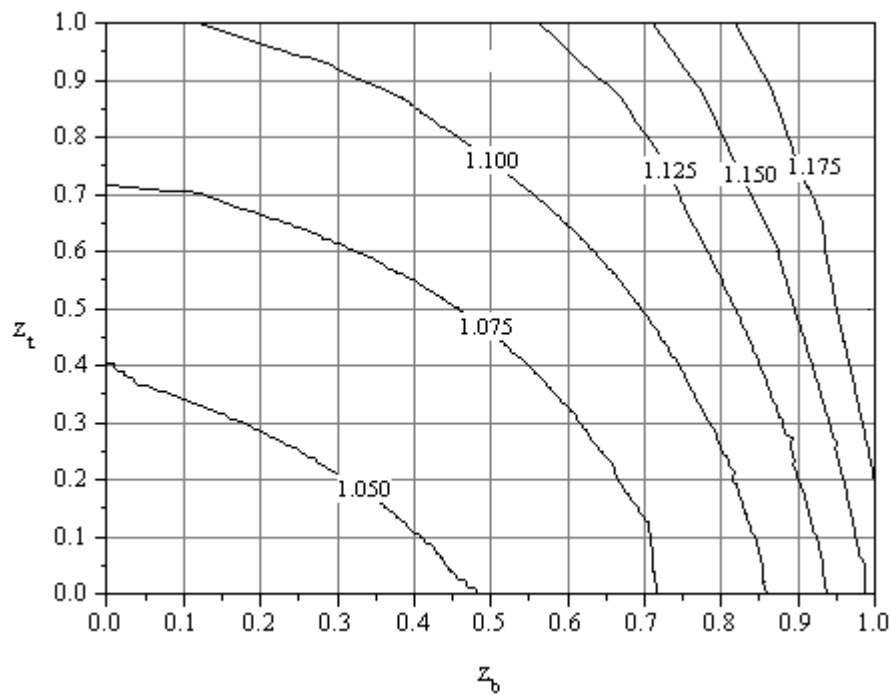
Σχήμα 5.34 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=1,50$ και $P_1^*=0,01$



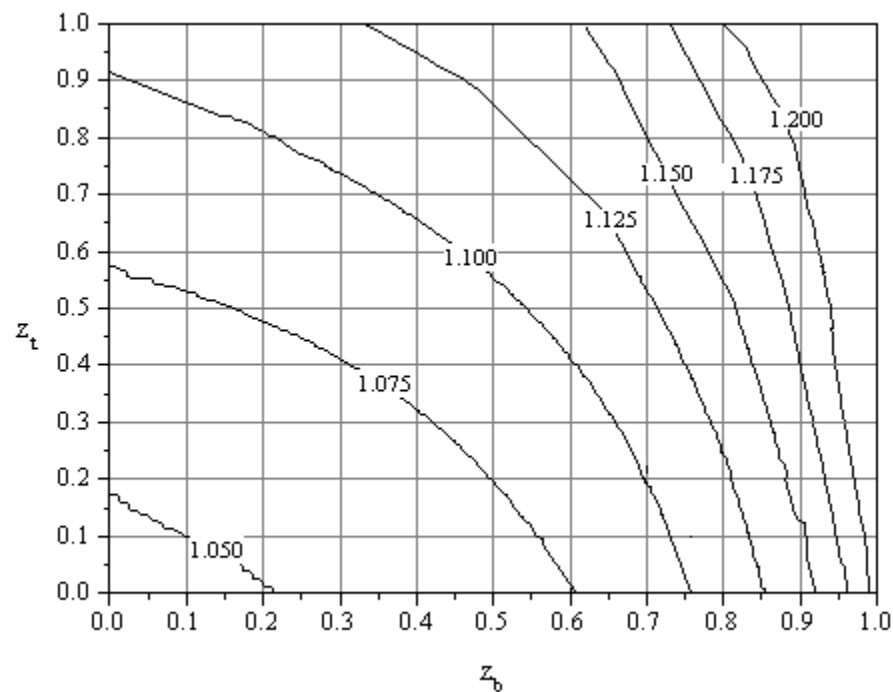
Σχήμα 5.35 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=1,50$ και $P_1^*=0,02$



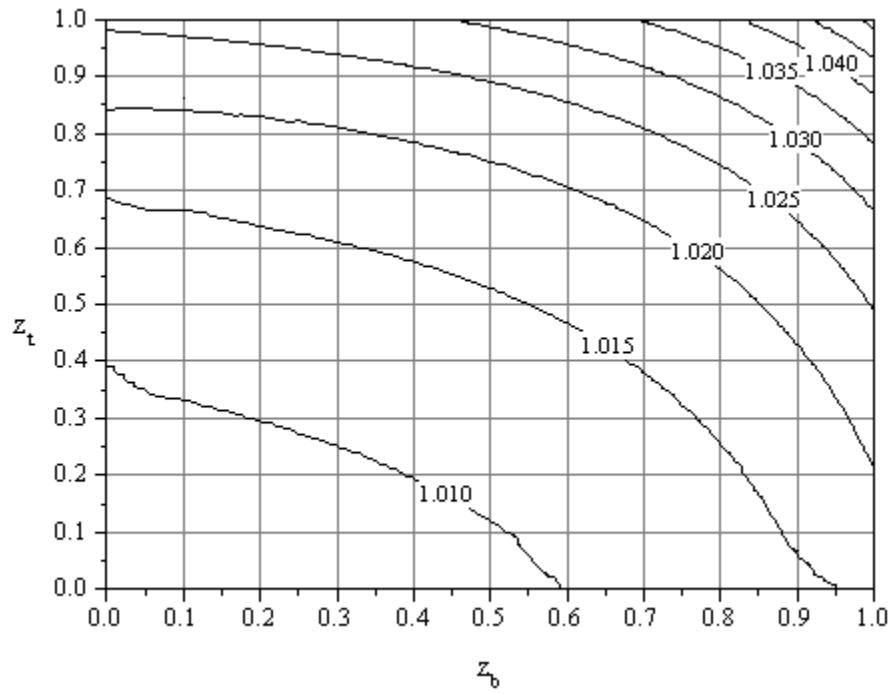
Σχήμα 5.36 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=1,50$ και $P_1^*=0,03$



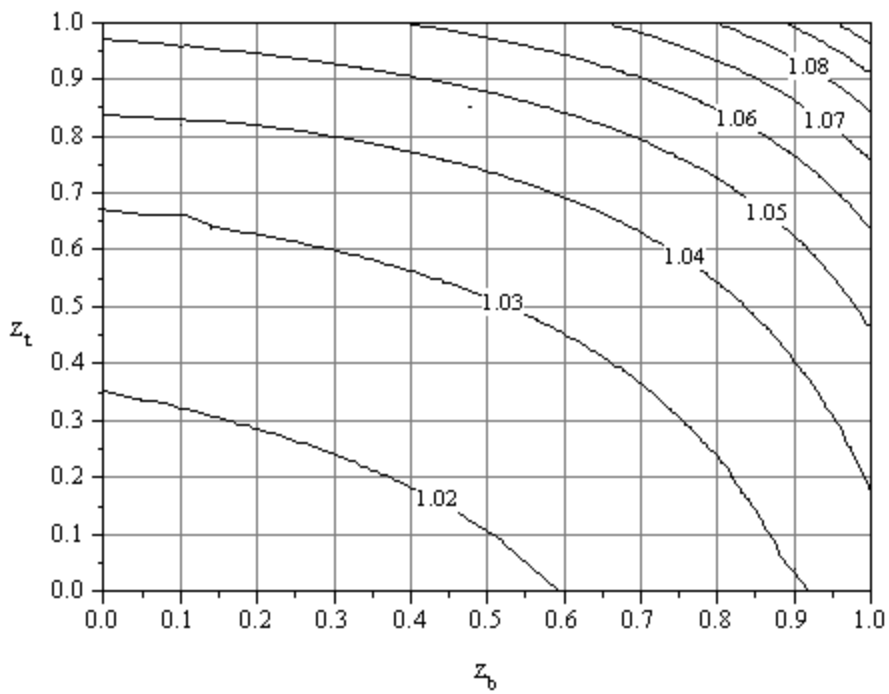
Σχήμα 5.37 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=1,50$ και $P_1^*=0,04$



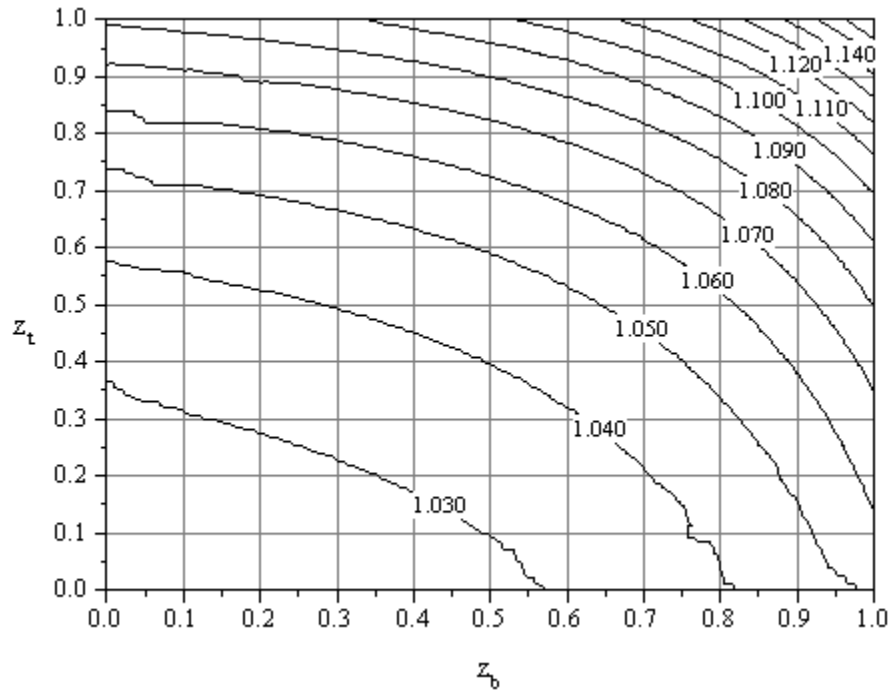
Σχήμα 5.38 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=0$, $P_2/P_1=1,50$ και $P_1^*=0,05$



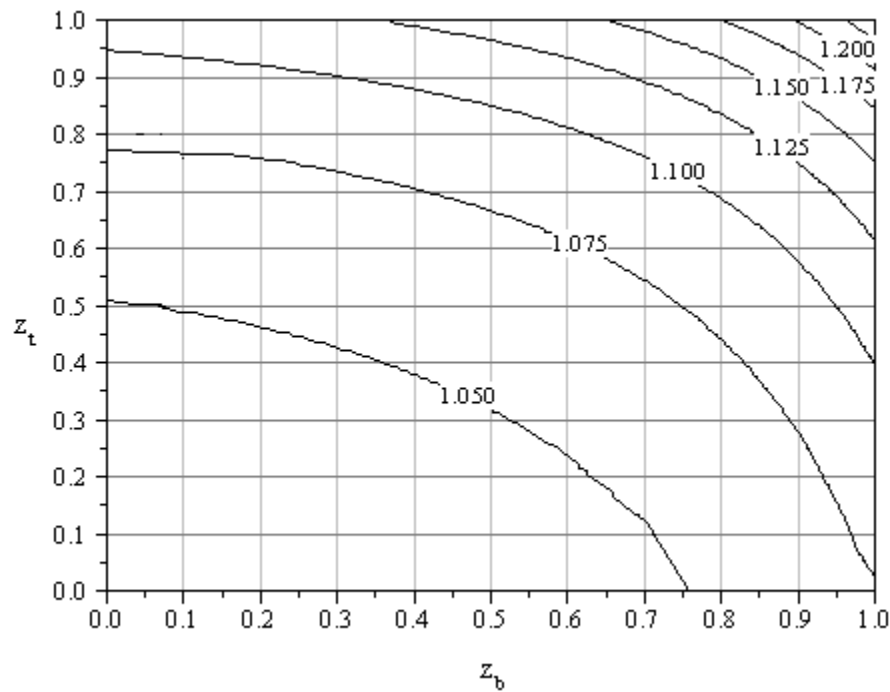
Σχήμα 5.39 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=2$, $P_2/P_1=0,25$ και $P_1^*=0,01$



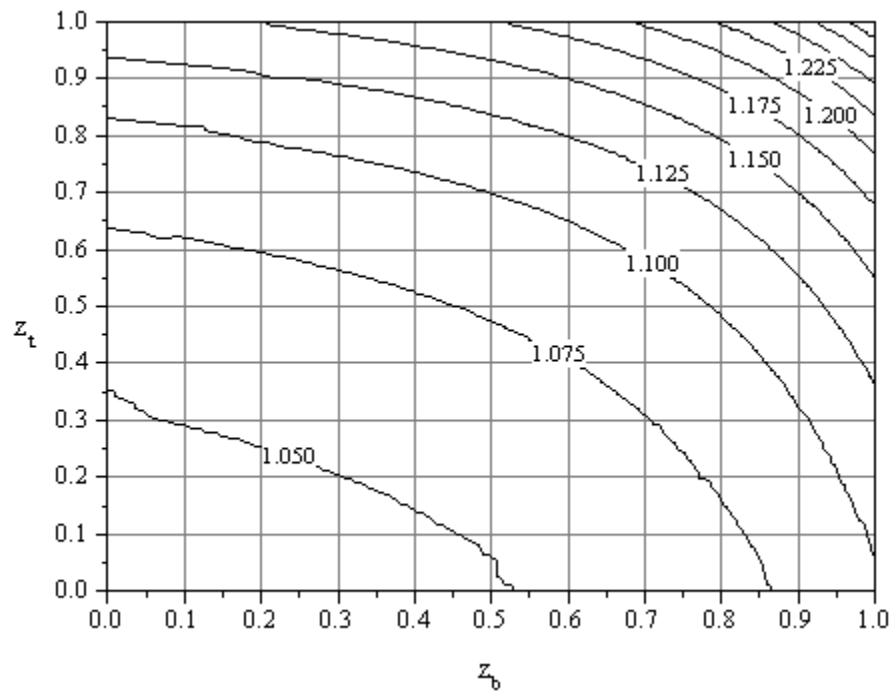
Σχήμα 5.40 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=2$, $P_2/P_1=0,25$ και $P_1^*=0,02$



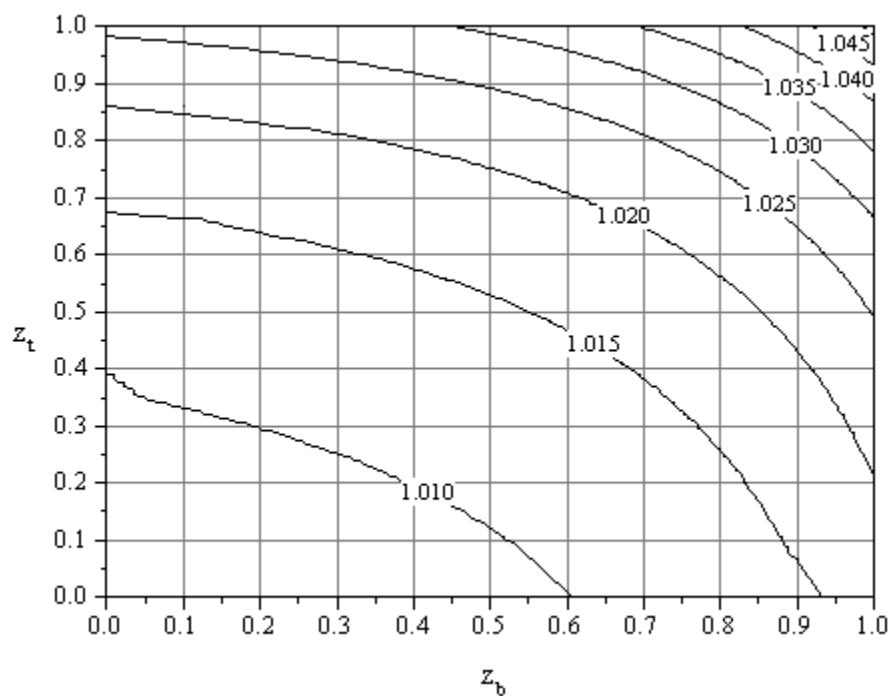
Σχήμα 5.41 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=2$, $P_2/P_1=0,25$ και $P_1^*=0,03$



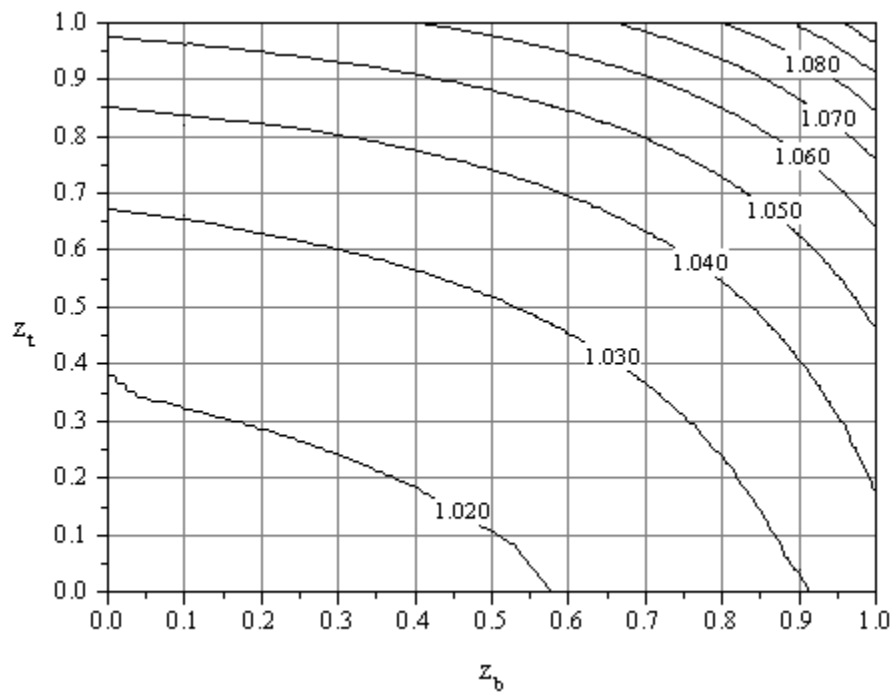
Σχήμα 5.42 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=2$, $P_2/P_1=0,25$ και $P_1^*=0,04$



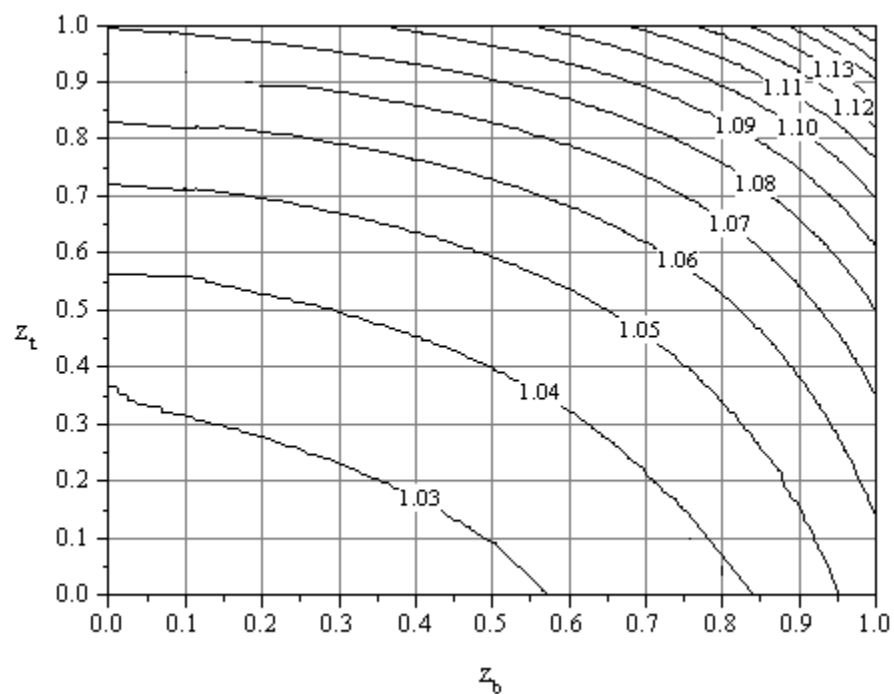
Σχήμα 5.43 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=2$, $P_2/P_1=0,25$ και $P_1^*=0,05$



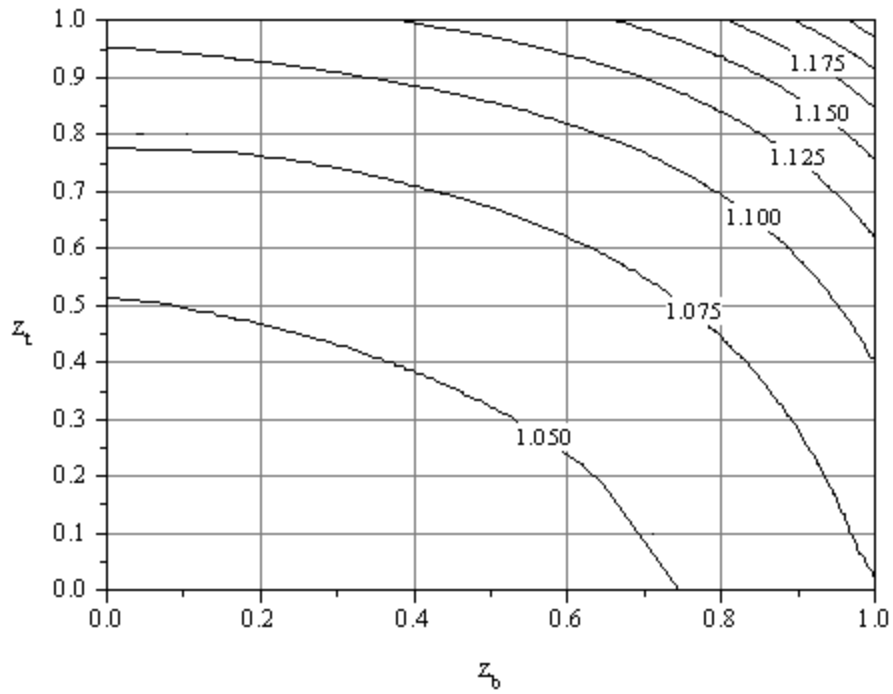
Σχήμα 5.44 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=2$, $P_2/P_1=0,50$ και $P_1^*=0,01$



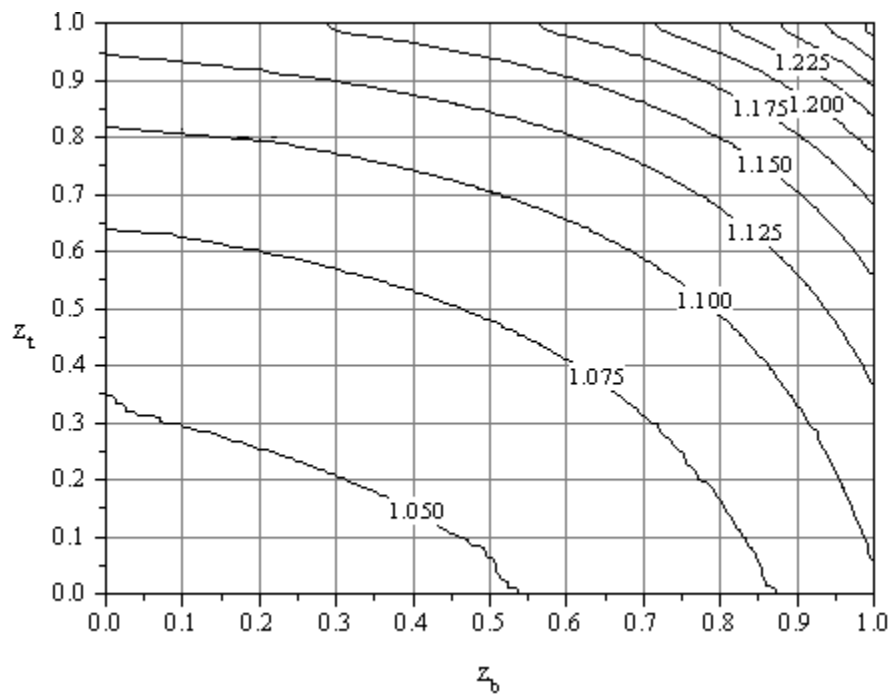
Σχήμα 5.45 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=2$, $P_2/P_1=0,50$ και $P_1^*=0,02$



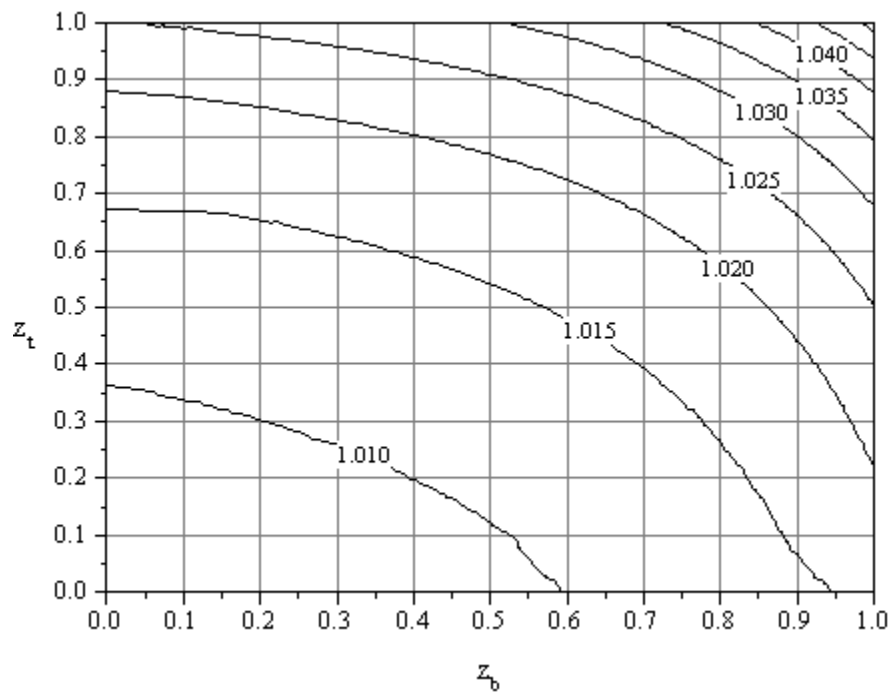
Σχήμα 5.46 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=2$, $P_2/P_1=0,50$ και $P_1^*=0,03$



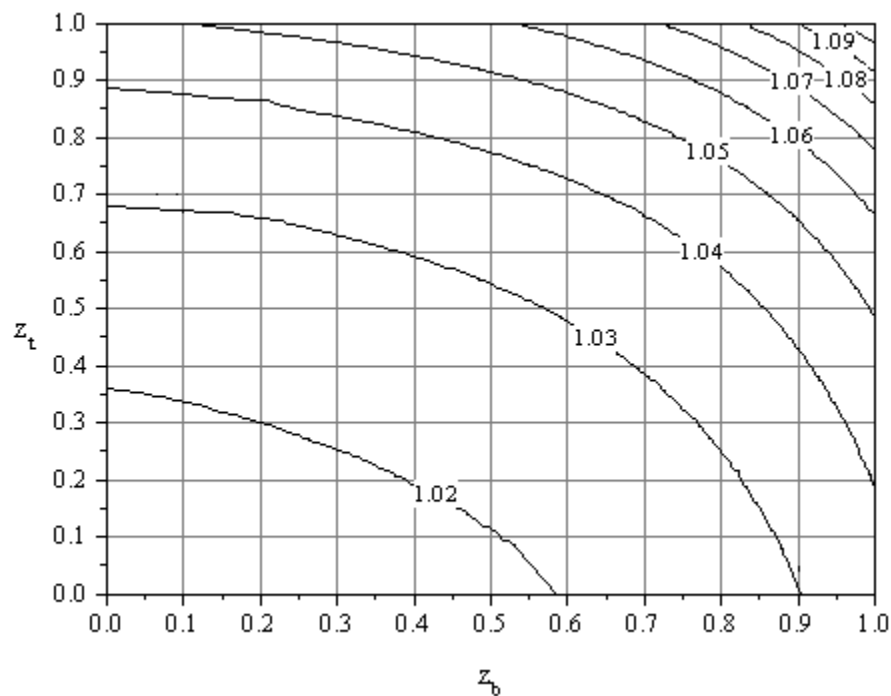
Σχήμα 5.47 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=2$, $P_2/P_1=0,50$ και $P_1^*=0,04$



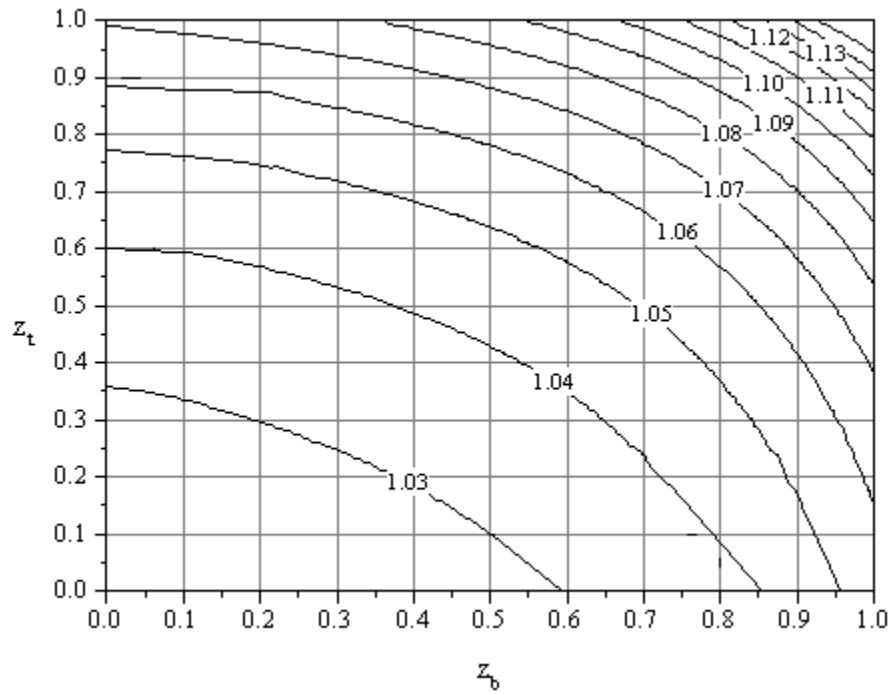
Σχήμα 5.48 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=2$, $P_2/P_1=0,50$ και $P_1^*=0,05$



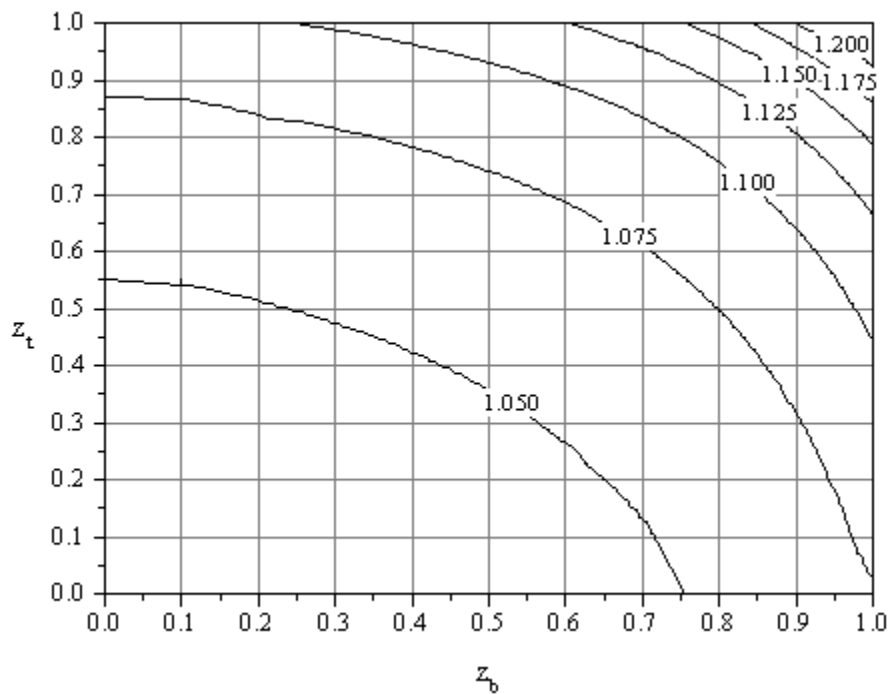
Σχήμα 5.49 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=2$, $P_2/P_1=1,50$ και $P_1^*=0,01$



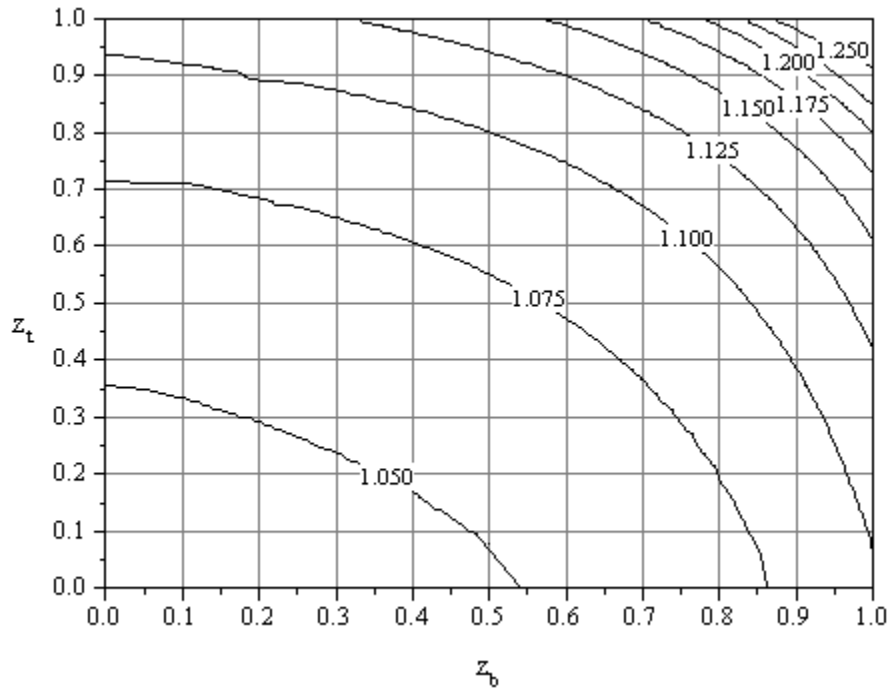
Σχήμα 5.50 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=2$, $P_2/P_1=1,50$ και $P_1^*=0,02$



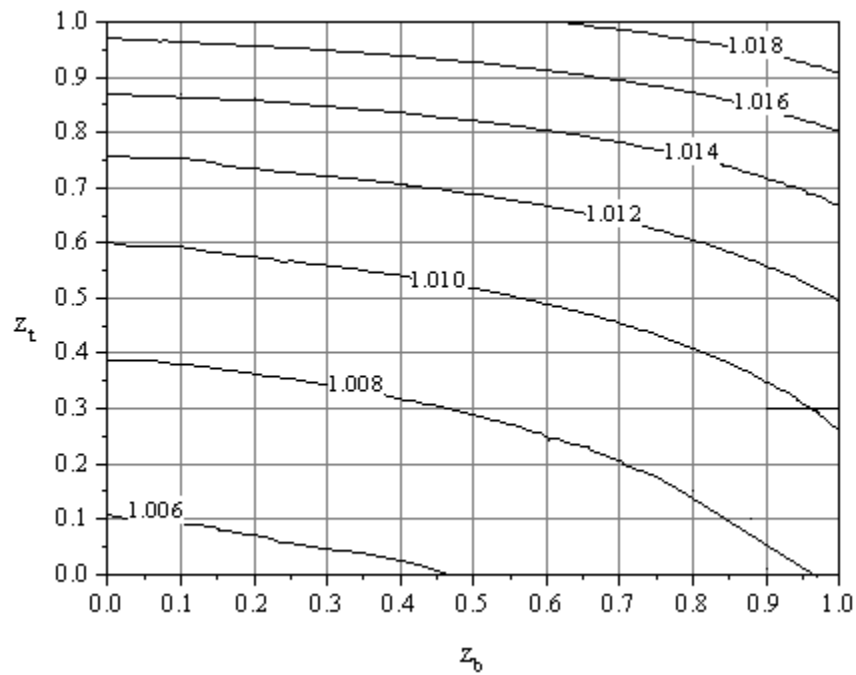
Σχήμα 5.51 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=2$, $P_2/P_1=1,50$ και $P_1^*=0,03$



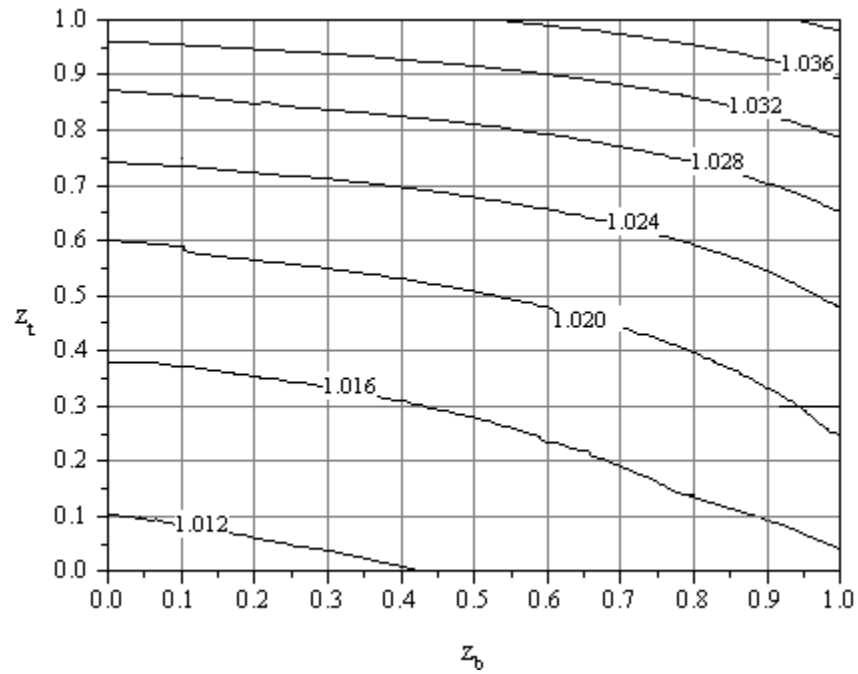
Σχήμα 5.52 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=2$, $P_2/P_1=1,50$ και $P_1^*=0,04$



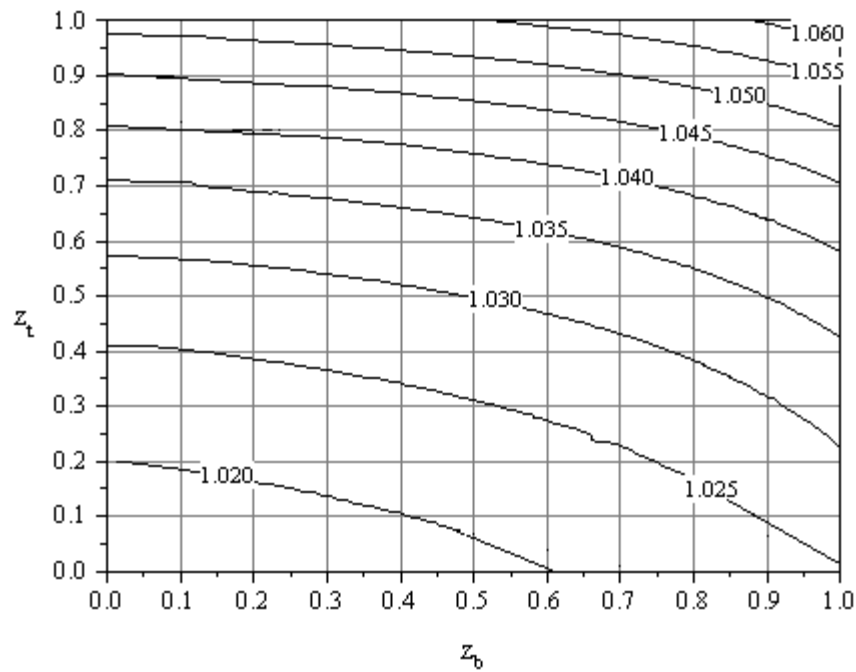
Σχήμα 5.53 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=2$, $P_2/P_1=1,50$ και $P_1^*=0,05$



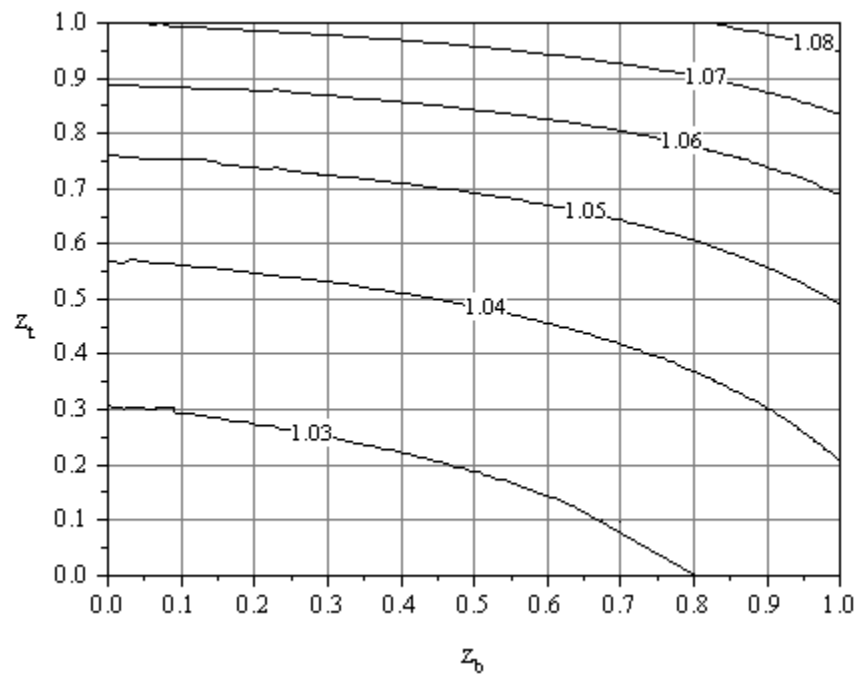
Σχήμα 5.54 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=5$, $P_2/P_1=0,25$ και $P_1^*=0,01$



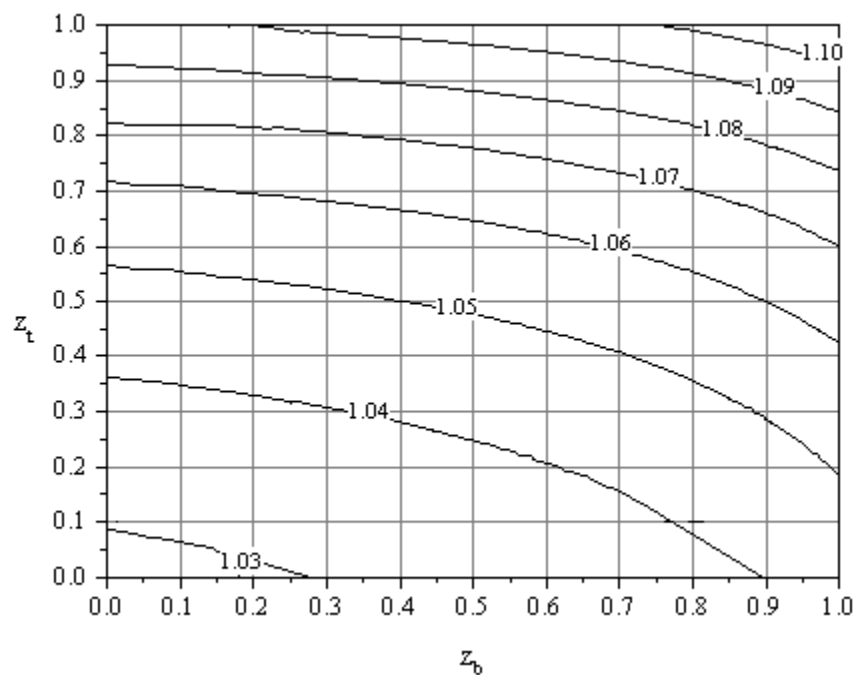
Σχήμα 5.55 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=5$, $P_2/P_1=0,25$ και $P_1^*=0,02$



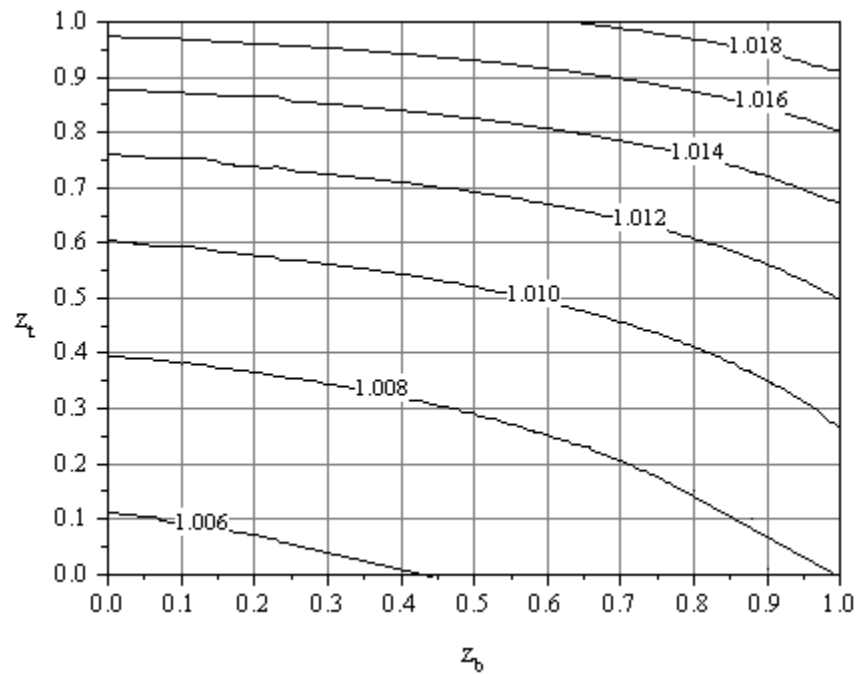
Σχήμα 5.56 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=5$, $P_2/P_1=0,25$ και $P_1^*=0,03$



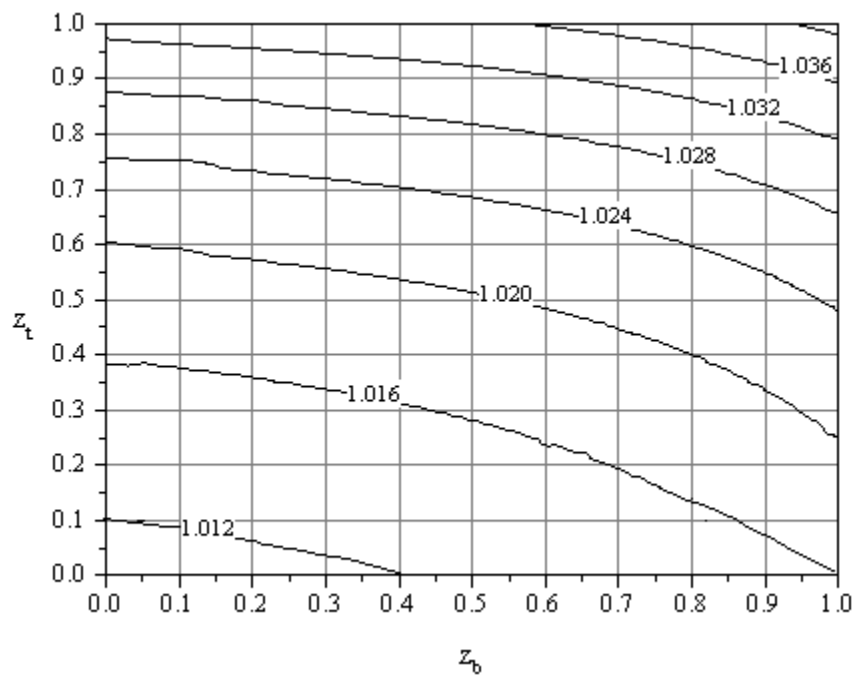
Σχήμα 5.57 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=5$, $P_2/P_1=0,25$ και $P_1^*=0,04$



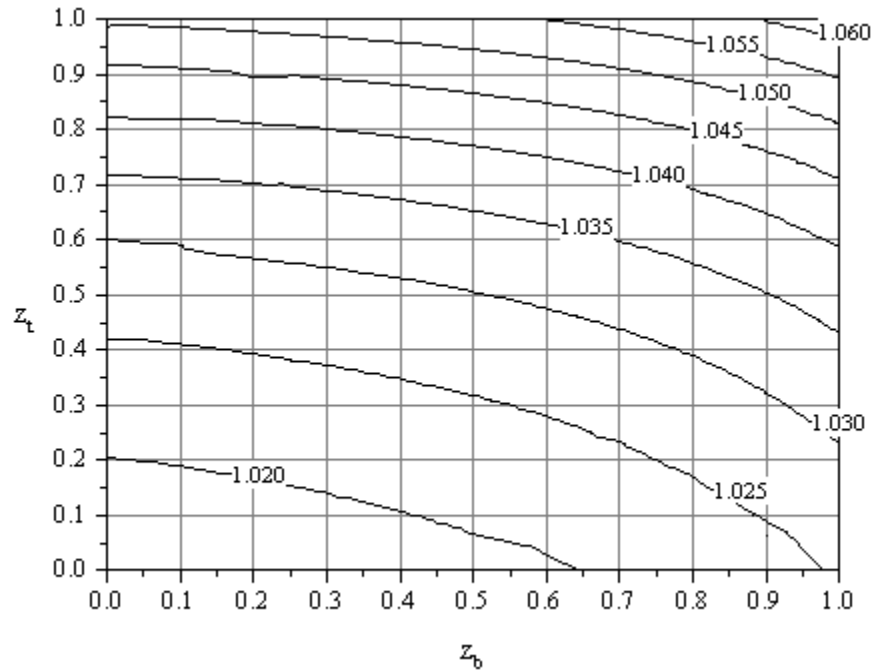
Σχήμα 5.58 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=5$, $P_2/P_1=0,25$ και $P_1^*=0,05$



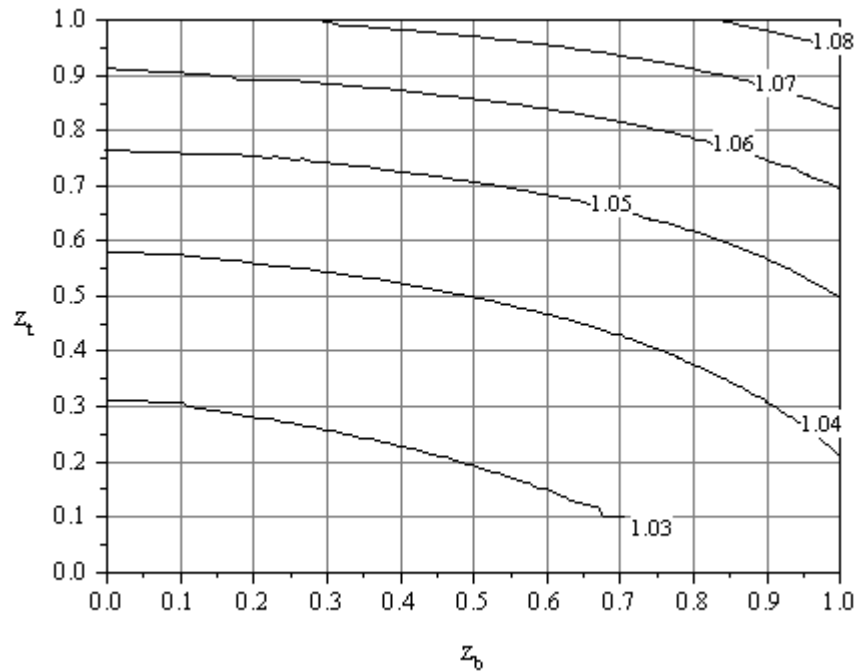
Σχήμα 5.59 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=5$, $P_2/P_1=1,00$ και $P_1^*=0,01$



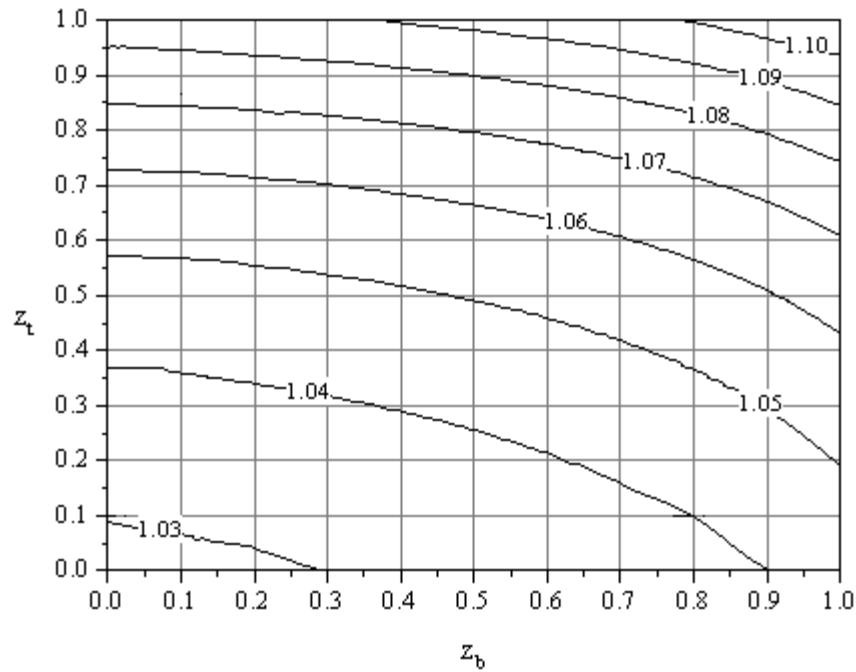
Σχήμα 5.60 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=5$, $P_2/P_1=1,00$ και $P_1^*=0,02$



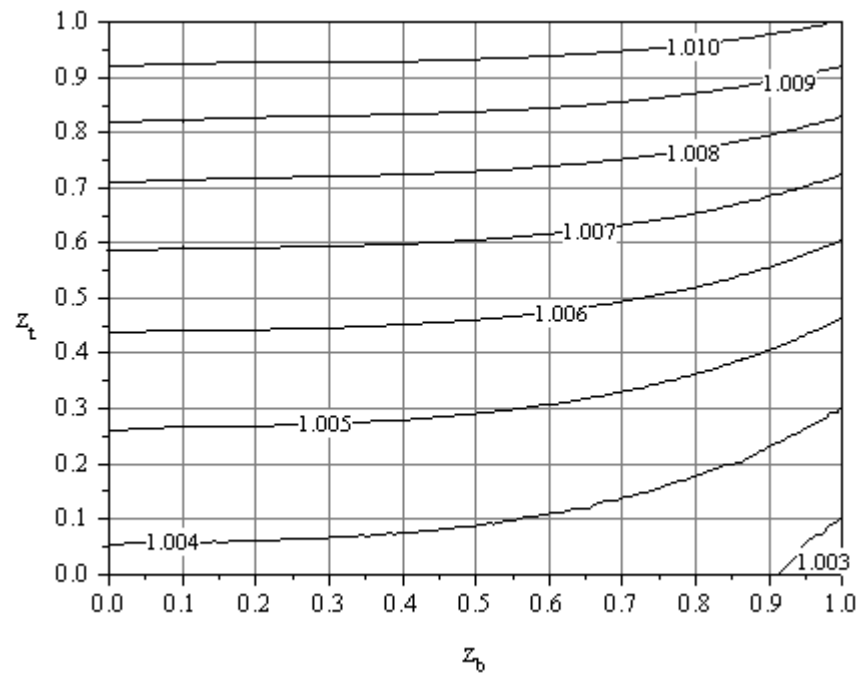
Σχήμα 5.61 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=5$, $P_2/P_1=1,00$ και $P_1^*=0,03$



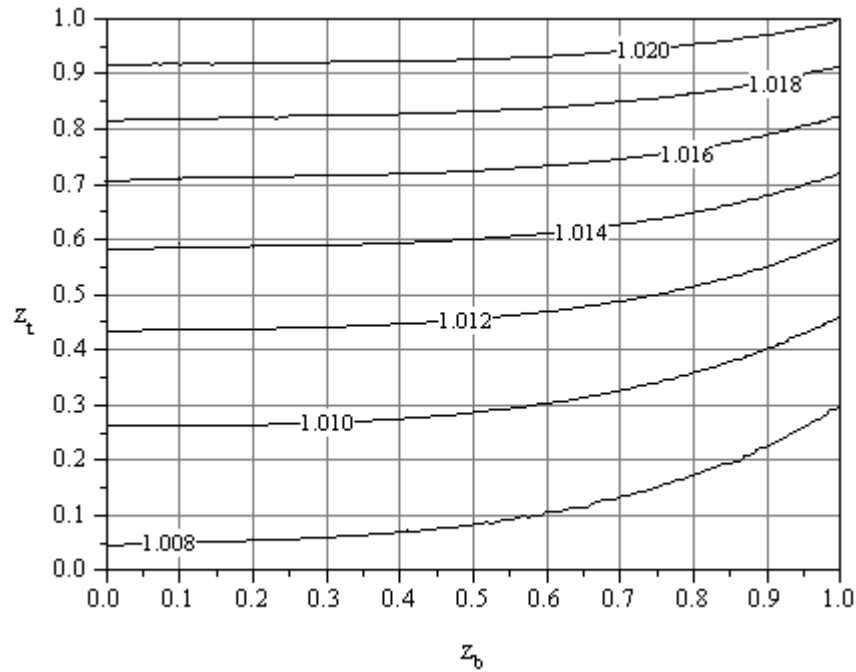
Σχήμα 5.62 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=5$, $P_2/P_1=1,00$ και $P_1^*=0,04$



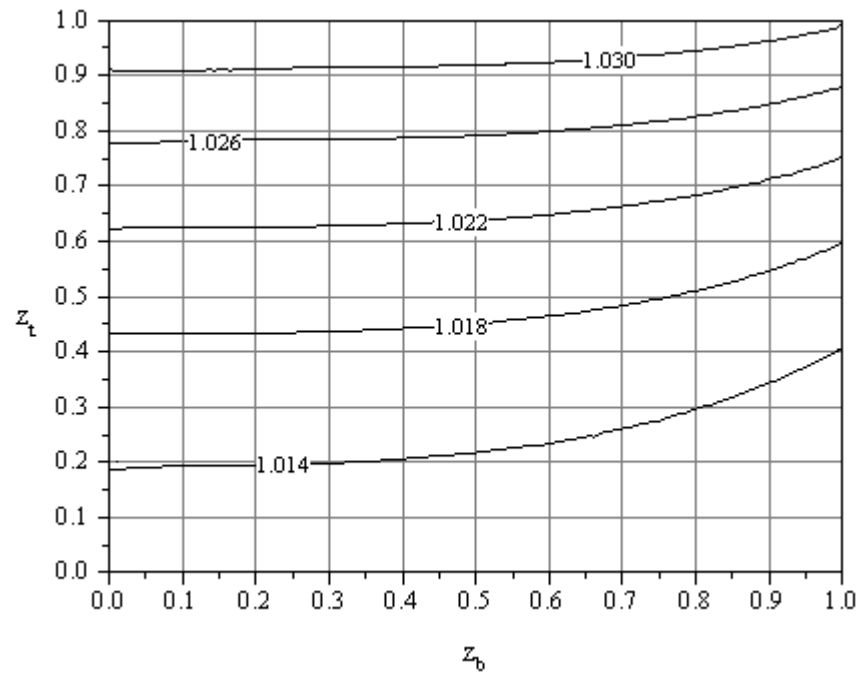
Σχήμα 5.63 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=5$, $P_2/P_1=1,00$ και $P_1^*=0,05$



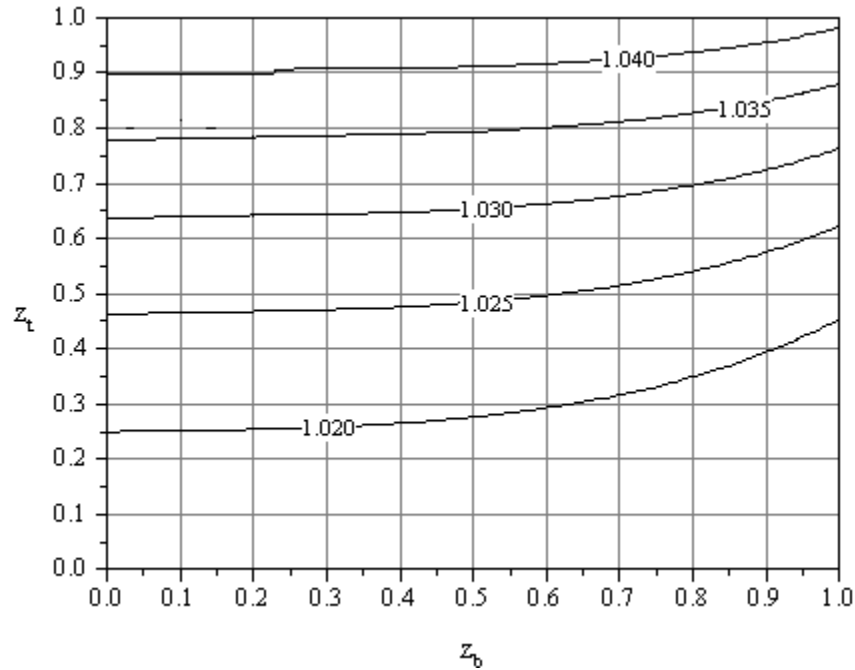
Σχήμα 5.64 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=10$, $P_2/P_1=1,00$ και $P_1^*=0,01$



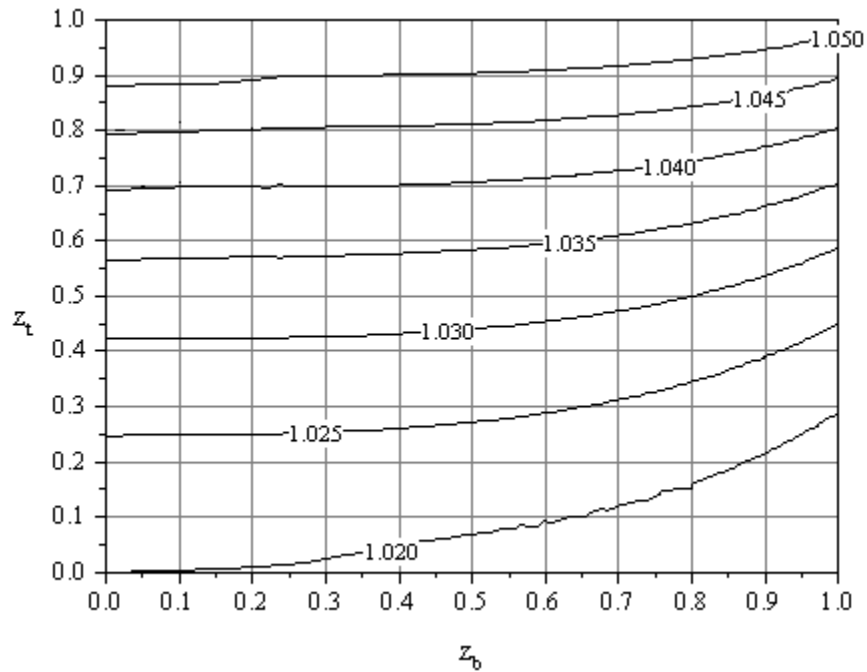
Σχήμα 5.65 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=10$, $P_2/P_1=1,00$ και $P_1^*=0,02$



Σχήμα 5.66 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\overline{c_{br}}=10$, $P_2/P_1=1,00$ και $P_1^*=0,03$



Σχήμα 5.67 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\bar{c}_{br}=10$, $P_2/P_1=1,00$ και $P_1^*=0,04$



Σχήμα 5.68 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α , για $\bar{c}_{br}=10$, $P_2/P_1=1,00$ και $P_1^*=0,05$

Το μεγαλύτερο ρόλο στην ανάπτυξη των αποτελεσμάτων της γεωμετρικής μη γραμμικότητας διαδραματίζει η δυνατότητα εγκάρσιας μετατόπισης της κορυφής του

υποστυλώματος, η οποία εκφράζεται με την ύπαρξη ή όχι ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης στην κορυφή. Παρατηρούμε ότι ακόμα και για μικρή τιμή του ελατηρίου μετάθεσης ($c_{br}=2$) η μη γραμμικότητα μειώνεται σημαντικά σε σχέση με τις αντίστοιχες περιπτώσεις στις οποίες έχουμε $c_{br}=0$. Η μέγιστη τιμή του λόγου α της μη γραμμικής προς την γραμμική ροπή για μη μηδενική τιμή του ελατηρίου μετάθεσης είναι περίπου 1,35. Για ακόμα μεγαλύτερες τιμές του ελατηρίου μετάθεσης ο λόγος α δεν ξεπερνάει σε κάθε περίπτωση την τιμή 1,10, ενώ για την τιμή $c_{br}=10$, όπου ο λόγος α φτάνει μέχρι και την τιμή 1,05, θεωρούμε ότι έχουμε ουσιαστικά γραμμική συμπεριφορά. Σε αυτόν τον λόγο οφείλεται και η αλλαγή κλίσης των καμπυλών των νομογραφημάτων για $c_{br}=10$. Για το λόγο αυτό δεν έχουν παραχθεί νομογραφήματα για c_{br} μεγαλύτερο από 10.

Η στροφική δέσμευση στην κορυφή και τη βάση του υποστυλώματος, που εκφράζεται με τις αδιαστατοποιημένες τιμές των στροφικών ελατηρίων z_b και z_t , είναι επίσης πολύ σημαντική για την ανάπτυξη μη γραμμικότητας. Όσο πιο μικρές είναι οι τιμές των σταθερών αυτών, τόσο μεγαλύτερες είναι οι τιμές των στροφικών ελατηρίων c_b και c_t σε σχέση με τη δυσκαμψία του υποστυλώματος c_c . Επομένως τόσο πιο μεγάλη στροφική δέσμευση παρέχουν. Για τις τιμές αυτές προκύπτουν μικρές τιμές του λόγου α . Όσο αυξάνονται τα z_b και z_t τόσο αυξάνει και η τιμή του α . Επίσης ο ρυθμός μεταβολής του λόγου αυξάνει με τα z_b και z_t και γίνεται πολύ μεγάλος στην άνω δεξιά περιοχή των νομογραφημάτων (για μεγάλες τιμές των z_b και z_t - περίπου από 0,90 και πάνω - οι οποίες εξαρτώνται και από τις συνθήκες φορτίσεως και τη σταθερά του ελατηρίου μετάθεσης). Στις περιοχές αυτές έχουμε πολύ μεγάλη αύξηση των μετατοπίσεων. Εκτός από το ότι οι μετατοπίσεις αυτές υπερβαίνουν τα όρια λειτουργικότητας, η ανάπτυξη μεγάλων ροπών 2ης τάξης προκαλεί στις περισσότερες περιπτώσεις διαρροή του υλικού.

Οι συνθήκες φόρτισης επηρεάζουν επίσης την τιμή του λόγου α . Για σταθερό εγκάρσιο συγκεντρωμένο φορτίο P_2 , το α αυξάνει με την αύξηση του αξονικού θλιπτικού φορτίου P_1 . Αντιθέτως, για σταθερό αξονικό θλιπτικό φορτίο P_1 , το α μειώνεται με την αύξηση του εγκάρσιου φορτίου P_2 . Το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο, αφού η μη γραμμική ροπή, έστω M_2 , είναι ίση με $M_2 = P_2 \cdot h + P_1 \cdot \Delta$, όπου: h είναι το ύψος του υποστυλώματος, Δ η οριζόντια μετατόπιση στην κορυφή ενώ η γραμμική ροπή M_1 ισούται με $P_2 \cdot h$. Άρα για σταθερό P_2 η μη γραμμική ροπή αυξάνει με το P_1 άρα και ο λόγος των ροπών αυξάνει με το P_1 . Ενώ για σταθερό P_1 αυξάνει και η γραμμική και η μη γραμμική ροπή με την αύξηση του P_2 , αλλά η σημασία του όρου $P_1 \cdot \Delta$ στην αναλογία μειώνεται, δηλαδή μειώνεται η μη γραμμικότητα.

Επισημαίνεται βεβαίως ότι ο μεγεθυντικός συντελεστής α εξαρτάται από διάφορους παράγοντες, αρκετοί από τους οποίους λαμβάνονται παραμετρικά υπόψη στα νομογραφήματα που προηγήθηκαν, άλλοι όμως όχι, όπως π.χ. το ακριβές σχήμα του διαγράμματος ροπών κάμψεως λόγω εγκαρσίων φορτίων. Αυτό συνεπάγεται ότι κατά την εφαρμογή των νομογραφημάτων απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή ως προς τις προϋποθέσεις υπό τις οποίες αυτά έχουν παραχθεί. Βεβαίως, τα ανωτέρω ποιοτικά συμπεράσματα είναι πολύ χρήσιμα για την κατανόηση του φαινομένου και ισχύουν παρά τους προαναφερθέντες περιορισμούς ως προς το ποσοτικό τους σκέλος. Πρακτική εφαρμογή πάντως των συντελεστών μεγέθυνσης των νομογραφημάτων προτείνεται μόνον υπό την προϋπόθεση τήρησης των παραδοχών βάσει των οποίων συντάχθηκαν τα νομογραφήματα και σε άλλες, παρεμφερείς περιπτώσεις μόνον σε φάση προμελέτης.

5.5 Διερεύνηση της επιρροής P-δ

Σκοπός της παρούσας ενότητας είναι να παρουσιάσει ένα παρόμοιο πρόγραμμα με το προηγούμενο που αναπτύχθηκε για τη μελέτη της επιρροής P-Δ, το οποίο όμως θα λαμβάνει υπόψη και την επιρροή P-δ και θα χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη αυτών των επιρροών στη συμπεριφορά υποστυλωμάτων μεταλλικών πλαισίων.

Προκειμένου να ληφθεί υπόψη η επιρροή P-δ, πρέπει το υπό εξέταση υποστύλωμα να χωριστεί σε πλήθος στοιχείων και μάλιστα άρτιο, έτσι ώστε να είναι δυνατός ο καθορισμός της τιμής της καμπτικής ροπής στο μέσο του υποστυλώματος. Για να επιλεγεί λοιπόν ο βέλτιστος αριθμός στοιχείων στα οποία πρέπει να χωριστεί το υποστύλωμα στο υπό συγγραφή πρόγραμμα, πραγματοποιήθηκαν πέντε αναλύσεις με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA. Πιο συγκεκριμένα, επιλέχθηκε ένα αμφιέρειστο υποστύλωμα διατομής HEB 200, ύψους 12,53m από χάλυβα ποιότητας S275. Η λυγηρότητα λ^* του υποστυλώματος, είναι ίση με 146,773. Για το υποστύλωμα αυτό πραγματοποιήθηκαν μη γραμμικές αναλύσεις με διαφορετικό κάθε φορά αριθμό στοιχείων: το υποστύλωμα χωρίστηκε σε 2, 4, 6, 8 και 10 στοιχεία. Κάθε φορά υπολογιζόταν η οριζόντια μετακίνηση του μέσου του υποστυλώματος (κατά συνέπεια η μέγιστη μετακίνησή του). Η φόρτιση που επιβλήθηκε στο υποστύλωμα ήταν ίση με 8kN/m, φόρτιση οριακή, αφού η μέγιστη ροπή είναι ίση με $M_{\max} = qh^2/8 = 157,00\text{kNm}$, ροπή μεγαλύτερη από τη M_{el} για υλικό S275 ($M_{el} = 156,75\text{kNm}$). Τα αποτελέσματα των αναλύσεων παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.13 που ακολουθεί.

Αριθμός Στοιχείων	2	4	6	8	10
Οριζόντια Μετακίνηση Μέσου (cm)	14,50	13,58	13,42	13,36	13,36

Πίνακας 5.13 Οριζόντια μετακίνηση του μέσου του υποστυλώματος για διακριτοποίηση με διαφορετικό αριθμό στοιχείων

Όπως φαίνεται στον παραπάνω πίνακα, η μέγιστη οριζόντια μετακίνηση του υποστυλώματος παραμένει αμετάβλητη για αριθμό στοιχείων μεγαλύτερο από οκτώ. Η διαφορά της μετακίνησης που αντιστοιχεί σε αριθμό στοιχείων ίσο με τέσσερα (13.58 cm) από την αντίστοιχη μετακίνηση που αντιστοιχεί σε αριθμό στοιχείων ίσο με οκτώ (13.36 cm) είναι της τάξης του 1,65%. Για τις επόμενες αναλύσεις λοιπόν επιλέγεται το υποστύλωμα να διακριτοποιείται με τέσσερα στοιχεία.

Το προσομοίωμα που χρησιμοποιείται για τη μελέτη της επιρροής P-δ είναι το ίδιο με το προηγούμενο για τη μελέτη της επιρροής P-Δ. Η διαφορά είναι ότι για τη μελέτη της επιρροής P-Δ το προσομοίωμα φορτίζεται με δύο συγκεντρωμένα φορτία, ένα οριζόντιο και ένα κατακόρυφο, στον άνω κόμβο του, ενώ για τη μελέτη της επιρροής P-δ το προσομοίωμα φορτίζεται με ένα συγκεντρωμένο κατακόρυφο φορτίο στον άνω κόμβο και ένα ομοιόμορφα κατανεμημένο οριζόντιο φορτίο.

5.5.1 Διερεύνηση της αξιοπιστίας του προγράμματος για επιρροή P-δ

Προκειμένου να διερευνηθεί η αξιοπιστία του προγράμματος SECAN για τις γραμμικές και μη γραμμικές αναλύσεις υποστυλωμάτων για τα οποία πρέπει να ληφθούν υπόψη

φαινόμενα τόσο P-Δ όσο και P-δ, συγκρίνονται τα αποτελέσματα των αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν με το πρόγραμμα αυτό, για συγκεκριμένες περιπτώσεις υποστυλωμάτων, με τα αποτελέσματα των αντίστοιχων αναλύσεων με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA, διαδικασία ανάλογη με αυτή της ενότητας 5.3.1.

Συγκρίνονται επτά περιπτώσεις υποστυλωμάτων. Τα τρία πρώτα υποστυλώματα έχουν διατομή HEB 360 ($I=43190\text{cm}^4$, $i=15.5\text{cm}$ και $A=181\text{cm}^2$) και ύψος $h=13\text{m}$, ενώ τα υπόλοιπα τέσσερα έχουν διατομή HEB300 ($I=25170\text{cm}^4$, $i=13.0\text{cm}$ και $A=149\text{cm}^2$) και ύψος $h=8\text{m}$ (πίνακας 5.14). Τα υποστυλώματα της κάθε ομάδας διαφοροποιούνται στις τιμές των σταθερών των στροφικών ελατηρίων στην κορυφή και στην βάση, c_b και c_t αντίστοιχως, καθώς και στις τιμές του κατακόρυφου φορτίου P_1 και του κατανεμημένου φορτίου q . Στην περίπτωση της μελέτης της επιρροής P-δ, επιλέχθηκε η χρησιμοποίηση κατανεμημένου φορτίου έναντι συγκεντρωμένου οριζοντίου, καθώς αυτό θα δίνει στην παραμορφωμένη γεωμετρία του φορέα τη μεγαλύτερη καμπυλότητα και επομένως θα τονίζονται τα φαινόμενα P-δ. Σε όλες τις περιπτώσεις οι τιμές των σταθερών των ελατηρίων στην κορυφή είναι ίδιες με τις τιμές των σταθερών των ελατηρίων στην βάση. Η τιμή της σταθεράς του ελατηρίου ευθυγράμμου κινήσεως στην κορυφή του υποστυλώματος c_{br} θεωρείται μηδενική, δηλαδή επιτρέπεται η εγκάρσια μετατόπιση. Οι τιμές των σταθερών των ελατηρίων, η μηδενική τιμή του ελατηρίου ευθυγράμμου κινήσεως καθώς και το σχετικά υψηλό επίπεδο φόρτισης επιτρέπει την εμφάνιση σχετικώς μεγάλων μη γραμμικοτήτων γεωμετρίας στα υποστυλώματα, που δεν μπορούν βέβαια να εμφανιστούν στην πράξη. Με τον τρόπο αυτό ελέγχεται το πρόγραμμα για τις ακραίες αυτές περιπτώσεις. Συγκρίνονται οι τιμές της ροπής στην κορυφή και στο μέσο του υποστυλώματος καθώς και η οριζόντια μετατόπιση w στο μέσο, που προκύπτει από την ανάλυση 2ης τάξης ($M_{2\text{ηςτάξ.}}$) και την ανάλυση 1ης τάξης ($M_{1\text{ηςτάξ.}}$). Ακόμα γίνεται σύγκριση των συντελεστών μεγέθυνσης που αφορούν τις ροπές στην κορυφή (α_{top}) και στο μέσο (α_{mid}) του προσομοιώματος.

Τα αποτελέσματα για τα παραπάνω μεγέθη των αναλύσεων με τα προγράμματα ADINA και SECAN παρουσιάζονται στους πίνακες 5.15 - 5.16 και 5.17 - 5.18, αντίστοιχα. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων (σε επί τις εκατό ποσοστιαίες διαφορές) φαίνεται στους πίνακες 5.19, 5.20 και 5.21.

Υποστυλώμα	Ελατήριο $c_t=c_b$ (kNm)	Κατακόρυφο φορτίο P_1 (kN)	Κατανεμημένο φορτίο q (kN/m)
HEB360 ($h=13\text{m}$)			
1	1500	40	8
2	1500	20	4
3	1000	20	4
HEB300 ($h=8\text{m}$)			
4	1500	60	10
5	1500	30	5
6	1000	60	10
7	1000	30	5

Πίνακας 5.14 Προσομοιώματα υποστυλωμάτων που επιλέχθηκαν για τη διερεύνηση της αξιοπιστίας του προγράμματος

Υπ/μα	M _{1ηςτάξ.κ.} (kNm)	M _{2ηςτάξ.κ.} (kNm)	α_{top}
1	327,50	400,18	1,22
2	163,75	180,35	1,10
3	165,45	191,19	1,16
4	154,77	186,48	1,21
5	77,39	84,62	1,09
6	156,46	208,11	1,33
7	78,23	89,43	1,14

Πίνακας 5.15 Ροπές 1ης και 2ης τάξης καθώς και ο αντίστοιχος συντελεστής μεγέθυνσης για την κορυφή του προσομοιώματος από την ανάλυση με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA

Υπ/μα	M _{1ηςτάξ.μ.} (kNm)	M _{2ηςτάξ.μ.} (kNm)	α_{mid}	W _{2.1ηςτάξ.μ.} (m)	W _{2.2ηςτάξ.μ..} (m)
1	158,50	159,60	1,007	1,55	1,85
2	79,25	79,53	1,004	0,77	0,85
3	80,95	81,25	1,004	1,14	1,30
4	74,77	75,29	1,007	0,45	0,54
5	37,39	37,52	1,003	0,23	0,25
6	76,46	77,00	1,007	0,67	0,87
7	38,23	38,36	1,004	0,33	0,38

Πίνακας 5.16 Ροπές 1ης και 2ης τάξης καθώς και ο αντίστοιχος συντελεστής μεγέθυνσης και οι οριζόντιες μετατοπίσεις για το μέσο του προσομοιώματος από την ανάλυση με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA

Υπ/μα	M _{1ηςτάξ.κ.} (kNm)	M _{2ηςτάξ.κ.} (kNm)	α_{top}
1	327,06	378,81	1,16
2	163,53	177,97	1,09
3	165,23	185,70	1,12
4	154,56	183,94	1,19
5	77,28	84,28	1,09
6	156,25	201,43	1,29
7	78,12	88,75	1,14

Πίνακας 5.17 Ροπές 1ης και 2ης τάξης καθώς και ο αντίστοιχος συντελεστής μεγέθυνσης για την κορυφή του προσομοιώματος από την ανάλυση με το πρόγραμμα SECAN

Υπ/μα	M _{1ηςτάξ.μ.} (kNm)	M _{2ηςτάξ.μ.} (kNm)	α_{mid}	W _{2.1ηςτάξ.μ.} (m)	W _{2.2ηςτάξ.μ.} (m)
1	158,06	147,12	0,931	1,55	1,77
2	79,03	77,79	0,987	0,77	0,84
3	80,73	77,88	0,965	1,14	1,28
4	74,56	73,73	0,989	0,45	0,53
5	37,28	37,27	1,000	0,23	0,25
6	76,25	73,28	0,961	0,67	0,85
7	38,12	37,92	0,995	0,33	0,38

Πίνακας 5.18 Ροπές 1ης και 2ης τάξης καθώς και ο αντίστοιχος συντελεστής μεγέθυνσης και οι οριζόντιες μετατοπίσεις για το μέσο του προσομοιώματος από την ανάλυση με το πρόγραμμα SECAN

Υπ/μα	$\frac{M_{1ηςτ. SECAN} - M_{1ηςτ. ADINA}}{M_{1ηςτ. ADINA}} \%$	$\frac{M_{2ηςτ. SECAN} - M_{2ηςτ. ADINA}}{M_{2ηςτ. ADINA}} \%$	$\frac{\alpha_{SECAN} - \alpha_{ADINA}}{\alpha_{ADINA}} \%$
1	-0,13	-5,34	-5,21
2	-0,13	-1,32	-1,19
3	-0,13	-2,87	-2,74
4	-0,13	-1,36	-1,23
5	-0,13	-0,39	-0,26
6	-0,13	-3,21	-3,08
7	-0,13	-0,75	-0,62
8	-0,13	-5,34	-5,21

Πίνακας 5.19 Αποκλίσεις των αποτελεσμάτων των αναλύσεων των προγραμμάτων SECAN και ADINA για την κορυφή του προσομοιώματος

Υπ/μα	$\frac{M_{1ηςτ. SECAN} - M_{1ηςτ. ADINA}}{M_{1ηςτ. ADINA}} \%$	$\frac{M_{2ηςτ. SECAN} - M_{2ηςτ. ADINA}}{M_{2ηςτ. ADINA}} \%$	$\frac{\alpha_{SECAN} - \alpha_{ADINA}}{\alpha_{ADINA}} \%$
1	-0,28	-7,82	-7,56
2	-0,28	-2,19	-1,92
3	-0,27	-4,15	-3,89
4	-0,28	-2,08	-1,80
5	-0,28	-0,66	-0,38
6	-0,27	-4,82	-4,57
7	-0,27	-1,17	-0,90
8	-0,28	-7,82	-7,56

Πίνακας 5.20 Αποκλίσεις των αποτελεσμάτων των αναλύσεων των προγραμμάτων SECAN και ADINA για το μέσο του προσομοιώματος

Υπ/μα	$\frac{W_{2,1\eta\varsigma\tau.SECAN} - W_{2,1\eta\varsigma\tau.ADINA}}{W_{2,1\eta\varsigma\tau.ADINA}} \%$	$\frac{W_{2,2\eta\varsigma\tau.SECAN} - W_{2,2\eta\varsigma\tau.ADINA}}{W_{2,2\eta\varsigma\tau.ADINA}} \%$
1	0,00	-4,00
2	0,00	-0,95
3	0,00	-2,15
4	0,00	-0,93
5	0,00	-0,41
6	0,00	-2,41
7	0,00	-0,53
8	0,00	-4,00

Πίνακας 5.21 Αποκλίσεις των αποτελεσμάτων των αναλύσεων των προγραμμάτων SECAN και ADINA για το μέσο του προσομοιώματος

Οι αποκλίσεις μεταξύ των δύο προγραμμάτων για την γραμμική ανάλυση είναι αμελητέες (0.13% για τη ροπή στην κορυφή του υποστυλώματος και 0.28% για τη ροπή στο μέσο του) ή ακόμα και ανύπαρκτες (0% για την οριζόντια μετακίνηση του μέσου του υποστυλώματος). Στην ανάλυση 2ης τάξης, όμως, παρατηρούνται μικρές αποκλίσεις μεταξύ του ADINA και του προγράμματος SECAN. Πιο συγκεκριμένα, για τη ροπή στην κορυφή του υποστυλώματος οι αποκλίσεις κυμαίνονται μεταξύ 0.39% και 5.34%, για τη ροπή στο μέσο μεταξύ 0.66% και 7.82%, για την οριζόντια μετακίνηση του μέσου του υποστυλώματος μεταξύ 0.53% και 4.00%, για το λόγο α_{top} της ροπής στην κορυφή μεταξύ 0.26% και 5.21%, ενώ, τέλος, για το λόγο α_{mid} της ροπής στο μέσο του υποστυλώματος οι διαφορές κυμαίνονται μεταξύ 0.38% και 7.56%. Οι αποκλίσεις αυτές οφείλονται στις διαφορετικές θεωρήσεις μητρώων δυσκαμψίας στα δύο προγράμματα.

5.5.2 Αδιαστατοποίηση εγκάρσιου κατανεμημένου φορτίου καθ' ύψος του προσομοιώματος

Η ανάγκη αδιαστατοποίησης των φορτίων ισχύει και στην περίπτωση της μελέτης της επιρροής P-δ. Στην περίπτωση της επιρροής P-Δ, τα δύο συγκεντρωμένα φορτία P_1 και P_2 , κατακόρυφο και οριζόντιο αντίστοιχα, αδιαστατοποιήθηκαν με βάση την τιμή του φορτίου λυγισμού Euler για το αντίστοιχο αμφιέρειστο υποστυλώμα, ορίζοντας την τιμή του ανηγμένου φορτίου P^* ως τον λόγο του πραγματικού φορτίου P προς την τιμή του φορτίου Euler της αμφιέρειστου P_E , δηλαδή:

$$P^* = \frac{P}{P_E} \quad (5.49)$$

όπου:

$$P_E = \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} \quad (5.50)$$

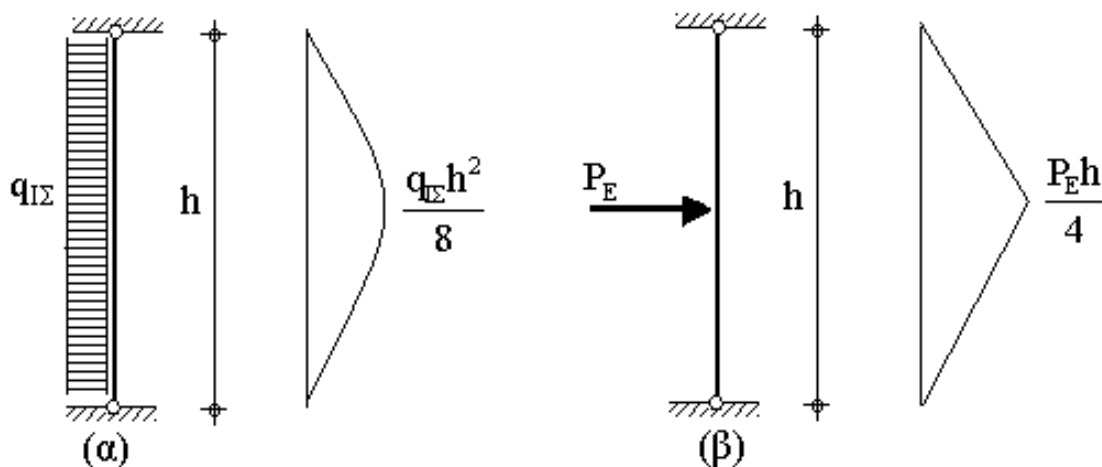
Στην περίπτωση της μελέτης της επιρροής P-δ, στο υποστυλώμα ασκείται ένα κατακόρυφο συγκεντρωμένο φορτίο P_1 και ένα κατανεμημένο q . Για το συγκεντρωμένο

φορτίο P_1 η αδιαστατοποίηση γίνεται με το φορτίο Euler του αντίστοιχου αμφιέρειστου υποστυλώματος, όπως αναφέρθηκε αμέσως παραπάνω. Το ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο q πρέπει και αυτό να αναχθεί σε ένα ανηγμένο φορτίο q^* . Η αδιαστατοποίηση αυτή θα γίνει με βάση ένα ισοδύναμο κατανεμημένο φορτίο q_{IS} . Έστω ότι δύο ίδια αμφιέρειστα υποστυλώματα φορτίζονται το ένα με κατανεμημένο φορτίο q_{IS} και το άλλο με συγκεντρωμένο στη μέση φορτίο ίσο με το φορτίο Euler P_E . Τα δύο αυτά υποστυλώματα μαζί με τα αντίστοιχα διαγράμματα καμπτικών ροών παρουσιάζονται στο σχήμα 5.69. Θεωρούμε ότι οι δύο αυτές φορτίσεις δίνουν την ίδια μέγιστη ροπή στο μέσο του υποστυλώματος. Οπότε ισχύει:

$$\frac{q_{IS} h^2}{8} = \frac{P_E h}{4} \Rightarrow q_{IS} = \frac{2P_E}{h} \quad (5.51)$$

Οπότε, μπορεί να οριστεί η τιμή του ανηγμένου φορτίου q^* ως το πηλίκο του πραγματικού κατανεμημένου φορτίου q του υποστυλώματος προς το ισοδύναμο κατανεμημένο φορτίο q_{IS} , όπως αυτό ορίστηκε από την προηγούμενη σχέση, δηλαδή να ισχύει:

$$q^* = \frac{q}{q_{IS}} \quad (5.52)$$



Σχήμα 5.69 Υποστυλώματα α) με οριζόντιο κατανεμημένο φορτίο q_{IS} και β) με οριζόντιο συγκεντρωμένο φορτίο P_E και τα αντίστοιχα διαγράμματα ροών

Προκειμένου να επαληθευτεί η ορθότητα της αδιαστατοποίησης ελέγχεται με την βοήθεια του προγράμματος SECAN ο λόγος της ροπής 2ης τάξης προς τη ροπή 1ης τάξης, τόσο στην κορυφή του υποστυλώματος όσο και στο μέσο του για διάφορες τιμές ανηγμένων σταθερών ελατηρίων z_b , z_t και z_{br} , τεσσάρων διαφορετικών υποστυλωμάτων της ίδιας λυγηρότητας. Τα τέσσερα αυτά υποστυλώματα είναι τα υποστυλώματα AB, ΓΔ, ΕΖ και ΗΘ που χρησιμοποιήθηκαν στην ενότητα 5.3 για τον έλεγχο της αδιαστατοποίησης των συγκεντρωμένων φορτίων κατά τη μελέτη της επιρροής P-Δ. Πιο συγκεκριμένα, το υποστυλώμα AB έχει ύψος $h=13$ m και διατομή HEB 360 ($I=43190\text{cm}^4$, $i=15,5\text{cm}$ και $A=181\text{cm}^2$). Το υποστυλώμα έχει λυγηρότητα:

$$\lambda^* = h/i = 1300\text{cm}/15,5\text{cm} = 83,87 \quad (5.53)$$

Για τα αδιάστατα φορτία επιλέγεται η τιμή 0,01. Οπότε έχουμε:

$$P_{1,AB}^* = 0,01 \Rightarrow \frac{P_{1,AB}}{P_{E,AB}} = 0,01 \Rightarrow P_{1,AB} = 52,91 \text{ kN} \quad (5.54)$$

$$q_{AB}^* = 0,01 \Rightarrow \frac{q_{AB}}{2P_{E,AB}/h} = 0,01 \Rightarrow q_{AB} = 8,14 \text{ kN/m} \quad (5.55)$$

Το υποστύλωμα ΓΔ έχει διατομή HEB 200 ($I=5700 \text{ cm}^4$, $i=8,54 \text{ cm}$ και $A=78,1 \text{ cm}^2$). Τα υποστυλώματα είναι ίδιας λυγηρότητας, άρα για το ύψος του υποστυλώματος ΓΔ ισχύει:

$$h/8,54=83,87 \Rightarrow h=716 \text{ cm} \Rightarrow h=7,16 \text{ m} \quad (5.56)$$

Όμοια με προηγουμένως, για τα αδιάστατα φορτία επιλέγεται η τιμή 0,01. Οπότε έχουμε:

$$P_{1,\Gamma\Delta}^* = 0,01 \Rightarrow \frac{P_{1,\Gamma\Delta}}{P_{E,\Gamma\Delta}} = 0,01 \Rightarrow P_{1,\Gamma\Delta} = 23,02 \text{ kN} \quad (5.57)$$

$$q_{\Gamma\Delta}^* = 0,01 \Rightarrow \frac{q_{\Gamma\Delta}}{2P_{E,\Gamma\Delta}/h} = 0,01 \Rightarrow q_{\Gamma\Delta} = 6,43 \text{ kN/m} \quad (5.58)$$

Το υποστύλωμα ΕΖ έχει διατομή HEB 500 ($I=107200 \text{ cm}^4$, $i=21,2 \text{ cm}$ και $A=239 \text{ cm}^2$). Τα υποστυλώματα είναι ίδιας λυγηρότητας, άρα για το ύψος του υποστυλώματος ΕΖ ισχύει:

$$h/21,2=83,87 \Rightarrow h=1778 \text{ cm} \Rightarrow h=17,78 \text{ m} \quad (5.59)$$

Όμοια με προηγουμένως, για τα αδιάστατα φορτία επιλέγεται η τιμή 0,01. Οπότε έχουμε:

$$P_{1,EZ}^* = 0,01 \Rightarrow \frac{P_{1,EZ}}{P_{E,EZ}} = 0,01 \Rightarrow P_{1,EZ} = 70,21 \text{ kN} \quad (5.60)$$

$$q_{EZ}^* = 0,01 \Rightarrow \frac{q_{EZ}}{2P_{E,EZ}/h} = 0,01 \Rightarrow q_{EZ} = 7,90 \text{ kN/m} \quad (5.61)$$

Το υποστύλωμα ΗΘ έχει διατομή HEB 100 ($I=450 \text{ cm}^4$, $i=4,16 \text{ cm}$ και $A=26 \text{ cm}^2$). Τα υποστυλώματα είναι ίδιας λυγηρότητας, άρα για το ύψος του υποστυλώματος ΗΘ ισχύει:

$$h/4,16=83,87 \Rightarrow h=349 \text{ cm} \Rightarrow h=3,49 \text{ m} \quad (5.62)$$

Όμοια με προηγουμένως, για τα αδιάστατα φορτία επιλέγεται η τιμή 0,01. Οπότε έχουμε:

$$P_{1,H\Theta}^* = 0,01 \Rightarrow \frac{P_{1,H\Theta}}{P_{E,H\Theta}} = 0,01 \Rightarrow P_{1,H\Theta} = 7,65 \text{ kN} \quad (5.63)$$

$$q_{H\Theta}^* = 0,01 \Rightarrow \frac{q_{H\Theta}}{2P_{E,H\Theta}/h} = 0,01 \Rightarrow q_{H\Theta} = 4,38 \text{ kN/m} \quad (5.64)$$

Τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα για τους λόγους ροπής 2ης τάξης προς τη ροπή 1ης τάξης για την κορυφή και το μέσο του υποστυλώματος που προκύπτουν από την

ανάλυση των διάφορων υποστυλωμάτων παρατίθενται αντίστοιχα στους πίνακες 5.22 και 5.23 που ακολουθούν.

		Υποστυλώματα			
		AB	ΓΔ	EZ	HΘ
Z_b	Z_t	α_{top}			
0,400	0,700	1,030	1,030	1,030	1,030
0,500	0,500	1,025	1,025	1,025	1,025
0,600	0,600	1,032	1,032	1,032	1,032
0,600	0,400	1,025	1,025	1,025	1,025
0,750	0,750	1,051	1,051	1,051	1,051
0,850	0,850	1,085	1,085	1,085	1,088
1,000	0,250	1,048	1,048	1,048	1,048
1,000	0,500	1,065	1,065	1,065	1,065
1,000	0,750	1,112	1,113	1,113	1,113

Πίνακας 5.22 Ο λόγος α_{top} για την κορυφή του προσομοιώματος, για διάφορες περιπτώσεις υποστυλωμάτων

		Υποστυλώματα			
		AB	ΓΔ	EZ	HΘ
Z_b	Z_t	α_{mid}			
0,400	0,700	0,918	0,921	0,918	0,918
0,500	0,500	1,004	1,004	1,004	1,004
0,600	0,600	1,005	1,005	1,005	1,005
0,600	0,400	1,012	1,012	1,012	1,012
0,750	0,750	1,004	1,004	1,004	1,004
0,850	0,850	1,001	1,001	1,001	1,002
1,000	0,250	1,043	1,043	1,043	1,043
1,000	0,500	1,053	1,053	1,053	1,053
1,000	0,750	1,080	1,080	1,080	1,081

Πίνακας 5.23 Ο λόγος α_{mid} για το μέσο του προσομοιώματος, για διάφορες περιπτώσεις υποστυλωμάτων

Οι λόγοι που προκύπτουν από την ανάλυση των τεσσάρων υποστυλωμάτων έχουν εξαιρετική σύγκλιση τόσο για την περίπτωση της ροπής της κορυφής του υποστυλώματος όσο και για τη ροπή στο μέσο του. Επομένως επιβεβαιώνεται η ορθότητα της προτεινόμενης αδιαστατοποίησης του ομοιόμορφα κατανεμημένου εγκάρσιου φορτίου.

5.5.3 Διερεύνηση της επιρροής της λυγηρότητας στην μη-γραμμική απόκριση λόγω συγκεντρωμένου κατακόρυφου φορτίου στον άνω κόμβο και εγκάρσιου κατανεμημένου φορτίου καθ' ύψος

Στην προηγούμενη παράγραφο, αποδείχτηκε ότι υποστυλώματα υποβαλλόμενα σε συγκεντρωμένο κατακόρυφο φορτίο στον άνω κόμβο και εγκάρσιο κατανεμημένο φορτίο καθ' ύψος, διαφορετικού ύψους και διαφορετικής διατομής αλλά με ίδια λυγηρότητα, ίδιες ανηγμένες συνοριακές συνθήκες και ίδια ανηγμένα φορτία, εμφανίζουν τον ίδιο λόγο ροπής 2ης προς 1ης τάξης τόσο στην κορυφή όσο και στο μέσο του υποστυλώματος. Σε αυτήν την παράγραφο εξετάζεται η επιρροή της λυγηρότητας. Πιο συγκεκριμένα, εξετάζονται άλλα τρία υποστυλώματα, ΙΚ, ΛΜ και ΝΞ, διαφορετικής λυγηρότητας λ^* σε σχέση με τα υποστυλώματα ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ και ΗΘ.

Το υποστυλόμενο ΙΚ έχει διατομή ΗΕΒ 100 ($I=450\text{cm}^4$, $i=4,16\text{cm}$ και $A=26\text{cm}^2$). Η λυγηρότητα επιλέγεται να είναι δύομισι φορές μεγαλύτερη σε σχέση με αυτή των υποστυλωμάτων ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ και ΗΘ, δηλαδή ισχύει ότι $\lambda^*=209,675$. Οπότε ισχύει:

$$h/4,16=209,675 \Rightarrow h=872\text{cm} \Rightarrow h=8,72\text{m} \quad (5.65)$$

Όπως προηγουμένως, για τα αδιάστατα φορτία επιλέγεται η τιμή 0,01. Οπότε έχουμε:

$$P_{1,IK}^* = 0,01 \Rightarrow \frac{P_{1,IK}}{P_{E,IK}} = 0,01 \Rightarrow P_{1,IK} = 1,23\text{kN} \quad (5.66)$$

$$q_{IK}^* = 0,01 \Rightarrow \frac{q_{IK}}{2P_{E,IK}/h} = 0,01 \Rightarrow q_{IK} = 0,28\text{kN/m} \quad (5.67)$$

Το υποστυλόμενο ΛΜ έχει διατομή ΗΕΒ 300 ($I=25170\text{cm}^4$, $i=13,0\text{cm}$ και $A=149\text{cm}^2$). Η λυγηρότητα επιλέγεται να είναι δύομισι φορές μεγαλύτερη σε σχέση με αυτή των υποστυλωμάτων ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ και ΗΘ, δηλαδή ισχύει ότι $\lambda^*=209,675$. Οπότε ισχύει:

$$h/13,0=209,675 \Rightarrow h=27260\text{cm} \Rightarrow h=27,26\text{m} \quad (5.68)$$

Όπως προηγουμένως, για τα αδιάστατα φορτία επιλέγεται η τιμή 0,01. Οπότε έχουμε:

$$P_{1,\Lambda M}^* = 0,01 \Rightarrow \frac{P_{1,\Lambda M}}{P_{E,\Lambda M}} = 0,01 \Rightarrow P_{1,\Lambda M} = 7,01\text{kN} \quad (5.69)$$

$$q_{\Lambda M}^* = 0,01 \Rightarrow \frac{q_{\Lambda M}}{2P_{E,\Lambda M}/h} = 0,01 \Rightarrow q_{\Lambda M} = 3,51\text{kN/m} \quad (5.70)$$

Το υποστυλόμενο ΝΞ έχει διατομή ΗΕΒ 200 ($I=5700\text{cm}^4$, $i=8,54\text{cm}$ και $A=78,1\text{cm}^2$). Η λυγηρότητα επιλέγεται να είναι 1,75 φορές μεγαλύτερη σε σχέση με αυτή των υποστυλωμάτων ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ και ΗΘ, δηλαδή ισχύει ότι $\lambda^*=146,77$. Οπότε ισχύει:

$$h/8,54=146,77 \Rightarrow h=1253\text{cm} \Rightarrow h=12,53\text{m} \quad (5.71)$$

Όπως προηγουμένως, για τα αδιάστατα φορτία επιλέγεται η τιμή 0,01. Οπότε έχουμε:

$$P_{1,NE}^* = 0,01 \Rightarrow \frac{P_{1,NE}}{P_{E,NE}} = 0,01 \Rightarrow P_{1,NE} = 7,52 \text{ kN} \quad (5.72)$$

$$q_{NE}^* = 0,01 \Rightarrow \frac{q_{NE}}{2P_{E,NE}/h} = 0,01 \Rightarrow q_{NE} = 1,20 \text{ kN/m} \quad (5.73)$$

Με βάση τις παραπάνω τιμές των πραγματικών φορτίων και με την βοήθεια του προγράμματος SECAN, πραγματοποιούνται οι αναλύσεις των υποστυλωμάτων ΙΚ, ΛΜ και ΝΞ. Τα συγκριτικά αποτελέσματα όλων των αναλύσεων, όσον αφορά το λόγο της ροπής 2ης προς 1ης τάξης της κορυφής και του μέσου του υποστυλώματος για διάφορες τιμές των ανηγμένων σταθερών z_b και z_t , παρατίθενται στους πίνακες 5.24 και 5.25 αντιστοίχως που ακολουθούν.

Όπως φαίνεται στα αποτελέσματα των παραπάνω πινάκων, οι τιμές του λόγου α είναι οι ίδιες για τα ίδια ζεύγη τιμών z_b και z_t ανεξαρτήτως της τιμής της λυγηρότητας λ^* . Οι μικρές αποκλίσεις που παρατηρούνται σε κάποιες περιπτώσεις οφείλονται σε γραμμική παρεμβολή (το διάστημα μεταξύ της προηγούμενης και της επόμενης τιμής του z_t από τη συγκεκριμένη τιμή z_t και το διάστημα μεταξύ της προηγούμενης και της επόμενης τιμής του z_b από τη συγκεκριμένη τιμή z_b είναι μεγάλο).

Σχετικά με την λυγηρότητα ισχύουν οι περιορισμοί περί μη γραμμικών αναλύσεων που αναπτύχθηκαν στην ενότητα 5.3.3.

		Υποστυλώματα						
		ΑΒ	ΓΔ	ΕΖ	ΗΘ	ΙΚ	ΛΜ	ΝΞ
z_b	z_t	α_{top}						
0,400	0,700	1,030	1,030	1,030	1,030	1,031	1,030	1,030
0,500	0,500	1,025	1,025	1,025	1,025	1,025	1,025	1,025
0,600	0,600	1,032	1,032	1,032	1,032	1,032	1,032	1,032
0,600	0,400	1,025	1,025	1,025	1,025	1,025	1,025	1,025
0,750	0,750	1,051	1,051	1,051	1,051	1,051	1,051	1,051
0,850	0,850	1,085	1,085	1,085	1,088	1,085	1,085	1,085
1,000	0,250	1,048	1,048	1,048	1,048	1,048	1,048	1,048
1,000	0,500	1,065	1,065	1,065	1,065	1,065	1,065	1,065
1,000	0,750	1,112	1,113	1,113	1,113	1,119	1,113	1,113

Πίνακας 5.24 Ο λόγος α_{top} για την κορυφή του προσομοιώματος, για διάφορες περιπτώσεις υποστυλωμάτων

Το γεγονός, ότι η επιρροή P-δ είναι ανεξάρτητη της λυγηρότητας βρίσκει εξήγηση, όπως ακριβώς και στην περίπτωση των P-Δ, στο ότι, αφενός, η λυγηρότητα λαμβάνεται εμμέσως υπόψη, αφού στην αδιαστατοποίηση του φορτίου χρησιμοποιείται το φορτίο λυγισμού Euler και στο ότι, αφετέρου, κατά την αδιαστατοποίηση των σταθερών c_b και c_t σε z_b και z_t , λαμβάνεται υπόψη τόσο η ροπή αδρανείας του υποστυλώματος όσο και το ύψος του (αφού $c_c = 4EI/h$).

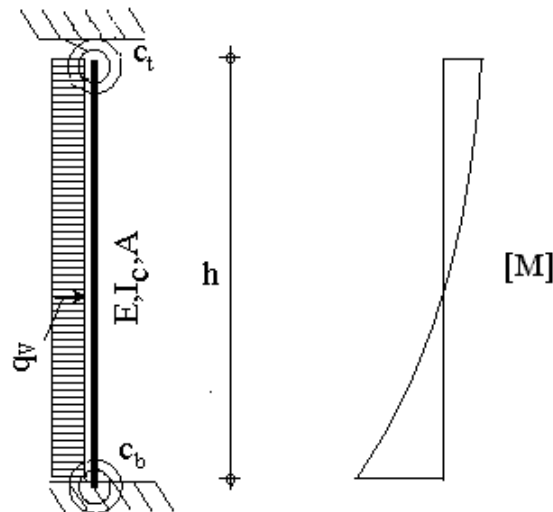
		Υποστυλώματα						
		AB	ΓΔ	EZ	HΘ	IK	ΛΜ	ΝΞ
Z_b	Z_t	α_{mid}						
0,400	0,700	1,030	1,030	1,030	1,030	1,031	1,030	1,030
0,500	0,500	1,025	1,025	1,025	1,025	1,025	1,025	1,025
0,600	0,600	1,032	1,032	1,032	1,032	1,032	1,032	1,032
0,600	0,400	1,025	1,025	1,025	1,025	1,025	1,025	1,025
0,750	0,750	1,051	1,051	1,051	1,051	1,051	1,051	1,051
0,850	0,850	1,085	1,085	1,085	1,088	1,085	1,085	1,085
1,000	0,250	1,048	1,048	1,048	1,048	1,048	1,048	1,048
1,000	0,500	1,065	1,065	1,065	1,065	1,065	1,065	1,065
1,000	0,750	1,112	1,113	1,113	1,113	1,119	1,113	1,113

Πίνακας 5.25 Ο λόγος α_{mid} για το μέσο του προσομοιώματος, για διάφορες περιπτώσεις υποστυλωμάτων

Η διαπίστωση ότι και η επιρροή $P-\delta$ είναι ανεξάρτητη της λυγηρότητας είναι ιδιαίτερα χρήσιμη, αφού καθίσταται δυνατή η δημιουργία νομογραφημάτων σχεδιασμού ανάλογων με αυτών της ενότητας 5.4 και τα οποία θα είναι και αυτά ανεξάρτητα της λυγηρότητας του υποστυλώματος.

5.5.4 Διερεύνηση της επιρροής των συνοριακών συνθηκών του προσομοιώματος στη ροπή στο μέσο του μήκους του υποστυλώματος

Με το πρόγραμμα SECAN είναι δυνατό να υπολογίσουμε για διάφορες περιπτώσεις συνοριακών συνθηκών και φορτίσεων το λόγο της μη γραμμικής προς την γραμμική ροπή στο μέσο του υποστυλώματος (α_{mid}). Βέβαια, ο λόγος αυτός δεν είναι απαραίτητως ο μεγαλύτερος λόγος μη γραμμικής προς γραμμική ροπή που αναπτύσσεται καθ' ύψος του υποστυλώματος, αφού, αναλόγως και με τις συνοριακές συνθήκες και την φόρτιση, ο λόγος αυτός μπορεί να είναι μεγαλύτερος πιο κοντά στην κορυφή ή στην βάση του υποστυλώματος. Μετά την πραγματοποίηση κάποιων αναλύσεων για διάφορες συνοριακές συνθήκες στην κορυφή και την βάση διαπιστώθηκε ότι ο λόγος μη γραμμικής προς γραμμική ροπή στο μέσο δεν παρουσιάζει ομοιόμορφη μεταβολή και σε πολλές περιπτώσεις είναι μικρότερος ή και πολύ μεγαλύτερος από τη μονάδα. Το τελευταίο οφείλεται στο ότι υπάρχει περίπτωση για κάποιες συνοριακές συνθήκες να προκύπτει πολύ μικρή καμπτική ροπή για την γραμμική ανάλυση στο μέσο του υποστυλώματος, όπως φαίνεται στο διάγραμμα ροπών κάμψης του σχήματος 5.70. Μπορεί, επομένως, η αντίστοιχη μη γραμμική ροπή που προκύπτει να είναι πολλές φορές μεγαλύτερη από την γραμμική, αν και είναι και η ίδια μικρού μεγέθους. Επομένως, θα προκύψει ένας μεγάλος λόγος μη γραμμικής προς γραμμική ροπή, ο οποίος για μικρή μεταβολή των συνοριακών συνθηκών θα επανέρχεται στα αναμενόμενα επίπεδα, δηλαδή σε τιμές έως και 50-60% μεγαλύτερες της μονάδας.



Σχήμα 5.70 Προσομοίωμα υποστυλώματος και το αντίστοιχο διάγραμμα καμπτικών ροπών

Για τον παραπάνω λόγο αυτό επιλέχτηκε να διερευνηθεί περαιτέρω και να παρουσιαστεί σε διαγράμματα η περίπτωση άρθρωσης στην βάση του υποστυλώματος για την οποία δεν παρουσιάζονται τέτοια φαινόμενα ανομοιομορφίας και για την οποία ο λόγος μη γραμμικής προς γραμμική ροπή στο μέσο του υποστυλώματος είναι πάντα μεγαλύτερος της μονάδας. Οι περιπτώσεις συντοριακών συνθηκών και φορτίσεων που εξετάζονται είναι οι εξής:

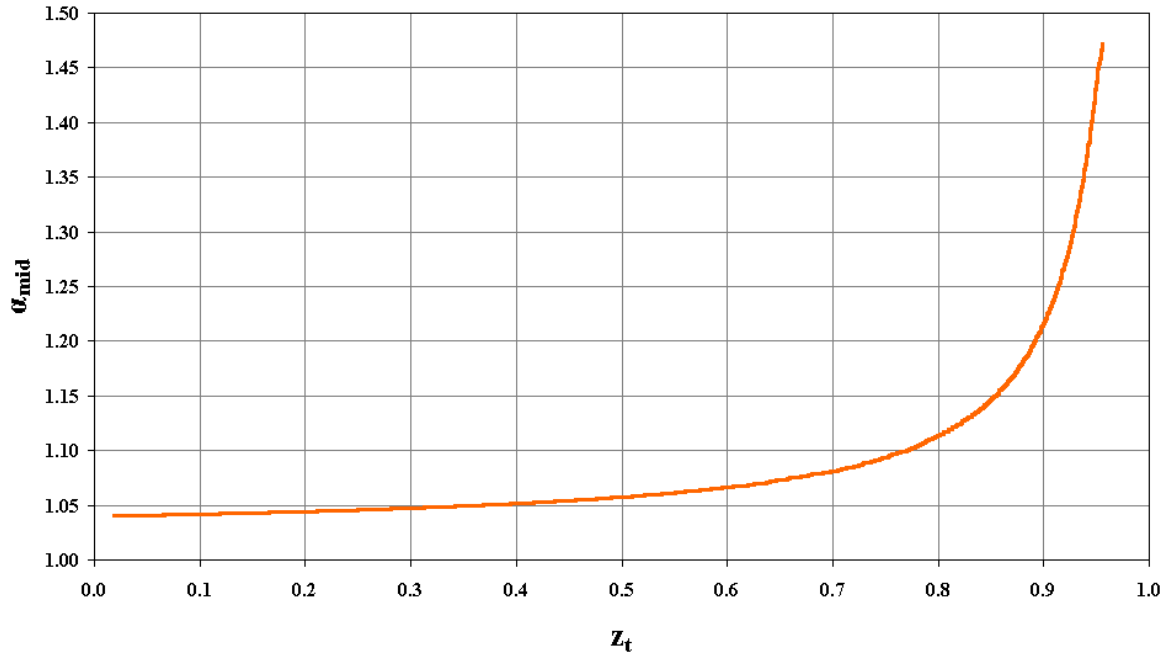
- Άρθρωση στην βάση του υποστυλώματος ($c_b=0$).
- Μεταβολή της στρωφικής δέσμευσης στην κορυφή του υποστυλώματος με στρωφικό ελατήριο (c_t από 100kNm έως 20000kNm).
- Κατακόρυφο ανηγμένο θλιπτικό φορτίο P_1^* με μέτρο ίσο αντιστοίχως με 1%, 2%, 3%, 4%.
- Οριζόντιο κατανεμημένο φορτίο q^* με μέτρο ίσο, για κάθε περίπτωση κατακόρυφου φορτίου, με 0.5 και 1.0, αντιστοίχως.
- Δυνατότητα ελεύθερης εγκάρσιας μετατόπισης ($z_{br}=0$) για τις οκτώ παραπάνω περιπτώσεις συνδυασμών που προκύπτουν.
- Περιορισμός της εγκάρσιας μετατόπισης με εγκάρσιο ελατήριο μετάθεσης ($c_{br}=5$) για τις δύο τιμές του αδιαστατοποιημένου εγκάρσιου κατανεμημένου φορτίου και για αδιαστατοποιημένο κατακόρυφο φορτίο ίσο με 2%.

Για κάθε περίπτωση έγιναν οι αναλύσεις με το πρόγραμμα SECAN για τέσσερα υποστυλώματα (τα στοιχεία τους παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.26), ώστε να καλυφθεί το εύρος των τιμών του z_t από 0 έως 1.0 περίπου.

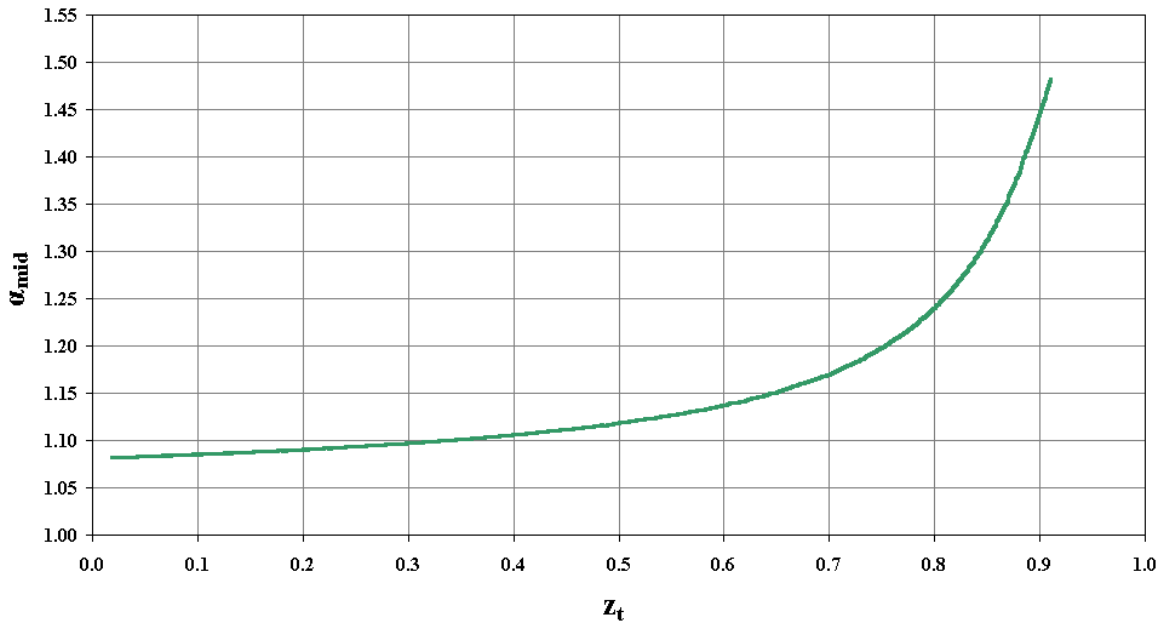
Διατομή	L(m)	I (m ⁴)	A (m ²)
1	7,16	5,7·10 ⁻⁵	7,81·10 ⁻³
2	3,49	4,5·10 ⁻⁶	2,6·10 ⁻³
3	5,00	5,7·10 ⁻⁵	7,81·10 ⁻³
4	10,00	4,5·10 ⁻⁶	2,6·10 ⁻³

Πίνακας 5.26 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά των υποστυλωμάτων που επιλέχθηκαν για τις αναλύσεις

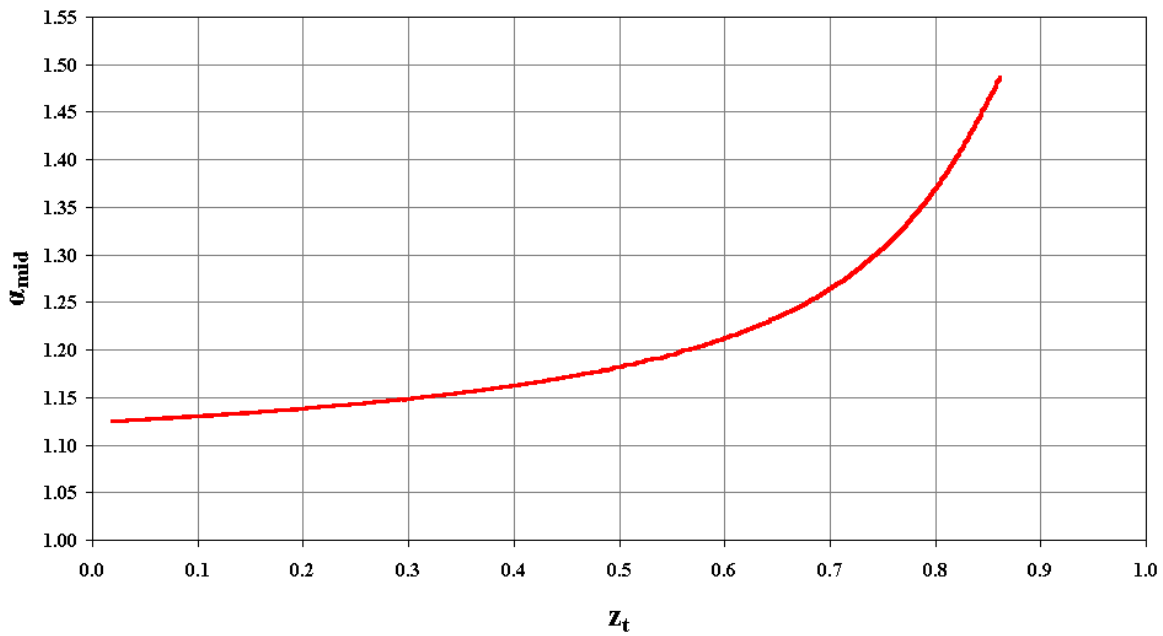
Στις επόμενες σελίδες παρουσιάζονται τα διαγράμματα του λόγου της μη γραμμικής προς την γραμμική ροπή για τις δέκα περιπτώσεις φορτίσεως που αναφέρθηκαν παραπάνω. Ο οριζόντιος άξονας αναφέρεται στο συντελεστή κατανομής z_t , ενώ ο κατακόρυφος στο λόγο α_{mid} .



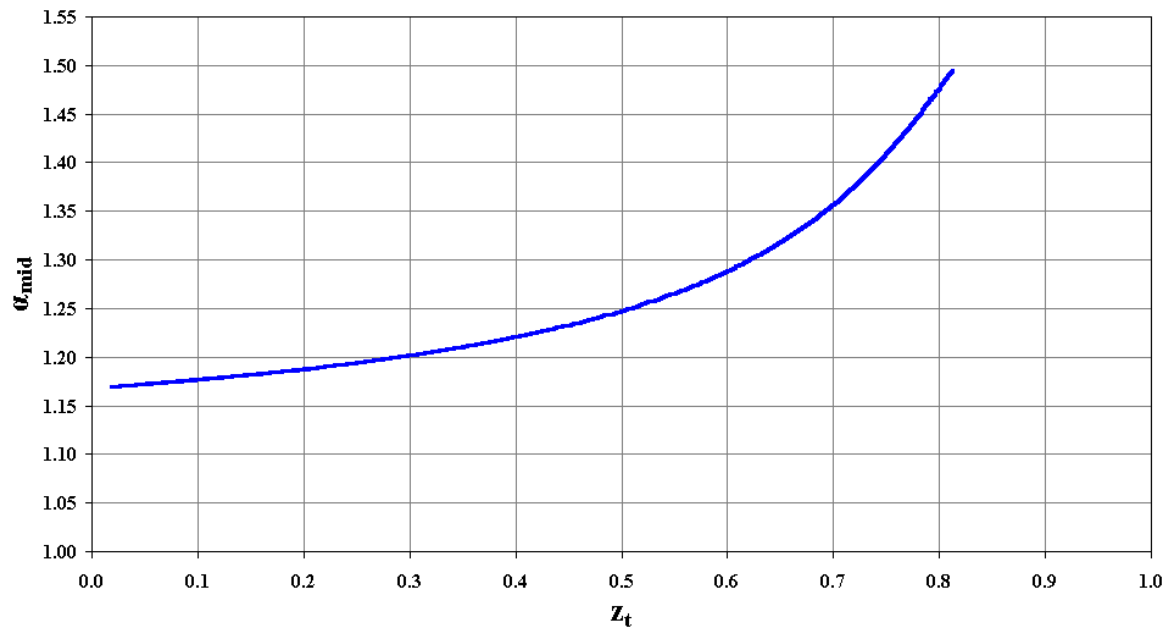
Σχήμα 5.71 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{mid} , για $\overline{c_{br}}=0$, $q^*=0,50$ και $P_1^*=0,01$



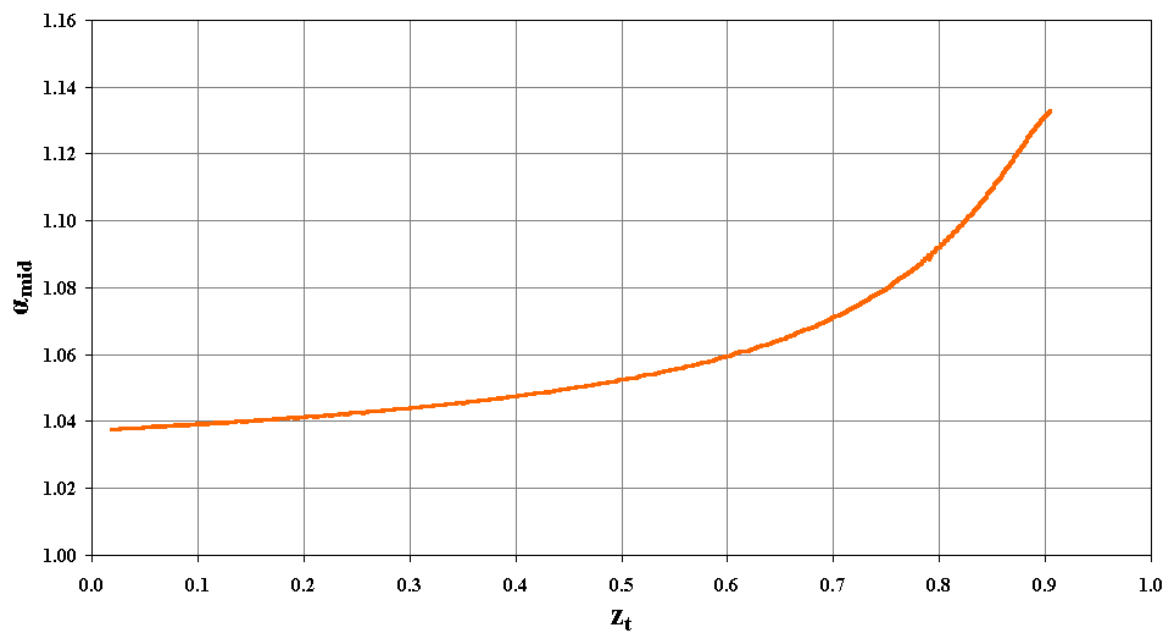
Σχήμα 5.72 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{mid} , για $\overline{c_{br}}=0$, $q^*=0,50$ και $P_l^*=0,02$



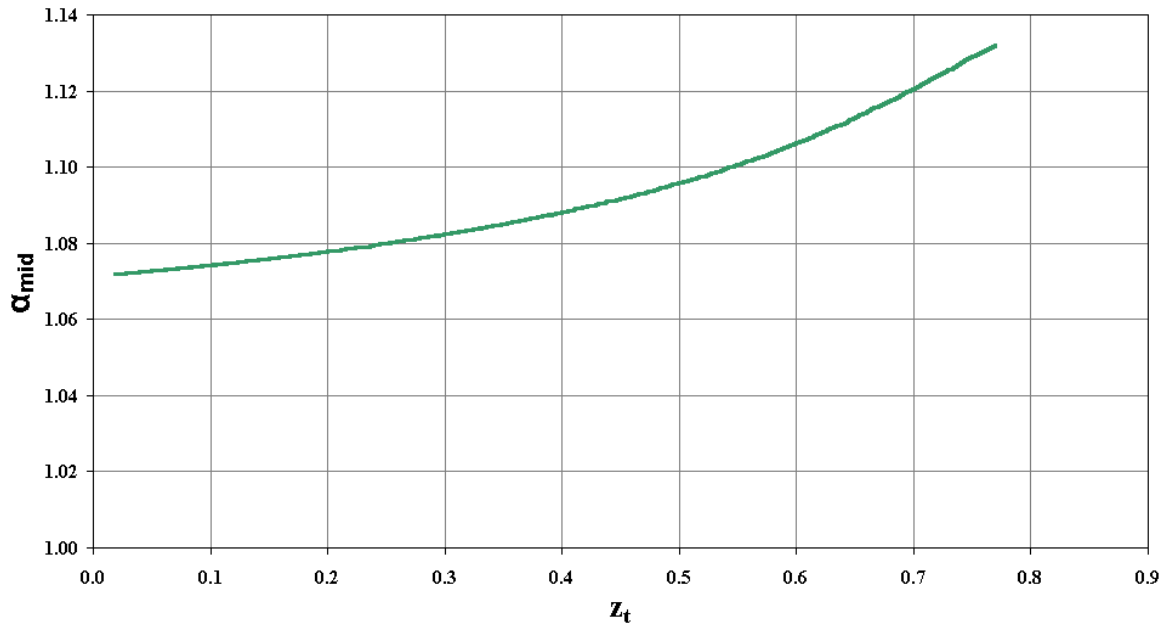
Σχήμα 5.73 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{mid} , για $\overline{c_{br}}=0$, $q^*=0,50$ και $P_l^*=0,03$



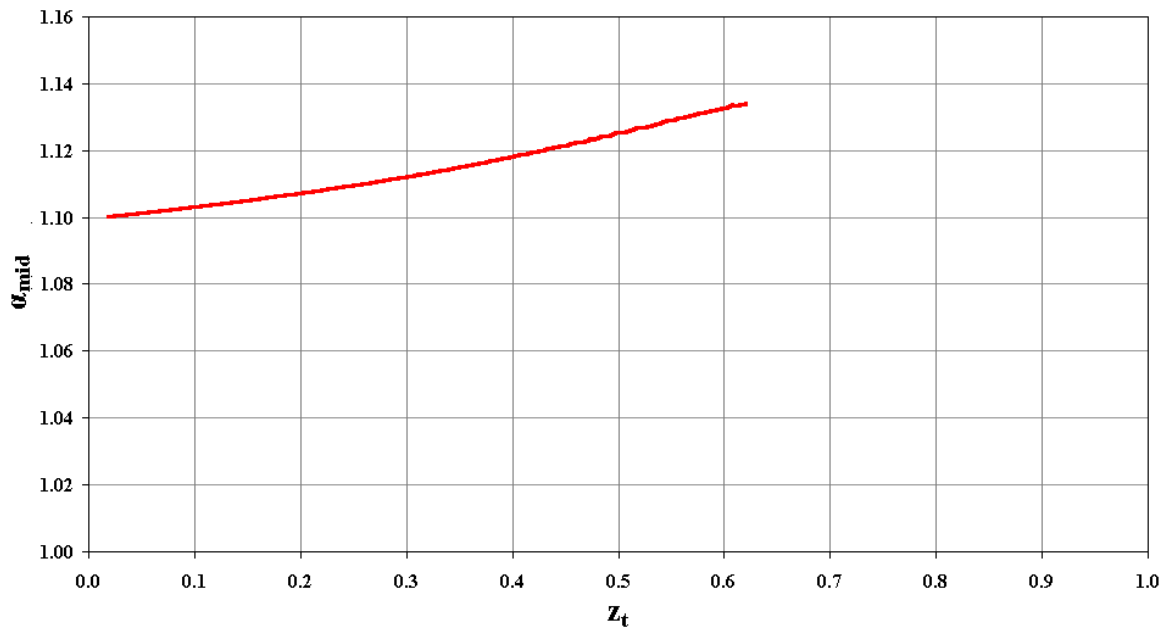
Σχήμα 5.74 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{mid} , για $\overline{c_{br}}=0$, $q^*=0,50$ και $P_1^*=0,04$



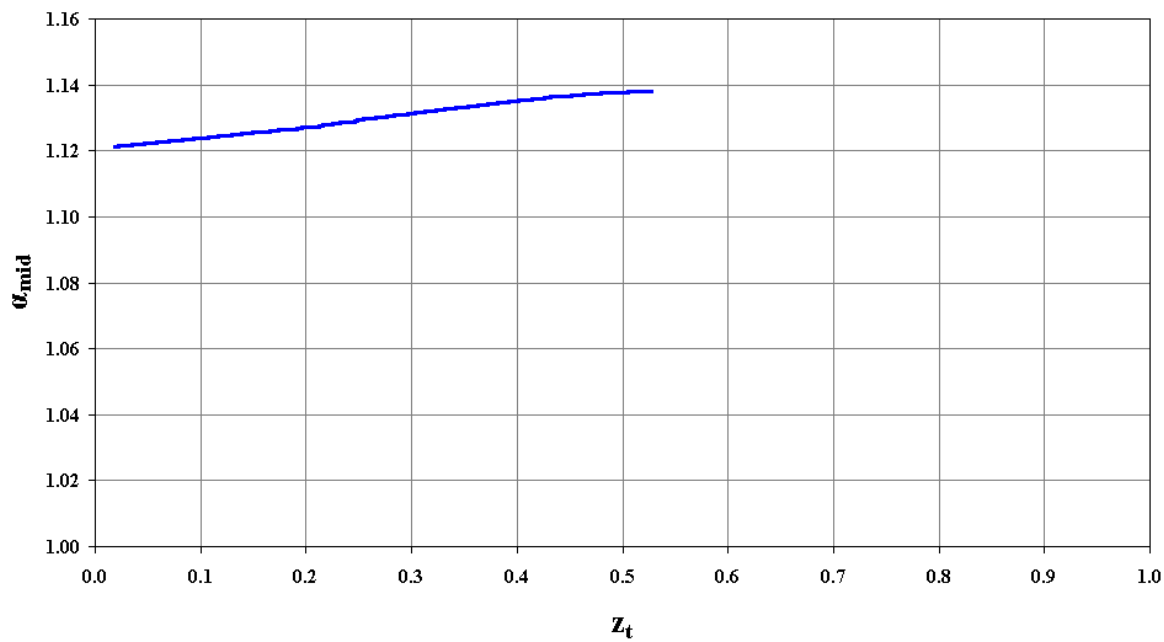
Σχήμα 5.75 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{mid} , για $\overline{c_{br}}=0$, $q^*=1,00$ και $P_1^*=0,01$



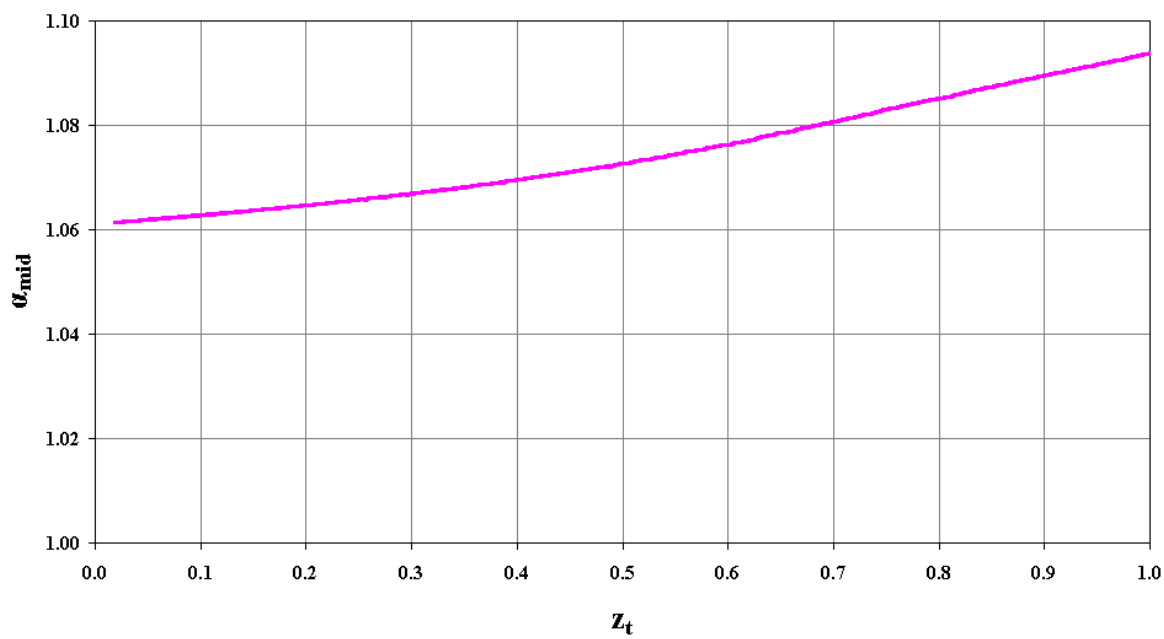
Σχήμα 5.76 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{mid} , για $\overline{c_{br}}=0$, $q^*=1,00$ και $P_1^*=0,02$



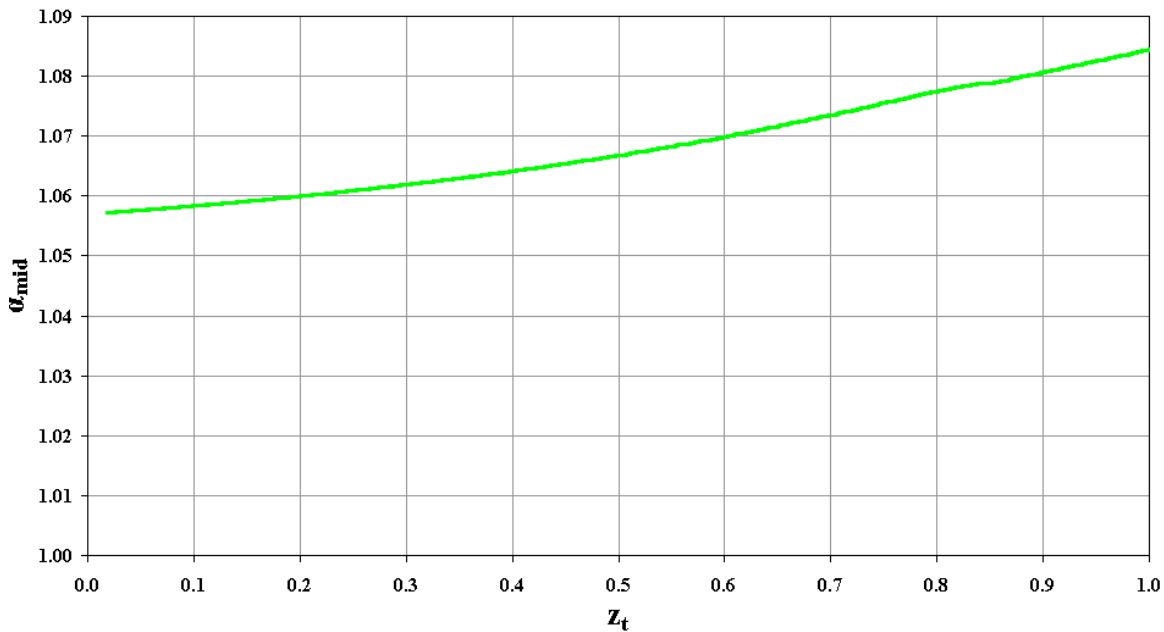
Σχήμα 5.77 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{mid} , για $\overline{c_{br}}=0$, $q^*=1,00$ και $P_1^*=0,03$



Σχήμα 5.78 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{mid} , για $\overline{c_{br}}=0$, $q^*=1,00$ και $P_1^*=0,04$



Σχήμα 5.79 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{mid} , για $\overline{c_{br}}=5$, $q^*=0,50$ και $P_1^*=0,02$

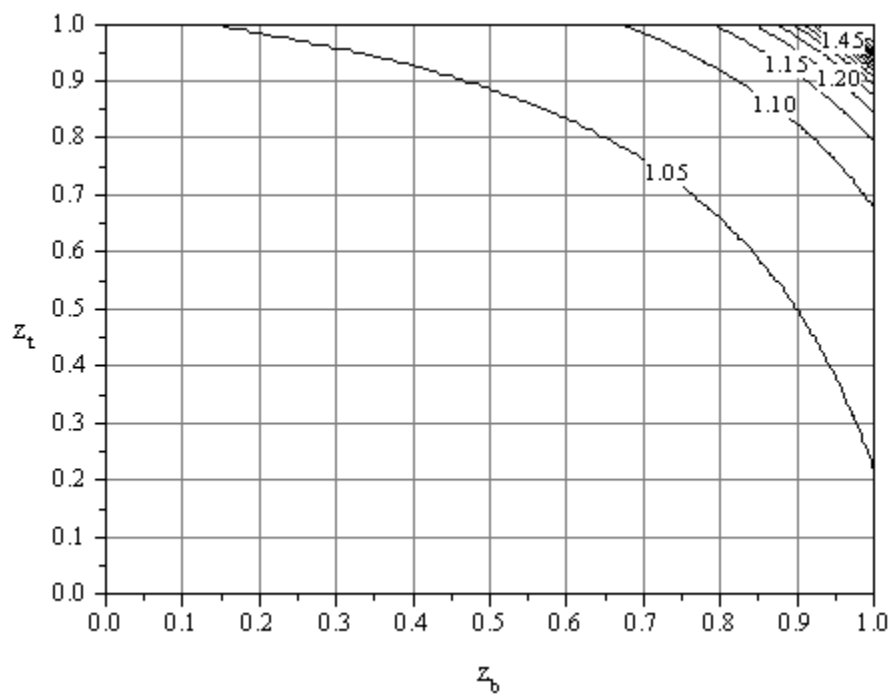


Σχήμα 5.80 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{mid} , για $\overline{c_{br}}=5$, $q^*=1,00$ και $P_1^*=0,02$

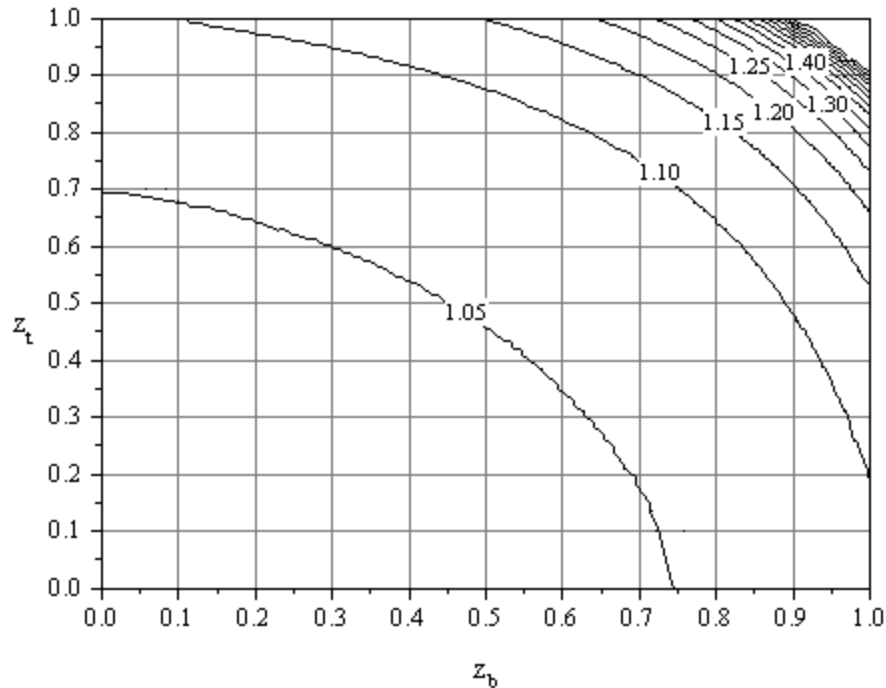
5.6 Νομογραφήματα για τον υπολογισμό του συντελεστή μεγέθυνσης α - Σχεδιασμός λόγω P-Δ και P-δ

Με το πρόγραμμα SECAN είναι δυνατό να υπολογιστεί για διάφορες περιπτώσεις συνωριακών συνθηκών και φορτίσεως ο λόγος της καμπτικής ροπής 2ης τάξης στην κορυφή του υποστυλώματος προς την αντίστοιχη ροπή 1ης τάξης (α_{top}). Στην παράγραφο αυτή, παρατίθενται νομογραφήματα για κάποιες ενδεικτικές συνθήκες φορτίσεως, στα οποία δίνεται ο λόγος α_{top} , για διάφορες τιμές των ανηγμένων σταθερών z_b και z_t , δηλαδή για διάφορες συνωριακές συνθήκες του προσομοιώματος. Η φόρτιση που επιλέγεται περιλαμβάνει εκτός από το αξονικό συγκεντρωμένο θλιπτικό φορτίο στην κορυφή του υποστυλώματος, το οποίο αδιαστατοποιείται ως ποσοστό του φορτίου Euler του αντίστοιχου κάθε φορά αμφιέρειστου υποστυλώματος, και εγκάρσιο κατανεμημένο φορτίο, το οποίο αδιαστατοποιείται και αυτό με βάση το φορτίο Euler, όπως έχει αναφερθεί στη σχετική ενότητα.

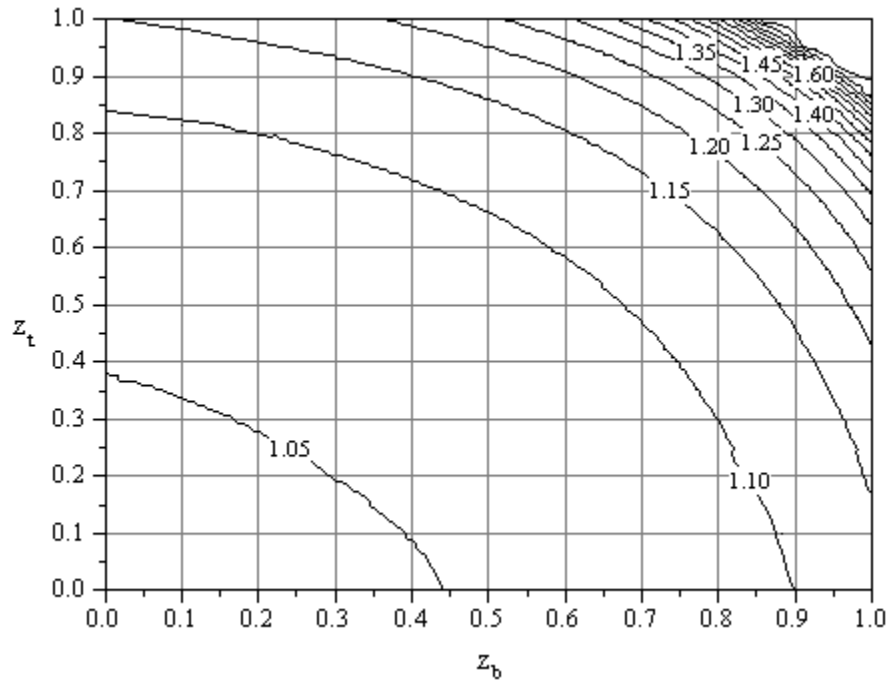
Συνολικά παρατίθενται δέκα νομογραφήματα, αντιστοίχως και με τα διαγράμματα που δόθηκαν για το λόγο α_{mid} στην παράγραφο 5.10. Επιλέχθηκαν δύο τιμές για την ανηγμένη σταθερά του ελατηρίου ευθυγράμμου κινήσεως $\overline{c_{br}}=0$ και $\overline{c_{br}}=5$. Για την περίπτωση $\overline{c_{br}}=0$ επιλέχθηκαν δύο τιμές ανηγμένου οριζώντιου κατανεμημένου φορτίου q^* : 0,5 και 1,0. Για κάθε τιμή του q^* κατασκευάστηκαν τέσσερα νομογραφήματα, για λόγους κατακόρυφου φορτίου προς φορτίο Euler, P_1^* ίσους με 0,01, 0,02, 0,03 και 0,04. Για την περίπτωση $z_{br}=5$, χρησιμοποιήθηκαν ενδεικτικά λόγοι q^* ίσοι με 0,5 και 1,0 και λόγος P_1^* ίσος με 0,02.



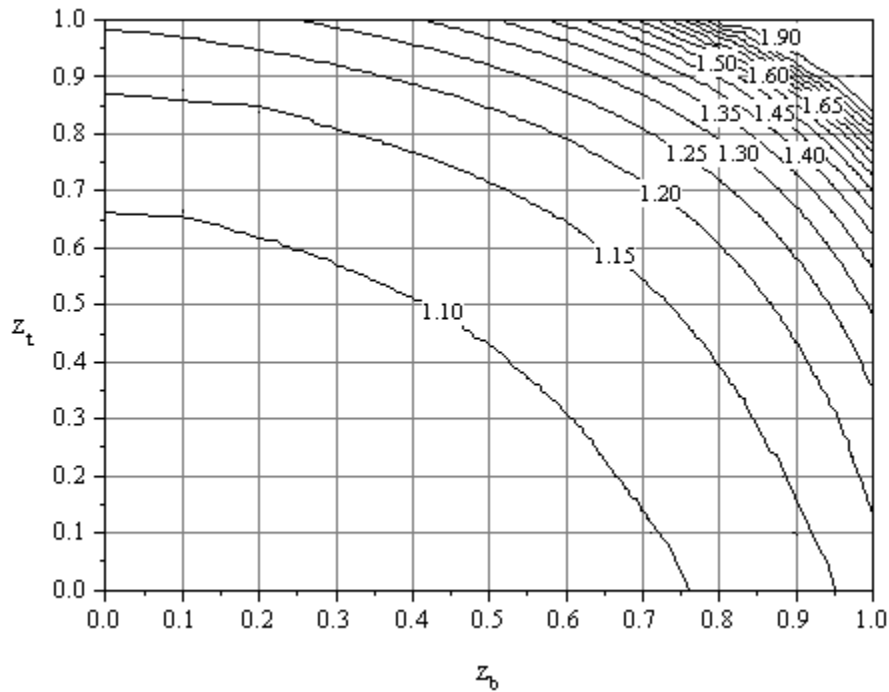
Σχήμα 5.81 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{top} , για $\overline{c_{br}}=0$, $q^*=0,50$ και $P_l^*=0,01$



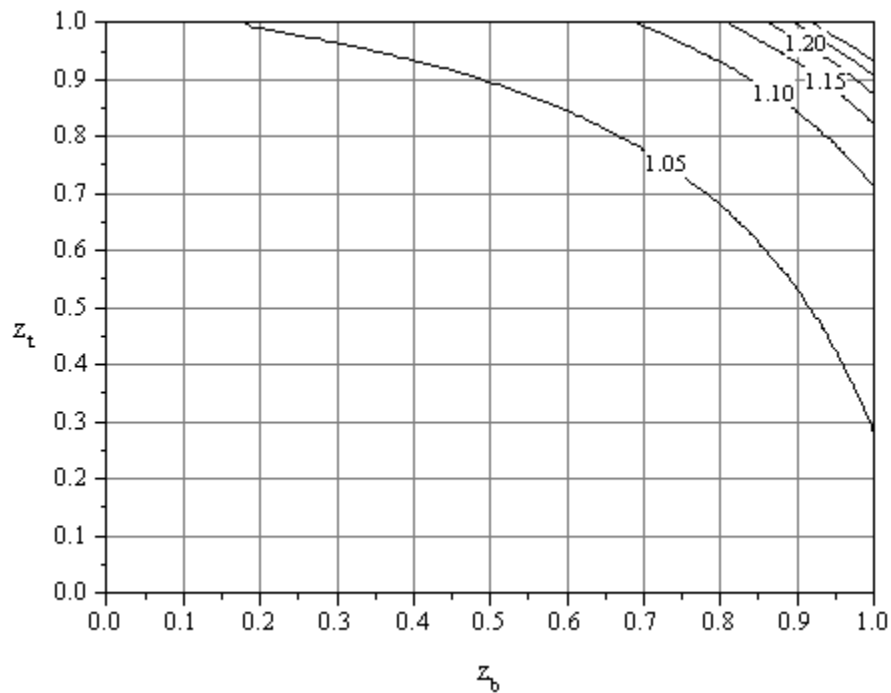
Σχήμα 5.82 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{top} , για $\overline{c_{br}}=0$, $q^*=0,50$ και $P_l^*=0,02$



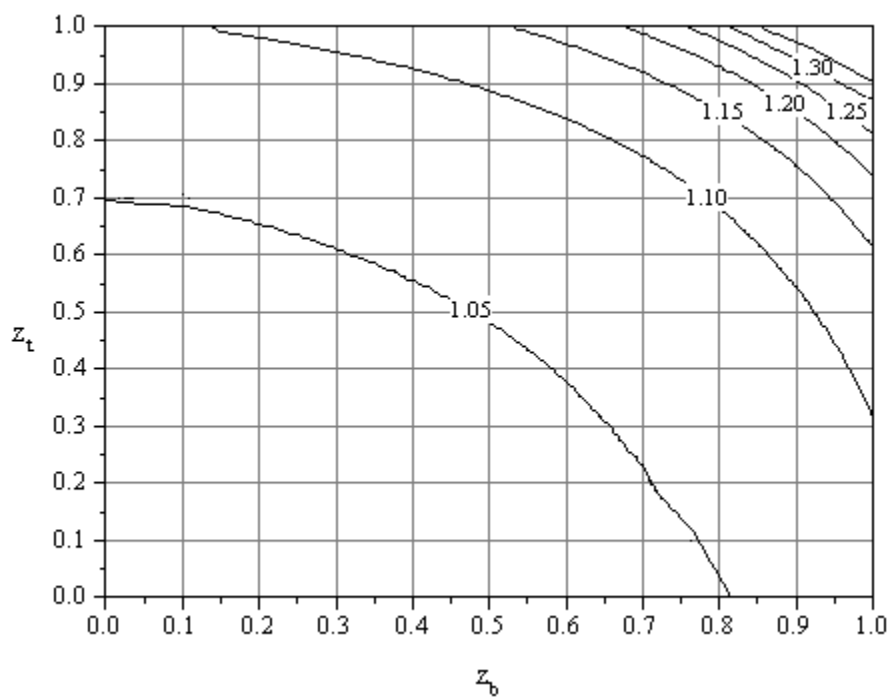
Σχήμα 5.83 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{top} , για $\overline{c_{br}}=0$, $q^*=0,50$ και $P_1^*=0,03$



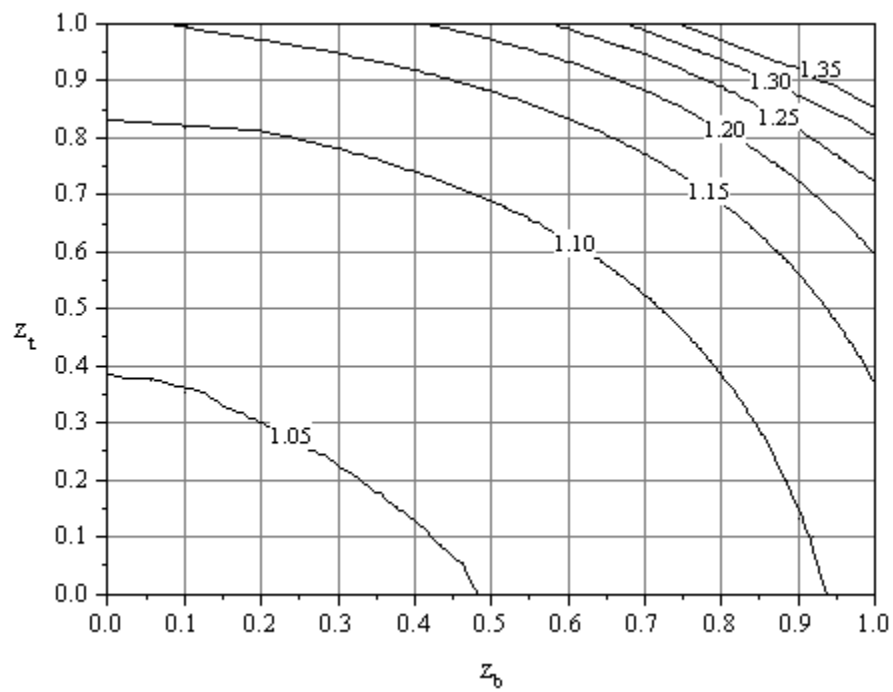
Σχήμα 5.84 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{top} , για $\overline{c_{br}}=0$, $q^*=0,50$ και $P_1^*=0,04$



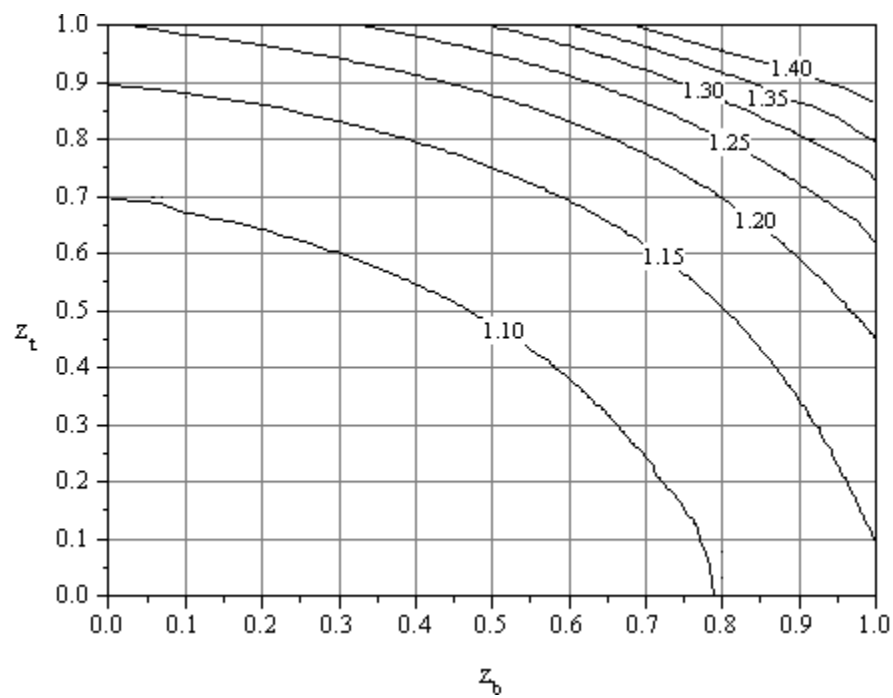
Σχήμα 5.85 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{top} , για $\overline{c_{br}}=0$, $q^*=1,00$
και $P_l^*=0,01$



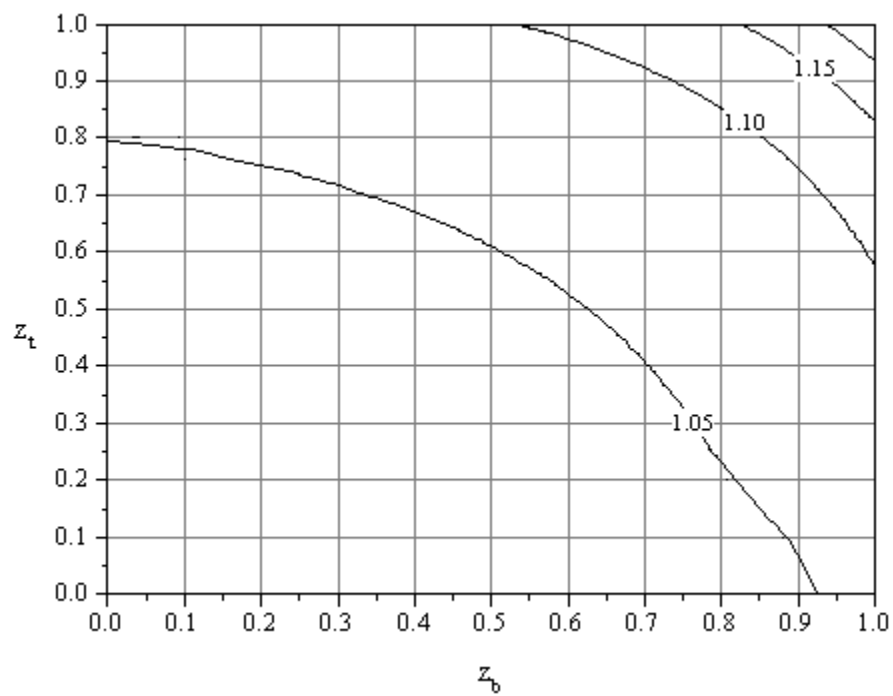
Σχήμα 5.86 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{top} , για $\overline{c_{br}}=0$, $q^*=1,00$
και $P_l^*=0,02$



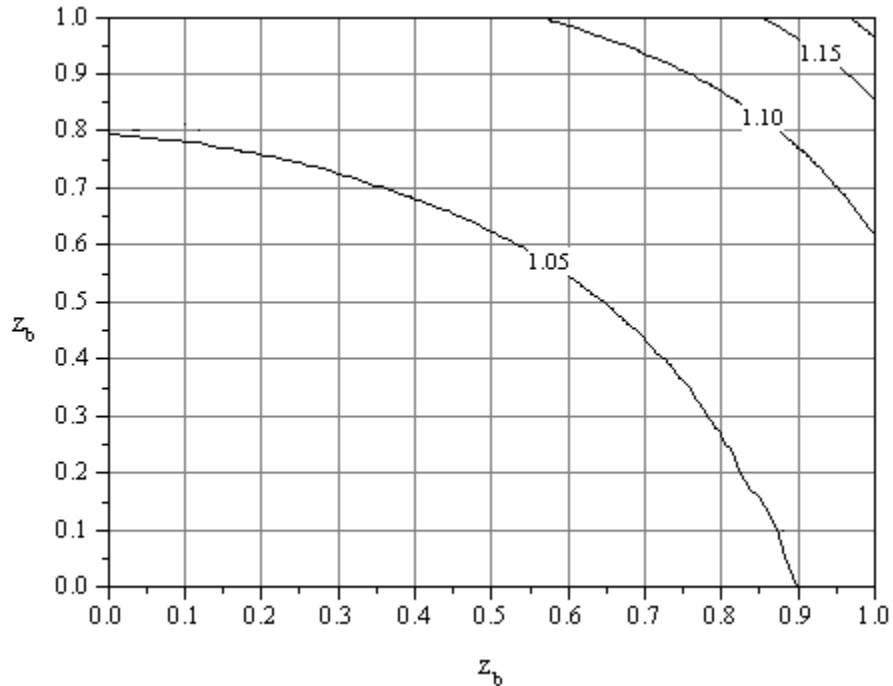
Σχήμα 5.87 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{top} , για $\overline{c_{br}}=0$, $q^*=1,00$ και $P_l^*=0,03$



Σχήμα 5.88 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{top} , για $\overline{c_{br}}=0$, $q^*=1,00$ και $P_l^*=0,04$



Σχήμα 5.89 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{top} , για $\overline{c_{br}} = 5$, $q^* = 0.50$ και $P_1^* = 0.02$



Σχήμα 5.90 Νομογράφημα υπολογισμού του λόγου μεγέθυνσης α_{top} , για $\overline{c_{br}} = 5$, $q^* = 1.00$ και $P_1^* = 0.02$

Τα παραπάνω νομογραφήματα προέκυψαν από τις αναλύσεις με το πρόγραμμα SECAN για το προσομοίωμα υπό ένα συγκεντρωμένο κατακόρυφο φορτίο στον άνω κόμβο και ένα ομοιόμορφα κατανεμημένο οριζόντιο φορτίο (P-Δ και P-δ) και συγκρίνονται με τα αντίστοιχα νομογραφήματα που προέκυψαν από την ανάλυση του ίδιου προσομοιώματος υπό δύο συγκεντρωμένα φορτία στον άνω κόμβο, ένα κατακόρυφο και οριζόντιο (P-Δ). Η σύγκριση γίνεται θεωρώντας ότι το εγκάρσιο κατανεμημένο φορτίο ισοδυναμεί με δύο ίσα συγκεντρωμένα φορτία, ένα στην κορυφή και ένα στην βάση του υποστυλώματος. Το κατανεμημένο φορτίο θεωρείται ότι κατανέμεται εξίσου στην κορυφή και στην βάση, το οποίο δεν είναι απολύτως σωστό, διότι η κατανομή αυτή εξαρτάται και από τις συνοριακές συνθήκες του υποστυλώματος, δηλαδή από τις τιμές των στροφικών ελατηρίων και του ελατηρίου μετάθεσης στην κορυφή και στην βάση.

Το κατανεμημένο φορτίο προκαλεί διαφορετική στροφή στην κορυφή του υποστυλώματος σε σύγκριση με την αντίστοιχη στροφή από το συγκεντρωμένο στην κορυφή φορτίο. Επομένως, αναμένονται κάποιες διαφορές ανάμεσα στα αντίστοιχα νομογραφήματα. Η σύγκριση των λόγων της μη γραμμικής προς την γραμμική ροπή στην κορυφή του υποστυλώματος από τα νομογραφήματα για $\bar{c}_{br}=0$ που προέκυψαν από την μελέτη για την επιρροή P-δ με τα αντίστοιχα νομογραφήματα που προέκυψαν από την μελέτη για την επιρροή P-Δ, για διάφορα ζεύγη τιμών των z_b και z_t παρουσιάζονται στους πίνακες 5.27, 5.28, 5.29, 5.30, 5.31 και 5.32. Συγκεκριμένα, τα νομογραφήματα P-δ με $q^*=0,5$ αντιστοιχούν στα νομογραφήματα P-Δ με λόγο οριζόντιου προς κατακόρυφο φορτίο $(P_2/P_1)=0.50$ και τα νομογραφήματα P-δ με $q^*=1,0$ αντιστοιχούν στα νομογραφήματα P-Δ με λόγο οριζόντιου προς κατακόρυφο φορτίο $(P_2/P_1)=1,00$. Τα νομογραφήματα που συγκρίνονται έχουν την ίδια τιμή αδιαστατοποιημένου αξονικού θλιπτικού φορτίου.

P_1^*	$\alpha_{P-\Delta}$	$\alpha_{P-\delta}$	$\frac{\alpha_{P-\Delta} - \alpha_{P-\delta}}{\alpha_{P-\delta}} \%$
0,01	1.020	1.030	-0,97
0,02	1.045	1.055	-0,95
0,03	1.070	1.085	-1,38
0,04	1.095	1.110	-1,35

Πίνακας 5.27 Σύγκριση των συντελεστών μεγέθυνσης α από τα αντίστοιχα νομογραφήματα P-Δ και P-δ για $\bar{c}_{br}=0$, $z_b=z_t=0,5$ και $q^*=0,5$

P_1^*	$\alpha_{P-\Delta}$	$\alpha_{P-\delta}$	$\frac{\alpha_{P-\Delta} - \alpha_{P-\delta}}{\alpha_{P-\delta}} \%$
0,01	1.025	1.030	-0,49
0,02	1.045	1.055	-0,95
0,03	1.070	1.080	-0,92
0,04	1.090	1.105	-1,35

Πίνακας 5.28 Σύγκριση των συντελεστών μεγέθυνσης α από τα αντίστοιχα νομογραφήματα P-Δ και P-δ για $\bar{c}_{br}=0$, $z_b=z_t=0,5$ και $q^*=1,0$

P_1^*	$\alpha_{P-\Delta}$	$\alpha_{P-\delta}$	$\frac{\alpha_{P-\Delta} - \alpha_{P-\delta}}{\alpha_{P-\delta}} \%$
0,01	1.045	1.050	-0,48
0,02	1.085	1.095	-0,91
0,03	1.125	1.140	-1,32
0,04	1.170	1.195	-2,09

Πίνακας 5.29 Σύγκριση των συντελεστών μεγέθυνσης α από τα αντίστοιχα νομογραφήματα P- Δ και P- δ για $\overline{c_{br}}=0$, $z_b=z_t=0,7$ και $q^*=0,5$

P_1^*	$\alpha_{P-\Delta}$	$\alpha_{P-\delta}$	$\frac{\alpha_{P-\Delta} - \alpha_{P-\delta}}{\alpha_{P-\delta}} \%$
0,01	1.035	1.045	-0,96
0,02	1.080	1.090	-0,92
0,03	1.105	1.135	-2,64
0,04	1.150	1.172	-1,88

Πίνακας 5.30 Σύγκριση των συντελεστών μεγέθυνσης α από τα αντίστοιχα νομογραφήματα P- Δ και P- δ για $\overline{c_{br}}=0$, $z_b=z_t=0,7$ και $q^*=1,0$

P_1^*	$\alpha_{P-\Delta}$	$\alpha_{P-\delta}$	$\frac{\alpha_{P-\Delta} - \alpha_{P-\delta}}{\alpha_{P-\delta}} \%$
0,01	1.135	1.140	-0,43
0,02	1.280	1.300	-1,54
0,03	1.450	1.500	-3,33
0,04	1.650	1.750	-5,71

Πίνακας 5.31 Σύγκριση των συντελεστών μεγέθυνσης α από τα αντίστοιχα νομογραφήματα P- Δ και P- δ για $\overline{c_{br}}=0$, $z_b=z_t=0,9$ και $q^*=0,5$

P_1^*	$\alpha_{P-\Delta}$	$\alpha_{P-\delta}$	$\frac{\alpha_{P-\Delta} - \alpha_{P-\delta}}{\alpha_{P-\delta}} \%$
0,01	1.120	1.130	-0,88
0,02	1.205	1.240	-2,82
0,03	1.260	1.320	-4,55
0,04	1.300	1.360	-4,41

Πίνακας 5.32 Σύγκριση των συντελεστών μεγέθυνσης α από τα αντίστοιχα νομογραφήματα P- Δ και P- δ για $\overline{c_{br}}=0$, $z_b=z_t=0,9$ και $q^*=1,0$

Ο λόγος της μη γραμμικής προς την γραμμική ροπή στο μέσο αυξάνεται με το z_t . Ο ρυθμός αύξησης μεγαλώνει με την αύξηση του κατακόρυφου φορτίου P_1^* , κάτι το οποίο είναι αναμενόμενο, αφού η μη γραμμική ροπή οφείλεται κατά ένα μέρος στο αξονικό φορτίο, και όχι μόνο στο εγκάρσιο όπως η γραμμική. Επομένως, για μεγαλύτερο κατακόρυφο φορτίο ο λόγος φτάνει πιο γρήγορα τη μέγιστη τιμή του, δηλαδή για μικρότερες τιμές του z_t .

Η μέγιστη τιμή του λόγου α_{mid} είναι ίδια για όλες τις περιπτώσεις με διαφορετικά κατακόρυφα φορτία, αλλά με ίδιο κατανεμημένο οριζόντιο φορτίο. Δηλαδή, η μέγιστη τιμή του λόγου μη γραμμικής προς γραμμική ροπή, είναι η ίδια ανεξαρτήτως της τιμής του αδιαστατοποιημένου κατακόρυφου φορτίου. Διαφοροποιείται η αρχική κάθε φορά τιμή του λόγου α_{mid} ανάλογα με τις συνθήκες φόρτισης (δηλαδή η τιμή του λόγου για μικρά z_t , όπου πλησιάζουμε τις συνθήκες της πλήρους δέσμευσης της στροφής στην κορυφή).

Επιπλέον, ο λόγος φτάνει σε πολύ μεγαλύτερες τιμές για τη μικρότερη τιμή του οριζόντιου κατανεμημένου φορτίου $q^*=0,5$ (μέχρι και περίπου 1,50 για μεγάλα z_t) από ότι για $q^*=1,0$ (μέχρι και 1,15 περίπου). Αλλά και η διακύμανση του λόγου με το z_t είναι πολύ μικρότερη στην περίπτωση του μεγαλύτερου οριζόντιου φορτίου (από 1,04 έως 1,14 για κατακόρυφο αδιαστατοποιημένο φορτίο ίσο με 1%, η οποία είναι και η μεγαλύτερη διακύμανση για $q^*=0,5$). Αυτό οφείλεται πάλι στο ότι η μη γραμμική ροπή εξαρτάται και από το κατακόρυφο φορτίο σε σχέση με το οριζόντιο φορτίο, στο οποίο αποκλειστικά οφείλεται η γραμμική ροπή. Όσο πιο μεγάλο είναι το οριζόντιο φορτίο σε σχέση με το κατακόρυφο τόσο πιο μεγάλη είναι η γραμμική ροπή και τόσο πιο μικρή είναι η διαφορά της μη γραμμικής ροπής (το επιπλέον ποσοστό της οποίας σε σχέση με την γραμμική οφείλεται στο κατακόρυφο φορτίο επί την οριζόντια μετατόπιση) σε σχέση με την γραμμική. Επομένως, τόσο πιο μικρός είναι ο λόγος α_{mid} . Συμπεραίνουμε, δηλαδή, ότι για ακόμα μεγαλύτερες τιμές του αδιαστατοποιημένου εγκάρσιου κατανεμημένου φορτίου, οι μη γραμμικότητες θα ήταν ακόμα μικρότερες.

Για την περίπτωση του εγκάρσιου ελατηρίου μετάθεσης εκτός από τα παραπάνω, παρατηρούμε ότι και η διακύμανση του λόγου της μη γραμμικής προς την γραμμική ροπή για τα διάφορα z_t είναι μικρότερη σε σύγκριση με την αντίστοιχη διακύμανση για ελεύθερη εγκάρσια μετατόπιση (από 1,062 έως 1,085 για $q^*=0,5$ και από 1,058 έως 1,080 για $q^*=1,0$), αλλά και ο ίδιος ο λόγος είναι πολύ πιο μικρός (1,085 για $q^*=0,5$ και 1,080 για $q^*=1,0$, σε σχέση με τις τιμές 1,48 και 1,13 αντιστοίχως). Οι τιμές αυτές είναι πολύ μικρές, και για μεγαλύτερη δέσμευση της οριζόντιας μετατόπισης θα προέκυπταν τιμές πρακτικά αμελητέες.

Η τιμή του λόγου μη γραμμικής προς γραμμική ροπή είναι γενικά μεγαλύτερη για τα νομογραφήματα P-δ σε σύγκριση με τα αντίστοιχα νομογραφήματα P-Δ. Μεγαλύτερη διαφορά στην τιμή του λόγου έχουμε για $q^*=0,5$, $P_1^*=0,04$ και $z_b=z_t=0,9$, ίση με 6.1%. Για μικρότερες τιμές των ανηγμένων σταθερών των ελατηρίων έχουμε διαφορές μέχρι και την τιμή 0.025 (πολύ μικρή), ενώ για $z_b=z_t=0,9$ και για μικρότερες τιμές του αξονικού φορτίου έχουμε διαφορές μέχρι και την τιμή 0.06. Οι διαφορές στους λόγους, οι οποίες ήταν αναμενόμενες, δεν είναι πολύ μεγάλες, κυρίως για μικρές μη γραμμικότητες. Επομένως, τα νομογραφήματα P-Δ μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για κατανεμημένο

φορτίο, με τις αντιστοιχίες που έχουν αναφερθεί, και ενδεχομένως με μία πολύ μικρή εμπειρική προσαύξηση του λόγου α που προκύπτει.

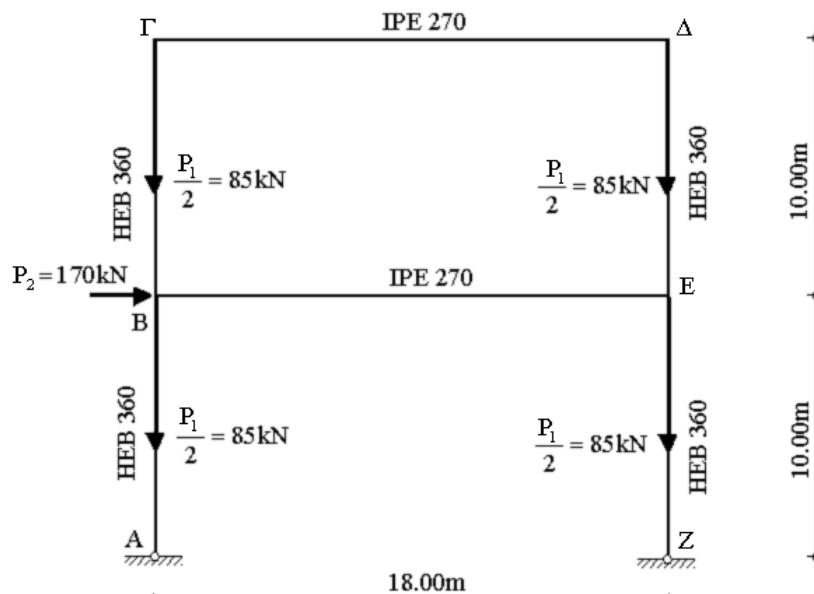
Και πάλι πάντως επισημαίνεται ότι τα ανωτέρω ποιοτικά συμπεράσματα είναι πολύ χρήσιμα για την κατανόηση του φαινομένου. Όμως, πρακτική εφαρμογή των συντελεστών μεγέθυνσης των νομογραφημάτων προτείνεται μόνον υπό την προϋπόθεση τήρησης των παραδοχών βάσει των οποίων συντάχθηκαν τα νομογραφήματα και σε άλλες, παρεμφερείς περιπτώσεις μόνον σε φάση προμελέτης.

5.7 Παραδείγματα

Σε αυτή τη ενότητα, παρουσιάζονται παραδείγματα πλαισιακών φορέων στα οποία ο μεγεθυντικός συντελεστής α υπολογίζεται από την προτεινόμενη μεθοδολογία μέσω των παραπάνω νομογραφημάτων καθώς επίσης και από μη-γραμμική ανάλυση με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA καθώς και με τις κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3. Οι παραπάνω φορείς συμπεριφέρονται με έντονα μη-γραμμικό τρόπο που οφείλεται στην επιλογή μικρών διατομών για τις δοκούς καθώς και υψηλών τιμών για τα φορτία.

5.7.1 Παράδειγμα 1

Θεωρούμε το αμφιαρθρωτό πλαίσιο του σχήματος 5.91 με άνοιγμα $L=18\text{m}$, ύψος ορόφου $h=10\text{m}$, διατομές υποστυλωμάτων HEB360 ($I_c=43190\text{cm}^4$) και δοκών IPE270 ($I_b=5790\text{cm}^4$). Ίσα κατακόρυφα συγκεντρωμένα φορτία $P=85\text{kN}$ ασκούνται στους κόμβους δοκού-υποστυλώματος και ένα συγκεντρωμένο οριζόντιο φορτίο $P=170\text{kN}$ ασκείται στον αριστερό κόμβο του πρώτου ορόφου. Το πλαίσιο είναι κατασκευασμένο από χάλυβα S275 με μέτρο ελαστικότητας $E=210000000\text{kN/m}^2$.



Σχήμα 5.91 Πλαίσιο του παραδείγματος 1

Αρχικά, πραγματοποιείται γραμμική και μη γραμμική ανάλυση με την χρήση του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων ADINA. Λόγω συμμετρίας τα δύο υποστυλώματα έχουν ίδια συμπεριφορά, οπότε οι ροπές 1ης και 2ης τάξης και ο μεγεθυντικός συντελεστής α_{FEM} υπολογίζονται για το αριστερό υποστύλωμα του ισογείου (πίνακας 5.34).

Υπολογίζονται, στη συνέχεια, οι σταθερές των στρωφικών ελατηρίων c_b και c_t καθώς και οι συντελεστές κατανομής z_b και z_t για το υποστύλωμα AB, σύμφωνα με τους συντελεστές στρωφικής δυσκαμψίας που έχουν προταθεί στο τέταρτο κεφάλαιο.

$$z_b = 1,0 \text{ (άρθρωση)} \quad (5.74)$$

$$z_t = \frac{c_c}{c_c + c_{B\Gamma}} = 0,875 \quad (5.75)$$

όπου:

$$c_{B\Gamma} = c'_{B\Gamma} + c_{bm} = 5192,77 \text{ kNm} \quad (5.76)$$

$$c'_{B\Gamma} = \bar{c}_{B\Gamma} \frac{\left(c_{B\Gamma}^{\#} - \pi \sqrt{n_{B\Gamma}} \tan \left(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}} \right) \right)}{\left(1 + c_{B\Gamma}^{\#} \frac{\tan \left(\pi \sqrt{n_{B\Gamma}} \right)}{\pi \sqrt{n_{B\Gamma}}} \right)} = 1139,77 \text{ kNm} \quad (5.77)$$

$$\bar{c}_{B\Gamma} = \frac{EI_c}{h} = 9069,90 \text{ kNm} \quad (5.78)$$

$$c_{B\Gamma}^{\#} = \frac{c_{bm}}{\bar{c}_{B\Gamma}} = 0,447 \quad (5.79)$$

$$c_{bm} = \frac{6EI_b}{L} = 4053 \text{ kNm} \quad (5.80)$$

$$n_{B\Gamma} = \frac{N_{B\Gamma}}{N_{E,B\Gamma}} = 0,024 \quad (5.81)$$

$$N_{B\Gamma} = \frac{433,60}{2} = 216,80 \text{ kN} \quad (5.82)$$

$$N_{B\Gamma} = \frac{433,60}{2} = 216,80 \text{ kN} \quad (5.83)$$

$$N_{E,B\Gamma} = \frac{\pi^2 EI_c}{h^2} = 8942,56 \text{ kN} \quad (5.84)$$

$$c_c = \frac{4EI_c}{h} = 36279,60 \text{ kNm} \quad (5.85)$$

Ορίζονται τα αδιαστατοποιημένα φορτία P_1^* και P_2 για κάθε υποστύλωμα:

$$P_1^* = \frac{P_1}{P_E} = 0.019 \cong 0.02 \quad (5.86)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 0,5 \quad (5.87)$$

Όπου:

$$P_1 = \frac{P_1}{2} + \frac{P_1}{2} = 170 \text{ kN} \quad (5.88)$$

$$P_2 = \frac{170}{2} = 85 \text{ kN} \quad (5.89)$$

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{h^2} = 8942,56 \text{ kN} \quad (5.90)$$

Χρησιμοποιώντας το νομογράφημα του σχήματος 5.17, υπολογίζεται ο λόγος $\alpha_{\text{nom}}=1,55$. Τα αποτελέσματα της προτεινόμενης μεθοδολογίας βρίσκονται σε άριστη συμφωνία με εκείνα της ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων.

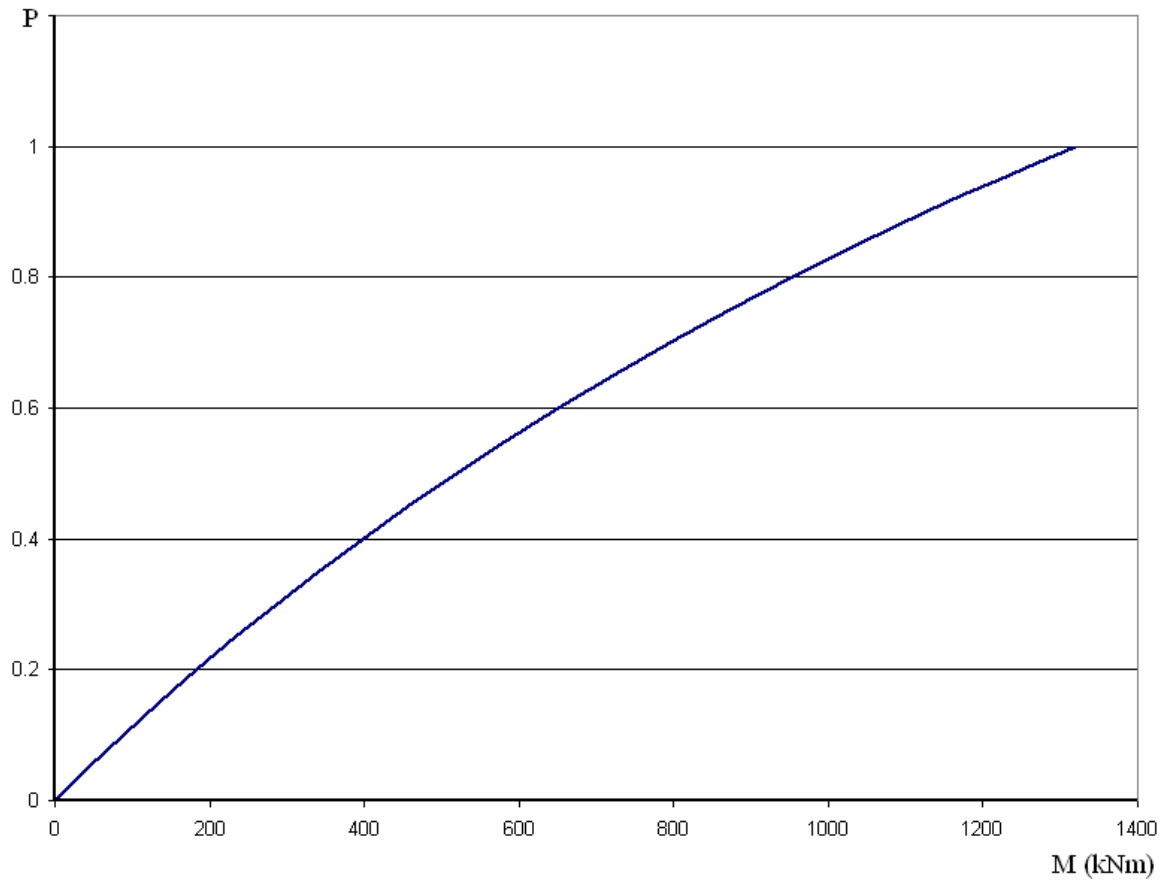
Ο μεγεθυντικός συντελεστής του Ευρωκώδικα 3, όπως έχει ήδη αναφερθεί στην παράγραφο 5.1, δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_{\text{EC3}} = \frac{1}{1 - V_{\text{sd}}/V_{\text{cr}}} \Rightarrow \alpha_{\text{EC3}} = \frac{1}{1 - 0,311} \Rightarrow \alpha_{\text{EC3}} = 1,45 \quad (5.91)$$

Όπου ο λόγος $V_{\text{sd}}/V_{\text{cr}}$ υπολογίζεται από τη σχέση 5.1:

$$\frac{V_{\text{sd}}}{V_{\text{cr}}} = \left(\frac{1,55361}{10} \right) \left(\frac{170}{85} \right) \Rightarrow \frac{V_{\text{sd}}}{V_{\text{cr}}} = 0,311 \quad (5.92)$$

Τα παραπάνω αποτελέσματα καθώς και η σύγκριση μεταξύ τους φαίνονται στον πίνακα 5.33.



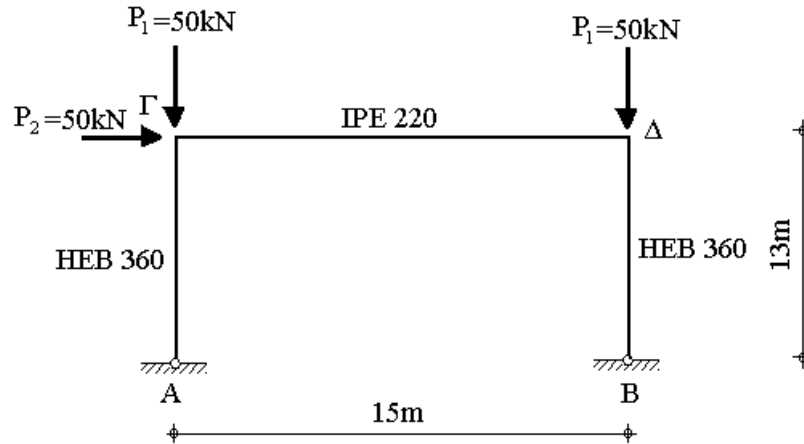
Σχήμα 5.92 Διάγραμμα φορτίου-ροπής του πλαισίου του παραδείγματος 1

Κόμβος	Ροπές (kNm)		α_{FEM}	α_{EC3}	α_{nom}	$\frac{\alpha_{EC3} - \alpha_{FEM}}{\alpha_{FEM}} \%$	$\frac{\alpha_{nom} - \alpha_{FEM}}{\alpha_{FEM}} \%$
	Γραμμική ανάλυση	Μη- γραμμική ανάλυση					
B	852,20	1318,00	1,55	1,45	1,55	-6,45	0

Πίνακας 5.33 Ροπές 1ης και 2ης τάξης και μεγεθυντικός συντελεστής α

5.7.2 Παράδειγμα 2

Θεωρούμε το αμφιαρθρωτό μονώροφο πλαίσιο του σχήματος 5.93 με άνοιγμα $L=15m$, ύψος ορόφου $h=13m$, διατομές υποστυλωμάτων HEB360 ($I_c=43190cm^4$) και δοκού IPE220 ($I_b=2770cm^4$). Ίσα κατακόρυφα συγκεντρωμένα φορτία $P=50kN$ ασκούνται στους κόμβους δοκού-υποστυλώματος και ένα συγκεντρωμένο οριζόντιο φορτίο $P=50kN$ ασκείται στον αριστερό κόμβο του ζυγώματος. Το πλαίσιο είναι κατασκευασμένο από χάλυβα S275 με μέτρο ελαστικότητας $E=210000000kN/m^2$.



Σχήμα 5.93 Πλαίσιο του παραδείγματος 2

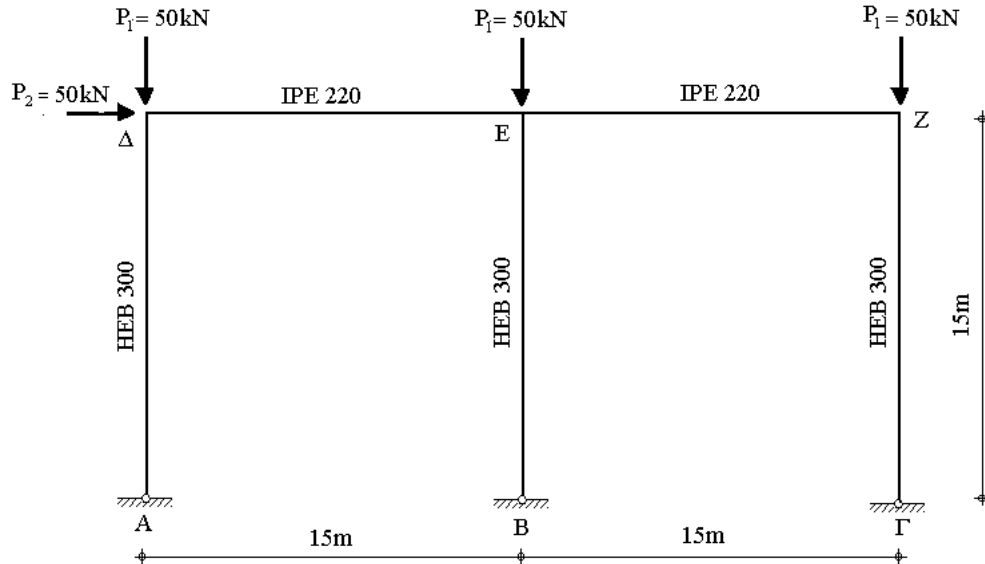
Αρχικά, πραγματοποιείται γραμμική και μη γραμμική ανάλυση με την χρήση του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων ADINA. Λόγω συμμετρίας τα δύο υποστυλώματα έχουν ίδια συμπεριφορά, οπότε οι ροπές 1ης και 2ης τάξης και ο μεγεθυντικός συντελεστής α_{FEM} υπολογίζονται για το αριστερό υποστυλόμενο του ισογείου. Ο μεγεθυντικός συντελεστής του Ευρωκώδικα 3 υπολογίζεται όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα. Τα αποτελέσματα καθώς και η σύγκριση μεταξύ τους φαίνονται στον πίνακα 5.34.

Κόμβος	Ροπές (kNm)		α_{FEM}	α_{EC3}	α_{nom}	$\frac{\alpha_{EC3} - \alpha_{FEM}}{\alpha_{FEM}} \%$	$\frac{\alpha_{nom} - \alpha_{FEM}}{\alpha_{FEM}} \%$
	Γραμμική ανάλυση	Μη-γραμμική ανάλυση					
Γ	325,00	458,30	1,41	1,45	1,41	2,84	0

Πίνακας 5.34 Ροπές 1ης και 2ης τάξης και μεγεθυντικός συντελεστής α

5.7.3 Παράδειγμα 3

Θεωρούμε το αμφιαρθρωτό μονώροφο πλαίσιο δύο φατνωμάτων του σχήματος 5.94 με άνοιγμα $L=15m$, ύψος ορόφου $h=15m$, διατομές υποστυλωμάτων HEB300 ($I_c=25170cm^4$) και δοκών IPE220 ($I_b=2770cm^4$). Ίσα κατακόρυφα συγκεντρωμένα φορτία $P=50kN$ ασκούνται στους κόμβους δοκού-υποστυλώματος και ένα συγκεντρωμένο οριζόντιο φορτίο $P=50kN$ ασκείται στον αριστερό κόμβο του ζυγώματος. Το πλαίσιο είναι κατασκευασμένο από χάλυβα S275 με μέτρο ελαστικότητας $E=210000000kN/m^2$.



Σχήμα 5.94 Πλαίσιο του παραδείγματος 3

Αρχικά, πραγματοποιείται γραμμική και μη γραμμική ανάλυση με την χρήση του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων ADINA. Λόγω συμμετρίας τα δύο ακραία υποστυλώματα έχουν ίδια συμπεριφορά, οπότε οι ροπές 1ης και 2ης τάξης και ο μεγεθυντικός συντελεστής α_{FEM} υπολογίζονται για το αριστερό υποστύλωμα του ισογείου. Ομοίως γίνεται και ο υπολογισμός των ροπών από γραμμική και μη-γραμμική ανάλυση στο μεσαίο υποστύλωμα. Τα αποτελέσματα καθώς και η σύγκριση μεταξύ τους φαίνονται στον πίνακα 5.35.

Κόμβος	Ροπές (kNm)		α_{FEM}	α_{EC3}	α_{nom}	$\frac{\alpha_{EC3} - \alpha_{FEM}}{\alpha_{FEM}} \%$	$\frac{\alpha_{nom} - \alpha_{FEM}}{\alpha_{FEM}} \%$
	Γραμμική ανάλυση	Μη-γραμμική ανάλυση					
Δ	193,75	280,91	1,45	1,47	1,46	1,38	0,69

Πίνακας 5.35 Ροπές 1ης και 2ης τάξης και μεγεθυντικός συντελεστής α

5.8 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται μια εύχρηστη προσεγγιστική μέθοδος για την αξιολόγηση της σπουδαιότητας της επιρροής 2ης τάξης στην απόκριση μεταλλικών πλαισίων και την εκτίμηση ενός επαυξητικού συντελεστή α , με τον οποίο μπορούν να πολλαπλασιάζονται τα μεγέθη έντασης και παραμόρφωσης που προκύπτουν από γραμμικές αναλύσεις, ώστε να εκτιμώνται προσεγγιστικά ορθότερα μεγέθη, αποφεύγοντας την εκτέλεση μη γραμμικών αναλύσεων. Ο συντελεστής αυτός αποτελεί συγχρόνως ένα κριτήριο για την επιλογή κατάλληλης μεθόδου ανάλυσης, δηλαδή βοηθάει στο να αξιολογηθεί κατά πόσον είναι απαραίτητη η πραγματοποίηση ακριβέστερων μη γραμμικών αναλύσεων, υπολογίζεται δε χρησιμοποιώντας

νομογραφήματα που παρέχουν το λόγο των αποκρίσεων του απλοποιημένου προσομοιώματος που χρησιμοποιείται στην παρούσα διατριβή από μη-γραμμική και γραμμική ανάλυση για ένα ευρύ φάσμα τιμών των αδιαστατοποιημένων δυσκαμψιών των ελατηρίων και για διάφορα είδη και τιμές φορτίων. Τα προτεινόμενα νομογραφήματα προέκυψαν μετά από παραμετρικές αναλύσεις με λογισμικό που συντάχθηκε χρησιμοποιώντας το ακριβές γεωμετρικό μητρώο και κριτήρια σύγκλισης με νόρμες μετακινήσεων και δυνάμεων.

Επισημαίνεται ότι παρόμοια νομογραφήματα είχαν προταθεί για το συντελεστή μήκους λυγισμού, τα οποία συντάχθηκαν χρησιμοποιώντας το ίδιο προσομοίωμα του υπό εξέταση υποστυλώματος. Επιτυγχάνεται έτσι ένας εξορθολογισμός του τρόπου αντιμετώπισης μη γραμμικών επιρροών κατά το σχεδιασμό, με χρήση ενός και μόνον προσομοιώματος.

Τονίζεται βεβαίως ότι η εφαρμογή μη γραμμικών αναλύσεων μέσω υπαρχόντων προγραμμάτων H/Y είναι ο ακριβέστερος τρόπος για να λαμβάνεται υπόψη η επιρροή 2ης τάξης. Η δυνατότητα όμως εκτέλεσης μη γραμμικών αναλύσεων είναι για την ώρα διαθέσιμη κυρίως σε λογισμικά που απευθύνονται στην ερευνητική κοινότητα. Ελάχιστα από τα λογισμικά που έχουν και τη δυνατότητα διαστασιολόγησης και επομένως χρησιμοποιούνται για σχεδιασμό δομικών έργων έχουν ταυτόχρονα ενσωματωμένους αλγορίθμους μη γραμμικών αναλύσεων μεγάλων μετατοπίσεων. Ακόμα και όταν η δυνατότητα αυτή υπάρχει, οι διαθέσιμες επιλογές αλγορίθμων και παραμέτρων επαναλήψεων και σύγκλισης είναι σύνθετες και απαιτούν εξειδικευμένες γνώσεις, τις οποίες διαθέτει σχετικά μικρό ποσοστό μηχανικών της πράξης. Τέλος, οι απαιτήσεις τέτοιων αναλύσεων σε υπολογιστικό χρόνο είναι σημαντικές και η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων είναι συχνά δυσχερής. Η χρησιμότητα επομένως προσεγγιστικών μεθόδων εξακολουθεί να υπάρχει, ιδιαιτέρως για γρήγορη εκτίμηση της συμπεριφοράς κατά τις πρώτες φάσεις του σχεδιασμού, καθώς και ως μέτρο σύγκρισης των αποτελεσμάτων ακριβέστερων αναλύσεων.

Η χρήση των νομογραφημάτων για σχεδιασμό σε φάση προμελέτης προτείνεται για σχετικά περιορισμένη μη γραμμικότητα, κάτι που μπορεί να εκτιμηθεί από την τιμή του λόγου α . Για έντονη μη γραμμικότητα, π.χ. για τιμή του λόγου α μεγαλύτερη από 1,20, συνιστάται να πραγματοποιείται μη γραμμική ανάλυση. Βεβαίως οι περιπτώσεις αυτές είναι μάλλον σπάνιες για πραγματικά κτιριακά έργα, δεδομένου ότι αφορούν πολύ εύκαμπτη συμπεριφορά, για την οποία θα παραβιάζονταν τα κριτήρια λειτουργικότητας. Ωστόσο για μικρότερες μη γραμμικότητες, δηλαδή για α μικρότερο από την ενδεικτική τιμή 1,20, η ανάλυση 2ης τάξης μπορεί να αποφευχθεί σε φάση προμελέτης. Στην περίπτωση αυτή τα νομογραφήματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να εκτιμηθεί προσεγγιστικά η μη γραμμική ροπή με πολλαπλασιασμό της γραμμικής ροπής, που έχει προκύψει από την ανάλυση 1ης τάξης, με το λόγο α .

Η παραπάνω μεθοδολογία εφαρμόζεται σε παραδείγματα δίνοντας πολύ καλή σύγκλιση με αριθμητικά αποτελέσματα σε σύγκριση με αριθμητικά αποτελέσματα από τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6:

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΝΤΟΧΗΣ ΜΕΛΩΝ ΥΠΟ ΘΑΛΨΗ ΚΑΙ ΚΑΜΨΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΝΤΟΧΗΣ ΜΕΛΩΝ ΥΠΟ ΘΛΙΨΗ ΚΑΙ ΚΑΜΨΗ

6.1 Εισαγωγή

Τα προηγούμενα κεφάλαια ασχολήθηκαν κατά κύριο λόγο με προβλήματα γεωμετρικής μη γραμμικότητας που εμφανίζονται σε υποστυλώματα μεταλλικών πλαισίων. Συγκεκριμένα, τα κεφάλαια 2, 3 και 4 πραγματεύθηκαν το πρόβλημα του ελαστικού λυγισμού και πρότειναν μια μεθοδολογία υπολογισμού του ισοδύναμου μήκους ελαστικού λυγισμού, και κατ' επέκταση του κρίσιμου φορτίου ελαστικού λυγισμού, ενώ το κεφάλαιο 5 ασχολήθηκε με το πρόβλημα της επιρροής 2^{ης} τάξης, P-Δ και P-δ, που επηρεάζουν τη συμπεριφορά εύκαμπτων πλαισίων.

Και τα δύο αυτά προβλήματα επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό την αντοχή των υποστυλωμάτων μεταλλικών πλαισίων, η οποία ορίζεται ως το μέγιστο εξωτερικό φορτίο που ο φορέας, στη συγκεκριμένη περίπτωση το υποστυλώμα, μπορεί να αναλάβει ως την αστοχία. Η αστοχία ενός μεταλλικού υποστυλώματος επέρχεται θεωρητικά από δύο πιθανές αιτίες: α) λόγω ελαστικού λυγισμού, ή β) λόγω εξάντλησης της αντοχής του υλικού σε μία ή περισσότερες διατομές. Στην πραγματικότητα οι δύο αυτοί λόγοι αστοχίας συμβαίνουν μόνον σε πολύ ακραίες περιπτώσεις, και συγκεκριμένα ο ελαστικός λυγισμός σε υποστυλώματα πολύ μεγάλης λυγηρότητας και η αστοχία υλικού χωρίς λυγισμό σε υποστυλώματα πολύ μικρής λυγηρότητας. Σε όλες τις ενδιάμεσες περιπτώσεις, που αποτελούν και τη μεγάλη πλειοψηφία των υποστυλωμάτων που απαντώνται στην πράξη, η αστοχία επέρχεται από ένα συνδυασμό λυγισμού και αστοχίας υλικού, που συχνά αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως ανελαστικός λυγισμός.

Η συμπεριφορά τέτοιων μελών ως την κατάρρευση είναι αρκετά πολύπλοκη και έχει μελετηθεί λεπτομερέστατα την τελευταία πενήντακονταετία (Chen και Atsuta 1977, Vinnakota 1982, Linder 1997, Boissonnade et al. 2002). Τα τελευταία χρόνια με την αλματώδη εξέλιξη των υπολογιστικών συστημάτων και προγραμμάτων πεπερασμένων στοιχείων, δόθηκε η δυνατότητα στον μηχανικό να προσομοιάζει την συμπεριφορά και να υπολογίζει με αρκετή ακρίβεια την αντοχή μελών υπό θλίψη και κάμψη. Παρόλα αυτά χρήση αυτών των λογισμικών περιορίζεται για την ώρα σε ερευνητικό επίπεδο, ενώ για την μελέτη δομικών έργων εκτελούνται έλεγχοι επάρκειας συγκρίνοντας δράσεις και αντοχές με κατάλληλες εξισώσεις που προβλέπονται από τις κανονιστικές διατάξεις.

Η αστοχία υποστυλωμάτων υπό καθαρή θλίψη αντιμετωπίζεται κανονιστικά ορίζοντας την αντοχή του μέλους ως το γινόμενο της αντοχής της διατομής (που εκφράζει ουσιαστικά την αντοχή του υλικού) επί έναν μειωτικό παράγοντα χ που εξαρτάται από τη λυγηρότητα και αντιπροσωπεύει τον κίνδυνο λυγισμού, λαμβάνει δε υπόψη την επιρροή αρχικών ατελειών και παραμενουσών τάσεων, ανάλογα και με τη γεωμετρία της διατομής. Η λυγηρότητα ορίζεται ως ο λόγος του ισοδύναμου μήκους λυγισμού προς την ακτίνα αδράνειας της διατομής, επομένως οι διαδικασίες υπολογισμού του ισοδύναμου μήκους λυγισμού που προτάθηκαν στα κεφάλαια 2, 3 και 4 βρίσκουν άμεση εφαρμογή στον υπολογισμό της αντοχής.

Ο έλεγχος επάρκειας μελών υπό συνδυασμό αξονικής θλίψης και κάμψης λόγω εγκαρσίων φορτίων πραγματοποιείται στην πράξη μέσω εξισώσεων αλληλεπίδρασης και με τη χρήση εντατικών μεγεθών που έχουν προκύψει από γραμμικές στατικές αναλύσεις. Η μορφή αυτών των εξισώσεων έχει εξελιχθεί με τη συμβολή πολλών ερευνητών και τα τελευταία χρόνια, με την υιοθέτηση της μεθόδου συνολικής αντοχής, περιλαμβάνει πλέον επιδράσεις τόσο μη γραμμικής συμπεριφοράς του υλικού, όσο και λυγισμού του μέλους, είτε καμπτικού είτε στρεπτοκαμπτικού, με εκδήλωση μεγάλων πλευρικών μετατοπίσεων. Στα πλαίσια αυτά προτάθηκαν πρόσφατα οι παρακάτω σχέσεις αλληλεπίδρασης του Ευρωκώδικα 3, συνοδευόμενες από δύο εναλλακτικές μεθόδους υπολογισμού των συντελεστών, που προέκυψαν από δύο σημαντικά Ευρωπαϊκά ερευνητικά προγράμματα:

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{\frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk}}}{\gamma_{M1}} + k_{yz} \frac{\frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}}}{\gamma_{M1}}}{\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (6.1)$$

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{\frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk}}}{\gamma_{M1}} + k_{zz} \frac{\frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}}}{\gamma_{M1}}}{\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (6.2)$$

όπου:

N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ και $M_{z,Ed}$	οι τιμές σχεδιασμού της θλιπτικής δύναμης και των μεγίστων ροπών κατά μήκος του μέλους ως προς τους άξονες y-y και z-z, αντίστοιχα.
N_{Rk} , $M_{y,Rk}$ και $M_{z,Rk}$	οι τιμές αντοχής της διατομής σε θλιπτική δύναμη και καμπτικές ροπές ως προς τους άξονες y-y και z-z, αντίστοιχα.
$\Delta M_{y,Ed}$, $\Delta M_{z,Ed}$	οι ροπές λόγω της μετατόπισης του κεντροβαρικού άξονα για διατομές κατηγορίας 4 (πίνακας 6.7 EC3).
χ_y και χ_z	οι μειωτικοί συντελεστές λόγω καμπτικού λυγισμού.
χ_{LT}	ο μειωτικός συντελεστής λόγω στρεπτοκαμπτικού (πλευρικού) λυγισμού.
k_{yy} , k_{yz} , k_{zy} , k_{zz}	οι συντελεστές αλληλεπίδρασης μεταξύ αξονικής δύναμης και ροπών κάμψης.

Για μέλη που δεν κινδυνεύουν να αστοχήσουν από πλευρικό λυγισμό ο συντελεστής χ_{LT} λαμβάνει μοναδιαία τιμή. Για τον υπολογισμό των συντελεστών αλληλεπίδρασης k_{yy} , k_{yz} , k_{zy} και k_{zz} ο Ευρωκώδικας 3 προτείνει δύο εναλλακτικές λύσεις, την Γαλλο-Βελγική πρόταση (Boissonnade et al. 2004) (Παράρτημα A EC3 - εναλλακτική μέθοδος 1) και την Γερμανο-Αυστριακή (Greiner and Lindner 2006) (Παράρτημα B EC3 - εναλλακτική μέθοδος 2), στις οποίες γίνεται εκτενέστερη αναφορά στις δύο επόμενες ενότητες. Μεταξύ όμως των δύο μεθόδων έχουν αναφερθεί σημαντικές αποκλίσεις. Ένας στόχος λοιπόν αυτού του κεφαλαίου θα είναι η αξιολόγηση αυτών των αποκλίσεων.

Για την περίπτωση μελών υπό θλίψη και κάμψη μόνον περί τον άξονα y, με διατομές κατηγορίας 1, 2 ή 3, και με συνεχή πλευρική εξασφάλιση, ώστε να μην υπάρχει κίνδυνος αστοχίας από πλευρικό λυγισμό, οι παραπάνω εξισώσεις γίνονται:

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}}}{\gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk}}}{\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (6.3)$$

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}}}{\gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk}}}{\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (6.4)$$

Όπως προαναφέρθηκε, εναλλακτικά της χρήσης των κανονιστικών εξισώσεων ελέγχου επάρκειας, είναι δυνατόν ο έλεγχος να γίνει και μέσω κατάλληλων αριθμητικών αναλύσεων. Οι αναλύσεις αυτές πρέπει να λαμβάνουν υπόψη τους τη φύση της αστοχίας, ως συνδυασμού μη γραμμικής συμπεριφοράς του υλικού και λυγισμού του υποστυλώματος, δηλαδή εκδήλωσης μεγάλων πλευρικών μετατοπίσεων. Οι αναλύσεις συνεπώς πρέπει να είναι μη γραμμικές, περιλαμβάνοντας μη γραμμικότητα τόσο γεωμετρίας όσο και υλικού. Επιπλέον, πρέπει να λαμβάνεται υπόψη η επιρροή αρχικών ατελειών και παραμενουσών τάσεων. Σημειώνεται ότι αυτός ο τρόπος προσδιορισμού της αντοχής, δηλαδή μέσω μη γραμμικών αριθμητικών αναλύσεων, επιτρέπεται και από τις σύγχρονες κανονιστικές διατάξεις, εναλλακτικά της χρήσης εξισώσεων αλληλεπίδρασης. Μάλιστα, ο Ευρωκώδικας 3 προτείνει και τον τρόπο με τον οποίο θα λαμβάνονται υπόψη σε αυτή την περίπτωση οι αρχικές ατέλειες και οι παραμένουσες τάσεις, μέσω ισοδύναμων αρχικών ατελειών, των οποίων το σχήμα και μέγεθος προσδιορίζεται καταλλήλως. Ο τρόπος εισαγωγής αυτών των αρχικών ατελειών στο προσομοίωμα ανάλυσης είναι είτε με τροποποίηση της γεωμετρίας, είτε με άσκηση ισοδύναμων προς τις ατέλειες πλευρικών φορτίων.

Ενδιαφέρον κατά την εφαρμογή των εξισώσεων αλληλεπίδρασης για τον έλεγχο επάρκειας μελών υπό θλίψη και κάμψη παρουσιάζει ο χαρακτηρισμός των μελών ως μεταθετών ή αμετάθετων για τον υπολογισμό της λυγηρότητας. Στην περίπτωση που η σχετική εγκάρσια μετάθεση των άκρων του ελεγχόμενου μέλους δεσμεύεται με κατάλληλες κατασκευαστικές διατάξεις, το μέλος συμπεριφέρεται σαφώς ως αμετάθετο, και ο υπολογισμός της λυγηρότητας πρέπει να γίνεται αναλόγως. Στην περίπτωση όμως που η σχετική εγκάρσια μετάθεση των άκρων του ελεγχόμενου μέλους δεν δεσμεύεται με κατάλληλες κατασκευαστικές διατάξεις, ο υπολογισμός της λυγηρότητας γίνεται θεωρώντας το μέλος ως μεταθετό. Προκύπτει τότε το ερώτημα, κατά πόσον αυτή η θεώρηση ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα, ή μήπως υπάρχει το ενδεχόμενο η αστοχία να κυριαρχείται από την ανάπτυξη μεγάλων τάσεων, π.χ. λόγω ροπών κάμψης, και να επέρχεται πριν προλάβει να αναπτυχθεί αξιόλογη πλευρική μετάθεση, οπότε ο υπολογισμός της λυγηρότητας με θεώρηση μετάθεσης είναι υπερσυντηρητικός.

Ένας δεύτερος στόχος του κεφαλαίου αυτού είναι να διερευνήσει αυτό το ερώτημα και να προσπαθήσει να το απαντήσει. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιείται και πάλι το ίδιο προσομοίωμα υποστυλώματος των προηγούμενων κεφαλαίων, με τα δύο στροφικά ελατήρια να προσομοιάζουν την στροφική δέσμευση των συνδεομένων μελών στους ακραίους κόμβους, ελευθερία σχετικής εγκάρσιας μετατόπισης και φόρτιση με δύο συγκεντρωμένα φορτία, ένα θλιπτικό και ένα εγκάρσιο στον άνω ακραίο κόμβο του. Λαμβάνονται υπόψη ένα μεγάλο εύρος τιμών των αδιαστατοποιημένων σταθερών των

ελατηρίων, καθώς και διάφοροι λόγοι αξονικών προς εγκάρσια φορτία. Η αντοχή υπολογίζεται τόσο με τις προαναφερθείσες εξισώσεις αλληλεπίδρασης των κανονιστικών διατάξεων του Ευρωκώδικα 3, και με τις δύο μεθόδους υπολογισμού συντελεστών αλληλεπίδρασης, όσο και με μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA. Στο αριθμητικό προσομοίωμα έχουν συνυπολογιστεί οι ατέλειες λόγω P-Δ και P-δ, όπως ορίζονται κατά τον Ευρωκώδικα 3.

Το πλεονέκτημα της αριθμητικής προσομοίωσης είναι ότι, στην περίπτωση μεταθετών συννοριακών συνθηκών, ο φορέας «επιλέγει» εάν θα αστοχήσει μεταθετά ή αμετάθετα, καθώς και το μέγεθος της ενδεχόμενης μετάθεσης, σε αντίθεση με τις εξισώσεις αλληλεπίδρασης, στις οποίες ο χρήστης οφείλει να αποφασίσει κατά πόσον η αστοχία θα συμβεί με μετάθεση ή όχι, και να επιλέξει αναλόγως το ισοδύναμο μήκος λυγισμού. Συγκρίνοντας λοιπόν τα αποτελέσματα των δύο προσεγγίσεων, μπορούν να εξαχθούν χρήσιμες απαντήσεις για το ερώτημα που τέθηκε ανωτέρω.

Ένα συμπληρωματικό όφελος από αυτή τη διαδικασία είναι ότι θα καταστεί δυνατή η σύγκριση των αποτελεσμάτων που λαμβάνονται με χρήση των δύο εναλλακτικών μεθόδων υπολογισμού των συντελεστών αλληλεπίδρασης, κατά την εφαρμογή των εξισώσεων αλληλεπίδρασης, τόσο μεταξύ τους όσο και με τα αποτελέσματα των αριθμητικών αναλύσεων.

6.1.1 Εναλλακτική μέθοδος 1 του Ευρωκώδικα 3

Η εναλλακτική μέθοδος 1 του Ευρωκώδικα 3 για τον υπολογισμό των συντελεστών αλληλεπίδρασης στις σχέσεις ελέγχου μελών υπό θλίψη και κάμψη περιέχεται στο Παράρτημα Α του EC3 και επαναλαμβάνεται στο Παράρτημα Α της παρούσας διατριβής για εύκολη αναφορά. Η μέθοδος προτάθηκε από τους Boissonnade et al. (2002, 2004) και βασίζεται στο θεωρητικό υπόβαθρο της ελαστικής σχέσης αλληλεπίδρασης θλίψης και κάμψης, με κατάλληλες τροποποιήσεις ώστε να λαμβάνονται υπόψη η ελαστοπλαστική συμπεριφορά του υλικού, τυχόν επιρροή πλευρικού λυγισμού και η συμπεριφορά σε τρεις διαστάσεις. Ιδιαίτερη μέριμνα έχει ληφθεί για να εξασφαλιστεί η συνέχεια της μεθόδου κατά τη μετάβαση από μία περιοχή συμπεριφοράς σε μια άλλη, π.χ. από ελαστική συμπεριφορά υλικού σε ελαστοπλαστική, από διατομές μιας κατηγορίας τοπικής λυγηρότητας σε διατομές άλλης κατηγορίας, από καμπτικό σε πλευρικό λυγισμό κτλ. Για την πιστοποίηση της ορθότητας της μεθόδου διεξήχθησαν 200 πειραματικές μετρήσεις (Bureau et al. 1999) και περισσότερες από 15000 παραμετρικές αναλύσεις με τη μέθοδο μη γραμμικών πεπερασμένων στοιχείων. Τα μέλη στις παραμετρικές αναλύσεις εκλέχθηκαν με λυγηρότητες από 0,5 έως 3,0 και διατομές HEB 300, IPE 200, IPE 500, RHS 200x200x10. Σημειώνεται ότι οι Boissonnade et al. (2002, 2004) προτείνουν για τον υπολογισμό του συντελεστή $C_{mi,0}$ ένα ισοδύναμο διάγραμμα ροπών που βασίζεται στην ημιτονοειδή μορφή. Οι Villette et al. (2000) προτείνουν την παρακάτω σχέση για τον υπολογισμό του συντελεστή αυτού.

$$C_{mi,0} = 0,79 + 0,21\psi_i + 0,36(\psi_i - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}} \quad (6.5)$$

Η παραπάνω σχέση λαμβάνει υπόψη την επιρροή της αξονικής δύναμης. Η σχέση τροποποιείται στις υπόλοιπες εξισώσεις υπολογισμού των συντελεστών αλληλεπίδρασης όταν η κάμψη οφείλεται σε εγκάρσια φορτία ή συνδυασμό εγκάρσιων φορτίων και συγκεντρωμένων ροπών. Ο συντελεστής C_{ii} προσομοιάζει την ελαστική-πλαστική εντός επιπέδου αλληλεπίδραση της ροπής με την αξονική δύναμη. Ο συντελεστής αυτός εξαρτάται από την αξονική δύναμη σε σχέση με το κρίσιμο φορτίο λυγισμού ($N_{Ed}/N_{cr,i}$) αφού μέλη με μεγάλη λυγηρότητα υπό μεγάλη αξονική δύναμη δεν παρουσιάζουν την ίδια συμπεριφορά με μέλη με μικρή λυγηρότητα υπό μικρή αξονική δύναμη. Ο παράγοντας $(w-1)$ περιγράφει τα περιθώρια πλαστικοποίησης που έχει η διατομή του μέλους. Ο συντελεστής C_{ii} εξαρτάται ακόμα από την διανομή της καμπτικής ροπής κατά μήκος του μέλους (συντελεστής C_{mi}) αφού η αλληλεπίδραση ροπής-αξονικής ($M-N$) είναι άμεσα συνυφασμένη με το μέτρο και την κατανομή της καμπτικής ροπής. Η αλληλεπίδραση μεταξύ των καμπτικών ροπών $M_{y,Ed}$ και $M_{z,Ed}$ είναι μη-γραμμική και περιγράφεται από τους συντελεστές C_{ij} . Η μη-γραμμικότητα της αλληλεπίδρασης των εντός και εκτός επιπέδου ροπών προσομοιάζεται με τους παράγοντες $0,6\sqrt{w_y/w_z}$ και $0,6\sqrt{w_z/w_y}$. Οι συντελεστές b_{LT} , c_{LT} , d_{LT} , e_{LT} στις παραπάνω σχέσεις λαμβάνουν υπόψη την επίδραση του πλευρικού λυγισμού και παίρνουν μηδενική τιμή εάν το μέλος είναι πλευρικά εξασφαλισμένο. Για μέλη με πολύ μικρή λυγηρότητα που η αστοχία τους επέρχεται από πλαστικοποίηση οι παραπάνω σχέσεις τροποποιούνται στις σχέσεις ελέγχου μελών υπό κάμψη και αξονική δύναμη αμελώντας την αστάθεια.

6.1.2 Εναλλακτική μέθοδος 2 του Ευρωκώδικα 3

Η εναλλακτική μέθοδος 2 του Ευρωκώδικα 3 για τον υπολογισμό των συντελεστών αλληλεπίδρασης στις σχέσεις ελέγχου μελών υπό θλίψη και κάμψη περιέχεται στο Παράρτημα Β του EC3 και επαναλαμβάνεται στο Παράρτημα Α της παρούσας διατριβής για εύκολη αναφορά. Η μέθοδος προτάθηκε από τους Greiner και Lindner (2006) και είναι κυρίως ημι-εμπειρική, βασιζόμενη σε βαθμονόμηση των αποτελεσμάτων πάνω από 25000 παραμετρικών μη-γραμμικών ως προς το υλικό και την γεωμετρία αναλύσεων ατελών υποστυλωμάτων με χρήση του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων ABAQUS και διακριτοποίηση με ραβδωτά στοιχεία δοκού, καθώς και πολλών πειραματικών μετρήσεων.

Η μέθοδος διαφοροποιείται αναλόγως αν το εξεταζόμενο μέλος στρεπτικά ευπαθές ή όχι. Στην πρώτη περίπτωση οι έλεγχοι αφορούν πλευρικό λυγισμό και στη δεύτερη καμπτικό λυγισμό. Οι μειωτικοί συντελεστές χ_y , χ_z και χ_{LT} , όπως και στην μέθοδο 1, χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της αντοχής σε καμπτικό ή πλευρικό λυγισμό χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η αλληλεπίδραση. Ο συντελεστής C_m λαμβάνει υπόψη την μη-ομοιομορφία του διαγράμματος ροπών κατά μήκος του μέλους ή κατά μήκος τμήματος του μέλους, θεωρώντας ότι ένα ισοδύναμο ομοιόμορφο διάγραμμα ροπών ($C_m \cdot M$) έχει την ίδια επίδραση με το πραγματικό διάγραμμα ροπών (M). Η μη-ομοιομορφία του διαγράμματος των ροπών λαμβάνεται υπόψη χρησιμοποιώντας τον τύπο του Austin (1961). Ως αναφορά χρησιμοποιείται ένα σταθερό διάγραμμα ροπών ($C_m=1$), οπότε για οποιοδήποτε άλλο διάγραμμα ο συντελεστής αυτός λαμβάνει τιμή

μικρότερη της μονάδος. Ο συντελεστής C_m λαμβάνεται από την προτεινόμενη σχέση για μέλη με ακλόνητα άκρα, ενώ σε περίπτωση μελών με μεταθετό το ένα άκρο λαμβάνει, για χάρη απλότητας, την τιμή 0,9. Ο συντελεστής αλληλεπίδρασης k_y περιγράφει την συμπεριφορά ενός μέλους υπό αξονική θλίψη και κάμψη. Για ανηγμένες λυγνότητες κοντά στο μηδέν το μέλος αστοχεί σε πλαστικοποίηση λόγω αλληλεπίδρασης θλίψης και κάμψης. Καθώς αυξάνει η ανηγμένη λυγνότητα η επιρροή 2ης τάξης παίζει καθοριστικό ρόλο, αυξάνοντας την κάμψη και συνεπώς τον συντελεστή k_y . Περίπου για τιμές της ανηγμένης λυγνότητας κοντά στην μονάδα δεν χρειάζεται η περαιτέρω αύξηση του συντελεστή k_y αφού η επιρροή της αστάθειας περιγράφεται από τον μειωτικό συντελεστή χ_y . Η συμπεριφορά αυτή περιγράφεται από τις προτεινόμενες αναλυτικές σχέσεις. Ο συντελεστής αλληλεπίδρασης 0,6 k_{yy} περιγράφει ότι 60% από τον όρο της εντός επιπέδου κάμψης επηρεάζει τον λυγισμό εκτός επιπέδου.

6.1.3 Διαφορές μεταξύ των μεθόδων 1 και 2

Οι δύο μέθοδοι έχουν αρκετές διαφορές, τις οποίες δεν επισημαίνει ο κανονισμός που αφήνει στην κρίση του μελετητή την επιλογή της κατάλληλης για κάθε περίπτωση μεθόδου. Πιο συγκεκριμένα ο συντελεστής C_m προτείνεται και από τις δύο μεθόδους με σκοπό να ληφθεί υπόψη η επιρροή της ανομοιομορφίας του διαγράμματος των ροπών. Η μέθοδος 1 για τον υπολογισμό του χρησιμοποιεί το ισοδύναμο ημιτονοειδές διάγραμμα ροπών, ενώ η μέθοδος 2 το ισοδύναμο ομοιόμορφο διάγραμμα ροπών. Η μέθοδος 1 βασίζεται στη θεωρία ελαστικού λυγισμού, ενώ η μέθοδος 2 ακολουθεί τον τύπο του Austin (1961), με αποτέλεσμα οι δύο μέθοδοι να δίνουν διαφορετική τιμή για τον συντελεστή αυτόν.

Διαφορετική προσέγγιση ακολουθούν οι δύο μέθοδοι και για τον υπολογισμό του συντελεστή C_{mLT} . Στην μέθοδο 1 ο C_{mLT} εξαρτάται από τον συντελεστή C_{my} ενώ στην μέθοδο 2 είναι ανεξάρτητος συντελεστής που περιγράφει την επιρροή του διαγράμματος των ροπών σε τμήμα μέλους μεταξύ διαδοχικών στρεπτικών στηρίξεων. Όμοια και για αυτόν τον συντελεστή οι δύο μέθοδοι δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα.

Η μέθοδος 2 διαχωρίζει τα μέλη σε αυτά με διατομές στρεπτικά δύσκαμπτες (κοίλες και σύνθετες κλειστές διατομές) και εύκαμπτες (διπλά ταυ). Έτσι λαμβάνεται υπόψη με μεγαλύτερη ακρίβεια σε σχέση με την μέθοδο 1 η επίδραση των χαρακτηριστικών των διατομών στην εκτός επιπέδου ευστάθεια του μέλους.

Η μέθοδος 1 περιγράφει καλύτερα τον λυγισμό εκτός επιπέδου και δίνει πιο ακριβή αποτελέσματα από την αντίστοιχη μέθοδο 2. Η μέθοδος 2 περιγράφει με ακρίβεια τον καμπτικό λυγισμό εντός επιπέδου, δίνοντας αντίστοιχα πιο ακριβή αποτελέσματα από την μέθοδο 1. Ο αντικειμενικός σκοπός των δύο μεθόδων είναι διαφορετικός. Η μέθοδος 1 βασίζεται κατά το μεγαλύτερο μέρος της σε ελαστική θεώρηση και περιγράφεται από ένα πλήθος συντελεστών. Η ενσωμάτωση σε πρόγραμμα για ηλεκτρονικούς υπολογιστές θεωρείται επιβεβλημένη. Η μέθοδος 2 είναι πιο κατάλληλη για υπολογισμούς «με το χέρι» γι' αυτό και έχει κρατήσει την απλή δομή των εξισώσεων αλληλεπίδρασης των περισσότερων κανονιστικών διατάξεων.

6.1.4 Αρχικές ατέλειες

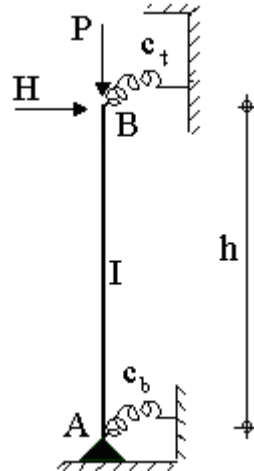
Για τους λόγους που αναφέρθηκαν ανωτέρω, πρέπει να ενσωματώνονται κατάλληλες ανοχές στη στατική ανάλυση, ώστε να καλύπτουν τις επιδράσεις ατελειών, συμπεριλαμβανομένων των παραμενουσών τάσεων και των γεωμετρικών ατελειών, όπως έλλειψη καθετότητας, έλλειψη ευθυγραμμίας, έλλειψη επιπεδότητας, έλλειψη εφαρμογής και κάθε δευτερεύουσα εκκεντρότητα στους κόμβους της αφόρτιστης κατασκευής. Από τις περισσότερες σύγχρονες κανονιστικές διατάξεις επιτρέπεται να χρησιμοποιούνται ισοδύναμες γεωμετρικές ατέλειες, με τιμές που αντανakλούν τις πιθανές επιδράσεις όλων των τύπων των ατελειών, εκτός εάν οι επιδράσεις αυτές περιλαμβάνονται στον τύπο υπολογισμού της αντοχής που χρησιμοποιείται για το σχεδιασμό των μελών.

Συγκεκριμένα, πρέπει να λαμβάνονται υπόψη τόσο καθολικές ατέλειες για πλαίσια και συστήματα δυσκαμψίας, όσο και τοπικές ατέλειες για μεμονωμένα μέλη. Το θεωρούμενο σχήμα καθολικών και τοπικών ατελειών μπορεί να λαμβάνεται από την ελαστική μορφή λυγισμού της κατασκευής στο υπό θεώρηση επίπεδο λυγισμού.

Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3, για πλαίσια ευαίσθητα σε λυγισμό με μετάθεση, η επίδραση των ατελειών μπορεί να λαμβάνεται υπόψη είτε έμμεσα, μέσω των συντελεστών που εισάγονται στις σχέσεις αλληλεπίδρασης, είτε χρησιμοποιώντας στην ανάλυση των πλαισίων μια ισοδύναμη ατέλεια που περιλαμβάνει αρχική ατέλεια μετάθεσης και τοπικές ατέλειες μεμονωμένων μελών. Το σχήμα και μέγεθος των ατελειών καθορίζεται στην ενότητα 5.3 του Ευρωκώδικα 3 και επαναλαμβάνεται στο Παράρτημα Α. Οι επιδράσεις της αρχικής ατέλειας μετάθεσης και των τοπικών ατελειών μελών μπορούν να αντικαθίστανται από συστήματα ισοδύναμων οριζοντίων δυνάμεων, τα οποία εισάγονται για κάθε υποστύλωμα.

6.2 Παραμετρική διερεύνηση

Όπως προαναφέρθηκε, η σύγκριση των αριθμητικών αποτελεσμάτων με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή των εξισώσεων αλληλεπίδρασης με τις δύο μεθόδους του Ευρωκώδικα 3 γίνεται για το προτεινόμενο προσομοίωμα υποστυλώματος των προηγούμενων κεφαλαίων (σχήμα 6.1), με τα δύο στροφικά ελατήρια να προσομοιάζουν την στροφική δέσμευση των συνδεομένων μελών στους ακραίους κόμβους, ελευθερία σχετικής εγκάρσιας μετατόπισης και φόρτιση με δύο συγκεντρωμένα φορτία, ένα θλιπτικό P και ένα εγκάρσιο H στον άνω ακραίο κόμβο του.



Σχήμα 6.1 Χρησιμοποιούμενο προσομοίωμα

Λαμβάνονται υπόψη ένα μεγάλο εύρος τιμών των αδιαστατοποιημένων σταθερών των ελατηρίων, καθώς και διάφοροι λόγοι αξονικών προς εγκάρσια φορτία. Συγκεκριμένα:

- οι συντελεστές κατανομής στρεφικών δυσκαμψιών (z_t και z_b) λαμβάνουν τις τιμές 0,0, 0,25, 0,50, 0,75 και 1,0
- ο λόγος του οριζόντιου προς το κατακόρυφο φορτίο (H/P) παίρνει τις τιμές 0, 0,2, 0,5 και 1,0.

Η αριθμητική ανάλυση είναι μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA. Στο αριθμητικό προσομοίωμα έχουν συνυπολογιστεί οι ατέλειες λόγω P-Δ και P-δ, όπως ορίζονται κατά τον Ευρωκώδικα 3. Συγκεκριμένα, οι ατέλειες μετάθεσης ελήφθησαν υπόψη με τη μορφή συγκεντρωμένης εγκάρσιας δύναμης στην κεφαλή του μέλους και οι ατέλειες μέλους με τη μορφή ισοδύναμου ομοιόμορφα κατανεμημένου εγκάρσιου φορτίου κατά μήκος του μέλους. Τα μεγέθη των ατελειών είναι τα καθοριζόμενα στον Ευρωκώδικα 3 (βλ. και Παράρτημα Α).

Στην συνέχεια παρατίθεται λεπτομερώς ένα αριθμητικό παράδειγμα υπολογισμού της αντοχής υποστυλώματος με λόγο φορτίων $H/P=0,2$ και συντελεστές κατανομής $z_t=z_b=0,5$ και με τις τρεις διαδικασίες υπολογισμού. Παρόμοια διαδικασία υπολογισμού ακολουθείται και στις υπόλοιπες περιπτώσεις, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται γραφικά στην επόμενη ενότητα 6.2.2.

6.2.1 Παράδειγμα υπολογισμού

Εκλέγεται το προσομοίωμα του σχήματος 6.1 με λόγο φορτίων $H/P=0,2$ και συντελεστές κατανομής $z_t=z_b=0,5$. Η διατομή είναι κοίλη κυκλική με διάμετρο $D=193,7\text{mm}$ και πάχος $t=6,3\text{mm}$. Το ύψος του υποστυλώματος ορίζεται στα 7,0m και το υλικό είναι χάλυβας S235.

Αρχικά υπολογίζονται οι στρεφικές δυσκαμψίες των ελατηρίων ώστε οι αντίστοιχοι συντελεστές να λαμβάνουν την τιμή 0,5.

$$z_t = \frac{c_c}{c_c + c_t} \Rightarrow c_t = \frac{c_c(1 - z_t)}{z_t} = \frac{1956 \text{ kNm}(1 - 0,5)}{0,5} \Rightarrow c_t = 1956 \text{ kNm} \quad (6.6)$$

$$z_b = \frac{c_c}{c_c + c_b} \Rightarrow c_b = \frac{c_c(1 - z_b)}{z_b} = \frac{1956 \text{ kNm}(1 - 0,5)}{0,5} \Rightarrow c_b = 1956 \text{ kNm} \quad (6.7)$$

Όπου:

$$c_c = \frac{4EI}{h} = \frac{4 \cdot 21000 \text{ kN/cm}^2 \cdot 1630 \text{ cm}^4}{700 \text{ cm}} \Rightarrow c_c = 195600 \text{ kNcm} = 1956 \text{ kNm} \quad (6.8)$$

Στην συνέχεια πραγματοποιείται έλεγχος της κατηγορίας της εκλεγμένης διατομής.

$$\frac{D}{t} = \frac{193,7 \text{ mm}}{6,3 \text{ mm}} = 30,75 \leq 50\varepsilon^2 = 50 \quad (6.9)$$

όπου:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} \Rightarrow \varepsilon = 1 \quad (6.10)$$

Συνεπώς η διατομή είναι κατηγορίας 1.

Ο υπολογισμός της αντοχής σε θλίψη και κάμψη κατά τον Ευρωκώδικα 3 πραγματοποιείται με τις σχέσεις (6.1) και (6.2), η οποία μετασχηματίζονται στις (6.3) και (6.4) εάν αμελήσουμε την κάμψη εκτός επιπέδου ($M_{z,Ed}$), τις ροπές λόγω της μετατόπισης του κεντροβαρικού άξονα ($\Delta M_{y,Ed}$, $\Delta M_{z,Ed}$) και τον πλευρικό λυγισμό. Επιπλέον, λόγω συμμετρίας της σωληνωτής διατομής, από τις εξισώσεις (6.3) και (6.4) κρίσιμη είναι πάντα η (6.3).

$$\gamma_{M1} = 1,0 \quad (6.11)$$

$$N_{Rk} = A f_y \Rightarrow N_{Rk} = 37,10 \text{ cm}^2 \cdot 23,50 \text{ kN/cm}^2 = 871,85 \text{ kN} \quad (6.12)$$

$$M_{y,Rk} = W_{pl,y} f_y \Rightarrow M_{y,Rk} = 221 \text{ cm}^3 \cdot 23,50 \text{ kN/cm}^2 = 5193,50 \text{ kNcm} \quad (6.13)$$

Ο υπολογισμός του μειωτικού συντελεστή χ_y γίνεται από τον παρακάτω τύπο.

$$\chi_y = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}, \text{ με } \chi_y \leq 1.0 \quad (6.14)$$

όπου:

$$\phi = 0.5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2 \right] \quad (6.15)$$

και α είναι ο συντελεστής ατελειών που εξαρτάται από την καμπύλη λυγισμού. Για κοίλη διατομή, με υλικό S235 και για εν θερμώ έλαση, από τον πίνακα 6.2 του ΕΚ3

λαμβάνεται καμπύλη λυγισμού a (περί τον άξονα $y-y$), οπότε ορίζεται ο συντελεστής ατελειών $\alpha = 0.21$ για καμπύλη λυγισμού a (πίνακας 6.1 EC3).

Η ανηγμένη λυγηρότητα ($\bar{\lambda}$) δίνεται από τον τύπο:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i \cdot \lambda_1} \quad (6.16)$$

όπου:

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \text{ε} \stackrel{(6.10)}{=} 93,9 \quad (6.17)$$

Το ισοδύναμο μήκος λυγισμού L_{cr} υπολογίζεται από το γινόμενο του συντελεστή ισοδυνάμου μήκους λυγισμού (K) επί το ύψος του υποστυλώματος (h).

$$L_{cr} = K \cdot h \quad (6.18)$$

Ο συντελεστής ισοδυνάμου μήκους λυγισμού υπολογίζεται από την προτεινόμενη σχέση (2.32) που για λόγους πληρότητας αναγράφεται και εδώ (σχέση 6.19) ή από το νομογράφημα του σχήματος 2.8, συναρτήσει των συντελεστών κατανομής z_t και z_b .

$$4 \left[z_t (2z_b - 1) - z_b \right] \frac{\pi}{K} \cos \left(\frac{\pi}{K} \right) + \left[z_t z_b \left(\frac{\pi}{K} \right)^2 - 16(z_t - 1)(z_b - 1) \right] \sin \left(\frac{\pi}{K} \right) = 0 \quad (6.19)$$

Για $z_t = z_b = 0,5$ λαμβάνεται η τιμή $K = 1,45866$, οπότε υπολογίζεται η ανηγμένη λυγηρότητα:

$$\bar{\lambda} = \frac{K \cdot h}{i \cdot \lambda_1} = \frac{1,45866 \cdot 700 \text{cm}}{6,63 \text{cm} \cdot 93,9} \Rightarrow \bar{\lambda} = 1,64011 \quad (6.20)$$

$$\phi = 0,5 \left[1 + 0,21(1,64011 - 0,2) + 1,64011^2 \right] \Rightarrow \phi = 1,99619 \quad (6.21)$$

Ο μειωτικός συντελεστής χ_y λαμβάνει την τιμή:

$$\chi_y = \frac{1}{1,99619 + \sqrt{1,99619^2 - 1,64011^2}} \Rightarrow \chi_y = 0,31907 \quad (6.22)$$

6.2.1.1 Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης σύμφωνα με το Παράρτημα Α-Μέθοδος 1 του Ευρωκώδικα 3

Ο συντελεστής αλληλεπίδρασης k_{yy} δίνεται από την παρακάτω σχέση (πίνακας Α.1-Α.1 EC3).

$$k_{yy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}} \quad (6.23)$$

Ο συντελεστής C_{mLT} θεωρείται μοναδιαίος ($C_{mLT}=1,0$) αφού αμελείται ο πλευρικός λυγισμός.

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 EI_y}{L_{cr,y}^2} \Rightarrow N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \text{ kN/cm}^2 \cdot 1630 \text{ cm}^4}{(1,45866 \cdot 700 \text{ cm})^2} \Rightarrow N_{cr,y} = 324,04 \text{ kN} \quad (6.24)$$

$$c_{yy} = 1,0 + (w_y - 1,0) \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max} - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) n_{pl} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}} \quad (6.25)$$

Ο συντελεστής b_{LT} θεωρείται μηδενικός ($b_{LT}=0,0$) αφού αμελείται ο πλευρικός λυγισμός.

$$w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1,5 \Rightarrow w_y = \frac{221 \text{ cm}^3}{168 \text{ cm}^3} \Rightarrow w_y = 1,316 < 1,5 \quad (6.26)$$

$$n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} = \frac{N_{Ed}}{871,85} \Rightarrow n_{pl} = 0,01147 N_{Ed} \quad (6.27)$$

γ_{M1}

Ο συντελεστής για το ισοδύναμο διάγραμμα ροπών δίνεται από την παρακάτω σχέση.

$$C_{my} = 0,79 + 0,21\psi + 0,36(\psi - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}} \quad (6.28)$$

Διεξάγοντας απλή στατική ανάλυση στο προσομοίωμα του σχήματος 6.1 με κατακόρυφο φορτίο $P=1\text{kN}$ και οριζόντιο $0,2\text{kN}$ ($H/P=0,2$) υπολογίζονται οι μέγιστες ακραίες ροπές. $M_{y,Ed}=0,7\text{kNm}=70\text{kNcm}$, οπότε ο υπολογίζεται συντελεστής ψ :

$$\psi = -\frac{0,7\text{kNm}}{0,7\text{kNm}} \Rightarrow \psi = -1,0, \quad -1,0 \leq \psi \leq 1,0 \quad (6.29)$$

$$C_{my} = 0,79 + 0,21(-1,0) + 0,36(-1,0 - 0,33) \frac{N_{Ed}}{324,04 \text{ kN}} \Rightarrow \quad (6.30)$$

$$C_{my} = 0,58 - 0,00148 N_{Ed}$$

$$\bar{\lambda}_{\max} = \bar{\lambda} = 1,64011 \quad (6.31)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (6.26), (6.27), (6.30) και (6.31) στην (6.25) έχουμε:

$$C_{yy} = 1,0 + (1,316 - 1,0) \left[\left(2 - \frac{1,6}{1,316} (0,58 - 0,0014776 N_{Ed})^2 \cdot 1,64011 - \frac{1,6}{1,316} \cdot (0,58 - 0,0014776 N_{Ed})^2 \cdot 1,64011^2 \right) \cdot 0,01147 N_{Ed} \right] \geq \frac{168 \text{ cm}^3}{221 \text{ cm}^3} = 0,76 \quad (6.32)$$

Ο συντελεστής μ_y δίνεται από την παρακάτω σχέση.

$$\mu_y = \frac{1,0 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1,0 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \quad (6.33)$$

και αντικαθιστώντας προκύπτει:

$$\mu_y = \frac{1,0 - \frac{N_{Ed}}{324,04 \text{ kN}}}{1,0 - 0,31907 \frac{N_{Ed}}{324,04 \text{ kN}}} \Rightarrow \mu_y = \frac{1,0 - 0,003086 N_{Ed}}{1,0 - 0,000985 N_{Ed}} \quad (6.34)$$

Στην συνέχεια γίνεται αντικατάσταση των παραπάνω στην σχέση (6.3). Θεωρώντας ότι η αστοχία του υποστυλώματος επέρχεται για κάποιον συγκεκριμένο συντελεστή φόρτισης (λ), η αξονική δύναμη N_{Ed} και η ροπή $M_{y,Ed}$ υπολογίζονται από τις (6.35), (6.36) και αντικαθιστώνται στις παραπάνω σχέσεις.

$$N_{Ed} = \lambda \cdot 1 \text{ kN} \quad (6.35)$$

$$M_{y,Ed} = \lambda \cdot 0,7 \text{ kNm} \quad (6.36)$$

Στην συνέχεια επιλύεται επαναληπτικά ως προς τον συντελεστή φόρτισης (λ) η σχέση (6.3) μέχρι να υπολογιστεί η μέγιστη τιμή του λ για την οποία ικανοποιείται οριακά, δηλαδή ως ισότητα. Η επαναληπτική αυτή διαδικασία πραγματοποιείται με την βοήθεια προγράμματος που συγγράφηκε στο Mathematica. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα η σύγκλιση προήλθε για συντελεστή φόρτισης 102,61.

$$\lambda_{EC3, meth1} = 102,61 \quad (6.37)$$

6.2.1.2 Υπολογισμός των συντελεστών αλληλεπίδρασης σύμφωνα με το Παράρτημα Β-Μέθοδος 2 του Ευρωκώδικα 3

Ο συντελεστής αλληλεπίδρασης k_{yy} δίνεται από την παρακάτω σχέση (πίνακας A.3-B.1 EC3).

$$k_{yy} = C_{my} \left[1 + (\bar{\lambda} - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] \leq C_{my} \left[1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] \quad (6.38)$$

Στο συγκεκριμένο υποστύλωμα ισχύει: $\bar{\lambda} - 0,2 = 1,64011 - 0,2 = 1,440110 > 0,8$, οπότε ο συντελεστής k_{yy} δίνεται από την σχέση:

$$k_{yy} = C_{my} \left[1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] \quad (6.39)$$

Αμελώντας τον πλευρικό λυγισμό ($C_{my} = 0,9$) και αντικαθιστώντας τις (6.11), (6.22) και (6.12) στην παραπάνω προκύπτει ο συντελεστής k_{yy} .

$$k_{yy} = 0,9 \left[1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{0,31907 \frac{871,85}{1,0}} \right] \Rightarrow k_{yy} = 0,9 + 0,00259 N_{Ed} \quad (6.40)$$

Όμοια γίνεται αντικατάσταση στην σχέση αλληλεπίδρασης του Ευρωκώδικα 3, (6.3) και εφαρμόζοντας επαναληπτική διαδικασία όπως προηγουμένως υπολογίζουμε τον συντελεστή φόρτισης στον οποίον επέρχεται η αστοχία.

$$\lambda_{EC3, meth 2} = 56,51 \quad (6.41)$$

6.2.1.3 Υπολογισμός της αντοχής με μη-γραμμική ανάλυση υλικού και γεωμετρίας

Υπολογίζεται η αντοχή του συγκεκριμένου υποστυλώματος με μη γραμμική ανάλυση υλικού και γεωμετρίας με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA. Στο προσομοίωμα έχουν συνυπολογιστεί οι ατέλειες λόγω P-Δ και P-δ, όπως ορίζονται κατά τον Ευρωκώδικα 3. Στον άνω κόμβο εφαρμόζεται ένα συγκεντρωμένο εγκάρσιο φορτίο που προσομοιώνει την επιρροή P-Δ, ενώ κατά μήκος του μέλους ένα εγκάρσιο ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο που προσομοιώνει την επιρροή P-δ. Πιο συγκεκριμένα το συγκεντρωμένο και το κατανεμημένο φορτίο λαμβάνουν τις τιμές:

$$P_{\Delta} = \phi \cdot N_{Ed} = 0,00378 \cdot N_{cr} = 0,00378 \cdot 323,38 \text{ kN} = 1,22 \text{ kN} \quad (6.42)$$

$$q_{P\delta} = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_{o,d}}{h^2} = \frac{8 \cdot 323,38 \text{ kN} \cdot 0,018 \text{ m}}{(7 \text{ m})^2} = 0,95 \text{ kN/m} \quad (6.43)$$

όπου ο συντελεστής ατελειών υπολογίζεται από την σχέση:

$$\phi = \phi_o \alpha_h \alpha_m \Rightarrow \phi = \frac{1}{200} 0,756 \cdot 1,0 = 0,00378 \quad (6.44)$$

$$\phi_o = 1/200 \quad (6.45)$$

$$\alpha_h \Rightarrow \alpha_h = 2/\sqrt{7} = 0,756 \text{ πρέπει να ισχύει: } (2/3 \leq \alpha_h \leq 1,0) \quad (6.46)$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} \Rightarrow \alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{1}\right)} = 1,0 \quad (6.47)$$

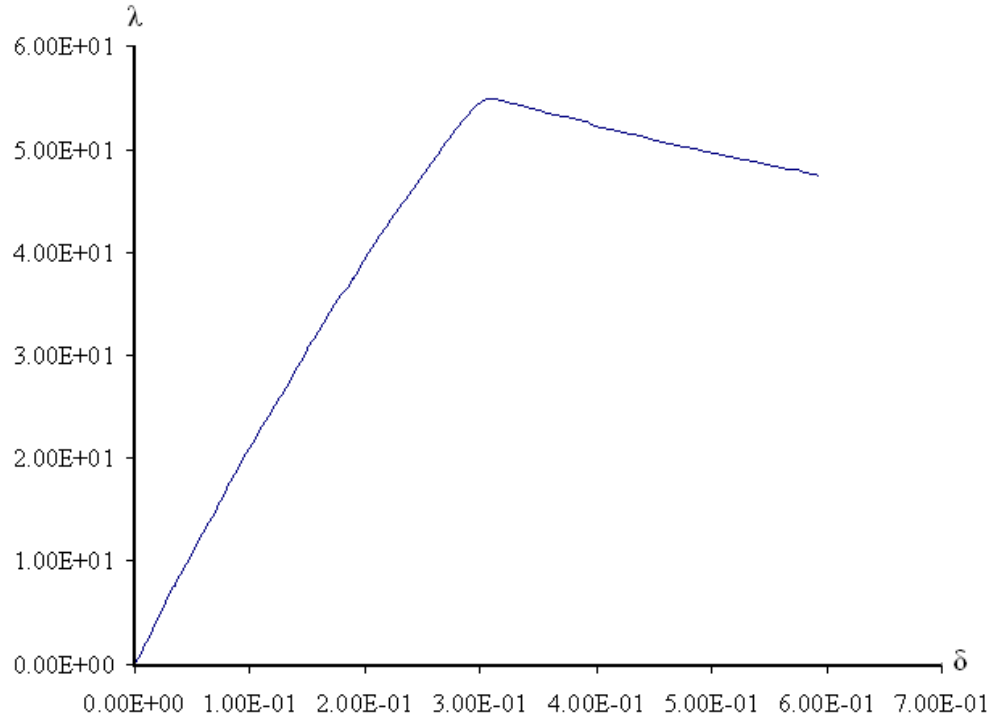
Το κρίσιμο φορτίο υπολογίζεται από γραμμική ανάλυση λυγισμού και παίρνει την τιμή 323,38kN. Η εκτροπή από την ευθυγραμμία του μέλους δίνεται από την σχέση:

$$e_{o,d} = \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) \frac{M_{Rk}}{N_{Rk}} \frac{1 - \frac{\chi \cdot \bar{\lambda}^2}{\gamma_{M1}}}{1 - \chi \cdot \bar{\lambda}^2} \quad (6.48)$$

Αντικαθιστώντας έχουμε:

$$e_{o,d} = 0,21(1,64011 - 0,2) \frac{51,935 \text{KNm}}{871,85 \text{KN}} = 0,018 \text{m} \quad (6.49)$$

Το υλικό προσομοιώνεται ως ελαστικό απολύτως πλαστικό με μέτρο ελαστικότητας 210GPa και τάση διαρροής 235MPa. Διεξάγοντας μη-γραμμική ανάλυση υλικού και γεωμετρίας του υπό εξέταση υποστυλώματος με ατέλειες, λαμβάνεται το διάγραμμα συντελεστή φόρτισης (λ) με την οριζόντια μετατόπιση (δ) του πάνω κόμβου του υπό εξέταση υποστυλώματος (σχήμα 6.2).



Σχήμα 6.2 Διάγραμμα συντελεστή φόρτισης (λ) και οριζόντιας μετατόπισης (δ) του πάνω κόμβου του υπό εξέταση υποστυλώματος

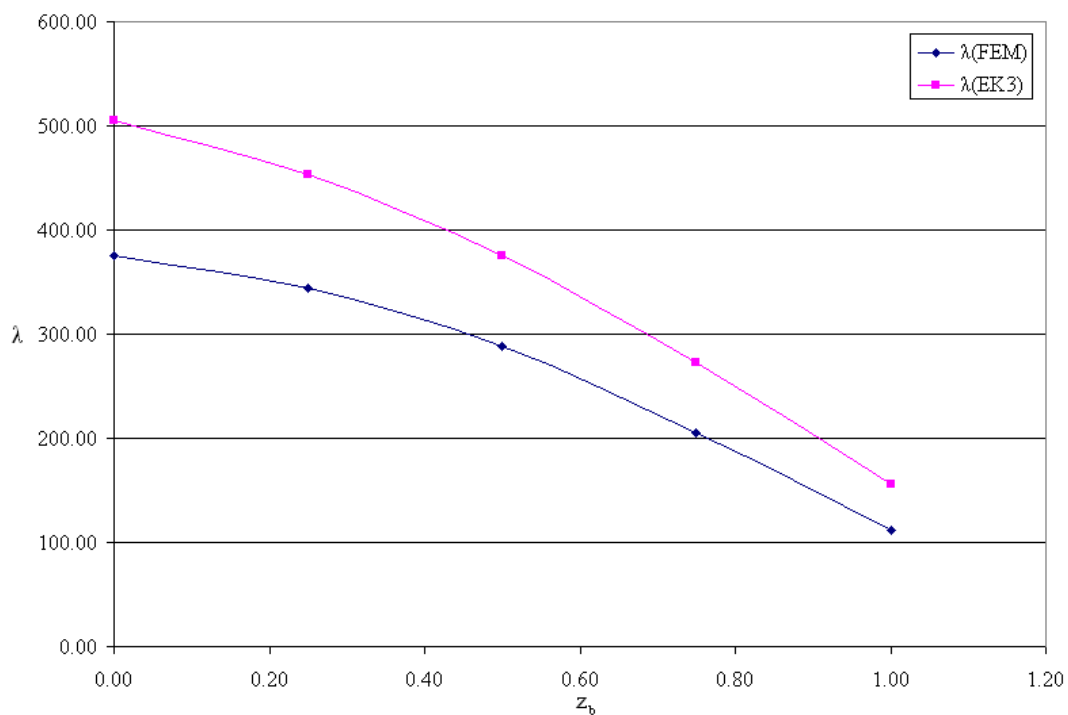
Υπολογίζεται ο συντελεστής φόρτισης στον οποίον επέρχεται η αστοχία.

$$\lambda_{FEM} = 54,83 \quad (6.50)$$

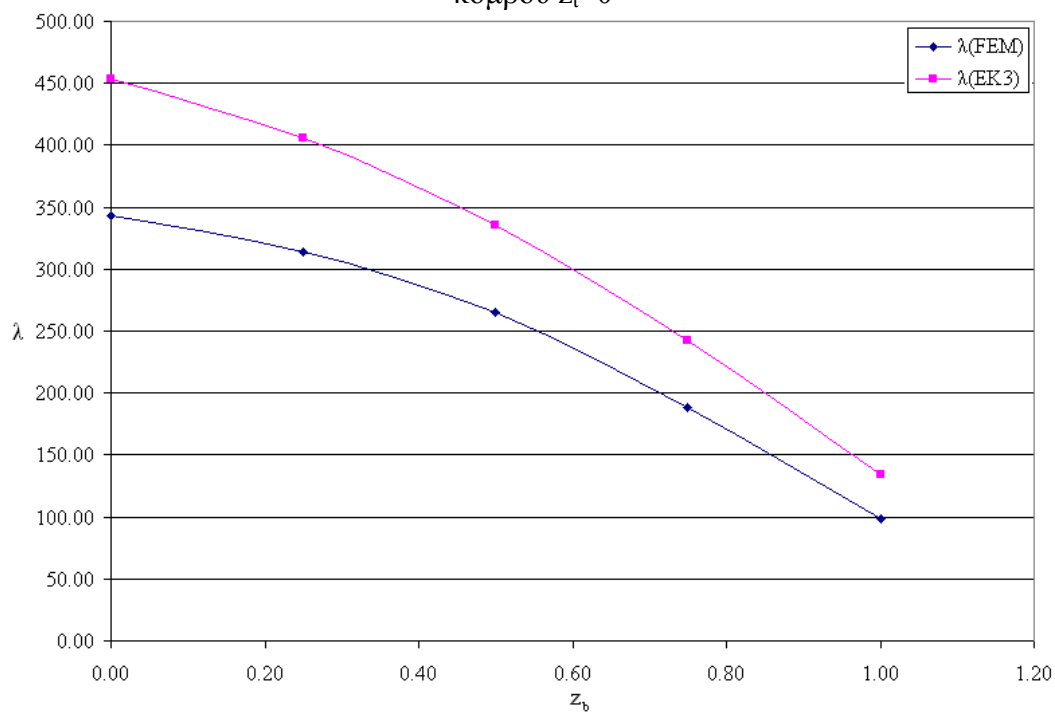
Παρατηρείται από το διάγραμμα ότι η αστοχία συμβαίνει για αρκετά μεγάλη τιμή της μετάθεσης, περίπου 30cm, επομένως συμπεραίνουμε ότι η παραδοχή μετάθεσης για τον υπολογισμό του ισοδύναμου μήκους λυγισμού και κατ' επέκταση της λυγηρότητας, είναι εύλογη.

6.2.3 Αποτελέσματα παραμετρικής διερεύνησης

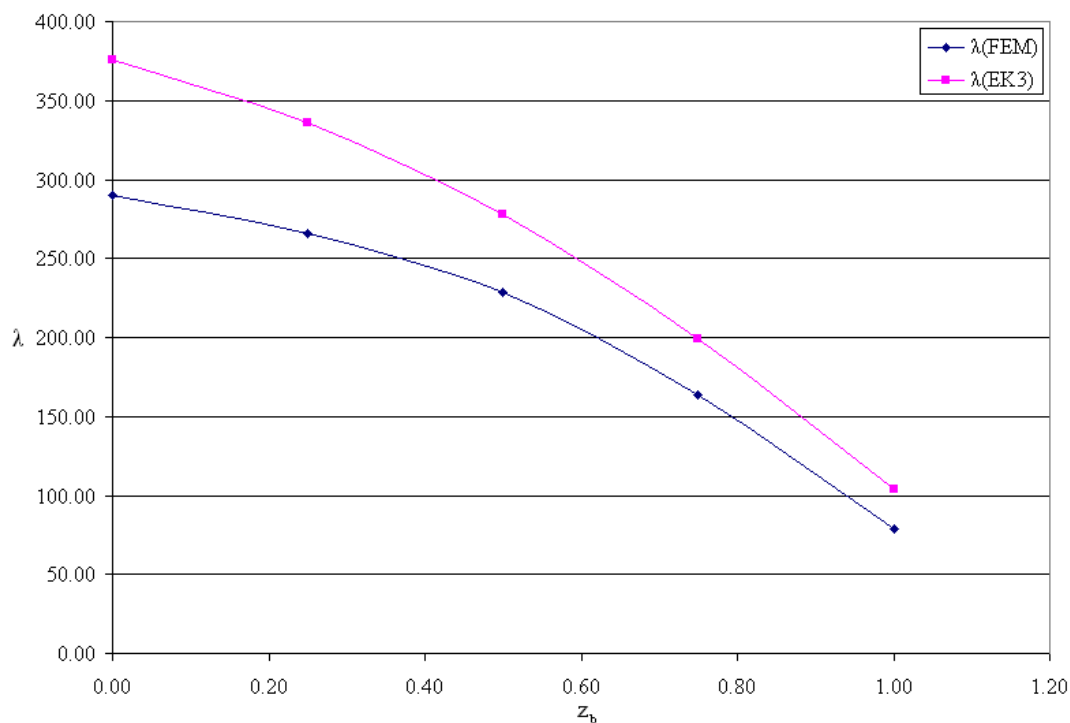
Στην ενότητα αυτή παρατίθενται σε μορφή διαγραμμάτων τα αποτελέσματα της παραμετρικής διερεύνησης. Οι αναλύσεις πραγματοποιήθηκαν για διάφορους λόγους οριζοντίου προς κατακόρυφο φορτίο ($H/P=0,0-0,25-0,50-0,75-1,0$) καθώς και διάφορες τιμές των συντελεστών κατανομής των ακραίων κόμβων (z_t και z_b) του προσομοιώματος. Σημειώνεται ότι για την περίπτωση $H/P = 0,00$ το μέλος υπόκειται σε καθαρή θλίψη (αν αγνοηθεί η επίδραση των ατελειών). Επομένως ο οριακός συντελεστής φορτίου λ που οδηγεί σε αστοχία υπολογίζεται με βάση τη μέθοδο του EC3 για μέλη σταθερής διατομής υπό θλίψη (§1.2.1). Επίσης επισημαίνεται ότι στις περιπτώσεις όπου έχουμε $z_t = 1,00$ και $z_b = 1,00$, το προσομοίωμα του μεταθετού μέλους αποτελεί μηχανισμό, διότι το άνω άκρο του φορέα είναι ελεύθερο, ενώ στο κάτω άκρο έχουμε άρθρωση. Επομένως για τις περιπτώσεις αυτές δε γίνονται αναλύσεις.



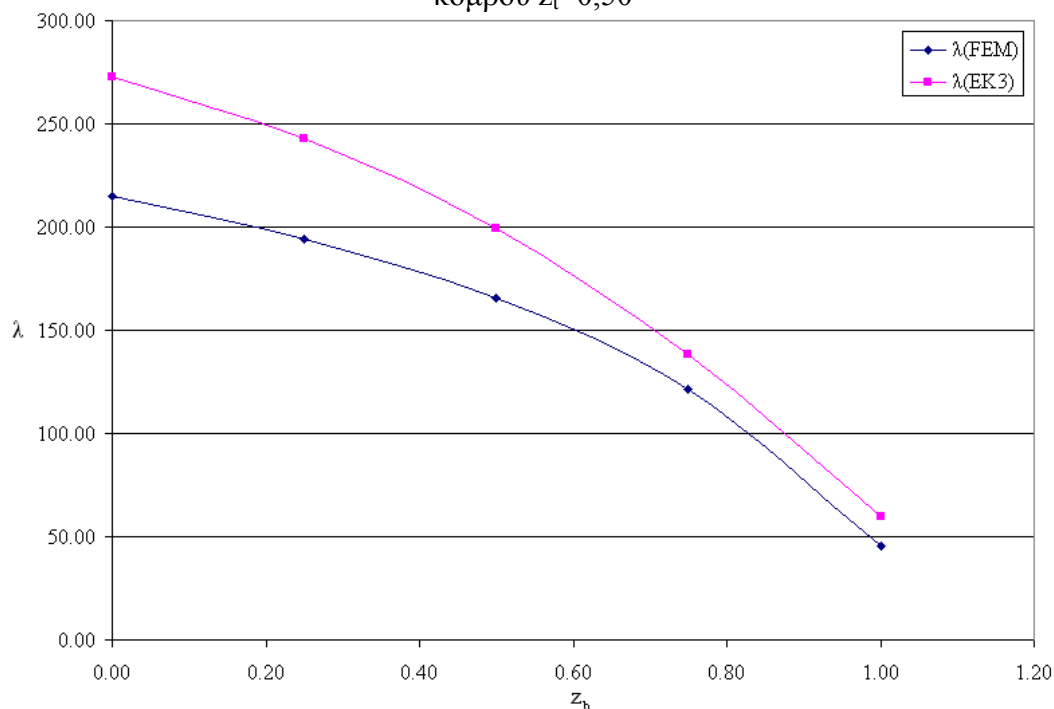
Σχήμα 6.3 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=0$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=0$



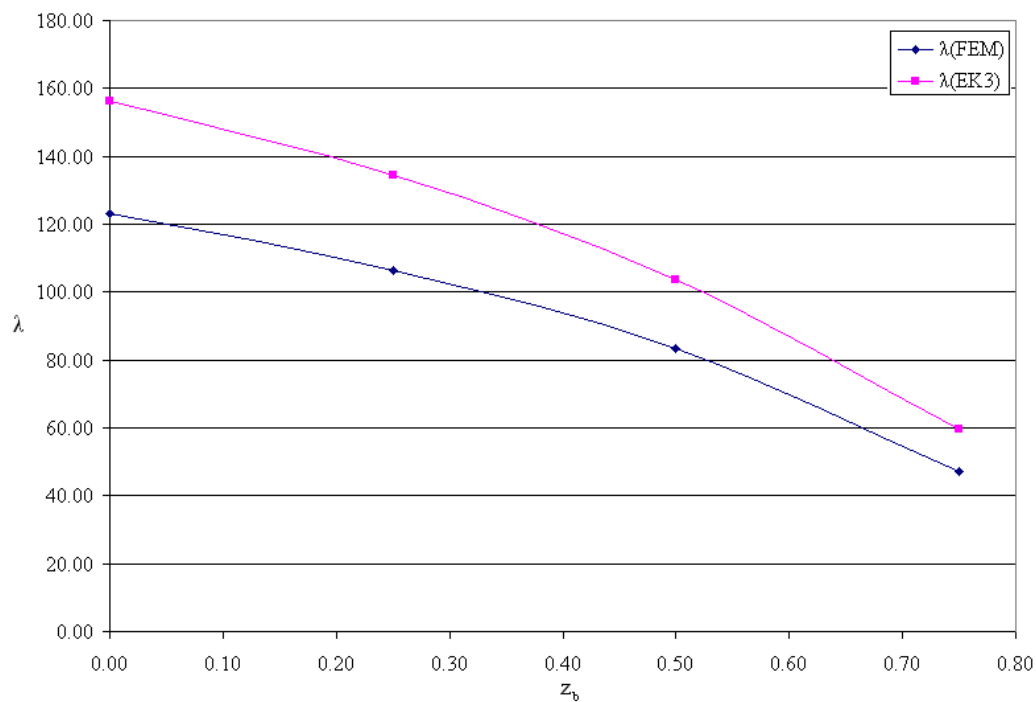
Σχήμα 6.4 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=0$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=0,25$



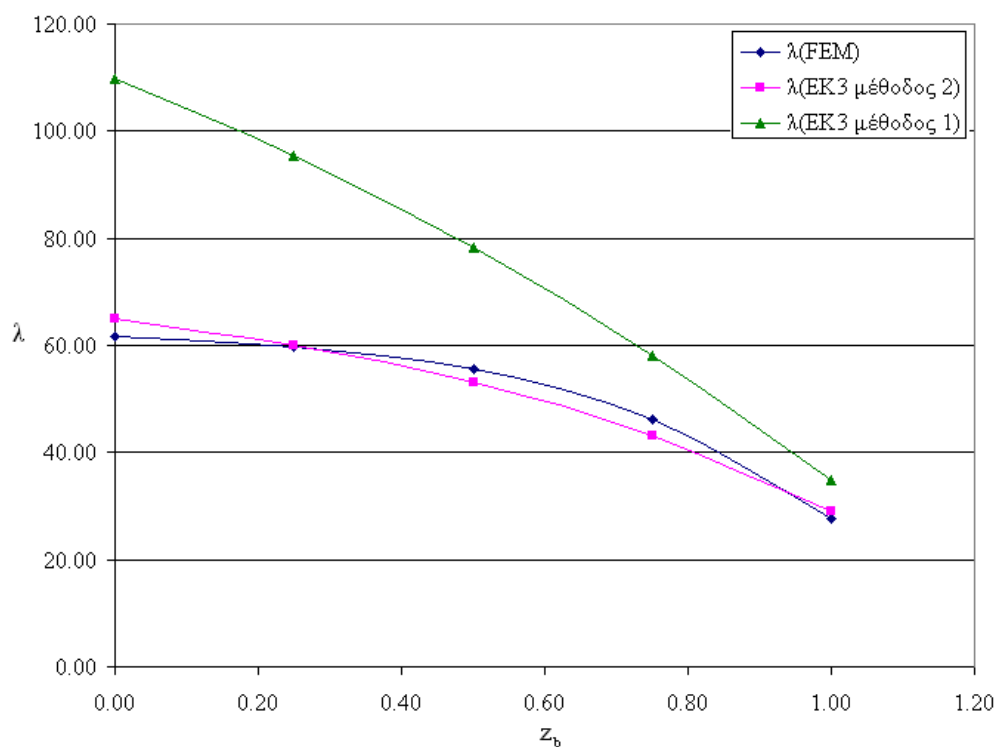
Σχήμα 6.5 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=0$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=0,50$



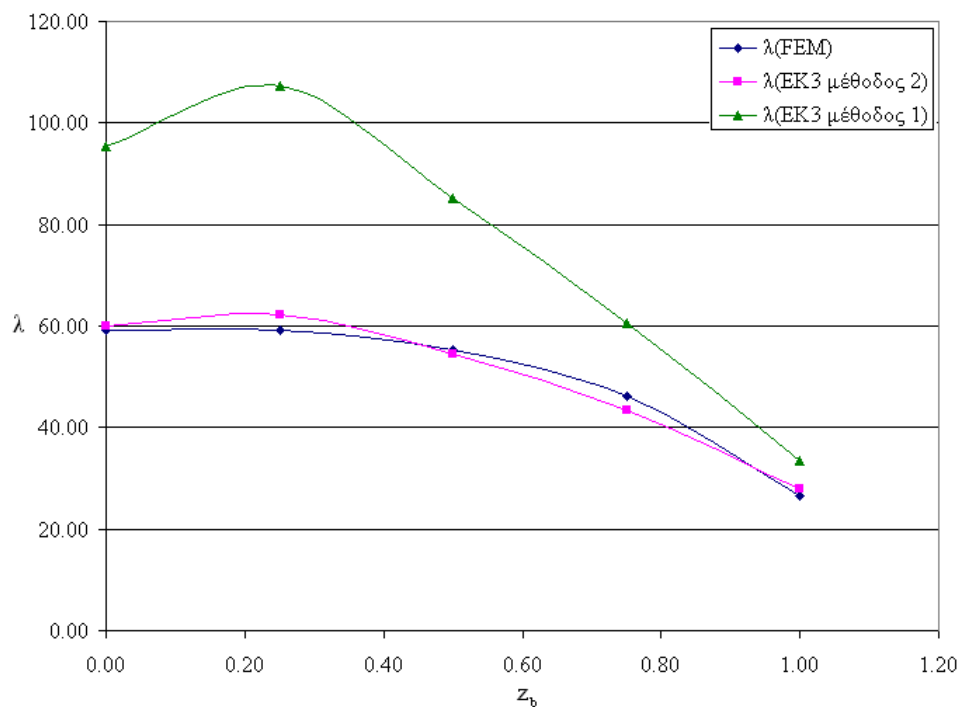
Σχήμα 6.6 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=0$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=0,75$



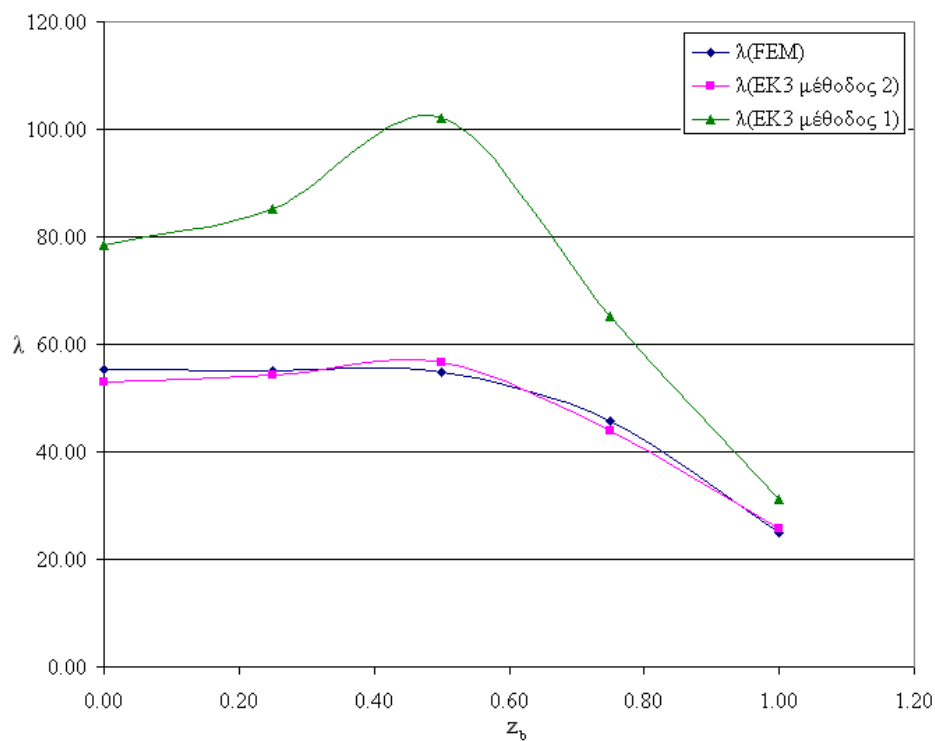
Σχήμα 6.7 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=0$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=1,0$



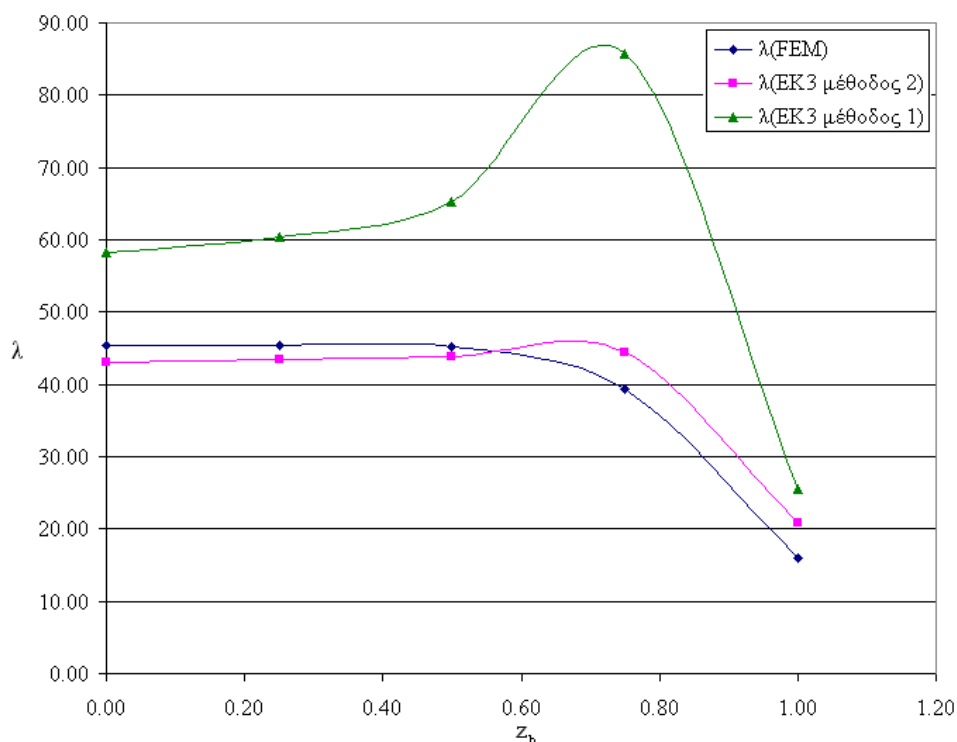
Σχήμα 6.8 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 (μέθοδοι 1 και 2) και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=0,2$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=0$



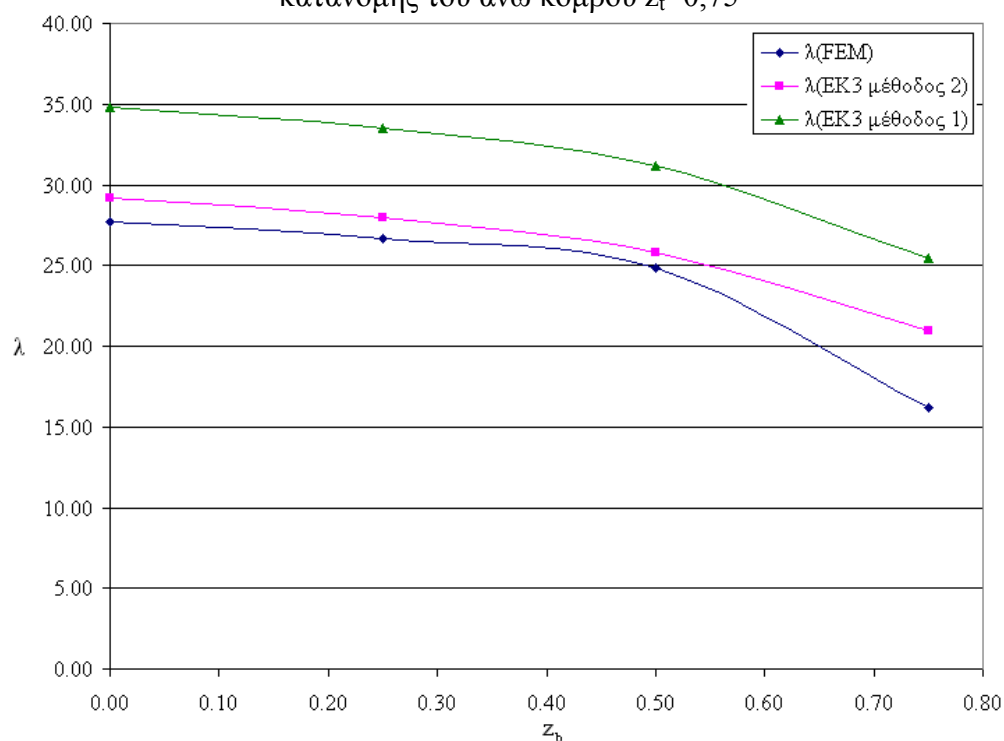
Σχήμα 6.9 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 (μέθοδοι 1 και 2) και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=0,2$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=0,25$



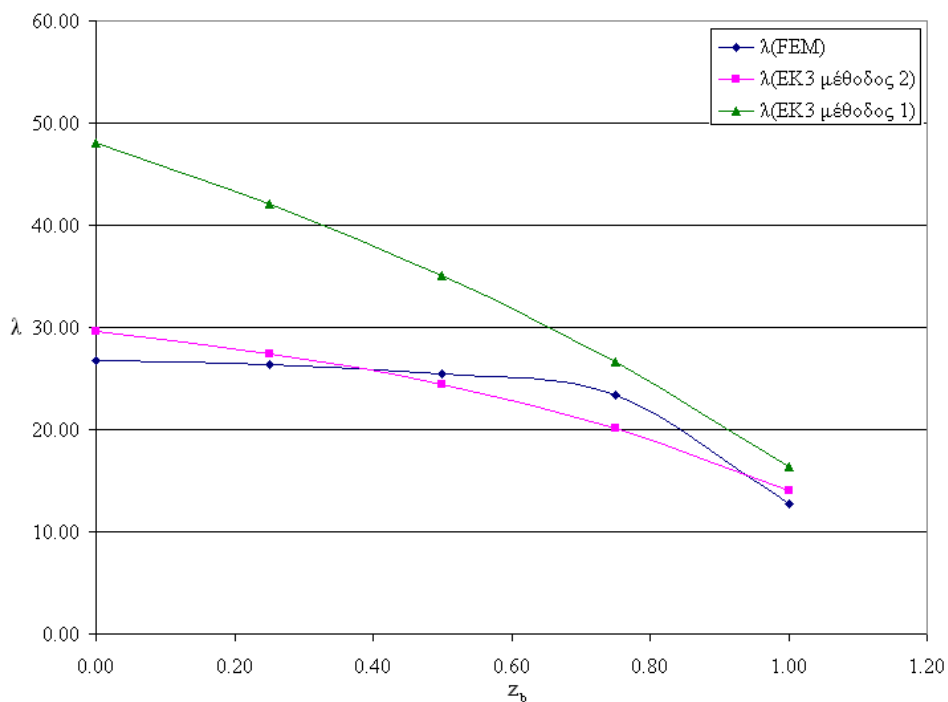
Σχήμα 6.10 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 (μέθοδοι 1 και 2) και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=0,2$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=0,50$



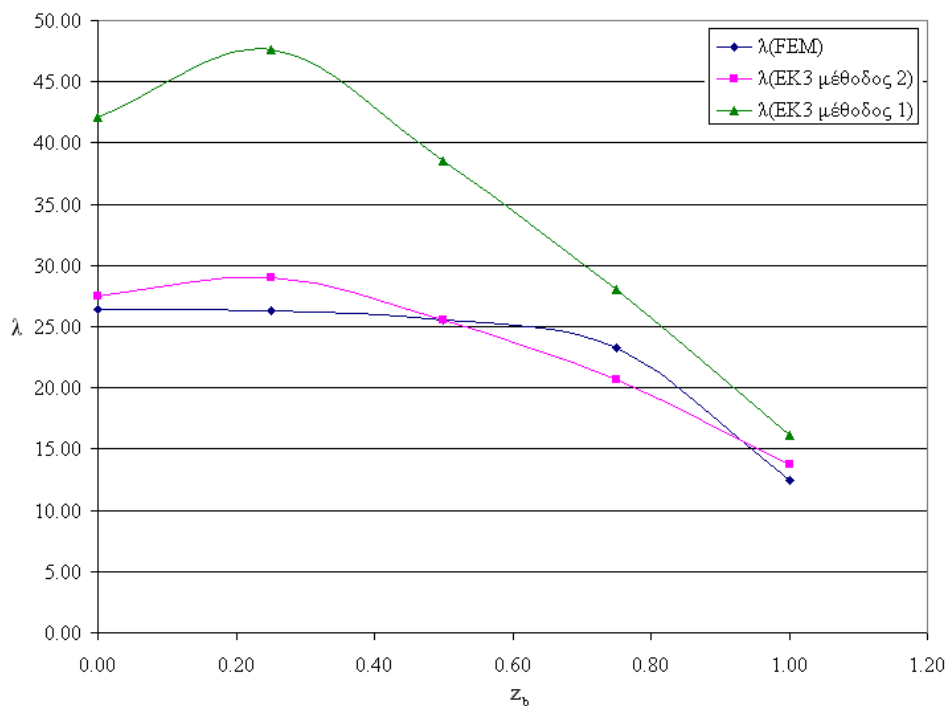
Σχήμα 6.11 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 (μέθοδοι 1 και 2) και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=0,2$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=0,75$



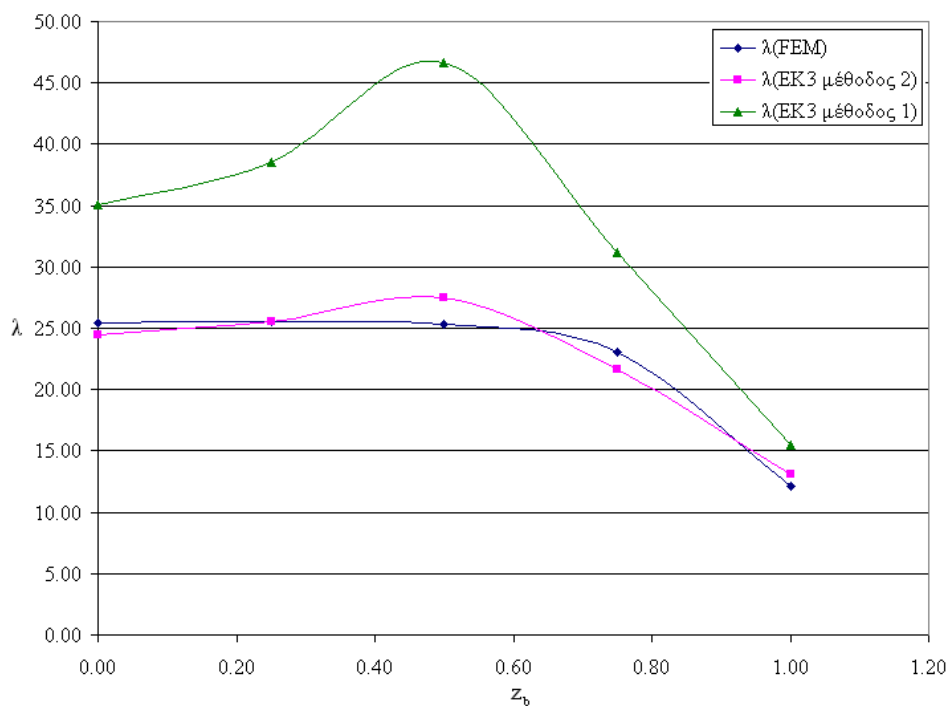
Σχήμα 6.12 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 (μέθοδοι 1 και 2) και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=0,2$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=1,0$



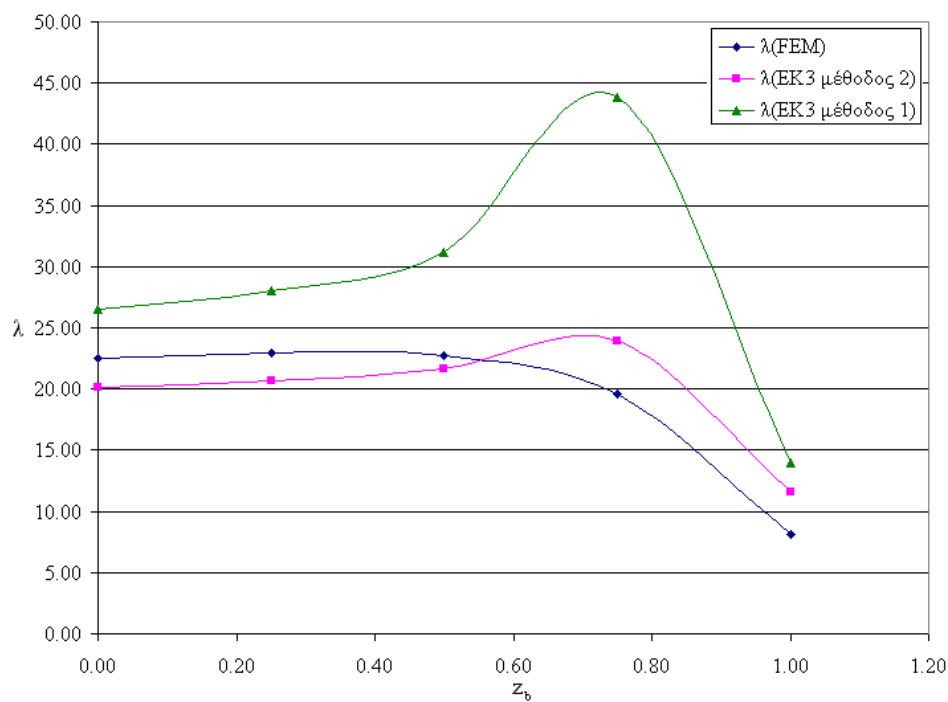
Σχήμα 6.13 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 (μέθοδοι 1 και 2) και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=0,5$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=0$



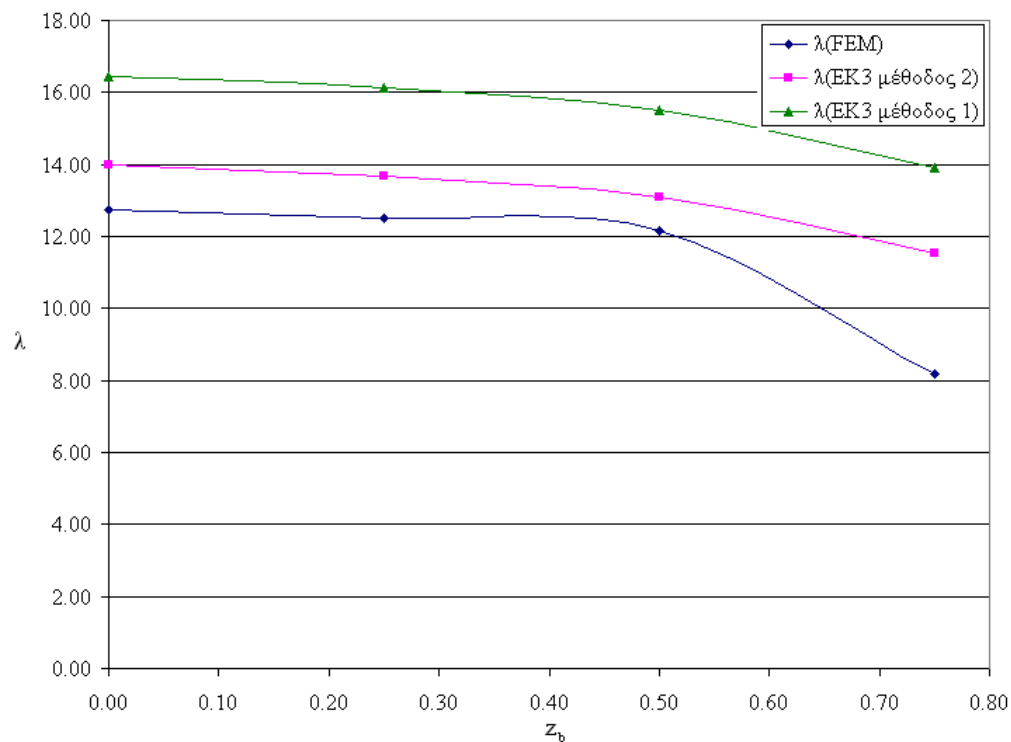
Σχήμα 6.14 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 (μέθοδοι 1 και 2) και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=0,5$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=0,25$



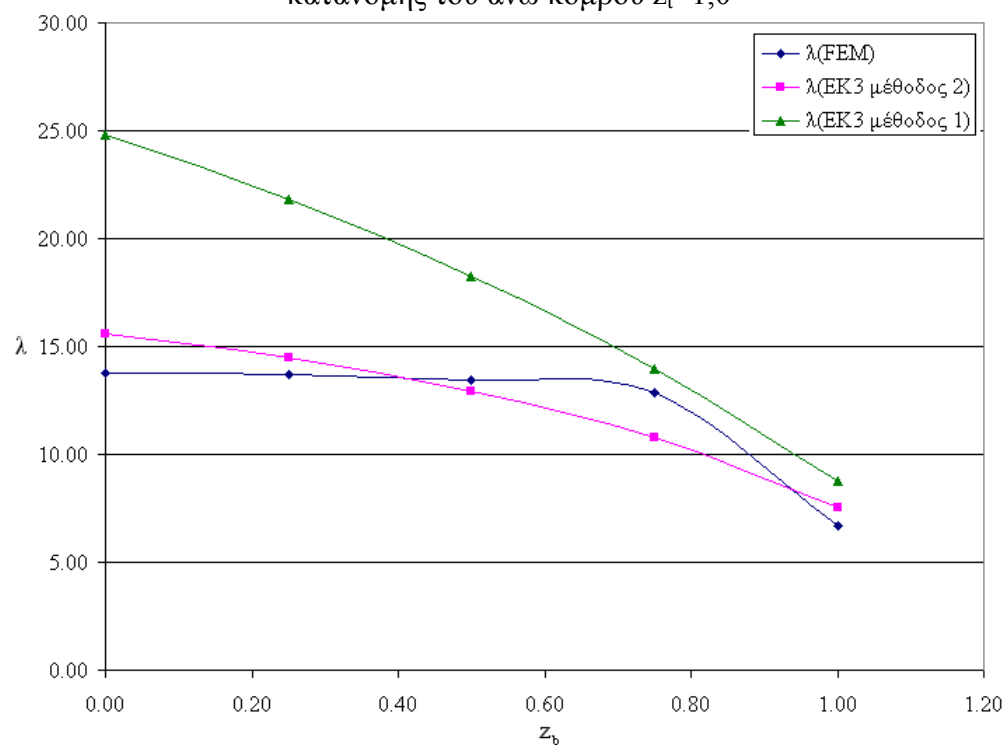
Σχήμα 6.15 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 (μέθοδοι 1 και 2) και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=0,5$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=0,50$



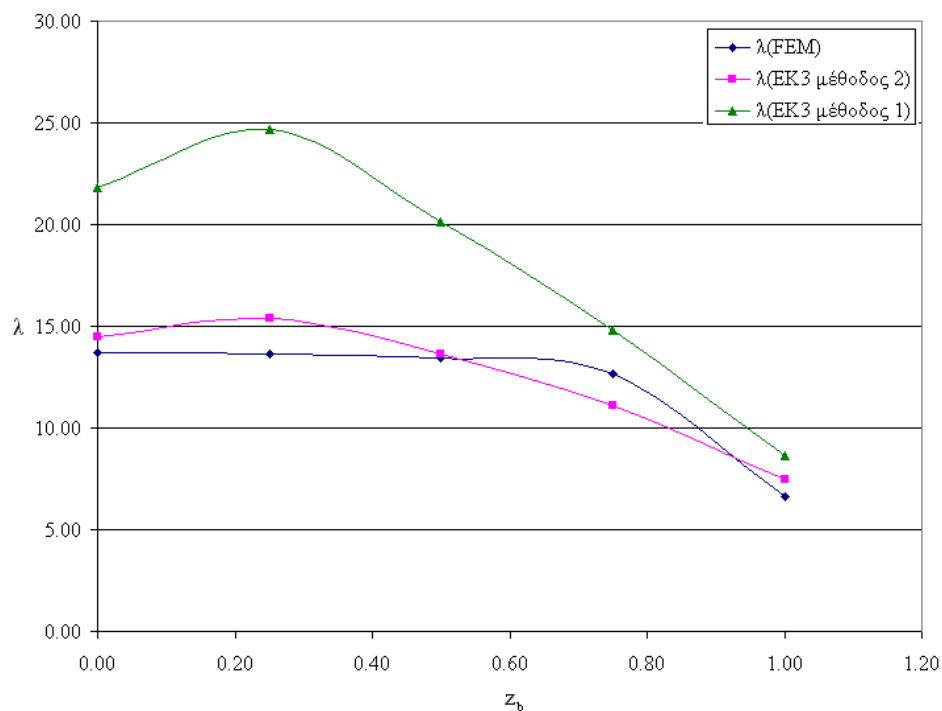
Σχήμα 6.16 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 (μέθοδοι 1 και 2) και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=0,5$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=0,75$



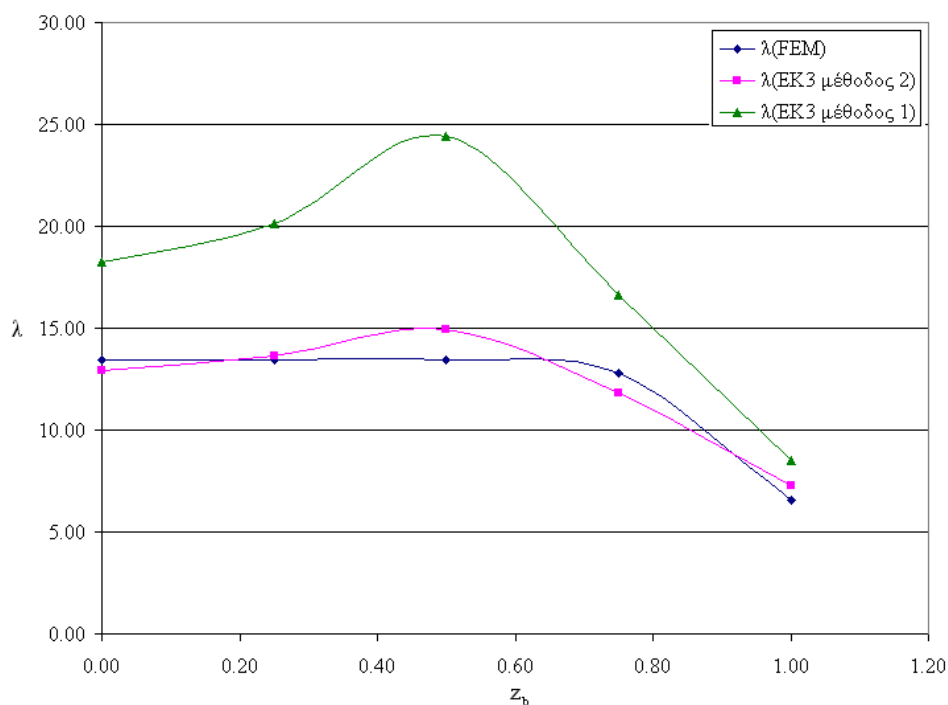
Σχήμα 6.17 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 (μέθοδοι 1 και 2) και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=0,5$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=1,0$



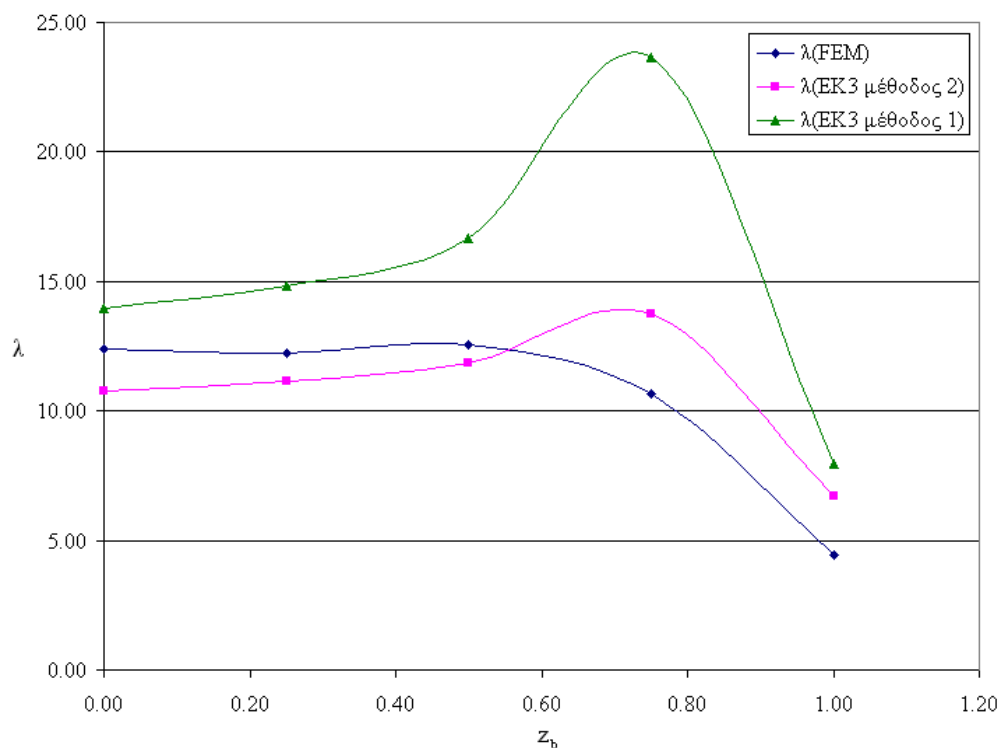
Σχήμα 6.18 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 (μέθοδοι 1 και 2) και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=1,0$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=0$



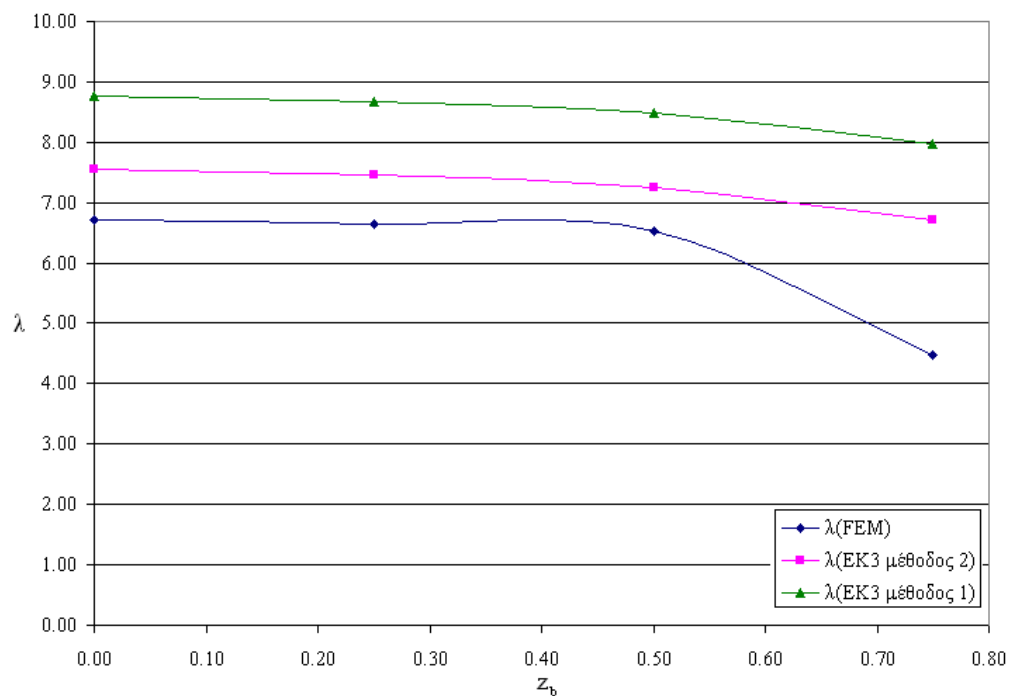
Σχήμα 6.19 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 (μέθοδοι 1 και 2) και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=1,0$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=0,25$



Σχήμα 6.20 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 (μέθοδοι 1 και 2) και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=1,0$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=0,50$



Σχήμα 6.21 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 (μέθοδοι 1 και 2) και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=1,0$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=0,75$



Σχήμα 6.22 Συντελεστής φόρτισης (λ) κατά EC3 (μέθοδοι 1 και 2) και με τη μη γραμμική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για λόγο φορτίων $H/P=1,0$ και συντελεστή κατανομής του άνω κόμβου $z_t=1,0$

6.3 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα παραμετρικών αναλύσεων του προσομοιώματος υποστυλώματος με δύο στρωφικά ελατήρια να περιγράφουν την στρωφική δέσμευση των συνδεομένων μελών στους ακραίους κόμβους και ελευθερία σχετικής εγκάρσια μετατόπισης, φορτιζόμενου με δύο συγκεντρωμένα φορτία, ένα θλιπτικό και ένα εγκάρσιο στον άνω ακραίο κόμβο του. Ελήφθησαν υπόψη μεγάλο εύρος τιμών των αδιαστατοποιημένων σταθερών των ελατηρίων, καθώς και διάφοροι λόγοι αξονικών προς εγκάρσια φορτία. Από τα αποτελέσματα των αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν και τις συγκρίσεις των οριακών φορτίων που προκαλούν αστοχία, όπως αυτά υπολογίζονται:

α) με τις εξισώσεις αλληλεπίδρασης των κανονιστικών διατάξεων του Ευρωκώδικα 3, και με τις δύο μεθόδους (1 και 2) υπολογισμού των συντελεστών αλληλεπίδρασης,

β) με μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA, συνυπολογίζοντας τις ατέλειες λόγω P-Δ και P-δ, όπως ορίζονται κατά τον Ευρωκώδικα 3,

προκύπτει με σαφήνεια ότι κατά την εφαρμογή των εξισώσεων αλληλεπίδρασης για τον έλεγχο επάρκειας μελών υπό θλίψη και κάμψη ο χαρακτηρισμός των μελών ως μεταθετών για τον υπολογισμό της λυγνότητας στην περίπτωση που η σχετική εγκάρσια μετάθεση των άκρων του ελεγχόμενου μέλους δεν δεσμεύεται με κατάλληλες κατασκευαστικές διατάξεις, είναι ορθός. Αυτό επιβεβαιώνεται τόσο από τη σύγκριση των οριακών φορτίων, κατά την οποία μάλιστα στις περισσότερες περιπτώσεις οι αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων οδηγούν σε συντηρητικότερα αποτελέσματα από τις εξισώσεις αλληλεπίδρασης, όσο και από τις τιμές εγκάρσιας μετατόπισης για τις οποίες παρατηρείται το οριακό φορτίο στους δρόμους ισορροπίας που προκύπτουν από τις αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων.

Από τα διαγράμματα παρατηρείται επίσης ότι η φέρουσα ικανότητα του μέλους για κάθε τιμή του λόγου H/P είναι μέγιστη όταν $z_t = z_b$, δηλαδή όταν παρέχεται η ίδια στρωφική δέσμευση στα δύο άκρα. Αυτό συμβαίνει διότι τότε οι καμπτικές αντιδράσεις στήριξης στα δύο άκρα είναι ίσες μεταξύ τους, επομένως η μέγιστη ροπή που αναπτύσσεται σε οποιαδήποτε διατομή καθ' ύψος του μέλους είναι η ελάχιστη δυνατή.

Παράλληλα δόθηκε η δυνατότητα σύγκρισης των αποτελεσμάτων που λαμβάνονται με χρήση των δύο εναλλακτικών μεθόδων υπολογισμού των συντελεστών αλληλεπίδρασης, κατά την εφαρμογή των εξισώσεων αλληλεπίδρασης, τόσο μεταξύ τους όσο και με τα αποτελέσματα των αριθμητικών αναλύσεων. Σε αρκετές περιπτώσεις παρατηρείται σημαντική απόκλιση μεταξύ των αποτελεσμάτων των δύο εναλλακτικών μεθόδων του EC3. Η μέθοδος 1 παρουσιάζεται να είναι κατά της ασφαλείας, ενώ η μέθοδος 2 δίνει παραπλήσια αποτελέσματα με αυτά από την μη-γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού. Η παρατηρούμενη απόκλιση των δύο μεθόδων έρχεται σε συμφωνία με άλλα αποτελέσματα που αναφέρονται στη βιβλιογραφία (Greiner and Linder 2006), σύμφωνα με τα οποία η μέθοδος 1 είναι πιο ακριβής στην αστοχία από λυγισμό εκτός επιπέδου

(που εδώ αμελήθηκε), ενώ η μέθοδος 2 στην αστοχία από αλληλεπίδραση πλαστικοποίησης και λυγισμού εντός επιπέδου, που εδώ ήταν η κύρια μορφή αστοχίας.

Πάντως, τα αποτελέσματα αυτά προκαλούν το ενδιαφέρον για τη διεξαγωγή ευρύτερης μελλοντικής διερεύνησης, αφενός των δύο εναλλακτικών μεθόδων υπολογισμού της αντοχής μελών υπό θλίψη και κάμψη, αλλά και, αφετέρου, των προτεινόμενων ισοδύναμων ατελειών όταν ο υπολογισμός της αντοχής γίνεται με χρήση μη γραμμικών αναλύσεων με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων.

Σε αυτό το κεφάλαιο έγινε μία πρώτη προσέγγιση στην αλληλεπίδραση αξονικής δύναμης και καμπτικής ροπής. Η παραμετρική διερεύνηση πρέπει να επεκταθεί και σε άλλα προσομοιώματα, με διάφορους συνδυασμούς φορτίσεων. Η διεξαγωγή παραμετρικών μη-γραμμικών αναλύσεων με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων και η μόρφωση αδιάστατων καμπυλών αλληλεπίδρασης ροπών-αξονικών ($M/M_{pl}-N/N_{pl}$) δυνάμεων θεωρείται επιβεβλημένη για την προσέγγιση του προβλήματος της αλληλεπίδρασης θλίψης-κάμψης. Στην συνέχεια η προσομοίωση και περιγραφή των καμπύλων (fitting) με αναλυτικές σχέσεις και η σύγκριση τους με εκείνες που προτείνονται στη βιβλιογραφία και τις κανονιστικές διατάξεις μπορεί να είναι το επόμενο ερευνητικό βήμα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7:

ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΜΕΤΑΘΕΤΩΝ ΠΛΑΙΣΙΩΝ ΣΧΗΜΑΤΟΣ Γ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΜΕΤΑΘΕΤΩΝ ΠΛΑΙΣΙΩΝ ΣΧΗΜΑΤΟΣ Γ

7.1 Εισαγωγή

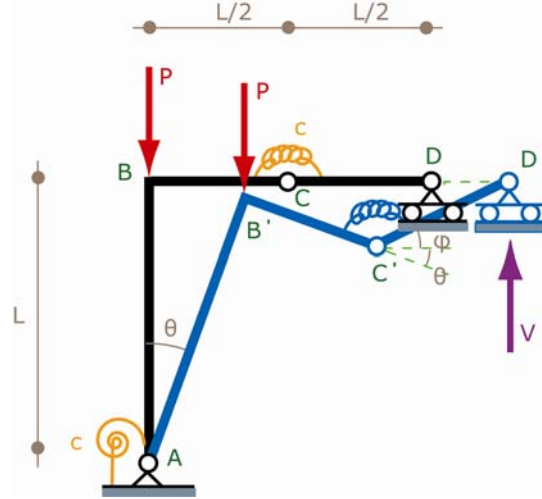
Οι μεταθετοί πλαισιακοί φορείς σχήματος Γ παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον, δεδομένου ότι, αναλόγως της φοράς των αρχικών ατελειών, οι φορείς αυτοί μπορεί να παρουσιάζουν ευσταθή ή ασταθή μεταλυσισμική συμπεριφορά, και επομένως να έχουν αισθητά διαφορετική φέρουσα ικανότητα. Για το λόγο αυτό φορείς αυτού του τύπου έχουν μελετηθεί από πολλούς ερευνητές, οι οποίοι κυρίως επικέντρωσαν την προσοχή τους στην ελαστική μη γραμμική συμπεριφορά με την παρουσία αρχικών ατελειών. Στο παρόν κεφάλαιο εξετάζονται φορείς αυτού του τύπου ως παράδειγμα φορέων για τους οποίους οι αποκλίσεις μεταξύ γραμμικών και μη γραμμικών αναλύσεων είναι αισθητές, και επομένως συνιστάται η εκτέλεση μη γραμμικών αναλύσεων. Επιπλέον επιδιώκεται να ληφθεί υπόψη, μέσω αριθμητικών αναλύσεων, και η ανελαστική, γεωμετρικά μη γραμμική συμπεριφορά με την παρουσία αρχικών ατελειών. Για το σκοπό αυτό θεωρείται ελαστική-απολύτως πλαστική συμπεριφορά του υλικού, μια παραδοχή που υιοθετείται συχνά για να περιγράψει τον δομικό χάλυβα. Η κράτυνση του υλικού αμελείται, υπέρ της ασφαλείας. Η φέρουσα ικανότητα που υπολογίζεται από αυτές τις αναλύσεις υποθέτοντας μέγεθος αρχικής ατέλειας ίσο με το καθοριζόμενο από τις κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3, αλλά με διαφορετική σε κάθε περίπτωση φορά, συγκρίνεται με την υπολογιζόμενη κανονιστική αντοχή, οδηγώντας σε πολύ ενδιαφέροντα συμπεράσματα.

Στις ενότητες που ακολουθούν αρχικά παρουσιάζεται η αναλυτική λύση της ελαστικής μη γραμμικής συμπεριφοράς ενός προσομοιώματος ενός βαθμού ελευθερίας, χωρίς και με αρχικές ατέλειες, από το οποίο αναδεικνύονται ποιοτικά χαρακτηριστικά της απόκρισης φορέων αυτού του τύπου. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται συνοπτικά τα ερευνητικά ευρήματα του Καθηγητή Κουνάδη και των συνεργατών του, και συγκεκριμένα η αναλυτική λύση των Ioannidis et al. (2005) για συνεχή μεταθετά πλαίσια σχήματος Γ με ελαστική συμπεριφορά. Η λύση αυτή συγκρίνεται με αριθμητικά αποτελέσματα με εφαρμογή της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων, με στόχο την πιστοποίηση του εφαρμοζόμενου λογισμικού adina. Το λογισμικό adina πιστοποιείται επίσης για ανελαστικές αναλύσεις με γεωμετρική μη γραμμικότητα αμφιαρθρωτών υποστυλωμάτων. Τέλος, γίνονται ανελαστικές μη γραμμικές αναλύσεις για συνεχή μεταθετά πλαίσια σχήματος Γ με αρχικές ατέλειες και των δύο πιθανών φορών και οι υπολογιζόμενες αντοχές συγκρίνονται τόσο μεταξύ τους όσο και με τις προβλεπόμενες από τον Ευρωκώδικα 3.

7.2 Σύστημα ενός βαθμού ελευθερίας

Ο πλαισιακός φορέας ABCD που απεικονίζεται με μαύρη γραμμή στο σχήμα 7.1 αποτελείται από τις απαραμόρφωτες ράβδους AB, BC και CD. Στη βάση A της ράβδου AB υπάρχει αρθρωτή στήριξη και δέσμευση της στροφής μέσω στροφικού ελατηρίου

σταθεράς c , ενώ στο δεξιό άκρο D της ράβδου CD υπάρχει κύλιση που δεσμεύει την κατακόρυφη μετατόπιση, αλλά επιτρέπει την οριζόντια μετατόπιση, καθώς και τη στροφή. Οι ράβδοι BC και CD συνδέονται μέσω άρθρωσης και στροφικού ελατηρίου σταθεράς c . Το φορτίο P εφαρμόζεται στο B και παραμένει συνεχώς κατακόρυφο.



Σχήμα 7.1: Μονοβάθμιο πλαίσιο μορφής Γ με στροφικά ελατήρια

Παρατηρώντας την παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα, που απεικονίζεται με μπλε γραμμή στο σχήμα 7.1, προκύπτει ότι η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των σημείων B και B' είναι $L(1 - \cos\theta)$. Επίσης, η κατακόρυφη απόσταση των σημείων B' και C' είναι $(L/2)\sin\theta$. Το άθροισμα αυτών των δύο αποστάσεων ισούται με την κατακόρυφη απόσταση των σημείων C' και D' . Επομένως, μπορεί να υπολογιστεί η γωνία φ συναρτήσει της γωνίας θ από το ορθογώνιο τρίγωνο με υποτείνουσα την $C'D'$:

$$\sin\varphi = \frac{L(1 - \cos\theta) + L/2 \sin\theta}{L/2} = \frac{L\left(1 - \cos\theta + \frac{\sin\theta}{2}\right)}{L/2} = 2\left(1 - \cos\theta + \frac{\sin\theta}{2}\right) \quad (7.1)$$

και επομένως

$$\varphi = \sin^{-1}\left[2\left(1 - \cos\theta + \frac{\sin\theta}{2}\right)\right] \quad (7.2)$$

Στην παραμορφωμένη κατάσταση του φορέα, το στροφικό ελατήριο του κόμβου C θα έχει παραμορφωθεί κατά γωνία $\varphi + \theta$. Από την εξίσωση ισορροπίας ροπών του μέλους $C'D'$ ως προς το σημείο C' , προκύπτει:

$$c(\theta + \varphi) = V \frac{L}{2} \cos\varphi \Rightarrow V = \frac{2c(\theta + \varphi)}{L \cos\varphi} \quad (7.3)$$

Από την εξίσωση ισορροπίας ροπών ολόκληρου του φορέα ως προς το σημείο A , προκύπτει:

$$PL \sin\theta = c\theta + VL \left[\sin\theta + \frac{\cos\theta}{2} + \frac{\cos\varphi}{2} \right] \quad (7.4)$$

Με αντικατάσταση της αντίδρασης στήριξης V από τη σχέση (7.3) στην (7.4) προκύπτει:

$$PL\sin\theta = c\theta + \frac{2c(\theta + \varphi)}{\cos\varphi} \left[\sin\theta + \frac{\cos\theta}{2} + \frac{\cos\varphi}{2} \right] \quad (7.5)$$

Από την εξίσωση (7.5), με αντικατάσταση της (7.2), προκύπτουν δύο λύσεις:

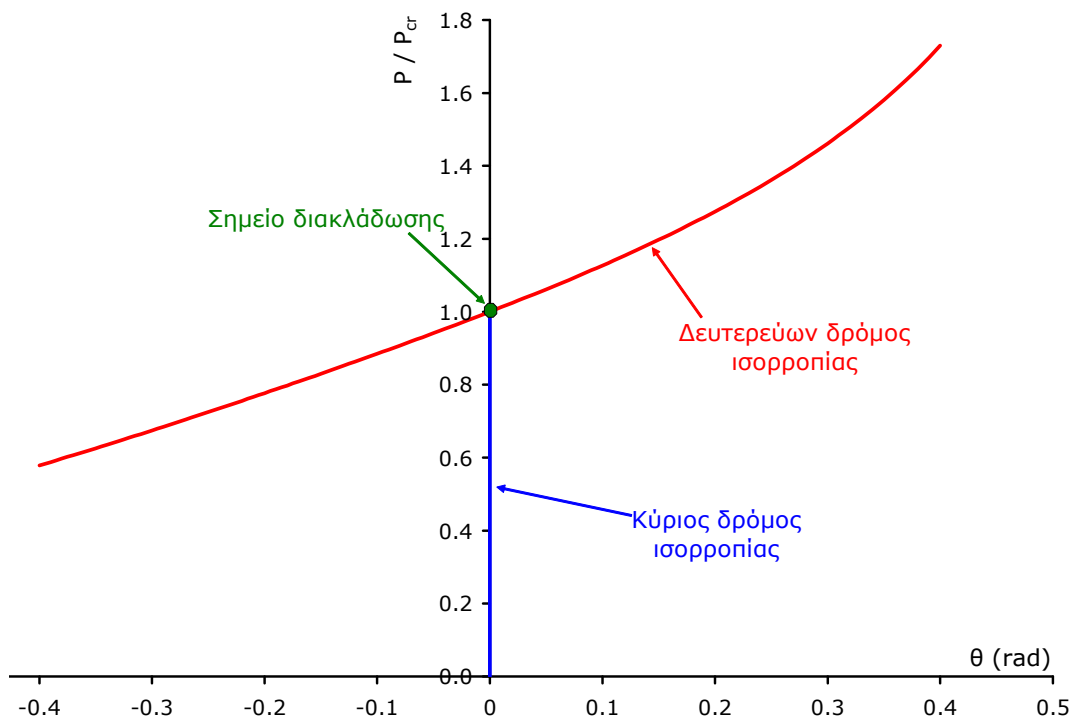
- $\theta = 0$, που αντιστοιχεί σε απαραμόρφωτο φορέα και περιγράφει την κατάσταση πριν από τον λυγισμό και τον κύριο δρόμο ισορροπίας,

$$P = \frac{c\theta}{L\sin\theta} +$$

$$\bullet \quad + \frac{2c \left(\theta + \sin^{-1} \left[2 \left(1 - \cos\theta + \frac{\sin\theta}{2} \right) \right] \right)}{L\sin\theta \cos \left\{ \sin^{-1} \left[2 \left(1 - \cos\theta + \frac{\sin\theta}{2} \right) \right] \right\}} \left[\sin\theta + \frac{\cos\theta}{2} + \frac{\cos \left\{ \sin^{-1} \left[2 \left(1 - \cos\theta + \frac{\sin\theta}{2} \right) \right] \right\}}{2} \right]$$

που αντιστοιχεί σε μη μηδενικές τιμές της γωνίας θ και περιγράφει την κατάσταση μετά από τον λυγισμό και τον δευτερεύοντα δρόμο ισορροπίας.

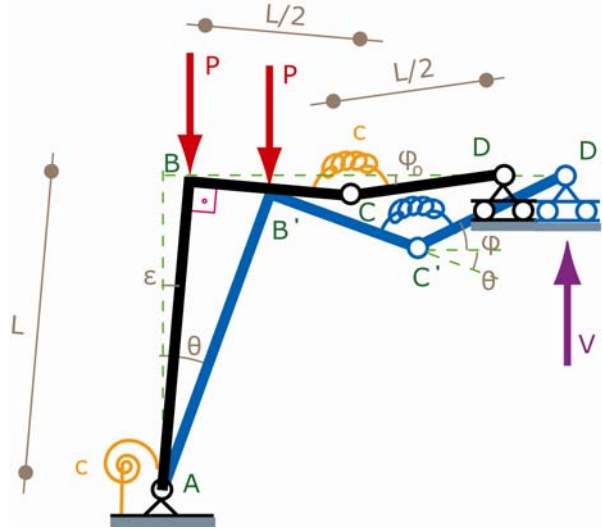
Στο σχήμα 7.2 φαίνονται ο κύριος και ο δευτερεύων δρόμος ισορροπίας του φορέα, όπως προέκυψαν από την προηγηθείσα μη γραμμική ανάλυση. Παρατηρείται ότι η συμπεριφορά χαρακτηρίζεται από ασύμμετρο σημείο διακλάδωσης και επομένως και από ασύμμετρο δευτερεύοντα δρόμο ισορροπίας. Το φορτίο που αντιστοιχεί στο σημείο διακλάδωσης υπολογίζεται από την τομή του κύριου με τον δευτερεύοντα δρόμο ισορροπίας, με χρήση του κανόνα L' Hospital, και προκύπτει ίσο με $P_{cr} = 5c/L$.



Σχήμα 7.2: Δρόμοι ισορροπίας τέλειου συστήματος από μη γραμμική ανάλυση

Στο σχήμα 7.3 φαίνεται ο φορέας με μια αρχική ατέλεια λόγω απόκλισης της ράβδου AB από την κατακόρυφο, κατά γωνία ε . Η γωνία φ δίνεται και πάλι από την εξίσωση (7.2). Από αυτήν προκύπτει και η γωνία φ_0 :

$$\varphi_0 = \sin^{-1} \left[2 \left(1 - \cos \varepsilon + \frac{\sin \varepsilon}{2} \right) \right] \quad (7.6)$$



Σχήμα 7.3: Μονοβάθμιο πλαίσιο μορφής Γ με στρωφικά ελατήρια, με αρχική ατέλεια

Από την εξίσωση ισορροπίας ροπών του μέλους C'D' ως προς το σημείο C', προκύπτει:

$$c(\theta - \varepsilon + \varphi - \varphi_0) = V \frac{L}{2} \cos \varphi \Rightarrow V = \frac{2c(\theta - \varepsilon + \varphi - \varphi_0)}{L \cos \varphi} \quad (7.7)$$

Από την εξίσωση ισορροπίας ροπών ολόκληρου του φορέα ως προς το σημείο A, έχουμε:

$$PL \sin \theta = c(\theta - \varepsilon) + VL \left[\sin \theta + \frac{\cos \theta}{2} + \frac{\cos \varphi}{2} \right] \quad (7.8)$$

Με αντικατάσταση της αντίδρασης στήριξης V από τη σχέση (7.7) στη σχέση (7.8) προκύπτει:

$$PL \sin \theta = c(\theta - \varepsilon) + \frac{2c(\theta - \varepsilon + \varphi - \varphi_0)}{\cos \varphi} \left[\sin \theta + \frac{\cos \theta}{2} + \frac{\cos \varphi}{2} \right] \quad (7.9)$$

Από την εξίσωση (7.9) προκύπτει:

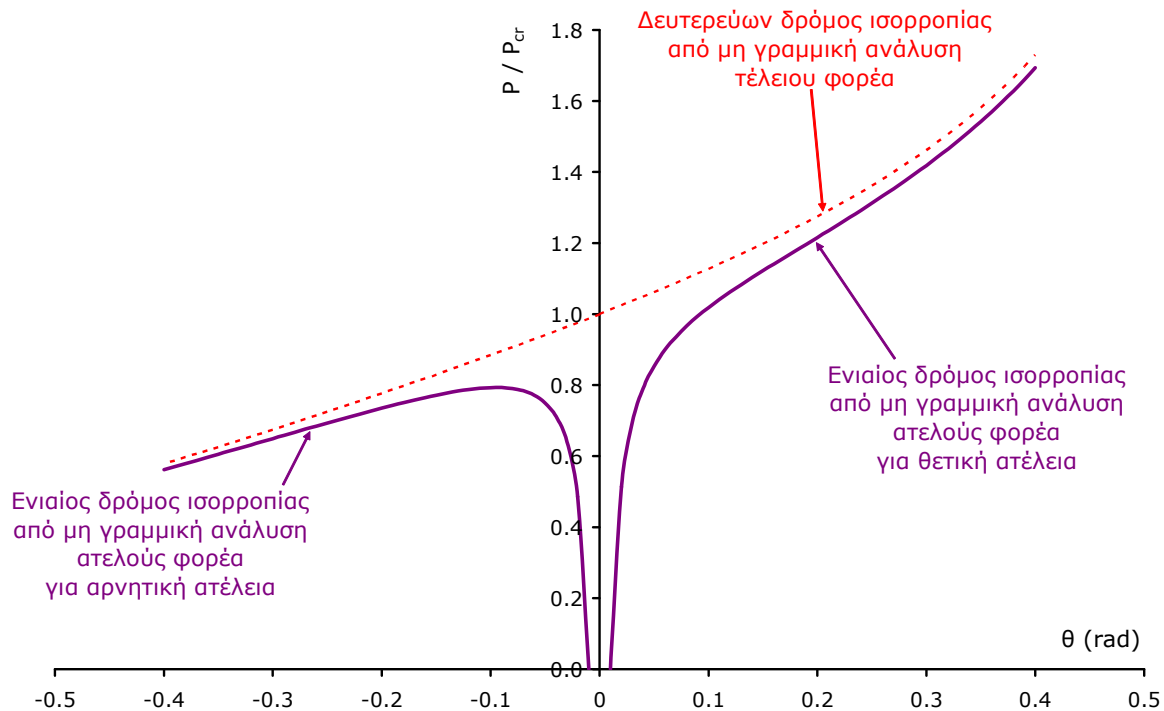
$$P = \frac{c(\theta - \varepsilon)}{L \sin \theta} + \frac{2c(\theta - \varepsilon + \varphi - \varphi_0)}{L \sin \theta \cos \varphi} \left[\sin \theta + \frac{\cos \theta}{2} + \frac{\cos \varphi}{2} \right] \quad (7.10)$$

όπου οι γωνίες φ και φ_0 δίνονται από τις εξισώσεις (7.2) και (7.6) αντίστοιχα. Η εξίσωση (7.10) δίνει τον ενιαίο δρόμο ισορροπίας του ατελούς συστήματος.

Ο ενιαίος δρόμος ισορροπίας του ατελούς μη γραμμικού συστήματος απεικονίζεται γραφικά στο σχήμα 7.4, τόσο για θετική όσο και για αρνητική τιμή της αρχικής ατέλειας ε . Παρατηρείται ότι το ποιος κλάδος θα ακολουθηθεί και κατά πόσον θα είναι ευσταθής ή ασταθής, εξαρτάται από τη φορά της αρχικής ατέλειας. Σε κάθε περίπτωση, ο δρόμος ισορροπίας του ατελούς συστήματος προσεγγίζει ασυμπτωτικά τον αντίστοιχο δρόμο του τέλειου συστήματος.

Σε περίπτωση αρνητικής ατέλειας ο δρόμος ισορροπίας έχει συνεχώς μειούμενη δυσκαμψία, μέχρι ένα οριακό σημείο, και στη συνέχεια γίνεται ασταθής. Η φέρουσα ικανότητα προσδιορίζεται από την τιμή του οριακού φορτίου, και είναι μικρότερη από το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του αντίστοιχου τέλειου φορέα, ενδεχομένως μάλιστα και έντονα μικρότερη, ανάλογα με το μέγεθος της ατέλειας. Η θέση και η τιμή του οριακού φορτίου του ασταθούς κλάδου του δρόμου ισορροπίας μπορεί να βρεθεί με υπολογισμό και έπειτα μηδενισμό της μερικής παραγώγου $\partial P / \partial \theta$ της σχέσης (7.10).

Αντίθετα, σε περίπτωση θετικής ατέλειας, ο δρόμος ισορροπίας είναι διαρκώς ευσταθής, με ελαφρώς μειούμενη κλίση κοντά στο φορτίο λυγισμού, η οποία όμως στη συνέχεια αυξάνεται και πάλι, προσεγγίζοντας ασυμπτωτικά τον αντίστοιχο δρόμο του τέλειου συστήματος. Ο φορέας δηλαδή διαθέτει μεταλυσισμική αντοχή, και η φέρουσα ικανότητά του είναι μεγαλύτερη από το κρίσιμο φορτίο λυγισμού του αντίστοιχου τέλειου φορέα, περιοριζόμενη μόνον από την αντοχή του υλικού.



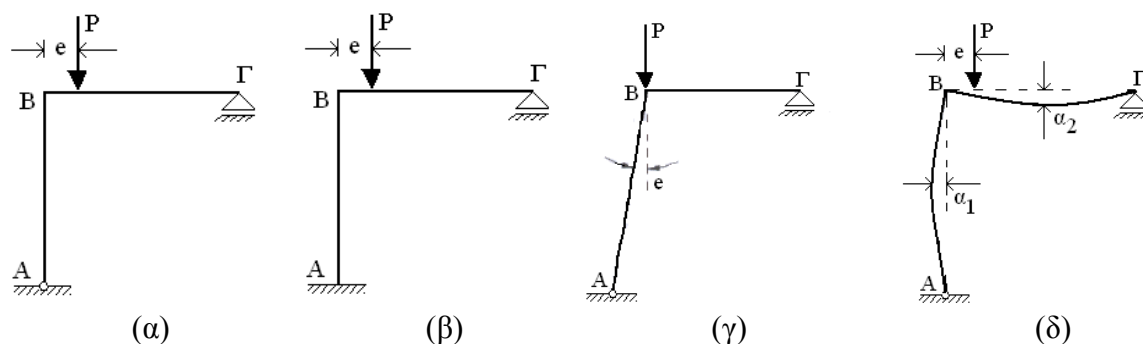
Σχήμα 7.4: Δρόμοι ισορροπίας συστήματος από μη γραμμική ανάλυση, με και χωρίς αρχική ατέλεια

7.3 Συνεχές σύστημα

Μεταθετά πλαίσια σχήματος Γ που εκδηλώνουν συμπεριφορά παρόμοια ποιοτικά με την προηγούμενη έχουν διερευνηθεί διεξοδικά από τον Καθηγητή Κουνάδη και τους συνεργάτες του με διεξαγωγή μη γραμμικής ανάλυσης και καθορισμό του αντίστοιχου δρόμου ισορροπίας. Το κεφάλαιο αυτό πραγματεύεται έναν τέτοιο τύπο πλαισίου, για το οποίο οι αναλυτικές λύσεις (Ioannidis et al. 2005) συγκρίνονται αρχικά με αριθμητικές λύσεις, στη συνέχεια γίνεται επέκταση των αριθμητικών λύσεων για την περίπτωση που το υλικό συμπεριφέρεται ανελαστικά, και τέλος γίνεται σύγκριση με τις κανονιστικές προβλέψεις του Ευρωκώδικα 3.

7.3.1 Βιβλιογραφική ανασκόπηση – Αναλυτικές λύσεις

Όπως προαναφέρθηκε, αρκετοί ερευνητές έχουν ασχοληθεί με την ελαστική μη γραμμική συμπεριφορά μεταθετών πλαισίων σχήματος Γ . Οι αναλύσεις που παρουσιάζονται εδώ βασίζονται σε ερευνητικές εργασίες του Καθηγητή Κουνάδη. Γενικώς, τα ατελή διακριτά συστήματα γίνονται ασταθή μέσω οριακού σημείου. Εντούτοις, υπό συγκεκριμένες συνθήκες, ατελή πλαίσια παρουσιάζουν αστάθεια μέσω σημείου διακλάδωσης. Τέτοια πλαίσια παρουσιάζονται στο σχήμα 7.5(α,β), τα οποία λόγω της αξονικής παραμορφωσιμότητας των υποστυλωμάτων τους χάνουν την ευστάθειά τους μέσω ασύμμετρου σημείου διακλάδωσης για μια συγκεκριμένη εκκεντρότητα e_{cr} , ανεξάρτητα από το εάν η στήριξη στο κατακόρυφο μέλος είναι άρθρωση ή πάκτωση. Η κρίσιμη εκκεντρότητα (e_{cr}), είναι το όριο μεταξύ λυγισμού μέσω οριακού σημείου ή σημείου διακλάδωσης. Παρόμοια συμπεράσματα έχουν εξαχθεί για τα πλαίσια του σχήματος 7.5(γ,δ), στα οποία η ατέλεια δεν οφείλεται σε εκκεντρότητα φορτίου, αλλά σε αποκλίσεις των πλαισίων από τη θεωρητική τους γεωμετρία.



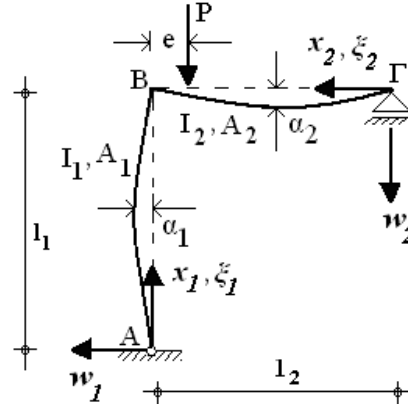
Σχήμα 7.5 Ατελή μεταθετά πλαίσια

Η ανάλυση των Ioannidis et al. (2005) για τον καθορισμό του προλυγισμικού και μεταλυγισμικού δρόμου ισορροπίας για πλαίσια από γραμμικά ελαστικό υλικό βασίζεται στην θεωρία των μικρών παραμορφώσεων και των μετρίως μικρών στροφών. Ο αλγόριθμος υιοθετεί γραμμική σχέση της καμπυλότητας με την δεύτερη παράγωγο της εγκάρσιας μετατόπισης και μη γραμμική κινηματική σχέση μεταξύ της αξονικής παραμόρφωσης και των στροφών. Η μεθοδολογία αυτή παρουσιάζεται για την ανάλυση του ατελούς πλαισίου του σχήματος 7.6, στο οποίο δίνεται και η θετική προσήμανση των μεγεθών. Το πλαίσιο είναι μεταθετό και με l_i , A_i , I_i συμβολίζονται το μήκος, το εμβαδόν

και η ροπή αδράνειας του i μέλους ($i=1,2$). Υποθέτουμε ότι κάθε μέλος του πλαισίου έχει ημιτονοειδή καμπυλότητα, η οποία δίνεται από την σχέση:

$$w_{oi} = \alpha_i \sin(\pi x_i / l_i) \quad (7.11)$$

όπου α_i είναι η μέγιστη παραμόρφωση στο μέσο ($x_i=l_i/2$) του μέλους i . Όπως προαναφέρθηκε, ως θετικές φορές της αρχικής γεωμετρικής ατέλει w_{oi} και της εκκεντρότητας φόρτισης e θεωρούνται οι εικονιζόμενες στο σχήμα 7.6.



Σχήμα 7.6 Ατελές μεταθετό πλαίσιο

Εισάγονται οι παρακάτω αδιάστατες ποσότητες, θεωρώντας μηδενική αξονική δύναμη στο οριζόντιο μέλος:

$$\begin{aligned} x_i &= \frac{x_i}{l_i}, w_i = \frac{w_i}{l_i}, w_{oi} = \frac{w_{oi}}{l_i}, \xi_i = \frac{\xi_i}{l_i}, \alpha_i = \frac{\alpha_i}{l_i} \\ \lambda_i &= \frac{A_i l_i^2}{I_i}, e_i = \frac{e_i}{l_i}, \beta^2 = \frac{P l_i^2}{E I_i}, k^2 = \frac{S l_i^2}{E I_i}, \rho = \frac{l_2}{l_1}, \mu = \frac{I_2}{I_1} \end{aligned} \quad (7.12)$$

Η αξονική και η εγκάρσια παραμόρφωση του θλιβόμενου μέλους δίνονται από την παρακάτω σχέση:

$$\begin{aligned} w(x) &= C_1 \sin kx + C_2 \cos kx + C_3 x + C_4 + w_p(x) \\ \xi(x) &= -\frac{k^2}{\lambda^2} x - \frac{1}{2} \int_0^x [w_o'^2(x') - w_o'^2(x')] dx' \end{aligned} \quad (7.13)$$

Θεωρώντας ότι η αξονική παραμόρφωση λόγω κάμψης αμελείται, ο όρος του ολοκληρώματος της δεύτερης εξίσωσης των σχέσεων (7.13) διαγράφεται. Από τις παραπάνω σχέσεις (7.12) και (7.13) προκύπτει:

$$\begin{aligned} w_1(x_1) &= C_1 \sin kx_1 + C_2 \cos kx_1 + C_3 x_1 + C_4 + w_p(x_1) \\ w_2(x_2) &= \bar{C}_1 x_2^3 + \bar{C}_2 x_2^2 + \bar{C}_3 x_2 + \bar{C}_4 + w_{2o}(x_2) \\ \xi_1(x_1) &= -\frac{k^2}{\lambda_1^2} x_1 - \frac{1}{2} \int_0^{x_1} [w_1'^2(x'_1) - w_{o1}'^2(x'_1)] dx'_1 \\ \xi_2(x_2) &= -\frac{1}{2} \int_0^{x_2} [w_2'^2(x'_2) - w_{o2}'^2(x'_2)] dx'_2 \end{aligned} \quad (7.14)$$

όπου η μερική λύση w_p της εξίσωσης (7.14) δίνεται από την σχέση:

$$w_{1p}(x_1) = \frac{\pi^2 \alpha_1}{\pi^2 - k^2} \sin \pi x_1 \quad (7.15)$$

Χρησιμοποιώντας τις συνοριακές συνθήκες προκύπτει:

$$\begin{aligned} w_i(0) = w_i''(0) = 0, \quad (i = 1, 2) \\ \xi_1(0) = 0 \end{aligned} \quad (7.16)$$

οπότε οι δύο πρώτες εξισώσεις της (7.14) μετασχηματίζονται σε:

$$\begin{aligned} w_1(x_1) &= C_1 \sin kx_1 + C_3 x_1 + w_{1p}(x_1) \\ w_2(x_2) &= \bar{C}_1 x_2^3 + \bar{C}_3 x_2 + \bar{C}_4 + w_{2o}(x_2) \end{aligned} \quad (7.17)$$

Από την ισορροπία δυνάμεων κατά την οριζόντια και κατακόρυφη διεύθυνση στον κόμβο B, προκύπτει:

$$\begin{aligned} V_1(1) = -k^2 C_3 = 0 \Rightarrow C_3 = 0 \\ \beta^2 - k^2 + \frac{6\mu}{\rho^2} \bar{C}_1 = 0 \Rightarrow \bar{C}_1 = \frac{\rho^2 (k^2 - \beta^2)}{6\mu} \end{aligned} \quad (7.18)$$

Από τις σχέσεις (7.17) και (7.18), μετά από μαθηματική επεξεργασία, προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\begin{aligned} w_1(x_1) &= C_1 \sin kx_1 + \frac{\pi^2 \alpha_1}{(\pi^2 - k^2)} \sin \pi x_1 \\ w_2(x_2) &= \frac{\rho^2 (k^2 - \beta^2)}{6\mu} x_2^3 + \bar{C}_3 x_2 + \alpha_2 \sin \pi x_2 \end{aligned} \quad (7.19)$$

Οι παραπάνω σχέσεις μετασχηματίζονται από τις εξισώσεις συνέχειας του κόμβου B, ως εξής:

$$C_1 k \cos k - \frac{\pi k^2 \alpha_1}{(\pi^2 - k^2)} - \frac{\rho^2 (k^2 - \beta^2)}{2\mu} - \bar{C}_3 = 0 \quad (7.20)$$

$$-C_1 k^2 \sin k_1 + \rho^2 (k^2 - \beta^2) + \beta^2 \rho e = 0$$

οπότε εξάγονται οι συντελεστές:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\rho [k^2 + \beta^2 (e - 1)]}{k^2 \sin k} \\ \bar{C}_3 &= \frac{\rho [k^2 + \beta^2 (e - 1)]}{k^2 \tan k} - \frac{\pi k^2 \alpha_1}{\pi^2 - k^2} - \frac{\rho^2 (k^2 - \beta^2)}{2\mu} \end{aligned} \quad (7.21)$$

Η μη γραμμική εξίσωση ισορροπίας προκύπτει από την κινηματική συνέχεια στον κόμβο B:

$$\rho w_2(1) = \xi_1(1) \quad (7.22)$$

η οποία λόγω της τρίτης εξίσωσης της σχέσης (7.14) μετασχηματίζεται στην:

$$\xi_1(l) = -\frac{k^2}{\lambda_1^2} - \frac{C_1^2 k^2}{4} \left(1 + \frac{\sin 2k}{2k}\right) - \frac{C_1 \pi^3 k^2 \alpha_1}{(\pi^2 - k^2)^2} \sin k - \frac{\pi^2 k^2 \alpha_1^2}{4(\pi^2 - k^2)^2} (2\pi^2 - k^2) \quad (7.23)$$

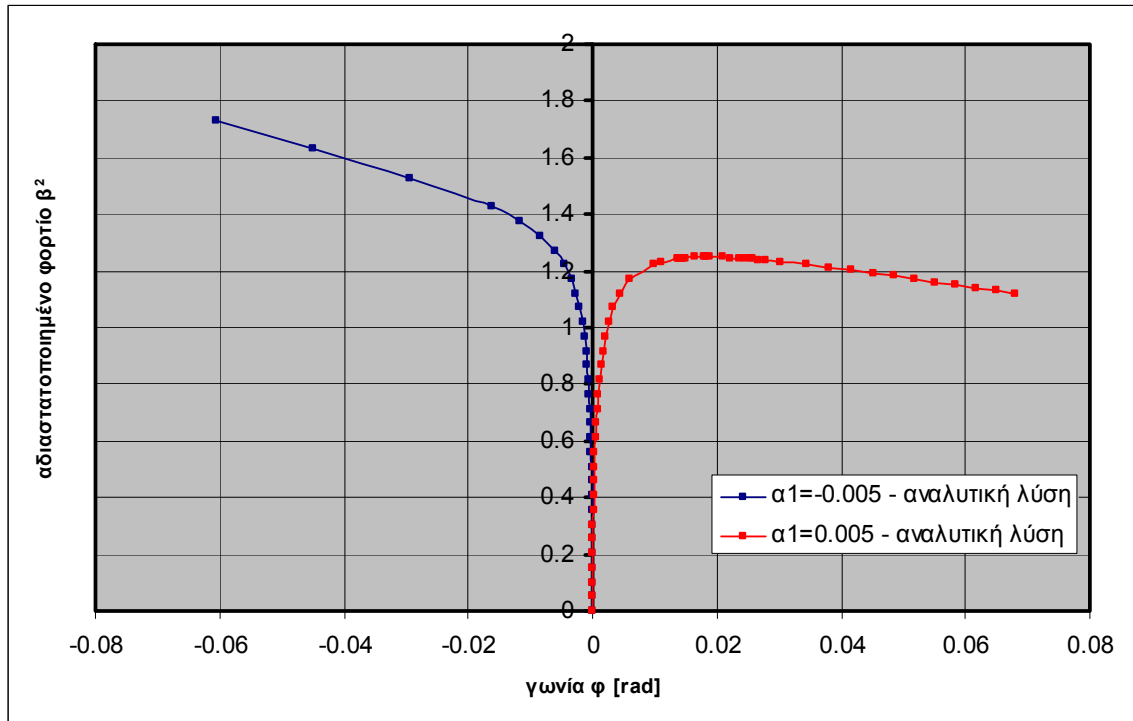
Η εξίσωση (7.22) μετασχηματίζεται χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (7.19), (7.21) και (7.23)

$$\frac{k^2}{\lambda_1^2} + \frac{C_1^2 k^2}{4} \left(1 + \frac{\sin 2k}{2k}\right) + \frac{C_1 \pi^3 k^2 \alpha_1}{(\pi^2 - k^2)^2} \sin k + \frac{\pi^2 k^2 \alpha_1^2}{4(\pi^2 - k^2)^2} (2\pi^2 - k^2) - \rho \left[\frac{\rho^2}{6\mu} (k^2 - \beta^2) + \bar{C}_3 \right] = 0 \quad (7.24)$$

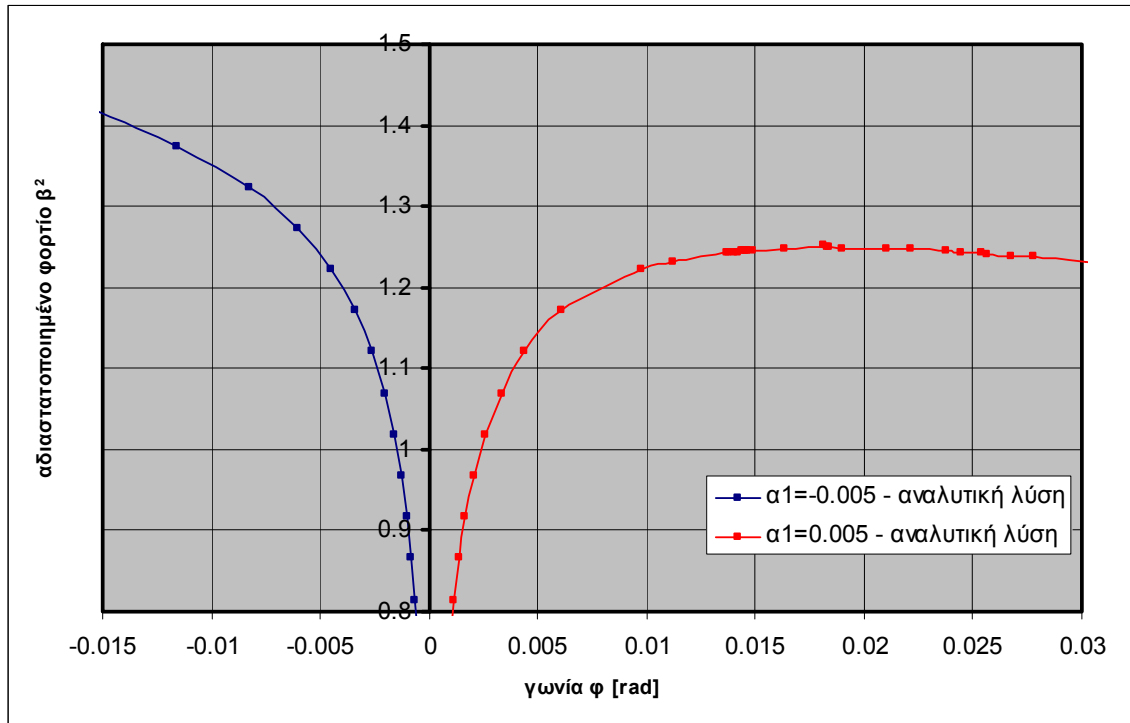
όπου οι συντελεστές C_1 και $\bar{C}_3$ δίνονται από τις εξισώσεις (7.21).

Η μη γραμμική εξίσωση (7.24) μπορεί να λυθεί αριθμητικά ως προς το εξωτερικό φορτίο β^2 , για διάφορες τιμές των k , ρ , μ , e , α_i και λ_i ($i=1,2$). Ο δρόμος ισορροπίας μπορεί να σχεδιαστεί συναρτήσει του φορτίου β^2 και κάποιας χαρακτηριστικής παραμέτρου που περιγράφει την παραμορφωμένη γεωμετρία, όπως $w_1(l)$, $w'_1(l)$ ή $\xi_1(l)$.

Στα σχήματα 7.7 και 7.8 παρουσιάζονται χαρακτηριστικοί δρόμοι ισορροπίας ($\beta^2 - \varphi = w'_1(l)$) για το υπό εξέταση πλαίσιο με $\rho=\mu=1$, $\lambda_1=80$ και $e=0$, για μία θετική και μία αρνητική τιμή του εύρους ατέλειας α_1 (0.005, -0.005). Οι δρόμοι αυτοί ταυτίζονται, προφανώς, με τους αντίστοιχους από την εργασία των Ioannidis et al. (2005).



Σχήμα 7.7 Δρόμοι ισορροπίας για το υπό εξέταση πλαίσιο με $\rho=\mu=1$, $\lambda_1=80$ και $e=0$



Σχήμα 7.8 Δρόμοι ισορροπίας για το υπό εξέταση πλαίσιο με $\rho=\mu=1$, $\lambda_1=80$ και $e=0$ (λεπτομέρεια)

Παρατηρείται ότι για θετικές τιμές της ατέλειας το ατελές πλαίσιο αστοχεί μέσω οριακού σημείου, ενώ για αρνητικές τιμές της ατέλειας ο μεταλυγισμικός δρόμος ισορροπίας είναι ευσταθής δίνοντας περιθώρια επιπλέον αντοχής στο πλαίσιο.

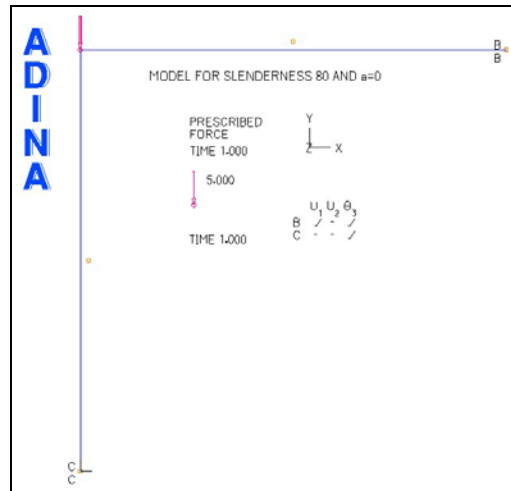
7.3.2 Αριθμητικές λύσεις – Ελαστική μη γραμμική ανάλυση

Για να διαπιστωθεί η δυνατότητα επίλυσης του προβλήματος της ενότητας 7.3.1 με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων, καταστρώθηκε στο λογισμικό adina προσομοίωμα του πλαισίου του σχήματος 7.6, θεωρώντας:

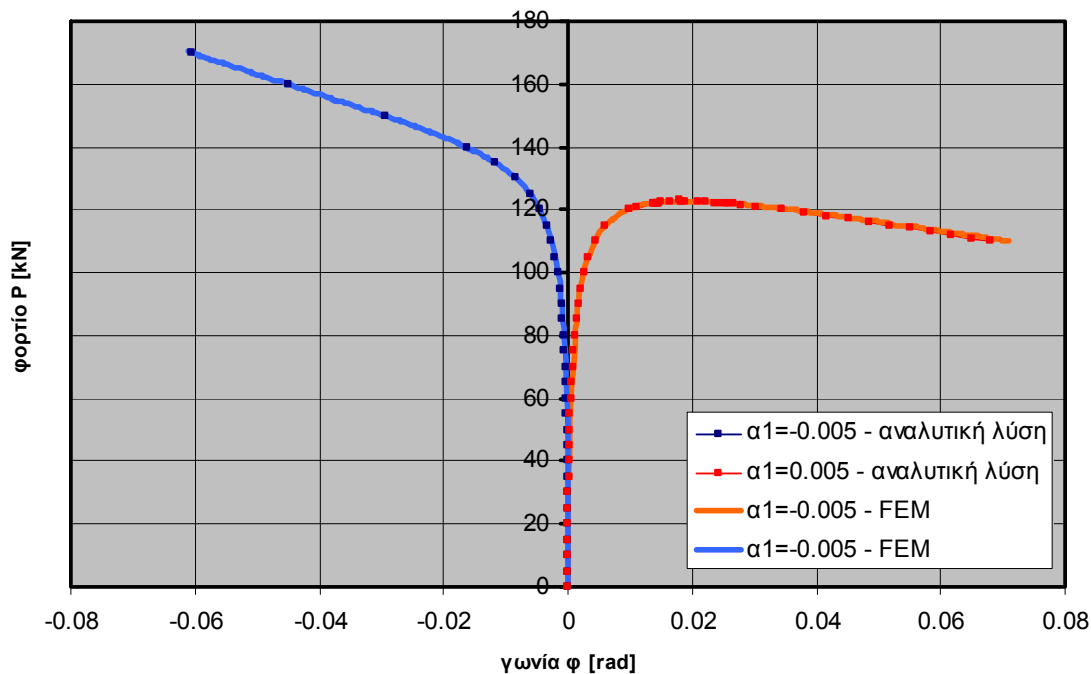
Διαστάσεις μελών:	$I_1=I_2=5.00\text{m}$
Μέτρο ελαστικότητας:	$E=210000\text{MPa}$
Σωληνωτή διατομή με	
διάμετρο	$D=182\text{mm}$
πάχος	$t=5.3\text{mm}$
και επομένως	
εμβαδόν διατομής	$A=29.42\text{cm}^2$
ροπή αδράνειας	$I=1149.3\text{cm}^4$
ακτίνα αδράνειας	$i=6.25\text{cm}$
Λυγηρότητα μελών	$\lambda_1=\lambda_2=l/i=80$
Ατέλειες	$\alpha_1=\alpha_2=2.5\text{cm}$
επομένως	$a_1=a_2=0.005$

Το προσομοίωμα παρουσιάζεται στο σχήμα 7.9. Πραγματοποιήθηκε ελαστική, μη γραμμική ανάλυση κατά βήματα, με επίλυση των μη γραμμικών εξισώσεων σύμφωνα με

τη μέθοδο «μήκους-τόξου» (arc-length) (Bathe & Dvorkin 1983), η οποία παρέχει τη δυνατότητα υπέρβασης οριακών σημείων και καταγραφής καθοδικών κλάδων δρόμων ισορροπίας. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο σχήμα 7.10, όπου και συγκρίνονται με την ακριβή αναλυτική λύση (εξίσωση 7.24, σχήμα 7.7), με την οποία παρουσιάζουν πολύ καλή συμφωνία. Στο σχήμα 7.10 οι καμπύλες που αντιπροσωπεύουν τις αναλυτικές λύσεις είναι οι ίδιες του σχήματος 7.7, τα φορτία όμως δεν είναι πλέον αδιασταστοποιημένα αλλά έχουν πολλαπλασιαστεί με EI/l^2 , σύμφωνα με τη σχέση (7.12).



Σχήμα 7.9 Προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων



Σχήμα 7.10 Σύγκριση ακριβούς αναλυτικής λύσης και προσεγγιστικών αποτελεσμάτων αναλύσεων πεπερασμένων στοιχείων

7.3.3 Ελαστικά κρίσιμα φορτία λυγισμού

Όπως είναι γνωστό, η αντοχή μελών υπό θλίψη, ή υπό συνδυασμό θλίψης και άλλων εντατικών μεγεθών, εξαρτάται από την διατομή, τις συνοριακές συνθήκες, το μήκος και το υλικό του μέλους, επηρεαζόμενη επίσης από τις αρχικές ατέλειες και τις παραμένουσες τάσεις. Κατά τον υπολογισμό αυτής της αντοχής σύμφωνα με όλες τις σύγχρονες κανονιστικές διατάξεις γίνεται διαχωρισμός αυτών των παραμέτρων, ως εξής:

- Το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού του τέλειου φορέα χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της λυγηρότητας.
- Για αυτή την τιμή της λυγηρότητας υπολογίζεται ο μειωτικός συντελεστής λυγισμού, με χρήση των καμπυλών λυγισμού, οι οποίες βασίζονται σε πειραματικά δεδομένα και ενσωματώνουν τις επιρροές αρχικών ατελειών, παραμενουσών τάσεων και αλληλεπίδρασης λυγισμού και διαρροής του υλικού.
- Η αντοχή προκύπτει πολλαπλασιάζοντας την αξονική αντοχή της διατομής με αυτόν τον μειωτικό συντελεστή.

Από τα παραπάνω βήματα, στόχος των αρχικών κεφαλαίων της διατριβής είναι να συμβάλει στο πρώτο, μέσω βελτίωσης της ακρίβειας υπολογισμού του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων που ανήκουν σε πολυώροφα μεταλλικά πλαίσια. Για να είναι συμβατή με τις καμπύλες λυγισμού που χρησιμοποιούνται στο δεύτερο από τα παραπάνω βήματα, η προτεινόμενη διαδικασία:

- Είναι γραμμική.
- Δεν λαμβάνει υπόψη αρχικές ατέλειες (αφού αυτές λαμβάνονται υπόψη κατά τον υπολογισμό του μειωτικού συντελεστή μέσω των καμπυλών λυγισμού).
- Δεν λαμβάνει υπόψη την αξονική βράχυνση των θλιβομένων μελών.

Οι τρεις αυτοί περιορισμοί είναι αποδεκτοί σε συνήθη πολυώροφα πλαίσια. Σε πλαίσια όμως σχήματος Γ με κυλιόμενο το άκρο του ζυγώματος, λόγω αυτών των περιορισμών δεν είναι δυνατόν να προβλεφθεί, μέσω της προτεινόμενης μεθόδου, η εξάρτηση της συμπεριφοράς από τη φορά της αρχικής ατέλειας.

Δεδομένου ότι η αντοχή που υπολογίζεται σύμφωνα με όλες τις σύγχρονες κανονιστικές διατάξεις δεν λαμβάνει υπόψη της τη φορά της ατέλειας, όπως ήδη έχει αναφερθεί παραπάνω, η οποία όμως, όπως προκύπτει από τα σχήματα 7.7, 7.8 και 7.10, επηρεάζει καθοριστικά την συμπεριφορά, έχει ενδιαφέρον η σύγκριση αυτών των αποτελεσμάτων με τα προβλεπόμενα από τον Ευρωκώδικα 3, καθώς και με τα προβλεπόμενα με χρήση της μεθόδου που προτείνεται στα αρχικά κεφάλαια της παρούσας διατριβής.

Κατά τον Ευρωκώδικα 3, ο συντελεστής κατανομής στη βάση του υποστυλώματος έχει, λόγω της αρθρωτής στήριξης τιμή $\eta_1=1$, ενώ στην κορυφή του είναι

$$n_2 = \frac{I/1}{I/1 + 0.75I/1} = 0.57 \quad (7.25)$$

όπου ο συντελεστής 0.75 οφείλεται στην ελευθερία στροφής του μέλους ΒΓ στο άκρο Γ. Τότε, ο συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού είναι:

$$K = \left(\frac{1 - 0.2(n_1 + n_2) - 0.12n_1n_2}{1 - 0.8(n_1 + n_2) + 0.6n_1n_2} \right) = 2.683 \quad (7.26)$$

Και το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(K \cdot l)^2} = 132.34 \text{ kN} \quad (7.27)$$

Εναλλακτικά, το ισοδύναμο μήκος λυγισμού μπορεί να υπολογιστεί κατά τα προτεινόμενα στην παρούσα διατριβή. Η δοκός ΒΓ αντικαθίσταται από στροφικό ελατήριο με σταθερά:

$$c_{BG} = 3\bar{c}_{BG} = \frac{3EI}{l} \quad (7.28)$$

Οι αδιαστατοποιημένες σταθερές των στροφικών ελατηρίων βάσης και κορυφής είναι:

$$z_b = 0, \quad z_t = \frac{4EI/l}{4EI/l + 3EI/l} = \frac{4}{7} = 0.5714 \quad (7.29)$$

Οπότε, από την εξίσωση (2.32) ή γραφικά από το σχήμα 2.8 προκύπτει:

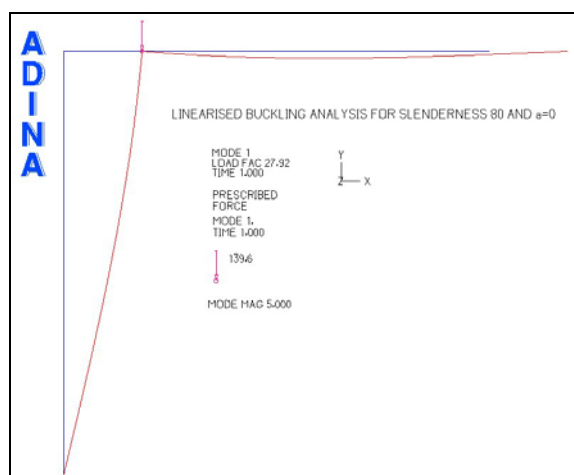
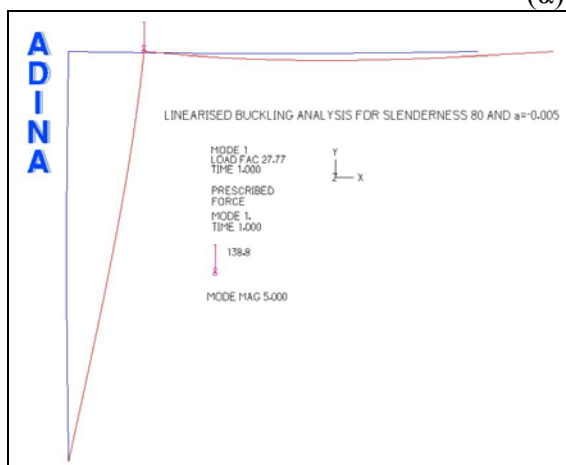
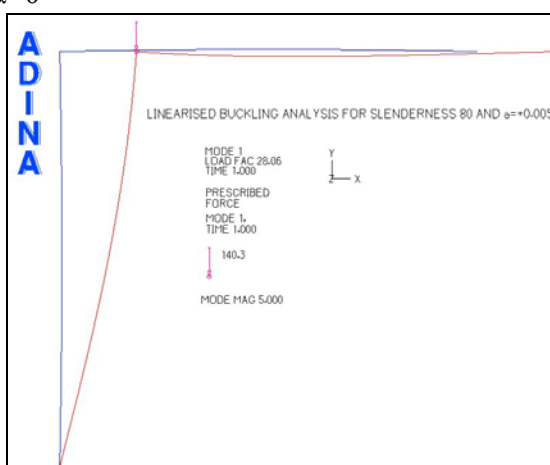
$$K = 2.634 \quad (7.30)$$

Και το αντίστοιχο ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(K \cdot l)^2} = 137.34 \text{ kN} \quad (7.31)$$

Τέλος, από γραμμική ανάλυση λυγισμού με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων προκύπτει η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού που απεικονίζεται στο σχήμα 7.11, η οποία παρατηρούμε ότι εξαρτάται από την τιμή και το πρόσημο της αρχικής ατέλειας. Τα ελαστικά κρίσιμα φορτία λυγισμού είναι ίσα προς 138.8kN, 139.6kN και 140.3kN, για αρχική ατέλεια $a = -0.005$, $a = 0$ και $a = +0.005$, αντίστοιχα. Στον Πίνακα 7.1 συνοψίζονται τα ελαστικά κρίσιμα φορτία λυγισμού από τις διάφορες εναλλακτικές γραμμικές αναλύσεις. Παρατηρείται ότι το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού που υπολογίζεται με την μέθοδο που προτείνεται στην παρούσα διατριβή είναι σε καλύτερη σύγκλιση με τα αριθμητικά αποτελέσματα από εκείνο που προτείνει ο Ευρωκώδικας 3. Όμως και οι δύο προσεγγιστικές γραμμικές μέθοδοι αδυνατούν να προβλέψουν την εξάρτηση του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού από την τιμή και το πρόσημο της ατέλειας.

Στους πίνακες 7.2 και 7.3 γίνεται σύγκριση του συντελεστή ισοδυνάμου μήκους λυγισμού που προκύπτει από την μέθοδο του Καθηγητή Α. Κουνάδη (Kounadis 1985, 1988 και Ioannidis et al. 2005) με τον αντίστοιχο συντελεστή από την μέθοδο που προτείνεται στην παρούσα διατριβή, για το πλαίσιο μορφής Γ του σχήματος 7.6. Η πρώτη μέθοδος θεωρείται ακριβής αφού προβλέπει με ακρίβεια το ελαστικό κρίσιμο φορτίο (μέσω οριακού σημείου), λαμβάνοντας υπόψη εκτός από τη μη γραμμικότητα και τις επιρροές λόγω αξονικής βράχυνσης του υποστυλώματος και ατελειών.

(α) $\alpha=0$ (β) $\alpha=-0.005$ (γ) $\alpha=+0.005$

Σχήμα 7.11 Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού από ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων για διάφορες τιμές αρχικών ατελειών

Ευρωκώδικας 3	Διατριβή	Γραμμικές αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων		
		$a=-0.005$	$a=0$	$a=+0.005$
132.34kN	137.34kN	138.8kN	139.6kN	140.3kN

Πίνακας 7.1 Σύγκριση ελαστικών κρίσιμων φορτίων λυγισμού

Τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων δεν είναι άμεσα συγκρίσιμα, αφού οι στόχοι των δύο τύπων αναλύσεων είναι διαφορετικοί. Στη μεν μία προτείνεται μία ακριβής μη-γραμμική μέθοδος υπολογισμού του ελαστικού κρίσιμου φορτίου, ενώ η άλλη εστιάζει στην βελτίωση της μεθοδολογίας υπολογισμού της αντοχής κατά τις κανονιστικές διατάξεις, επομένως πρέπει να είναι συμβατή με τις χρησιμοποιούμενες καμπύλες λυγισμού που κάνουν χρήση της λυγηρότητας του τέλειου φορέα, υπολογιζόμενης μέσω γραμμικών αναλύσεων. Όπως ήταν αναμενόμενο, υπάρχουν αποκλίσεις μεταξύ των αποτελεσμάτων γραμμικών αναλύσεων τέλειου φορέα και μη γραμμικών αναλύσεων ατελούς φορέα. Οι αποκλίσεις είναι μικρότερες για δύσκαμπτα θλιβόμενα μέλη (μεγάλες τιμές του συντελεστή ρ και μικρές τιμές του συντελεστή μ). Αυτό συμβαίνει διότι σε αυτές τις

περιπτώσεις η αξονική βράχυνση του μέλους είναι σχετικά μικρή και επηρεάζει λιγότερο τη συμπεριφορά του πλαισίου και το κρίσιμο φορτίο του.

λ_1	$\rho = I_2/I_1$	Μη-γραμμική (Kounadis 1985, 1988 και Ioannidis et al. 2005)	Απλοποιημένη μη-γραμμική (Kounadis 1985, 1988 και Ioannidis et al. 2005)	Γραμμική (παρούσα διατριβή)
		β_{cr}^2	β_{cr}^2	β_{cr}^2
40	0,25	1,515997	1,602739	2,10397
	1	1,324893	1,341898	1,42196
	4	0,588045	0,589311	0,594995
80	0,25	1,784471	1,837117	2,10397
	1	1,372494	1,381363	1,42196
	4	0,591509	0,592115	0,594995
120	0,25	1,88490	1,922326	2,10397
	1	1,388771	1,394768	1,42196
	4	0,592669	0,593094	0,594995

Πίνακας 7.2 Κρίσιμα φορτία για $e=0$, $\mu=I_2/I_1=1$ και διάφορες τιμές του λ_1, ρ

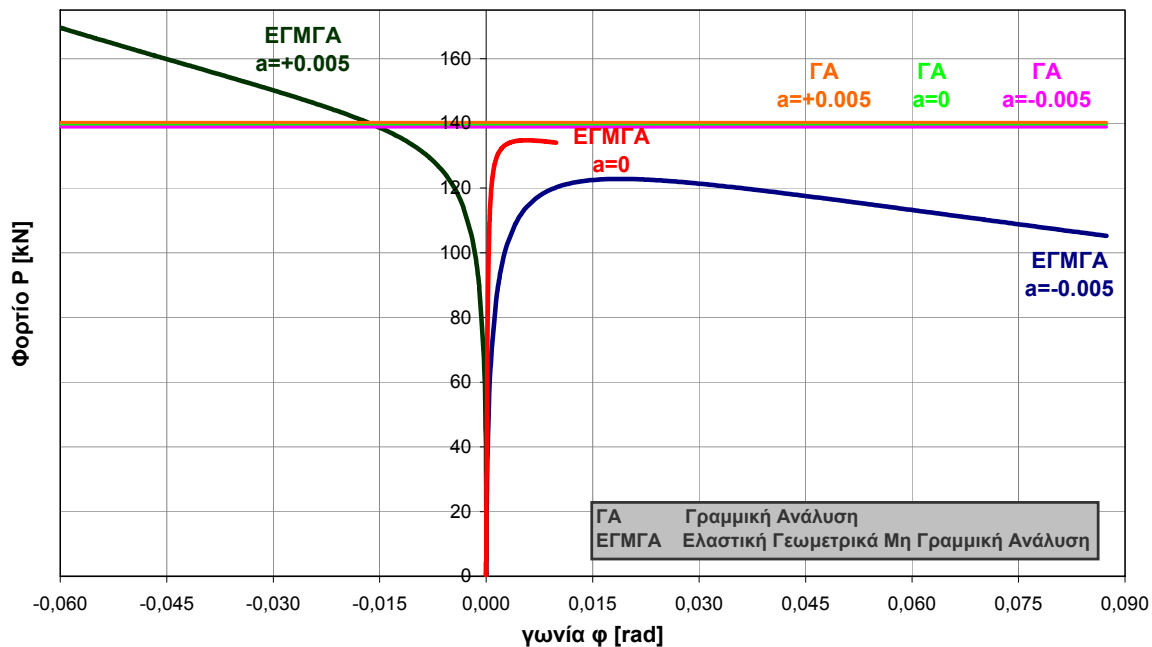
λ_1	$\mu = I_2/I_1$		Μη-γραμμική (από Kounadis 1985, 1988 και Ioannidis et al. 2005) $e=-0.0025$	Απλοποιημένη μη-γραμμική (Kounadis 1985, 1988 και Ioannidis et al. 2005) $e=-0.0025$	Γραμμική (παρούσα διατριβή) $e=0$
		$\rho = I_2/I_1$	β_{cr}^2	β_{cr}^2	β_{cr}^2
40	0,25	0,25	1,061199	1,115313	1,42196
		1	0,528720	0,539914	0,594995
		4	0,156682	0,160013	0,176347
	1	0,25	1,507664	1,594774	2,10397
		1	1,274888	1,299690	1,42196
		4	0,533506	0,543951	0,594995
	4	0,25	1,678081	1,778206	2,36776
		1	1,908792	1,941694	2,10397
		4	1,306336	1,326082	1,42196
80	0,25	0,25	1,206883	1,241992	1,42196
		1	0,532514	0,543115	0,594995
		4	0,156702	0,160030	0,176347
	1	0,25	1,768803	1,823054	2,10397
		1	1,299279	1,320175	1,42196
		4	0,533758	0,544163	0,594995
	4	0,25	1,987179	2,048679	2,36776
		1	1,971302	1,993890	2,10397
		4	1,308182	1,327624	1,42196

Πίνακας 7.3 Κρίσιμα φορτία για διάφορες τιμές του λ_1, μ ($e=-0.0025$ για τις μη γραμμικές μεθόδους, αλλά $e=0$ για την γραμμική μέθοδο)

$$\text{όπου: } \lambda_1^2 = \frac{A_1 I_1^2}{I_1}, \quad \beta_{cr}^2 = \frac{P_{cr} I_1^2}{EI_1}$$

Από τις αποκλίσεις των πινάκων 7.2 και 7.3 αναδεικνύονται περιορισμοί στη δυνατότητα χρήσης της προτεινόμενης μεθόδου, αλλά και γενικότερα μεθόδων γραμμικών αναλύσεων λυγισμού, για τον προσδιορισμό ελαστικών φορτίων αστοχίας πλαισιακών φορέων. Σε πλαίσια για τα οποία η φορά των ατελειών και η αξονική βράχυνση επηρεάζουν την απόκριση είναι απαραίτητη η εκτέλεση μη γραμμικών αναλύσεων.

Στο σχήμα 7.12 παρουσιάζεται η σύγκριση των αποτελεσμάτων της ελαστικής μη γραμμικής ανάλυσης και των ελαστικών κρίσιμων φορτίων λυγισμού για τις δύο προαναφερθείσες περιπτώσεις αρχικών ατελειών ($a=-0.005$ και $a=+0.005$), καθώς και για την περίπτωση τέλει φορέα. Για τον τέλει φορέα τα αποτελέσματα των αριθμητικών αναλύσεων συμφωνούν και πάλι με τις αναλυτικές λύσεις (Ioannidis et al. 2005) και η συμπεριφορά χαρακτηρίζεται από οριακό σημείο και όχι σημείο διακλάδωσης, λόγω της επιρροής των αξονικών παραμορφώσεων του υποστυλώματος. Παρατηρείται επίσης και γραφικά ότι τα ελαστικά κρίσιμα φορτία λυγισμού υπερεκτιμούν το οριακό φορτίο για τις περιπτώσεις τέλει φορέα ή αρνητικής αρχικής ατέλειας, ενώ υποεκτιμούν την απόκριση στην περίπτωση της θετικής ατέλειας $a=+0.005$.



Σχήμα 7.12 Σύγκριση αποτελεσμάτων ελαστικής μη γραμμικής ανάλυσης και ελαστικών κρίσιμων φορτίων λυγισμού

Υπενθυμίζεται ότι τα παραπάνω πολύ ενδιαφέροντα συμπεράσματα έχουν προκύψει για ελαστική συμπεριφορά του υλικού. Στην επόμενη ενότητα διερευνάται η μη γραμμική απόκριση όταν λαμβάνεται υπόψη και η ανελαστική συμπεριφορά του υλικού.

7.3.4 Αριθμητικές λύσεις – Ανελαστική ανάλυση με γεωμετρική μη γραμμικότητα

Δεδομένου ότι σε ένα πραγματικό πλαίσιο από χάλυβα η οριακή αντοχή εξαρτάται και από τα περιθώρια του υλικού, στην επόμενη ενότητα επιχειρούνται ανελαστικές αναλύσεις με γεωμετρική μη γραμμικότητα, τα αποτελέσματα των οποίων συγκρίνονται με τις κανονιστικές αντοχές κατά τον Ευρωκώδικα 3. Για τον σκοπό αυτό κρίνεται σκόπιμο να χρησιμοποιηθούν μεγέθη ατέλειας α ίσα με τα προτεινόμενα στον Ευρωκώδικα 3, ώστε να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα. Υπενθυμίζεται ότι για τις Ευρωπαϊκές καμπύλες λυγισμού προτείνεται μέγεθος ατελειών:

$$\alpha = \frac{W_{el}}{A} a (\bar{\lambda} - 0.2) \quad (7.32)$$

όπου W_{el} η ελαστική ροπή αντίστασης και A το εμβαδόν της διατομής, a ο συντελεστής ατελειών, λαμβανόμενος ίσος προς 0.21 (καμπύλη λυγισμού a) για κοίλες κυκλικές διατομές θερμής ελάσεως, και $\bar{\lambda}$ η ανηγμένη λυγηρότητα, υπολογιζόμενη από τη σχέση:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{P_{cr}}} \quad (7.33)$$

Στην σχέση (7.33) f_y είναι το όριο διαρροής που στις επόμενες αναλύσεις λαμβάνεται ίσο με 235MPa, χαρακτηριστικό του κοινού χάλυβα S235. Το υλικό προσομοιώνεται στις αριθμητικές αναλύσεις ως ελαστικό-απολύτως πλαστικό, αμελώντας υπέρ της ασφαλείας την κράτυνση του χάλυβα.

Για να πιστοποιηθεί η αξιοπιστία του λογισμικού adina για ανελαστικές αναλύσεις με γεωμετρική μη γραμμικότητα, διεξάγονται αρχικά τέτοιες αναλύσεις για αμφιαρθρωτά υποστυλώματα. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με τις αντοχές που υπολογίζονται κατά τον Ευρωκώδικα 3, τα οποία για αυτές τις απλές συνοριακές συνθήκες κρίνονται ως αξιόπιστα, δεδομένου ότι έχουν πιστοποιηθεί επαρκώς από πειραματικά αποτελέσματα. Υπενθυμίζεται ότι η αντοχή κατά Ευρωκώδικα 3 δίνεται από τη σχέση:

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot f_y \quad (7.34)$$

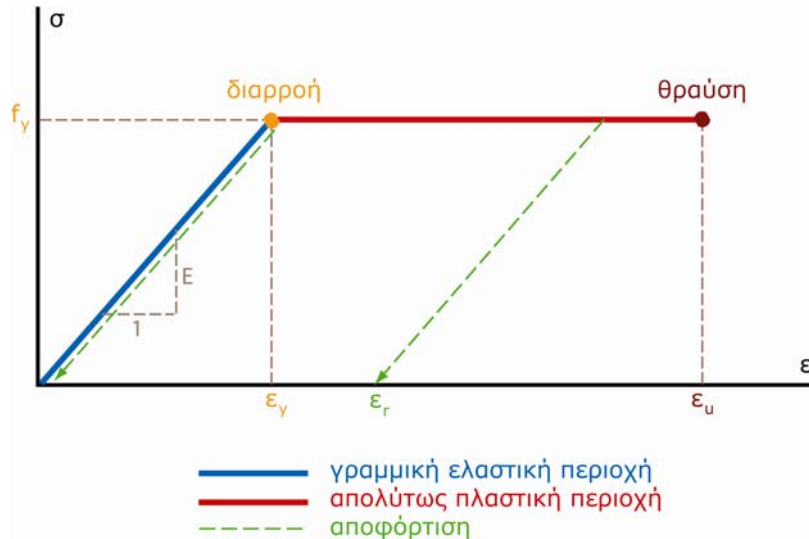
όπου χ ο μειωτικός συντελεστής λυγισμού:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}}, \quad \Phi = 0.5 \left[1 + 0.21 (\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2 \right] \quad (7.35)$$

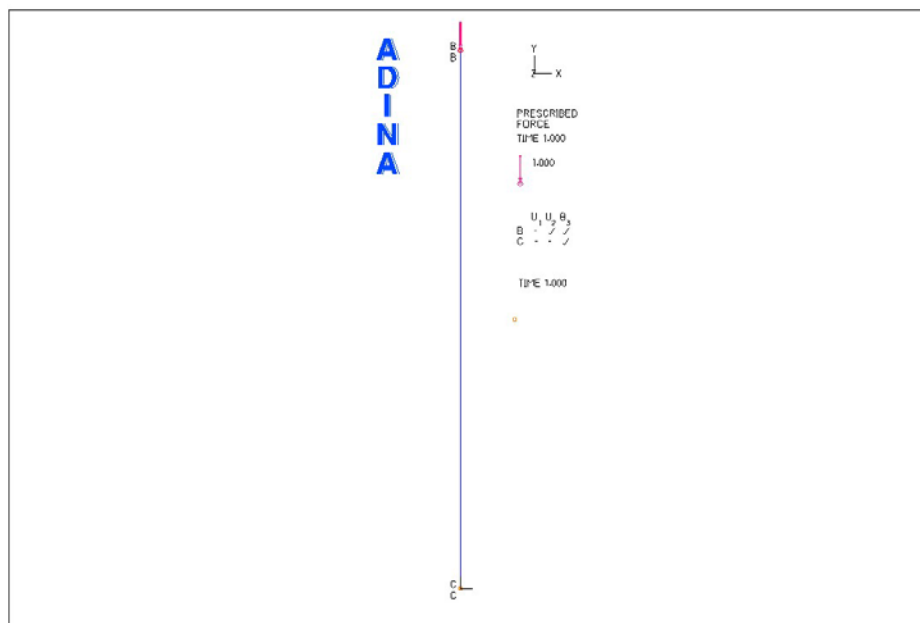
Όπως προαναφέρθηκε, το υλικό προσομοιώνεται ως ελαστικό-απολύτως πλαστικό, δηλαδή έχει την σχέση τάσεων σ – ανηγμένων παραμορφώσεων ϵ που απεικονίζεται στο σχήμα 7.13. Για την ανίχνευση διαρροής στις διάφορες θέσεις κάθε διατομής χρησιμοποιείται αριθμητική ολοκλήρωση τύπου Newton-Cotes με τρία σημεία

ολοκλήρωσης κατά την έννοια του πάχους και οκτώ κατά την έννοια της περιφέρειας (Bathe et al. 1980).

Παρουσιάζονται στη συνέχεια τα αποτελέσματα για δύο αμφιαρθρωτά υποστυλώματα, με λυγηρότητες $\lambda=40$ και $\lambda=80$. Η γεωμετρία του αριθμητικού προσομοιώματος είναι κοινή και για τις δύο λυγηρότητες, δεδομένου ότι αλλάζει μόνον η διατομή, και απεικονίζεται στο σχήμα 7.14. Τα στοιχεία των διατομών που χρησιμοποιούνται στις δύο περιπτώσεις, καθώς και τα αποτελέσματα των αντίστοιχων αναλύσεων παρουσιάζονται αναλυτικά στη συνέχεια.



Σχήμα 7.13 Ελαστικό-απολύτως πλαστικό υλικό

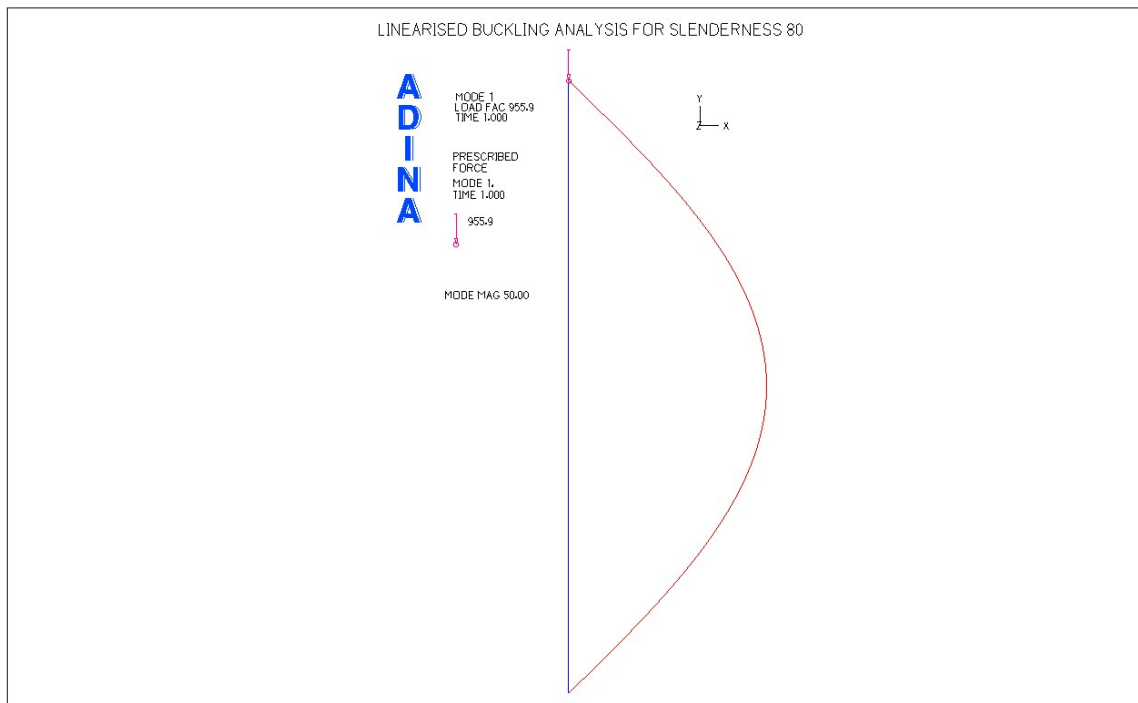


Σχήμα 7.14 Αριθμητικό προσομοίωμα αμφιαρθρωτού υποστυλώματος

Αμφιαρθρωτό υποστυλώμα λυγηρότητας $\lambda=80$

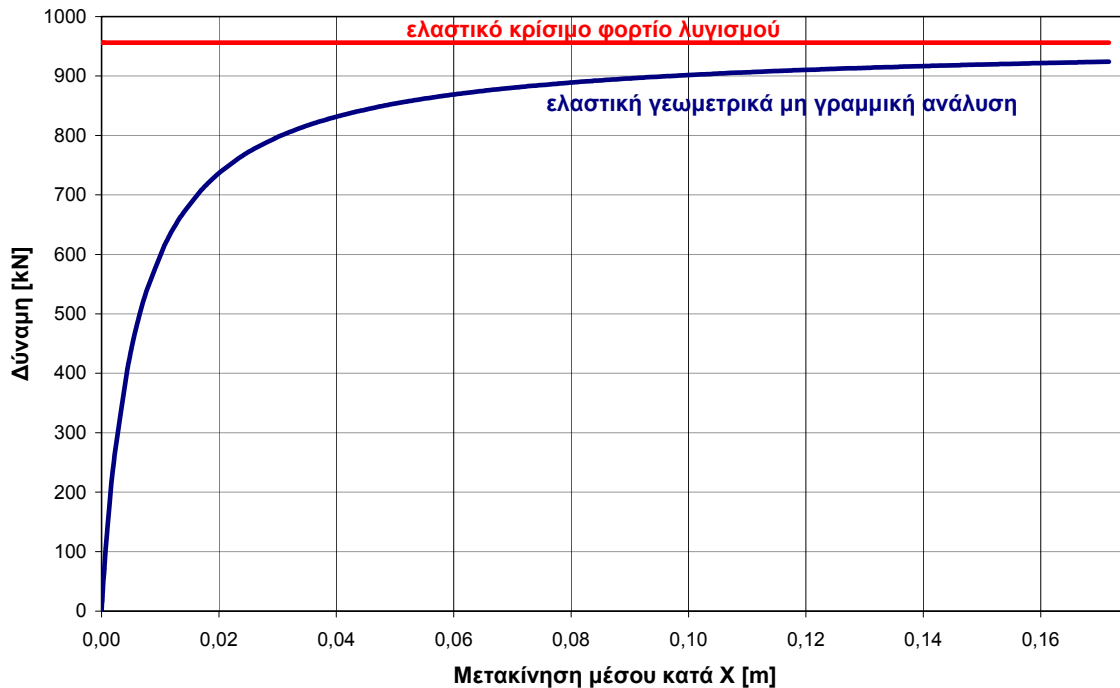
Μήκος:	$l=5.00\text{m}$
Μέτρο ελαστικότητας:	$E=210000\text{MPa}$
Όριο διαρροής:	$f_y=235\text{MPa}$
Κοίλη κυκλική διατομή με	
διάμετρο	$D=182\text{mm}$
πάχος	$t=5.3\text{mm}$
και επομένως	
εμβαδόν διατομής	$A=29.42\text{cm}^2$
ροπή αδράνειας	$I=1149.3\text{cm}^4$
ακτίνα αδράνειας	$i=6.25\text{cm}$
Λυγηρότητα	$\lambda=l/i=80$
Ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού	$P_{cr}=l/i=952.83\text{kN}$
Ανηγμένη λυγηρότητα	$\bar{\lambda}=0.852$
Μειωτικός συντελεστής λυγισμού	$\chi=0.7648$ (καμπύλη a)
Εύρος ατέλειας	$\alpha=0.59\text{cm}$
Αντοχή	$N_{b,Rd}=528.77\text{kN}$

Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του υποστυλώματος παρουσιάζεται στο σχήμα 7.15 και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι 955.90kN, δηλαδή πολύ κοντά στην αναλυτική λύση (απόκλιση 0.3%). Για την αιτιολόγηση της διαφοράς επισημαίνεται ότι στην αριθμητική ανάλυση λαμβάνονται υπόψη και αξονικές παραμορφώσεις, οι οποίες έχουν αμεληθεί κατά τον αναλυτικό υπολογισμό του φορτίου Euler.



Σχήμα 7.15 Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού αμφιαρθρωτού υποστυλώματος λυγηρότητας $\lambda=80$

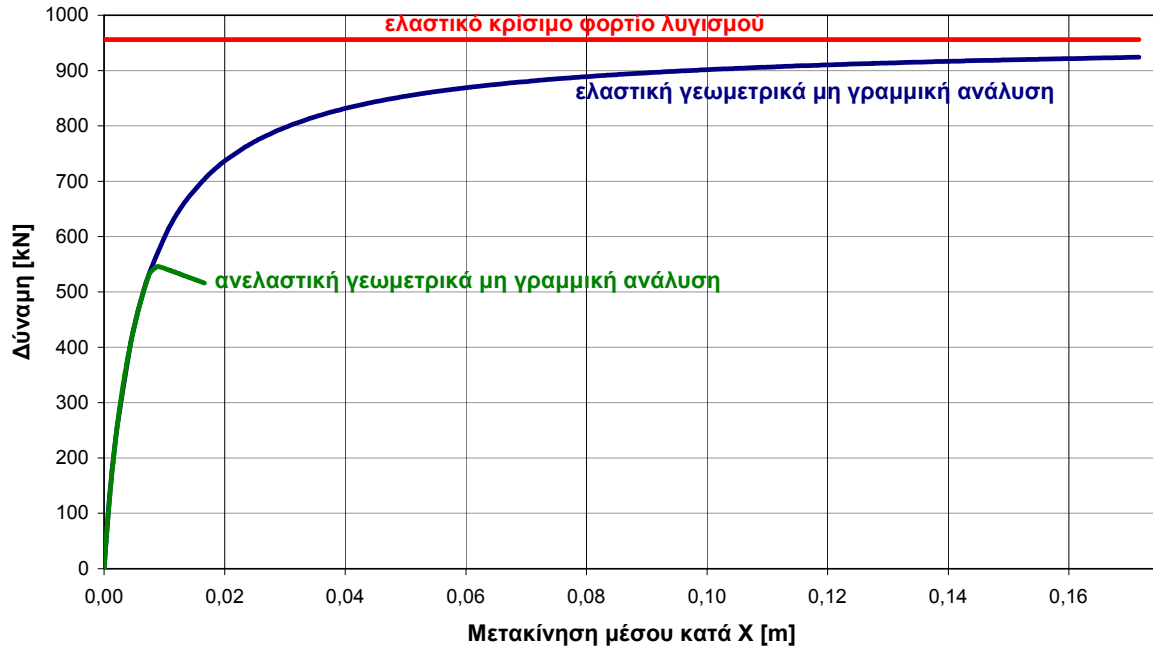
Στο σχήμα 7.16 απεικονίζεται ο δρόμος ισορροπίας του υποστυλώματος από ελαστική μη γραμμική ανάλυση για αρχική ατέλεια ίση με την προβλεπόμενη από τον Ευρωκώδικα 3. Είναι εμφανής η έντονη μείωση της δυσκαμψίας για φορτία περί το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού.



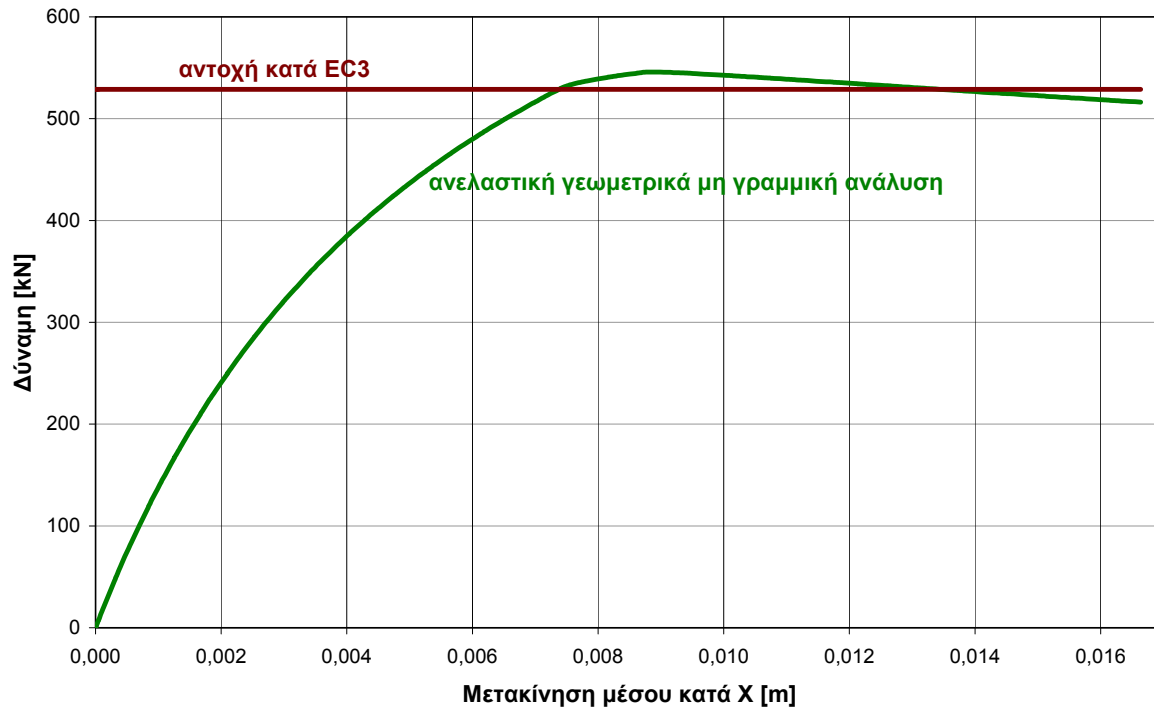
Σχήμα 7.16 Δρόμος ισορροπίας αμφιαρθρωτού υποστυλώματος λυγηρότητας $\lambda=80$ από ελαστική μη γραμμική ανάλυση

Στο σχήμα 7.17 απεικονίζεται ο δρόμος ισορροπίας του υποστυλώματος από ανελαστική ανάλυση με γεωμετρική μη γραμμικότητα για αρχική ατέλεια ίση με την προβλεπόμενη από τον Ευρωκώδικα 3, σε σύγκριση με το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού και με τον αντίστοιχο ελαστικό δρόμο. Παρατηρείται ότι οι δύο δρόμοι συμπίπτουν όσο το υλικό παραμένει στην ελαστική περιοχή, στη συνέχεια όμως ο δρόμος της ανελαστικής ανάλυσης παρουσιάζει γρήγορη μείωση δυσκαμψίας, οριακό σημείο και καθοδικό κλάδο.

Τέλος στο σχήμα 7.18 απεικονίζεται ο δρόμος ισορροπίας του υποστυλώματος από ανελαστική ανάλυση με γεωμετρική μη γραμμικότητα, σε σύγκριση με την αντοχή κατά Ευρωκώδικα 3. Παρατηρείται πολύ καλή συμφωνία της κανονιστικής και της υπολογιστικής αντοχής (απόκλιση 3.1%).



Σχήμα 7.17 Δρόμοι ισορροπίας αμφιαρθρωτού υποστυλώματος λυγηρότητας $\lambda=80$ από ελαστική και ανελαστική ανάλυση με γεωμετρική μη γραμμικότητα

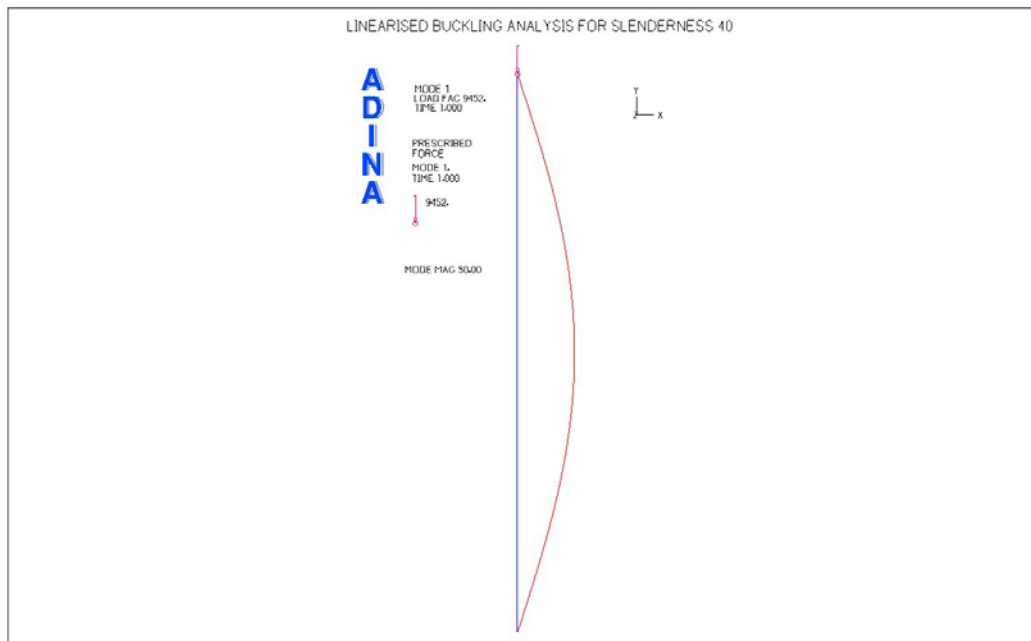


Σχήμα 7.18 Δρόμος ισορροπίας αμφιαρθρωτού υποστυλώματος λυγηρότητας $\lambda=80$ από ανελαστική ανάλυση με γεωμετρική μη γραμμικότητα και αντοχή κατά Ευρωκώδικα 3

Αμφιαρθρωτό υποστυλώμα λυγηρότητας $\lambda=40$

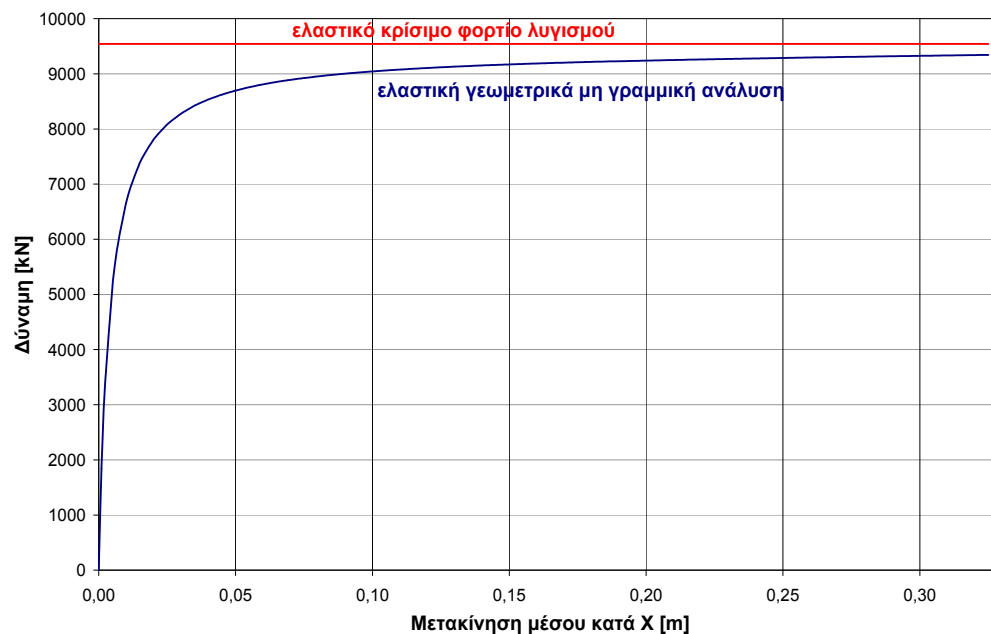
Μήκος:	$l=5.00\text{m}$
Μέτρο ελαστικότητας:	$E=210000\text{MPa}$
Όριο διαρροής:	$f_y=235\text{MPa}$
Κοίλη κυκλική διατομή με	
διάμετρο	$D=360\text{mm}$
πάχος	$t=6.5\text{mm}$
και επομένως	
εμβαδόν διατομής	$A=72.19\text{cm}^2$
ροπή αδράνειας	$I=11279.5\text{cm}^4$
ακτίνα αδράνειας	$i=12.5\text{cm}$
Λυγηρότητα	$\lambda=l/i=40$
Ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού	$P_{cr}=l/i=9351.2\text{kN}$
Ανηγμένη λυγηρότητα	$\bar{\lambda}=0.426$
Μειωτικός συντελεστής λυγισμού	$\chi=0.9458$ (καμπύλη a)
Εύρος ατέλειας	$\alpha=0.41\text{cm}$
Αντοχή	$N_{b,Rd}=1604.48\text{kN}$

Η πρώτη ιδιομορφή λυγισμού του υποστυλώματος παρουσιάζεται στο σχήμα 7.19 και το αντίστοιχο κρίσιμο φορτίο λυγισμού είναι 9452kN, δηλαδή πολύ κοντά στην αναλυτική λύση (απόκλιση 1.1%).



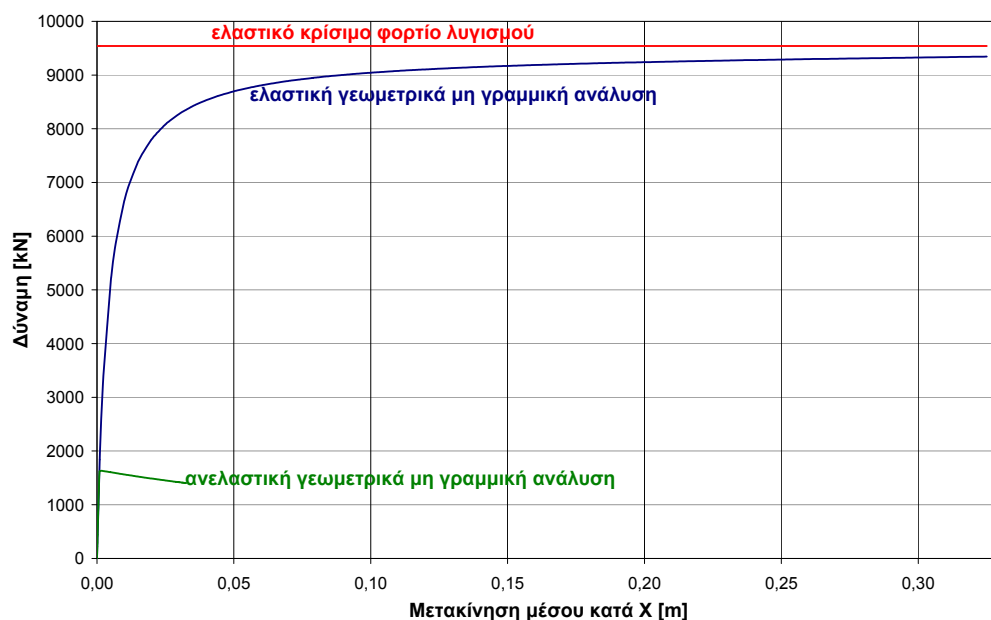
Σχήμα 7.19 Πρώτη ιδιομορφή λυγισμού αμφιαρθρωτού υποστυλώματος λυγηρότητας $\lambda=40$

Στο σχήμα 7.20 απεικονίζεται ο δρόμος ισορροπίας του υποστυλώματος από ελαστική μη γραμμική ανάλυση για αρχική ατέλεια ίση με την προβλεπόμενη από τον Ευρωκώδικα 3. Η συμπεριφορά είναι παρόμοια όπως στην περίπτωση της λυγηρότητας 80.



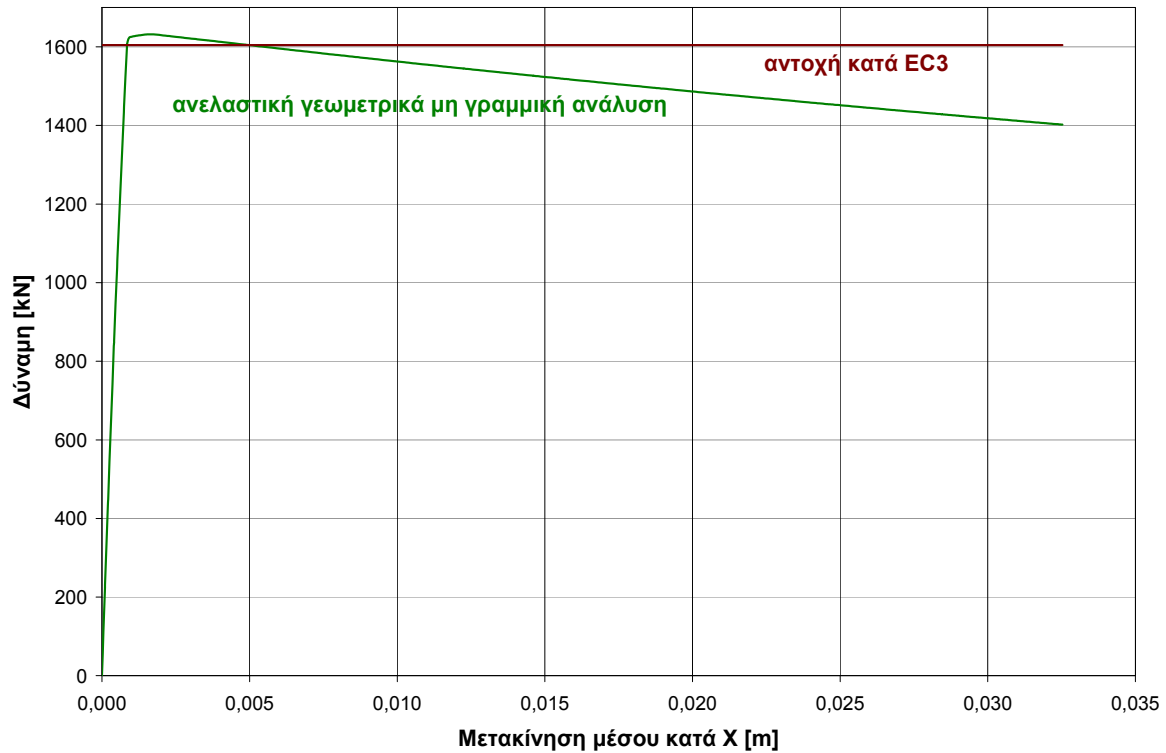
Σχήμα 7.20 Δρόμος ισορροπίας αμφιαρθρωτού υποστυλώματος λυγηρότητας $\lambda=40$ από ελαστική μη γραμμική ανάλυση

Στο σχήμα 7.21 απεικονίζεται ο δρόμος ισορροπίας από ανελαστική ανάλυση με γεωμετρική μη γραμμικότητα για αρχική ατέλεια ίση με την προβλεπόμενη από τον EC3, σε σύγκριση με το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού και με τον αντίστοιχο ελαστικό δρόμο. Παρατηρείται παρόμοια συμπεριφορά όπως στην περίπτωση της λυγηρότητας 80, αλλά εντονότερη μείωση της αντοχής λόγω του υλικού, όπως ήταν αναμενόμενο.



Σχήμα 7.21 Δρόμοι ισορροπίας αμφιαρθρωτού υποστυλώματος λυγηρότητας $\lambda=40$ από ελαστική και ανελαστική ανάλυση με γεωμετρική μη γραμμικότητα

Τέλος στο σχήμα 7.22 απεικονίζεται ο δρόμος ισορροπίας του υποστυλώματος από ανελαστική ανάλυση με γεωμετρική μη γραμμικότητα, σε σύγκριση με την αντοχή κατά EC3. Παρατηρείται πολύ καλή συμφωνία μεταξύ κανονιστικής και υπολογιστικής αντοχής (απόκλιση 1.7%). Παρατηρείται επίσης ότι και στις δύο περιπτώσεις λυγηρότητων η αντοχή που υπολογίζεται κατά EC3 είναι ελαφρώς υπέρ της ασφαλείας.

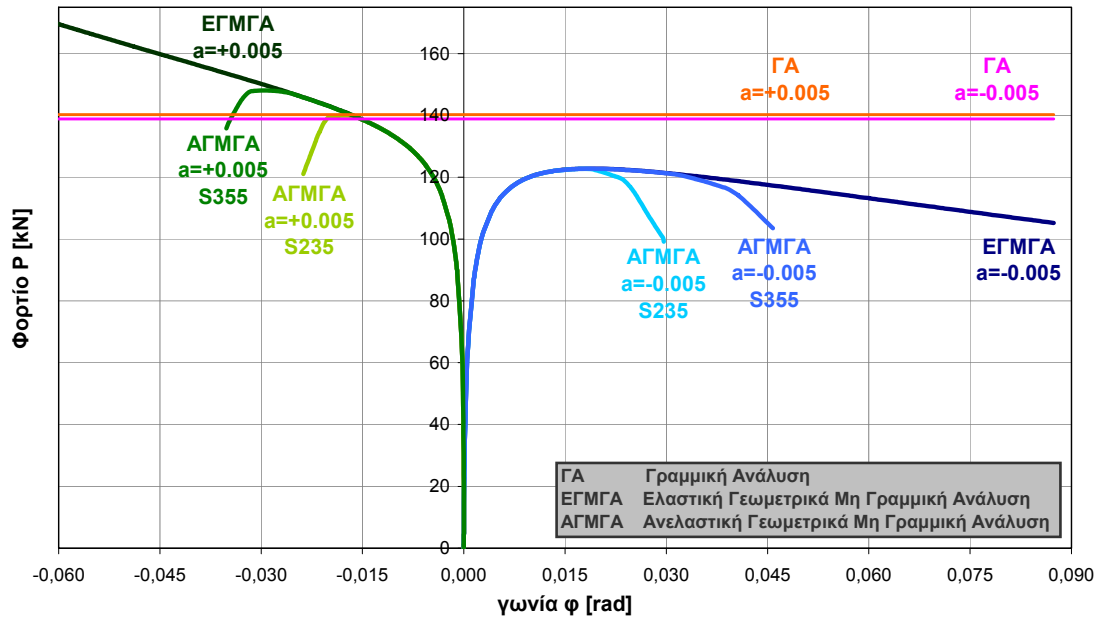


Σχήμα 7.22 Δρόμος ισορροπίας αμφιαρθρωτού υποστυλώματος από ανελαστική ανάλυση με γεωμετρική μη γραμμικότητα και αντοχή κατά Ευρωκώδικα 3

Από τα παραπάνω πιστοποιείται η ικανοποιητική απόδοση του χρησιμοποιούμενου λογισμικού για ανελαστικές αναλύσεις με γεωμετρική μη γραμμικότητα. Στη συνέχεια εκτελούνται ανελαστικές αριθμητικές αναλύσεις με γεωμετρική μη γραμμικότητα για το πλαίσιο Γ του σχήματος 7.6. Στο σχήμα 7.23 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα ελαστικών και ανελαστικών αναλύσεων με γεωμετρική μη γραμμικότητα για την περίπτωση λυγηρότητας μελών ίση προς 80, για δύο ποιότητες χάλυβα, S235 και S355.

Επισημαίνεται ότι λόγω της μεταθετότητας του πλαισίου η πραγματική ισοδύναμη λυγηρότητα είναι αρκετά μεγαλύτερη. Από τη σχέση (7.26) ο συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού, υπολογιζόμενος σύμφωνα με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3, είναι ίσος με 2.683, επομένως η ισοδύναμη λυγηρότητα είναι:

$$\lambda = \frac{l_{cr}}{i} = \frac{K \cdot l}{i} = \frac{2.683 \cdot 500\text{cm}}{6.25\text{cm}} = 214.66 \quad (7.36)$$



Σχήμα 7.23 Δρόμοι ισορροπίας πλαισίου σχήματος Γ με λυγηρότητα μελών ίση προς 80, από ελαστικές και ανελαστικές αναλύσεις με γεωμετρική μη γραμμικότητα

Παρατηρείται ότι, τουλάχιστον για αυτή την τιμή της λυγηρότητας, για αρνητικές τιμές της αρχικής ατέλειας η επιρροή της ανελαστικής συμπεριφοράς του υλικού εκδηλώνεται στην περιοχή του οριακού σημείου (για χάλυβα S235) ή και στον καθοδικό κλάδο του δρόμου ισορροπίας (για χάλυβα S355), με αποτέλεσμα η τελική αντοχή του πλαισίου να συμπίπτει με την ελαστική του αντοχή. Για θετικές τιμές της αρχικής ατέλειας η επιρροή της ανελαστικής συμπεριφοράς του υλικού εκδηλώνεται σε αρκετά υψηλότερες τιμές του φορτίου, περίπου ίσες με το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού (για χάλυβα S235) ή και ακόμα υψηλότερες (για χάλυβα S355).

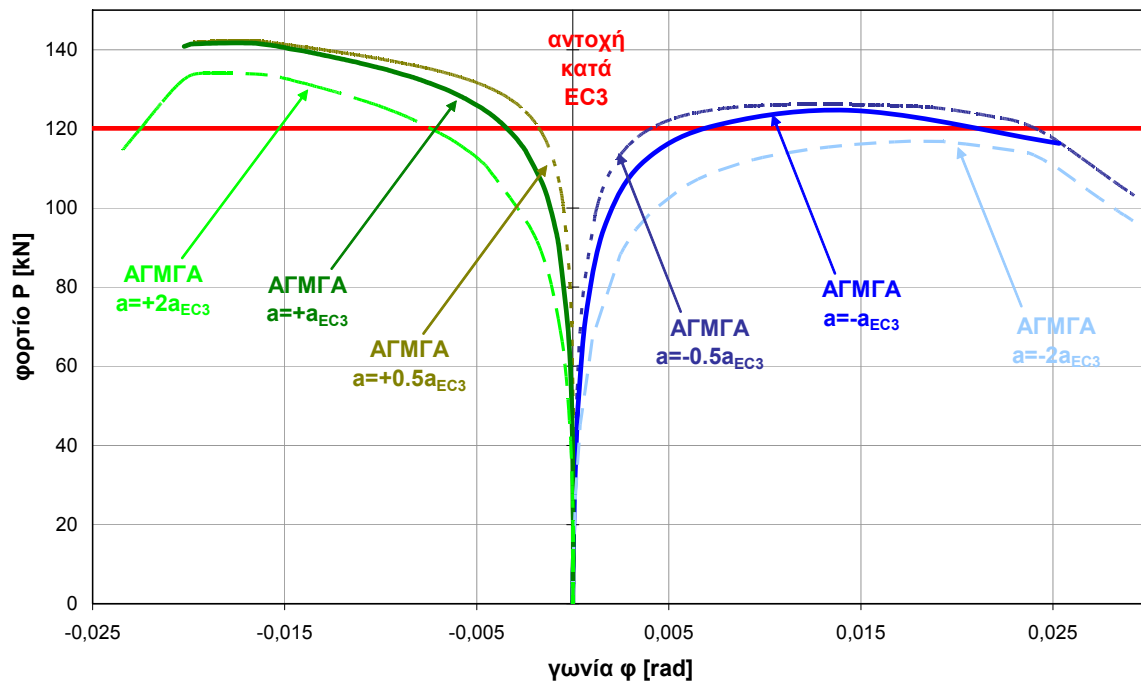
Συνεπώς, προκύπτει το εξαιρετικά ενδιαφέρον συμπέρασμα ότι σε πλαίσια αυτού του τύπου με υψηλές τιμές λυγηροτήτων όχι μόνον το ελαστικό αλλά και το ανελαστικό οριακό φορτίο εξαρτάται, και μάλιστα σημαντικά, από την φορά της αρχικής ατέλειας. Συγκεκριμένα παρατηρείται ότι η αντοχή για θετική αρχική ατέλεια είναι μεγαλύτερη της αντίστοιχης για αρνητική αρχική ατέλεια, κατά 14.0% για χάλυβα S235 (139.93kN έναντι 122.73kN) και κατά 20.6% για χάλυβα S355 (148.10kN έναντι 122.77kN).

Με αφορμή αυτά τα αποτελέσματα διερευνάται εν συνεχεία η ακρίβεια της εκτίμησης της αντοχής πλαισίων αυτής της μορφής με εφαρμογή των διατάξεων του Ευρωκώδικα 3. Για τον σκοπό αυτό πραγματοποιούνται ανελαστικές αριθμητικές αναλύσεις με γεωμετρική μη γραμμικότητα με μέγεθος ατέλειας ίσο με το προβλεπόμενο από τον Ευρωκώδικα 3. Θεωρείται ποιότητα χάλυβα S235.

Πλαίσιο σχήματος Γ λυγηρότητας μελών $\lambda=80$

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (7.32) ως (7.35) και για την συνολική λυγηρότητα της σχέσης (7.36) προκύπτει κατά Ευρωκώδικα 3 μέγεθος αρχικής ατέλειας 1.88cm (δηλαδή

ανηγγμένη ατέλεια $a_{EC3}=0.0038$) και αντοχή $N_{b,Rd}=120.15\text{kN}$. Στο σχήμα 7.24 που ακολουθεί παρουσιάζονται οι δρόμοι ισορροπίας από ανελαστικές αριθμητικές αναλύσεις με γεωμετρική μη γραμμικότητα με μέγεθος ατέλειας ίσο με το προβλεπόμενο από τον Ευρωκώδικα 3 και πρόσημο τόσο θετικό όσο και αρνητικό. Επίσης, για να διερευνηθεί η επιρροή του μεγέθους της αρχικής ατέλειας, παρουσιάζονται και οι αντίστοιχοι δρόμοι ισορροπίας με μισή ή διπλάσια ατέλεια. Το διάγραμμα περιέχει επίσης και την κανονιστικά υπολογιζόμενη αντοχή $N_{b,Rd}=120.15\text{kN}$.



Σχήμα 7.24 Δρόμοι ισορροπίας πλαισίου σχήματος Γ από χάλυβα S235 με λυγηρότητα μελών ίση προς 80, από ανελαστικές αναλύσεις με γεωμετρική μη γραμμικότητα

Από το σχήμα 7.24 εξάγονται πολλά ενδιαφέροντα συμπεράσματα:

- Για μέγεθος αρχικής ατέλειας ίσο με το προβλεπόμενο από τον Ευρωκώδικα 3, το πρόσημο της ατέλειας εξακολουθεί να επηρεάζει σημαντικά την φέρουσα ικανότητα. Για θετική ατέλεια η φέρουσα ικανότητα είναι ίση με 141.72kN, ενώ για αρνητική είναι 124.58kN (απόκλιση 13.8%).
- Η διαφορά φέρουσας ικανότητας ανάλογα με το πρόσημο της αρχικής ατέλειας εξακολουθεί να παρατηρείται και για τα άλλα δύο μεγέθη ατέλειας που διερευνώνται στο σχήμα 7.24.
- Το μέγεθος της αρχικής ατέλειας επηρεάζει τα αποτελέσματα με παρόμοιο τρόπο, τόσο για θετική όσο και για αρνητική τιμή. Μείωση της ατέλειας στο μισό προκαλεί πολύ μικρή αύξηση της φέρουσας ικανότητας, ενώ αύξηση της ατέλειας στο διπλάσιο οδηγεί σε σημαντική μείωση της φέρουσας ικανότητας.

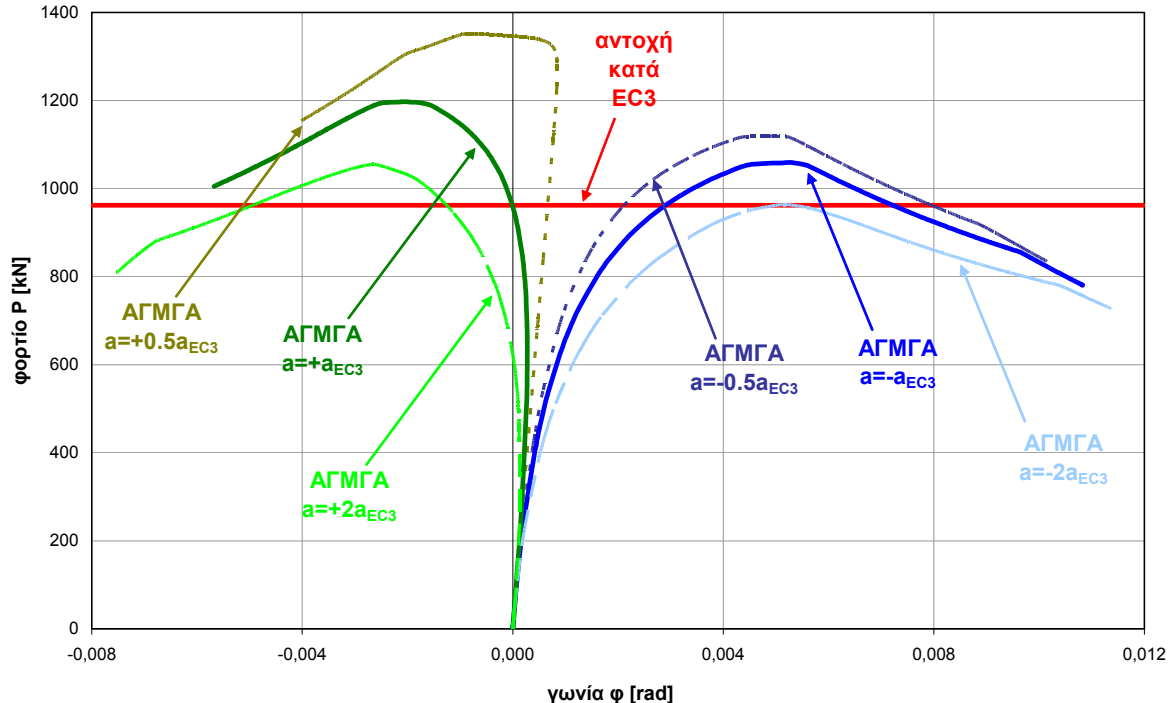
- Η αντοχή που υπολογίζεται σύμφωνα με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 διαφέρει αισθητά από την αντοχή που προκύπτει από τις αριθμητικές αναλύσεις με ίσο μέγεθος ατέλειας. Και στις δύο περιπτώσεις προσήμου ατέλειας οι διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 υποεκτιμούν την αριθμητικά υπολογιζόμενη αντοχή, κατά 3.7% στην περίπτωση αρνητικής ατέλειας και κατά 18.0% στην περίπτωση θετικής ατέλειας.

Πλαίσιο σχήματος Γ λυγηρότητας μελών $\lambda=40$

Ισχύει και πάλι η τιμή του συντελεστή ισοδύναμου μήκους λυγισμού της σχέσης (7.26), δηλαδή 2.683, επομένως η ισοδύναμη λυγηρότητα είναι:

$$\lambda = \frac{l_{cr}}{i} = \frac{K \cdot l}{i} = \frac{2.683 \cdot 500\text{cm}}{12.5\text{cm}} = 107.33 \quad (7.37)$$

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (7.32) ως (7.35) και για την ισοδύναμη λυγηρότητα της σχέσης (7.37) προκύπτει κατά Ευρωκώδικα 3 μέγεθος αρχικής ατέλειας 1.72cm (δηλαδή ανηγμένη ατέλεια $a_{EC3}=0.0034$) και αντοχή $N_{b,Rd}=961.95\text{kN}$. Στο σχήμα 7.25 που ακολουθεί παρουσιάζονται οι δρόμοι ισορροπίας από ανελαστικές αριθμητικές αναλύσεις με γεωμετρική μη γραμμικότητα με μέγεθος ατέλειας ίσο με το προβλεπόμενο από τον Ευρωκώδικα 3 και πρόσημο τόσο θετικό όσο και αρνητικό. Επίσης, παρουσιάζονται και οι αντίστοιχοι δρόμοι ισορροπίας με μισή ή διπλάσια ατέλεια. Το διάγραμμα περιέχει επιπλέον και την κανονιστικά υπολογιζόμενη αντοχή $N_{b,Rd}=961.95\text{kN}$.



Σχήμα 7.25 Δρόμοι ισορροπίας πλαισίου σχήματος Γ από χάλυβα S235 με λυγηρότητα μελών ίση προς 40, από ανελαστικές αναλύσεις με γεωμετρική μη γραμμικότητα

Από το σχήμα 7.25 εξάγονται επίσης πολλά ενδιαφέροντα συμπεράσματα:

- Για μέγεθος αρχικής ατέλειας ίσο με το προβλεπόμενο από τον Ευρωκώδικα 3, το πρόσημο της ατέλειας και πάλι επηρεάζει εξίσου σημαντικά την φέρουσα ικανότητα. Για θετική ατέλεια η φέρουσα ικανότητα είναι ίση με 1196.98kN, ενώ για αρνητική είναι 1058.89kN (απόκλιση 13.0%).
- Η διαφορά φέρουσας ικανότητας ανάλογα με το πρόσημο της αρχικής ατέλειας εξακολουθεί να παρατηρείται και για τα άλλα δύο μεγέθη ατέλειας που διερευνώνται στο σχήμα 7.25.
- Το μέγεθος της αρχικής ατέλειας επηρεάζει τα αποτελέσματα εντονότερα για θετική παρά για αρνητική τιμή.
- Η αντοχή που υπολογίζεται σύμφωνα με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 διαφέρει από την αντοχή που προκύπτει από τις αριθμητικές αναλύσεις με ίσο μέγεθος ατέλειας εντονότερα από ότι στην περίπτωση της μεγαλύτερης λυγηρότητας. Και στις δύο περιπτώσεις προσήμου ατέλειας οι διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 υποεκτιμούν την αριθμητικά υπολογιζόμενη αντοχή, κατά 10.1% στην περίπτωση αρνητικής ατέλειας και κατά 24.5% στην περίπτωση θετικής ατέλειας.

7.4 Συμπεράσματα

Στο παρόν κεφάλαιο επιβεβαιώθηκε η μεγάλη σημασία του προσήμου των αρχικών ατελειών για την φέρουσα ικανότητα μεταθετών πλαισιακών φορέων σχήματος Γ. Η επίδραση αυτή έχει διερευνηθεί διεξοδικά από τον Καθηγητή Κουνάδη και τους συνεργάτες του για την περίπτωση ελαστικής συμπεριφοράς του υλικού. Στην εργασία αυτή τα συμπεράσματα επεκτάθηκαν για ανελαστική συμπεριφορά μέσω αριθμητικών αναλύσεων με γεωμετρική μη γραμμικότητα που πραγματοποιήθηκαν με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων. Για την πιστοποίηση του χρησιμοποιούμενου λογισμικού έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων ελαστικών αναλύσεων με γεωμετρική μη γραμμικότητα με αναλυτικές λύσεις από τη βιβλιογραφία για τα εξεταζόμενα πλαίσια, καθώς και των αποτελεσμάτων ανελαστικών αναλύσεων με γεωμετρική μη γραμμικότητα αμφιαρθρωτών υποστυλωμάτων με τις κανονιστικά υπολογιζόμενες αντοχές.

Από τις ανελαστικές αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν για τα μεταθετά πλαίσια σχήματος Γ προέκυψε, εκτός από την έντονη εξάρτηση της φέρουσας ικανότητας από την φορά των αρχικών ατελειών, και η μεγάλη συντηρητικότητα των κανονιστικά (κατά τον Ευρωκώδικα 3) υπολογιζόμενων αντοχών. Γενικότερα, από τις αναλύσεις του κεφαλαίου αυτού αναδεικνύονται περιορισμοί στη δυνατότητα χρήσης της προτεινόμενης προσεγγιστικής μεθόδου υπολογισμού της ελαστικής φέρουσας ικανότητας, αλλά και γενικότερα μεθόδων γραμμικών αναλύσεων λυγισμού, για τον προσδιορισμό ελαστικών φορτίων αστοχίας πλαισιακών φορέων. Σε πλαίσια όπως τα εξεταζόμενα εδώ, για τα οποία η φορά των ατελειών και η αξονική βράχυνση των υποστυλωμάτων επηρεάζουν την απόκριση, είναι απαραίτητη η εκτέλεση μη γραμμικών αναλύσεων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8:

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

8.1 Περίληψη και συμπεράσματα

Η παρούσα εργασία πραγματεύεται προβλήματα μη γραμμικής συμπεριφοράς επιπέδων πλαισιακών φορέων από χάλυβα, και κυρίως το πρόβλημα του καμπτικού λυγισμού τους και το πρόβλημα της μεταθετότητάς τους είτε λόγω κατακορύφων φορτίων είτε λόγω πλευρικών φορτίων. Στόχος της εργασίας είναι να προταθούν τρόποι βελτίωσης της ακρίβειας προσεγγιστικών μεθόδων προσδιορισμού της εντάσεως εξαιτίας αυτών των επιρροών μέσω γραμμικών αναλύσεων. Τα φαινόμενα αυτά επηρεάζουν την απόκριση και τη φέρουσα ικανότητα. Επιδιώκεται επομένως η αξιόπιστη εκτίμηση της φέρουσας ικανότητας ορθογωνικών πολυώροφων μεταλλικών πλαισίων, η οποία συνδέεται με μη γραμμική συμπεριφορά, με εκτέλεση γραμμικών αναλύσεων.

Στο μεγαλύτερο μέρος της η εργασία ασχολείται με τη βελτίωση της ακρίβειας της μεθόδου του *ισοδυνάμου μήκους λυγισμού* για τον υπολογισμό του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων πολυώροφων πλαισίων. Επισημαίνεται ότι το *ισοδύναμο μήκος λυγισμού* μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της *λυγηρότητας* των αντίστοιχων υποστυλωμάτων και στην συνέχεια για τον υπολογισμό της *αντοχής* τους, με χρήση καταλλήλων συντελεστών από τις καμπύλες λυγισμού, σύμφωνα με τις κανονιστικές διατάξεις.

Μία κύρια αιτία για την *μειωμένη ακρίβεια* της μεθόδου του *ισοδυνάμου μήκους λυγισμού* για τον υπολογισμό του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων πολυώροφων φορέων είναι ότι κατ' αυτήν τα υποστυλώματα θεωρούνται ως μεμονωμένα, ενώ η συμβολή των υπόλοιπων μελών του φορέα στον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού λαμβάνεται υπόψη προσεγγιστικά. Το πρόβλημα έγκειται στο πώς από το πλήρες προσομοίωμα του πολυώροφου πλαισίου θα μεταπηδήσουμε σε ένα όσο το δυνατό απλούστερο προσομοίωμα που να λαμβάνει αξιόπιστα υπόψη τη συνεισφορά των υπολοίπων μελών της κατασκευής στη συμπεριφορά του εξεταζόμενου υποστυλώματος. Τα μέλη (δοκοί ή υποστυλώματα) που συντρέχουν στον άνω ή κάτω κόμβο του υποστυλώματος προσδίδουν σε αυτό στροφική δυσκαμψία, ενώ η σχετική εγκάρσια μετακίνηση των δύο άκρων περιορίζεται (όχι κατ' ανάγκη) από άλλα μέλη, π.χ. από διαγωνίους συνδέσμους. Συνεπώς, προτείνεται το προσομοίωμα ενός *μεμονωμένου υποστυλώματος* με *δύο στροφικά ελατήρια*, ένα στο κάθε άκρο του, που προσομοιώνουν τη στροφική δέσμευση από τα συντρέχοντα μέλη στον αντίστοιχο κόμβο και ένα *ελατήριο ευθυγράμμου κίνησης* στον άνω κόμβο που προσομοιώνει τη συνεισφορά από το σύστημα δυσκαμψίας του πλαισίου. Η στροφική δυσκαμψία των ελατηρίων λαμβάνεται ίση με το άθροισμα της συμβολής των στροφικών δυσκαμψιών των μελών που συντρέχουν στον άνω και κάτω κόμβο του υπό εξέταση υποστυλώματος.

Για την εφαρμογή της παρούσης μεθόδου, προτείνονται εύκολες στην χρήση αναλυτικές σχέσεις καθώς και πλήθος νομογραφημάτων και πινάκων για τον υπολογισμό του

ισοδύναμου μήκους λυγισμού Kh υποστυλωμάτων με *μεταθετή, αμετάθετη* και *μερικώς μεταθετή συμπεριφορά* και για *όλο το πιθανό εύρος στροφικών δεσμεύσεων στα άκρα*. Στη συνέχεια, προτείνονται αναλυτικές σχέσεις, οι οποίες εκτιμούν τη στροφική δυσκαμψία των μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος για όλες τις πιθανές συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο τους, λαμβάνοντας υπόψη και την επιρροή της αξονικής τους δύναμης. Επίσης, υπολογίζεται η δυσκαμψία του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης για δύο είδη συστημάτων δυσκαμψίας, ένα με διαγώνιους συνδέσμους και ένα με αντηρίδες.

Συγκρίνοντας τα παραπάνω νομογραφήματα μεταξύ τους προκύπτει ότι για τιμή της αδιαστατοποιημένης αντίστασης του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης της τάξεως του πενήντα και άνω, ο φορέας συμπεριφέρεται πρακτικά ως αμετάθετος με βάση τα σχετικά αριθμητικά παραδείγματα. Το κριτήριο αυτό αποδεικνύεται πιο αξιόπιστο από το προτεινόμενο του Ευρωκώδικα 3, το οποίο σε κάποιες περιπτώσεις χαρακτηρίζει εσφαλμένα τα πλαίσια ως αμετάθετα και επομένως υπερεκτιμά την αντοχή τους σε λυγισμό.

Προτάθηκαν δύο μέθοδοι για τον υπολογισμό του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων πολυώροφων πλαισίων, η *απλοποιημένη* και η *σύνθετη* (πλέον βελτιωμένη) μέθοδος. Η απλοποιημένη μέθοδος έχει την ίδια φιλοσοφία με τις κανονιστικές διατάξεις, κάνοντας όμως χρήση των εκφράσεων στροφικών δυσκαμψιών και των νομογραφημάτων υπολογισμού του ισοδύναμου μήκους λυγισμού που προτείνονται στην παρούσα εργασία. Συγκεκριμένα, με την απλοποιημένη μέθοδο, οι συντελεστές κατανομής του άνω και κάτω κόμβου του υπό εξέταση υποστυλώματος υπολογίζονται από τις στροφικές δυσκαμψίες των μελών που συντρέχουν στους αντίστοιχους κόμβους και ανήκουν στο αριστερό ή δεξιό φάτνωμα ή στον από πάνω ή από κάτω όροφο από το υποστυλώμα υπό διερεύνηση. Η διαφορά της μεθόδου αυτής από την σύνθετη έγκειται στον μειωμένο υπολογιστικό φόρτο, αφού η σύνθετη μέθοδος υπολογίζει τη στροφική δυσκαμψία των ακραίων κόμβων του υπό εξέταση υποστυλώματος λαμβάνοντας υπόψη τη στροφική δέσμευση που προσφέρουν σε αυτούς όλα τα μέλη του πλαισίου.

Οι δύο μέθοδοι πρακτικά συμπίπτουν για πλαίσια με ένα ή δύο ορόφους και ένα ή δύο φαντώματα. Η ακρίβεια των μεθόδων επιβεβαιώθηκε από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων τους με *ακριβείς αναλυτικές λύσεις* για ένα μεγάλο εύρος απλών πλαισίων. Για τις ίδιες περιπτώσεις έγινε επιπλέον σύγκριση με τα αποτελέσματα αναλύσεων λυγισμού με λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων, το οποίο με αυτό τον τρόπο πιστοποιήθηκε, ώστε να αποτελέσει μέτρο σύγκρισης για συνθετότερους φορείς, για τους οποίους είναι πρακτικά ανέφικτο να δοθεί αναλυτική λύση.

Στη συνέχεια, τόσο η σύνθετη όσο και η απλοποιημένη προτεινόμενη μέθοδος για τον υπολογισμό του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού σε πολυώροφα ορθογωνικά μεταλλικά πλαίσια έδωσαν αποτελέσματα που ευρίσκονται σε πολύ καλή συμφωνία με τα αποτελέσματα αναλύσεων λυγισμού με το προαναφερθέν λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων. Σε αντίθεση, ο υπολογισμός του κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλωμάτων σύμφωνα με την προσεγγιστική εφαρμογή των κανονιστικών διατάξεων του

Ευρωκώδικα 3 και LRFD σε αρκετές περιπτώσεις (πολυώροφα πλαίσια με αμετάθετη, μεταθετή και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά, οι οποίες είναι εκτός του εύρους ισχύος των παραπάνω κανονισμών), είναι ανακριβής και υπερδιαστασιολογεί ή υποδιαστασιολογεί τα αντίστοιχα υποστυλώματα. Η χρήση του όρου «προσεγγιστική εφαρμογή» αναφέρεται στο γεγονός ότι πολλές περιπτώσεις δεν καλύπτονται άμεσα από τις κανονιστικές διατάξεις, οπότε είναι απαραίτητο αυτές να προσεγγιστούν με τις πλησιέστερες από εκείνες που προβλέπονται στους αντίστοιχους κανονισμούς. Επισημαίνεται π.χ. ότι δεν προτείνονται αναλυτικές εκφράσεις υπολογισμού για τη στροφική δέσμευση των συντρεχόντων μελών στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος, καθώς και ότι αγνοείται η μερική μετάθεση ως ενδεχόμενη συμπεριφορά των πλαισίων, κατατάσσοντας τα στις δύο ακραίες κατηγορίες των μεταθετών και αμετάθετων φορέων.

Συμπερασματικά, τόσο η σύνθετη, όσο και η απλοποιημένη μέθοδος υπολογίζουν το ελαστικό κρίσιμο φορτίο λυγισμού πολυώροφων μεταλλικών φορέων με μεταθετή, αμετάθετη και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά με ικανοποιητική ακρίβεια, με βασικά πλεονεκτήματα την ευκολία στην εφαρμογή και, ιδίως για τη δεύτερη (απλοποιημένη), τον ελάχιστο απαιτούμενο υπολογιστικό φόρτο. Συνεπώς, η *απλοποιημένη* προτεινόμενη μέθοδος υπερτερεί από τις κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και LRFD αφού, με πολύ μικρή αύξηση του υπολογιστικού φόρτου και χρόνου σε σχέση με τις αντίστοιχες των παραπάνω κανονισμών, η αύξηση της ακρίβειας που επιτυγχάνεται είναι μεγάλη.

Ως εφαρμογή των παραπάνω, παρουσιάστηκαν αναλυτικές σχέσεις και γραφήματα για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού υποστυλμάτων διώροφων αμετάθετων φορέων που λαμβάνουν υπόψη την επιρροή της κατανομής της αξονικής δύναμης καθ' ύψος του υποστυλώματος. Και σε αυτή την περίπτωση έγινε έλεγχος της ακρίβειας των προτεινόμενων αναλυτικών σχέσεων, με την προτεινόμενη μέθοδο καθώς και με αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων, κατά την οποία προέκυψε πολύ καλή συμφωνία των αποτελεσμάτων. Όσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό από το αξονικό θλιπτικό φορτίο που καταπονεί το ανώτερο τμήμα του υποστυλώματος, τόσο μικρότερη είναι η αντοχή σε λυγισμό ολόκληρου του υποστυλώματος. Ακόμα, για υποστυλώματα ίδιας δυσκαμψίας ανά όροφο (με βάση τα επιλυθέντα παραδείγματα), η μείωση του μήκους του υποστυλώματος του πρώτου ορόφου έχει ευμενή επίδραση στην αύξηση της αντοχής σε λυγισμό όταν το μεγαλύτερο ποσοστό του φορτίου καταπονεί τον πρώτο όροφο, ενώ όταν το μεγαλύτερο ποσοστό του φορτίου καταπονεί τον πάνω όροφο η επίδραση του μήκους του υποστυλώματος του πρώτου ορόφου είναι αμελητέα. Η μείωση της δυσκαμψίας του υποστυλώματος του πρώτου ορόφου μειώνει το κρίσιμο φορτίο λυγισμού. Σε αυτήν την περίπτωση όμως η κατανομή του φορτίου ανά όροφο δεν επιδρά σημαντικά στην αντοχή σε λυγισμό του φορέα.

Στη συνέχεια η ίδια προτεινόμενη μέθοδος επεκτάθηκε, ώστε να καλύπτει και τον υπολογισμό της αντοχής πολυώροφων πλαισιακών φορέων με ημι-άκαμπτους κόμβους. Υπολογίστηκαν και προτάθηκαν αναλυτικές σχέσεις για τη δυσκαμψία των μελών που συνδέονται μέσω ημι-άκαμπτων κόμβων με το υπό εξέταση υποστυλόμετρο. Έγινε επιβεβαίωση μέσω παραδειγμάτων, όπου η προτεινόμενη μέθοδος έδωσε πολύ

ικανοποιητική συμφωνία με τα αποτελέσματα από την ανάλυση λυγισμού με το προαναφερθέν λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων.

Οι κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 3 και του LRFD δεν προτείνουν αναλυτικές εκφράσεις υπολογισμού για τη στρωφική δέσμευση των συντρεχόντων μελών στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος, δεν λαμβάνουν υπόψη την ημι-άκαμπτη σύνδεση και αγνοούν τη μερική μετάθεση ως συμπεριφορά των πλαισίων κατατάσσοντάς τα στις *δύο ακραίες κατηγορίες* των μεταθετών και αμετάθετων. Η προτεινόμενη μεθοδολογία υπολογισμού του κρίσιμου φορτίου λυγισμού πολυώροφων μεταλλικών φορέων με ημι-άκαμπτους κόμβους, με μεταθετή, αμετάθετη και μερικώς μεταθετή απόκριση είναι εύκολη στην εφαρμογή. Η παρούσα μέθοδος βελτιώνει την ακρίβεια χωρίς να αυξάνει σημαντικά τον υπολογιστικό φόρτο και θεωρείται πολύ καλή επιλογή για πρακτικούς σκοπούς.

Στη συνέχεια παρουσιάστηκε μια εύχρηστη μέθοδος για την αξιολόγηση της σπουδαιότητας της επιρροής 2ης τάξης στην απόκριση μεταλλικών πλαισίων και την εκτίμηση του μεγεθυντικού συντελεστή α , με τον οποίο πρέπει να πολλαπλασιαστούν τα μεγέθη έντασης και παραμόρφωσης που προκύπτουν από γραμμική ανάλυση για να ληφθούν τα αντίστοιχα ορθότερα μεγέθη, αποφεύγοντας την εκτέλεση μη γραμμικής ανάλυσης. Ο συντελεστής αυτός αποτελεί συγχρόνως ένα κριτήριο για την επιλογή κατάλληλης μεθόδου ανάλυσης με βάση τα επιλυθέντα παραδείγματα, υπολογίζεται δε με χρήση νομογραφημάτων.

Τα νομογραφήματα παρέχουν το λόγο των ροπών από μη-γραμμική και γραμμική ανάλυση για ένα ευρύ φάσμα τιμών των αδιαστατοποιημένων αντιστάσεων των ελατηρίων και για διάφορα είδη και τιμές φορτίων. Τα διαγράμματα αυτά προέκυψαν μετά από παραμετρικές αναλύσεις του συγκεκριμένου προσομοιώματος με λογισμικό που συντάχθηκε χρησιμοποιώντας το ακριβές γεωμετρικό μητρώο και κριτήρια σύγκλισης με νόρμες μετακινήσεων και δυνάμεων.

Τα παραπάνω νομογραφήματα δείχνουν αν σε κάποια συγκεκριμένη περίπτωση υποστυλώματος πλαισίου απαιτείται εκτός από την γραμμική και μη γραμμική ανάλυση. Για μεγάλες μη γραμμικότητες, ενδεικτικά αναφέρεται η τιμή του λόγου α ίση με 1,30, είναι προτιμότερο να πραγματοποιείται μη γραμμική ανάλυση. Βέβαια για μεγάλες τιμές του λόγου α , οι οποίες προκύπτουν για μικρές τιμές των στρωφικών ελατηρίων και για μεγάλες τιμές του αδιαστατοποιημένου θλιπτικού αξονικού φορτίου, το πιθανότερο είναι ότι έχουμε υπέρβαση των ορίων λειτουργικότητας (μεγάλη οριζόντια μετατόπιση) ή και διαρροή υλικού της διατομής, που δεν μπορούν να φανούν στα νομογραφήματα. Ωστόσο για μικρότερες μη γραμμικότητες, δηλαδή για α μικρότερο από την ενδεικτική τιμή 1,30, η ανάλυση 2ης τάξης μπορεί να αποφευχθεί. Στην περίπτωση αυτή τα νομογραφήματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να υπολογιστεί απευθείας η μη γραμμική ροπή με πολλαπλασιασμό της γραμμικής ροπής, που έχει προκύψει από την ανάλυση 1ης τάξης, με το λόγο α .

Η παραπάνω μέθοδος εφαρμόστηκε σε παραδείγματα ορθογωνικών μονωρόφων και πολυωρόφων πλαισίων, για τα οποία προέκυψε πολύ καλή συμφωνία με αριθμητικά

αποτελέσματα μέσω της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων. Η μέθοδος είναι πολύ απλή στην εφαρμογή, δίνει δε την δυνατότητα στο μελετητή μηχανικό να αποκτή γρήγορα την πραγματική εικόνα της συμπεριφοράς της κατασκευής, με αποτέλεσμα τη σωστή επιλογή της μεθόδου ανάλυσης. Επιπλέον, η μέθοδος είναι εποπτικότερη από τις διαδικασίες που προτείνονται στον Ευρωκώδικα 3, όπου το κριτήριο μεταθετότητας είναι διαφορετικής λογικής από το κριτήριο ευαισθησίας στην επιρροή δευτέρας τάξης.

Στο προτελευταίο κεφάλαιο έγινε μία *πρώτη προσέγγιση* στην αλληλεπίδραση αξονικής δύναμης και καμπτικής ροπής. Παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα παραμετρικών αναλύσεων του προσομοιώματος υποστυλώματος με *δύο στρωφικά ελατήρια* να προσομοιώνουν την στρωφική δέσμευση των συνδεομένων μελών στους ακραίους κόμβους και *ελευθερία σχετικής εγκάρσιας μετατόπισης*, φορτιζόμενου με δύο συγκεντρωμένα φορτία, ένα θλιπτικό και ένα εγκάρσιο στον άνω ακραίο κόμβο του. Ελήφθησαν υπόψη μεγάλο εύρος τιμών των αδιαστατοποιημένων σταθερών των ελατηρίων, καθώς και διάφοροι λόγοι αξονικών προς εγκάρσια φορτία. Από τα αποτελέσματα των αναλύσεων πραγματοποιήθηκαν συγκρίσεις των οριακών φορτίων που προκαλούν αστοχία, όπως αυτά υπολογίζονται:

α) Με τις εξισώσεις αλληλεπίδρασης των κανονιστικών διατάξεων του Ευρωκώδικα 3, και με τις δύο μεθόδους (1 και 2) υπολογισμού των συντελεστών αλληλεπίδρασης, στις οποίες τα μήκη λυγισμού υπολογίστηκαν σύμφωνα με την προτεινόμενη μέθοδο και τα εντατικά μεγέθη προέκυψαν από γραμμικές στατικές αναλύσεις.

β) Με μη γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ADINA, συνυπολογίζοντας τις ατέλειες λόγω P-Δ και P-δ, όπως ορίζονται κατά τον Ευρωκώδικα 3.

Από τις συγκρίσεις αυτές προκύπτει με σαφήνεια ότι κατά την εφαρμογή των εξισώσεων αλληλεπίδρασης σε καταστάσεις οριακής αντοχής για τον έλεγχο επάρκειας μελών *υπό θλίψη και κάμψη* ο χαρακτηρισμός των μελών ως μεταθετών για τον υπολογισμό της λυγηρότητας στην περίπτωση που η σχετική εγκάρσια μετάθεση των άκρων του ελεγχόμενου μέλους δεν δεσμεύεται με κατάλληλες κατασκευαστικές διατάξεις, είναι ορθός. Αυτό επιβεβαιώνεται τόσο από τη σύγκριση των οριακών φορτίων, κατά την οποία μάλιστα στις περισσότερες περιπτώσεις οι αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων οδηγούν σε συντηρητικότερα αποτελέσματα από τις εξισώσεις αλληλεπίδρασης, όσο και από τις τιμές εγκάρσιας μετατόπισης για τις οποίες παρατηρείται το οριακό φορτίο στους δρόμους ισορροπίας που προκύπτουν από τις αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων.

Από τα διαγράμματα παρατηρείται επίσης ότι η φέρουσα ικανότητα του μέλους για κάθε τιμή του λόγου H/P είναι μέγιστη όταν $z_t = z_b$, δηλαδή όταν παρέχεται η ίδια στρωφική δέσμευση στα δύο άκρα. Αυτό συμβαίνει διότι τότε οι καμπτικές αντιδράσεις στήριξης στα δύο άκρα είναι ίσες μεταξύ τους, επομένως η μέγιστη ροπή που αναπτύσσεται σε οποιαδήποτε διατομή καθ' ύψος του μέλους είναι η ελάχιστη δυνατή.

Παράλληλα δόθηκε η δυνατότητα σύγκρισης των αποτελεσμάτων που λαμβάνονται με χρήση των δύο εναλλακτικών μεθόδων υπολογισμού των συντελεστών αλληλεπίδρασης,

κατά την εφαρμογή των εξισώσεων αλληλεπίδρασης, τόσο μεταξύ τους όσο και με τα αποτελέσματα των αριθμητικών αναλύσεων. Σε αρκετές περιπτώσεις παρατηρείται *σημαντική απόκλιση* μεταξύ των αποτελεσμάτων των δύο εναλλακτικών μεθόδων του Ευρωκώδικα 3. Η μέθοδος 1 παρουσιάζεται να είναι κατά της ασφαλείας, ενώ η μέθοδος 2 δίνει παραπλήσια αποτελέσματα με αυτά από την μη-γραμμική ανάλυση γεωμετρίας και υλικού. Η παρατηρούμενη απόκλιση των δύο μεθόδων έρχεται σε συμφωνία με άλλα αποτελέσματα που αναφέρονται στη βιβλιογραφία (Greiner and Linder 2006), σύμφωνα με τα οποία η μέθοδος 1 είναι πιο ακριβής στην αστοχία από λυγισμό εκτός επιπέδου (που εδώ αμελήθηκε), ενώ η μέθοδος 2 στην αστοχία από αλληλεπίδραση διαρροής και λυγισμού εντός επιπέδου, που εδώ ήταν η κύρια μορφή αστοχίας.

Πάντως, τα αποτελέσματα αυτά προκαλούν το ενδιαφέρον για τη διεξαγωγή ευρύτερης μελλοντικής διερεύνησης, αφενός των δύο εναλλακτικών μεθόδων υπολογισμού της αντοχής μελών υπό θλίψη και κάμψη, αλλά και, αφετέρου, των προτεινόμενων ισοδύναμων ατελειών όταν ο υπολογισμός της αντοχής γίνεται με χρήση μη γραμμικών αναλύσεων με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων.

Στο τελευταίο κεφάλαιο επιβεβαιώθηκε η μεγάλη σημασία του προσήμου των αρχικών ατελειών για την φέρουσα ικανότητα μεταθετών πλαισιακών φορέων σχήματος Γ. Η επίδραση αυτή έχει διερευνηθεί διεξοδικά από τον Καθηγητή Κουνάδη και τους συνεργάτες του για την περίπτωση ελαστικής συμπεριφοράς του υλικού. Στην εργασία αυτή τα συμπεράσματα επεκτάθηκαν για *ανελαστική συμπεριφορά* μέσω αριθμητικών μη γραμμικών αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων. Για την πιστοποίηση του χρησιμοποιούμενου λογισμικού έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων ελαστικών αναλύσεων με γεωμετρική μη γραμμικότητα με αναλυτικές λύσεις από τη βιβλιογραφία για τα εξεταζόμενα πλαίσια, καθώς και των αποτελεσμάτων ανελαστικών αναλύσεων με γεωμετρική μη γραμμικότητα αμφιαρθρωτών υποστυλωμάτων με τις κανονιστικά υπολογιζόμενες αντοχές.

Από τις ανελαστικές αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν για τα *μεταθετά πλαίσια σχήματος Γ* προέκυψε, εκτός από την έντονη εξάρτηση της φέρουσας ικανότητας από την φορά των αρχικών ατελειών, και η μεγάλη συντηρητικότητα των κανονιστικά (κατά τον Ευρωκώδικα 3) υπολογιζόμενων αντοχών. Επίσης, επισημάνθηκε ότι φορείς αυτού του τύπου αποτελούν παράδειγμα φορέων για τους οποίους οι αποκλίσεις μεταξύ γραμμικών και μη γραμμικών αναλύσεων είναι *αισθητές* (π.χ. αμέλεια επιρροής λυγηρότητας), και επομένως συνιστάται η εφαρμογή μη γραμμικών αναλύσεων και η αποφυγή εκτίμησης της φέρουσας ικανότητας μέσω προσεγγιστικών γραμμικών αναλύσεων.

8.2 Πρωτότυπα στοιχεία διατριβής

Συνοψίζοντας όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, η παρούσα διδακτορική διατριβή συμβάλλει στην βελτίωση της ακρίβειας εκτίμησης της φέρουσας ικανότητας ορθογωνικών πολυώροφων μεταλλικών πλαισίων, η οποία συνδέεται με μη γραμμική συμπεριφορά, μέσω γραμμικών αναλύσεων λυγισμού, όπως συμβαίνει στην μεγάλη πλειοψηφία των περιπτώσεων σχεδιασμού στην καθημερινή πράξη. Κυρίως αντιμετωπίζονται το

πρόβλημα του καμπτικού λυγισμού πλαισίων και το πρόβλημα της εύκαμπτης απόκρισής τους έναντι πλευρικών φορτίων.

Επισημαίνεται ότι στην εποχή μας υπάρχει πλέον η δυνατότητα πραγματοποίησης μη γραμμικών αναλύσεων, τόσο για τον ακριβέστερο υπολογισμό των κρίσιμων φορτίων λυγισμού, όσο και για την πιο αξιόπιστη αξιολόγηση των επιπτώσεων των επιρροών δεύτερης τάξης. Τέτοιες αναλύσεις εφαρμόζονται όμως, συνήθως, μόνον σε ερευνητικό επίπεδο, λόγω (i) των σημαντικών υπολογιστικών απαιτήσεων των ακριβέστερων, μη γραμμικών μεθόδων ανάλυσης, (ii) της έλλειψης επαρκών θεωρητικών γνώσεων από την πλειονότητα των μηχανικών, ιδιαίτερος εκείνων που δεν έχουν αποφοιτήσει προσφάτως. Επιπλέον, οι προσεγγιστικές μέθοδοι ανάλυσης είχαν ανέκαθεν ιδιαίτερη αξία για τους μηχανικούς, και αναμένεται να εξακολουθήσουν να έχουν, τόσο για γρήγορη εκτίμηση της συμπεριφοράς κατά τις πρώτες φάσεις του σχεδιασμού, όσο και ως μέτρο σύγκρισης των αποτελεσμάτων ακριβέστερων αναλύσεων.

Η πρωτοτυπία της παρούσας διατριβής έγκειται ακριβώς στην βελτίωση της ακρίβειας προσεγγιστικών μεθόδων αξιολόγησης της σημασίας των μη γραμμικών επιρροών. Κατά τα τελευταία χρόνια η διεθνής πρακτική σχεδιασμού των κατασκευών έχει υιοθετήσει την μέθοδο συνολικής αντοχής, οι δε έλεγχοι επάρκειας πραγματοποιούνται μέσω σύγκρισης εντατικών μεγεθών που έχουν προκύψει από γραμμικές στατικές αναλύσεις με την «συνολική αντοχή», στην οποία περιλαμβάνονται επιρροές τόσο μεγάλων μετατοπίσεων, όσο και αστοχίας του υλικού. Η διαδικασία αυτή είναι από τη φύση της προσεγγιστική, είναι όμως αυτή που εφαρμόζεται διεθνώς, ακόμα και για τον σχεδιασμό σημαντικών έργων, για τους λόγους που αναφέρονται στην προηγούμενη παράγραφο. Η συμβολή της διατριβής συνδέεται και με την βελτίωση της ακρίβειας υπολογισμού της «συνολικής αντοχής» για μία κατηγορία φορέων, δηλαδή για συνήθη μεταλλικά πλαίσια, με γεωμετρία, συνοριακές συνθήκες, φορτία και διατομές που απαντώνται σε κτιριακά έργα.

Επιμέρους στοιχεία της διατριβής που περιέχουν στοιχεία πρωτοτυπίας είναι:

- Προτείνονται αναλυτικές σχέσεις, μέσω των οποίων εκτιμάται η στροφική δυσκαμψία των μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος για όλες τις πιθανές συνοριακές συνθήκες στο απέναντι άκρο τους, λαμβάνοντας υπόψη και την επιρροή της αξονικής τους δύναμης.
- Προτείνονται αναλυτικές σχέσεις, νομογραφήματα και πίνακες για τον υπολογισμό του ισοδύναμου μήκους λυγισμού Kl υποστυλωμάτων με μερικώς μεταθετή συμπεριφορά και για όλο το πιθανό εύρος στροφικών δεσμεύσεων στα άκρα.
- Προτείνεται *βελτιωμένο κριτήριο* χαρακτηρισμού των πλαισίων ως αμετάθετων για τον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου λυγισμού, με βάση την τιμή της αδιαστατοποιημένης αντίστασης του ελατηρίου ευθυγράμμου κίνησης.
- Προτείνονται δύο εναλλακτικές μέθοδοι, μία απλοποιημένη και μία σύνθετη (πλέον βελτιωμένη), για τον υπολογισμό του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού

πολυώροφων μεταλλικών φορέων με μεταθετή, αμετάθετη και μερικώς μεταθετή συμπεριφορά. Και οι δύο μέθοδοι χαρακτηρίζονται από μεγάλη ακρίβεια για ένα ευρύ φάσμα παραμέτρων, η δε απλοποιημένη μέθοδος απαιτεί τον ίδιο υπολογιστικό φόρτο με τις σήμερα χρησιμοποιούμενες στην πράξη μεθόδους.

- Η προτεινόμενη μέθοδος υπολογισμού του ελαστικού κρίσιμου φορτίου λυγισμού επεκτείνεται, ώστε να καλύπτει και πολυώροφους πλαίσιακούς φορείς με ημι-άκαμπτους κόμβους.
- Προτείνεται μέθοδος και παρέχονται συνοδευτικά νομογραφήματα για την αξιολόγηση της σπουδαιότητας της επιρροής 2ης τάξης στην απόκριση μεταλλικών πλαισίων και την εκτίμηση του επαυξητικού συντελεστή α , με τον οποίο πρέπει να πολλαπλασιαστούν τα μεγέθη έντασης και παραμόρφωσης που προκύπτουν από γραμμική ανάλυση για να ληφθούν τα αντίστοιχα ακριβέστερα μεγέθη. Έτσι αποφεύγεται η εφαρμογή μη γραμμικής ανάλυσης. Η μέθοδος χρησιμοποιεί ενιαία προσέγγιση για το κριτήριο ευαισθησίας στην επιρροή δευτέρας τάξης όπως και για το κριτήριο μεταθετότητας.

8.3 Περαιτέρω έρευνα

Οι αναλυτικές σχέσεις που προτείνονται για τον υπολογισμό των στροφικών δυσκαμψιών των μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος προϋποθέτουν ελαστική συμπεριφορά μελών. Λαμβάνοντας υπόψη την φιλοσοφία του ικανοτικού σχεδιασμού σε περίπτωση σεισμικού συνδυασμού φόρτισης οι συντρέχουσες δοκοί θα πλαστικοποιηθούν, ενώ το υπό εξέταση υποστύλωμα θα παραμείνει ουσιαστικά ελαστικό. Η πλαστική συμπεριφορά συνίσταται στη σταδιακή διαρροή των ινών τόσο καθ' ύψος διατομής, όσο και κατά μήκος του μέλους. Πρέπει να διερευνηθεί η στροφική ικανότητα μελών στην πλαστική περιοχή και να εξαχθούν μη-γραμμικές αναλυτικές σχέσεις για τον υπολογισμό της στροφικής τους δυσκαμψίας.

Οι προτεινόμενες αναλυτικές σχέσεις για τον υπολογισμό του ισοδυνάμου μήκους λυγισμού έχουν ως βάση την παραδοχή ότι το υποστύλωμα είναι μεμονωμένο. Λαμβάνουν φυσικά υπόψη τη συμβολή των μελών που συντρέχουν στους ακραίους κόμβους του υπό εξέταση υποστυλώματος. Δεν συνυπολογίζουν όμως τη συνεισφορά των υπόλοιπων υποστυλωμάτων του ορόφου. Χρειάζεται περαιτέρω διερεύνηση της συμπεριφοράς των πλαίσιακών φορέων κατά την αστοχία σε λυγισμό ώστε να προταθούν σχέσεις για τον υπολογισμό της αντοχής σε λυγισμό λαμβάνοντας υπόψη την αλληλεπίδραση και των άλλων υποστυλωμάτων του φορέα. Η συνεισφορά από τα άλλα υποστυλώματα μπορεί να είναι καίριας σημασίας για την αντοχή του φορέα. Ως παράδειγμα αναφέρονται τα αμφιαρθρωτά υποστυλώματα των οποίων η μετάθεση δεσμεύεται λόγω της συμμετοχής τους στη συνολική πλαίσιακή λειτουργία του φορέα (leaning columns).

Η παραμετρική διερεύνηση για την προσέγγιση της αλληλεπίδρασης αξονικής δύναμης και καμπτικής ροπής, πρέπει να επεκταθεί και σε άλλα προσομοιώματα, με διάφορους συνδυασμούς φορτίσεων. Η διεξαγωγή παραμετρικών μη-γραμμικών αναλύσεων με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων και η μόρφωση αδιάστατων καμπυλών αλληλεπίδρασης ροπών-αξονικών δυνάμεων ($M/M_{pl}-N/N_{pl}$) θεωρείται επιβεβλημένη για την προσέγγιση του προβλήματος της αλληλεπίδρασης θλίψης-κάμψης. Στην συνέχεια η προσομοίωση και περιγραφή των καμπύλων (fitting) με αναλυτικές σχέσεις και η σύγκριση τους με εκείνες που προτείνουν οι κανονιστικές διατάξεις μπορεί να είναι το επόμενο ερευνητικό βήμα.

Σε μεταλλικούς πολυώροφους φορείς ένα σημαντικό φορτίο που τις περισσότερες φορές δίνει και την δυσμενέστερη ένταση είναι η ανεμοπίεση. Το φορτίο ανέμου έχει χαρακτήρα δυναμικό τον οποίο για τις συνήθεις κατασκευές αμελούμε και τον θεωρούμε στατικό. Για πολύ υψηλά μεταλλικά κτίρια πρέπει να υπολογιστεί με τον πραγματικό του χαρακτήρα. Τέτοιες κατασκευές υπό δυναμικά οριζόντια φορτία και στατικά κατακόρυφα κινδυνεύουν από αστοχία λόγω λυγισμού. Ανάλογα ισχύουν και τον δυναμικό χαρακτήρα των σεισμικών φορτίων. Η διερεύνηση της συμπεριφοράς τέτοιων φορέων υπό δυναμικά και στατικά φορτία είναι επιβεβλημένη. Η έρευνα μπορεί να κινηθεί στον υπολογισμό αναλυτικών σχέσεων για την εκτίμηση της αντοχής σε λυγισμό λαμβάνοντας υπόψη και δυναμικά φορτία καθώς και στον υπολογισμό αναλυτικών τύπων για την τροποποίηση της ιδιοπεριόδου της κατασκευής (αλλαγή μάζας ή και δυσκαμψίας) για την αποφυγή του συντονισμού, εάν εκτιμάται ότι αυτή θα είναι η επικρατέστερη μορφή αστοχίας.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Adina-Aui (2006), software help, Boston.
- Aristizabal-Ochoa, J.D. (1994), “K-factor for columns in any type of construction: Nonparadoxical approach”, Journal of Structural Engineering, Vol. 120, pg. 1272-1290.
- Aristizabal-Ochoa, J.D. (1994), “Slenderness K-factor for leaning columns”, Journal of Structural Engineering, Vol. 120, pg. 2977-2991
- Aristizabal-Ochoa, J.D. (1994), “Stability of columns under uniform axial load with semirigid connections”, Journal of Structural Engineering, Vol. 120, pg. 3212-3222
- Aristizabal-Ochoa, J.D. (1997), “Story stability of braced, partially braced, and unbraced frames: classical approach”, Journal of Structural Engineering, Vol. 123, pg. 799-807.
- Aristizabal-Ochoa, J.D. (1997) “Elastic stability of beam-columns with flexural connections under various conservative end axial forces”, Journal of Structural Engineering, Vol. 123, pg. 1194-1200.
- Aristizabal-Ochoa, J.D. (1997) “Stability and second-order analyses of frames with semirigid connections under distributed axial loads”, Journal of Structural Engineering, Vol. 127, pg. 1306-1315.
- Aristizabal-Ochoa, J.D. (2001), “Stability and second-order analyses of frames with semirigid connections under distributed axial loads”, Journal of Structural Engineering, Vol. 127, pg. 1306-1315.
- Aristizabal-Ochoa, J.D. (2002), “Classic buckling of three-dimensional multicolumn systems under gravity loads”, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 128, pg. 613-624.
- Aristizabal-Ochoa, J.D. (2003), “Elastic stability and second-order analysis of three dimensional frames: effects of column orientation”, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 129, pg. 1254-1267.
- Aschheim, M. and Montes, E. (2003), “The representation of P-Δ effects using Yield Point Spectra”, Engineering Structures, Vol. 25, pg. 1387-1396.
- Austin, W. (1961), “Strength and design of metal beam-columns”, Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 87, pg. 1-32.
- Baker, J. and Heyman, J. (1969), Plastic design of frames, Cambridge University Press, U.K.
- Bathe, K.J. and Cimento, A.P. (1980), “Some practical procedures for the solution of nonlinear finite element equations”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 22 (1), pg. 59-85.
- Bathe, K.J., Snyder, M.D., Cimento, A.P. and Rolph W.D. (1980), “On some current procedures and difficulties in finite element analysis of elastic-plastic response”, Computers & Structures, Vol. 12 (4), pg. 607-624.
- Baniotopoulos, C. and Wald, F. (2000), The Paramount Role of Joints into the Reliable Response of Structures. From the Classic Pinned and Rigid Joints to the Notion of Semi-rigidity, Kluwer, Dordrecht

- Bathe, K.J. and Dvorkin, E.N. (1983), “On the automatic solution of nonlinear finite element equations”, *Computers & Structures*, Vol. 17 (5-6), pg. 871-879.
- Beedle, L. (1958), *Plastic design of steel frames*, John Wiley and sons.
- Boissonnade, N. Jaspart, J.-P. Muzeau, J.-P. and Villette M. (2002), “Improvement of the interaction formulae for beam columns in Eurocode 3”, *Computers and Structures*, Vol. 80, pg. 2375-2385.
- Boissonnade, N. Jaspart, J.-P. Muzeau, J.-P. and Villette M. (2004), “New interaction formulae for beam-columns in Eurocode 3: the French-Belgian approach”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 60, pg. 421-431.
- Boucard, P.-A. Ladeveze, P. Poss, M. and Rougee, P. (1997), “A nonincremental approach for large displacement problems”, *Journal of Computers and Structures*, Vol.64, No 1-4, pg.499-508.
- Bridge, R.Q. and Fraser, D. J. (1987), “Improved G-factor method for evaluating effective lengths of columns”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 113, pg. 1341-1356.
- Bureau, A. Galea, Y. Jaspart, J.-P. Maquoi, R. Muzeau, J.-P. Villette, M. (1999), *Proposal for a version of Eurocode 3*, TC8-ECCS Meeting, Timisoara.
- Chan, S.L. (1989), “Inelastic post-buckling analysis of tubular beam-columns and frames”, *Engineering Structures*, Vol. 11 (1), pg. 23–30.
- Chan, S.-L. (2001), “Non-linear behavior and design of steel structures”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 57, pg. 1217-1231.
- Chen, W. F. and Atsuta, T. (1977), *Theory of beam-columns-vol. 1: in-plane behaviour and design; vol. 2: space behaviour and design*, New York, McGraw-Hill.
- Chen, W.F. and White, D.W. (1995), “A selection of calibration frames in North America for second-order inelastic analysis”, *Engineering Structures*, Vol. 17, pg.104-112.
- Chen, Sh.-J. and Wang, W.-Ch. (1999), “Moment amplification factor for P- δ effect of steel beam-column”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 125, pg 219-223.
- Cheong-Siat-Moy, F. (1986), “K-factor paradox”, *Journal of Structural Engineering*, Vol.112, pg. 1747-1760.
- Cheong-Siat-Moy, F. (1991), “Column design in gravity-loaded frames”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 117, pg. 1448-1461.
- Cheong-Siat-Moy, F. (1997), “K-factors for braced frames”, *Engineering Structures*, Vol. 19, pg. 760-763.
- Cheong-Siat-Moy, F. (1997), “Multiple K-factors of a leaning column”, *Engineering Structures*, Vol. 19, pg. 50-54.
- Cheong-Siat-Moy, F. (1999), “An improved K-factor formula”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 125, pg. 169-174.
- Chwalla, E. (1954), *Einführung in die Baustatik*, Stahlbau-Verlag.
- Connor, J.J. (1976), *Analysis of structural member systems*, Ronald Press.
- Crandall, S. Dahl, N. and Larder, T. (1978), *An introduction to the mechanics of solids*, M.I.T.
- Crisfield, M.A. (1981), “A fast incremental/iterative solution procedure that handles snap-through”, *Computers & Structures*, Vol. 13 (1-3), pg. 55-62.

- Dobson, R. (2003), “P-Delta analysis”, Journal of New Steel Construction Engineering, January/February, pg. 30-31.
- Dinkler D. und andere (1995), Der Ingenieurbau, Baustatik, Baudynamik, Ernst & Sohn, Berlin.
- Essa, H. S. (1997), “Stability of columns in unbraced frames”, Journal of Structural Engineering, Vol. 123, pg. 952-957.
- Eurocode 3 Design of steel structures Part1-1: General rules and rules for buildings, CEN Brussels 1992, CEN Document EN 1993-1-1:1992.
- Eurocode 3 Design of steel structures Part 3: Buildings, CEN Brussels 2001, CEN Document EN 1993-3:2001.
- Eurocode 3 Design of steel structures Part 1.1: General rules and rules for buildings, CEN Brussels 2004, CEN Document EN 1993-1-1:2004.
- Freudental, A. M. (1950), Inelastic behavior of engineering materials and structures, John Wiley and sons, New York.
- Gantes, C. and Mageirou, G. (2005), “Improved stiffness distribution factors for evaluation of effective buckling lengths in multi-story sway frames”, Engineering Structures, Vol. 27, No 7, pg.: 1113-1124.
- Gil, H. and Yura, J.A. (1999), “Bracing requirements of inelastic columns”, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 51, pg. 1-19.
- Greiner, R. and Lindner, J. (2006), “Interaction formulae for members subjected to bending and axial compression in Eurocode 3-the method 2 approach”, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 62, pg. 757-770.
- Hellesland, J. (1998), “Application of the method of means to the stability analysis of unbraced frames”, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 46, pg. 98.
- Hellesland, J. and Bjorhovde, R. (1996), “Improved frame stability analysis with effective lengths”, Journal of Structural Engineering, Vol. 122, pg. 1275-1283.
- Hellesland, J. and Bjorhovde, R. (1996), “Restraint demand factors and effective lengths of braced columns”, Journal of Structural Engineering, Vol. 122, pg. 1216-1224.
- Hodge, P. G. (1959), Plastic analysis of structures, McGraw-Hill Book Company, New York.
- Horne, M. (1971) Plastic theory of structures, Nelson Ltd.
- Ioannidis, G. Raftoyiannis, I. and Kounadis, A. (2005), “Imperfect frames exhibiting bifurcational instability”, Eurosteel Conference on Steel and Composite Structures, Maastricht, The Netherlands, 8-10 June 2005, Proceedings, Volume A, pg. 1.4-89 to 1.4-96.
- Ioannidis, G. Raftoyiannis, I. and Kounadis, A. (2005), “A method for the direct evaluation of buckling loads of an imperfect two-bar frame”, Archive Of Applied Mechanics, Vol. 74, No. 5-6, pg. 299-308.
- Ivanyi, M. and Baniotopoulos, C. (2000), Semi-rigid Joints in Structural Steelwork, Springer Wien, New York
- Karamanos, S. A. and Zissopoulou, E. (2002), “Sway-frame stability: comparison of AISC and EC3 provisions for some special cases”, 4th National Conference on Steel Structures, Patra, Greece, pg. 309-316.

- Kemp, A.R. (2000), “Simplified amplification factors representing material and geometric inelasticity in frame instability”, *Engineering Structures*, Vol.22, pg.1609-1619.
- Kim, S.-E. Park, M.-H. Choi, S.-H. (2001), “Direct design of three-dimensional frames using practical advanced analysis”, *Engineering Structures*, Vol. 23, pg. 1491-1502.
- Kim, S. Lee, J. Choi, S. and Kim, C. (2004), “Practical second-order inelastic analysis for steel frames subjected to distributed load”, *Engineering Structures*, Vol. 26, pg. 51-61.
- Kishi, N. Chen, W. F. and Goto, Y. (1997), “Effective length factor of columns in semirigid and unbraced frames”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 123, pg. 313-320.
- Kounadis, A. Simites, G. and Giri, J. (1977), “Nonlinear buckling analysis of imperfection sensitive simple frame”, *Proceedings of International Colloquium on Stability of Structures under Static and Dynamic Load*, pg. 158-178., U.S.A., Washington.
- Kounadis, A. Simites, G. and Giri, J. (1977), “Nonlinear stability analysis of an eccentrically loaded two-bar frame”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 44, pg. 701-706.
- Kounadis, A. and Simites, G. (1978), “Buckling of imperfect rigid-jointed frames”, *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 104, pg. 569-586.
- Kounadis, A. (1981), “The effect of various parameters on the nonlinear sway-buckling of a three-bar frame”, *Acta Mechanica*, Vol. 39, pg. 263-270.
- Kounadis, A. (1983), “Interaction of the joint and of the lateral bracing stiffness for the optimum design of unbraced frames”, *Acta Mechanica*, Vol. 47, pg. 247-262.
- Kounadis, A. and Economou, A. (1984), “The effects of initial curvature and other parameters on the nonlinear buckling of simple frames”, *Journal of Structural Mechanics*, Vol. 12, pg. 27-42.
- Kounadis, A. (1985), “An efficient simplified approach for the nonlinear buckling analysis of frames”, *AIAA Journal*, Vol. 23, pg. 1254-1259.
- Kounadis, A. and Economou, A. (1987), “Nonlinear analysis of elastic plane frames with crooked bars”, *International Journal of Numerical Methods*, Vol. 24, pg. 11-20.
- Kounadis, A. (1988), “Efficiency and accuracy of linearized postbuckling analyses of frames based on elastica”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 24, No. 11, pg. 1097-1112.
- Κουνάδης, Α. (1997), Γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας, Εκδόσεις Συμμεών
- Kounadis, A. (2002), “Dynamic buckling of simple two-bar frames using catastrophe theory”, *International Journal of Nonlinear Mechanics*, Vol. 37, pg. 1249-1259.
- Liew, J.Y.R., Punniyakotty, N. M. and Shanmugan, N. E. (1997), “Advanced analysis and design of spatial structures”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 42, pg.21-48.

- Liew, J.Y.R. Chen, W.F. and Chen H. (2000), “Advanced inelastic analysis of frame structures”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 55, pg. 245-265.
- Linder, J. (1997), “Design of steel beams and beam columns”, *Engineering Structures*, Vol. 19, pg. 378-384.
- Livesley, R. K. and Chandler, D. B. *Stability functions for structural framework*, Manchester University Press, 1956.
- Lokkas, P. and Croll, J. (2000), “Theory of combined sway and nonsway frames buckling”, *Journal of Engineering Mechanics*, pg. 84-92.
- Lokkas, P. (2002), “A search on the instability of frame structures tested to buckling under side sway”, 4th GRACM Congress on Computational Mechanics, CD Proceedings.
- L.R.F.D. (1999), *Load and Resistance Factor Design Specification for structural steel buildings*, American Institute of Steel Construction Inc., Chicago
- MacRae, G. A. Kimura, Y. and Roeder, C. (2004), “Effect of column stiffness on braced frame behavior”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 130, No. 3, pg. 381-391.
- Mageirou, G. and Gantes, C. (2004), “Rotational stiffness coefficients for evaluation of critical buckling loads in multi-story sway, non-sway and partially sway frames”, 5th International PhD Symposium in Civil Engineering, Delft, The Netherlands, 16-19 June 2004, Proceedings, Volume 2, pg: 1433-1440.
- Mageirou, G. Gantes, C. Bouras, C. and Markou, K. (2005) “Alternative criteria for the importance of 2nd order effects in steel frames”, Eurosteel Conference on Steel and Composite Structures, Maastricht, The Netherlands, 8-10 June 2005, Proceedings, Volume A, pg: 1.5-55 to 1.5-62.
- Μαγείρου, Γ. Μάρκου, Κ. Μπούρας, Χ. και Γαντές, Χ. (2005), “Ένιαίο κριτήριο για τα φαινόμενα δευτέρας τάξης και τη μεταθετότητα κατά το λυγισμό μεταλλικών πλαισίων”, 5^ο Εθνικό Συνέδριο Μεταλλικών Κατασκευών, Ξάνθη, 29 Σεπτεμβρίου - 2 Οκτωβρίου 2005, Πρακτικά Τόμος Ι, σελ: 441-448.
- Μπανιωτόπουλος, Χ. (2003), *Συνδέσεις μεταλλικών κατασκευών. Στα πλαίσια των Ευρωκωδίκων 3 και 9*, Εκδόσεις Ζήτη
- Oda, H. Usami, T. (1997), “Stability design of steel plane frames by second-order elastic analysis”, *Engineering Structures*, Vol. 19, pg. 617-627.
- Neal, B. (1977) *The plastic methods of structural analysis*, Chapman and Hall Ltd.
- Petersen, C. (1982), *Statik u. Stabilität der Baukonstruktionen*, Vieweg-Verlag.
- Petersen, C. (1988), *Stahlbau Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten*, Vieweg.
- Petrolito, J. and Legge, K. A. (1996), “Unified nonlinear elastic frame analysis”, *Journal of Computers and Structures*, Vol.60, pg.21-30.
- Pflüger, A. (1978), *Statik der Stabtragwerke*, Springer-Verlag.
- Pi, Y.-L. and Trahair, N.S. (1994), “Nonlinear inelastic analysis of steel beam columns – theory”, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 120 (7), pg. 2041–2061.
- Pi, Y.-L. and Trahair, N.S. (1994), “Nonlinear inelastic analysis of steel beam columns – applications”, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 120 (7), pg. 2062–2085.

- Plaut, R. and Yoo, R.-H. (1996), “Elastic response of columns after sudden loss of bracing”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 122, pg. 383-384.
- Riks, E. (1979), “An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 15 (7), pg. 529-551.
- Rubin, H. und Vogel, U. (1982), *Baustatik ebener Stabwerke in: Stahlbau Handbuch*, Vieweg.
- Rubin, H. (1997), “Uniform formulae of first- and second-order theory for skeletal structures”, *Engineering Structures*, Vol.19, pg. 903-909.
- Salmon, C. G. and Johnson, J. E. (1996), *Steel structures: design and behavior*, 4th Ed., Harper and Row, New York.
- Shanley, F.R. (1947), “Inelastic column theory”, *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol. 14, pg. 261-268.
- Task Committee on Effective length, (1997), *Effective length and notional load approaches for assessing frame stability: Implications for American Steel Design*, ASCE.
- Timoshenko, S. P. (1953), *History of strength of materials*, McGraw Hill Book Co., Inc., New York.
- Timoshenko, S. P. and Gere, J. M. (1961), *Theory of elastic stability*, 2nd Ed., McGraw Hill Book Co., Inc., New York.
- Torkamani, M. Sonmez, M. and Cao, J. (1997), “Second-order elastic plane frame analysis using finite element method”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 123, pg. 1225-1235.
- Torkamani, M. and Sonmez, M. (2001), “Inelastic large deflection modeling of beam-columns”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 127, pg. 876-887.
- Venkatraman, B. and Patel, S. A. (1970), *Structural mechanics with introductions to elasticity and plasticity*, McGraw-Hill Book Company, New York.
- Villette, M. Boissonnade, N. Muzeau, J.-P. and Jaspard, J.-P. (2000), *Development of a comprehensive formula for the design of beam-columns*. Internal report, LERMES-CUST, University of Liege.
- Vinnakota, S. (1982), “Planar strength of restrained beam columns”, *Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 108, ST11, pg. 2496-2516.
- White, D. and Hajjar, J. (1997). “Accuracy and simplicity of alternative procedures for stability design of steel frames”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol.42, pg. 209-261.
- White, D. and Hajjar, J. (1997). “Buckling models and stability design of steel frames: a unified approach”, *Journal of Structural Engineering*, Vol.42, pg.171-207.
- White, D. and Hajjar, J. (1997), “Design of steel frames without consideration of effective length”, *Engineering Structures*, Vol.19, pg.797-810.
- White, D. and Hajjar, J. (2000), “Stability of steel frames: the case of simple elastic and rigorous inelastic analysis/design procedures”, *Engineering Structures*, Vol.22, pg. 155-167.
- Wood, R. H. (1974), “Effective lengths of columns in multi-storey buildings”, *Structural Engineer*, Vol. 52, pg. 235-244.

- Wood, R. H. (1974), “Effective lengths of columns in multi-storey buildings”, *Structural Engineer*, Vol. 52, pg. 295-302.
- Wood, R. H. (1974), “Effective lengths of columns in multi-storey buildings”, *Structural Engineer*, Vol. 52, pg. 341-346.
- Xu, L. and Liu, Y. (2002), “Story stability of semi-braced steel frames”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 58, pg. 467-491.
- Yiagos, A. and Kounadis, A. (1988), “The effects of interaction of loadings on the change of buckling response of framed structures”, *Acta Mechanica*, Vol. 72, pg. 269-282.
- Yiagos, A. Ioannidis, G. and Kounadis, A. (1989), “The effects of interaction of loadings and geometry imperfection of the buckling state of frames”, *Computational Mechanics*, Vol. 5, pg. 95-103.
- Zhou, Z. H. and Chan, S. L. (1997), “Second-order of slender steel frames under distributed axial and member loads”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 123, pg.1187-1193.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- ❑ Abbasnia, P. and Kasimali, A. (1995), “Large deformation elastic-plastic analysis of space frames”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 35, pg. 275-290.
- ❑ Adina-Aui (2006), software help, Boston.
- ❑ Ammar, S. Dhatt, G. and Fafard, M. (1996), “Exact stability model of space frames”, *Computers and Structures*, Vol. 60, pg. 59-71.
- ❑ Aristizabal-Ochoa, J.D. (1994), “K-factor for columns in any type of construction: Nonparadoxical approach”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 120, pg. 1272-1290.
- ❑ Aristizabal-Ochoa, J.D. (1994), “Slenderness K-factor for leaning columns”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 120, pg. 2977-2991
- ❑ Aristizabal-Ochoa, J.D. (1994), “Stability of columns under uniform axial load with semirigid connections”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 120, pg. 3212-3222
- ❑ Aristizabal-Ochoa, J.D. (1997), “Elastic stability of beam-columns with flexural connections under various conservative end axial forces”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 123, pg. 1194-1200.
- ❑ Aristizabal-Ochoa, J.D. (1997), “Story stability of braced, partially braced, and unbraced frames: classical approach”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 123, pg. 799-807.
- ❑ Aristizabal-Ochoa, J.D. (2000), “Second-order axial deflections of imperfect 3-d beam-column”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 126, pg. 1201-1208.
- ❑ Aristizabal-Ochoa, J.D. (2001), “Stability and second-order analyses of frames with semirigid connections under distributed axial loads”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 127, pg. 1306-1315.
- ❑ Aristizabal-Ochoa, J.D. (2002), “Classic buckling of three-dimensional multicolumn systems under gravity loads”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 128, pg. 613-624.
- ❑ Aristizabal-Ochoa, J.D. (2003), “Elastic stability and second-order analysis of three dimensional frames: effects of column orientation”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 129, pg. 1254-1267.
- ❑ Aristizabal-Ochoa, J.D. (2004), “Large deflection stability of slender beam-columns with semirigid connections: Elastica Approach”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 130, No. 3, pg. 274-282.
- ❑ Armstrong, S. Jaspart, J.-P. Lopez, M. S. Ryan, I. Rizou, R. Brown, D. Emberey, C. and Ivanyi, M. (1999), *Structural Steelwork Eurocode –Development of a Trans-national Approach*, Leonardo Da Vinci Programme, cd-rom.
- ❑ Aschheim, M. and Montes, E. (2003), “The representation of P- Δ effects using Yield Point Spectra”, *Engineering Structures*, Vol. 25, pg. 1387-1396.
- ❑ Asimakopoulos, A. Karabalis, D. and Beskos, D. (2002), “Yield displacement estimates for the displacement based design of plane steel frames”, 4th National Conference on Steel Structures, pg. 385-393.
- ❑ Atkociunas, J. Norkus, A. and Rimkus, L. (1997), “Distortion in mechanics of elastic and elastic-plastic frames”, *Computers and Structures*, Vol.62, pg. 861-864.
- ❑ Austin, W. (1961), “Strength and design of metal beam-columns”, *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 87, pg. 1-32.

- ❑ Βάγια, Ι. Ερμόπουλου, Ι. Ιωαννίδη, Γ. (1997), Σιδηρές κατασκευές παραδείγματα εφαρμογής του Ευρωκώδικα 3, τόμος Ι, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
- ❑ Βάγια, Ι. Ερμόπουλου, Ι. Ιωαννίδη, Γ. (1999), Σιδηρές κατασκευές παραδείγματα εφαρμογής του Ευρωκώδικα 3, τόμος ΙΙ, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα.
- ❑ Baker, J. and Heyman, J. (1969), Plastic design of frames, Cambridge University Press, U.K.
- ❑ Barreto, V. and Camotin, D. (1998), “Computer-aided design of structural steel plane frames according to Eurocode 3”, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 46, pg. 367-368.
- ❑ Bathe, K.J. and Cimento, A.P. (1980), “Some practical procedures for the solution of nonlinear finite element equations”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 22 (1), pg. 59-85.
- ❑ Bathe, K.J., Snyder, M.D., Cimento, A.P. and Rolph W.D. (1980), “On some current procedures and difficulties in finite element analysis of elastic-plastic response”, Computers & Structures, Vol. 12 (4), pg. 607-624.
- ❑ Bathe, K.J. and Dvorkin, E.N. (1983), “On the automatic solution of nonlinear finite element equations”, Computers & Structures, Vol. 17 (5-6), pg. 871-879.
- ❑ Batista, E. Camotin, D. Prola, L.C. and Vasquez, E. (1998), “On the Stability and strength of steel columns affected by distortional buckling”, Computers and Structures, Vol. 46, pg. 129-131.
- ❑ Bayo, E. and Loureiro, A. (2001), “An efficient and direct method for buckling analysis of steel frame structures”, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 57, pg. 1321-1336.
- ❑ Bayrak, O. and Sheikh, S. (2001), “Plastic hinge analysis”, Journal of Structural Engineering, Vol. 127, pg. 1092-1100.
- ❑ Bazant, Z. and Xiang, Y. (1997), “Inelastic buckling of concrete column in braced frame”, Journal of Structural Engineering, Vol. 123, pg. 634-642.
- ❑ Bazant, Z. and Xiang, Y. (1997), “Postcritical imperfection-sensitive buckling and optimal bracing of large regular frames”, Journal of Structural Engineering, Vol. 123, pg. 513-522.
- ❑ Beedle, L. (1958), Plastic design of steel frames, John Willey and sons.
- ❑ Biggs, M. J. (1964), Introduction to structural dynamics, McGraw-Hill Book Company, New York.
- ❑ Birkemoe, P. C. (1996), “Stability: directions in experimental research”, Engineering Structures, Vol.18, pg. 807-811.
- ❑ Βίλλη Μπίλλη, Μ. (2001), Λυγισμός πλακών και η εφαρμογή του στην κατάταξη των διατομών, Διπλωματική Εργασία Ε.Μ.Π.
- ❑ Bleich, F. R. (1952), Buckling strength of metal structures, McGraw-Hill Book Company, New York.
- ❑ Βογιατζάκη, Ε. (2000), Σύγκριση αναλυτικών μεθόδων και κανονιστικών διατάξεων κατά τη μελέτη λυγισμού επίπεδων πλαισίων, Διπλωματική Εργασία Ε.Μ.Π., Αθήνα
- ❑ Boissonnade, N. Jaspert, J.-P. Muzeau, J.-P. and Villette M. (2002), “Improvement of the interaction formulae for beam columns in Eurocode 3”, Computers and Structures, Vol. 80, pg. 2375-2385.

- ❑ Boissonnade, N. Jaspart, J.-P. Muzeau, J.-P. and Villette M. (2004), “New interaction formulae for beam-columns in Eurocode 3: the French-Belgian approach”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 60, pg. 421-431.
- ❑ Bolotin, V. (1964), *The dynamic stability of elastic systems*, Holden-Day, San Francisco.
- ❑ Bolzon, G. and Tin-Loi, F. (1999), “Physical instability and geometric effects in frames”, *Engineering Structures*, Vol. 21, pg. 557-567.
- ❑ Boucard, P.-A. Ladeveze, P. Poss, M. and Rougee, P. (1997), “A nonincremental approach for large displacement problems”, *Computers and Structures*, Vol. 64, No 1-4, pg. 499-508.
- ❑ Bradford, M. A. and Azhari, M. (1995), “Inelastic local buckling of plates and plate assemblies using bubble functions”, *Engineering Structures*, Vol. 17, pg. 95-103.
- ❑ Bradford, M. and Ronagh, H. (1997), “Generalized elastic buckling of restrained I-beams by FEM”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 123, pg. 1631-1637.
- ❑ Bradford, M. A. and Abdoli Yazdi, N. (1999), “A Newmark-based method for the stability of columns”, *Computers and Structures*, Vol. 71, pg. 689-700.
- ❑ Brauns, J. (1998), “Ultimate strength analysis of based fixed steel frame by plastic method”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 46, pg. 119-121.
- ❑ Bridge, R.Q. and Fraser, D. J. (1987), “Improved G-factor method for evaluating effective lengths of columns”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 113, pg. 1341-1356.
- ❑ Bridge, R.Q. Clarke, M.J. Osterrieder, P. Pi, Y.-L. Trahair, N.S. (1998), “Design by advanced analysis”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 46, pg. 144.
- ❑ Britvec, S. J. (1973), *The stability of elastic systems*, Pergamon Unified Engineering Series, New York.
- ❑ Brown, D. (2002), “Multi-storey frame design”, *Journal of New Steel Construction Engineering*, December, pg. 16-17.
- ❑ Brush, D. O. and Almroth, B. O. (1975), *Buckling of bars plates and shells*, McGraw Hill Book Co., Inc., New York.
- ❑ BS 5950 (2000), *Structural use of steel building, Part 1, Code of practice for design – Rolled and welded sections*, British Standards Institution, UK
- ❑ Bureau, A. Galea, Y. Jaspart, J.-P. Maquoi, R. Muzeau, J.-P. Villette, M. (1999), *Proposal for a version of Eurocode 3*, TC8-ECCS Meeting, Timisoara.
- ❑ Byfield, M. P. and Nethercot, D.A. (1997), “A new look at Eurocode 3”, *Engineering Structures*, Vol. 19, pg. 780-787.
- ❑ Cabrero, J. and Bayo, E. (2005), “Development of practical design methods for steel structures with semi-rigid connections”, *Engineering Structures*, Vol. 27, pg. 1125-1137.
- ❑ Casciaro, R. Garcea, G. Attanasio, G. and Giordano, F. (1998), “Perturbation approach to elastic post-buckling analysis”, *Computers and Structures*, Vol. 66, pg. 585-595.
- ❑ Chan, S.L. (1989), “Inelastic post-buckling analysis of tubular beam-columns and frames”, *Engineering Structures*, Vol. 11 (1), pg. 23-30.
- ❑ Chan, S.-L. and Zhou, Z.H. (1995), “Second-order elastic analysis of frames using single imperfect element per member”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 121, pg. 939-945.

- ❑ Chan, S.L. and Chui, P.P.-T. (1997), “A generalized design-based elastoplastic analysis of steel frames by section assemblage concept”, *Engineering Structures*, Vol. 19, pg. 628-636.
- ❑ Chan, S.-L. and Zhou, Z.-H. (1998), “On the development of a robust element for second- order non linear integrated design and analysis (NIDA)”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 47, pg. 169-190.
- ❑ Chan, S.L. and Chui, P.P.-T. (2000), *Nonlinear static and cyclic analysis of steel frames with semi-rigid connections*, Elsevier.
- ❑ Chan, S.-L. and Zhou, Z.-H. (2000), “Non linear integrated design and analysis of skeletal structures by one element per member”, *Engineering Structures*, pg. 246-257.
- ❑ Chan, S.-L. (2001), “Non-linear behavior and design of steel structures”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 57, pg. 1217-1231.
- ❑ Chan, S.-L. and Zhou, Z.H. (2004), “Elastoplastic and laege deflection analysis of steel frames by one element per member. II: Thtee hinges along member”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 130, pg. 545-553.
- ❑ Charles, A. (1974), *Principles of structural stability theory*, McGraw-Hill Book Company, New York.
- ❑ Chase, J.G. and Yim, M. (1999), “Optimal stabilization of column buckling”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 125, pg. 987-993.
- ❑ Chatzifoti, A. Mageirou, G. and Gantes, C. (2002), “Comparison of elastoplastic analysis methods for steel frames”, 4th GRACM Congress on Computational Mechanics, Patra, Greece, 27-29 June 2002, CD-Rom Proceedings.
- ❑ Chen, C.-N. (1995), “Plastic buckling analysis by the continuum finite element modeling”, *Computers and Structures*, Vol. 57, pg. 513-526.
- ❑ Chen, C.-N. (1996), “A finite element study on Shanley’s plastic buckling theory of short columns”, *Computers and Structures*, Vol. 59, pg. 975-982.
- ❑ Chen, W. F. and Atsuta, T. (1977), *Theory of beam-columns-vol. 1: in-plane behaviour and design; vol. 2: space behaviour and design*, New York, McGraw-Hill.
- ❑ Chen, W. F. and Lui, E. M. (1986), *Structural stability-theory and implementation*, New York, Elsevier.
- ❑ Chen, W.F. and Lui, E.M. (1991), *Stability design of steel frames*, CRC Press, London.
- ❑ Chen, W.F. and White D.W. (1995), “A selection of calbration frames in North America for second-order inelastic analysis”, *Engineering Structures*, Vol. 17, pg. 104-112.
- ❑ Chen, W. F. Goto, Y. and Lui, R. J. Y. (1995), *Stability Design of Semi-Rigid Frames*, John Wiley & Sons.
- ❑ Chen, W.F. and Chan, S.L. (1995), “Second-order inelastic analysis of steel frames using element with midspan and end springs”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 121, pg. 530-541.
- ❑ Chen, W.F. and Kim, S.E. (1997), *LRFD Steel design using advanced analysis*, CRC Press, New York.
- ❑ Chen, W. (2000), “Structrural stability: from theory to practice”, *Engineering Structures*, Vol. 22, pg. 116-122.

- ❑ Chen, Sh.-J. and Wang, W.-Ch. (1999), “Moment amplification factor for P- δ effect of steel beam-column”, Journal of Structural Engineering, Vol. 125, pg. 219-223.
- ❑ Chen, Y. (1997), “Assessment on pile effective lengths and their effects on design-I. assessment”, Journal of Computers and Structures, Vol.62, pg. 265-286.
- ❑ Chen, Y. (1997), “Assessment on pile effective lengths and their effects on design-II. Practical applications”, Journal of Computers and Structures, Vol.62, No 2, pg. 287-312.
- ❑ Cheong-Siat-Moy, F. (1986), “K-factor paradox”, Journal of Structural Engineering, Vol. 112, pg. 1747-1760.
- ❑ Cheong-Siat-Moy, F. (1991), “Column design in gravity-loaded frames”, Journal of Structural Engineering, Vol. 117, pg. 1448-1461.
- ❑ Cheong-Siat-Moy, F. (1997), “K-factors for braced frames”, Engineering Structures, Vol. 19, pg. 760-763.
- ❑ Cheong-Siat-Moy, F. (1997), “Multiple K-factors of a leaning column”, Engineering Structures, Vol. 19, pg. 50-54.
- ❑ Cheong-Siat-Moy, F. (1999), “An improved K-factor formula”, Journal of Structural Engineering, Vol. 125, pg. 169-174.
- ❑ Chi, W-M El-Tawil, S. Deierlein, G. and Abel, J. (1998), “Inelastic analyses of a 17-storey steel framed building damaged during Northridge”, Engineering Structures, Vol. 20, pg. 481-495.
- ❑ Christopher, J. E. and Bjorhovde, R. (1998), “Response characteristics of frames with semi-rigid connections”, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 46, pg. 253-254.
- ❑ Chuang, P. H. and Li, X. (2000), “Noniterative flexibility method for nonlinear analysis of frames”, Journal of Structural Engineering, Vol. 125, pg. 1338-1346.
- ❑ Chwalla, E. (1954), Einführung in die Baustatik, Stahlbau-Verlag.
- ❑ Clark, K. S. (1972), Dynamic of continuous elements, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- ❑ Clough, W. R. and Penzien, J. (1975), Dynamics of structures, McGraw-Hill Book Company, New York.
- ❑ Connor, J.J. (1976), Analysis of structural member systems, Ronald Press.
- ❑ Crandall, S. Dahl, N. and Larder, T. (1978), An introduction to the mechanics of solids, M.I.T.
- ❑ Crisfield, M.A. (1981), “A fast incremental/iterative solution procedure that handles snap-through”, Computers & Structures, Vol. 13 (1-3), pg. 55-62.
- ❑ Grive, D. L.(1974), Stability theory and its applications to structural mechanics, Noordhoff Int. Publishing.
- ❑ Croll, J. C. and Walker, A. C. (1972), Elements of structural stability, Halsted Press Book John Wiley and sons, New York-Toronto.
- ❑ Daali, M. L. and Korol, R.L. (1995), “Prediction of local buckling and rotation capacity at maximum moment”, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 32, pg. 1-13.
- ❑ Daravan, A. (2001), “Effective length factor for discontinuous x-bracing systems”, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 127, pg. 106-112.
- ❑ Davies, J.M. (2002), “Second-order elastic-plastic analysis of plane frames”, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 58, pg. 1315-1330.

- ❑ DIN 18 800-2
- ❑ Dobson, R. (2003), “P-Delta analysis”, *Journal of New Steel Construction Engineering*, January/February, pg. 30-31.
- ❑ Earls, C. J. (1999), “On the inelastic failure of high strength steel I-shaped beams”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 49, pg. 1-24.
- ❑ Earls, C. J. (2002), “On the notion of effective length for single angle geometric axis flexure”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 58, pg. 1195-1210.
- ❑ Economou, A. and Kounadis, A. (1987), “Nonlinear analysis of elastic plane frames with crooked bars”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 24, pg. 2413-2427.
- ❑ Ekhande, S. G. Selvappalam, M and Madugula, M. K. S. (1989), “Stability functions for three-dimensional beam-columns”, *Journal for Structural Engineering*, Vol. 115, pg. 467-479.
- ❑ Elishakoff, I. and Rollet, O. (1999), “New closed – form solutions for buckling of a variable stiffness column by mathematica”, *Journal of Sound and Vibration*, pg. 172-182.
- ❑ Elishakoff, I. (2000), “Inverse buckling problem for in homogeneous columns”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, pg. 457-464.
- ❑ Elishakoff, I. and Guede, Z. (2001), “Novel closed – form solutions in buckling of inhomogeneous columns under distributed variable loading”, *Chaos Solitons and Fractals*, Vol. 12, pg. 1075-1089.
- ❑ El-Tawil, S. and Deierlein, G. (1998), “Stress-resultant plasticity for frame structures”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 124, pg. 1360-1370.
- ❑ Ελληνικός Αντισεισμικός Κανονισμός, (2000), Αθήνα.
- ❑ Ελληνικός Κανονισμός Ωπλισμένου Σκυροδέματος- Ε.Κ.Ω.Σ., (2000), ΟΑΣΠ, Αθήνα
- ❑ Ermopoulos, J. and Ioannidis, G. (1985), “Optimum rise design of steel arch bridges”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 5, No. 4, pg. 303-310.
- ❑ Ermopoulos, J. and Kounadis, A. (1985), “Stability of frames with tapered built-up members”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 111, No. 9, pg. 1979-1992.
- ❑ Ermopoulos, J. (1986), “Buckling of tapered under stepped axial loads”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 112, pg. 1346-1354.
- ❑ Ermopoulos, J. (1988), “Slope-deflexion method and bending of tapered bars under stepped loads”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 11, pg. 121-141.
- ❑ Ermopoulos, J. and Ioannidis, G. (1989), “Stability analysis and interaction surfaces of frames carrying crane girders”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 14, No. 3, pg. 181-195.
- ❑ Ermopoulos, J. (1991), “Buckling length of framed compression members with semirigid connections”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 18, No. 2, pg. 139-154.
- ❑ Ermopoulos, J. Ioannidis, G. and kounadis, A. (1991), “Stability of battened columns with and without taper”, *Engineering Structures*, Vol. 13, No. 3, pg. 237-241.
- ❑ Ερμόπουλος, Ι. (1996), “Μέθοδος γωνιών-στροφής και θεμελιώδεις ροπές σε θλιβόμενες ράβδους μεταβλητής διατομής”, *Τεχνικά Χρονικά Επιστημονική Έκδοση Τ.Ε.Ε.*, Τεύχος 3, σελ. 51-60.

- ❑ Ermopoulos, J. (1997), “Equivalent buckling length of non-uniform members”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 42, pg. 141-158.
- ❑ Ermopoulos, J. (1999), “Buckling length of non-uniform members under stepped axial loads”, *Computers and Structures*, Vol. 73, pg. 573-582.
- ❑ Essa, H. S. (1997), “Stability of columns in unbraced frames”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 123, pg. 952-957.
- ❑ Eurocode 3 Design of steel structures Part1-1: General rules and rules for buildings, CEN Brussels 1992, CEN Document EN 1993-1-1:1992.
- ❑ Eurocode 3 Design of steel structures Part 3: Buildings, CEN Brussels 2001, CEN Document EN 1993-3:2001.
- ❑ Eurocode 3 Design of steel structures Part 1.1: General rules and rules for buildings, CEN Brussels 2004, CEN Document EN 1993-1-1:2004.
- ❑ Falk, W.M. and Govindjee, S. (2000), “Unilateral buckling restrained by initial force supports”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 126, pg. 1301-1302.
- ❑ Freudental, A. M. (1950), *Inelastic behavior of engineering materials and structures*, John Wiley and sons, New York.
- ❑ Fryba, L. (1972), *Vibrations of solids and structures under moving loads*, Noordhoff International Publishing Company, Groningen.
- ❑ Fukumoto, Y. (1996), “New constructional steels and structural stability”, *Engineering Structures*, Vol. 18, pg. 786-791.
- ❑ Furlong, R. (1998), “Inelastic buckling of concrete column in braced frame”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 123, pg. 721-722.
- ❑ Gabriel, G. and Bathe, K. J. (1995), “Some computational issues in large strain elasto-plastic analysis”, *Computers and Structures*, Vol. 56, pg. 249-267.
- ❑ Galambos, T. V. and Ellingwood, B. (1986), “Serviceability limit states: Deflection”, *Journal for Structural Engineering*, Vol. 112, No. 1, pg. 67-85.
- ❑ Gantes, C. and Voyagaki E. (1999), “Effective column lengths of plane frames with elastic lateral supports”, *EuroSteel '99, 2nd European Conference on Steel Structures*, Praha, Czech Republic, May 26-29, 1999.
- ❑ Gantes, C. (2000), “Design strategies for controlling structural instabilities”, *International journal for space structures*, Vol. 15, pg. 167-188.
- ❑ Gantes, C. Vayas, I. Spiliopoulos, A. and Pouangare, C. (2001), “Bending and Shear Stiffness Optimization for Rigid and Braced Multi-Story Steel Frames”, *Steel & Composite Structures*, Vol. 1, No. 4, pg. 377-392.
- ❑ Gantes, C. and Mageirou, G. (2005), “Improved stiffness distribution factors for evaluation of effective buckling lengths in multi-story sway frames”, *Engineering Structures*, Vol. 27, No 7, pg. 1113-1124.
- ❑ Gelder, J. and Steenhuis, M. (1998), “A knowledge-based system approach for code-checking of steel structures according to Eurocode 3”, *Computers and Structures*, Vol. 67, pg. 347-355.
- ❑ Gil, H. and Yura, J.A. (1999), “Bracing requirements of inelastic columns”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 51, pg. 1-19.
- ❑ Godoy, L. Barbero, E. and Raftoyiannis, I. (1995), “Interactive buckling analysis of fiber-reinforced thin-walled columns”, *Journal of Composite Materials*, Vol. 29, No. 5, pg. 591-613.

- ❑ Gonzalez, C. and Lorca, J. (2005), “Stiffness of a curved beam subjected to axial load and large displacements”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42, pg.1537-1545.
- ❑ Goto, Y. and Chen, W.-F. (1987), “Secon-order elastic analysis for frame design”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 113, No. 7, pg. 1501-1519.
- ❑ Greiner, R. and Lindner, J. (2006), “Interaction formulae for members subjected to bending and axial compression in Eurocode 3-the method 2 approach”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 62, pg. 757-770.
- ❑ Gross, J. (1998), “A connection model for seismic analysis of welded steel moment frames”, *Engineering Structures*, Vol. 20, No 4-6, pg. 390-397.
- ❑ Guo, Y.L. and Fukumoto, Y. (1996), “Theoretical study of ultimate load of locally buckled stub columns loaded eccentrically”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 38, pg. 239-255.
- ❑ Gupta, A. and Krawinkler, H. (2000), “Dynamic P-Delta effects for flexible inelastic steel structures”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 126, pg. 145-154.
- ❑ Hall, J.F. and Murty Challa, V.R. (1995), “Beam-column modeling”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 121, pg. 1284-1291.
- ❑ Hasham, A. and Rasmussen, K.J.R. (2002), “Interaction curves for locally buckled I-section beam-columns”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 58, pg. 213-241.
- ❑ Hellesland, J. and Bjorhovde R. (1996), “Improved frame stability analysis with effective lengths”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, pg. 1275-1283.
- ❑ Hellesland, J. and Bjorhovde R. (1996), “Restraint demand factors and effective lengths of braced columns”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, pg. 1216-1224.
- ❑ Hellesland, J. (1998), “Application of the method of means to the stability analysis of unbraced frames”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 46, pg. 98.
- ❑ Hesham, S.E. (1998), “Effective length factor of columns in semirigid and unbraced frames”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 123, pg.1230-1231.
- ❑ Hesham, S.E. (1998), “Restraint demand factors and effective lengths of braced columns”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, pg. 474-475.
- ❑ Hillerborg, A. (1951), *Dynamic influences of smoothly running loads on simply supported girders*, Hogskolan, Stockholm.
- ❑ Hirotaka, O. and Tsutomu, U.(1997), “Stability design of steel plane frames by second-order elastic analysis”, *Engineering Structures*, Vol. 19, pg. 617-627.
- ❑ Hodge, P. G. (1959), *Plastic analysis of structures*, McGraw-Hill Book Company, New York.
- ❑ Hori, A. and Sasagawa, A. (2000), “Large deformation of inelastic space frame. I: Analysis”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 126, pg. 580-588.
- ❑ Hori, A. and Sasagawa, A. (2000), “Large deformation of inelastic space frame. I: Application”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 126, pg. 589-595.
- ❑ Horne, M. (1971) *Plastic theory of structures*, Nelson Ltd.
- ❑ Hurty, C.W. and Rubinstein, F. M. (1964), *Dynamics of structures*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- ❑ Ibrahimbegovic, H. Shakourzadeh, J.-L. Batoz, M. Mikdad, Al and Guo, Y.-Q.(1996), “On the role of geometrically exact and second-order theories in buckling

- and post-buckling analysis of three-dimensional beam structures”, Journal of Computer and Structures, Vol. 61, No. 6, pg. 1101-1114.
- ❑ Imai, K. and Frangopol, D. (2000), “Response prediction of geometrically nonlinear structures”, Journal of Structural Engineering, Vol. 126, No. 11, pg. 1348-1355.
 - ❑ Ioakimidis, N. I. (1995), “Determination of critical buckling loads with Grobner bases”, Journal of Computer and Structures, Vol. 55, pg. 433-440.
 - ❑ Ioakimidis, N. I. and Anastasselos, G. T. (1995), “Solution of plane elasticity problems with mathematica”, Journal of Computer and Structures, Vol. 55, pg. 229-236.
 - ❑ Ioannidis, G. (1992), “The coupling effect of residual-stresses, initial curvature and loading eccentricity on the load carrying-capacity of a 3-bar frame”, Mechanics Research Communications, Vol. 19, No. 6, pg. 519-525.
 - ❑ Ioannidis, G. Mahrenholtz, O. and Kounadis, A. (1993), “Lateral postbuckling analysis of beams”, Archive of Applied Mechanics, Vol. 63, No. 3, pg. 151-158.
 - ❑ Ioannides, G. Raftoyiannis, I. and Kounadis, A. (2004), “Nonlinear buckling of imperfect systems with symmetric imperfections”, Archive Of Applied Mechanics, Vol. 73, No. 9-10, pg. 711-717.
 - ❑ Ioannidis, G.I. Raftoyiannis, I.G. and Lignos, X.A. “Theoretical and Codes Buckling Loads Predictions of Simple Frames”, *7th National Congress on Mechanics*, June 24-26, Vol. I, pp. 275-280, Chania, Greece, 2004.
 - ❑ Ioannidis, G. Raftoyiannis, I. and Kounadis, A. (2005), “Imperfect frames exhibiting bifurcational instability”, Eurosteel Conference on Steel and Composite Structures, Maastricht, The Netherlands, 8-10 June 2005, Proceedings, Volume A, pg. 1.4-89 to 1.4-96.
 - ❑ Ioannidis, G. Raftoyiannis, I. and Kounadis, A. (2005), “A method for the direct evaluation of buckling loads of an imperfect two-bar frame”, Archive Of Applied Mechanics, Vol. 74, No. 5-6, pg. 299-308.
 - ❑ Ioannidis, G. and Raftoyiannis, I. (2005), “A simplified nonlinear stability analysis of an imperfect rectangular two-bar frame”, Computational Mechanics, Vol. 35, No. 2, pg. 127-133.
 - ❑ Itoh, Y. Usami, T. and Fukumoto, Y. (1990), “Experimental and numerical analysis database on structural stability”, Engineering Structures, Vol. 18, No. 10, pg. 812-820.
 - ❑ Ivanyi, M.(2000), “SSRC: international cooperation in stability studies .History, achievements and trends.”, Journal of Constructional Steel Research, Vol.55, pg. 305-323.
 - ❑ Jaspart, J. and Maquoi, R. (1990), “Guidelines for the design of braced frames with semi-rigid connections”, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 16, pg. 319-328.
 - ❑ Jiang, X.-M. Chen, H. Liew, R. (2002), “Spread-of-plasticity analysis of three-dimensional steel frames”, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 58, pg. 193-212.
 - ❑ Jimack, P. K.(1997), “An optimal finite element mesh for elastostatic structural analysis problems”, Journal of Computer and Structures, Vol. 64, pg. 197-208.
 - ❑ Johnston (1983), “Column buckling theory: historic highlights”, Journal of Structural Engineering, Vol. 109, No. 9, pg. 2086-2096.

- ❑ Kameshki, E. S. and Syngellakis, S. (1999), “Inelastic stability of rectangular frames by transfer matrices”, *Journal of Computer and Structures*, Vol. 73, pg. 373-383.
- ❑ Karamanos, S. A. and Zissopoulou, E. (2002), “Sway-frame stability: comparison of AISC and EC3 provisions for some special cases”, 4th National Conference on Steel Structures, Patra, Greece, pg. 309-316.
- ❑ Kato, S. Mutoh, I. and Shomura, M. (1998), “Collapse of semi-rigidly jointed reticulated domes with initial geometric imperfections”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 48, pg. 145-168.
- ❑ Kemp, A.R. (1996), “Inelastic local and lateral buckling in design codes”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, pg. 374-382.
- ❑ Kemp, A.R. (2000), “Simplified amplification factors representing material and geometric inelasticity in frame instability”, *Engineering Structures*, Vol. 22, pg.1609-1619.
- ❑ Kemp, A.R. (2002), “A mixed flexibility approach for simplifying elastic and inelastic structural analysis of frames”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 58, pg.1297-1313.
- ❑ Khamlichi, A. Elbakkali, L. and Limam, A. (2001), “Postbuckling of elastic beams considering higher order strain terms”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 127, pg. 372-378.
- ❑ Kim, H. and Goel, C. (1996), “Upgrading of braced frames for potential local failures”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, pg. 470-475.
- ❑ Kim, J.- K. and Yang, J.-K. (1995), “Buckling behaviour of slender high-strength concrete columns”, *Engineering Structures*, Vol. 17, pg. 39-51.
- ❑ Kim, S.-E. and Chen W.-F. (1996), “Practical advanced analysis for braced steel frame design”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, pg. 1266-1274.
- ❑ Kim, S.-E. and Chen W.-F. (1996), “Practical advanced analysis for unbraced steel frame design”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, pg. 1259-1265.
- ❑ Kim, S.-E. and Chen W.-F. (1998), “A sensitivity study on number of elements in refined plastic-hinge analysis”, *Journal of Computer and Structures*, Vol. 66, pg. 665-673.
- ❑ Kim, S.-E. and Chen W.-F. (1999), “Design guide for steel frames using advanced analysis program”, *Engineering Structures*, Vol. 21, pg. 352-364.
- ❑ Kim, S. and Lee, J. (2001), “Improved refined plastic-hinge analysis accounting for local buckling”, *Engineering Structures*, pg. 1031-1042.
- ❑ Kim, S.-E., Park M.-H., Choi S.-H. (2001), “Direct design of three-dimensional frames using practical advanced analysis”, *Engineering Structures*, Vol. 23, pg. 1491-1502.
- ❑ Kim, S.-E. and Lee D.-H. (2002), “Second-order distributed plasticity analysis of space steel frames”, *Engineering Structures*, Vol. 24, pg. 735-744.
- ❑ Kim, S. Lee, J. Choi, S. and Kim, C. (2004), “Practical second-order inelastic analysis for steel frames subjected to distributed load”, *Engineering Structures*, Vol. 26, pg. 51-61.
- ❑ King C. (2001), “What’s new in portal design”, *New steel construction*, pg.30-32.
- ❑ Kirby, P. A. and Nethercot, D. A. (1979), *Design of structural stability*, Constrado Monographs, Granada Publishing, London.

- ❑ Kirsch, U. (1981), Optimum structural design, McGraw-Hill Book Company, New York.
- ❑ Kishi, N. Chen, W. F. and Goto, Y. (1997), “Effective length factor of columns in semirigid and unbraced frames”, Journal of Structural Engineering, Vol. 123, pg. 313-320.
- ❑ Kishi, N. Chen, W. F. Goto, Y. and Komuro, M. (1998), “Effective length factor of columns in flexibly joined and braced frames”, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 47, pg. 93-118.
- ❑ Kollar, L. (1999), Structural stability in engineering practice, Technical University Budapest.
- ❑ Kolousek, V. (1973), Dynamics in engineering structures, Butterworths, London.
- ❑ Koumousis, V. and Georgiou, P. (1994), “Genetic algorithms in discrete optimization of steel truss roofs”, Journal of Computing in Civil Engineering, Vol. 8, No. 3, pg. 309-325.
- ❑ Koumousis, VK. (1998), “Recursive formulation of force method programmed in logic”, Journal of Computing in Civil Engineering, Vol. 12, No. 1, pg. 19-29.
- ❑ Kounadis, A. Simites, G. and Giri, J. (1977), “Nonlinear buckling analysis of imperfection sensitive simple frame”, Proceedings of International Colloquium on Stability of Structures under Static and Dynamic Load, pg. 158-178., U.S.A., Washington.
- ❑ Kounadis, A. Simites, G. and Giri, J. (1977), “Nonlinear stability analysis of an eccentrically loaded two-bar frame”, Journal of Applied Mechanics, Vol. 44, pg. 701-706.
- ❑ Kounadis, A. and Simites, G. (1978), “Buckling of imperfect rigid-jointed frames”, Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 104, pg. 569-586.
- ❑ Kounadis, A. (1978), “Nonlinear sway-buckling of an eccentrically loaded frame of two Timoshenko bars”, Journal of Ingenieur-Archiv, Vol. 45, pg. 426-428.
- ❑ Kounadis, A. (1979), “Dynamic snap-through buckling of a Timoshenko two-bar frame under a suddenly applied load”, Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik ZAMM, Vol. 59, pg. 523-531.
- ❑ Kounadis, A. (1980), “Buckling and postbuckling of a symmetrically loaded three-hinged portal frame”, Journal of Structural Mechanics, Vol. 8, pg. 423-434.
- ❑ Kounadis, A. Simites, G. and Giri, J. (1981), “Nonlinear analysis of portal frames”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 17, pg. 123-132.
- ❑ Kounadis, A. (1981), “The effect of various parameters on the nonlinear sway-buckling of a three-bar frame”, Acta Mechanica, Vol. 39, pg. 263-270.
- ❑ Kounadis, A. (1982), “Interaction of the joint and of the lateral bracing stiffnesses for the optimum design of unbraced frames”, Acta Mechanica, Vol. 47, pg. 247-262.
- ❑ Kounadis, A. (1983), “Interaction of the joint and of the lateral bracing stiffness for the optimum design of unbraced frames”, Acta Mechanica, Vol. 47, pg. 247-262.
- ❑ Kounadis, A. and Economou, A. (1984), “The effects of initial curvature and other parameters on the nonlinear buckling of simple frames”, Journal of Structural Mechanics, Vol. 12, pg. 27-42.
- ❑ Kounadis, A. and Ermopoulos, J. (1984), “Postbuckling analysis of a simple frame with varying stiffness”, Acta Mechanica, Vol. 54, No. 1-2, pg. 95-105.

- ❑ Kounadis, A. and Ioannidis, G. (1984), “Finite displacement analysis for the elastic and inelastic instability of simple frames”, Proceedings of Euromech Colloquium 190, Dynamic Stability of Inelastic Structures, Germany, Hamburg.
- ❑ Kounadis, A. (1985), “An efficient simplified approach for the nonlinear buckling analysis of frames”, AIAA Journal, Vol. 23, pg. 1254-1259.
- ❑ Kounadis, A. and Rallis, N. (1985), “Nonlinear sway-buckling for geometrically imperfect rectangular frames”, Journal of Ingenieur-Archiv, Vol. 55, pg. 90-97.
- ❑ Kounadis, A. (1986), “A comparative stability study of frames by the exact elastica theory and other approximate analyses”, Πρακτικά 1ου Εθνικού Συνεδρίου Μηχανικής, pg. 271-294, Αθήνα.
- ❑ Kounadis, A. and Economou, A. (1987), “Nonlinear analysis of elastic plane frames with crooked bars”, International Journal of Numerical Methods, Vol. 24, pg. 11-20.
- ❑ Kounadis, A. and Mallis, J. (1987), “Elastica type buckling analysis of bars from nonlinearly elastic material”, International Journal of Nonlinear Mechanics, Vol. 22, pg. 99-107.
- ❑ Kounadis, A. (1987), “Material-dependent stability conditions in the buckling of nonlinear elastic bars”, Acta Mechanica, Vol. 67, pg. 209-228.
- ❑ Kounadis, A. (1987), “Nonlinear inelastic buckling of rigid-jointed frames under finite displacements”, Acta Mechanica, Vol. 67, pg. 191-207.
- ❑ Kounadis, A. (1988), “Efficiency and accuracy of linearized postbuckling analyses of frames based on elastica”, International Journal of Solids and Structures, Vol. 24, No. 11, pg. 1097-1112.
- ❑ Kounadis, A. and Ioannidis, G. (1988), “The effect of joint flexibility on the nonlinear buckling load of metal portal frames”, Mechanic Research Community, Vol. 15, No. 3, pg. 189-197.
- ❑ Kounadis, A. and Varelis, J. (1989), “The effect of material nonlinearity and compressibility in the buckling of nonlinear elastic systems”, Journal of Ingenieur-Archiv, Vol. 60, pg. 20-30.
- ❑ Κουνάδη, Α. Ιωαννίδη, Γ. και Οικονόμου, Α. (1989), “Ελαστική και πλαστική ανάλυση πλαισίων με την θεωρία των μεγάλων παραμορφώσεων”, Πρακτικά 2ου Εθνικού Συνεδρίου Μηχανικής, Τόμος II, σελ. 555-566.
- ❑ Κουνάδης, Α. (1989), Δυναμική των συνεχών ελαστικών συστημάτων, Εκδόσεις Ε.Μ.Π.
- ❑ Kounadis, A. and Raftoyiannis, J. (1990) “Dynamic Stability-Criteria Of Nonlinear Elastic Damped Undamped Systems Under Step Loading”, AIAA Journal, Vol. 28, No. 7, pg. 1217-1223.
- ❑ Kounadis, A. Mallis, J. and Raftoyiannis, I. (1991), “Dynamic buckling estimates for discrete-systems under step loading”, Zeitschrift Fur Angewandte Mathematik Und Mechanik, Vol. 71, No. 10, pg. 391-402.
- ❑ Κουνάδης, Α. (1991), Σιδηρές κατασκευές συμπεριφορά και ανάλυση (τόμοι 1 & 2), Εκδόσεις Συμεών
- ❑ Kounadis, A. and Ioannidis, G. (1995), “Lateral postbuckling analysis of beam-columns - closure”, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 121, No. 5, pg. 660-660.
- ❑ Κουνάδης, Α. (1997), Γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας, Εκδόσεις Συμεών
- ❑ Κουνάδης, Α. (1998), Μη γραμμική θεωρία ελαστικής ευστάθειας, Εκδόσεις Συμεών

- ❑ Kounadis, A. (2002), “Dynamic buckling of simple two-bar frames using catastrophe theory”, *International Journal of Nonlinear Mechanics*, Vol. 37, pg. 1249-1259.
- ❑ Kounadis, A. Gantes, C. and Raftoyiannis, I. (2004), “A geometric approach for establishing dynamic buckling loads of autonomous potential N-degree-of-freedom systems”, *International Journal Of Non-Linear Mechanics*, Vol. 39, No. 10, pg. 1635-1646.
- ❑ Kounadis, A. (2004), *Nonlinear theory of elastic stability with elements and catastrophe theory*, 2nd Edition, Symeon Publication Co., Athens.
- ❑ Kounadis, A. and Raftoyiannis, I. (2005), “Dynamic buckling of a 2-DOF imperfect system with symmetric imperfections”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 40, No. 10, pg. 1229-1237.
- ❑ Kruger, T. Rensburg, B. and Plessis, G. (1995), “Non linear analysis of structural steel frames”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 34, pg. 285-306.
- ❑ Lau, S. Kirby, P. and Davison, J. (1997), “Appraisal of partially restrained steel columns in nonsway frames”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 123, pg. 871-879.
- ❑ Lau, S.M. Kirby, P.A. and Davison, J.B. (1997), “Semi-rigid design of partially restrained columns in non-sway steel frames”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 50, pg. 305-328.
- ❑ Li, G.-Q. and Shen, Z.-Y.. (1995), “A unified matrix approach for nonlinear analysis of steel frames subjected to wind or earthquakes”, *Computers and Structures*, Vol. 54, No 2, pg. 315-325.
- ❑ Li, G.-Q. and Mativo, J. (2000), “Approximate estimation of the maximum load of semi-rigid steel frames”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 54, pg. 213-225.
- ❑ Li, Q. S. (2003), “Buckling analysis of non-uniform bars with rotational and translational springs”, *Engineering Structures*, Vol. 25, pg. 1289-1299.
- ❑ Liew, J.Y.R. and White D. W. (1993), “Second order refined plastic-hinge analysis for frame design. Part I”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 119, No. 11, pg. 3196-3216.
- ❑ Liew, J.Y.R. and White D. W. (1993), “Second order refined plastic-hinge analysis for frame design. Part II”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 119, No. 11, pg. 3217-3237.
- ❑ Liew, J.Y.R., Punniyakotty N. M. and Shanmugan N. E. (1997), “Advanced analysis and design of spatial structures”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 42, pg. 21-48.
- ❑ Liew, J.Y.R., Yu C. H., Ng Y. H. and Shanmugan N. E. (1997), “Testing of semi-rigid unbraced frames for calibration of second-order inelastic analysis”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 41, pg. 159-195.
- ❑ Liew, J.Y.R. Chen, W.F. and Chen H. (2000), “Advanced inelastic analysis of frame structures”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 55, pg. 245-265.
- ❑ Liew, R. Chen, H. Shanmugam, N. Chen, W. (2000), “Improved nonlinear plastic hinge analysis of space frame structures”, *Engineering Structures*, Vol. 22, pg. 1324-1338.

- ❑ Linder, J. (1997), "Design of steel beams and beam columns", Engineering Structures, Vol. 19, pg. 378-384.
- ❑ Linder, J. (2000), "Stability of structural members", Journal of Constructional Steel Research, Vol. 55, pg. 29-44.
- ❑ Lip, H. T. and Murray, J.C. (2002), "Plastic-Zone Analysis of 3d Steel Frames Using Beam Elements", Journal of Structural Engineering, Vol. 125, pg. 1236-1239.
- ❑ Little, G. H. (1998), "The dynamic behaviour of elastic steel columns", Computers and Structures", Vol. 68, pg.113-123.
- ❑ Livesley, R. K. and Chandler, D. B. Stability functions for structural framework, Manchester University Press, 1956.
- ❑ Lokkas, P. and Croll, J. (2000), "Theory of combined sway and nonsway frames buckling", Journal of Engineering Mechanics, pg. 84-92.
- ❑ Lokkas, P. (2002), "A rational approach on the study of a biaxial buckling model", 4th GRACM Congress on Computational Mechanics, CD Proceedings.
- ❑ Lokkas, P. (2002), "A rational approach on the study of a uniaxial buckling model", 4th GRACM Congress on Computational Mechanics, CD Proceedings.
- ❑ Lokkas, P. (2002), "A search on the instability of frame structures tested to buckling under side sway", 4th GRACM Congress on Computational Mechanics, CD Proceedings.
- ❑ L.R.F.D. (1999), Load and Resistance Factor Design Specification for structural steel buildings, American Institute of Steel Construction Inc., Chicago
- ❑ Lui, E. M. and Chen, W.F. (1986). "Analysis and behaviour of flexibly-jointed frames", Engineering Structures", Vol. 8, pg. 107-118.
- ❑ MacRae, G. A. Kimura, Y. and Roeder, C. (2004), "Effect of column stiffness on braced frame behavior", Journal of Structural Engineering, Vol. 130, No. 3, pg. 381-391.
- ❑ Mageirou, G. Villi-Billi, M. Makriyiannis, M. and Gantes, C. (2002) "Comparison of linear and nonlinear analysis methods for steel columns", 4th GRACM Congress on Computational Mechanics, Patra, Greece, 27-29 June 2002, CD-Rom Proceedings.
- ❑ Mageirou, G. and Gantes, C. (2004), "Rotational stiffness coefficients for evaluation of critical buckling loads in multi-story sway, non-sway and partially sway frames", 5th International PhD Symposium in Civil Engineering, Delft, The Netherlands, 16-19 June 2004, Proceedings, Volume 2, pg. 1433-1440.
- ❑ Mageirou, G. Gantes, C. Bouras, C. and Markou, K. (2005) "Alternative criteria for the importance of 2nd order effects in steel frames", Eurosteel Conference on Steel and Composite Structures, Maastricht, The Netherlands, 8-10 June 2005, Proceedings, Volume A, pg: 1.5-55 to 1.5-62.
- ❑ Mageirou, G. and Gantes, C. (2005) "Evaluation of critical buckling load of semi-rigid steel frames - an alternative approach", International Conference on Computational and Experimental Engineering and Sciences, Chennai, India, 1-6 December 2005.
- ❑ Μαγεΐρου, Γ. Μάρκου, Κ. Μπούρας, Χ. και Γαντές, Χ. (2005), "Ένιαίο κριτήριο για τα φαινόμενα δευτέρας τάξης και τη μεταθετότητα κατά το λυγισμό μεταλλικών πλαισίων", 5^ο Εθνικό Συνέδριο Μεταλλικών Κατασκευών, Ξάνθη, 29 Σεπτεμβρίου - 2 Οκτωβρίου 2005, Πρακτικά Τόμος Ι, σελ. 441-448.

- ❑ Mageirou, G. and Gantes, C. (2006) “Buckling strength of multi-story sway, non-sway and partially-sway frames with semi-rigid connections”, *Journal of Constructional Steel Research*, 2005, Vol. 62, No 9, pg. 893-905.
- ❑ Mahendran, M. and Moor, C. (1999), “Three-dimensional modeling of steel portal frame buildings”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 125, pg. 870-299.
- ❑ Μακρυγιάννης, Μ. (2001), Μεταλλικά υποστυλώματα υπό θλίψη και κάμψη. Σύγκριση αναλυτικών λύσεων κανονιστικών διατάξεων και αποτελεσμάτων πεπερασμένων στοιχείων, Διπλωματική Εργασία Ε.Μ.Π.
- ❑ Manickarajah, D. Xie, Y.M. and Steven, G.P.(2000), “Optimisation of columns and frames against buckling”, *Computers and Structures*”, Vol. 75, pg. 45-54.
- ❑ Maretic, R. B. and Atanackovic, T. M. (2001), “Buckling of column with base attached to elastic half-space”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 127, pg. 242-247.
- ❑ Mateescu, D. Gioncu V. and Dubina D.(2000), “Timisoara steel structures stability research school: relevant contributions”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 55, pg. 343-354.
- ❑ Matsunaga, H. (1996), “Buckling instabilities of thick elastic beams subjected to axial stresses”, *Computers and Structures*”, Vol. 59, pg. 859-868.
- ❑ Mayo, J. and Dominguez, J. (1996), “Geometrically non-linear formulation of flexible multibody systems in terms of beam elements: geometric stiffness”, *Computers and Structures*, Vol. 59, pg. 1039-1050.
- ❑ Menken, C. M. Schreppers, G. M. A. Groot, W. J. and Petterson, R. (1997), “Analyzing buckling mode interactions in elastic structures using an asymptotic approach; Theory and experiments”, *Computers and Structures*, Vol. 64, No. 1-4, pg. 473-480.
- ❑ Michaltsos, G. and Sophianopoulos, D. (1998), “Nonlinear dynamic buckling of asymmetrical suspended roofs under step loading”, *Computational Mechanics*, Vol. 21, No. 4-5, pg. 389-397.
- ❑ Michaltsos, G. (2001), “The influence of centripetal and Coriolis forces on the dynamic response of light bridges under moving vehicles”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 247, No. 2, pg. 261-277.
- ❑ Michaltsos, G. and Kounadis, A. (2001), “The effects of centripetal and Coriolis forces on the dynamic response of light bridges under moving loads”, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 7, No. 3, pg. 315-326.
- ❑ Michaltsos, G. and Ermopoulos, J. (2001), “Dynamic response of column bases”, *Engineering Structures*, Vol. 23, No. 1, pg. 58-71.
- ❑ Michaltsos, G. Sophianopoulos, D. and Kounadis, A. (2001), “The effect of a moving mass and other parameters on the dynamic response of a simply supported beam”, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 191, No. 3, pg. 357-362.
- ❑ Michaltsos, G. (2002), “Dynamic behaviour of a single-span beam subjected to loads moving with variable speeds”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 258, No. 2, pg. 359-372.
- ❑ Michaltsos, G. Sarantithou, E. and Sophianopoulos, D. (2005), “Flexural-torsional vibration of simply supported open cross-section steel beams under moving loads”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 280, No. 3-5, pg. 479-494.

- ❑ Miranda, E. M. and Akkar, S. D. (2003) “Dynamic instability of simple structural systems”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 129, No. 12, pg. 1722-1726.
- ❑ Moller, M. Johansson, B. and Collin, P. (1997), “A new analytical model of inelastic local flange buckling”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 43, pg. 43-63.
- ❑ Monforton, G. R. and Wu, T. S. (1963), “Matrix analysis of semi-rigidly connected steel frames”, *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 89, No. 6, pg. 13-42.
- ❑ Μπανιωτόπουλος, Χ. (2009), Κατασκευές από χάλυβα. Αρχές σχεδιασμού στο πλαίσιο του Ευρωκώδικα 3, Εκδόσεις Ζήτη
- ❑ Mukherjee, A. Deshpande, J.M. and Anmala, J. (1996), “Prediction of buckling load of columns using artificial neural networks”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, pg.1385-1387.
- ❑ Mulas, M. (2004), “A structural model for panel zones in non linear seismic analysis of steel moment-resisting frames”, *Engineering Structures*, Vol. 26, pg. 363-380.
- ❑ Μυλωνάς, Κ. (1980), Μηχανική παραμορφωτών σωμάτων Ι.
- ❑ Neal, B. (1977) *The plastic methods of structural analysis*, Chapman and Hall Ltd.
- ❑ Nethercot, D.A. (2000), “Frame structures: global performance, static and stability behaviour”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 55,pg. 109-124.
- ❑ Nowacki, W. (1963), *Dynamics elastic systems*, Chapman and Hall Ltd, London.
- ❑ Oda, H. Usami, T. (1997), “Stability design of steel plane frames by second-order elastic analysis”, *Engineering Structures*, Vol. 19, pg. 617-627.
- ❑ Ovunc, B.A. and Ren, T. (1996), “Nonlinearities in the analysis of frames”, *Computers and Structures*, Vol. 61, pg. 1177-1184.
- ❑ Pantelidis, C.P. (1995), “Buckling of elastic columns using Convex model of uncertain springs”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 121, pg. 837-844.
- ❑ Petersen C. (1982), *Statik u. Stabilität der Baukonstruktionen*, Vieweg-Verlag.
- ❑ Petersen C. (1988), *Stahlbau Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten*, Vieweg.
- ❑ Petrolito, J. (1995), “Stiffness analysis of beams using a higher-order theory”, *Computers and Structures*, Vol. 55, pg. 33-39.
- ❑ Petrolito, J. and Legge K. A.(1996), “Unified nonlinear elastic frame analysis”, *Computers and Structures*, Vol. 60, pg. 21-30.
- ❑ Pflüger A. (1978), *Statik der Stabtragwerke*, Springer-Verlag.
- ❑ Pi, Y.-L. and Trahair, N.S. (1994), “Nonlinear inelastic analysis of steel beam columns – theory”, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 120 (7), pg. 2041–2061.
- ❑ Pi, Y.-L. and Trahair, N.S. (1994), “Nonlinear inelastic analysis of steel beam columns – applications”, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 120 (7), pg. 2062–2085.
- ❑ Plaut R. and Yoo R.-H. (1996), “Elastic response of columns after sudden loss of bracing”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 122, pg. 383-384.
- ❑ Polyzois, D. Raftoyiannis, I. and Ibrahim, S. (1998), “Finite elements method for the dynamic analysis of tapered composite poles”, *Composite Structures*, Vol. 43, No. 1, pg. 25-34.
- ❑ Raftoyiannis, I. (2005), “The effect of semi-rigid joints and an elastic bracing system on the buckling load of simple rectangular steel frames”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 61, pg. 1205-1225.

- ❑ Raftoyiannis, I. and Ermopoulos, J. (2005), “Stability of tapered and stepped steel columns with initial imperfections”, *Engineering Structures*, Vol. 27, No. 8, pg. 1248-1257.
- ❑ Raskin, I. and Roorda, J. (1996), “Buckling modes at coincident singularities of stiffness matrix”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 122, pg. 804-806.
- ❑ Rasmussen, K. J. R. and Rondal, J. (1998), “A unified approach to column design”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 46, pg. 127-128.
- ❑ Razzaq, Z. (1983), “End restraint effect on steel column strength”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 109, No. 2, pg. 314-334.
- ❑ Ren, W.-X. and Zeng, Q.-Y. (1997), “Interactive buckling behavior and ultimate load of I-section steel columns”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 123, pg. 1210-1217.
- ❑ Ren, W.-X. Tan, X. and Zheng, Zh. (1999), “Nonlinear analysis of plane frames using rigid body-spring discrete element method”, *Computers and Structures*, Vol. 71, pg. 105-119.
- ❑ Reyes-Salazar, A. and Haldar, A. (1999), “Nonlinear seismic response of steel structures with semi-rigid and composite connections”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 51, pg. 37-59.
- ❑ Rieckmann, H. P. (1982), “Knicklangenbeiwerte für zweigelenkrahmen mit druckkräften im riegel”, *Der Stahlbau*, Vol. 2, pg. 41-43.
- ❑ Riks, E. (1979), “An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 15 (7), pg. 529-551.
- ❑ Rodrigues, F. Saldanha, A. and Pfeil, M. (1998), “Non-linear analysis of steel plane frames with semi-rigid connections”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 46, No 1-3, pg. 94-97.
- ❑ Rogers, G. L. (1959), *Dynamics of framed structures*, John Wiley and sons, New York.
- ❑ Roth, C.P. and Bird, W. W. (1995), “Internal variable formulations for the plastic analysis of plane frames”, *Engineering Structures*, Vol. 17, pg. 214-220.
- ❑ Rottner, Th. Schweizerhof, K., Lenhardt, I. and Alefeld (2002), “On applications of parallel solution techniques for highly nonlinear problems involving static and dynamic buckling”, *Computers and Structures*, Vol. 80, pg. 1523-1536.
- ❑ Rubin, H. und Vogel, U. (1982), *Baustatik ebener Stabwerke in: Stahlbau Handbuch*, Vieweg.
- ❑ Rubin, H. (1997), “Uniform formulae of first- and second-order theory for skeletal structures”, *Engineering Structures*, Vol. 19, pg. 903-909.
- ❑ Sabelli, R. and Hohbach, D. (2000), “Design of cross-braced frames for predictable buckling behavior”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 125, pg. 163-168.
- ❑ Saka, M. P. and Kameshki, E. S. (1998), “Optimum design of unbraced rigid frames”, *Computers and Structures*, Vol. 69, pg. 433-442.
- ❑ Saka, M. P. (2003), “Optimum design of pitched roof steel frames with haunched rafters by genetic algorithm”, *Computers and Structures*, Vol. 81, pg. 1967-1978.
- ❑ Salmon, C. G. and Johnson, J. E. (1996), *Steel structures: design and behavior*, 4th Ed., Harper Collins College Publishers, New York.
- ❑ Schafer, B. (2000), “Local, distortional, and Euler buckling of thin-walled columns”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 128, pg. 289-299.

- ❑ Schneider, S. and Amidi, A. (1998), “Seismic behaviour of steel frames with deformable panel zones”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No 1, pg. 35-42.
- ❑ Schueller, G. I. (2002), “On the role of uncertainties in structural analysis”, 4th GRACM Congress on Computational Mechanics, CD Proceedings.
- ❑ Shanley, F.R. (1947), “Inelastic column theory”, *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol. 14, pg. 261-268.
- ❑ Shi, J. Boyle, J. T. Mackenzie, D. and Hamilton, R. (1996), “Approximate limit design of frames using elastic analysis”, *Computers and Structures*, Vol. 61, pg. 495-501.
- ❑ Shugyo, M. (2003), “Elastoplastic large deflection analysis of three-dimensional steel frames”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 129, No. 9, pg. 1259-1267.
- ❑ Silvestre, N. and Camotim, D. (1999), “In-plane buckling behaviour of asymmetric pitched-roof steel frames”, *EuroSteel '99*, 2nd European Conference on Steel structures, Praha, Czech Republic, May 26-29, CD proceedings
- ❑ Simites, G. J. (1976), *An introduction to the elastic stability of structures*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- ❑ Simites, G. and Kounadis (1978), “Buckling of imperfect rigid-jointed frames”, *Journal of the Engineering mechanics division*, pg. 569-586.
- ❑ Simites, G. Kounadis, A. and Giri, J. (1977), “Nonlinear buckling analysis of imperfection sensitive simple frame”, *International Colloquium on stability of structures and static and dynamic loads*, Washington, D.C., pg. 701-721.
- ❑ Sivaselvan, M. and Reinhorn, A. (2002), “Collapse analysis: Large deformations analysis of planar frames”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 128, pg. 1575-1583.
- ❑ Sophianopoulos, D. Ioannidis G. and Ermopoulos I. (1993), “Dynamic analysis of horizontally stayed bridges under wind loading”, *Computers and Structures*, Vol. 49, No. 4, pg. 693-703.
- ❑ Steenhuis, M. Weynand, K. and Gresnigt, A. M. (1998), “Strategies for economic design of unbraced steel frames”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 46, pg. 88-89.
- ❑ Sugimoto, H. and Chen, W. (1982), “Small end restraints on strength of H-columns”, *Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 108, ST3, pg. 661-681.
- ❑ Surovek-Maleck, A.E. and White, D.W. (2004), “Alternative approaches for elastic analysis and design of steel frames. I: Overview”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 130, No. 8, pg. 1186-1196.
- ❑ Surovek-Maleck, A.E. and White, D.W. (2004), “Alternative approaches for elastic analysis and design of steel frames. II: verification Studies”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 130, No. 8, pg. 1197-1205.
- ❑ Takagi, R. Maeda, M. Duan, S. J. and Nakagawa, K.(1997), “A proposal for optimum structural design with the largest buckling load”, *Computers and Structures*, Vol. 63, pg. 1033-1036.
- ❑ Takahashi, I. and Yoshioka, T. (1996), “Vibration and stability of a non-uniform double-beam subjected to follower forces”, *Computers and Structures*, Vol. 59, pg. 1033-1038.

- ❑ Task Committee on Effective length, (1997), Effective length and notional load approaches for assessing frame stability: Implications for American Steel Design, ASCE.
- ❑ The, L. and Clarke, M. (1999), "Plastic-zone analysis of 3D steel frames using beam elements", Journal of Structural Engineering, Vol. 125, pg. 1328-1337.
- ❑ The, L. and Clarke, M. (1999), "Tracing equilibrium paths of elastic framed structures", Journal of Engineering Mechanics, pg. 1358-1364.
- ❑ Thomson, T. W. (1972), Theory of vibration with applications, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- ❑ Thompson, J. M. T. and Hunt, G. W. (1973), A general theory of elastic stability, John Wiley and sons, New York.
- ❑ Timoshenko, S. P. (1953), History of strength of materials, McGraw Hill Book Co., Inc., New York.
- ❑ Timoshenko, S. P. and Gere, J. M. (1961), Theory of elastic stability, 2nd Ed., McGraw Hill Book Co., Inc., New York.
- ❑ Timoshenko, P. S. Young, H. D. and Weaver, W. J. (1974), Vibration problems in engineering, John Wiley and sons, New York.
- ❑ Toma, S. Chen, W.-F. and White, D. W. (1995), "A selection of calibration frames in North America for second-order inelastic analysis", Journal of Structural Engineering Structures, Vol. 17, No. 2, pg. 104-112.
- ❑ Torkamani, M. Sonmez, M. and Cao, J. (1997), "Second-order elastic plane frame analysis using finite element method", Journal of Structural Engineering, Vol. 123, pg. 1225-1235.
- ❑ Torkamani, M. and Sonmez, M. (2001), "Inelastic large deflection modeling of beam-columns", Journal of Structural Engineering, Vol. 127, pg. 876-887.
- ❑ Trahair, N.S. and Pi, Y.-L. (1997), "Torsion, bending and buckling of steel beams", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 19, pg. 372-377.
- ❑ Trahair, N. S. and Chan S. L. (2003), "Out of plane advanced analysis of steel structures", Engineering Structures, Vol. 25, pg. 1627-1637.
- ❑ Trahair, N. S. and Hancock G. J. (2004), "Steel member strength by inelastic lateral buckling", Journal of Structural Engineering, Vol. 130, No. 1, pg. 64-69.
- ❑ Usami, Ts. and Fukumoto, Y. (1996), "Experimental and numerical analysis database on structural stability", Engineering Structures, Vol. 18, pg. 812-820.
- ❑ Vayas, I. and Briassoulis, D. (1993), "Behavior of thin-walled steel frame joints", Journal of Constructional Steel Research, Vol. 24, No. 2, pg. 105-119.
- ❑ Vayas, I. Ermopoulos, J. and Pasternak, H. (1995), "Design of steel frames with slender joint-panels", Journal of Constructional Steel Research, Vol. 35, No. 2, pg. 165-187.
- ❑ Vayas, I. Pasternak, H. and Schween, T. (1995), "Cyclic behavior of beam-to-column steel joints with slender web panels", Journal of Structural Engineering, Vol. 121, No. 2, pg. 240-248.
- ❑ Vayas, I. (1997), "Stability and Ductility of Steel Elements", Journal of Constructional Steel Research, Vol. 44, pg. 23-50.
- ❑ Venkatraman, B. and Patel S. A. (1970), Structural mechanics with introductions to elasticity and plasticity, McGraw-Hill Book Company, New York.

- ❑ Villette, M. Boissonnade, N. Muzeau, J.-P. and Jaspert, J.-P. (2000), Development of a comprehensive formula for the design of beam-columns. Internal report, LERMES-CUST, University of Liege.
- ❑ Vinnakota, S. (1982), "Planar strength of restrained beam columns", Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 108, ST11, pg. 2496-2516.
- ❑ Volterra, E. and Zachmanoglou, C. E. (1965), Dynamics of vibrations, Charles E. Merrill Books, Columbus, Ohio.
- ❑ Wang, C. M. Wang, C. Y. and Nazmul, M. (2003), "Stability criteria for Euler columns with intermediate and end axial loads", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 129, No. 4, pg. 468-472.
- ❑ Wang, C. M. and Nazmul, M. (2003), "Buckling of columns with intermediate elastic restraint", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 129, No. 2, pg. 241-244.
- ❑ Wang, C. Y. (2002), "Buckling of an internally hinged column with an elastic support", Engineering Structures, Vol. 24, pg. 1357-1360.
- ❑ Warburton, B. G. (1964), The dynamic behavior of structures, Pergamon Press, London.
- ❑ White, D. (1996). "Comprehensive performance assessment of building structural systems: research to practice", Engineering Structures, Vol. 18, pg. 778-785.
- ❑ White, D. and Hajjar, J (1997). "Accuracy and simplicity of alternative procedures for stability design of steel frames", Journal of Constructional Steel Research, Vol. 42, pg. 209-261.
- ❑ White, D. and Clarke, M. (1997), "Design of beam-columns in steel frames. I: philosophies and procedures", Journal of Structural Engineering, Vol. 123, pg. 1556-1564.
- ❑ White, D. and Clarke, M. (1997), "Design of beam-columns in steel frames. II: comparison of standards", Journal of Structural Engineering, Vol. 123, pg. 1565-1575.
- ❑ White, D. and Hajjar, J. (1997), "Design of steel frames without consideration of effective length", Engineering Structures, Vol. 19, pg. 797-810.
- ❑ White, D. and Hajjar, J. (1997). "Buckling models and stability design of steel frames: a unified approach", Journal of Structural Engineering, Vol. 42, pg. 171-207.
- ❑ White, D. and Hajjar, J. (2000), "Stability of steel frames: the case of simple elastic and rigorous inelastic analysis/design procedures", Engineering Structures, Vol. 22, pg. 155-167.
- ❑ Williamson, E.B. and Rungamornrat, J. (2002), "Numerical analysis of dynamic stability under random excitation", Engineering Structures, Vol. 24, pg. 479-490.
- ❑ Wongkaew, K. and Chen, W.-F.(2002), "Consideration of out-of-plane buckling in advanced analysis for planar steel frame design", Journal of Constructional Steel Research, Vol. 58, pg. 943-965.
- ❑ Wood, R. H. (1974), "Effective lengths of columns in multi-storey buildings", Structural Engineer, Vol. 52, pg. 235-244.
- ❑ Wood, R. H. (1974), "Effective lengths of columns in multi-storey buildings", Structural Engineer, Vol. 52, pg. 295-302.
- ❑ Wood, R. H. (1974), "Effective lengths of columns in multi-storey buildings", Structural Engineer, Vol. 52, pg. 341-346.

- ❑ Wu, B. (1999), “Buckling mode interaction in fixed-end column with central brace”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.125, pg. 316-322.
- ❑ Χατζηφώτη, Α. (2000), Σύγκριση μεθόδων ελαστοπλαστικής ανάλυσης μεταλλικών πλαισίων, Διπλωματική Εργασία Ε.Μ.Π.
- ❑ Xie, Y. M. and Steven, G. P. (1997), *Evolutionary structural optimisation*, Springer, Berlin.
- ❑ Χιώνης, Χ. (1997), Μελέτη λυγισμού υποστηλωμάτων και πασσάλων με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π.
- ❑ Xu, L. and Grierson, D. E. (1993). “Computer-automated design of semi-rigid steel frameworks”, *Journal of Structural Engineering*, Vol.119, No. 30, pg.1740-1759.
- ❑ Xu, L. and Liu, Y. (2002), “Story stability of semi-braced steel frames”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 58, pg. 467-491.
- ❑ Yang, Y.B. Kuo, S.R. and Wu, Y.S. (2002), “Incrementally small-deformation theory for nonlinear analysis of structural frames”, *Engineering Structures*, Vol. 24, pg. 783-798.
- ❑ Yiagos, A. and Kounadis, A. (1988), “The effects of interaction of loadings on the change of buckling response of framed structures”, *Acta Mechanica*, Vol. 72, pg. 269-282.
- ❑ Yiagos, A. Ioannidis, G. and Kounadis, A. (1989), “The effects of interaction of loadings and geometry imperfection of the buckling state of frames”, *Computational Mechanics*, Vol. 5, pg. 95-103.
- ❑ Yu, C. H. Shanmugam, N. E. (1988), “Stability of semi-rigid frames”, *Computers and Structures*, Vol. 28, No. 1, pg. 85-91.
- ❑ Yu, C. H. Liew, J. Y. R. Shanmugam, N. E. and Ng, Y. H. (1998), “Collapse behaviour of sway frames with end-plate connections”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 48, pg. 169-188.
- ❑ Yu, W. K. Chung, K. F. and Chan, S. L. (2003), “Column buckling of structural bamboo”, *Engineering Structures*, Vol. 25, pg. 755-768.
- ❑ Yuhua, Ch. (1995), “Large deflection analysis of structures by an improved combined finite element-transfer Matrix method”, *Computers and Structures*, Vol. 55, pg. 167-171.
- ❑ Yura, J. A. (1997), “Slenderness K factor for leaning columns”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 120, pg. 247-250.
- ❑ Zhang, J. and Ellingwood, B. (1995), “Effects of uncertain material properties on structural stability”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 121, pg. 705-716.
- ❑ Zhou, Z. H. and Chan, S. L. (1996), “Refined second-order analysis of frames with members under lateral and axial loads”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, pg. 548-554.
- ❑ Zhou, Z. H. and Chan, S. L. (1997), “Second-order of slender steel frames under distributed axial and member loads”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 123, pg. 1187-1193.
- ❑ Zhou, Z. H. and Chan, S. L. (2004), “Elastoplastic and large deflection analysis of steel frames by one element per member. I: One hinge along member”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 130, No. 4, pg. 538-544.

- ❑ Zhou, Z. H. and Chan, S. L. (2004), “Elastoplastic and large deflection analysis of steel frames by one element per member. II: Three hinges along member”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 130, No. 4, pg. 545-553.
- ❑ Zhu K., Al-Bermani A., Kitipornchai and Li B. (1995), “Dynamic response of flexibly jointed frames”, *Engineering Structures*, Vol. 17, No. 8, pg. 575-580.
- ❑ Ziegler, H. (1968), *Principles of structural stability*, Blaisdell, Publishing Company, USA.
- ❑ Ziemian, R. McGuire, W. and Deierlein, G. (1992), “Inelastic limit states design. Part I: Planar frame studies”, *Journal of Structural Engineer*, Vol. 118, pg. 2532-2549.
- ❑ Ziemian, R. McGuire, W. and Deierlein, G. (1992), “Inelastic limit states design. Part II: Three-dimensional frame study”, *Journal of Structural Engineer*, Vol. 118, pg. 2550-2568.
- ❑ Zingoni, A. (2002), “Structural engineering in steel: Recent advances”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol.58, pg. 1281-1282.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΜΕΘΟΔΟΣ 1 ΚΑΙ 2 ΤΟΥ ΕΥΡΩΚΩΔΙΚΑ 3 ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΣΤΙΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΜΕΛΩΝ ΥΠΟ ΘΛΙΨΗ ΚΑΙ ΚΑΜΨΗ

Α.1 Παράρτημα Α του ΕΚ3 - εναλλακτική μέθοδος 1

Συντελεστές αλληλεπίδρασης	Παραδοχές σχεδιασμού	
	ελαστικές ιδιότητες διατομής κατηγορία 3, κατηγορία 4	πλαστικές ιδιότητες διατομής κατηγορία 1, κατηγορία 2
k_{yy}	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}}$
k_{yz}	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{yz}} 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}}$
k_{zy}	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}}$
k_{zz}	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{zz}}$

Πίνακας Α.1 Συντελεστές αλληλεπίδρασης k_{ij} (πίνακας Α.1 ΕΚ3)

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \quad (A.1)$$

$$\mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \quad (A.2)$$

$$w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1,5 \quad (A.3)$$

$$w_z = \frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} \leq 1,5 \quad (A.4)$$

$$n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk} / \gamma_{M1}} \quad (A.5)$$

$$a_{LT} = 1 - \frac{I_T}{I_y} \geq 0 \quad (A.6)$$

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max} - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2 \right) n_{pl} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}} \quad (A.7)$$

$$b_{LT} = 0,5 a_{LT} \bar{\lambda}_0^2 \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}} \quad (A.8)$$

$$C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_z^5} \right) n_{pl} - c_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}} \quad (A.9)$$

$$c_{LT} = 10 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{5 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \quad (A.10)$$

$$C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_y^5} \right) n_{pl} - d_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}} \quad (A.11)$$

$$d_{LT} = 2 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,Rd}} \quad (A.12)$$

$$C_{zz} = 1 + (w_z - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max} - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max}^2 \right) n_{pl} - e_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}} \quad (A.13)$$

$$e_{LT} = 1,7 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \quad (A.14)$$

Ο συντελεστής C_{my} δίνεται από τον πίνακα Α.2 (πίνακα Α.2 ΕΚ3)

$$\bar{\lambda}_{max} = \max(\bar{\lambda}_y, \bar{\lambda}_z) \quad (A.15)$$

Όπου:

$\bar{\lambda}_0$: ανηγμένη λυγηρότητα για στρεπτοκαμπτικό (πλευρικό) λυγισμό λόγω σταθερής καμπτικής ροπής ($\psi_y = 1,0$)

$\bar{\lambda}_{LT}$: ανηγμένη λυγηρότητα για στρεπτοκαμπτικό (πλευρικό) λυγισμό

I_y, I_T : ροπή αδρανείας ως προς τον άξονα y-y και σταθερά στρέψης St. Venant

Εάν ισχύει:

$$\bar{\lambda}_0 \leq 0,2\sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,TF}}\right)} \quad (A.16)$$

Τότε οι συντελεστές C_{mi} δίνονται από τις σχέσεις:

$$C_{my} = C_{my,0} \quad (A.17)$$

$$C_{mz} = C_{mz,0} \quad (A.18)$$

$$C_{mLT} = 1,0 \quad (A.19)$$

Εάν ισχύει:

$$\bar{\lambda}_0 > 0,2\sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,TF}}\right)} \quad (A.20)$$

Τότε οι συντελεστές C_{mi} δίνονται από τις σχέσεις:

$$C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{\sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}{1 + \sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}} \quad (A.21)$$

$$C_{mz} = C_{mz,0} \quad (A.22)$$

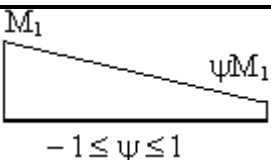
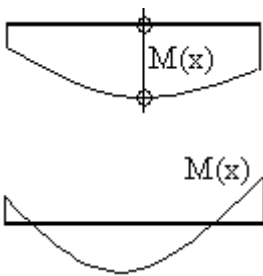
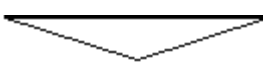
$$C_{mLT} = C_{my}^2 \frac{a_{LT}}{\sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{crit,z}}\right)\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{crit,T}}\right)}} \geq 1 \quad (A.23)$$

Όπου:

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} \text{ για διατομές κατηγορίας 1, 2 και 3} \quad (A.24)$$

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A_{eff}}{W_{eff,y}} \text{ για διατομές κατηγορίας 4} \quad (A.25)$$

$N_{crit,y}, N_{crit,z}, N_{crit,T}$: ελαστική δύναμη καμπτικού λυγισμού περί τον άξονα y-y, z-z και ελαστική δύναμη στρεπτικού λυγισμού

Διάγραμμα ροπής	$C_{mi,0}$
 M_1 ψM_1 $-1 \leq \psi \leq 1$	$C_{mi,0} = 0,79 + 0,21\psi_i + 0,36(\psi_i - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
 $M(x)$ $M(x)$	$C_{mi,0} = 1 + \left(\frac{\pi^2 EI_i \delta_x }{L^2 M_{i,Ed}(x) } - 1 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$ $M_{i,Ed}(x)$ είναι η μέγιστη ροπή $M_{y,Ed}$ ή $M_{z,Ed}$ δ_x είναι η μέγιστη μετατόπιση του μέλους κατά το μήκος του
	$C_{mi,0} = 1 - 0,18 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
	$C_{mi,0} = 1 + 0,03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$

Πίνακας Α.2 Συντελεστές $C_{mi,0}$ ισοδύναμης ομοιόμορφης ροπής (πίνακας Α.2 ΕΚ3)

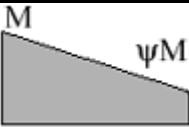
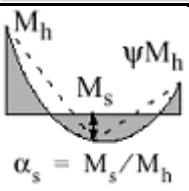
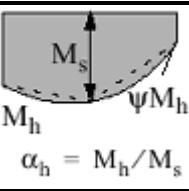
Α.2 Παράρτημα Β - εναλλακτική μέθοδος 2

k_{ij}	Τύπος διατομών	Παραδοχές σχεδιασμού	
		ελαστικές ιδιότητες διατομών κατηγορία 3, κατηγορία 4	πλαστικές ιδιότητες διατομών κατηγορία 1, κατηγορία 2
k_{yy}	διατομές Ι και RHS	$C_{my} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
k_{yz}	διατομές Ι και RHS	k_{zz}	$0,6 k_{zz}$
k_{zy}	διατομές Ι και RHS	$0,8 k_{yy}$	$0,6 k_{yy}$
k_{zz}	διατομές Ι	$C_{mz} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
	διατομές RHS	$\leq C_{mz} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left(1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
Για διατομές Ι και Η και ορθογωνικές κοίλες διατομές με αξονική θλίψη και μονοαξονική κάμψη $M_{y,Ed}$ ο συντελεστής k_{zy} μπορεί να είναι $k_{zy} = 0$.			

Πίνακας Α.3 Συντελεστές αλληλεπίδρασης k_{ij} για μέλη που δεν υπόκεινται σε στρεπτικές παραμορφώσεις (πίνακας Β.1 ΕΚ3)

k_{ij}	Παραδοχές σχεδιασμού	
	ελαστικές ιδιότητες διατομών κατηγορία 3, κατηγορία 4	πλαστικές ιδιότητες διατομών κατηγορία 1, κατηγορία 2
k_{yy}	k_{yy} από τον πίνακα 6.3	k_{yy} από τον πίνακα 6.3
k_{yz}	k_{yz} από τον πίνακα 6.3	k_{yz} από τον πίνακα 6.3
k_{zy}	$\left[1 - \frac{0,05\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[1 - \frac{0,05}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$	$\left[1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ για $\bar{\lambda}_z < 0,4$: $k_{zy} = 0,6 + \bar{\lambda}_z \leq$ $1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}$
k_{zz}	k_{zz} από τον πίνακα 6.3	k_{zz} από τον πίνακα 6.3

Πίνακας Α.4 Συντελεστές αλληλεπίδρασης k_{ij} για μέλη που υπόκεινται σε στρεπτικές παραμορφώσεις

Διάγραμμα ροπής	Περιοχή		C_{my} και C_{mz} και C_{mLT}	
			Ομοιόμορφο φορτίο	Συγκεντρωμένο φορτίο
	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$	
 $\alpha_s = M_s/M_h$	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$-0,8\alpha_s \geq 0,4$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,1(1-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2(-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$
 $\alpha_h = M_h/M_s$	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h(1+2\psi)$	$0,90 - 0,10\alpha_h(1+2\psi)$
Για μέλη με λυγισμό από μετάθεση ο συντελεστής ισοδύναμης ομοιόμορφης ροπής πρέπει να λαμβάνεται $C_{my} = 0,9$ ή $C_{Mz} = 0,9$ αντίστοιχα.				
Τα C_{my} , C_{mz} και C_{mLT} πρέπει να λαμβάνονται σύμφωνα με το διάγραμμα ροπών μεταξύ των αντίστοιχων πλευρικά στηριζόμενων σημείων ως εξής:				
συντελεστής ροπής	άξονας κάμψης		σημεία εξασφαλιζόμενα κατά τη διεύθυνση	
C_{my}	y-y		z-z	
C_{mz}	z-z		y-y	
C_{mLT}	y-y		y-y	

Πίνακας Α.5 Συντελεστές C_m ισοδύναμης ομοιόμορφης ροπής

Α.3 Ατέλειες για στατική ανάλυση πλαισίων

Το θεωρούμενο σχήμα καθολικών και τοπικών ατελειών μπορεί να λαμβάνεται από την ελαστική μορφή λυγισμού της κατασκευής στο υπό θεώρηση επίπεδο λυγισμού.

Για πλαίσια ευαίσθητα σε λυγισμό με μετάθεση, η επίδραση των ατελειών λαμβάνεται υπόψη στην ανάλυση των πλαισίων μέσω μιας ισοδύναμης ατέλειας που περιλαμβάνει αρχική ατέλεια μετάθεσης και τοπικές ατέλειες μεμονωμένων μελών. Οι ατέλειες μπορούν να καθορίζονται από:

α) καθολικές αρχικές ατέλειες μετάθεσης (σχήμα Α.1):

$$\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m \quad (\text{Α.26})$$

όπου ϕ_0 είναι η βασική τιμή: $\phi_0 = 1/200$

α_h είναι ο μειωτικός συντελεστής σχετικός με το ύψος h εφαρμόσιμος σε υποστυλώματα,

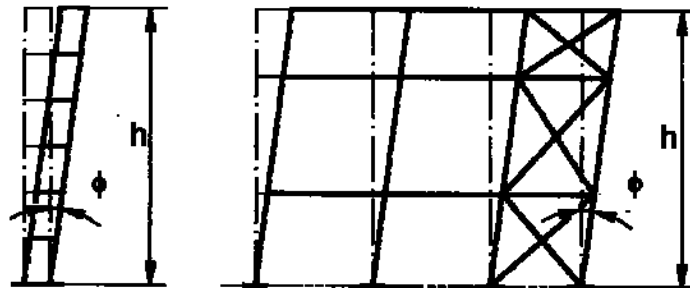
$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \text{ αλλά } \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1,0$$

h είναι το ύψος της κατασκευής σε μέτρα

α_m είναι ο μειωτικός συντελεστής σχετικός με τον αριθμό των στύλων σε έναν όροφο,

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m} \right)}$$

m είναι ο αριθμός των στύλων σε έναν όροφο και περιλαμβάνει μόνο εκείνους τους στύλους που φέρουν κατακόρυφο φορτίο N_{Ed} όχι μικρότερο του 50% της μέσης τιμής του φορτίου των στύλων στο υπό θεώρηση κατακόρυφο επίπεδο



Σχήμα Α.1 Ισοδύναμες ατέλειες μετάθεσης

β) σχετικές αρχικές τοπικές ατέλειες μελών για καμπτικό λυγισμό

$$e_0 / L \quad (\text{Α.27})$$

όπου L είναι το μήκος του μέλους

Οι τιμές e_0 / L μπορούν να επιλέγονται από το Εθνικό Προσάρτημα. Συνιστώμενες τιμές δίνονται στον Πίνακα Α.6.

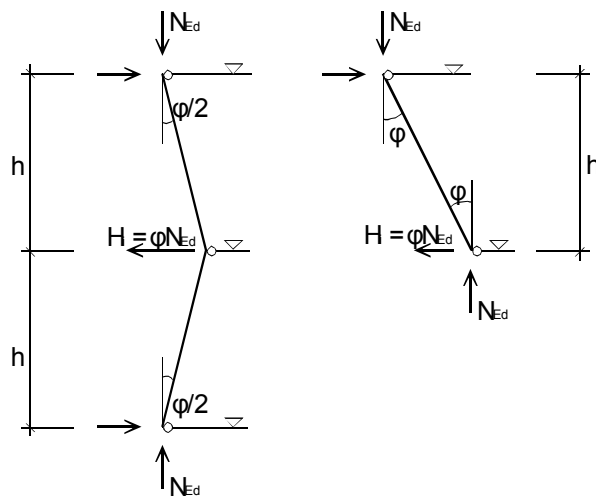
Καμπύλη λυγισμού σύμφωνα με τον Πίνακα 1.2	Ελαστική ανάλυση	Πλαστική ανάλυση
	e_0 / L	e_0 / L
a_0	1 / 350	1 / 300
a	1 / 300	1 / 250
b	1 / 250	1 / 200
c	1 / 200	1 / 150
d	1 / 150	1 / 100

Πίνακας Α.6 Τιμές σχεδιασμού αρχικής τοπικής ατέλειας e_0 / L

Για πλαίσια κτιρίων οι ατέλειες μετάθεσης μπορούν να αγνοούνται όπου

$$H_{Ed} \geq 0,15 V_{Ed} \quad (A.28)$$

Για τον καθορισμό οριζοντίων δυνάμεων στα διαφράγματα ορόφων θα πρέπει να εφαρμόζεται η μορφή ατελειών όπως δίνεται στο σχήμα Α.2, όπου ϕ είναι ατέλεια μετάθεσης ληφθείσα από την εξίσωση Α.26, θεωρώντας ότι υπάρχει μόνο ένας όροφος με ύψος h .



Σχήμα Α.2 Μορφή ατελειών μετάθεσης ϕ για οριζόντια φορτία στους ορόφους

Όταν εκτελείται στατική ανάλυση για τον καθορισμό των εντατικών μεγεθών στα άκρα του μέλους που θα χρησιμοποιηθούν σε ελέγχους μελών, οι τοπικές ατέλειες μελών μπορούν να αγνοούνται. Εντούτοις για πλαίσια ευαίσθητα σε επιδράσεις δεύτερης τάξης, οι τοπικές ατέλειες μελών, επιπρόσθετα με τις καθολικές ατέλειες μετάθεσης, πρέπει να εισάγονται στη στατική ανάλυση του πλαισίου για κάθε θλιβόμενο μέλος, όπου συντρέχουν οι παρακάτω συνθήκες:

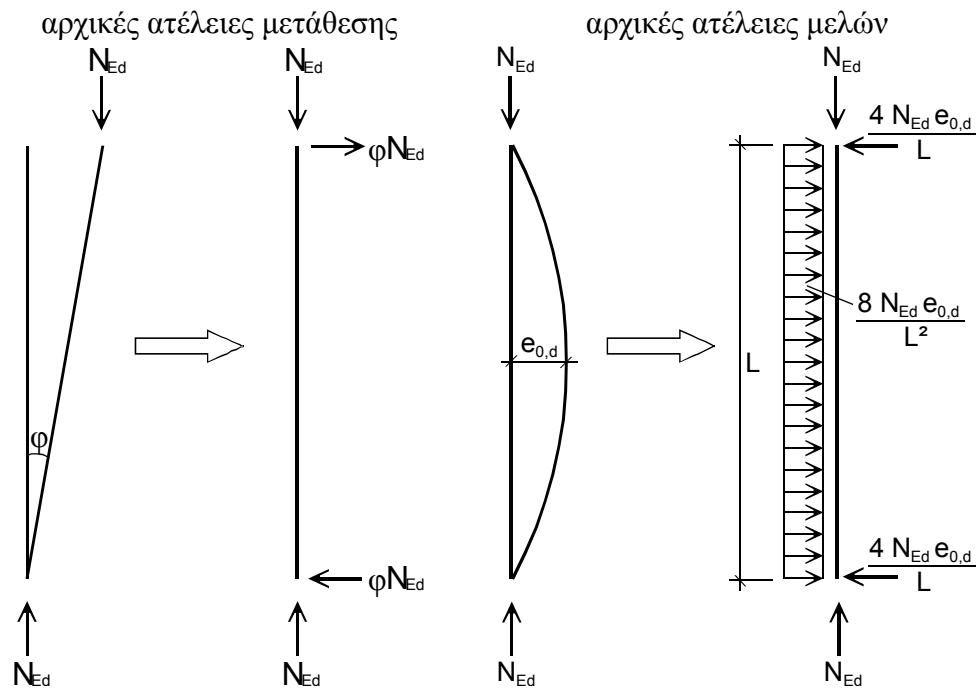
- υπάρχει τουλάχιστον ένας κόμβος ροπής σε ένα άκρο του μέλους

$$\bar{\lambda} > 0,5 \sqrt{\frac{A f_y}{N_{Ed}}} \quad (\text{A.29})$$

όπου N_{Ed} είναι η τιμή σχεδιασμού της θλιπτικής δύναμης και

$\bar{\lambda}$ είναι η εντός επιπέδου ανηγμένη λυγηρότητα υπολογισμένη για το μέλος με θεώρηση αρθρώσεων στα άκρα του

Οι επιδράσεις της αρχικής ατέλειας μετάθεσης και των τοπικών ατελειών μελών μπορούν να αντικαθίστανται από συστήματα ισοδύναμων οριζοντίων δυνάμεων, τα οποία εισάγονται για κάθε στύλο (σχήματα Α.2 και Α.3).



Σχήμα Α.3 Αντικατάσταση αρχικών ατελειών από ισοδύναμες οριζόντιες δυνάμεις

Αυτές οι αρχικές ατέλειες μετάθεσης πρέπει να εφαρμόζονται σε όλες τις σχετικές οριζόντιες διευθύνσεις, αλλά απαιτείται να θεωρούνται μόνο κατά μια διεύθυνση κάθε φορά.

Όπου, σε πολύωροφα πλαίσια κτιρίων δοκού-υποστυλώματος, χρησιμοποιούνται ισοδύναμες δυνάμεις, αυτές πρέπει να εφαρμόζονται στο επίπεδο κάθε δαπέδου και κάθε οροφής.

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

Αγγλικά κεφαλαία

- A : εμβαδό διατομής
 A_{br} : εμβαδό διατομής ελκυστήρα
 E : μέτρο ελαστικότητας
 E_i : μέτρο ελαστικότητας μέλους
 E_{br} : μέτρο ελαστικότητας ελκυστήρα
 I_i : ροπή αδρανείας μέλους
 I_c : ροπή αδρανείας υποστυλώματος
 K : συντελεστής μήκους λυγισμού κατά L.R.F.D.
 $[K]$: τοπικό μητρώο δυσκαμψίας
 $[\overline{K}]$: καθολικό μητρώο δυσκαμψίας
 $[\overline{K}_m]$: τροποποιημένο καθολικό μητρώο δυσκαμψίας
 L_i : μήκος μέλους
 L'_i : ισοδύναμο μήκος λυγισμού μέλους
 L_{br} : μήκος ελκυστήρα
 M : ροπή
 M_{sd} : ροπή σχεδιασμού
 N : αξονικό φορτίο
 $N_{E,i}$: φορτίο λυγισμού Euler μέλους
 N_{cr} : κρίσιμο φορτίο λυγισμού
 P : φορτίο
 P_{cr} : κρίσιμο φορτίο λυγισμού
 $[\overline{P}]$: καθολικό μητρώο εξωτερικών δράσεων φορέα
 $[\overline{P}_m]$: τροποποιημένο καθολικό μητρώο εξωτερικών δράσεων φορέα
 V : τέμνουσα δύναμη
 W_{el} : ελαστική ροπή αντίστασης

Αγγλικά μικρά

- α : συντελεστής που λαμβάνει υπόψη την επιρροή των συνθηκών στήριξης του απομακρυσμένου άκρου του μέλους
 c_ϕ : στροφική δυσκαμψία
 c_i : στροφική δυσκαμψία μέλους
 c_c : στροφική δυσκαμψία υποστυλώματος
 c_b : στροφική δυσκαμψία δοκού, άθροισμα στροφικής δυσκαμψίας δοκών
 c_1, c_3 : στροφική δυσκαμψία του άνω ή κάτω κόμβου του υποστυλώματος
 c_2, c_4 : δυσκαμψία σε οριζόντια μετατόπιση του άνω ή κάτω κόμβου του υποστυλώματος

- c_i^* : ο λόγος της στροφικής δυσκαμψίας του ακραίου κόμβου i του υποστυλώματος προς το γινόμενο του μέτρου ελαστικότητας με το μήκος του υποστυλώματος
- $c^\#$: ο λόγος του γινομένου της στροφικής δυσκαμψίας των δοκών που συντρέχουν στον ακραίο κόμβο του υποστυλώματος με το μήκος του υποστυλώματος προς το γινόμενο του μέτρου ελαστικότητας με το μήκος του υποστυλώματος
- $\bar{c}_2$: αδιαστατοποιημένος συντελεστής δυσκαμψίας για οριζόντια μετατόπιση
- d : συντελεστής που λαμβάνει υπόψη την επιρροή της αξονικής δύναμης
- f_y : τάση διαρροής
- g_i : αδιαστατοποιημένος συντελεστής στροφικής δυσκαμψίας που ορίζεται ως ο ο λόγος του συντελεστή στροφικής δυσκαμψίας για κατακόρυφο μέλος με αξονική δύναμη που στον ακραίο του κόμβο στηρίζεται σε στροφικό ελατήριο προς τον αντίστοιχο συντελεστή στροφικής δυσκαμψίας του ίδιου μέλους χωρίς αξονική δύναμη
- h : ύψος υποστυλώματος, πλαισίου
- h' : μήκος λυγισμού υποστυλώματος
- k : συντελεστής φορτίου λυγισμού
- k_c : συντελεστής ακαμψίας I_c/h του υποστυλώματος, κατά ΕΚ3
- k_{ij} : συντελεστής ενεργού ακαμψίας της δοκού ij , κατά ΕΚ3
- n_i : συντελεστής κατανομής ακραίου κόμβου i του συνεχούς υποστυλώματος
- q : ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο
- w : μετατόπιση
- w' : στροφή
- z_i : συντελεστής αδιαστατοποίησης της στροφικής δυσκαμψίας του ακραίου κόμβου i του υποστυλώματος

Ελληνικά κεφαλαία

- $\overline{[\Delta]}$: καθολικό μητρώο μετατοπίσεων φορέα
- $\overline{[\Delta_m]}$: τροποποιημένο καθολικό μητρώο μετατοπίσεων φορέα
- $[\Lambda_{PPT}]$: μητρώο μετασχηματισμού

Ελληνικά μικρά

- β : συντελεστής μήκους λυγισμού
- γ_{M0} : συντελεστής κατά ΕΚ3
- δ : μετακίνηση, μετακίνηση φορέα με σύστημα δυσκαμψίας
- δ_0 : μετακίνηση φορέα χωρίς σύστημα δυσκαμψίας
- θ : γωνία, στροφή
- φ : γωνία, στροφή