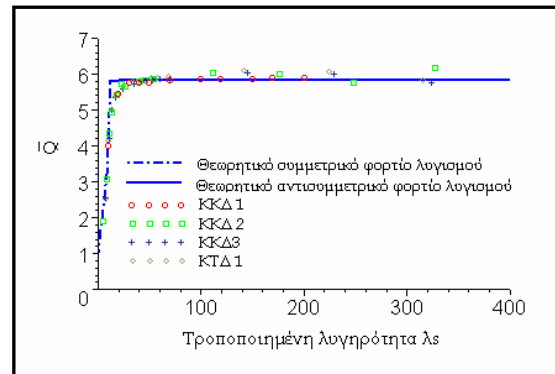
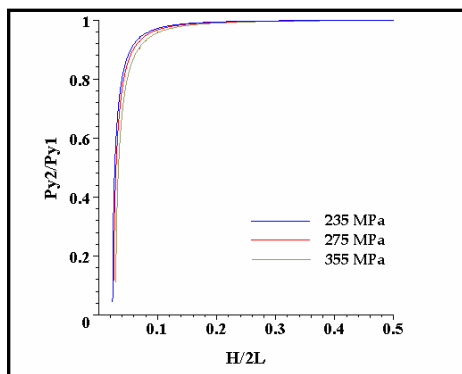
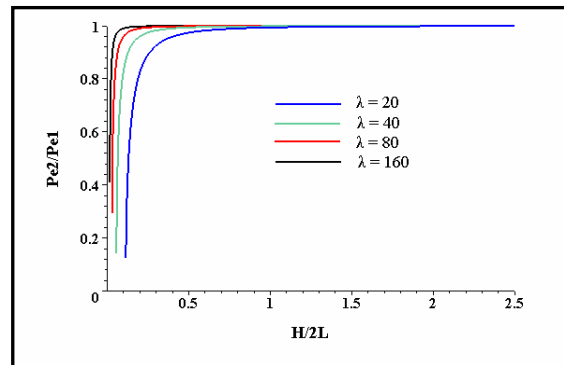
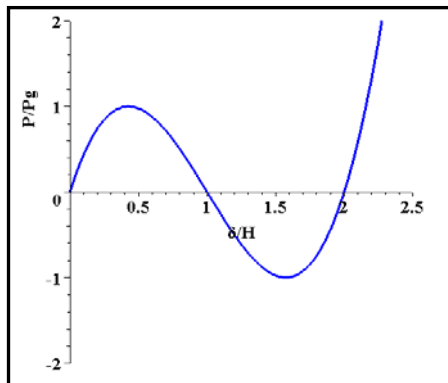




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ
ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΛΥΓΙΣΜΟΥ ΑΨΙΔΩΝ



ΔΗΜΟΠΟΥΛΟΣ ΧΡΙΣΤΟΦΟΡΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ

ΧΑΡΗΣ ΓΑΝΤΕΣ
ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Ε.Μ.Π.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία καταπιάνεται πρωτίστως με τη μελέτη της συμπεριφοράς και τον υπολογισμό της αντοχής μιας αψίδας Von Mises και κατά δεύτερο λόγο με τη μελέτη της συμπεριφοράς κυκλικών τόξων.

Η αψίδα Von Mises είναι απλός ισοστατικός φορέας. Αποτελείται από δυο ευθύγραμμες ράβδους οι οποίες ενώνονται με άρθρωση στη στέψη και στηρίζονται σε ένα οριζόντιο επίπεδο με αρθρώσεις. Πρόκειται για ένα τριαρθρωτό σύστημα το οποίο επιδέχεται ακριβείς λύσεις. Συνεπώς, με τη λογική της στατικής πρώτης τάξης οι ράβδοι θα ανέπτυσσαν σταθερή αξονική δύναμη και θα κινδύνευαν να αστοχήσουν εφόσον η δύναμη αυτή έφτανε μια κρίσιμη τιμή η οποία θα αφορούσε είτε τη διαρροή, είτε το λυγισμό των ράβδων ανάλογα με τη λυγηρότητα τους. Οι ράβδοι θα διέρρεαν ή θα λυγίζαν εφόσον η κρίσιμη δύναμη ήταν η δύναμη διαρροής ή το φορτίο Euler αντίστοιχα.

Παρόλα αυτά, υπάρχει ένα ενδεχόμενο το οποίο δεν έχει ληφθεί υπόψη. Αυτό αφορά την πιθανότητα η αψίδα να υποστεί καθολικό βίαιο λυγισμό, δηλαδή το σύστημα των δυο ράβδων να χάσει την ευστάθειά του και η κορυφή του να οδηγηθεί χαμηλότερα από το επίπεδο στήριξης. Αυτό μπορεί να συμβεί όταν η αψίδα είναι πολύ ρηχή. Σε αυτές τις περιπτώσεις η μη γραμμικότητα δεν είναι καθόλου αμελητέα. Συνεπώς, η στατική πρώτη τάξης δεν επαρκεί για τον ακριβή υπολογισμό της αντοχής της αψίδας αλλά ούτε μπορεί να προσδιορίσει την μορφή αστοχίας. Όλα αυτά μπορούν να ληφθούν υπόψη μόνο με θεώρηση μεγάλων μετακινήσεων.

Η μελέτη της συμπεριφοράς της αψίδας τύπου Von Mises έχει οδηγήσει στη διατύπωση μιας μεθοδολογίας υπολογισμού της αντοχής και της μορφής αστοχίας του συστήματος αυτού, η οποία λαμβάνει υπόψη της τη μη γραμμικότητα του προβλήματος. Σημαντικό στοιχείο της προτεινόμενης μεθοδολογίας είναι το γεγονός ότι κάνει χρήση του μειωτικού συντελεστή χ του EC3 ενώ η μορφή της είναι ανάλογη της διάταξης του Ευρωκώδικα που αφορά το θλιβόμενο υποστυλώμα.

Μεγάλη προσπάθεια έχει γίνει εκ μέρους του συγγραφέα για την όσο το δυνατόν πληρέστερη και πιο κατανοητή παρουσίαση του θέματος με το οποίο ασχολείται η εργασία αυτή. Έτσι, το πρώτο κεφάλαιο ασχολείται με εισαγωγικές έννοιες της θεωρίας του ελαστικού λυγισμού μέσα από το οποίο ο αναγνώστης μπορεί να πάρει μια πρώτη γεύση μεταξύ άλλων και για το βίαιο λυγισμό ο οποίος συνδέεται πιο άμεσα με το θέμα μας. Ακολούθως, στο δεύτερο και τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζονται όλα τα απαραίτητα θεωρητικά στοιχεία που αφορούν τη συμπεριφορά μιας αψίδας Von Mises και ενός κυκλικού τόξου αντίστοιχα. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι αρκετές από τις θεωρητικές σχέσεις του δεύτερου κεφαλαίου προέκυψαν στα πλαίσια αυτής της εργασίας. Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται μια σύντομη παρουσίαση των δυνατοτήτων του προγράμματος ADINA ενώ παρουσιάζεται βήμα προς βήμα η ανάλυση ενός κυκλικού τόξου κάνοντας χρήση του ίδιου προγράμματος. Στο πέμπτο

κεφάλαιο παρουσιάζονται όλα τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη της συμπεριφοράς της συμπεριφοράς της αψίδας Von Mises ενώ στο έκτο κεφάλαιο ο αναγνώστης μπορεί να εμπεδώσει καλύτερα την προτεινόμενη μεθοδολογία υπολογισμού της αντοχής της μέσω λυμένων παραδειγμάτων. Στο έβδομο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μιας μελέτης των κύριων χαρακτηριστικών κυκλικών τόξων. Στο όγδοο κεφάλαιο επιχειρείται μια συγκεφαλαίωση των παρατηρήσεων και συμπερασμάτων που προέκυψαν στην εργασία αυτή. Ακολουθούν τρία παραρτήματα στα οποία παρατίθενται μεταξύ άλλων το πρόγραμμα που έχει γραφτεί στη μαθηματική συμβολική γλώσσα Maple για τη μελέτη της συμπεριφοράς της αψίδας Von Mises όπως επίσης και μερικά χρήσιμα στοιχεία από τον Ευρωκώδικα 3.

Από τη θέση αυτή δεν θα μπορούσα παρά να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες στον κύριο Χάρη Γαντέ, Επίκουρο Καθηγητή στο Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Ε.Μ.Π. και επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας, για τις πολύτιμες συμβουλές του και το αμέριστο ενδιαφέρον το οποίο επέδειξε σε όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της. Ευχαριστώ επίσης τον υποψήφιο διδάκτορα Μηνά Λεμονή για τις συμβουλές του σχετικά με το πρόγραμμα ADINA.

Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω την απέραντη ευγνωμοσύνη μου και το χρέος μου απέναντι στους γονείς μου για τις τόσες θυσίες τους που έκαναν δυνατή την εκπαίδευση μου σε μια από τις πιο αξιόλογες σχολές του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, τη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών.

Χριστόφορος Δημόπουλος
Αθήνα 2004

PREFACE

The present diploma thesis is dealing mainly with the investigation of the behavior and the determination of the strength of a Von Mises truss and secondarily with the investigation of the behavior of circular arches.

The Von Mises truss is just a simple statically determinate structure. It is consisted of two perfectly straight rods which are connected with a hinge at the top and supported at a horizontal plane with hinges. This is a three hinge truss which has an exact static solution. Consequently, as far as the first order analysis is concerned, the two members of the truss would develop a constant axial force over their entire length. If this axial compressive force reached the yielding bearing capacity or the Euler buckling force, depending on which one is the most crucial, it would cause failure.

Despite the aforementioned, there is a possibility which has not been taken into consideration yet. This has to do with the possibility that the truss may exhibit a snap – through – buckling kind of behavior, that is the system to lose its static stability and as consequence the top of the truss to move at the symmetrical position of the undeformed equilibrium position. Such a failure could appear only if the truss is shallow enough. Under such circumstances, the geometrical nonlinearity could not be negligible. As a result, neither the strength nor the sort of failure could be predicted satisfactorily with the aid of a first order analysis. This can only be achieved if we take into account the nonlinearity of the problem by performing a second order analysis.

The investigation of the behavior of a Von Mises truss has led to the determination of a methodology of determining both the strength and the sort of failure of a given truss subjected to a vertical concentrated load at its top.

The writer has made a great deal of effort so as to make the presentation of this diploma thesis subject as more complete and intelligible as possible. So, the first chapter deals with fundamentals concepts of the elastic stability theory through which the reader could have a first glance of the snap – through – buckling which is of our best interest. In the second and third chapters all the necessary theoretical elements, concerning the behavior of a Von Mises truss and a circular arch respectively, are provided. It should be pointed out that many of theoretical equations on the Von Mises truss have been derived during the preparation of the present diploma thesis. The fourth chapter gives a short presentation of the capabilities that the finite element program ADINA has and a step to step analysis of a circular arch is given using the same program. In the fifth chapter, all the results of the investigation of the behavior of the Von Mises truss are provided while in the sixth chapter the reader can understand the methodology of the determination of the strength of such arches through solved problems. In the seventh chapter the result of the investigation of the main characteristic of circular arches are presented. The eighth chapter is focused on the main conclusions that have been reached through this work. Finally, there are

three appendixes A, B, Γ which among others present the program written in the symbolic mathematical language Maple for the research on the behavior of a Von Misses truss and provide useful elements taken from the EC 3.

From this position, I would like to express my deep gratitude to Mr. Chares Gantes, assistant professor in the Civil Engineering School of N.T.U.A., for his valuable advices and his undivided interest during his supervision of the preparation of my diploma thesis. I would like also to thank the PhD candidate Minas Lemonis for his advices concerning the finite element program ADINA.

Finally, I would like to express my endless gratitude and obligation to my parents. Haven't been their sacrifices and care, I wouldn't be able to de educated in one of the most remarkable schools of N.T.U.A.; the School of Civil Engineering.

Christoforos Dimopoulos
Athens 2004