



ΔΡΑΣΗ: «ΑΡΙΣΤΕΙΑ ΙΙ»

ΤΙΤΛΟΣ:

«Πρωτότυπες έννοιες σχεδιασμού μεταλλικών κατασκευών
για τον ενεργειακό τομέα με χρήση σύγχρονων υλικών»

4916-ENSSTRAM

Επιστημονικός Υπεύθυνος: **Καθ. Χ. ΓΑΝΤΕΣ**

ΕΝΟΤΗΤΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ (Ε.Ε.) 13

*Μεθοδολογία σχεδιασμού και κατασκευής υπόγειων αγωγών
με εύκαμπτους κόμβους*

ΠΑΡΑΔΟΤΕΟ 13.1:

*Τεχνική έκθεση μεθοδολογίας σχεδιασμού και κατασκευής
υπόγειων αγωγών με εύκαμπτους κόμβους*

2015



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING

9 Iroon Polytechniou Str., GR-15780, Zografou, Greece

PROJECT: «ARISTEIA II»

TITLE:

«Novel design concepts for ENergy related Steel
STRuctures using Advanced Materials»

4916-ENSSTRAM

Research Coordinator: Prof. C. GANTES

WORK PACKAGE (W.P.) 13

*Methodology for design and construction of underground
pipes with flexible joints*

DELIVERABLE 13.1:

*Technical Report of Methodology for design and construction
of underground pipes with flexible joints*

2015



European Union
European Social Fund



MINISTRY OF EDUCATION & RELIGIOUS AFFAIRS, CULTURE & SPORTS
MANAGING AUTHORITY

Co-financed by Greece and the European Union



EUROPEAN SOCIAL FUND

Summary

I. General

This Research Report is the deliverable of Work Package 13 (WP 13), of the research program with title “Novel design concepts for **EN**ergy related **Steel STR**uctures using **Advanced M**aterials” (ENSSTRAM), coordinated by Professor Ch. Gantes, of NTUA.

According to the Research Proposal, the scope of this deliverable is:

“To provide recommendations for preliminary analytical, as well as, more accurate numerical methodologies for the analysis and the design of underground pipelines with flexible joints (S-BP) under large permanent ground deformation. In the sequel, design and construction recommendations will be compiled in a comprehensive draft paper that can be adopted in future codes and regulations”.

Thus, in this work package (W.P. 13), the proposed numerical and analytical methodologies for the estimation of the pipeline behavior with flexible joints against fault offsets, as they have been developed in W.P. 9, 10 and 11, are briefly presented. Moreover, a brief presentation is being made of the results from W.P. 12, for the application limits of this design method.

II. Proposed NUMERICAL Methodology

The use of existing numerical simulation methodologies has been investigated. Thus, it has been concluded that the available numerical methodologies can describe accurately the behavior of a pipeline with flexible joints against large permanent ground deformation due to activation of strike-slip or normal faults.

To this extent, for the evaluation of the effect of flexible joints at the pipeline behavior, the use of 3-D numerical elastoplastic analyses is being proposed, with the Finite Elements method. More specifically, the pipeline is proposed to be discretized in 2-node, isoparametric, 3D, elastoplastic, linear pipe elements, with the mechanical and geometrical characteristics of the cylindrical pipe that is being simulated.

The ground-pipe interaction should be simulated by elasto-plastic distributed (winkler) springs. The soil springs should be placed in the axial, the lateral horizontal and lateral vertical directions of the pipeline. The flexible joints should be simulated as rotational springs with appropriate rotational modulus of flexibility.

The numerical methodology described above was used extensively in this project for the parametric investigation of the effect of flexible joints, as well as, for the calibration - verification of the alternative analytical method for the pipeline design.

III. Proposed ANALYTICAL Methodology

The proposed analytical methodology applies directly to two different crossing cases: (a) oblique crossing of the pipeline with the trace of a strike-slip fault, and (b) perpendicular crossing of the pipeline with a normal fault with random fault plane inclination.

The equally common case of oblique crossing of the pipeline with a normal fault trace can be readily analyzed with superposition of cases (a) and (b) above. It is noted that, the superposition process of the two different solution results does not reduce the accuracy of predictions as the critical pipeline sections for strike slip and normal fault crossings do not coincide, while rotation angles of the flexible joints correspond to different planes and can be vectorially added.

Development of the proposed analytical methodology was based upon the concepts incorporated in earlier analytical solutions for continuous pipelines and various fault types, presented by Karamitros et al. (2007, 2011) and Trifonov & Cherniy (2010). In summary, the pipeline is analyzed as a non-linear beam on elasto-plastic Winkler foundation (NBWF), subjected to concurrent tension and bending. The equilibrium equations are expressed at the deformed state of the pipeline so that second order

effects are consistently taken into account in the computation of bending moments, resulting pipeline strains and joint rotation angles. Note that such effects become important for the problem at hand, due to the very large anticipated ground displacements induced by an active fault rupture.

The analytical predictions for strike-slip fault crossings were initially verified against the results of twelve (12) parametric analyses for a 30" diameter pipeline with 12.5mm wall thickness. The flexible joints were placed at 8m apart, while two extreme scenarios were considered for the location of the fault trace: at the middle between two subsequent joints and adjacent to a joint. The comparison was performed for two intersection angles, 90° (perpendicular crossing) and 60° (oblique crossing) and three fault displacements equal to 0.75m, 1.5m and 3.0m.

For normal fault crossings the analytical prediction were initially verified against the results of twelve (12) parametric analyses for a 30" diameter pipeline with 12.5mm wall thickness, distance between flexible joints $L = 8\text{m}$, crossing position at the middle between two subsequent joints or adjacent to the joint, two fault plane angles, 90° (vertical plane) and 60° and three fault displacements equal to 0.375m, 0.75m and 1.50m.

Comparison of the analytical methodology with the performed numerical analyses, has shown that for both strike-slip and normal faults, the analytical methodology can reasonably accurate for the vast majority of the cases that have been investigated. In addition, the following application limits of the analytical methodology have been defined:

Strike-slip faults:

- Horizontal fault offset larger than two times the pipeline diameter ($D_f > 2D$)
- Fault crossing angle larger or equal to 45°.

Normal faults:

- Horizontal fault offset larger than one time the pipeline diameter ($D_f > D$)
- Distance between the flexible joints L smaller than 12m.

IV. Application limits for flexible joints

An economic-technical comparison has been made in order to define the application limits of the proposed design method with flexible joints and its comparative advantages against traditional methods of pipeline design against active fault displacements. Based on this, the following limits are proposed for the application of various design methods:

(a) Strike-slip fault, perpendicular crossing

- Increase of the pipeline wall thickness for small to medium displacements $d_f \leq 3.5D$.
- Use of flexible joints for larger displacements $d_f > 3.5D$.
- The use of culverts around the pipeline is a safe but not economical solution, since its cost increases enormously with the increase of the fault offset.

(b) Strike-slip fault, oblique crossing

- Increase of the pipeline wall thickness for small and medium displacement $d_f \leq 3.3D$.
- Replacement of the soil fill with pumice stone for larger displacement $d_f > 3.5D$
- The use of flexible joints or the construction of culvert around the pipeline, are more expensive solutions from the use of pumice. Nevertheless, they are alternative solutions in areas where the supply of pumice is difficult or uneconomic.

(c) Normal fault, perpendicular crossing

- Increase of the pipeline wall thickness for small to medium displacements $d_f \leq 1.5D$.
- Use of pumice stone for displacements $1.5D < d_f \leq 2.0D$.
- Use of flexible joints for displacements $2.0D < d_f \leq 3.5D$.
- For larger displacements $d_f > 3.3D$ the use of culverts around the pipeline is the only method that can safely protect the pipeline.

Περιεχόμενα

1.	Εισαγωγή.....	3
2.	Συνοπτική Παρουσίαση της Προτεινόμενης ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ Μεθοδολογίας	5
2.1	Γενικά	5
2.2	Αναλυτική παρουσίαση αριθμητικής μεθοδολογίας.....	6
2.3	Συμπεράσματα από την Εφαρμογή της Αριθμητικής Μεθοδολογίας.....	17
3.	Συνοπτική Παρουσίαση της Προτεινόμενης ΑΝΑΛΥΤΙΚΗΣ Μεθοδολογίας	19
3.1	Εισαγωγή.....	19
3.2	Παρουσίαση αναλυτικής μεθοδολογίας.....	19
3.3	Σύγκριση της αναλυτικής μεθοδολογίας με τις αριθμητικές αναλύσεις.....	23
4.	Εύρος Εφαρμογής Εύκαμπτων Κόμβων.....	25
4.1	Εισαγωγή	25
4.2	Εκτίμηση αποτελεσματικότητας νέας μεθόδου σχεδιασμού.....	25
4.3	Οικονομοτεχνική αξιολόγηση της χρήσης εύκαμπτων κόμβων	27
5.	Βιβλιογραφικές Αναφορές.....	31
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: Εξιιώσεις για ρήγμα οριζόντιας ολίσθησης.....	33
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: Εξιιώσεις για κανονικό ρήγμα	41

1

Εισαγωγή

Η παρούσα Τεχνική Έκθεση αποτελεί παραδοτέο του Ερευνητικού Προγράμματος με τίτλο:

ΔΡΑΣΗ «ΑΡΙΣΤΕΙΑ II»

Πρωτότυπες έννοιες σχεδιασμού μεταλλικών κατασκευών για τον ενεργειακό τομέα με χρήση σύγχρονων υλικών (ENSSTRAM)

που πραγματοποιείται κάτω από το γενικό συντονισμό του Καθηγητή Χαράλαμπου Γαντέ (Κύριος Ερευνητής).

Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζει τις δράσεις που προδιαγράφονται στην **Ενότητα Εργασίας Ε.Ε. 13**, με τίτλο:

«Μεθοδολογία σχεδιασμού και κατασκευής υπόγειων αγωγών με εύκαμπτους κόμβους (S-BP)»

Το αντικείμενο της **Ενότητας Εργασίας Ε.Ε. 13**, έχει περιγραφεί στην εγκεκριμένη Ερευνητική Πρόταση ως:

«Θα διατυπωθούν συστάσεις για προκαταρκτικές αναλυτικές αλλά και περισσότερο ακριβείς αριθμητικές μεθοδολογίες για την ανάλυση και το σχεδιασμό υπόγειων αγωγών με εύκαμπτους κόμβους (S-BP) υπό μεγάλες μόνιμες εδαφικές μετακινήσεις. Στη συνέχεια, θα συνταχθούν συστάσεις σχεδιασμού και κατασκευής σε ένα περιεκτικό έγγραφο που θα αποτελέσει προσχέδιο για μελλοντική ενσωμάτωση στους κανονισμούς».

Το εν λόγω αντικείμενο έχει καλυφθεί πλήρως, όπως περιγράφεται στα κεφάλαια που ακολουθούν. Πιο συγκεκριμένα:

Στο **Κεφάλαιο 2** παρουσιάζονται συνοπτικά τα συμπεράσματα για την εφαρμογή της προτεινόμενης αριθμητικής μεθοδολογίας για το σχεδιασμό υπόγειων αγωγών με εύκαμπτους κόμβους, η οποία αναπτύχθηκε στα πλαίσια των Ενοτήτων Εργασίας 8 και 10.

Στο **Κεφάλαιο 3** παρουσιάζονται συνοπτικά τα συμπεράσματα για την εφαρμογή της προτεινόμενης αναλυτικής μεθοδολογίας για το σχεδιασμό υπόγειων αγωγών με εύκαμπτους κόμβους, η οποία αναπτύχθηκε στα πλαίσια της Ενότητας Εργασίας 11.

Στο **Κεφάλαιο 4** παρουσιάζονται συνοπτικά τα συμπεράσματα για το εύρος εφαρμογής της προτεινόμενης μεθόδου σχεδιασμού υπόγειων αγωγών με εύκαμπτους κόμβους, συγκριτικά με τις συμβατικές μεθοδολογίες σχεδιασμού των αγωγών.

Τέλος, οι αναλυτικές εξισώσεις για το σχεδιασμό του αγωγού σε διασταυρώσεις με ρήγματα οριζόντιας ολίσθησης και κανονικής διάρρηξης παρατίθενται στα **Παραρτήματα Α και Β**, αντίστοιχα.

Οι εργασίες που περιγράφονται έχουν πραγματοποιηθεί με τη συμμετοχή των παρακάτω μελών της **Ερευνητικής Ομάδας**:

- Γιώργος Μπουκοβάλας, Καθηγητής, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, ΕΜΠ
- Αλέξανδρος Βαλαμής, Διδάκτωρ Πολιτικός Μηχανικός, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, ΕΜΠ
- Χαράλαμπος Γαντές, Καθηγητής, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, ΕΜΠ
- Αθανάσιος Τριανταφύλλου, Καθηγητής, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών
- Κωνσταντίνος Καλοχαιρέτης, Διδάκτωρ Πολιτικός Μηχανικός, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, ΕΜΠ
- Παύλος Αστερίου, Υποψήφιος Διδάκτωρ, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, ΕΜΠ
- Στυλιανός Βερνάρδος, Υποψήφιος Διδάκτωρ, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, ΕΜΠ
- Αριστομένης Τσαντίλης, Υποψήφιος Διδάκτωρ, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών
- Γρηγορία-Πολυξένη Ζαράκη, Πολιτικός Μηχανικός Δομικών Έργων

2

Συνοπτική Παρουσίαση της Προτεινόμενης ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ Μεθοδολογίας

2.1 Γενικά

Στα πλαίσια του εν λόγω ερευνητικού προγράμματος διερευνήθηκε η δυνατότητα χρήσης υφιστάμενων μεθόδων αριθμητικής προσομοίωσης για να μελετηθεί η απόκριση υπόγειων αγωγών με εύκαμπτους κόμβους μεταξύ διαδοχικών χαλύβδινων τμημάτων, σε περιπτώσεις ενεργοποίησης σεισμικών ρηγμάτων που διασταυρώνονται με τον αγωγό.

Από τη βιβλιογραφική διερεύνηση διαπιστώθηκε ότι υπάρχουν διαθέσιμες αριθμητικές μεθοδολογίες που μπορούν επαρκώς να προσομοιώσουν επαρκώς τόσο την απόκριση υπόγειων αγωγών υποκείμενων σε μεγάλες εδαφικές μετακινήσεις λόγω διάρρηξης ενεργών ρηγμάτων, όσο και τη συμπεριφορά των διαθέσιμων εμπορικά εύκαμπτων κόμβων.

Για την εκτίμηση της επιρροής των εύκαμπτων κόμβων στη συμπεριφορά του αγωγού προτείνεται η πραγματοποίηση 3-Διάστατων αριθμητικών ελαστοπλαστικών αναλύσεων, με την μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων. Πιο συγκεκριμένα, προτείνεται ο αγωγός να διακριτοποιείται σε 2-κομβικά, ισοπαραμετρικά, τρισδιάστατα, ελαστοπλαστικά, ευθύγραμμα στοιχεία σωλήνα (pipe elements), με τα μηχανικά χαρακτηριστικά ενός κυλινδρικού σωλήνα, με γεωμετρικά χαρακτηριστικά (διάμετρο και πάχος τοιχώματος διατομής) αντίστοιχα με του αγωγού που προσομοιώνεται.

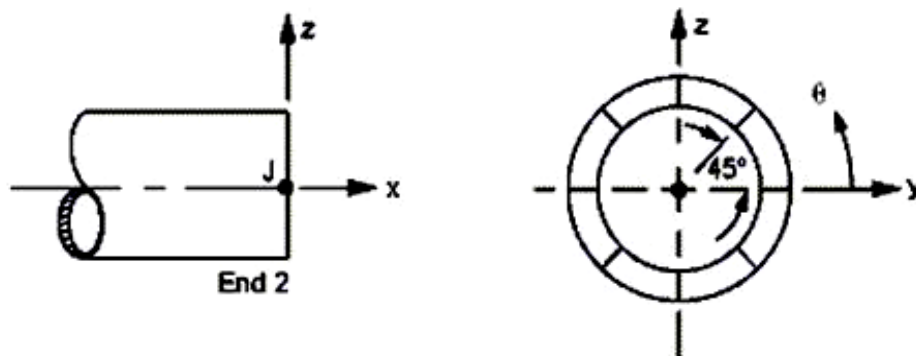
Η αλληλεπίδραση εδάφους-αγωγού προτείνεται να προσομοιωθεί μέσω κατανεμημένων (winkler) ελαστο-πλαστικών ελατηρίων σε κάθε διατομή. Τα ελατήρια τοποθετούνται στην αξονική, στην εγκάρσια οριζόντια και στην εγκάρσια κατακόρυφη διεύθυνση του αγωγού. Οι εύκαμπτοι κόμβοι μπορούν να προσομοιωθούν ως στροφικά ελατήρια μηδενικού μήκους και κατάλληλης δυσκαμψίας.

2.2 Αναλυτική παρουσίαση αριθμητικής μεθοδολογίας

Η αριθμητική μεθοδολογία που αναπτύχθηκε στα πλαίσια του ερευνητικού προγράμματος έχει τη δυνατότητα να προσομοιώσει την επιβολή μεγάλων μετατοπίσεων σε διασταυρώσεις με ενεργά ρήγματα και επιτρέπει την προσομοίωση της ελαστοπλαστικής συμπεριφοράς του χάλυβα κατασκευής του αγωγού και βασίζεται στη μη-γραμμική μέθοδο Πεπερασμένων Στοιχείων μέσω του κώδικα ANSYS (2009).

Ο αγωγός διακριτοποιήθηκε σε 2-κομβικά, ισοπαραμετρικά, τρισδιάστατα, ελαστοπλαστικά, ευθύγραμμα στοιχεία «αγωγού» (pipe elements), τα οποία έχουν τα μηχανικά χαρακτηριστικά ενός κυλινδρικού αγωγού, με την επιθυμητή εξωτερική διάμετρο NPS και πάχος τοιχώματος t . Συγκρινόμενα με τα πιο συνήθη στοιχεία δοκού (beam elements), τα στοιχεία «αγωγού» επιτρέπουν την εφαρμογή σταθερής εσωτερικής πίεσης παράλληλα με τα επιβαλλόμενα εξωτερικά φορτία.

Οκτώ (8) σημεία ολοκλήρωσης ορίζονται στην περίμετρο της κάθε διατομής, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1. Οι τάσεις και οι παραμορφώσεις του αγωγού υπολογίζονται σε αυτά τα οκτώ σημεία, λαμβάνοντας υπόψη τη συνεισφορά των αξονικών δυνάμεων, καμπτικών ροπών και εσωτερικής πίεσης. Η υιοθέτηση οκτώ (8) σημείων ολοκλήρωσης αυξάνει την ακρίβεια των υπολογισμών των τάσεων και των παραμορφώσεων, ακόμα και σε περιπτώσεις μεγάλων παραμορφώσεων, όταν μεγάλο ποσοστό της διατομής του αγωγού έχει πλέον διαρρεύσει.



Σχήμα 2.1: Σημεία ολοκλήρωσης στην περίμετρο της διατομής του αγωγού.

Figure 2.1: Integration points along the pipe element's cross-section.

Προσομοίωση Χάλυβα Αγωγού.- Η καμπύλη τάσεων-παραμορφώσεων του χάλυβα εισάγεται στο προσομοίωμα ως μια πολυγραμμική καμπύλη βασισμένη στη μαθηματική σχέση Ramberg-Osgood για τον χάλυβα L450 (API X65) που έγινε το σύνολο των αριθμητικών αναλύσεων. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν 100 γραμμικά τμήματα για κάθε έναν από τους δύο κλάδους του νόμου του υλικού, σε εφελκυσμό και σε θλίψη. Ο λόγος του Poisson ελήφθη ίσος προς 0.20.

Μόνιμες Εδαφικές Μετατοπίσεις.- Οι μόνιμες εδαφικές μετατοπίσεις λόγω διάρρηξης των ρηγμάτων επιβάλλονται στη βάση των ισοδύναμων εδαφικών ελατηρίων, κατά μήκος του τμήματος του αγωγού που εδράζεται στο κινούμενο τέμαχος του ρήγματος. Η πιθανή ευνοϊκή επίδραση μαλακού εδάφους μεταξύ του αγωγού και του βραχώδους υποβάθρου, η οποία έχει ως αποτέλεσμα την κατανομή της μετατόπισης υπό μορφή καμπύλης S, σε μεγαλύτερο μήκος αγωγού (όχι σημειακά), έχει συντηρητικά αγνοηθεί κατά τους υπολογισμούς. Σημειώνεται ότι η ίδια παραδοχή έχει υιοθετηθεί και στην αναλυτική λύση.

Σε αντιστοιχία με τις αναλυτικές μεθοδολογίες, η συνολική μετατόπιση του ρήγματος δ αναλύεται εν γένει σε τρεις ορθογωνικές συνιστώσες (δx , δy και δz), ενώ για την περίπτωση ρηγμάτων οριζόντιας ολίσθησης η μετατόπιση δz είναι μηδενική.

Αλγόριθμος μη Γραμμικής Επίλυσης.- Η επίλυση προβλημάτων με τη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων οδηγεί σε ένα σύστημα εξισώσεων, με την ακόλουθη μητρική μορφή:

$$[K]\{u\} = \{F^a\} \quad (2.1)$$

όπου:

$[K]$ = μητρώο δυσκαμψίας

$\{u\}$ = διάνυσμα των άγνωστων τιμών των βαθμών ελευθερίας

$\{F^a\}$ = διάνυσμα των επιβαλλόμενων φορτίων

Στην περίπτωση που το μητρώο δυσκαμψίας $[K]$ αποτελεί συνάρτηση των αγνώστων τιμών των βαθμών ελευθερίας, ή των παραγώγων αυτών, τότε η Εξίσωση 2.1 είναι μη γραμμική. Η συνηθέστερα χρησιμοποιούμενη μέθοδος για την επίλυση τέτοιων μη γραμμικών εξισώσεων είναι η επαναληπτική μέθοδος Newton-Raphson, η οποία περιγράφεται στο Σχήμα 2.2 και συνοψίζεται στις παρακάτω εξισώσεις:

$$[K_i^T]\{\Delta u_i\} = \{F^a\} - \{F^{nr}\} \quad (2.2)$$

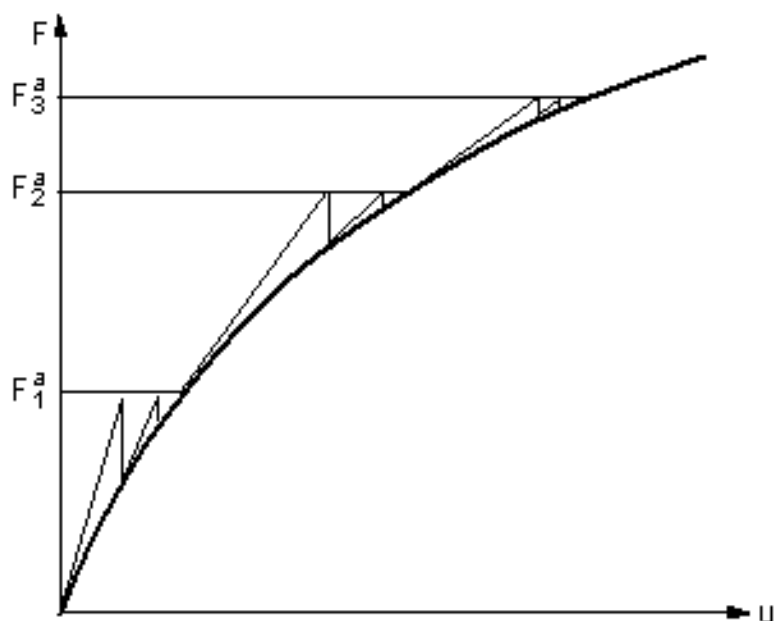
$$\{u_{i+1}\} = \{u_i\} - \{\Delta u_i\} \quad (2.3)$$

όπου: $[K_i^T]$ = εφαπτομενικό μητρώο δυσκαμψίας

i = δείκτης που υποδηλώνει την τρέχουσα επανάληψη

$\{F^{nr}\}$ = διάνυσμα επικόμβιων δράσεων που απαιτούνται για την εξισορρόπηση των εσωτερικών τάσεων των στοιχείων

Σε κάθε επανάληψη, τα $[K_i^T]$ και $\{F^{nr}\}$ υπολογίζονται συναρτήσει των τιμών του $\{u_i\}$. Έτσι, το δεξί τμήμα της Εξίσωσης 2.2 είναι ουσιαστικά το διάνυσμα των απομενόντων (εκτός-ισορροπίας) φορτίων. Αποτελεί, δηλαδή, μέτρο της «απόκλισης» από την τελική λύση.

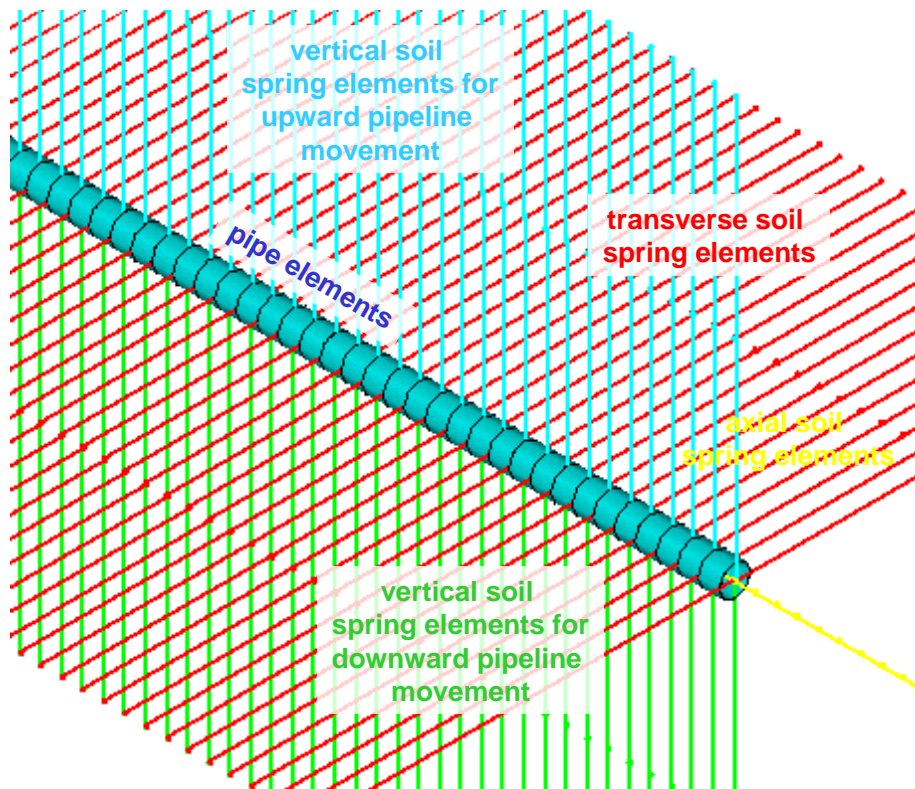


Σχήμα 2.2: Επαυξητική μέθοδος Newton-Raphson.

Figure 2.2: Integration Method Newton-Raphson.

Ελατήρια Προσομοίωσης Εδάφους.- Η αλληλεπίδραση εδάφους-αγωγού προσομοιώνεται μέσω πέντε ανελαστικών ελατηρίων ανά διατομή: ένα στην αξονική και τέσσερα στις δύο (2) εγκάρσιες διευθύνσεις (Σχήμα 2.3). Θεωρείται πάκτωση στο ελεύθερο άκρο του κάθε ελατηρίου, ενώ οι σχέσεις που τα διέπουν περιγράφονται στην επόμενη παράγραφο.

Επισημαίνεται ότι ο αγωγός θεωρήθηκε ότι είναι τοποθετημένος εντός τάφρου επίχωσης ικανού μεγέθους, έτσι ώστε η αστοχία του εδάφους να μπορεί να αναπτυχθεί εξ ολοκλήρου μέσα σε αυτή. Συνεπώς, τα ελατήρια αντιστοιχούν στις ιδιότητες του υλικού επίχωσης (χαλαρή έως μέσης πυκνότητας άμμος) και όχι του φυσικού εδάφους.



Σχήμα 2.3: Προσομοίωση της αλληλεπίδρασης εδάφους-αγωγού με ελαστοπλαστικά ελατήρια.

Figure 2.3: Simulation of the pipe-ground interaction with elastoplastic springs.

Για τις αριθμητικές αναλύσεις που χρησιμοποιήθηκαν στο παρόν κεφάλαιο για την επαλήθευση της αναλυτικής μεθοδολογίας, θεωρήθηκε ότι ο αγωγός θα τοποθετηθεί σε βάθος 1.20m (από τη στέψη του αγωγού έως την επιφάνεια του εδάφους), εντός λεπτόκοκκης χαλαζιακής άμμου με τις ακόλουθες ιδιότητες:

Φαινόμενο βάρος:	$\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$
Εσωτερική γωνία τριβής:	$\phi = 36 \text{ deg}$
Γωνία τριβής μεταξύ αγωγού και εδάφους:	$\delta = 24 \text{ deg}$
Συντελεστής ουδέτερης ώθησης γαιών:	$K_0 = 0.50$

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι, για λόγους συμβατότητας, οι παράμετροι για τα εδαφικά ελατήρια που χρησιμοποιούνται στις αριθμητικές αναλύσεις, θα χρησιμοποιηθούν επίσης και στους υπολογισμούς με την αναλυτική μεθοδολογία.

Αξονικά ελατήρια. _ Οι οριακές αξονικές δυνάμεις των ελατηρίων αντιστοιχούν στην τριβή που ασκείται στην εξωτερική κυλινδρική επιφάνεια κατά μήκος του αγωγού, και υπολογίζονται με βάση θεωρίες ανάλογες προς αυτές που χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση της μεταφοράς φορτίων στις αξονικά φορτιζόμενες διεπιφάνειες πασσάλου-εδάφους. Για τις άμμους και άλλα μη συνεκτικά εδάφη (π.χ. αμμοχάλικο), οι εν λόγω δυνάμεις λαμβάνονται μετά την ολοκλήρωση των διατμητικών τάσεων κατά μήκος της διεπιφάνειας αγωγού - εδάφους. Έτσι, για έναν πλήρως θαμμένο αγωγό η μέγιστη αξονική αντίσταση t_u ανά μονάδα μήκους μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$t_u = \frac{\pi \cdot D}{2} \cdot \gamma \cdot H \cdot (1 + K_o) \cdot \tan \delta \quad (\text{δύναμη ανά μονάδα μήκους})$$

(2.4)

όπου, K_o = συντελεστής ουδέτερων ωθήσεων γαιών

H = απόσταση από την επιφάνεια του εδάφους ως το κέντρο του αγωγού

D = εξωτερική διάμετρος αγωγού

γ = υπό άνωση ειδικό βάρος επίχωσης

δ = γωνία τριβής μεταξύ αγωγού και επίχωσης

Ανάλογα με την τραχύτητα της επιφάνειας του αγωγού, η γωνία τριβής δ είναι ίση με το 50÷100% της γωνίας τριβής ϕ της επίχωσης. Για τα οριζόντια ελατήρια της αριθμητικής προσομοίωσης χρησιμοποιείται μία μέση τιμή γωνίας $\delta=2/3\phi$.

Η μέγιστη αξονική αντίσταση επιτυγχάνεται αρχικά σε μία σχετική μετατόπιση x_u της τάξης των 2.5 έως 5.0 mm (0.1 έως 0.2 in), για πυκνή έως χαλαρή άμμο αντίστοιχα (Singhal, 1980), ενώ για τα ελατήρια που χρησιμοποιήθηκαν θεωρήθηκε ότι επιτυγχάνεται σε σχετική μετατόπιση ίση με 3.0mm (0.12in).

Εγκάρσια Οριζόντια Ελατήρια.- Τα ελατήρια αυτά προσομοιώνουν την αντίσταση που ασκείται από το περιβάλλον έδαφος σε οποιαδήποτε οριζόντια μετατόπιση του

αγωγού. Κατά συνέπεια, οι μηχανισμοί της αλληλεπίδρασης εδάφους-αγωγού είναι παρόμοιοι με εκείνους των κατακόρυφων πλακών αγκύρωσης ή των θεμελίων που κινούνται οριζόντια σχετικά με το περιβάλλον έδαφος, ενεργοποιώντας έτσι ένα μηχανισμό παθητικής ώθησης γαιών.

Για τα μη συνεκτικά εδάφη, η σχέση μεταξύ της δύναμης p ανά μονάδα μήκους του αγωγού και της οριζόντιας μετατόπισης y , εκφράζεται από μια υπερβολική σχέση της μορφής (Trautmann and O'Rourke, 1983b):

$$p = \frac{y}{A + B \cdot y} \quad (\text{δύναμη ανά μονάδα μήκους})$$

(2.5)

όπου, $A = 0.15 \gamma_u / \rho_u$

$B = 0.85 / \rho_u$

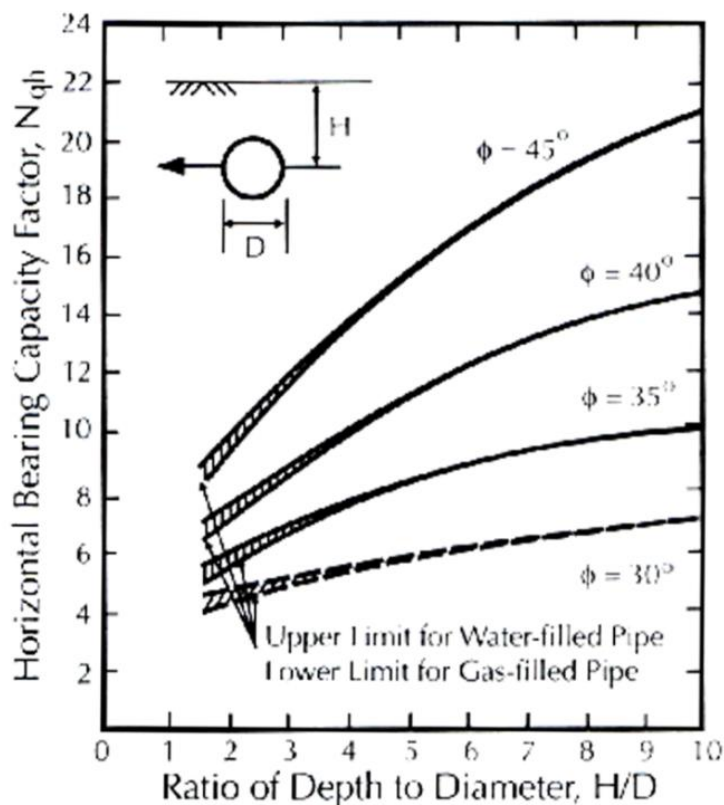
$\rho_u = \gamma H N_{qh} D$

N_{qh} = συντελεστής οριζόντιας φέρουσας ικανότητας που υπολογίζεται συντηρητικά από το Σχήμα 2.4 (Trautmann & O'Rourke, 1983b).

$\gamma_u = 0.07$ to $0.10 (H+D/2)$ για χαλαρή άμμο ή

$\gamma_u = 0.02$ to $0.03 (H+D/2)$ για πυκνή άμμο

Στην περίπτωση προσάρτησης δι-γραμμικής ελαστοπλαστικής σχέσης στην Εξίσωση 2.5 για $p=0.5\rho_u$ όπως αυτή που κάνουμε στα πλαίσια του εν λόγω παραδοτέου, οι προηγούμενες τιμές του γ_u θα πρέπει να πολλαπλασιασθούν επί 0.26.



Σχήμα 2.4: Συντελεστής οριζόντιας φέρουσας ικανότητας σύμφωνα με τους Trautmann & O'Rourke (1983b)

Figure 2.4: Lateral bearing capacity coefficient after Trautmann & O'Rourke (1983b)

Εγκάρσια Κατακόρυφα Ελατήρια.- Οι δυνάμεις αντίστασης για τα κατακόρυφα ελατήρια είναι μη συμμετρικές, δηλαδή η απόκριση είναι διαφορετική για τις «προς τα κάτω» και για τις «προς τα πάνω» μετακινήσεις, δεδομένου ότι η αντίσταση που εφαρμόζεται από το σχετικά λεπτό στρώμα της επίχωσης πάνω από τον αγωγό είναι σημαντικά μικρότερη.

Για την προς τα κάτω κατεύθυνση της κίνησης, ο αγωγός θεωρείται ότι ενεργεί ως κυλινδρικό θεμέλιο-λωρίδα και η μέγιστη εδαφική αντίσταση q_u δίνεται από τη συμβατική θεωρία φέρουσας ικανότητας. Για μη συνεκτικά εδάφη:

$$q_u = \gamma \cdot H \cdot N_q \cdot D + 0.5 \cdot \gamma \cdot D^2 \cdot N_\gamma \quad (\text{δύναμη/μονάδα μήκους}) \quad (2.6)$$

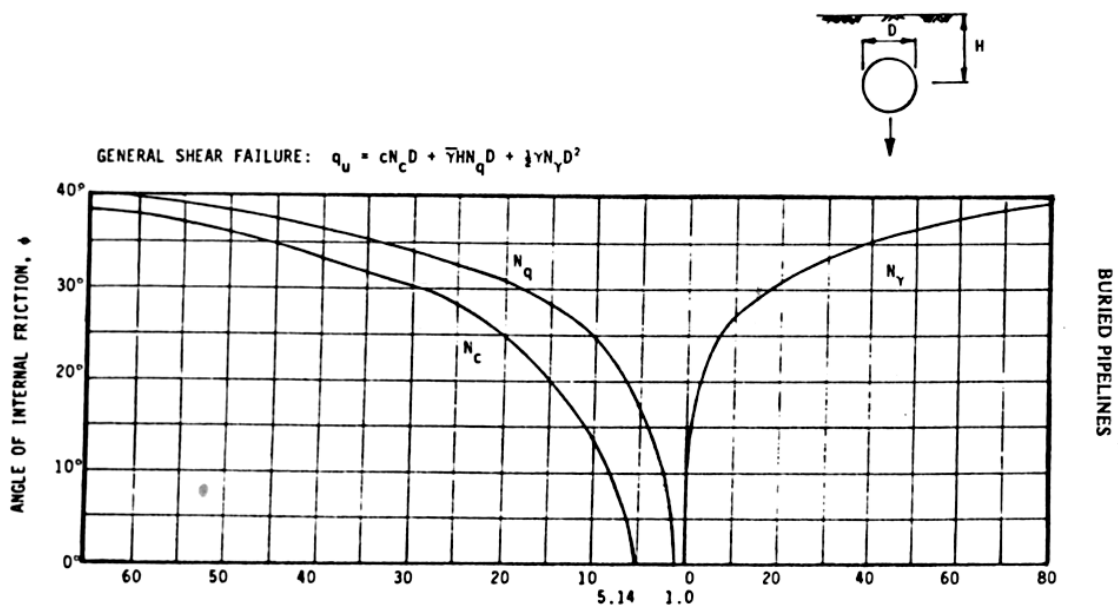
όπου: $N_q, N_\gamma =$ συντελεστές φέρουσας ικανότητας για λωριδωτά θεμέλια που φορτίζονται κατακόρυφα προς τα κάτω-υπολογίζονται από το Σχήμα 2.5 συναρτήσει της γωνίας τριβής ϕ (Meyerhof, 1955),

$\gamma =$ υπό άνωση ειδικό βάρος επίχωσης

$H =$ βάθος από την επιφάνεια του εδάφους μέχρι τον άξονα του αγωγού

$D =$ εξωτερική διάμετρος του αγωγού

Θεωρώντας διγραμμική ελαστοπλαστική σχέση φορτίου-μετατόπισης για πλήρως θαμμένους αγωγούς, η μετατόπιση κατά την έναρξη της διαρροής είναι της τάξης του 10% έως 15% της διαμέτρου του αγωγού ($z_{u,dn} = 0.10D \div 0.15D$), για πυκνές έως χαλαρές άμμους αντίστοιχα.



Σχήμα 2.5: Συντελεστές κατακόρυφης (προς τα κάτω) φέρουσας ικανότητας, σύμφωνα με τον Meyerhof (1955)

Figure 2.5: Vertical (downwards) bearing capacity coefficient after Meyerhof (1955)

Με βάση δοκιμές που εκτελέστηκαν σε αγωγούς θαμμένους σε ξηρή ομοιόμορφη άμμο, προκύπτει ότι ισχύει η ακόλουθη υπερβολική σχέση μεταξύ της δύναμης q και της κατακόρυφης προς τα άνω μετατόπισης z (Trautmann and O'Rourke 1983b):

$$q = \frac{z}{A + B \cdot z} \quad (\text{δύναμη ανά μονάδα μήκους}) \quad (2.7)$$

όπου: $A = 0.07 z_u / q_u$

$$B = 0.93 / q_u$$

Για μη συνεκτικά εδάφη, η μέγιστη αντίσταση σε κατακόρυφη προς τα άνω μετατόπιση εκφράζεται ως (Trautmann and O'Rourke, 1983b):

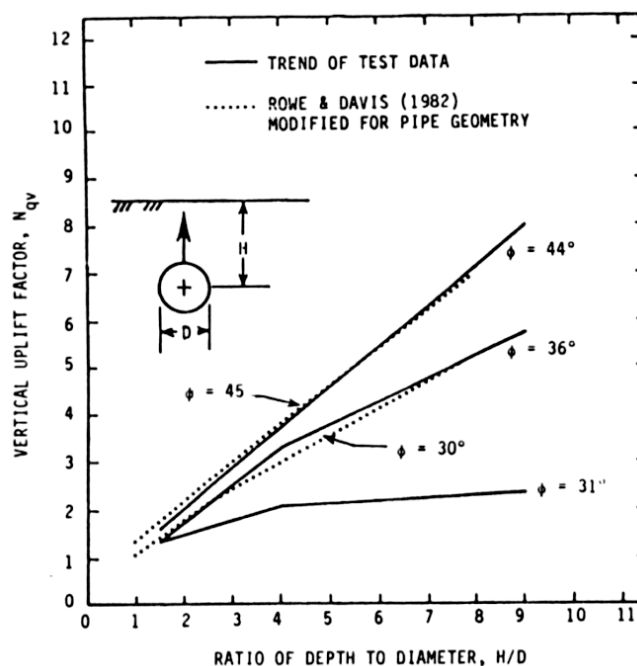
$$q_u = \gamma \cdot H \cdot N_{qv} \cdot D \quad (2.8)$$

όπου ο συντελεστής κατακόρυφης ανύψωσης N_{qv} δίνεται στο Σχήμα 2.6 ως συνάρτηση του λόγου του βάθους του άξονα του αγωγού προς τη διάμετρο H/D και της γωνίας τριβής της επίχωσης φ .

Από τις δύο ομάδες καμπύλων που απεικονίζονται στο Σχήμα 2.6, για τον υπολογισμό των ελατηρίων χρησιμοποιούνται συντηρητικά οι διακεκομμένες, αυξάνοντας έτσι την αντίσταση που επιβάλλεται στην πλευρική μετατόπιση του αγωγού και κατ' επέκταση τις αναπτυσσόμενες τάσεις και παραμορφώσεις.

Με βάση τις δοκιμές πεδίου (Esquivel-Diaz, 1967, Trautman and O'Rourke 1983a), η τιμή της προς τα άνω μετατόπισης που απαιτείται για έναρξη της διαρροής είναι $z_{u,up} = (0.010 \div 0.015)H$, για πυκνές έως χαλαρές άμμους αντίστοιχα. Όταν στην Εξ. 4.10 προσαρμόζεται μια διγραμμική ελαστοπλαστική έκφραση για $q = 0.50q_u$, το $z_{u,up}$ θα πρέπει να πολλαπλασιασθεί επί 0.13 περίπου.

Τα οριακά φορτία και οι μετατοπίσεις διαρροής των ελατηρίων που χρησιμοποιήθηκαν στην αριθμητική προσομοίωση του προβλήματος συνοψίζονται στον Πίνακα 2.1.



Σχήμα 2.6: Συντελεστής κατακόρυφης (προς τα άνω) φέρουσας ικανότητας σύμφωνα με τους Trautmann & O'Rourke (1983b)

Figure 2.6: Vertical (upwards) bearing capacity coefficient after Trautmann & O'Rourke (1983b)

Πίνακας 2.1: Χαρακτηριστικά των εδαφικών ελατηρίων που χρησιμοποιήθηκαν στις αριθμητικές αναλύσεις.

Table 2.1: Ground springs characteristics that have been used at the numerical analyses.

	Εξωτ. διάμετρος σωλήνα, D (mm)	762.0
ΑΞΟΝΙΚΑ ΕΛΑΤΗΡΙΑ	Οριακό φορτίο, t_u (kN/m)	22.75
	Μετατόπιση διαρροής, x_u (mm)	3.0
ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΕΛΑΤΗΡΙΑ	Οριακό φορτίο, p_u (kN/m)	134.45 ($N_{qh}=6.2$)
	Μετατόπιση διαρροής, y_u (mm)	35.7
ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΑ ΕΛΑΤΗΡΙΑ (-ΠΡΟΣ ΤΑ ΑΝΩ)	Οριακό φορτίο, q_u (kN/m)	41.20 ($N_{qv}=1.9$)
	Μετατόπιση διαρροής, $z_{u,up}$ (mm)	2.57
ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΑ ΕΛΑΤΗΡΙΑ (-ΠΡΟΣ ΤΑ ΚΑΤΩ)	Οριακό φορτίο, q_u (kN/m)	1021.83 ($N_q=37, N_v=42$)
	Μετατόπιση διαρροής, $z_{u,dn}$ (mm)	95.3

Προσομοίωση εύκαμπτων κόμβων.- Όπως παρουσιάστηκε εκτενώς στο παραδοτέο 7.1 της Ε.Ε. 7, οι εμπορικά διαθέσιμοι εύκαμπτοι κόμβοι που μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε τέτοιου είδους εφαρμογές είναι τύπου “Bellows”.

Με βάση τα στοιχεία που συγκεντρώθηκαν για τους διαθέσιμους εμπορικά κόμβους, επιλέχθηκε η προσομοίωση τους στο πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων να γίνει με τα ειδικά στοιχεία τύπου «περιστροφικής άρθρωσης» (Revolute Joints - combination 7). Τα στοιχεία αυτά δεν έχουν μήκος και έχουν τη δυνατότητα να περιστραφούν γύρω από έναν άξονα, με στροφική δυσκαμψία που μπορεί να οριστεί. Ταυτόχρονα υπάρχει η δυνατότητα να οριστεί μία τιμή για τη μέγιστη στροφή, ύστερα από την οποία ο κόμβος είτε «καταστρέφεται» και σταματάει να μεταφέρει ροπές, είτε «μαγκώνει» και η στροφή περιορίζεται στη μέγιστη. Για τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά του κόμβου, ελλείπει ακριβέστερων δεδομένων από τους κατασκευαστές, επιλέχθηκαν τιμές σε αντιστοιχία με τα ευθύγραμμα τμήματα του αγωγού.

Οι τιμές για τα βασικά μεγέθη των κόμβων που επιλέχθηκαν είναι:

Αξονική δυσκαμψία στους άξονες x, y και z: 674310 kN/m

Στροφική δυσκαμψία ως προς τον άξονα z: 2 kNm/deg

Στροφική δυσκαμψία ως προς τους άξονες x και y: 78000 kNm/deg

2.3 Συμπεράσματα από την Εφαρμογή της Αριθμητικής Μεθοδολογίας

Με βάση τις παραμετρικές αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν διαπιστώνονται τα παρακάτω βασικά συμπεράσματα:

1. Η αριθμητική μεθοδολογία μπορεί με μεγάλη ακρίβεια να προσομοιώσει το φαινόμενο και να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση των αναπτυσσόμενων παραμορφώσεων σε αυτόν και των υπόλοιπων σημαντικών μεγεθών.
2. Η χρήση εύκαμπτων κόμβων, με μικρή σχετικά στροφική δυσκαμψία, μεταξύ διαδοχικών χαλύβδινων τμημάτων, μπορούν να μειώσουν αισθητά τις αναπτυσσόμενες παραμορφώσεις και τάσεις στον αγωγό σε περιπτώσεις ενεργοποίησης σεισμικών ρηγμάτων που διασταυρώνονται με τον αγωγό.

3. Σε αντίθεση με τους κόμβους αξονικής παραμόρφωσης (slip joints) που είχαν μελετήσει οι O'Rourke & Liu (1994), η τοποθέτησή του κόμβου σε λανθασμένη θέση (π.χ. λόγω αβεβαιότητας της ακριβούς θέσης του ρήγματος) δεν οδηγεί σε σημαντικά δυσμενέστερες παραμορφώσεις του αγωγού, γεγονός που θα μπορούσε να είναι αποτρεπτικό για τη χρήση των εύκαμπτων κόμβων στην πράξη.

3

Συνοπτική Παρουσίαση της Προτεινόμενης ΑΝΑΛΥΤΙΚΗΣ Μεθοδολογίας

3.1 Εισαγωγή

Στα πλαίσια της ενότητας εργασίας ΕΕ-11, διατυπώθηκε μία νέα αναλυτική μεθοδολογία για τον προκαταρκτικό σχεδιασμό αγωγών με εύκαμπτους κόμβους σε διασταυρώσεις με ενεργά ρήγματα. Εξετάσθηκαν δύο διακριτές περιπτώσεις: (α) η διασταύρωση υπό γωνία β με το ίχνος ρήγματος οριζόντιας ολίσθησης, και (β) η κάθετη διασταύρωση ($\beta=90^\circ$) με κανονικό ρήγμα ορθής διάρρηξης, υπό τυχούσα γωνία κλίσης ψ του επιπέδου του ρήγματος ως προς την οριζόντια.

Η επίσης συνήθης περίπτωση διασταύρωσης με κανονικό ρήγμα ορθής διάρρηξης υπό τυχούσα γωνία τομής β καλύπτεται από επαλληλία των περιπτώσεων (α) και (β) ανωτέρω. Επισημαίνεται ότι η εν λόγω επαλληλία δεν μειώνει την ακρίβεια των υπολογισμών, παρά την έντονα μη γραμμική φύση του προβλήματος, δεδομένου ότι οι διατομές μέγιστης καταπόνησης του αγωγού στην περίπτωση (α) και (β) είναι διαφορετικές ενώ οι αντίστοιχες γωνίες στροφής των κόμβων αφορούν διαφορετικά επίπεδα (το οριζόντιο και το κατακόρυφο) και μπορούν να προστεθούν διανυσματικά.

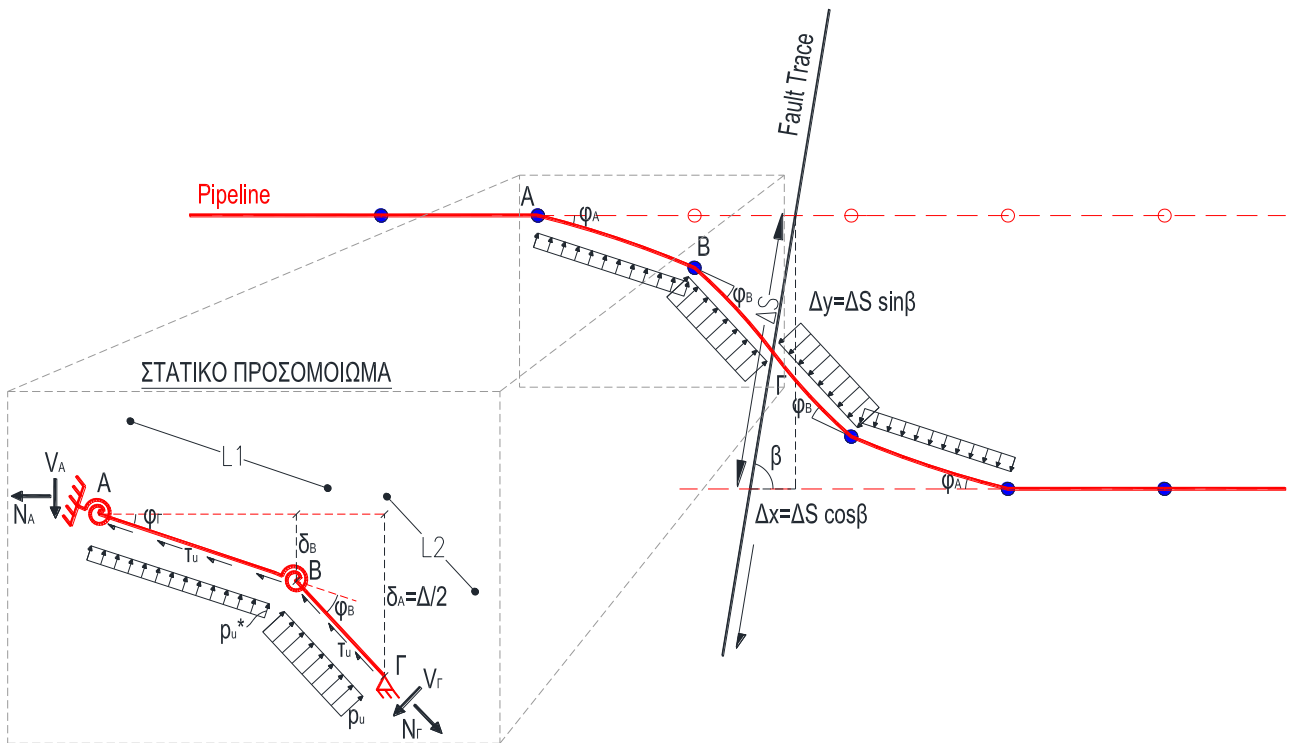
3.2 Παρουσίαση αναλυτικής μεθοδολογίας

Ως βάση για την ανάπτυξη της προτεινόμενης μεθοδολογίας χρησιμοποιήθηκαν μέθοδοι που έχουν αναπτυχθεί στο παρελθόν για την εκτίμηση των παραμορφώσεων σε συνεχείς αγωγούς. Πιο συγκεκριμένα, ελήφθησαν στοιχεία

από την μεθοδολογία των Karamitros et al. (2007, 2011) για ρήγματα οριζόντιας ολίσθησης και για κανονικά, η οποία έχει επαληθευτεί εκτενώς μέσω αριθμητικών αναλύσεων, αλλά και από την μεθοδολογία των Trifonov & Cherniy (2010) για ρήγματα κάθε τύπου.

Συνοπτικά, η προτεινόμενη μεθοδολογία βασίζεται στις σχέσεις ελαστικής δοκού υπό ταυτόχρονο εφελκυσμό και κάμψη, καθώς και στην αρχή της επιπεδότητας της διατομής. Δεδομένου ότι οι σχέσεις ισορροπίας έχουν διατυπωθεί για τον παραμορφωμένο φορέα, έχουν ληφθεί υπόψη και φαινόμενα δεύτερης τάξης, τα οποία είναι σημαντικά λόγω των πολύ μεγάλων αξονικών δυνάμεων που αναπτύσσονται στον αγωγό, όταν αυτός διασταυρώνεται με το ρήγμα υπό γωνία.

Ρήγματα Οριζόντιας Ολίσθησης: Για την περίπτωση διασταύρωσης του αγωγού με ρήγμα οριζόντιας ολίσθησης το ίδιο αναλυτικό προσομοίωμα χρησιμοποιείται ανεξαρτήτως της θέσης του ρήγματος ως προς τους κόμβους, ενώ τα βασικά του χαρακτηριστικά παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.1. Το εν λόγω προσομοίωμα είναι συμμετρικό ως προς το σημείο τομής του αγωγού με το ίχνος του ρήγματος Γ και για τις δύο ακραίες περιπτώσεις γεωμετρίας που εξετάστηκαν, δηλαδή όταν το ρήγμα διέρχεται στο μέσον μεταξύ δύο διαδοχικών κόμβων, ή ακριβώς στην παρειά ενός από τους κόμβους. Το σύνολο των εγκάρσιων μετακινήσεων θεωρείται ότι περιορίζεται στην περιοχή που ορίζουν οι δύο πλησιέστεροι κόμβοι στο ίχνος του ρήγματος, ανεξαρτήτως των λοιπών γεωμετρικών παραμέτρων του προβλήματος (απόσταση μεταξύ κόμβων, μέγεθος μετακίνησης ρήγματος, κτλ). Οι εξισώσεις που προκύπτουν βάσει των ανωτέρω παραδοχών παρατίθενται στο **Παράρτημα Α**.



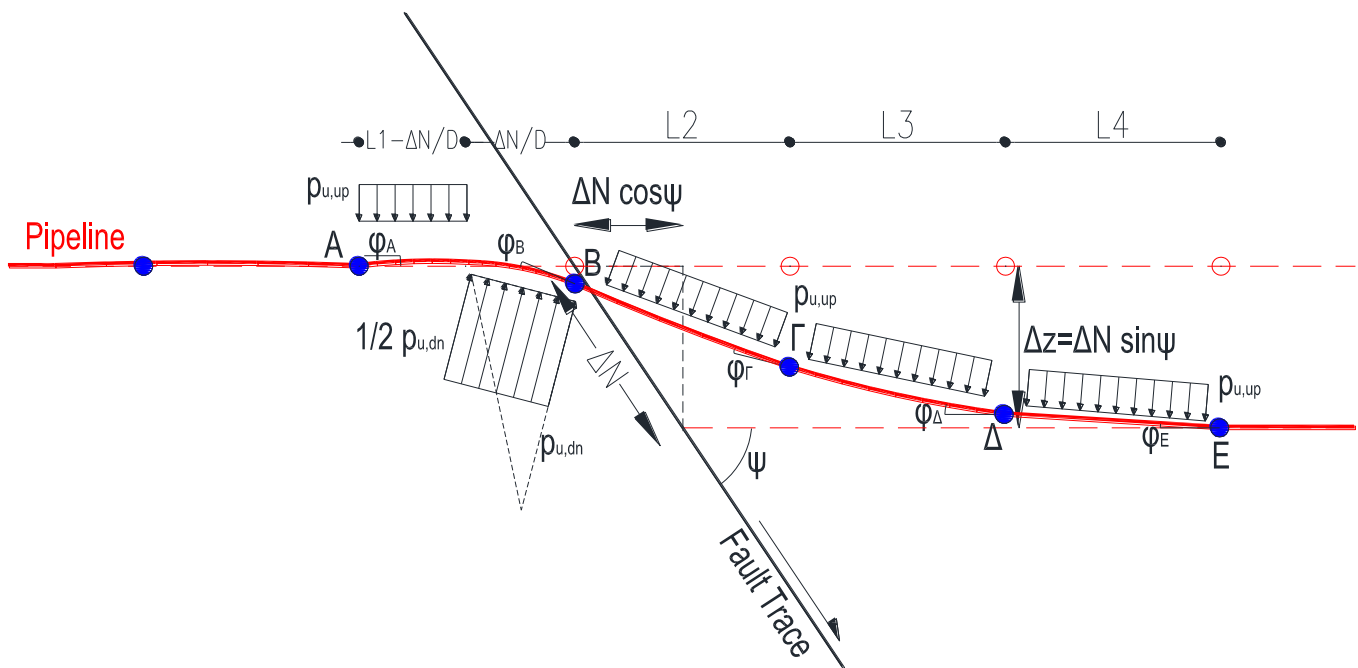
Σχήμα 3.1: Στατικό προσομοίωμα του συνόλου του φορέα που χρησιμοποιήθηκε για την ανάπτυξη της αναλυτικής μεθοδολογίας σε ρήγματα οριζόντιας ολίσθησης.

Figure 3.1: Static pipeline model used for the development of the analytical methodology in strike-slip faults.

Κανονικά Ρήγματα: Για την περίπτωση διασταύρωσης του αγωγού με κανονικό ρήγμα αναπτύχθηκαν δύο αναλυτικά προσομοιώματα, αναλόγως της θέσης του ίχνους του ρήγματος ως προς τους κόμβους για τις δύο ακραίες περιπτώσεις (α) το ρήγμα να διέρχεται στο μέσον μεταξύ δύο διαδοχικών κόμβων, ή (β) ακριβώς στην παρειά ενός από τους κόμβους. Τα βασικά χαρακτηριστικά των προσομοιωμάτων παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.2. Πρέπει να σημειωθεί ότι τα μήκη AB και BΓ είναι ίσα με $L/2$ για την περίπτωση (α) που προαναφέρθηκε, ενώ είναι ίσα με L για την περίπτωση (β).

Τα προσομοιώματα για τα κανονικά ρήγματα δεν είναι συμμετρικά ως προς το σημείο τομής του αγωγού με το ίχνος του ρήγματος B, επειδή τα κατακόρυφα προς τα κάτω ελατήρια είναι πολύ μεγαλύτερα από αυτά προς τα πάνω. Το σύνολο των

εγκάρσιων μετακινήσεων θεωρείται ότι περιορίζεται στην περιοχή που ορίζουν αφενός ο πλησιέστερος κόμβος στο ίχνος του ρήγματος στο σταθερό τέμαχος και αφετέρου οι τρεις πλησιέστεροι κόμβοι στο ολισθαίνων τέμαχος, ανεξαρτήτως των λοιπών γεωμετρικών παραμέτρων του προβλήματος (απόσταση μεταξύ κόμβων, μέγεθος μετακίνησης ρήγματος, κτλ). Οι εξισώσεις που προκύπτουν βάσει των ανωτέρω παραδοχών παρατίθενται στο **Παράρτημα Β**.



Σχήμα 3.2: Στατικό προσομοίωμα του συνόλου του φορέα που χρησιμοποιήθηκε για την ανάπτυξη της αναλυτικής μεθοδολογίας.

Figure 3.2: Static model for the entire pipeline that was used for the development of the analytical methodology.

Επαναληπτική διαδικασία επίλυσης. Για το σύνολο των προτεινόμενων αναλυτικών προσομοιωμάτων η επίλυση των εξισώσεων που προκύπτουν (βλ. Παραρτήματα Α και Β) γίνεται επαναληπτικά, ως εξής:

- **Βήμα 1^ο:** Αρχική «ελαστική» επίλυση φορέα.

Γίνεται η στατική επίλυση του φορέα χρησιμοποιώντας τις αρχικές τιμές δυσκαμψίας του αγωγού για όλες τις ράβδους, ανεξαρτήτως φόρτισης. Λόγω

της πεπλεγμένης φύσης των εξισώσεων το βήμα απαιτεί με μία απλή επαναληπτική διαδικασία επίλυσης.

- **Βήμα 2^ο:** Υπολογισμός μέγιστων τάσεων-παραμορφώσεων και τέμνοντος Μέτρου Ελαστικότητας.

Επιλέγεται η διατομή με το δυσμενέστερο συνδυασμό επιβαλλόμενης ροπής και αξονικής δύναμης σε κάθε ράβδο και υπολογίζεται η κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων σε αυτή. Στη συνέχεια υπολογίζεται ένα αντιπροσωπευτικό τέμνον μέτρο ελαστικότητας για την κάθε ράβδο, ως η μέση τιμή του προηγούμενου μέτρου ελαστικότητας (του αρχικού ελαστικού μέτρου στο πρώτο βήμα) και αυτού που προκύπτει ως ο λόγος τάσεων/παραμορφώσεων για τον άξονα της διατομής. Και σε αυτή την περίπτωση η επίλυση της διατομής γίνεται με μία απλή αριθμητική μεθοδολογία.

- **Βήμα 3^ο:** Διόρθωση του μέτρου ελαστικότητας και επανάληψη της διαδικασίας. Επαναλαμβάνονται τα βήματα 1 και 2 με το νέο (τέμνον) μέτρο ελαστικότητας σε κάθε ράβδο μέχρι να έχουμε σύγκλιση.

Η ανωτέρω διαδικασία επίλυσης έχει προγραμματιστεί σε κώδικα excel για κάθε ένα από τα τρία αναλυτικά προσομοιώματα (για ρήγματα οριζόντιας ολίσθησης, κανονικά με διασταύρωση ανάμεσα σε δύο κόμβους, κανονικά με διασταύρωση στην άκρη), στον οποίο εισάγονται αρχικά οι βασικές παράμετροι της ανάλυσης και με την εκτέλεση μίας μακροεντολής ολοκληρώνεται η επίλυση και κατασκευάζονται διαγράμματα για τα βασικά μεγέθη της ανάλυσης.

3.3 Σύγκριση της αναλυτικής μεθοδολογίας με τις αριθμητικές αναλύσεις

Από τις εκτενείς συγκρίσεις με αριθμητικές αναλύσεις που πραγματοποιήθηκαν στα πλαίσια του ερευνητικού προγράμματος προκύπτει ότι η αναλυτική μεθοδολογία προσεγγίζει ικανοποιητικά το μηχανισμό του φαινομένου και δίνει αξιόλογα αποτελέσματα για σχεδόν το σύνολο των περιπτώσεων που εξετάστηκαν. Πιο συγκεκριμένα, για την περίπτωση **ρηγμάτων οριζόντιας ολίσθησης** καθορίστηκαν τα παρακάτω όρια εφαρμογής της προτεινόμενης αναλυτικής μεθοδολογίας:

- Εγκάρσια μετατόπιση ρήγματος μεγαλύτερη από δύο φορές τη διάμετρο του αγωγού ($D_f > 2D$)
- Γωνία διασταύρωσης με το ρήγμα μεγαλύτερη ή ίση των 45° .

Ενώ για την περίπτωση **κανονικών ρηγμάτων**, καθορίστηκαν τα παρακάτω όρια εφαρμογής της προτεινόμενης αναλυτικής μεθοδολογίας:

- Κατακόρυφη μετατόπιση ρήγματος μεγαλύτερη από μία φορά τη διάμετρο του αγωγού ($D_f > D$)
- Απόσταση μεταξύ διαδοχικών κόμβων μικρότερη των 12m.

Διευκρινίζεται ότι τα προαναφερθέντα όρια για την περίπτωση ρηγμάτων οριζόντιας ολίσθησης, δεν αποτελούν πρακτικό περιορισμό στην χρήση της αναλυτικής μεθοδολογίας, δεδομένου ότι η χρήση εύκαμπτων κόμβων για περιπτώσεις μας ενδιαφέρει για περιπτώσεις μεγάλων εδαφικών μετακινήσεων ($>2.0-3.0 D$), ενώ όταν ο αγωγός διασταυρώνεται με το ρήγμα υπό μικρή γωνία, η χρήση κόμβων δεν ενδείκνυται, εφόσον οι παραμορφώσεις στον αγωγό οφείλονται κατά κύριο λόγο από τις αξονικές μετατοπίσεις και η χρήση στροφικών κόμβων δεν απομειώνει ουσιαστικά τις αναπτυσσόμενες παραμορφώσεις.

Αντίστοιχα, για την περίπτωση κανονικών ρηγμάτων και πάλι τα προαναφερθέντα όρια δεν αποτελούν πρακτικό περιορισμό στην χρήση της αναλυτικής μεθοδολογίας, δεδομένου ότι η χρήση εύκαμπτων κόμβων μας ενδιαφέρει για περιπτώσεις μεγάλων εδαφικών μετακινήσεων ($>1.0 D$), ενώ όταν η απόσταση μεταξύ διαδοχικών κόμβων είναι μεγάλη, οι κόμβοι δεν έχουν την απαιτούμενη ευεργετική δράση στην απομείωση των παραμορφώσεων του αγωγού και δε συνίσταται.

4

Εύρος Εφαρμογής Εύκαμπτων Κόμβων

4.1 Εισαγωγή

Προκειμένου να εκτιμηθεί η αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθόδου σχεδιασμού στην απομείωση των αναπτυσσόμενων παραμορφώσεων στον αγωγό λόγω της διάρρηξης ρηγμάτων οριζόντιας ολίσθησης και ορθής διάρρηξης, πραγματοποιήθηκαν εκτενείς παραμετρικές αναλύσεις και με τις δύο προτεινόμενες μεθοδολογίες (αριθμητική και αναλυτική) και συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα των αναλύσεων με και χωρίς εύκαμπτους κόμβους.

Επιπροσθέτως έγινε οικονομοτεχνική σύγκριση μεταξύ της προτεινόμενης μεθόδου για τον σχεδιασμό αγωγών έναντι μεγάλων εδαφικών μετακινήσεων λόγω διάρρηξης ενεργών τεκτονικών ρηγμάτων, με χρήση εύκαμπτων κόμβων και των «παραδοσιακών» μεθόδων σχεδιασμού. Με αυτό τον τρόπο διαπιστώθηκαν τα όρια εφαρμογής της συγκεκριμένης μεθόδου, λαμβάνοντας υπόψη την αποδοτικότητα της κάθε μεθόδου, το εύρος εφαρμογής της αλλά και το κόστος εφαρμογής της.

4.2 Εκτίμηση αποτελεσματικότητας νέας μεθόδου σχεδιασμού

Προκειμένου να γίνει μία εποπτική σύγκριση της ευεργετικής επιρροής των εύκαμπτων κόμβων, στους πίνακες που ακολουθούν συγκρίνονται οι αναπτυσσόμενες παραμορφώσεις στον αγωγό για την περίπτωση του συνεχή αγωγού και του αγωγού με εύκαμπτους κόμβους, αναλόγως της μετατόπισης του ρήγματος και της απόστασης μεταξύ διαδοχικών κόμβων. Σε κάθε περίπτωση παρουσιάζονται οι μέγιστες παραμορφώσεις (δυσμενέστερη περίπτωση) μεταξύ των διατάξεων που το ρήγμα πέφτει ακριβώς πάνω σε κάποιο εύκαμπτο κόμβο ή

ανάμεσα σε δύο, ενώ οι τιμές εξήχθησαν από τις ακριβέστερες αριθμητικές αναλύσεις.

Πίνακας 4.1: Σύγκριση αποτελεσμάτων για το βασικό μέγεθος σχεδιασμού με και χωρίς τη χρήση εύκαμπτων κόμβων για ρήγματα οριζόντιας ολισθησης.

Table 4.1: Comparison of the basic design parameters, between the cases with and without flexible joints, for strike-slip fault crossings

Γωνία β (°)	Μετακίνηση ρήγματος (m)	Συνε- χής	Κόμβοι ανά 6μ	Κόμβοι ανά 8μ	Κόμβοι ανά 12μ	Συνε- χής	Κόμβοι ανά 6μ	Κόμβοι ανά 8μ	Κόμβοι ανά 12μ
		ε _{max} (%)	ε _{max} (%)	ε _{max} (%)	ε _{max} (%)	ε _{min} (%)	ε _{min} (%)	ε _{min} (%)	ε _{min} (%)
30	0.75	0,360	0,162	0,172	0,196	0,021	0,129	0,030	0,094
30	1.50	0,121	0,457	0,633	0,490	0,790	0,145	0,116	0,141
30	3.00	2,472	2,333	2,321	2,307	0,435	1,250	1,257	0,402
60	0.75	0,402	0,140	0,191	0,167	-0,074	0,080	0,030	0,058
60	1.50	0,782	0,212	0,275	0,879	-0,029	0,112	0,073	0,174
60	3.00	0,919	0,791	0,875	0,863	0,195	0,183	0,172	0,166
90	0.75	0,254	0,049	0,113	-	-0,208	0,015	-0,067	-
90	1.50	0,578	0,103	0,134	0,236	-0,342	0,000	-0,045	-0,154
90	3.00	1,030	0,139	0,172	0,281	-0,390	0,037	0,000	-0,112

Πίνακας 4.2: Σύγκριση αποτελεσμάτων για το βασικό μέγεθος σχεδιασμού με και χωρίς τη χρήση εύκαμπτων κόμβων για κανονικά ρήγματα.

Table 4.2: Comparison of the basic design parameters, between the cases with and without flexible joints, for normal fault crossings

Γωνία ψ (°)	Μετακίνηση ρήγματος (m)	Συνε- χής	Κόμβοι ανά 6μ	Κόμβοι ανά 8μ	Κόμβοι ανά 12μ	Συνε- χής	Κόμβοι ανά 6μ	Κόμβοι ανά 8μ	Κόμβοι ανά 12μ
		ε _{max} (%)	ε _{max} (%)	ε _{max} (%)	ε _{max} (%)	ε _{min} (%)	ε _{min} (%)	ε _{min} (%)	ε _{min} (%)
60	0.375	0.228	-	0.099	-	-0.059	-	0.002	-
60	0.750	0.498	-	0.214	-	-0.107	-	0.008	-
60	1.500	1.525	0.435	0.810	1.533	-0.114	0.017	-0.046	-0.142
	0.375	0.215	0.105	0.129	0.209	-0.095	0.001	-0.023	-0.102
75	0.750	0.459	0.157	0.180	0.301	-0.161	0.003	-0.021	-0.114
75	1.500	1.442	0.241	0.334	1.145	-0.246	0.004	-0.043	-0.224
90	0.375	0.169	-	0.081	0.161	-0.159	-	-0.051	-0.139
90	0.750	0.294	-	0.111	-	-0.249	-	-0.061	-
90	1.500	1.096	0.137	0.168	0.279	-0.832	-0.045	-0.076	-0.189

Από τις τιμές που παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.1 για την περίπτωση διασταύρωσης με ρήγμα οριζόντιας ολισθησης, γίνεται φανερό ότι ο σχεδιασμός με εύκαμπτους κόμβους μπορεί να μειώσει τις αναπτυσσόμενες παραμορφώσεις στον αγωγό έως και 86.5%, όταν διασταυρώνεται κάθετα με το ρήγμα (β=90°), έως και

72.9%, όταν διασταυρώνεται με το ρήγμα με μεγάλη γωνία ($\beta \geq 60^\circ$), ενώ η επιρροή τους είναι ουσιαστικά μηδαμινή όταν διασταυρώνεται με το ρήγμα με μικρές γωνίες ($\beta < 45^\circ$), οπότε και οι αναπτυσσόμενες παραμορφώσεις οφείλονται κατά κύριο λόγο στις αξονικές τάσεις λόγω εφελκυσμού του αγωγού από το ρήγμα.

Αντίστοιχα, από τις τιμές που παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.2 γίνεται φανερό ότι, περίπτωση διασταύρωσης με κανονικά ρήγματα, η προσθήκη εύκαμπτων κόμβων στον αγωγό, μπορεί να μειώσει τις αναπτυσσόμενες παραμορφώσεις στον αγωγό έως και 87.5%, στη θεωρητική περίπτωση που το επίπεδο διάρρηξης του ρηγματός είναι κάθετο ($\psi = 90^\circ$), ενώ η ευεργετική δράση των κόμβων μειώνεται σε 83.3% και 71.5%, για τις πιο συνήθεις περιπτώσεις ορθών ρηγμάτων με κλίση 75° και 60° αντίστοιχα.

Κατά συνέπεια η προτεινόμενη εναλλακτική μέθοδος σχεδιασμού μπορεί να αξιοποιηθεί για την ενίσχυση υπόγειων αγωγών σε περιπτώσεις μεγάλων εδαφικών μετατοπίσεων λόγω της διάρρηξης οριζόντιων και ορθών ρηγμάτων.

Από τους πίνακες που προηγήθηκαν, προκύπτει επίσης το βασικό συμπέρασμα ότι για να είναι αποτελεσματική η προτεινόμενη μέθοδος σχεδιασμού και να μειώσει αισθητά τις αναπτυσσόμενες παραμορφώσεις στον αγωγό, ο αγωγός θα πρέπει να σχεδιάζεται έτσι ώστε να διέρχεται το κατά δύναμη κάθετα ως προς το ίχνος ρηγμάτων οριζόντιας ολίσθησης ($\beta \rightarrow 90^\circ$). Αντίστοιχα, για την περίπτωση κανονικών ρηγμάτων προκύπτει ότι για να είναι αποτελεσματική η προτεινόμενη μέθοδος σχεδιασμού και να μειώσει αισθητά τις αναπτυσσόμενες παραμορφώσεις στον αγωγό, θα πρέπει οι κόμβοι να βρίσκονται σε σχετικά μικρή απόσταση μεταξύ τους στην περιοχή γύρω από το ρήγμα και σίγουρα σε μικρότερη απόσταση από 12m.

4.3 Οικονομοτεχνική αξιολόγηση της χρήσης εύκαμπτων κόμβων

Στο συμβατικό (παραδοσιακό) σχεδιασμό υπόγειων αγωγών, έχουν αναπτυχθεί και χρησιμοποιούνται διάφορες συμβατικές μέθοδοι που αποσκοπούν στην απομείωση των αναπτυσσόμενων παραμορφώσεων στον αγωγό, λόγω της διάρρηξης κάποιου διασταυρούμενου ρηγματός. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω των παρακάτω μηχανισμών:

- I. αύξηση της αντοχής του αγωγού, το οποίο μπορεί να πραγματοποιηθεί με την αύξηση του πάχους του τοιχώματος του αγωγού ή την αναβάθμιση της αντοχής του ανοξειδωτου χάλυβα,
- II. απομείωση των επιβαλλόμενων αξονικών/εγκάρσιων τάσεων στον αγωγό από το περιβάλλον έδαφος, το οποίο μπορεί να πραγματοποιηθεί με τη χρήση γεωφασμάτων περιμετρικά του αγωγού ή τη χρήση ελαφρόπετρας για την πλήρωση της τάφρου, και
- III. αύξηση της δυνατότητας ελεύθερης μετακίνησης του αγωγού στην περιοχή της διάρρηξης, το οποίο για την περίπτωση υπόγειων αγωγών μπορεί να πραγματοποιηθεί με την κατασκευή ενός περιμετρικού «θυσιαζόμενου» κιβωτίου από οπλισμένο σκυρόδεμα (culvert) κατάλληλων διαστάσεων, εντός του οποίου ο αγωγός είναι ελεύθερος να κινηθεί.

Στα πλαίσια αυτής της οικονομοτεχνικής μελέτης εξετάστηκαν όλες οι προαναφερόμενες μέθοδοι και συγκρίθηκαν με τη χρήση εύκαμπτων κόμβων, με εξαίρεση τη μέθοδο περιμετρικής χρήσης γεωφασμάτων, μέθοδος που είναι πολύ οικονομική και θεωρείται ότι θα χρησιμοποιηθεί ανεξάρτητα σε κάθε περίπτωση.

Για την εκτίμηση της αποδοτικότητας της κάθε μεθόδου έγινε σταδιακή αύξηση της επιβαλλόμενης μετατόπισης του ρήγματος μέχρι να φτάσει η αναπτυσσόμενη παραμόρφωση στον αγωγό στην τιμή 0.5%, τιμή που θεωρείται οριακή. Για την ανάλυση χρησιμοποιήθηκε η αναλυτική μεθοδολογία των Karamitros et al. (2007, 2011) για την αξιολόγηση των παραδοσιακών μεθόδων και η νέα αναλυτική μεθοδολογία για την αξιολόγηση της προτεινόμενης μεθόδου με τους εύκαμπτους κόμβους. Για όλες τις περιπτώσεις θεωρήθηκε ως βάση της σύγκρισης ένας αγωγός με εξωτερική διάμετρο $D=0.762\text{m}$ (30"), πάχος τοιχώματος $t=12.5\text{mm}$ και ποιότητα χάλυβα API 5L Grade X65.

Από την οικονομοτεχνική ανάλυση που έγινε, διαπιστώθηκαν τα ακόλουθα όρια για την εφαρμογή των διάφορων μεθόδων σχεδιασμού έναντι ρηγμάτων οριζόντιας ολίσθησης που διασταυρώνονται κάθετα με τον αγωγό:

- Αύξηση του πάχους του τοιχώματος του αγωγού για μικρές και μεσαίες μετατοπίσεις $d_f \leq 3.5D$.

- Χρήση εύκαμπτων κόμβων για μεγαλύτερες μετατοπίσεις $d_f > 3.5D$.
- Η χρήση περιμετρικών κιβωτίων είναι μια ασφαλής λύση αλλά δεν είναι οικονομικά συμφέρουσα, αφού όσο αυξάνεται η επιβαλλόμενη μετατόπιση ρήγματος αυξάνεται υπέρογκα και το κόστος της συγκεκριμένης λύσης.

Για την περίπτωση που ο αγωγός διασταυρώνεται υπό κλίση με ρήγμα οριζόντιας ολίσθησης, προτείνεται να χρησιμοποιηθούν τα ακόλουθα όρια για την επιλογή της βέλτιστης λύσης:

- Αύξηση του πάχους του τοιχώματος του αγωγού για μικρές και μεσαίες μετατοπίσεις $d_f \leq 3.3D$.
- Αντικατάσταση του εδάφους επίχωσης με ελαφρόπετρα για μεγαλύτερες μετατοπίσεις $d_f > 3.5D$.
- Η χρήση εύκαμπτων κόμβων ή η κατασκευή εξωτερικού περιβλήματος αποτελούν πιο ακριβή λύση από τη χρήση ελαφρόπετρας, αλλά αποτελούν εναλλακτικό τρόπο σχεδιασμού σε περιοχές που δεν είναι εύκολο ή οικονομικά συμφέρον να μεταφερθεί η απαραίτητη ελαφρόπετρα.

Τέλος, για την περίπτωση που ο αγωγός διασταυρώνεται με κανονικά ρήγματα, προτείνεται να χρησιμοποιηθούν τα ακόλουθα όρια για την επιλογή της βέλτιστης λύσης:

- Αύξηση του πάχους του τοιχώματος του αγωγού για μικρές μετατοπίσεις $d_f \leq 1.5D$.
- Χρήση ελαφρόπετρας ως υλικό επίχωσης για $1.5D < d_f \leq 2.0D$.
- Χρήση εύκαμπτων κόμβων για $2.0D < d_f \leq 3.5D$.
- Για μεγάλες μετατοπίσεις $d_f > 3.3D$ συνίσταται η προστασία του αγωγού από υπόγεια κιβώτια (culvert) οπλισμένου σκυροδέματος.

5

Βιβλιογραφικές Αναφορές

ANSYS (2009), Release 12.1, SAS IP, Inc.

Karamitros D. K., Bouckovalas G. D. & Kouretzis G. P., (2007), "Stress analysis of buried steel pipelines at strike-slip fault crossings", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 27, pp. 200–211.

Karamitros D.K., Bouckovalas G.D., Kouretzis G.P. & Gkesouli V. (2011), "An analytical method for strength verification of buried steel pipelines at normal fault crossings", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 31, pp. 1452–1464.

Meyerhof G.G. (1955), "The influence of roughness of base and ground-water conditions on the ultimate bearing capacity of foundations", *Geotechnique*, 5 (3): p. 227-242.

O'Rourke, M.J. and Liu, X.J. (1994), "Failure Criterion for Buried Pipe Subjected to Longitudinal PGD: Benchmark Case History," *Proceedings of the Fifth U.S.-Japan Workshop on Earthquake Resistant Design for Lifeline Facilities and Countermeasures Against Soil Liquefaction*, Snowbird, Utah, Technical Report NCEER-94-0026, Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, New York, pp. 639-652.

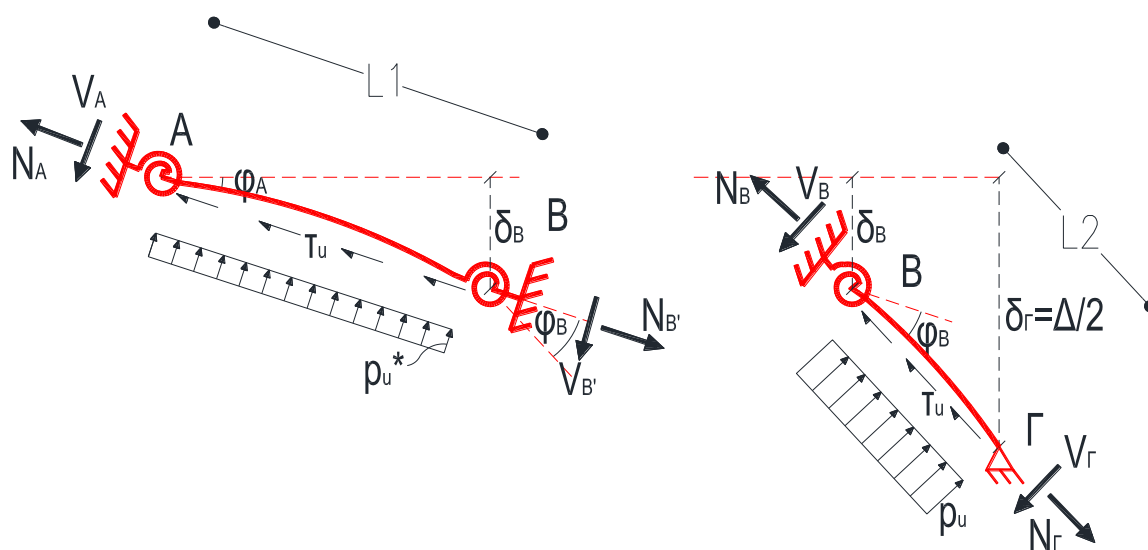
Trautmann C.H. and O'Rourke T.D. (1983a), "Behavior of Pipe in Dry Sand under Lateral and Uplift Loading", *Geotechnical Engineering Report 83-6*, Cornell Univ. Ithaca, N.Y.

Trautmann C.H. and O'Rourke T.D. (1983b), "Load-Displacement Characteristics of Pipe Affected by Permanent Earthquake Ground Movements", *Proceedings, International Symposium on Lifeline Earthquake Engineering*, Portland, Oregon, ASME, PVP-77, pp. 254-262.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: Εξισώσεις για ρήγμα οριζόντιας ολίσθησης

Βήμα 1ο: Αρχική «ελαστική» επίλυση φορέα

Το στατικό προσομοίωμα για τον παραμορφωμένο φορέα του τμήματος ΑΒΓ του αγωγού που αναλύεται, μπορεί να χωριστεί στα δύο κομμάτια, ΑΒ και ΒΓ, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα Α.1.



Σχήμα Α.1: Κατά τμήματα ανάλυση του αγωγού στην παραμορφωμένη κατάσταση.

Figure A.1: Segment analysis of the pipeline at the deformed condition.

Τα τμήματα ΑΒ και ΒΓ θεωρούνται ελαστικές δοκοί κάτω από ταυτόχρονη (εσωτερική) δράση αξονικών δυνάμεων και καμπτικών ροπών. Η μετατόπιση του σημείου Γ οφείλεται κατά κύριο λόγο στη στροφή των κόμβων Α και Β, αλλά ταυτόχρονα και στην παραμόρφωση των τμημάτων του αγωγού ανάμεσα. Παρά το μικρό μέγεθος της παραμόρφωσης αυτής, δεν πρέπει να αγνοηθεί εφόσον οι πολύ μεγάλες αξονικές δυνάμεις που αναπτύσσονται στον αγωγό κατά τη διάρρηξη του ρήγματος, προκαλούν σημαντική διαφοροποίηση στις αναπτυσσόμενες ροπές λόγω φαινομένων δευτέρας τάξης.

Η βασική σχέση που περιγράφει την παραμόρφωση μιας ελαστικής δοκού, στην οποία εφαρμόζονται ταυτόχρονα αξονικές και εγκάρσιες δυνάμεις, είναι:

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} - N \frac{d^2 w}{dx^2} = q \quad (A.1)$$

όπου w η εγκάρσια μετατόπιση του αγωγού

E το μέτρο ελαστικότητας του υλικού του αγωγού

I η ροπή αδρανείας της διατομής

N η αξονική δύναμη στον αγωγό και

q το εγκάρσιο φορτίο που ασκείται στον αγωγό.

Η σχέση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εκτιμηθεί η εγκάρσια μετατόπιση της δοκού σε κάθε θέση (βύθιση). Ολοκληρώνοντας την εξίσωση αυτή για τον παραμορφωμένο φορέα, παίρνουμε:

$$w(x) = w(0) + \varphi(0) \frac{\sinh ax}{a} + \frac{M(0)}{EIa^2} [\cosh ax - 1] + \frac{V(0)}{EIa^3} [\sinh ax - ax] + \frac{q}{N} \left[\frac{\cosh ax - 1}{a^2} - \frac{x^2}{2} \right] \quad (A.2)$$

όπου $a^2 = N/EI$

$w(0)$ η εγκάρσια μετατόπιση της δοκού στην αρχή του εξεταζόμενου τμήματος ($x=0$),

$\varphi(0)$ η στροφή λόγω κάμψης του αγωγού στο ίδιο σημείο,

$M(0)$ η ροπή και

$V(0)$ η τέμνουσα δύναμη που ασκούνται στο ίδιο σημείο.

Η Εξίσωση Α.2 μπορεί να εφαρμοστεί και στα δύο τμήματα ΑΒ και ΒΓ (δείκτης 1 και 2 αντίστοιχα) του αγωγού, λαμβάνοντας υπόψη τις σωστές αρχικές συννοριακές συνθήκες λόγω της κάμψης του ίδιου του αγωγού, τις στροφές στους κόμβους και την ισορροπία δυνάμεων σε αυτούς. Συγκεκριμένα, για το πρόβλημα μας:

$$w_1(0)=0$$

$$w_2(0)=\delta_1(L_1)$$

$$\varphi_1(0)=0$$

$$\varphi_2(0)=0$$

$$M_1(0)=-M_A=C_r*\varphi_A$$

$$M_2(0)=-M_B=C_r*\varphi_B$$

$$V_1(0)=V_A$$

$$V_2(0)=N_1(L_1)*\sin\varphi_B-V_1(L_1)*\cos\varphi_B$$

όπου C_r είναι η στρωφική δυσκαμψία των εύκαμπτων κόμβων.

Έτσι, μετά την επίλυση της Εξίσωσης Α.2 μπορεί να προκύψει η στρωφή, η τέμνουσα δύναμης και η καμπτική ροπή ανά θέση, ως ακολούθως:

$$\varphi(x) = w'(x) \quad (A.3)$$

$$V(x) = E_i I_i w''''(x) - N(x) \cdot w'(x) + V_A/2 \quad (A.4)$$

$$M(x) = \int_0^x V(x) dx \quad (A.5)$$

Οι τέσσερις πρώτες παράγωγοι της εγκάρσιας μετατόπισης w της δοκού προκύπτουν:

$$w'(x) = \varphi(0) \cosh ax + \frac{M(0)}{E_1 a} \sinh ax + \frac{V(0)}{E_1 a^2} [\cosh ax - 1] + \frac{q}{N} \left[\frac{\sinh ax}{a} - x \right] \quad (A.6)$$

$$w''(x) = a \varphi(0) \sinh ax + \frac{M(0)}{EI} \cosh ax + \frac{V(0)}{E_1 a} \sinh ax + \frac{q}{N} [\cosh ax - 1] \quad (A.7)$$

$$w'''(x) = a^2 \varphi(0) \cosh ax + a \frac{M(0)}{EI} \sinh ax + \frac{V(0)}{EI} \cosh ax + a \frac{q}{N} \sinh ax \quad (A.8)$$

$$w''''(x) = a^3 \varphi(0) \sinh ax + a^2 \frac{M(0)}{EI} \cosh ax + a \frac{V(0)}{EI} \sinh ax + a^2 \frac{q}{N} \cosh ax \quad (A.9)$$

Οι συνολικές μετακινήσεις (w) λόγω των εσωτερικών εντατικών μεγεθών και των στρωφών των εύκαμπτων κόμβων, δίνονται ακολούθως από τις Εξισώσεις Α.10 και Α.11 για τις δοκούς ΑΒ (1) και ΒΓ (2) αντίστοιχα:

$$\delta_1(x) = w_1(x) + x \cdot \sin \varphi_A =$$

$$= \frac{M(0)}{E_1 I_1 a^2} [\cosh ax - 1] + \frac{V(0)}{E_1 I_1 a^2} [\cosh ax - 1] + \frac{q_u^*}{N(x)} \left[\frac{\cosh ax - 1}{a^2} - \frac{x^2}{2} \right] + x \cdot \sin \varphi_A \quad (A.10)$$

με $0 \leq x \leq L_1$.

$$\begin{aligned} \delta_2(x) &= w_2(x) + x \cdot \sin(\varphi_A + \varphi_B + w'_1(L_1)) = \\ &= \delta_1(L_1) + \frac{M(0)}{E_1 I_1 a^2} [\cosh ax - 1] + \frac{V(0)}{E_1 I_1 a^2} [\cosh ax - 1] + \frac{q_u}{N(x)} \left[\frac{\cosh ax - 1}{a^2} - \frac{x^2}{2} \right] + \\ &\quad + x \cdot \sin(\varphi_A + \varphi_B + w'_1(L_1)) \end{aligned} \quad (A.11)$$

με $0 \leq x \leq L_2$.

Στις ανωτέρω εξισώσεις υπάρχουν τρεις βασικοί άγνωστοι: Οι γωνίες φ_A και φ_B των δύο εδκαμπτων κόμβων και η τέμνουσα δύναμη $V_1(0)=V_A$ που οφείλεται στο τμήμα του αγωγού πριν την άρθρωση στο σημείο Α το οποίο και δεν αναλύεται. Επιπλέον, σε κάθε θέση απαιτείται η γνώση της αξονικής δύναμης $N(x)$. Έτσι, για την επίλυση του προβλήματος, χρησιμοποιούνται οι εξής τέσσερις εξισώσεις ισορροπίας και συνέχειας:

- (1) Η ροπή στον εδκαμπτο κόμβο Β πρέπει να είναι ίση με την εσωτερική ροπή του κόμβου:

$$M_1(L_1) = -M_B = C_r \cdot \varphi_B \approx 0 \quad (A.12)$$

- (2) Λόγω συμμετρίας, η ροπή στη θέση διασταύρωσης με το ρήγμα πρέπει να είναι ίση με το μηδέν:

$$M_2(L_2) = 0 \quad (A.13)$$

- (3) Το άθροισμα των εγκάρσιων μετατοπίσεων πρέπει να ισούται με τη συνολική εγκάρσια μετακίνηση που επιβάλλει το ρήγμα και, πιο συγκεκριμένα, λόγω συμμετρίας:

$$\delta_2(L_2) = \delta_1(L_1) + w_2(L_2) = dy/2 \quad (A.14)$$

- (4) Η αξονική δύναμη μπορεί να προκύψει από το συμβιβαστό των παραμορφώσεων για το σύνολο του αγωγού, δηλαδή από την ισότητα μεταξύ της επιμήκυνσης που επιβάλλεται στον αγωγό λόγω της μετακίνησης του ρήγματος (απαιτούμενη επιμήκυνση ΔL_{req}) και αυτής που προκύπτει από τις αναπτυσσόμενες τάσεις στον αγωγό (διαθέσιμη επιμήκυνση ΔL_{av}):

$$\Delta L_{req} = \Delta L_{av} \quad (A.15)$$

Από την Εξίσωση Α.15 μπορούμε να υπολογίσουμε αναλυτικά την οριζόντια δύναμη N_{Γ} στη θέση της διασταύρωσης του αγωγού με το ρήγμα συναρτήσει των γωνιών φ_A και φ_B , και ακολούθως την κατανομή της δύναμης με την απόσταση από το ρήγμα σύμφωνα με τη σχέση:

$$N(x) = \begin{cases} N_{\Gamma} - (L_2 - x)t_u & \text{για τη ράβδο } B\Gamma \\ N_B - (L_1 - x)t_u & \text{για τη ράβδο } AB \end{cases} \quad (A.16)$$

Πιο συγκεκριμένα η απαιτούμενη επιμήκυνση λαμβάνεται ίση με:

$$\Delta L_{req} = \Delta x + 2 \left(\frac{L_1}{\cos\varphi_A} - L_1 \right) + 2 \left(\frac{L_2}{\cos(\varphi_A + \varphi_B)} - L_2 \right) \quad (A.17)$$

δηλαδή ίση με την επιβαλλόμενη από το ρήγμα οριζόντια μετατόπιση Δx και την απαιτούμενη επιμήκυνση λόγω της στροφής των τμημάτων AB και $B\Gamma$ του αγωγού.

Η διαθέσιμη επιμήκυνση ΔL_{av} ορίζεται ως αυτή που προκύπτει από την ολοκλήρωση των αξονικών παραμορφώσεων κατά μήκος του τμήματος του αγωγού που υπάρχει σχετική ολίσθηση με το περιβάλλον έδαφος, δηλαδή του μήκους αγκύρωσης, και δίνεται από τον τύπο:

$$\Delta L_{av} = 2 \int_0^{L_{anch}} \varepsilon(L) dL \quad (A.18)$$

όπου L είναι η απόσταση από το ρήγμα και ο παράγοντας 2 εκφράζει το γεγονός ότι η επιμήκυνση γίνεται και από τις δύο πλευρές του ρήγματος.

Δεδομένου ότι το περιβάλλον έδαφος ασκεί μία δύναμη τριβής τ_u κατά μήκος του αγωγού, προκύπτει έτσι ότι το μήκος αγκύρωσης είναι ίσο με:

$$L_{anch} = \frac{F_a}{\tau_u} = \frac{\sigma_a A_s}{\tau_u} \quad (A.19)$$

όπου F_a και σ_a είναι η αξονική δύναμη και τάση αντίστοιχα, που αναπτύσσεται στη θέση διασταύρωσης του ρήγματος με τον αγωγό, ενώ αντίστοιχα η αξονική τάση του αγωγού σε απόσταση L από το ρήγμα είναι:

$$\sigma(L) = \sigma_a - \frac{\tau_u}{A_s} L \quad (A.20)$$

Εφόσον έχει θεωρηθεί διγραμμικό μοντέλο για το υλικό του χάλυβα του αγωγού, για την περίπτωση που η τάση σ_α είναι μικρότερη της σ_1 , δηλαδή αναπτύσσονται μόνο ελαστικές παραμορφώσεις στον αγωγό λόγω της αξονικής δύναμης, έχουμε:

$$\Delta L_{av} = 2 \int_0^{L_{anch}} \frac{\sigma(L)}{E_1} dL = \frac{\sigma_\alpha^2 A_s}{E_1 \tau_u} \quad (A.21)$$

και προκειμένου να υπάρχει το συμβιβαστό παραμορφώσεων $\Delta L_{av} = \Delta L_{req}$ η αξονική τάση στη θέση διασταύρωσης με το ρήγμα για την περίπτωση που αναπτύσσονται μόνο ελαστικές τάσεις, προκύπτει:

$$\sigma_\alpha = \sqrt{\frac{E_1 \tau_u \Delta L_{req}}{A_s}} \quad (A.22)$$

Αντίστοιχα, αν η απαιτούμενη επιμήκυνση είναι μεγαλύτερη από αυτή που αντιστοιχεί σε $\sigma_\alpha = \sigma_1$, δηλαδή αν $\Delta L_{req} > (\sigma_1^2 A_s) / (E_1 \tau_u)$, αναπτύσσονται και πλαστικές παραμορφώσεις λόγω της αξονικής τάσης και η Εξίσωση Α.18 γίνεται:

$$\Delta L_{av} = 2 \left[\int_0^{L_1} \left(\varepsilon_1 + \frac{\sigma(L) - \sigma_1}{E_2} \right) dL + \int_{L_1}^{L_{anch}} \frac{\sigma(L)}{E_1} dL \right] \quad (A.23)$$

όπου L_1 το μήκος στο οποίο αναπτύσσονται πλαστικές παραμορφώσεις και είναι ίσο με:

$$L_1 = \frac{(\sigma_\alpha - \sigma_1) A_s}{\tau_u} \quad (A.24)$$

Από τις εξισώσεις Α.18, Α.19, Α.20 και Α.24 προκύπτει ότι η αξονική τάση στη θέση της διασταύρωσης με το ρήγμα, για την περίπτωση που αναπτύσσονται πλαστικές παραμορφώσεις, είναι ίση με:

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 (E_1 - E_2) \pm \sqrt{\sigma_1^2 (E_2^2 - E_1 E_2) + E_1^2 E_2 \Delta L_{req} \frac{\tau_u}{A_s}}}{E_1} \quad (A.25)$$

Ανεξαρτήτως του αν η σ_α υπολογίζεται από τη σχέση Α.22 ή τη Α.25, η αξονική δύναμη F_α στη θέση διασταύρωσης του αγωγού με το ρήγμα είναι:

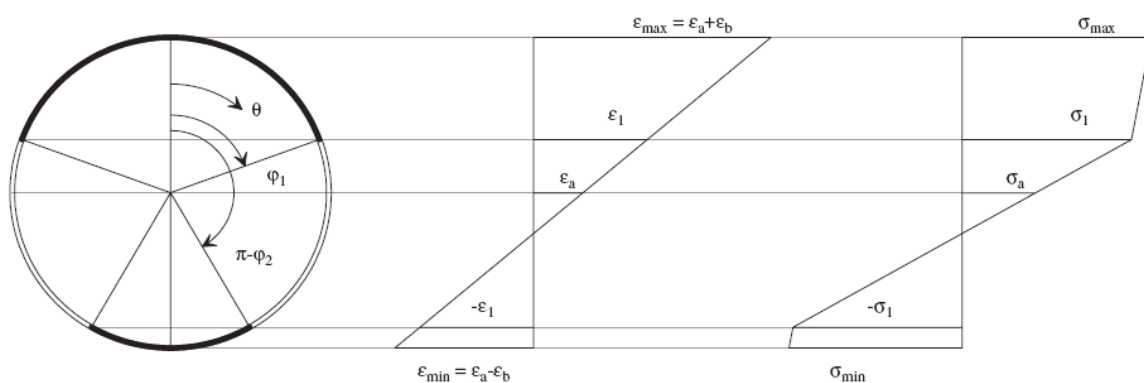
$$F_\alpha = \sigma_\alpha A_s \quad (A.26)$$

Όπως προαναφέρθηκε, λόγω της πεπλεγμένης μορφής των υπόλοιπων αναλυτικών σχέσεων για την τελική επίλυση εφαρμόστηκε μία απλή αριθμητική μεθοδολογία, κατά την οποία σε κάθε βήμα γίνεται μικρή διόρθωση των τριών μεγεθών. Πιο συγκεκριμένα για τα τρία μεγέθη φ_A , φ_B και V_A λαμβάνονται οι παρακάτω αρχικές τιμές για το πρώτο βήμα: $\varphi_A = 0.1^\circ$, $\varphi_B = 2.0^\circ$ και $V_A = 100\text{kN}$.

Στη συνέχεια σε κάθε βήμα τα μεγέθη φ_A , φ_B και V_A αυξάνονται ή μειώνονται κατά ένα μικρό ποσοστό του σφάλματος στον υπολογισμό των μεγεθών $d_y-d_2(L_2)$, $M_2(L_2)$ και $M_1(L_1)$ αντίστοιχα.

Βήμα 2ο: Υπολογισμός μέγιστων τάσεων, παραμορφώσεων και τέμνοντος Μέτρου Ελαστικότητας.

Όταν ο αγωγός μπαίνει στην πλαστική περιοχή υπό την ταυτόχρονη δράση αξονικών και καμπτικών δυνάμεων, οι παραμορφώσεις διαφοροποιούνται και δεν είναι μόνο απευθείας συνάρτηση των τιμών των τάσεων, αλλά και της κατανομής τους στη διατομή. Στο Σχήμα Α.2 παρουσιάζεται ενδεικτικά η κατανομή τάσεων και παραμορφώσεων για την περίπτωση που μόνο ένα τμήμα της διατομής έχει διαρρεύσει (με τη θεώρηση επίπεδης διατομής).



Σχήμα Α.2: Κατανομή τάσεων-παραμορφώσεων καθ' ύψος της διατομής (από Karamitros et al., 2007)

Figure A.2: Stress distribution over the pipeline cross section (from Karamitros et al., 2007).

Για τον υπολογισμό των μέγιστων τάσεων & παραμορφώσεων επιλέγεται η δυσμενέστερη διατομή για κάθε ράβδο, δηλαδή οι διατομές στις οποίες αναπτύσσεται η μέγιστη ροπή, και υπολογίζεται η κατανομή των τάσεων που πρέπει να υπάρχει έτσι ώστε να αναπτύσσεται ο συγκεκριμένος συνδυασμός ροπής και αξονικής, διατηρώντας τη θεώρηση επιπεδότητας της διατομής. Δηλαδή επιλύεται το σύστημα:

$$N = \int_{-R}^{+R} \sigma(z) dz \quad (A.27)$$

$$M = \int_{-R}^{+R} z \cdot \sigma(z) dz \quad (A.28)$$

με την τάση να υπολογίζεται μέσω της παραμόρφωσης από τη Σχέση A.29 η οποία ακολουθεί επί της ουσίας τον δι-γραμμικό νόμο του υλικού. Επιπλέον, θεωρήθηκε ότι η παραμόρφωση έχει μέση τιμή ε_α και μεταβάλλεται γραμμικά με την απόσταση από το κέντρο της διατομής z σύμφωνα με την Εξίσωση A.29. Άρα:

$$\sigma(z) = \frac{(E_1 - E_2)\varepsilon(z)}{\left[1 + \left(\frac{(E_1 - E_2)\varepsilon(z)}{\sigma_1}\right)^r\right]^{1/r}} + E_2\varepsilon(z) \quad (A.29)$$

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_\alpha + kz \quad (A.30)$$

Η επίλυση και σε αυτή την περίπτωση γίνεται επαναληπτικά, διορθώνοντας σε κάθε βήμα τις τιμές των ε_α και k μέχρι να επαληθευτούν οι Σχέσεις A.29 και A.30.

Βήμα 3ο: Διόρθωση του μέτρου ελαστικότητας και επανάληψη της διαδικασίας.

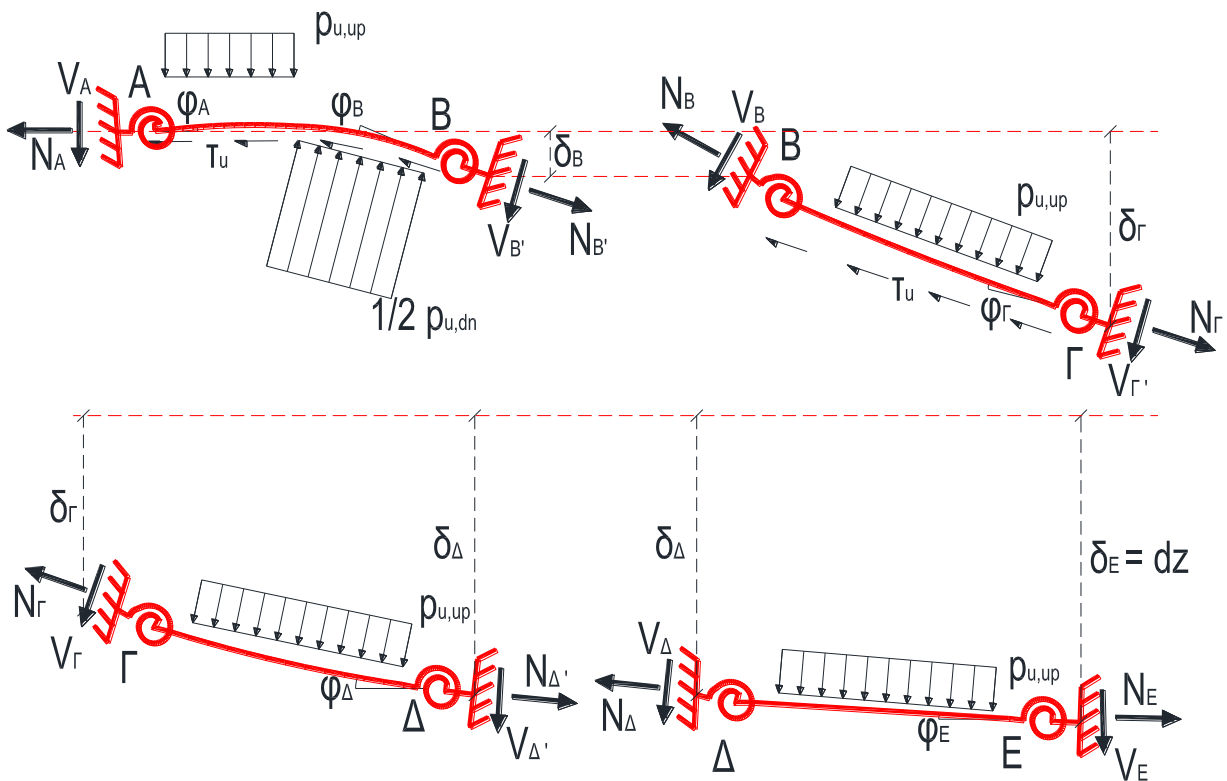
Επειδή το σύνολο των υπολογισμών μέχρι τώρα έχει γίνει θεωρώντας ότι ο αγωγός συμπεριφέρεται ελαστικά, στο βήμα αυτό υπολογίζεται για κάθε ράβδο το τέμνον μέτρο ελαστικότητας E_{cur} με βάση την Εξίσωση A.31 και επαναλαμβάνονται οι υπολογισμοί για τα βήματα 1 και 2 μέχρι το σύστημα να ισορροπήσει.

$$E_{cur}^{i+1} = \frac{E_{cur}^i + \frac{\sigma_\alpha}{\varepsilon_\alpha}}{2} \quad (A.31)$$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: Εξισώσεις για κανονικό ρήγμα

Βήμα 1ο: Αρχική «ελαστική» επίλυση φορέα

Το στατικό προσομοίωμα για τον παραμορφωμένο φορέα του τμήματος ΑΒΓΔΕ του αγωγού, μπορεί να χωριστεί σε τέσσερα τμήματα, ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΔΕ όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα Β.1. Τα τμήματα αυτά συμπεριφέρονται ως ελαστικές δοκοί υπό την ταυτόχρονη δράση αξονικών δυνάμεων και καμπτικών ροπών και το βέλος τους περιγράφεται από τις γενικές εξισώσεις Β.1 έως Β.4. Η απόσταση x σε κάθε τμήμα να μετράται από τις άκρη του κάθε τμήματος προς το ίχνος του ρήγματος.



Σχήμα Β.1: Ανάλυση των τμημάτων του αγωγού στην παραμορφωμένη κατάσταση.

Figure B.1: Analysis of the pipe parts at the deformed condition.

Για τα τέσσερα τμήματα του αγωγού ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΔΕ (δείκτες 1, 2, 3 και 4 αντίστοιχα), ισχύουν οι παρακάτω αρχικές συνοριακές συνθήκες:

$$\begin{aligned}
 w_1(0) &= 0 & w_2(0) &= \delta_3(L_3) \\
 \varphi_1(0) &= 0 & \varphi_2(0) &= 0 \\
 M_1(0) &= -M_A = C_r \cdot \varphi_A & M_2(0) &= -M_\Gamma = C_r \cdot \varphi_\Gamma \\
 V_1(0) &= V_A & V_2(0) &= N_3(L_3) \cdot \sin \varphi_\Gamma - V_3(L_3) \cdot \cos \varphi_\Gamma \\
 w_3(0) &= \delta_4(L_4) & w_4(0) &= 0 \\
 \varphi_3(0) &= 0 & \varphi_4(0) &= 0 \\
 M_3(0) &= -M_\Delta = C_r \cdot \varphi_\Delta & M_4(0) &= -M_E = C_r \cdot \varphi_E \\
 V_3(0) &= N_4(L_4) \cdot \sin \varphi_\Delta - V_4(L_4) \cdot \cos \varphi_\Delta & V_4(0) &= V_E
 \end{aligned}$$

όπου C_r είναι η στρωφική δυσκαμψία των εύκαμπτων κόμβων.

Κατά συνέπεια, οι συνολικές μετακινήσεις λόγω των εσωτερικών εντατικών μεγεθών (w) και των στρωφών των εύκαμπτων κόμβων, δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις για τις δοκούς ΑΒ (1), ΒΓ (2), ΓΔ (3) και ΔΕ (4) αντίστοιχα:

$$\delta_1(x) = w_1(x) + x \cdot \sin \varphi_A \rightarrow$$

$$\delta_1(x) = \begin{cases} \frac{M(0)}{E_1 I_1 a^2} [\cosh ax - 1] + \frac{V(0)}{E_1 I_1 a^2} [\cosh ax - 1] + x \cdot \sin \varphi_A & 0 \leq x \leq L^* \\ \frac{M(0)}{E_1 I_1 a^2} [\cosh ax - 1] + \frac{V(0)}{E_1 I_1 a^2} [\cosh ax - 1] + \\ + \frac{q_u^{dn}}{2N(x)} \left[\frac{\cosh(a(x-L^*)) - 1}{a^2} - \frac{(x-L^*)^2}{2} \right] + (L^* + x) \cdot \sin \varphi_A & L^* \leq x \leq L_1 \end{cases} \quad (B.1)$$

$$\delta_2(x) = w_2(x) + x \cdot \sin(\varphi_\Gamma + \varphi_\Delta + \varphi_E + w'_3(L_3) + w'_4(L_4)) =$$

$$\begin{aligned}
 &= \delta_3(L_3) + \frac{M(0)}{E_2 I_2 a^2} [\cosh ax - 1] + \frac{V(0)}{E_2 I_2 a^2} [\cosh ax - 1] + \frac{q_u^{up}}{N(x)} \left[\frac{\cosh ax - 1}{a^2} - \frac{x^2}{2} \right] + \\
 &\quad + x \cdot \sin(\varphi_\Gamma + \varphi_\Delta + \varphi_E + w'_3(L_3) + w'_4(L_4)) \quad (B.2)
 \end{aligned}$$

$$\text{με } 0 \leq x \leq L_2.$$

$$\begin{aligned} \delta_3(x) &= w_3(x) + x \cdot \sin(\varphi_\Delta + \varphi_E + w'_4(L_4)) = \\ &= \delta_4(L_4) + \frac{M(0)}{E_3 I_3 a^2} [\cosh ax - 1] + \frac{V(0)}{E_3 I_3 a^2} [\cosh ax - 1] + \frac{q_u^{up}}{N(x)} \left[\frac{\cosh ax - 1}{a^2} - \frac{x^2}{2} \right] + \\ &\quad + x \cdot \sin(\varphi_\Delta + \varphi_E + w'_4(L_4)) \end{aligned} \quad (B.3)$$

με $0 \leq x \leq L_3$.

$$\begin{aligned} \delta_4(x) &= w_4(x) + x \cdot \sin(\varphi_E) = \\ &= \frac{M(0)}{E_4 I_4 a^2} [\cosh ax - 1] + \frac{V(0)}{E_4 I_4 a^2} [\cosh ax - 1] + \frac{q_u^{up}}{N(x)} \left[\frac{\cosh ax - 1}{a^2} - \frac{x^2}{2} \right] + x \cdot \sin(\varphi_E) \end{aligned} \quad (B.4)$$

με $0 \leq x \leq L_4$.

Στις Σχέσεις Β.1 έως Β.4 υπάρχουν έξι βασικοί άγνωστοι: Οι γωνίες φ_A , φ_B , φ_Δ και φ_E των εύκαμπτων κόμβων και οι τέμνουσες δυνάμεις $V_1(0)=V_A$ και $V_4(0)=V_E$ που οφείλονται στον υπόλοιπο αγωγό, πριν το σημείο Α και μετά το σημείο Ε, τα οποία και $V_1(0)=V_A$ δεν αναλύονται, ενώ σε κάθε θέση απαιτείται η γνώση της αξονικής δύναμης $N(x)$. Επιπροσθέτως για την περίπτωση που το ρήγμα διέρχεται ακριβώς δίπλα από ένα εύκαμπτο κόμβο (σημείο Β), η γωνία φ_B δεν είναι κατ' ανάγκη ίση με το μηδέν, αλλά εξαρτάται από την εξίσωση ισορροπίας του κόμβου αυτού.

Διασταύρωση δίπλα σε κόμβο. Για την επίλυση χρησιμοποιούνται οι εξής οχτώ εξισώσεις ισορροπίας και συνέχειας:

- (1) Η ροπή από τα αριστερά στον εύκαμπτο κόμβο Β πρέπει να είναι ίση με την εσωτερική ροπή του κόμβου:

$$M_1(L_1) = -M_B = C_r \cdot \varphi_B \quad (B.5)$$

- (2) Η ροπή από τα δεξιά στον εύκαμπτο κόμβο Β πρέπει να είναι ίση με την εσωτερική ροπή του κόμβου:

$$M_2(L_2) = -M_B = C_r * \varphi_B \quad (B.6)$$

(3) Η ροπή στον εύκαμπτο κόμβο Γ πρέπει να είναι ίση με την εσωτερική ροπή του κόμβου:

$$M_3(L_3) = -M_\Gamma = C_r * \varphi_\Gamma \quad (B.7)$$

(4) Η ροπή στον εύκαμπτο κόμβο Δ πρέπει να είναι ίση με την εσωτερική ροπή του κόμβου:

$$M_4(L_4) = -M_\Delta = C_r * \varphi_\Delta \quad (B.8)$$

(5) Το άθροισμα των εγκάρσιων μετατοπίσεων πρέπει να ισούται με τη συνολική εγκάρσια μετακίνηση που επιβάλλει το ρήγμα:

$$\delta_1(L_1) + \delta_2(L_2) = dy \quad (B.9)$$

(6) Η στροφή του αγωγού πριν και μετά το σημείο Β πρέπει να είναι συμβατή:

$$\varphi_A + \varphi_B + w'_1(L_1) = \varphi_\Gamma + \varphi_\Delta + \varphi_E + w'_2(L_2) + w'_3(L_3) + w'_4(L_4) \quad (B.10)$$

(7) Για τον υπολογισμό της γωνίας φ_B λαμβάνεται η ισορροπία εγκάρσιων δυνάμεων του κόμβου Β:

$$V_1(L_1) = V_2(L_2) * \cos\varphi_B + N_B * \sin\varphi_B \quad (B.11)$$

(8) Η αξονική δύναμη μπορεί να προκύψει από το συμβιβαστό των παραμορφώσεων για το σύνολο του αγωγού, δηλαδή από την ισότητα μεταξύ της επιμήκυνσης που επιβάλλεται στον αγωγό λόγω της μετακίνησης του ρήγματος (απαιτούμενη επιμήκυνση ΔL_{req}) και αυτής που προκύπτει από τις αναπτυσσόμενες τάσεις στον αγωγό (διαθέσιμη επιμήκυνση ΔL_{av}):

$$\Delta L_{req} = \Delta L_{av} \quad (B.12)$$

Για τον υπολογισμό της οριζόντιας δύναμης N_B ισχύουν οι Σχέσεις Α.21, Α.24 και Α.25, με απαιτούμενη επιμήκυνση πλέον ίση με:

$$\Delta L_{req} = \Delta x + 1.5 \left[\left(\frac{L_1}{\cos\varphi_A} - L_1 \right) + \left(\frac{L_2}{\cos(\varphi_\Gamma + \varphi_\Delta + \varphi_E)} - L_2 \right) + \left(\frac{L_3}{\cos(\varphi_\Delta + \varphi_E)} - L_3 \right) + \left(\frac{L_4}{\cos(\varphi_E)} - L_4 \right) \right] \quad (B.13)$$

δηλαδή ίση με την επιβαλλόμενη από το ρήγμα οριζόντια μετατόπιση Δx και την απαιτούμενη επιμήκυνση λόγω της στροφής των τμημάτων του αγωγού. Λόγω του πολύ μικρού μεγέθους της απαιτούμενης επιμήκυνσης λόγω της στροφής συγκριτικά με την επιβαλλόμενη από το ρήγμα, αυτή μπορεί να αγνοηθεί σε όλες τις άλλες περιπτώσεις εκτός από τα ρήγματα με $\psi=90^\circ$.

Και σε αυτή την περίπτωση, λόγω της πειλεγμένης μορφής των αναλυτικών σχέσεων εφαρμόστηκε μία απλή αριθμητική μεθοδολογία για την τελική επίλυση του συστήματος εξισώσεων, κατά την οποία σε κάθε βήμα γίνεται μικρή διόρθωση των έξι βασικών μεγεθών. Πιο συγκεκριμένα για τα μεγέθη φ_A , φ_Γ , φ_Δ , φ_E , V_A και V_E λαμβάνονται οι παρακάτω αρχικές τιμές για το πρώτο βήμα:

$$\varphi_A = -0.1^\circ, \varphi_\Gamma = 1.5^\circ, \varphi_\Delta = 0.5^\circ, \varphi_E = 0.5^\circ, V_A = -1000\text{kN} \text{ και } V_E = 100\text{kN}.$$

Στη συνέχεια, σε κάθε βήμα, τα μεγέθη φ_A , φ_Γ , φ_Δ , φ_E , V_A και V_E αυξάνονται ή μειώνονται κατά ένα μικρό μέγεθος ανάλογο με το σφάλμα που υπολογίστηκε στο προηγούμενο βήμα για τα μεγέθη: $w_1'(L_1)-w_2'(L_2)$, $M_2(L_2)$, $M_3(L_3)$, $w_1(L_1)+w_2(L_2)=dz$, $M_1(L_1)$ και $M_4(L_4)$.

Διασταύρωση μεταξύ δύο κόμβων. Για την επίλυση χρησιμοποιούνται οι εξής επτά εξισώσεις ισορροπίας και συνέχειας:

- (1) Η ροπή από τα αριστερά στη θέση διασταύρωσης με το ρήγμα Β πρέπει να είναι ίση με την ροπή από τα δεξιά στην ίδια θέση:

$$M_1(L_1) = M_2(L_2) \quad (B.14)$$

- (2) Η τέμνουσα από τα αριστερά στη θέση διασταύρωσης με το ρήγμα Β πρέπει να είναι ίση με την τέμνουσα από τα δεξιά στην ίδια θέση:

$$V_1(L_1) = V_2(L_2) \quad (B.15)$$

- (3) Η ροπή στον εόκαμπο κόμβο Γ πρέπει να είναι ίση με την εσωτερική ροπή του κόμβου:

$$M_3(L_3) = -M_\Gamma = C_r \cdot \varphi_\Gamma \quad (B.16)$$

- (4) Η ροπή στον εδκαμπτο κόμβο Δ πρέπει να είναι ίση με την εσωτερική ροπή του κόμβου:

$$M_4(L_4) = -M_\Delta = C_r \cdot \varphi_\Delta \quad (B.17)$$

- (5) Το άθροισμα των εγκάρσιων μετατοπίσεων πρέπει να ισούται με τη συνολική εγκάρσια μετακίνηση που επιβάλλει το ρήγμα:

$$\delta_1(L_1) + \delta_2(L_2) = dy \quad (B.18)$$

- (6) Η στροφή του αγωγού πριν και μετά το σημείο Β πρέπει να είναι συμβατή:

$$\varphi_A + w'_1(L_1) = \varphi_\Gamma + \varphi_\Delta + \varphi_E + w'_2(L_2) + w'_3(L_3) + w'_4(L_4) \quad (B.19)$$

- (7) Η αξονική δύναμη μπορεί να προκύψει από το συμβιβαστό των παραμορφώσεων όπως και για την περίπτωση που το ρήγμα πέφτει ακριβώς πάνω στον κόμβο, άρα από τις εξισώσεις B.12 και B.13.

Και σε αυτή την περίπτωση, λόγω της πεπλεγμένης μορφής των αναλυτικών σχέσεων εφαρμόστηκε μία απλή αριθμητική μεθοδολογία για την τελική επίλυση του συστήματος εξισώσεων, κατά την οποία σε κάθε βήμα γίνεται μικρή διόρθωση των έξι βασικών μεγεθών. Πιο συγκεκριμένα για τα μεγέθη φ_A , φ_Γ , φ_Δ , φ_E , V_A και V_E λαμβάνονται οι παρακάτω αρχικές τιμές για το πρώτο βήμα:

$$\varphi_A = -0.1^\circ, \varphi_\Gamma = 1.5^\circ, \varphi_\Delta = 1.0^\circ, \varphi_E = 0.1^\circ, V_A = -200\text{kN} \text{ και } V_E = 100\text{kN}.$$

Στη συνέχεια, σε κάθε βήμα, τα μεγέθη φ_A , φ_Γ , φ_Δ , φ_E , V_A και V_E αυξάνονται ή μειώνονται κατά ένα μικρό μέγεθος ανάλογο με το σφάλμα που υπολογίστηκε στο προηγούμενο βήμα για τα μεγέθη: $w_1'(L_1) - w_2'(L_2)$, $V_1(L_1) - V_2(L_2)$, $M_3(L_3)$, $w_1(L_1) + w_2(L_2) = dz$, $M_1(L_1) - M_2(L_2)$ και $M_4(L_4)$.

Βήμα 2ο: Υπολογισμός μέγιστων τάσεων, παραμορφώσεων και τέμνοντος Μέτρου Ελαστικότητας.

Σε αντιστοιχία με τη μεθοδολογία για ρήγματα οριζόντιας ολίσθησης, επιλέγεται η δυσμενέστερη διατομή για κάθε μία από τις τέσσερις ράβδους, δηλαδή οι διατομές στις οποίες αναπτύσσεται η μέγιστη ροπή, και υπολογίζεται η κατανομή των τάσεων που πρέπει να υπάρχει έτσι ώστε να αναπτύσσεται ο συγκεκριμένος συνδυασμός ροπής και αξονικής, διατηρώντας τη θεώρηση επιπεδότητας της διατομής. Δηλαδή επιλύεται το σύστημα:

$$N = \int_{-R}^{+R} \sigma(z) dz \quad (B.20)$$

$$M = \int_{-R}^{+R} z \cdot \sigma(z) dz \quad (B.21)$$

με την τάση να υπολογίζεται μέσω της παραμόρφωσης από τη Εξίσωση B.22 η οποία ακολουθεί επί της ουσίας δι-γραμμικό νόμο υλικού. Επιπλέον, θεωρήθηκε ότι η παραμόρφωση έχει μέση τιμή ε_α , και μεταβάλλεται γραμμικά με την απόσταση από το κέντρο της διατομής z σύμφωνα με την Εξίσωση B.23.

$$\sigma(z) = \frac{(E_1 - E_2)\varepsilon(z)}{\left[1 + \left(\frac{(E_1 - E_2)\varepsilon(z)}{\sigma_1}\right)^r\right]^{1/r}} + E_2\varepsilon(z) \quad (B.22)$$

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_\alpha + kz \quad (B.23)$$

Η επίλυση και σε αυτή την περίπτωση γίνεται επαναληπτικά, διορθώνοντας σε κάθε βήμα τις τιμές των ε_α και k μέχρι να επαληθευτούν οι Σχέσεις B.20 και B.21.

Βήμα 3ο: Διόρθωση του μέτρου ελαστικότητας και επανάληψη της διαδικασίας.

Επειδή το σύνολο των υπολογισμών μέχρι τώρα έχει γίνει θεωρώντας ότι ο αγωγός συμπεριφέρεται ελαστικά, στο βήμα αυτό υπολογίζεται για κάθε ράβδο το τέμνον μέτρο ελαστικότητας E_{cur} με βάση τη Εξίσωση B.24 και επαναλαμβάνονται οι υπολογισμοί για τα βήματα 1 και 2 μέχρι το σύστημα να ισορροπήσει.

$$E_{cur}^{i+1} = \frac{E_{cur}^i + \frac{\sigma}{\varepsilon_\alpha}}{2} \quad (B.24)$$