NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS

School of MechanicalEngineering

Dept. of Mechanical Design & Automatic Control

Assist. Prof. Athanasios Chasalevris, PhD

+30 210 772 3681 | chasalevris@mail.ntua.gr

9 Heroon Polytechniou Str.15780 Athens, Hellas

http://users.ntua.gr/chasalevris

ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΣΜΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΑ 4

Εκτιμώμενος χρόνος ενασχόλησης**< 10 ώρες**

Στον μηχανισμό κάμα-ακόλουθος (cam-follower) του σχήματος, υπολογίστε τα παρακάτω για κάθε τιμή της γωνίας θ (input) της κάμας 0 έως 360^o (101 διαστήματα):

4.1) Σχεδιάστε την επιφάνεια της κάμας (r_c,ψ_c) (τομή ‘contour’) σε πολικό (1^o διάγραμμα), και σε καρτεσιανό διάγραμμα (2^o διάγραμμα). Επιλέξτε κυκλοειδές προφίλ της κάμας $s(\theta)$ και διατηρείστε τον ακόλουθο σε επαφή με την κάμα για γωνιακή ταχύτητα περιστροφής μέχρι $\omega = 1500\ RPM$, μάζα ακόλουθου $m = 100gr$, και μέγιστη ανύψωση (rise) $h = 4mm$ σε γωνία $\beta = 75^o$από την παραμονή (dwelling).

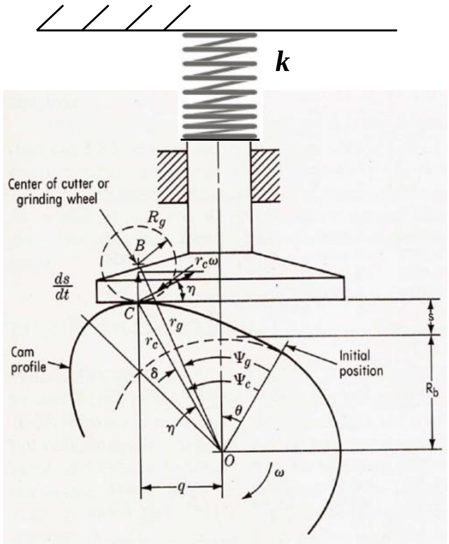
4.2) Την ροπή στρέψης $M(\theta)$ που πρέπει να εφαρμοστεί στην κάμα (3^o διάγραμμα)

4.3) Την ισχύ του ηλεκτροκινητήρα που πρέπει να προσαρμοστεί στην κάμα

4.4) Τον σφόνδυλο που πρέπει να προσαρμοστεί στην κάμα για διακύμανση ταχύτητας $c_S = 1\%$ σε $\omega = 1500\ RPM$

Υποδείξεις:

1. Να ορίσετε εσείς έναν συνδυασμό για στιβαρότητα ελατηρίου k και για ακτίνα βασικού κύκλου της κάμας R_b για να ικανοποιούνται οι προδιαγραφές. Το ελατήριο συμπίεσης βρίσκεται στην κορυφή του ακόλουθου και ασκεί F = 20 N όταν το σύστημα είναι σε παραμονή (dwelling).
2. Για τον υπολογισμό του ΔΕ στον υπολογισμό του σφονδύλου, λάβετε υπόψη την προσφορά ενέργειας από τον κινητήρα σε όλη την περιστροφή της κάμας. Καθώς αρχίζει η ανύψωση (rise), μέρος της ενέργειας που δίνει ο κινητήρας περνάει στο ελατήριο και μέρος της γίνεται κινητική ενέργεια του ακόλουθου (η κάμα είναι αβαρής). Υποθέστε ότι η κάμα περιστρέφεται με σταθερή ω.



Σχήμα[1]

[1] Σχήμα 10-21 από [1] G. Martin, Kinematics and Dynamics of Machines. McGraw Hill 1982 US

NATIONAL TECHNICAL
UNIVERSITY OF ATHENS

School of MechanicalEngineering
Dept. of Mechanical Design & Automatic Control

Assist. Prof. Athanasios Chasalevris, PhD
+30 210 772 3681 | chasalevris@mail.ntua.gr
9 Heroon Polytechniou Str.15780 Athens, Hellas
http://users.ntua.gr/chasalevris

4.1) Η επιφάνεια της κάμας υπολογίζεται ως εξής. Για κυκλοειδές προφιλ κάμας (cycloidal profile) η ανύψωση s, η ταχύτητα ανύψωσης $\dot{s}$, η επιτάχυνση $\ddot{s}$ της ανύψωσης, και η απόσταση q είναι αντίστοιχα:

- για rise (0<θ<β):

$$s = \frac{h}{\beta}\theta - \frac{h}{2\pi} sin\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)$$

$$\dot{s} = \frac{h\omega}{\beta}\left(1 - cos\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)\right)$$

$$\ddot{s} = \frac{2h\pi\omega^2}{\beta^2} sin\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)$$

$$q = \frac{h}{\beta} - \frac{2\pi h}{2\pi\beta} cos\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)$$

- για return (β<θ<2β)

$$s = -\frac{h}{\beta}(\theta - 2\beta) + \frac{h}{2\pi} sin\left(\frac{2\pi(\theta - 2\beta)}{\beta}\right)$$

$$\dot{s} = \frac{h\omega}{\beta}\left(1 - cos\left(\frac{2\pi(\theta - 2\beta)}{\beta}\right)\right)$$

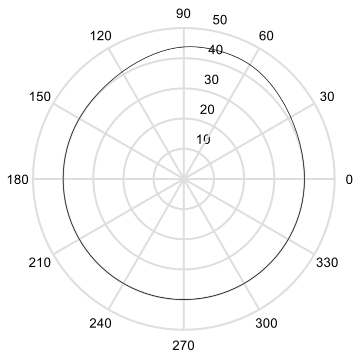
$$\ddot{s} = \frac{2h\pi\omega^2}{\beta^2} sin\left(\frac{2\pi(\theta - 2\beta)}{\beta}\right)$$

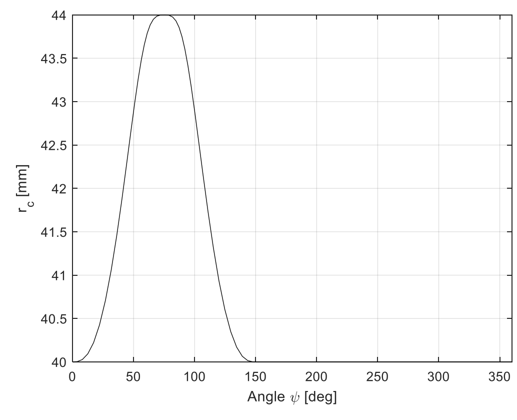
$$q = \frac{h}{\beta} - \frac{2\pi h}{2\pi\beta} cos\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)$$

Η επιφάνεια της κάμας σχεδιάζεται υπολογίζοντας τα r_c και ψ_c.

- $r_c = \sqrt{(R_b + s)^2 + q^2}$
- $\eta = atan\left(\frac{q}{R_b + s}\right)$
- $\psi_c = \theta + \eta$

Οπότε, για π.χ. $R_b = 40mm$ υπολογίζεται το προφίλ της κάμας σε πολικές και καρτεσιανές συντεταγμένες:





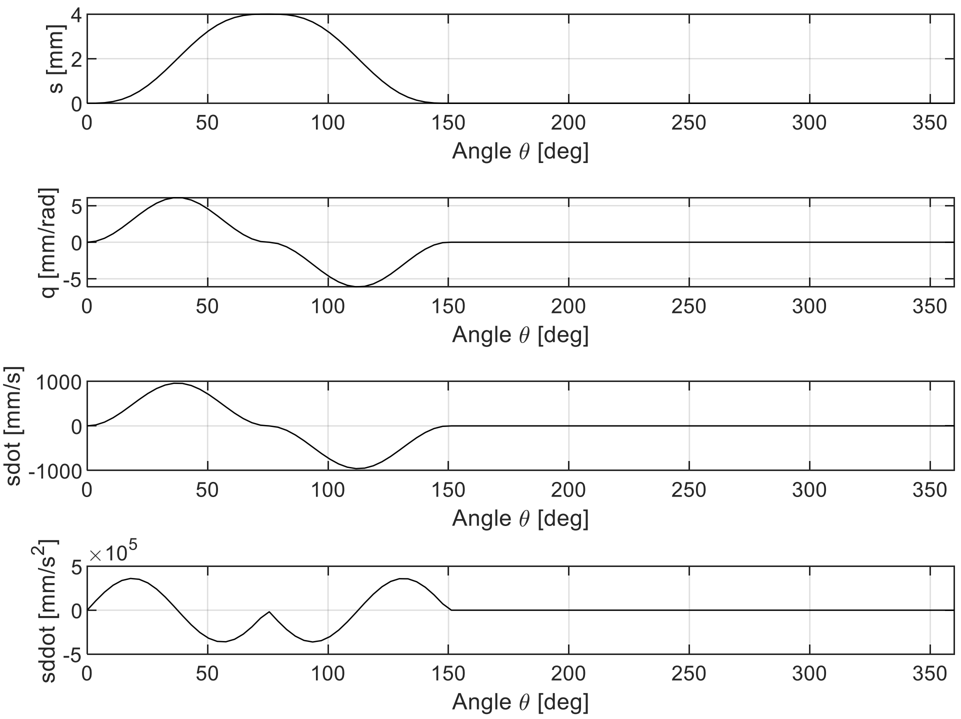
Για λόγους πληρότητας παρατίθενται και τα υπόλοιπα μεγέθη στο ακόλουθο διάγραμμα:

Assist. Prof. Athanasios Chasalevris, PhD

+30 210 772 3681 | chasalevris@mail.ntua.gr

9 Heroon Polytechniou Str.15780 Athens, Hellas

http://users.ntua.gr/chasalevris



4.2) Η ροπή στρέψης M που απαιτείται να εφαρμοστεί στην κάμα για να επιτευχθεί η κίνηση του ακολούθου υπολογίζεται ως $M = F_c \cdot q$, άρα πρέπει πρώτα να υπολογίσω την F_c.

Η δύναμη που ασκείται απο την κάμα στον ακόλουθο προκαλεί επιτάχυνση στον ακόλουθο και συσπείρωση του ελατηρίου. Η αδρανειακή δύναμη F_{int} που ασκείται απο τον ακόλουθο μάζας $m = 100gr$ στην κάμα είναι:

$$F_{int} = m \cdot \ddot{s}$$

Και η δύναμη που σκείται απο το ελατήριο σταθεράς π.χ. $k = 5000N/m$ στον ακόλουθο είναι:

$$F_s = k \cdot (s + x_0)$$

Όπου x_0 η αρχική συσπείρωση του ελατηρίου για να προκαλέσει δύναμη 20N, δηλαδή $x_0 = 20/k$.

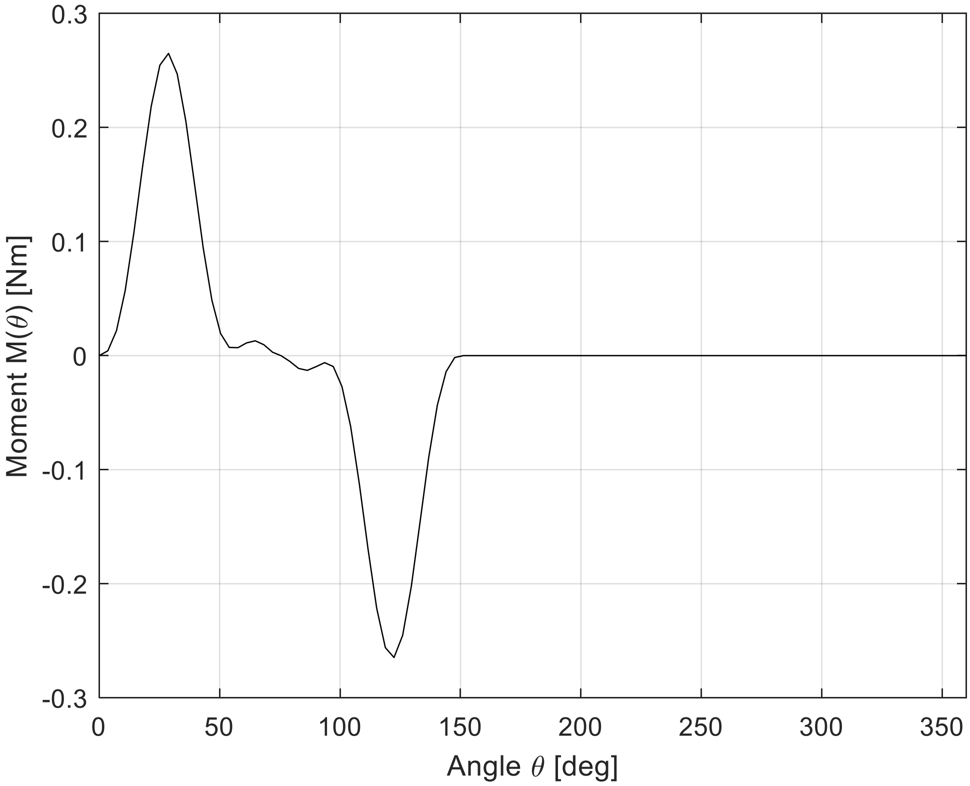
$$F_c = F_s + F_{int}$$

Οι τελευταίες σχέσεις μπορούν να γραφτούν (πιο σωστά) ως:

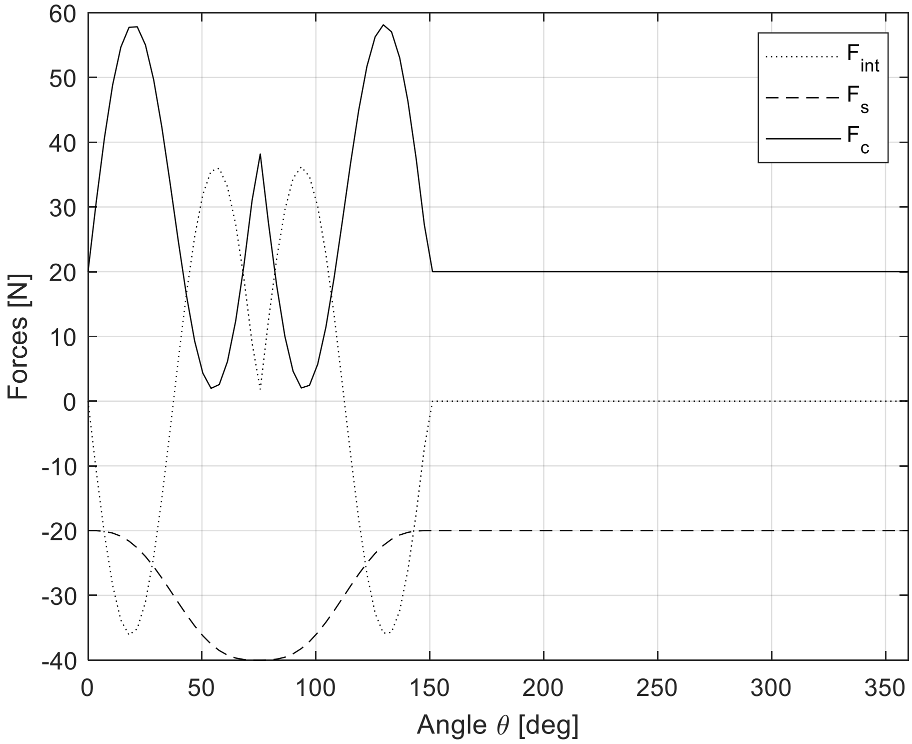
$F_s = -k \cdot (s + x_0)$, $F_{int} = -m \cdot \ddot{s}$, και $F_c = -F_s - F_{int}$, όμως το αποτέλεσμα είναι το ίδιο.

Τότε, η ροπή δίδεται στο ακόλουθο διάγραμμα:

Assist. Prof. Athanasios Chasalevris, PhD
+30 210 772 3681 | chasalevris@mail.ntua.gr
9 Heroon Polytechniou Str.15780 Athens, Hellas
http://users.ntua.gr/chasalevris



Για να διατηρηθεί ο ακόλουθος σε επαφή με την κάμα θα πρέπει να ισχύει $F_c > 0$. Οι τρεις δυνάμεις που υπολογίστηκαν ως $F_s = -k \cdot (s + x_0)$, $F_{int} = -m \cdot \ddot{s}$, και $F_c = -F_s - F_{int}$, παρουσιάζονται στο ακόλουθο διάγραμμα:



Assist. Prof. Athanasios Chasalevris, PhD
+30 210 772 3681 | chasalevris@mail.ntua.gr
9 Heroon Polytechniou Str.15780 Athens, Hellas
http://users.ntua.gr/chasalevris

Παρατηρούμε τα εξής:

- Η αδρανειακή δύναμη F_{int}, η οποία εξαρτάται μόνο απο τη παράμετρο μάζα (καθώς η επιτάχυνση είναι συνάρτηση μόνο της ανύψωσης, της γωνίας β, και της ταχύτητας περιστροφής ω), είναι θετική και αρνητική, αρα αυτή είναι μία δύναμη που μπορεί να 'ρίξει' την F_c κάτω απο το μηδέν. Οσο μεγαλύτερη είναι η μάζα του ακόλουθου, τόσο πιο μεγάλη η αδρανειακή δύναμη, άρα τόσο πιο πιθανό να 'ρίξει' την την F_c κάτω απο το μηδέν. Με άλλα λόγια, ένα αβαρής ακόλουθος δεν θα αποκοληθεί ποτέ στο παρόν σύστημα.

- Αν η σταθερά ελατηρίου είναι μεγάλη τότε η $-F_s$ είναι 'πολύ θετική', άρα δύσκολα θα πέσει τότε η F_c κάτω απο το μηδέν

- Η δύναμη F_c φτάνει λιγο πριν το μηδέν, δηλαδή <u>λίγο μεγαλύτερη αν ήταν η μάζα</u>, ή <u>λίγο πιο χαλαρό το ελατήριο</u>, ή <u>λίγο πιο μικρή η προένταση</u>, θα είχαμε αποκόληση.

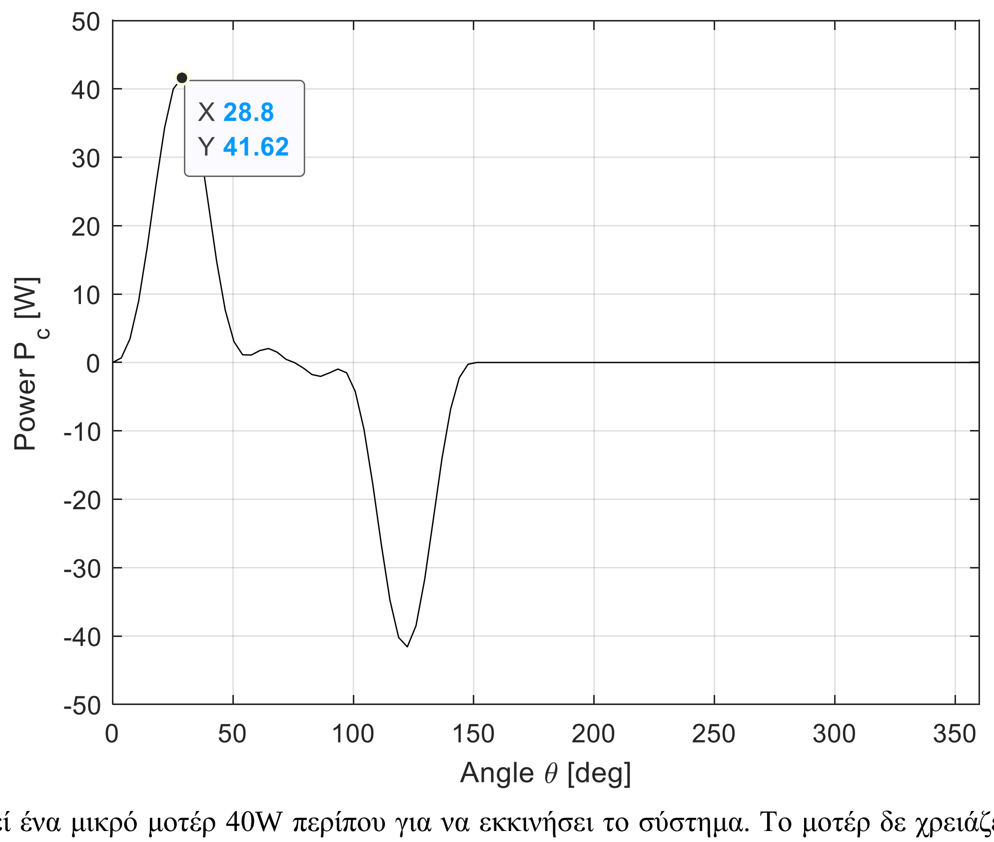
4.3) Για την ισχύ του άξονα της κάμας αρκεί να ολοκληρώσουμε την ροπή M μέσα σε μία περίοδο (της ροπής) για να βρούμε πρώτα την M_{mean}. Η περίοδος με βάση το σχήμα της ροπής M παραπάνω είναι T = 2π/ω. Τότε:

$$M_{mean} = \frac{W_{cycle}}{T}, \text{ όπου } W_{cycle} = \int_0^{2\pi} M d\theta$$

Τότε η ισχύς είναι: $P = M_{mean} \cdot \omega$. Όμως, στο συγκεκριμένο πρόβλημα είναι $W_{cycle} = 0$ επειδή η ροπή είναι συμμετρική ως προς το μηδέν, άρα η μέση ισχύς είναι $P = 0$.

Σε αυτή την περίπτωση η ισχύς που χρειάζεται απο τον κινητήρα υπολογίζεται απο τη μέγιστη στιγμιαία ισχύ της δύναμης που δρα στην κάμα (ή της ροπής που δρα στην κάμα – το ίδιο είναι). Τότε:

$$P_c = F_c \cdot \dot{s} \text{ (ακόλουθο διάγραμμα)}$$



Αρα, αρκεί ένα μικρό μοτέρ 40W περίπου για να εκκινήσει το σύστημα. Το μοτέρ δε χρειάζεται να παρέχει της ισχύ καθόλη την περιστροφή της κάμας, δηλαδή άλλωτε θα 'τραβάει' ρεύμα (συμπίεση ελατηρίου) και άλλωτε όχι (αποσυμπίεση ελατηρίου).

Assist. Prof. Athanasios Chasalevris, PhD
+30 210 772 3681 | chasalevris@mail.ntua.gr
9 Heroon Polytechniou Str.15780 Athens, Hellas
http://users.ntua.gr/chasalevris

4.4) Για τον υπολογισμό του σφονδύλου μας ενδιαφέρει το ΔΕ που παρουσιάζεται στον άξονα της κάμας. Αυτό είναι ίσο με το εμβαδό του θετικού $M - M_{mean}$ μέσα στην περίοδο της ροπής.

$$\Delta E = \int_0^{\beta} (M - M_{mean}) d\theta = \int_0^{\beta} (M - 0) d\theta == 0.12$$

Τότε, η αδράνεια του σφονδύλου υπολογίζεται ως:

$$I_f = \frac{\Delta E}{\omega^2 c_s} = 0.0004863\ kgm^2$$

Για π.χ. ακτίνα σφονδύλου $R_f = 0.045m$, προκύπτει $m_f = 0.49kg$.