

Εισαγωγή

Είναι πράγματι εντυπωσιακή η επιτυχία και η σε συνέχεια ευρεία διάδοση των *υπολογιστικών μεθόδων*¹, και ιδιαίτερα της *μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων*, τις τελευταίες τρεις δεκαετίες. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι η εξέλιξη στην πληροφορική βάδισε παράλληλα με αυτή στην μελέτη των κατασκευών με υπολογιστικές και αριθμητικές μεθόδους² έτσι ώστε οι εξελίξεις στη μία περιοχή να έχουν καταλυτική επίδραση στην άλλη.

Η ιστορία της πληροφορικής ξεκινά κατά τη διάρκεια του δευτέρου παγκοσμίου πολέμου και οι πρώτοι υπολογιστές έκαναν χρήση τεχνολογίας που σύντομα ξεπεράστηκε. Αμέσως όμως έγινε σαφές ότι έμελλαν να διαδραματίσουν σημαντικό ρόλο στις μελλοντικές εξελίξεις της τεχνολογίας και της επιστήμης του μηχανικού. Γεγονός είναι πάντως ότι οι πρώτες αριθμητικές μέθοδοι διατυπώθηκαν αρκετά χρόνια πριν, κατά τις πρώτες δεκαετίες του 20^{ου} αιώνα. Έτσι λοιπόν η ανάγκη για τη δυνατότητα ταχείας εκτέλεσης υπολογισμών, που σε πολλές περιπτώσεις επαναλαμβάνονται, είχε ήδη διαφανεί. Με την έλευση των πρώτων υπολογιστών η έρευνα στον τομέα των αριθμητικών μεθόδων πραγματικά όμως απογειώθηκε. Έτσι, τα πρώτα χρόνια εμφανίσθηκαν εργασίες στις οποίες διερευνήθηκε η δυνατότητα της *συστηματικής υποδιαίρεσης* των κατασκευών σε μικρότερα τμήματα και στους τρόπους αναπαράστασης της συμπεριφοράς τους. Την περίοδο αυτή αναπτύχθηκε η *μητρική μέθοδος μελέτης* των κατασκευών.

Είναι ενδιαφέρον όμως στο σημείο αυτό να κάνουμε μια παρένθεση και να μνημονεύσουμε και ορισμένους αρχαίους έλληνες στοχαστές στα γραφόμενα των οποίων διαφαίνεται η αντίληψη του ότι τα αντικείμενα του σύμπαντος αποτελούνται από μικρότερα τμήματα που διατηρούν τις ίδιες ιδιότητες. Αυτή δε η παρατήρηση δεν αναφέρεται μόνο στους Δημόκριτο και Λεύκιππο, οι οποίοι ως γνωστό πρόταξαν την ατομική θεωρία της ύλης αλλά και στον Αριστοτέλη, ο οποίος πραγ-

¹ *υπολογιστική μέθοδος* : προϋποθέτει τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή για να αποκτηθεί λύση σε αποδεκτά όρια χρόνου και ακρίβειας

² *αριθμητική μέθοδος* : προσεγγιστική μέθοδος που χρησιμοποιείται όταν η ακριβής μαθηματική επίλυση ενός προβλήματος είναι υπερβολικά πολύπλοκη, χρονοβόρα, ή και αδύνατη. Θα πρέπει να διασφαλίζεται επαρκής ακρίβεια της λύσης. Στο παρόν κείμενο περιγράφονται υπολογιστικές μέθοδοι που κάνουν χρήση αριθμητικών τεχνικών.

ματεύεται τη φύση του υλικού κόσμου στα *ΦΥΣΙΚΑ*³. Στο Βιβλίο Ζ' του κειμένου, στο οποίο εξετάζεται η διαιρετότητα των φυσικών σωμάτων, της κίνησης και του χρόνου, συμπεραίνονται μεταξύ άλλων τα εξής:

- Κάθε συνεχές απαρτίζεται από συνεχή και διαιρετά μέρη
- Κάθε χρονική στιγμή είναι αδιαίρετη και τίποτε δεν κινείται ή δεν ηρεμεί μέσα σε μία στιγμή
- Καθετί κινούμενο είναι διαιρετό

Το κείμενο πραγματεύεται επίσης το πεπερασμένο και την απειρότητα της κίνησης, την έκταση των κινουμένων σωμάτων και την κατάσταση ηρεμίας τους. Μπορούμε βέβαια να προβάλλουμε αντιρρήσεις με ορισμένα από τα παραπάνω, ιδιαίτερα σε σχέση με την αντίληψη της έννοιας της *συνέχειας*, γεγονός όμως είναι ότι η έννοια της *υποδιαίρεσης*, για την καλύτερη κατανόηση των φαινομένων γενικά θεωρείται ως δεδομένη.

Ας επιστρέψουμε όμως στο σημείο αυτό στις σημερινές εξελίξεις.

Η συμπεριφορά των φυσικών σωμάτων που εκτείνονται στον χώρο (ράβδοι, δοκοί, ελάσματα, κελύφη) κατά τα αρχικά στάδια φόρτισής τους θεωρείται ότι είναι *γραμμική* και περιγράφεται από αντίστοιχες διαφορικές εξισώσεις. Οι εξισώσεις αυτές αποτελούν το θεμέλιο λίθο για τη μελέτη υπό πίο σύνθετες συνθήκες φόρτισης ή σε υψηλότερες φορτίσεις οι οποίες και επιφέρουν μη-γραμμική απόκριση. Η μη-γραμμικότητα οφείλεται είτε στην ανάπτυξη πρόσθετων εντατικών πεδίων (π.χ. μεμβρανικών, καμπτικών τάσεων) είτε στην μεταβολή της συμπεριφοράς του υλικού λόγω αλλαγών στη μικροδομή του (πλαστική συμπεριφορά).

Η εξέλιξη των μεθόδων για την ακριβή μελέτη της μη-γραμμικής συμπεριφοράς αποτέλεσε γόνιμο έδαφος για έρευνα τα τελευταία χρόνια και ήδη επιτεύχθηκε η επίλυση πολλών προβλημάτων κατασκευών που επιδεικνύουν μη-γραμμική συμπεριφορά. Ως αποτέλεσμα όμως τα εργαλεία που αναπτύχθηκαν είναι σαφώς πίο πολύπλοκα και δύσχρηστα και χρησιμοποιούνται κυρίως σε ερευνητικές εργασίες. Δεν αποτελούν δηλαδή προς το παρόν εργαλεία καθημερινής χρήσης για τον επαγγελματία μηχανικό. Για το λόγο αυτό, κρίθηκε σκόπιμο να μην επεκταθεί η ύλη σε συναφή θέματα αλλά να περιορισθεί στη γραμμική ελαστική θεώρηση της συμπεριφοράς των κατασκευών.

Η γραμμική ελαστική θεώρηση μπορεί να μας δώσει ακριβείς πληροφορίες (απόλυτα ακριβείς λύσεις) για τις κατανομές των τάσεων και των βελών κάμψης σε μεταλλικές κατασκευές οιασδήποτε μορφολογίας, γεγονός που διευκολύνει τη δουλειά του μελετητή σε σημαντικό βαθμό. Ετσι, η εξέταση των κατανομών τάσεων και βελών κάμψης στα διάφορα τμήματα της μεταλλικής κατασκευής του πλοίου ή διάταξη των οποίων στο χώρο είναι πραγματικά πολύπλοκη (συνδέσεις

³ Αριστοτέλους *ΦΥΣΙΚΗ ΑΚΡΟΑΣΙΣ (Τα Φυσικά)* Μετ. Κ.Δ. Γεωργούλη, Εκδόσεις Παπαδήμα, 1992.

νομέων με διαμήκεις ενισχύσεις, υπερκατασκευές, καθώς φυσικά και η μεταλλική κατασκευή του πλοίου στο σύνολό του) είναι πλέον εφικτή. Μάλιστα έχει διαφανεί ότι πολλές από τις παραδοχές που εχρησιμοποιούνται στο παρελθόν για τις συννοριακές συνθήκες στα διάφορα σημεία της κατασκευής σε θεωρητικές μεθόδους δεν ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα, και απαιτείται περισσότερη προσπάθεια για τη σωστή αναπαράστασή τους. Τα προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων όπως αυτά που αναφέρονται και περιγράφονται παρακάτω μπορούν λοιπόν να χρησιμοποιηθούν για την ακριβή μελέτη της συμπεριφοράς, όπως αυτή προβλέπεται από τις διατάξεις των νηογνωμών, καθώς ο σχεδιασμός της μεταλλικής κατασκευής του πλοίου είναι τέτοιος ώστε η κατασκευή να συμπεριφέρεται *ελαστικά*, δηλαδή, οι τάσεις που αναπτύσσονται να είναι μικρότερες της τάσης διαρροής του υλικού.

Η γραμμική ελαστική θεώρηση δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εξέταση της απόκρισης όταν τα βέλη κάμψης υπερβαίνουν κάποια όρια, ανάλογα με το είδος της κατασκευής, και κατά κανόνα οι τιμές που δίνουν αποκλίνουν σταδιακά όλο και περισσότερο από τις αντίστοιχες ακριβείς, για αυξανόμενες φορτίσεις. Δε μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν όταν προκύπτει διαρροή σε κάποια περιοχή της κατασκευής, και κατά συνέπεια δεν μπορεί να προβλεφθεί το φορτίο κατάρρευσης και η συμπεριφορά σε μεταγενέστερα στάδια. Για να επιτευχθεί αυτό απαιτείται κατά κανόνα να συμπληρωθούν οι διαθέσιμοι αλγόριθμοι με πρόσθετα υπολογιστικά εργαλεία.

Για να γίνει σαφές ότι οι αριθμητικές μέθοδοι θεωρούνται πλέον συμβατικά εργαλεία του μελετητή ναυπηγού αναφέρουμε ότι οι νηογνώμονες αποδέχονται κατά κανόνα αποτελέσματα αντίστοιχων μελετών για την κατάταξη πλοίων. Επειδή δε η μελέτη της κατασκευής με τη ΜΠΣ δίνει ακριβέστερα αποτελέσματα από αυτά που προβλέπονται στις διατάξεις των κανονισμών, στις οποίες εισάγονται συντελεστές ασφάλειας (αλλά και «άγνοιας» σε πολλές περιπτώσεις), οι απαιτούμενες διαστάσεις (πάχη, ροπές αντίστασης) της μεταλλικής κατασκευής είναι σε ορισμένες περιπτώσεις μικρότερες. Συνεπώς η κατασκευή σχεδιάζεται ως ελαφρύτερη, γεγονός που μπορεί να συμβάλλει στην επίδοσή της. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελούν τα ταχύπλοα μικρά επιβατηγά σκάφη και τα πλοία νέας τεχνολογίας για τα οποία κάθε κέρδος από πλευράς βάρους της κατασκευής σημαίνει αύξηση της μεταφορικής ικανότητας. Για τα πλοία αυτά η μοναδιαία αύξηση του βυθίσματος ανά μονάδα βάρους της κατασκευής είναι υψηλή και συνεπώς είναι επιβεβλημένη η βελτιστοποίηση της κατασκευής από πλευράς βάρους.

Εχοντας αναφερθεί στα σημαντικά πλεονεκτήματα των αριθμητικών μεθόδων θα πρέπει να απαριθμήσουμε και τα μειονεκτήματά τους. Τα μειονεκτήματά τους επιδρούν σε διάφορα επίπεδα. Από πλευράς μελετητή ο χρόνος προετοιμασίας των δεδομένων και ελέγχου των αποτελεσμάτων είναι ίσως το σημαντικότερο μειονέκτημα. Θα πρέπει επίσης ο μελετητής να είναι έμπειρος χρήστης και γνώστης σε βάθος της μεθόδου και του προγράμματος που χρησιμοποιεί, καθώς τα αποτελέ-

σματα που δίνουν τα προγράμματα μπορούν πολύ εύκολα να μην αντιστοιχούν στο πρόβλημα η λύση του οποίου ζητιέται.

Από πλευράς ερμηνείας των αποτελεσμάτων ο μελετητής θα πρέπει να γνωρίζει τις δυνατότητες του προγράμματος που χρησιμοποιεί και να είναι σε θέση να αξιολογεί τα αποτελέσματα σε σχέση με τις αρχές της μηχανικής, δηλαδή να είναι σε θέση να αποδίδει τη σωστή φυσική σημασία στα αριθμητικά αποτελέσματα. Αυτό δεν είναι πάντοτε εύκολο και σε περιπτώσεις σύνθετων προβλημάτων (π.χ. καταπόνηση λόγω κάμψης αλλά και θερμικού πεδίου) θα πρέπει να καταστρώνεται στρατηγική αντιμετώπισης του κάθε προβλήματος. Στο θέμα αυτό βοηθά και η διαθέσιμη εμπειρία.

Το κείμενο του βιβλίου

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στις μεθοδολογίες επίλυσης κατασκευών και παρατίθενται μερικά απλά παραδείγματα. Σε συνέχεια γίνεται αναφορά σε ορισμένα αποτελέσματα της ενεργειακής μεθόδου που βρίσκουν εφαρμογή στις αριθμητικές μεθόδους (αρχή των δυνατών έργων, αντίστροφα θεωρήματα των Betti και Maxwell).

Τα τελευταία χρησιμοποιούνται στο Κεφάλαιο 2, που περιλαμβάνει μία συστηματική περιγραφή της μητρωικής μεθόδου μελέτης των κατασκευών. Τίθεται το γενικό πρόβλημα της *διακριτοποίησης*, και εξετάζεται ένα σύστημα τριών βαθμών ελευθερίας στο οποίο ασκούνται τρεις εξωτερικές δυνάμεις.

Στο επόμενο στάδιο εξετάζεται η ισορροπία μίας πιό σύνθετης κατασκευής, και τη χρήση του *στοιχείου-ράβδου*, ενώ η λύση του προβλήματος αποκτάται πλέον σε γενικό σύστημα αναφοράς. Ένα δεύτερο παράδειγμα μετασχηματισμού των εξισώσεων δίνεται για ένα διδιάστατο πλαίσιο. Ακολουθεί περιγραφή ορισμένων τεχνικών που υποβοηθούν την επίλυση των εξισώσεων ισορροπίας διακριτοποιμένων κατασκευών.

Στο επόμενο εδάφιο εξετάζεται το *στοιχείο δοκός-κολόνα* στα άκρα του οποίου ασκούνται και καμπτικά φορτία. Διατυπώνεται το μητρώο ακαμψίας του στοιχείου και αποκτώνται οι όροι του με μία σειρά τεχνικών (ισορροπία, σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων, αντιμετάθεσης δεικτών, θεωρία δοκών και ενεργειακών μεθόδων). Ως παράδειγμα εφαρμογής εξετάζεται ένα πλαίσιο που φέρει κατανεμημένα φορτία. Σε συνέχεια περιγράφεται ο τρόπος συγκρότησης του *γενικού μητρώου ακαμψίας* μίας σύνθετης κατασκευής με τη μέθοδο της *άμεσης σύνθεσης των ακαμψιών*. Τίθεται το πρόβλημα της επίλυσης μεγάλων συστημάτων εξισώσεων για πολύπλοκες κατασκευές και περιγράφεται η χρήση της μεθόδου της *στατικής συμπίκνωσης* για την απλοποίηση του προβλήματος. Ακολουθεί περιγραφή του στοιχείου *δοκού-πλαισίου* και στο τελευταίο μέρος του κεφαλαίου περιγράφονται οι τεχνικές κωδικοποίησης της μητρωικής μεθόδου σε H/Y.

Έχοντας περιγράψει τη μητρωική μέθοδο μελέτης των κατασκευών, είναι δυνατό να προχωρήσουμε στην περαιτέρω επέκτασή της στη καθ' εαυτό μέθοδο των

πεπερασμένων στοιχείων (ΜΠΣ). Η βασική έννοια της μεθόδου είναι η υποδιαίρεση ενός συνεχούς μέσου (κατασκευής) σε νοητά, διακριτά τμήματα τα οποία συνδέονται κατά κατάλληλο τρόπο στα άκρα ή κατά μήκος των πλευρών τους ώστε να είναι εφικτή η αναπαράσταση της συμπεριφοράς του συνόλου. Για να επιτευχθεί αυτό, οι μετατοπίσεις στα άκρα των συνόρων των στοιχείων πρέπει να είναι συμβατές με τις μετατοπίσεις στο εσωτερικό των στοιχείων, θα πρέπει δηλαδή να ικανοποιούνται οι *συνθήκες ισορροπίας και γεωμετρικής συμβιβαστότητας*. Η μέθοδος εδραιώνεται με βάση τη *μέθοδο των μετατοπίσεων* και περιγράφονται οι εξισώσεις ισορροπίας γραμμικών προβλημάτων στο στατικό και δυναμικό πεδίο. Ακολουθούν δύο παραδείγματα απόκτησης των χαρακτηριστικών μητρώων των στοιχείων.

Σε επόμενα εδάφια περιγράφεται ο *μετασχηματισμός σε γενικό σύστημα αναφοράς*, και διάφορες μέθοδοι *επιβολής συνοριακών συνθηκών*. Στο τελευταίο μέρος του κεφαλαίου γίνεται χρήση μίας συστηματικής μεθόδου για την απόκτηση των χαρακτηριστικών μητρώων διαφόρων στοιχείων (τριγωνικό στοιχείο σταθερών τάσεων, ορθογώνιο στοιχείο σταθερών παραμορφώσεων, ορθογώνιο στοιχείο σταθερής διατμητικής τάσης).

Στο Κεφάλαιο 4 περιγράφονται μια σειρά στοιχείων που χρησιμοποιούνται για τη μελέτη λεπτών ελασμάτων. Αναφέρονται οι θεωρίες Kirchhoff και Mindlin και εδραιώνονται οι ιδιότητες συγκεκριμένων στοιχείων (τριγωνικών και ορθογωνίων).

Στο κεφάλαιο που ακολουθεί περιγράφονται τα *ισοπαραμετρικά* στοιχεία. Περιγράφονται οι φυσικές συνεταιγμένες και εδραιώνεται το ισοπαραμετρικό στοιχείο-ράβδος. Για το αντίστοιχο τετράπλευρο στοιχείο αποκτιέται το μητρώο ακαμψίας και επιτελούνται οι αντίστοιχοι μετασχηματισμοί στο γενικό σύστημα αναφοράς. Το κεφάλαιο κλείνει με ορισμένες παρατηρήσεις σχετικά με την πρακτική χρήση των στοιχείων αυτών.

Στο Κεφάλαιο 5 περιγράφεται η θεμελίωση της ΜΠΣ, κατ' αρχή με τη μέθοδο του *λογισμού των μεταβολών* και σε συνέχεια με τη *μέθοδο Rayleigh-Ritz*. Η μέθοδος του λογισμού των μεταβολών επιτρέπει την απόκτηση των εξισώσεων ισορροπίας οι οποίες γράφονται σε μητρική μορφή και μπορούν να επιλυθούν σε επόμενο στάδιο. Κατά τη μέθοδο Rayleigh-Ritz γίνεται χρήση πολυωνυμικών αναπτυγμάτων για τη προσεγγιστική αναπαράσταση των πεδίων των μετατοπίσεων.

Στο τελευταίο εδάφιο περιγράφεται η χρήση της μεθόδου Rayleigh-Ritz για την εδραίωση της ΜΠΣ. Κατ' αυτήν, η ΜΠΣ μπορεί να θεωρηθεί εφαρμογή της μεθόδου *R-R* όταν το προσεγγιστικό πεδίο παρεμβάλλεται τμηματικά μεταξύ βαθμών ελευθερίας που αντιστοιχούν με τιμές στους κόμβους του πεδίου.

Στο Κεφάλαιο 7 γίνεται αναφορά σε θέματα που αφορούν την πρακτική χρήση της ΜΠΣ για τη μελέτη κατασκευών. Εξετάζονται θέματα που αφορούν την όλη διαδικασία μιας μελέτης με αναφορά στη διακριτοποίηση, την επιβολή φορτίων, τον έλεγχο ακρίβειας των αποτελεσμάτων, και διάφορες τεχνικές βελτίωσης της ακρίβειας της μεθόδου.

Στο Κεφάλαιο 8 περιγράφονται οι εφαρμογές της ΜΠΣ στη λύση προβλημάτων ναυπηγικών κατασκευών. Γίνεται αναφορά σε δύο διαφορετικές προσεγγίσεις στο θέμα της μελέτης της κατασκευής του πλοίου - τα προγράμματα *MAESTRO* και *GODDESS*. Ακολουθεί η περιγραφή στοιχείων κατάλληλων για τη μελέτη της κατασκευής του πλοίου. Σε συνέχεια περιγράφονται τρόποι διακριτοποίησης της κατασκευής. Περιγράφονται απαιτήσεις των νηογνομόνων όσον αφορά τη χρήση των προγραμμάτων αυτών για τη μελέτη των bulk carriers και containerships. Τέλος περιγράφονται επιλεγμένα αποτελέσματα μελετών ολόκληρων πλοίων (πολεμικό και εμπορικό) που περιγράφονται στη βιβλιογραφία.

Το πρόγραμμα *MAESTRO* που αναφέρθηκε πιο πάνω συνιστά ένα συγκεκριμένο τρόπο μελέτης της κατασκευής του πλοίου. Σε σύγκριση με προγράμματα ΠΣ γενικής εφαρμογής διαθέτει συγκεκριμένα πλεονεκτήματα που διευκολύνουν την επίλυση ναυπηγικών κατασκευών όπως π.χ. ειδικευμένα στοιχεία, δυνατότητες επιβολής υδροστατικής φόρτισης με γρήγορο και ακριβή τρόπο, ορθολογική βελτιστοποίηση της προτεινόμενης διάταξης με βάση διάφορα κριτήρια και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Στο Κεφάλαιο 9 περιγράφεται η χρήση του *MAESTRO* με έμφαση στα πεπερασμένα στοιχεία που χρησιμοποιεί και την κατάλληλη διακριτοποίηση τμημάτων της κατασκευής.

Στο Κεφάλαιο 10 περιγράφεται η χρήση του προγράμματος *ALGOR* για την *ανάλυση* της κατασκευής ενός συγκεκριμένου σκάφους. Παρατίθενται ορισμένα από τα αποτελέσματα που αποκτήθηκαν για το συγκεκριμένο σκάφος, ένα επιβατηγό-οχηματαγωγό ανοικτού τύπου που κατασκευάστηκε στη Ελλάδα και λειτουργεί μέχρι σήμερα. Πλοία αυτού του τύπου συναντώνται σε όλα τα ελληνικά πελάγη.

Στο Κεφάλαιο 11 του βιβλίου περιγράφεται η μέθοδος των *πεπερασμένων διαφορών* και δίνεται μία σύντομη εισαγωγή στην κλασική θεωρία των πεπερασμένων διαφορών, μέσω της διατύπωσης συστημάτων γραμμικών εξισώσεων. Ακολουθεί περιγραφή μοντέλου ενός λεπτότοιχου ελάσματος υπό καμπτική φόρτιση και εξετάζονται μία σειρά περιπτώσεων (τετράγωνο έλασμα υπό χωρικά μεταβαλλόμενο κατανεμημένο φορτίο, έλασμα με διάφορες οριακές συνθήκες με έξι πλευρές και τέλος δοκός υποβαλλόμενη σε καθαρή στρέψη στα άκρα). Σε συνέχεια περιγράφεται η βελτίωση της ακρίβειας λύσεων με χρήση διαστημάτων μεταβαλλόμενων διαστάσεων για διδιάστατα προβλήματα.

Στο δεύτερο μέρος του Κεφαλαίου 11 περιγράφεται η μέθοδος της *δυναμικής χαλάρωσης* η οποία είναι μία επαναληπτική μέθοδος που έχει αποδειχθεί ισχυρό εργαλείο για τη λύση συστημάτων διαφορικών εξισώσεων στη μη-γραμμική περιοχή (μεταλυγισμική συμπεριφορά, πλαστικοποίηση, κατάρρευση). Περιγράφονται ο αλγόριθμος και οι συνθήκες εξασφάλισης *αριθμητικής ευστάθειας* της λύσης. Τέλος δίνεται και ένα απλό παράδειγμα εφαρμογής της μεθόδου αυτής, που αφορά τη γραμμική απόκριση δοκού ορθογώνιας διατομής υπό δυναμικές φορτίσεις.

Στο στάδιο αυτό έχει αποπερατωθεί η περιγραφή του υποβάθρου των υπολογιστικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται για τη μελέτη των κατασκευών στη γραμμική ελαστική περιοχή. Είναι απαραίτητο όμως να εξετασθεί η *ακρίβεια* των αριθμητικών λύσεων που αποκτώνται με τη ΜΠΔ και τη ΜΠΣ καθώς, επειδή αντικαθίσταται το συνεχές μέσο με ένα διακριτό στους κόμβους του οποίου αποκτώνται οι λύσεις, υπεισέρχεται κάποιο σφάλμα. Εκτός δε αυτού του σφάλματος προκύπτουν και σφάλματα από άλλες πηγές, μία από τις οποίες οφείλεται στη χρήση των H/Y , στους οποίους οι πραγματικοί αριθμοί αναπαριστώνται με δεκαδικούς που έχουν πεπερασμένο αριθμό ψηφίων.

Εκτός των σφαλμάτων που οφείλονται στην προσεγγιστική φύση των λύσεων, δύο άλλες συγγενείς έννοιες που κατέχουν θεμελιώδη σημασία για τις αριθμητικές διαδικασίες είναι η *αριθμητική ευστάθεια* και η *σύγκλιση* στην ακριβή λύση της υπό επίλυση διαφορικής εξίσωσης. Όσον αφορά τη ΜΠΔ δίνονται ορισμένα κριτήρια ευστάθειας στο Κεφάλαιο 11. Είναι όμως απαραίτητο να περιγραφούν στο στάδιο αυτό και οι μέθοδοι σύστασης των κριτηρίων αυτών για τις δύο μεθόδους. Ορίζονται οι έννοιες του μέτρου (νόρμας) διανύσματος και του φασματικού μέτρου και εξετάζεται η σύγκλιση των λύσεων της ΜΠΣ. Σε εδάφια που ακολουθούν εξετάζεται η ευστάθεια λύσεων της ΜΠΔ και παρατίθεται το *θεώρημα του Lax*. Στο τέλος του κεφαλαίου εξετάζεται η ευστάθεια και η σύγκλιση του αλγορίθμου της δυναμικής χαλάρωσης, που περιγράφεται στο Κεφάλαιο 11.

Τα παραρτήματα που ακολουθούν περιλαμβάνουν α) Απόδειξη του θεωρήματος απόκλισης του Gauss β) Μέθοδο υπολογισμού υδροστατικής πίεσης στη γάστρα πλοίου για χρήση με προγράμματα γενικής εφαρμογής γ) Συνοπτικές οδηγίες χρήσης των προγραμμάτων *ALGOR* και *MAESTRO*, δ) Πηγαίο κώδικα επίλυσης της διαφορικής εξίσωσης της δοκού-κολόνας με τη ΜΠΔ και ε) Πηγαίο κώδικα επίλυσης κατασκευών με τη μητρική μέθοδο και αρχείο αποτελεσμάτων.

Κλείνοντας την εισαγωγική αυτή σημείωση θα πρέπει να θιγούν και ορισμένα θέματα που θα βοηθήσουν τον μελετητή ναυπηγό στην εργασία του και στο μέλλον. Επειδή είναι σαφές ότι η εφαρμογή των αριθμητικών μεθόδων είναι σε διαρκή εξέλιξη και μελλοντικά αναμένεται να είναι εφικτό να αποκτώνται λύσεις σε πιο σύνθετα προβλήματα, αποτελεί επιτακτική ανάγκη για τον μελετητή μηχανικό να τηρείται ενήμερος των εξελίξεων. Μία πρώτη προσπάθεια προσέγγισης όμως στη βιβλιογραφία μάλλον θα έχει αποθαρρυντικά αποτελέσματα καθώς ο αριθμός των κειμένων που αφορούν τις αριθμητικές μεθόδους είναι πολύ μεγάλος, καθιστώντας της επιτυχημένη επιλογή κατάλληλου βοηθήματος δύσκολη. Για διευκόλυνση, αναφέρεται ότι είναι δυνατόν μέσω του διαδικτύου να αποκτηθούν ενημερωμένες πληροφορίες σχετικά με τις νεότερες δυνατότητες των προγραμμάτων που διατίθενται στην αγορά. Μία άλλη πολύ χρήσιμη πηγή συγκεκριμένα για τον ναυπηγό μελετητή είναι τα πρακτικά του International Ship and Offshore Structures Congress (ISSC) που συνεδριάζει ανά τριετία. Στα πρακτικά αυτά αναφέρεται και αξιολογείται η βιβλιογραφία της παρελθούσας τριετίας στο σχετικά εξειδικευμένο θέμα της μελέτης των ναυπηγικών κατασκευών με αριθμητικές μεθόδους. Έτσι, ο

αναγνώστης αποκτά μία ισορροπημένη εικόνα των τελευταίων εξελίξεων και επωφελείται της εμπειρίας και κρίσης των εκάστοτε συγγραφέων.

Τέλος πρέπει να εκφρασθούν ειλικρινείς ευχαριστίες προς τον κ. Μιχάλη Τούλιο, Επιστημονικό Βοηθό στην περιοχή της Στατικής Θαλασσίων Κατασκευών, για τις παρατηρήσεις του σχετικά με το κείμενο που συνέβαλαν στη βελτίωσή του.