

Β. Νάκος*

Αξιοποίηση της Θεωρίας της Κλασματικής Γεωμετρίας στα Πλαίσια της Αυτοματοποιημένης Γενίκευσης

Περίληψη

Στην εργασία διατυπώνονται θεμελιακές αρχές της Κλασματικής Γεωμετρίας και ο τρόπος με τον οποίο η θεωρία αυτή μπορεί να αξιοποιηθεί σε μία βασική χαρτογραφική διεργασία, όπως είναι η γενίκευση. Εξετάζεται πρώτον ο τρόπος με τον οποίο σύνολα χαρτογραφικών στοιχείων μπορούν να θεωρηθούν ως κλασματικά σύνολα και δεύτερον το είδος της χαρτογραφικής πληροφορίας που μπορεί να συμπυκνωθεί στην τιμή της κλασματικής διάστασης διαφόρων ομάδων χαρτογραφικών στοιχείων. Τέλος, προτείνεται η αξιοποίηση της τιμής της κλασματικής διάστασης συνόλων χαρτογραφικών στοιχείων, ως βασικής παράμετρου ενός συστήματος αυτοματοποιημένης γενίκευσης.

1. Εισαγωγή

Η τεχνολογία των Συστημάτων Γεωγραφικών Πληροφοριών (ΣΓΠ) διαμορφώνει νέες συνθήκες υλοποίησης και οπτικές αντιμετώπισης της διεργασίας της γενίκευσης. Οι ανάγκες της διεύρυνσης των πεδίων της χαρτογραφικής γενίκευσης προκύπτουν από την απαίτηση της απόδοσης των ψηφιακών δεδομένων σε επίπεδα διαφορετικών κλιμάκων και διακριτικών αναλύσεων. Η αξιόπιστη και γρήγορη αναπαράσταση των γεωγραφικών φαινομένων στην οθόνη του υπολογιστή (ή σε μόνιμο μέσο) επηρεάζει καθοριστικά τις δυνατότητες οπτικής εκμετάλλευσης των δεδομένων, την ερμηνεία τους και τον τρόπο επικοινωνίας χρήστη-υπολογιστή. Για τις ανάγκες της κατανόησης των διαδικασιών ανάλυσης των δεδομένων και αναπαράστασής τους, η γενίκευση μπορεί να διακριθεί σε δύο σκέλη: στη διαμόρφωση γενικευμένων μοντέλων δεδομένων και στη χαρτογραφική γενίκευση (Brassel and Weibel, 1988). Τα γενικευμένα μοντέλα δεδομένων εστιάζονται στον επανασχεδιασμό των δεδομένων σε διαφορετικές κλίμακες, στην αποθήκευση των δεδομένων σε διακριτά ιεραρχικά επίπεδα, στην αναπαράσταση μέσω αφηρημένων γεωμετρικών οντοτήτων των χωρικών φαινομένων κλπ. Η χαρτογραφική γενίκευση εστιάζεται στους τρόπους απεικόνισης των γεωγραφικών δεδομένων στους χάρτες δίνοντας έμφαση στην απλοποίηση, ομαδοποίηση, μετάθεση, συμπίεση, εξομάλυνση και μετάπτωση των συμβόλων. Την τελευταία δεκαετία γίνονται σημαντικές ερευνητικές προσπάθειες στην κατεύθυνση δημιουργίας συστημάτων αυτοματοποιημένης γενίκευσης βασισμένων σε κανόνες και γνώσεις, με τη βοήθεια της τεχνολογίας των εμπειρών συστημάτων (Armstrong, 1991/ Muller, 1991). Οι δύο όψεις της γενίκευσης μπορούν να αναβαθμιστούν σημαντικά εάν στα πλαίσια ενός συστήματος είναι προσδιορίσιμη, με αξιόπιστο και αντικειμενικό τρόπο, η πολυπλοκότητα ή τραχύτητα των γεωγραφικών φαινομένων.

Η προτεινόμενη από τον Mandelbrot (1982) θεωρία της Κλασματικής Γεωμετρίας προσφέρει ένα κατάλληλο θεωρητικό μοντέλο προσέγγισης της δομής των φυσικών αντικειμένων, σε αντιδιαστολή με την κλασική γεωμετρία, η οποία προσφέρει μία αφηρημένη προσέγγιση στη δομή των φυσικών αντικειμένων μέσα από απλουστευμένα γεωμετρικά πρότυπα. Η κλασματική γεωμετρία μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν θεωρητικό εργαλείο δημιουργίας κλασματικών μοντέλων γενίκευσης, με τα οποία είναι δυνατή η ποσοτική έκφραση ορισμένων υποκειμενικών παραμέτρων. Η ποσοτική έκφραση υποκειμενικών παραμέτρων της χαρτογραφικής γενίκευσης στηρίζεται στην παραδοχή ότι τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των συμβόλων των χαρτογραφικών φαινομένων μπορούν να περιγραφούν από έναν αριθμό, την κλασματική τους διάσταση, έχουν δηλαδή κλασματικό χαρακτήρα.

Η εργασία αυτή αποσκοπεί στην υιοθέτηση της κλασματικής γεωμετρίας στη διεργασία της γενίκευσης και στην έκφραση της πολυπλοκότητας ή τραχύτητας των γεωγραφικών φαινομένων από την κλασματική τους διάσταση.

2. Κλασματική Γεωμετρία

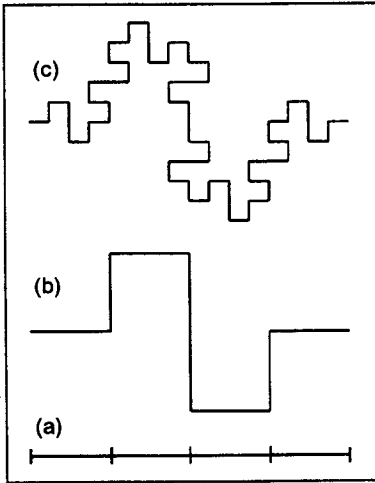
Η θεωρία της κλασματικής γεωμετρίας έχει προταθεί από τον Mandelbrot (1975, 1977, 1982) για να περιγράψει γεωμετρικούς νόμους που διέπουν τη φύση και να ερμηνεύσει ορισμένα μαθηματικά παράδοξα που ενέχουν οι νόμοι αυτοί. Πρωταρχικό αντικείμενο της κλασματικής γεωμετρίας αποτελεί η περιγραφή των φυσικών εκείνων δομών, που χαρακτηρίζονται από ακανόνιστη, τραχεία ή τεμαχισμένη μορφή (Mandelbrot et al., 1984). Οι ανωμαλίες των γεωμετρικών δομών ποικίλουν ως προς το μέγεθος και παρουσιάζουν μία ειδική σχέση μεταβολής της κλίμακας με παράλληλη διατήρηση ορισμένων γεωμετρικών ιδιοτήτων. Κλασματικά σύνολα είναι οι γεωμετρικές οντότητες των οποίων τα

* Λέκτορας ΕΜΠ

επί μέρους τμήματα είναι όμοια προς το σύνολο (Feder, 1988). Η θεμελιακή αυτή ιδιότητα των κλασματικών γεωμετρικών συνόλων ονομάζεται *αυτο-ομοιότητα*. Κάθε γεωμετρικό σύνολο σημείων S ονομάζεται *αυτο-όμοιο*, ως προς λόγο r , όταν το σύνολο αποτελείται από την ένωση N διακριτών υποσυνόλων, κάθε ένα από τα οποία είτε ταυτίζεται άμεσα είτε μετά από στροφή ή και μετάθεση με το σύνολο $r(S)$, το οποίο προέρχεται από το S ύστερα από μετασχηματισμό ομοιότητας με λόγο r . Η κλασματική γεωμετρία χαρακτηρίζει τη δομή ενός συνόλου γεωμετρικών οντοτήτων με έναν αριθμό D , που ονομάζεται *κλασματική διάσταση*. Η κλασματική διάσταση μιάς γεωμετρικής οντότητας κυμαίνεται πάντα μεταξύ της τοπολογικής (D_T) και της ευκλείδειας διάστασης (D_E). Αν για παράδειγμα εξετάσουμε μιά κλασματική γραμμή, θα ισχύει: $D_T=1 < D < 2=D_E$, και μάλιστα όσο πιο πολύ η τιμή της κλασματικής διάστασης πλησιάζει την τιμή $D=2$, τόσο περισσότερο η γραμμή θα “γεμίζει” το ευκλείδιο επίπεδο. Η κλασματική διάσταση D γεωμετρικών οντοτήτων, που εμφανίζουν την ιδιότητα της αυτο-ομοιότητας όπως η καμπύλη Von Koch (σχήμα 1), δίνεται από τη σχέση (Mandelbrot, 1982):

$$D = \frac{\log(N)}{\log\left(\frac{1}{r(N)}\right)}, \quad (1)$$

όπου: το N εκφράζει τον αριθμό των μη επικαλυπτόμενων τμημάτων που προέρχονται από το λόγο ομοιότητας $r(N)$, από τα οποία αποτελείται η κλασματική γεωμετρική οντότητα.



Σχήμα 1 Κλασματική γραμμή Von Koch.

Στο σχήμα 1 απεικονίζονται οι διαδοχικές φάσεις δημιουργίας της κλασματικής γραμμής Von Koch. Η διαδικασία δημιουργίας βασίζεται σε έναν επαναληπτικό μηχανισμό. Αρχικά θεωρείται ένα μοναδιαίο ευθύγραμμο τμήμα (σχήμα 1a), που χωρίζεται στην πρώτη φάση ανάπτυξης της γραμμής Von Koch (σχήμα 1b) σε τέσσερα τμήματα ανάλογα με το λόγο ομοιότητας $r(N)=1/4$. Το ανάπτυγμα της γραμμής αποτελείται από $N=8$ τμήματα. Εφαρμόζοντας τη σχέση (1), η τιμή της κλασματικής διάστασης είναι $D=1,5$. Στη συνέχεια η διαδικασία επαναλαμβάνεται για την υλοποίηση του δεύτερου σταδίου ανάπτυξης της γραμμής Von Koch (σχήμα 1c). Στο στάδιο αυτό κάθε ευθύγραμμο τμήμα του προηγούμενου σταδίου αντικαθίσταται από το πρότυπο της γραμμής. Ο λόγος ομοιότητας τότε είναι $r(N)=1/16$ και το ανάπτυγμα της γραμμής αποτελείται από $N=64$ τμήματα. Εφαρμόζοντας ξανά τη σχέση (1), η τιμή της κλασματικής διάστασης της γραμμής Von Koch είναι $D=1,5$. Η διαδικασία αυτή μπορεί να επαναλαμβάνεται συνεχώς και να δημιουργούνται νέες γραμμές με όλο και περισσότερες λεπτομέρειες, για τις οποίες όμως η τιμή της κλασματικής τους διάστασης θα είναι πάντα η ίδια $D=1,5$.

Η ιδεατή γεωμετρική γραμμή του Von Koch δεν μπορεί παρά να αποτελεί ένα “άκομφο” μοντέλο μιάς χαρτογραφικής γραμμής, π.χ. ακτογραμμής. Όμως, εξετάζοντας τη μορφή

μιάς ακτογραμμής κάτω από διαδοχικές μεγεθύνσεις, τα τμήματα που την αποτελούν ομοιάζουν, όχι βέβαια με απόλυτο τρόπο, με την εικόνα της ακτογραμμής στις διάφορες κλίμακες. Η διαπίστωση αυτή δικαιολογεί τη θεώρηση χαρτογραφικών οντοτήτων, όπως είναι οι ακτογραμμές, ως “στατιστικά” αυτο-όμοιες κλασματικές γραμμές. Παράλληλα, η διαδικασία της χαρτογραφικής γενίκευσης μπορεί αφαιρετικά να θεωρηθεί ως αναλυτικός χαρτογραφικός μετασχηματισμός ομοιότητας, με λόγο ομοιότητας το λόγο των κλιμάκων (Νάκος, 1990). Έχοντας κατανοήσει τον επαναληπτικό μηχανισμό δημιουργίας των αυτο-όμοιων κλασματικών γραμμών και εφαρμόζοντάς τον στη διαδικασία της χαρτογραφικής γενίκευσης οι εικόνες των χαρτογραφικών οντοτήτων θα είναι στατιστικά αυτο-όμοιες στο βασικό και στους παράγωγους από αυτόν χάρτες μικρότερης κλίμακας.

3. Μέθοδοι προσδιορισμού κλασματικής διάστασης γραμμών

Σημαντικό βήμα στη διαπίστωση και μελέτη των κλασματικού χαρακτήρα γραμμών αποτελεί ο προσδιορισμός της κλασματικής τους διάστασης D . Κάθε μέθοδος προσδιορισμού της κλασματικής διάστασης βασίζεται στον υπολογισμό διαφορετικών εκτιμητριών στατιστικών συναρτήσεων που εφαρμόζονται σε δείγματα των γραμμών. Η διαδικασία υπολογισμού των εκτιμητριών πρέπει να ακολουθεί αυστηρά τους στατιστικούς κανόνες ώστε να προκύπτουν αξιόπιστα και ανεπηρέαστα αποτελέσματα. Σε κάθε μέθοδο η διαδικασία προσδιορισμού της κλασματικής διάστασης καταλήγει στον υπολογισμό της κλίσης μιάς ευθείας που προσαρμόζεται στα δεδομένα ενός διπλού λογαριθμικού διαγράμματος. Η ευθεία προσδιορίζεται εφαρμόζοντας τη μέθοδο της γραμμικής παλινδρόμησης. Η

ισχυροποίηση των εκτιμήσεων μπορεί να τεκμηριωθεί με στατιστικούς ελέγχους των παραμέτρων της ευθείας παλινδρόμησης με πολύ υψηλά επίπεδα εμπιστοσύνης (Νάκος, 1990).

Η κλασματική διάσταση αυτο-όμοιων γραμμικών χαρτογραφικών οντοτήτων μπορεί να προσδιοριστεί μέσω δύο μεθόδων. Με την πρώτη μέθοδο συσχετίζεται το ανάπτυγμα του μήκους των χαρτογραφικών γραμμών με το βήμα ψηφιοποίησης. Η μέθοδος βασίζεται στον εκθετικό νόμο, ο οποίος προκύπτει από τη σχέση (1), (Mandelbrot, 1967):

$$L \approx \varepsilon^{1-D}, \quad (2)$$

όπου: το L εκφράζει το ανάπτυγμα του μήκους των γραμμών, το ε το βήμα μέτρησης του μήκους και το D την κλασματική διάσταση των γραμμών. Η κλασματική διάσταση υπολογίζεται από την κλίση της ευθείας συσχέτισης μεταξύ αναπτύγματος μήκους και βήματος μέτρησης που προσαρμόζεται στα δεδομένα των γραμμών όταν απεικονιστούν σε διπλό λογαριθμικό διάγραμμα (σχήμα 2). Η οριακή τιμή της κλίσης της ευθείας για μη κλασματικές γραμμές, δηλαδή ευκλείδειες γραμμές, είναι η τιμή μηδέν. Η μέθοδος στηρίζεται στα αποτελέσματα μαθηματικών ερευνών που μελέτησαν τα παράδοξα που συνοδεύουν το πρόβλημα προσδιορισμού του αναπτύγματος μήκους ακανόνιστων γραμμών (Richardson, 1961/ Maling, 1968)). Κρίσιμος παράγοντας στην εκτίμηση της τιμής της κλασματικής διάστασης αποτελεί το εύρος των τιμών του βήματος μέτρησης. Από έρευνες που έχουν γίνει συνιστάται τα μεγέθη των βημάτων να ακολουθούν γεωμετρική πρόοδο (Νάκος, 1990) και ο αριθμός των βημάτων να είναι μεγαλύτερος του πέντε (Shelberg et al., 1983).

Η δεύτερη μέθοδος προσδιορισμού της κλασματικής διάστασης γραμμών βασίζεται στη συσχέτιση του εμβαδού με την περίμετρο κλειστών γραμμών. Κλασική περίπτωση τέτοιων γραμμών αποτελούν οι τομές επιφανειών με οριζόντια επίπεδα, π.χ. ακτογραμμές, ισარიθμικές καμπύλες κλπ. Η συσχέτιση εμβαδού-περιμέτρου εκφράζεται και αυτή μέσω εκθετικού νόμου (Mandelbrot, 1982/ Mandelbrot et al., 1984):

$$A(\varepsilon) \approx P(\varepsilon)^D, \quad (3)$$

όπου: το A εκφράζει το εμβαδόν των κλειστών γραμμών, το P την περίμετρό τους μετρημένη με βήμα ε και το D την κλασματική διάσταση των γραμμών. Η σχέση (3) απεικονίζει τη συσχέτιση εμβαδού-περιμέτρου κλειστών γραμμών σε διπλό λογαριθμικό διάγραμμα με ευθεία γραμμή (σχήμα 3). Από την κλίση της ευθείας προσδιορίζεται η τιμή της κλασματικής διάστασης των γραμμών. Σε οριακές περιπτώσεις που οι κλειστές γραμμές δεν είναι κλασματικές αλλά ευκλείδειες η κλίση της ευθείας έχει την τιμή δύο.

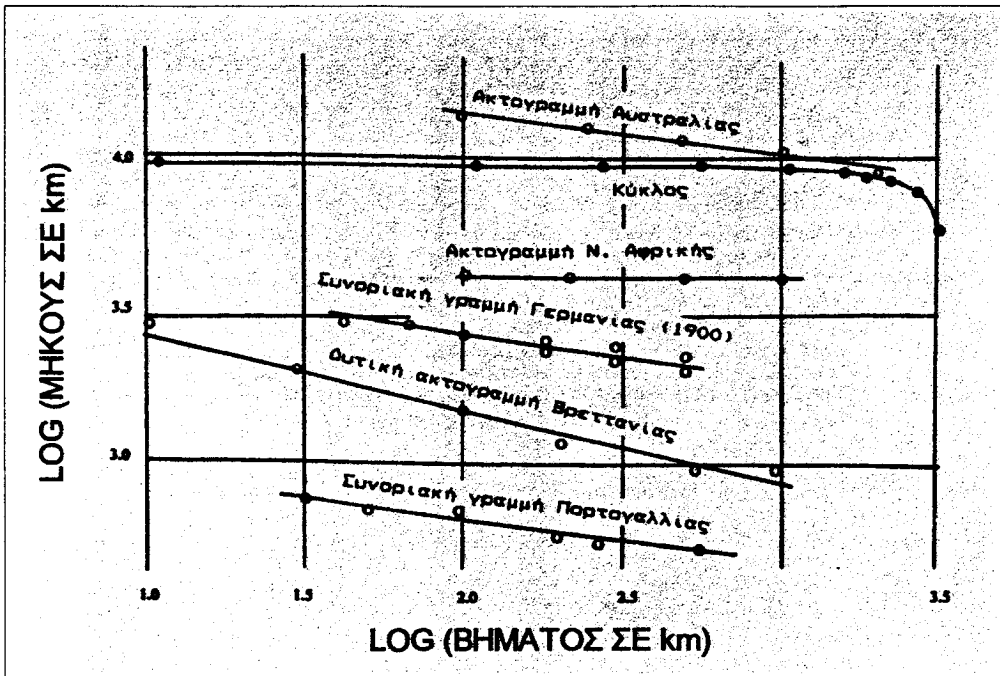
Ο προσδιορισμός της κλασματικής διάστασης των χαρτογραφικών γραμμών προϋποθέτει την επιβεβαίωση των κλασματικών τους χαρακτήρα. Όσο πιο ισχυρή είναι η γραμμική εξάρτηση των εκτιμητριών που αναφέρθηκαν, σχέσεις (2) και (3), στην απεικόνισή τους σε διπλό λογαριθμικό διάγραμμα, τόσο πιο έντονος είναι και ο κλασματικός τους χαρακτήρας. Η επιβεβαίωση του κλασματικού χαρακτήρα και η αξιοπιστία της προσδιοριζόμενης κλασματικής διάστασης των χαρτογραφικών γραμμών εξασφαλίζεται με τρεις στατιστικούς ελέγχους (Νάκος, 1990):

1. Με τον πρώτο στατιστικό έλεγχο διατυπώνεται η μηδενική υπόθεση: $H_0 = 0$ συντελεστής γραμμικής συσχέτισης της ευθείας παλινδρόμησης έχει την τιμή μηδέν. Για την απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης και αποδοχή επομένως της εναλλακτικής: να υφίσταται γραμμική συσχέτιση, λαμβάνεται 99% επίπεδο εμπιστοσύνης.
2. Με το δεύτερο στατιστικό έλεγχο διατυπώνεται η μηδενική υπόθεση $H_0 =$ η τιμή της κλίσης της ευθείας παλινδρόμησης έχει την αντίστοιχη οριακή τιμή των ευκλείδειων γραμμών. Για την απόρριψη της μηδενικής αυτής υπόθεσης και αποδοχή επομένως της εναλλακτικής: να είναι η τιμή της κλίσης διαφορετική από αυτήν των ευκλείδειων γραμμών, λαμβάνεται 95% επίπεδο εμπιστοσύνης.
3. Με τον τρίτο στατιστικό έλεγχο διατυπώνεται η μηδενική υπόθεση $H_0 =$ η προσδιοριζόμενη τιμή της κλίσης είναι στατιστικά ασήμαντη ή η τιμή της κλίσης της ευθείας παλινδρόμησης έχει την τιμή μηδέν. Για την απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης και αποδοχή επομένως της εναλλακτικής υπόθεσης: η τιμή της κλίσης να είναι στατιστικά σημαντική, δηλαδή, να είναι η τιμή της κλίσης της ευθείας διάφορη του μηδενός, λαμβάνεται 99% επίπεδο εμπιστοσύνης.

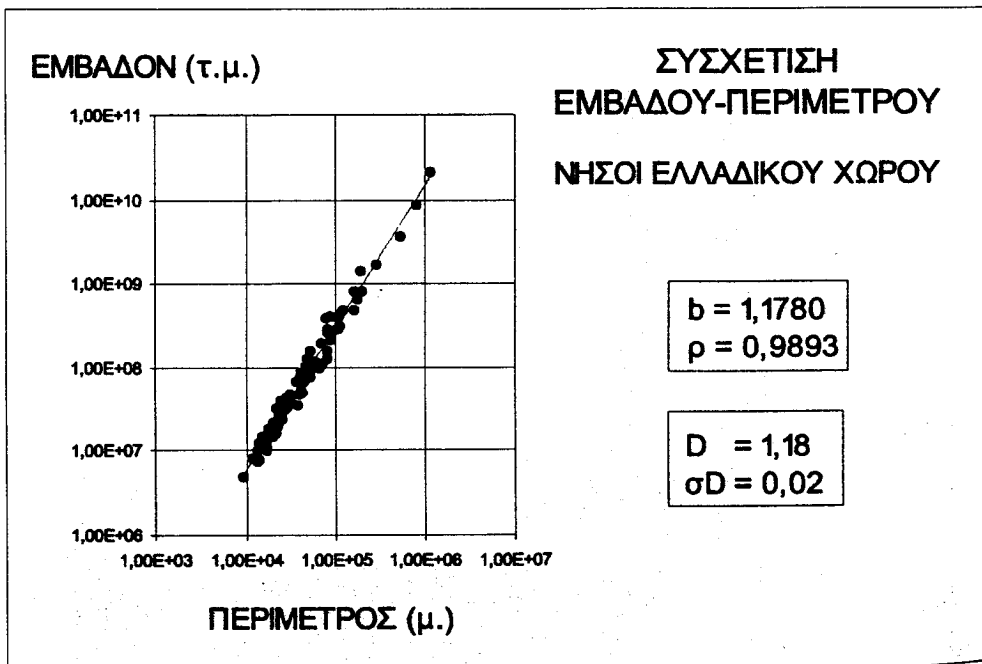
Οι δύο πρώτοι στατιστικοί έλεγχοι αναφέρονται στη διαπίστωση του κλασματικού χαρακτήρα των χαρτογραφικών γραμμών, ενώ ο τρίτος στην αξιοπιστία προσδιορισμού της τιμής της κλασματικής διάστασης.

4. Γενίκευση και κλασματική γεωμετρία

Η απαραίτητη αφαίρεση πληροφορίας που συνοδεύει την απαιτούμενη σμίκρυνση ανάλογα με το σκοπό και την κλίμακα του χάρτη διατηρώντας την οπτική ευκρίνεια της εικόνας του, αποδίδεται στη χαρτογραφία με τον όρο γενίκευση. Οι διεργασίες της γενίκευσης ολοκληρώνονται με την υλοποίηση αντικειμενικών και υποκειμενικών επεξεργασιών. Κάθε προσπάθεια αυτοματοποίησης των διεργασιών της γενίκευσης δυσχεραίνεται από τις υποκειμενικές επεξεργασίες. Στις υποκειμενικές επεξεργασίες



Σχήμα 2 Συσχέτιση αναπτύγματος μήκους με βήμα μέτρησης (Mandelbrot, 1982).



Σχήμα 3 Συσχέτιση εμβαδού-περιμέτρου.

συμπυκνώνεται το σύνολο των εμπειριών και των γνώσεων που διαθέτει ο χαρτογράφος καθώς προσπαθεί να διατηρήσει τα ειδικότερα μορφολογικά χαρακτηριστικά των γεωγραφικών φαινομένων κατά τη φάση της απόδοσής τους. Η πιο σημαντική από τις διεργασίες της γενίκευσης είναι η *απλοποίηση* (Robinson et al., 1984). Από τους Torfer και Pilliwizer (1966), έχει προταθεί ένας εμπειρικός νόμος ποσοτικής έκφρασης της απλοποίησης, με τον οποίο προσδιορίζεται ο αριθμός των χαρτογραφικών οντοτήτων N , που απεικονίζονται στο γενικευμένο χάρτη, κλίμακας $1:m$, συναρτήσει του αριθμού των οντοτήτων του βασικού χάρτη N_0 , κλίμακας $1:m_0$:

$$N = c_e c_f N_0 \sqrt{\frac{m_0}{m}}, \quad (4)$$

όπου: το c_e εκφράζει μία σταθερά που ονομάζεται *σταθερά της μεγέθυνσης* και το c_f επίσης σταθερά που ονομάζεται *σταθερά του συμβολισμού*. Στην περίπτωση γενίκευσης χαρτογραφικών γραμμών που απεικονίζονται με ίσου πάχους γραμμικά σύμβολα, π.χ. υψομετρικές καμπύλες, ακτογραμμές κλπ., οι σταθερές της μεγέθυνσης και του συμβολισμού τροποποιούν τον εμπειρικό νόμο των Torfer και Pilliwizer στην παρακάτω μορφή (Jones and Abraham, 1987):

$$N = N_0 \frac{m_0}{m}. \quad (5)$$

Η αφαίρεση της πλεονάζουσας πληροφορίας των ψηφιακών δεδομένων στα πλαίσια της αυτοματοποιημένης χαρτογραφίας γίνεται εφαρμόζοντας αλγόριθμους απλοποίησης γραμμών βασισμένους σε γεωμετρικά κριτήρια (White, 1985/ McMaster, 1987/ 1989). Ο εμπειρικός νόμος των Torfer και Pilliwizer αξιοποιείται στην εκτίμηση των βέλτιστων τιμών των παραμέτρων-ανοχών που καθορίζουν την υλοποίηση των αλγορίθμων απλοποίησης.

Η αξιοποίηση της σχέσης (5) κατά τη διεργασία της γενίκευσης χαρτογραφικών γραμμών δεν λαμβάνει υπόψη την πολυπλοκότητα ή διαφορετικά την τραχύτητά τους. Σύμφωνα με το νόμο των Torfer και Pilliwizer δύο γραμμές που διαφέρουν ως προς την πολυπλοκότητά τους δραστικά, θα γενικευτούν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο. Στο πρόβλημα αυτό εστιάζεται το κυριότερο μειονέκτημα που παρουσιάζει ο συγκεκριμένος εμπειρικός νόμος στην περίπτωση γενίκευσης χαρτογραφικών γραμμών.

Θεωρώντας τη γενίκευση σαν μία διαδικασία αναλυτικού μετασχηματισμού ομοιότητας και δεχόμενοι την ποσοτική έκφραση της πολυπλοκότητας ή τραχύτητας των χαρτογραφικών φαινομένων να συμπυκνώνεται σε έναν αριθμό, την κλασματική τους διάσταση, μπορούν να διαμορφωθούν μοντέλα γενίκευσης βασισμένα στην κλασματική γεωμετρία. Η αξιοποίηση της κλασματικής γεωμετρίας στη διεργασία της γενίκευσης εξασφαλίζει η απεικόνιση των χαρτογραφικών φαινομένων στις διάφορες κλίμακες να είναι στατιστικά αυτο-όμοιες. Η αντιμετώπιση των χαρτογραφικών γραμμών μπορεί να γίνεται με τρόπο που να λαμβάνει υπόψη την πολυπλοκότητα ή τραχύτητά τους.

Αξιοποιώντας τη σχέση (1) ή τη σχέση (2), που καθορίζει την ιδιότητα της αυτο-ομοιότητας, η ανάλογη της σχέσης (5) που εκφράζει ένα κλασματικό μοντέλο γενίκευσης είναι (Νάκος, 1990):

$$N = N_0 \left(\frac{m_0}{m} \right)^D. \quad (6)$$

Η σχέση (6) γενικεύει και παράλληλα αποδεικνύει τον εμπειρικό νόμο των Torfer και Pilliwizer με τρόπο που να εκφράζει την πολυπλοκότητα ή την τραχύτητα των χαρτογραφικών γραμμών μέσω της κλασματικής διάστασης. Η διαπίστωση βασίζεται στο ότι ο αριθμός από τον οποίο αποτελούνται οι γενικευόμενες χαρτογραφικές γραμμές δεν εξαρτάται από μία γραμμική σχέση του λόγου των κλιμάκων, σχέση (5), αλλά από μία σχέση δυναμική, σχέση (6). Δηλαδή, δύο γραμμές που διαφέρουν ως προς την πολυπλοκότητα ή την τραχύτητά τους θα γενικευτούν με διαφορετικό τρόπο, εξαρτώμενο άμεσα από την κλασματική τους διάσταση. Τέλος, τονίζεται ότι η γενίκευση με τη βοήθεια της κλασματικής γεωμετρίας, στα πλαίσια αυτοματοποιημένων διαδικασιών, εξασφαλίζει την ομοιόμορφη αντιμετώπιση των υποκειμενικών λειτουργιών της παραδοσιακής γενίκευσης.

5. Εφαρμογές

Η τεχνολογία των ΣΓΠ έχει περάσει το πρώτο στάδιο ανάπτυξης στη χώρα μας με αποτέλεσμα πολλοί φορείς να διαθέτουν σημαντικό όγκο πληροφορίας αποθηκευμένο σε ψηφιακές βάσεις δεδομένων. Η ολοκληρωμένη αξιοποίηση του συνόλου των ψηφιακών αυτών δεδομένων προϋποθέτει και τη χρήση τους σε εφαρμογές μικροτέρων κλιμάκων από αυτήν που συλλέχθηκαν. Είναι λοιπόν επιθυμητό, το σύνολο των ψηφιακών αυτών δεδομένων να υποστεί τη διαδικασία της γενίκευσης με τη βοήθεια των αλγορίθμων που διαθέτουν τα πακέτα λογισμικού των χρησιμοποιούμενων ΣΓΠ. Οι ενσωματωμένοι στα λογισμικά πακέτα αλγόριθμοι γενίκευσης είναι συνήθως αλγόριθμοι απλοποίησης βασισμένοι σε γεωμετρικά κριτήρια. Οι περισσότεροι από αυτούς έχουν μελετηθεί στα πλαίσια ερευνητικών εργασιών (White, 1985/ McMaster, 1987/ 1989) και καταλήγουν στη διαπίστωση ότι ο αλγόριθμος των Douglas και Peucker (1973) δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα.

Παρ'όλα τα συγκριτικά πλεονεκτήματα υπεροχής του αλγορίθμου των Douglas και Peucker η εφαρμογή του στο σύνολο του Ελλαδικού χώρου με ομοιόμορφο τρόπο για τις ανάγκες της χαρτογραφικής γενίκευσης δεν θα προσφέρει τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα. Το σύνολο του Ελλαδικού χώρου περιλαμβάνει, για παράδειγμα, μεγάλο πλήθος νήσων, οι ακτογραμμές των οποίων ποικίλουν ως προς την πολυπλοκότητά τους. Η απλοποίηση των ακτογραμμών με ομοιόμορφα κριτήρια για το σύνολό τους δεν θα καλύπτει τις χαρτογραφικές απαιτήσεις της γενίκευσης.

Αξιοποιώντας τη θεωρία της κλασματικής γεωμετρίας γίνεται μία πρώτη προσπάθεια ταξινόμησης της πολυπλοκότητας της ακτογραμμής των νήσων του Ελλαδικού χώρου με τη βοήθεια της κλασματικής τους διάστασης από ένα ψηφιακό αρχείο διακριτικής ανάλυσης 500m, που προέρχεται από τη ψηφιοποίηση ενός αναλογικού χάρτη κλίμακας 1:2Μ. Με κριτήριο τη γεωγραφική γειννίαση το σύνολο των νήσων χωρίστηκε σε έξι περιοχές μελέτης: τα νησιά του Β. Αιγαίου, τα Δωδεκάνησα, τα Επτάνησα, τα νησιά γύρω από την Κρήτη, τις Κυκλάδες, και τα νησιά γύρω από την Πελοπόννησο. Τα αποτελέσματα της επεξεργασίας συσχέτισης εμβαδού-περιμέτρου για το σύνολο των νήσων και των έξι περιοχών επιβεβαιώνουν, με βάση τα κριτήρια που διατυπώθηκαν στην ενότητα 4, τον κλασματικό χαρακτήρα της ακτογραμμής των νήσων του Ελλαδικού χώρου (πίνακας 1 και σχήματα 4 και 5). Η κλασματική διάσταση του συνόλου των νήσων έχει την τιμή $D=1,18$, η οποία επαληθεύει κάθε πρόβλεψη που διαπιστώνει ότι οι ακτογραμμές τους έχουν σημαντική πολυπλοκότητα.

Πίνακας 1 Συγκεντρωτικά στοιχεία συσχέτισης εμβαδού-περιμέτρου νήσων Ελλαδικού χώρου.

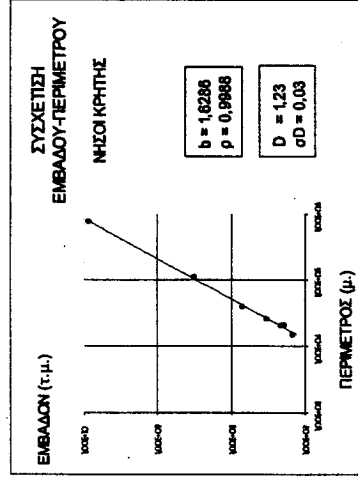
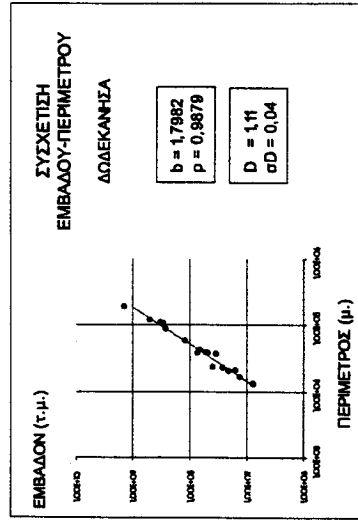
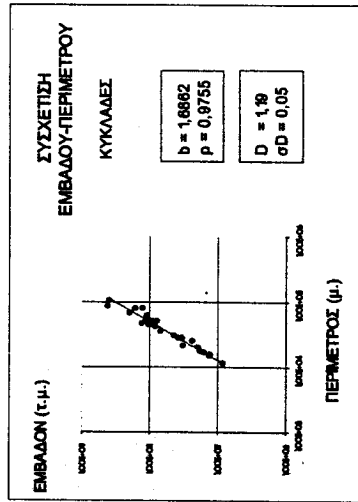
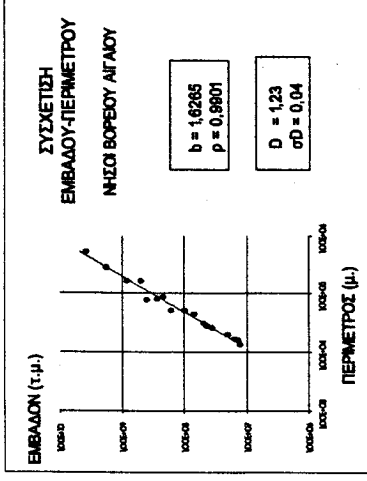
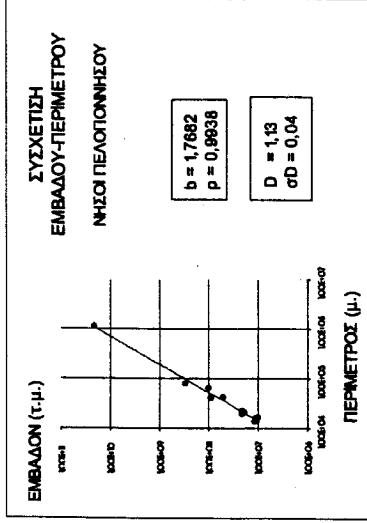
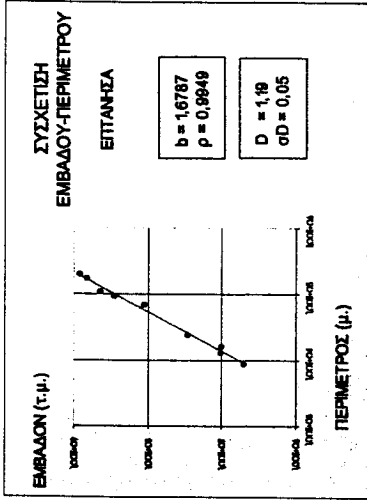
ΠΕΡΙΟΧΕΣ	ΝΗΣΙΑ	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ	ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΣΤΑΣΗ	ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ (σδ)
		(ρ)	(D)	
ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΑ	19	0,9879	1,11	± 0,04
ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΣ	12	0,9938	1,13	± 0,04
ΕΠΤΑΝΗΣΑ	9	0,9949	1,19	± 0,05
ΚΥΚΛΑΔΕΣ	27	0,9755	1,19	± 0,05
Β. ΑΙΓΑΙΟ	18	0,9901	1,23	± 0,04
ΚΡΗΤΗ	7	0,9988	1,23	± 0,03
ΕΛΛΑΔΑ	88	0,9993	1,18	± 0,02

Εξετάζοντας τις τιμές της κλασματικής διάστασης των νήσων του Ελλαδικού χώρου (πίνακας 1 και σχήμα 5) παρατηρείται ότι παρουσιάζουν σημαντικές μεταβολές. Οι ακτογραμμές των περιοχών των Δωδεκάνησων και των νήσων γύρω από την Πελοπόννησο παρουσιάζουν μικρή σχετικά πολυπλοκότητα. Οι ακτογραμμές των Επτανήσων και των Κυκλάδων εμφανίζουν μεσαία πολυπλοκότητα, η οποία ταυτίζεται ως τάξη μεγέθους με αυτήν που έχει το σύνολο της χώρας. Τη μεγαλύτερη πολυπλοκότητα παρουσιάζουν οι ακτογραμμές των νήσων του Β. Αιγαίου και των νήσων γύρω από την Κρήτη. Πρέπει να σημειωθεί, ότι το μέγεθος της εκτιμώμενης κλασματικής διάστασης των δύο τελευταίων περιοχών ($D=1,23$) είναι σημαντικά μεγάλο σε σχέση με τις κλασματικές διαστάσεις ακτογραμμών που έχουν μετρηθεί στα πλαίσια ερευνητικών εργασιών, με πίο πολύπλοκη τη δυτική ακτογραμμή της νήσου Βρετανίας που έχει την τιμή $D=1,25$ (Mandelbrot, 1967). Στο σχήμα 6 απεικονίζονται τα αποτελέσματα της εκτίμησης των τιμών της κλασματικής διάστασης των νήσων του Ελλαδικού χώρου με τη μορφή θεματικού χάρτη που αποδίδει την πολυπλοκότητά τους σε τρεις κατηγορίες συμβολισμένες με τρεις εντάσεις του γκρι.

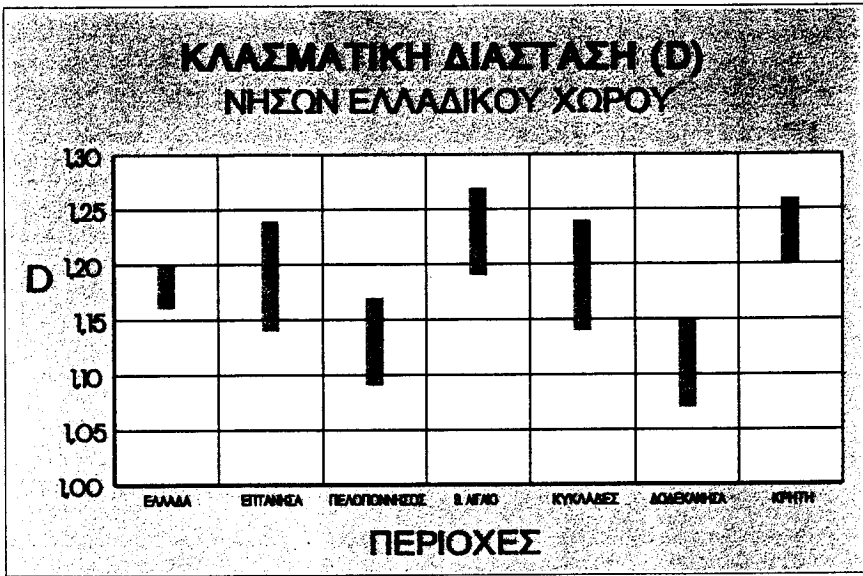
6. Συμπεράσματα

Ενα από τα σημαντικότερα προβλήματα που παρουσιάζονται κατά την υλοποίηση αυτοματοποιημένων τεχνικών στις διεργασίες της χαρτογραφίας εστιάζεται στη δυσκολία ή και πολλές φορές στην αγνόηση της ποσοτικής έκφρασης εκείνων των διεργασιών που έχουν έντονο υποκειμενικό χαρακτήρα. Οι υποκειμενικού χαρακτήρα διεργασίες αντιμετωπίζονται με επιτυχία, αλλά όχι ομοιόμορφο πάντα τρόπο, από έμπειρους χαρτογράφους στα πλαίσια δημιουργίας αναλογικών χαρτών. Τις περισσότερες φορές οι υποκειμενικής φύσης διεργασίες έχουν άμεση σχέση με την πολυπλοκότητα ή τραχύτητα των χαρτογραφικών δεδομένων. Η κλασματική γεωμετρία παρέχει ένα χρήσιμο θεωρητικό εργαλείο στην πλήρως αυτοματοποίηση της γενίκευσης εκφράζοντας ποσοτικά ορισμένα από τα υποκειμενικά χαρακτηριστικά των χαρτογραφικών δεδομένων μέσω της κλασματικής διάστασης.

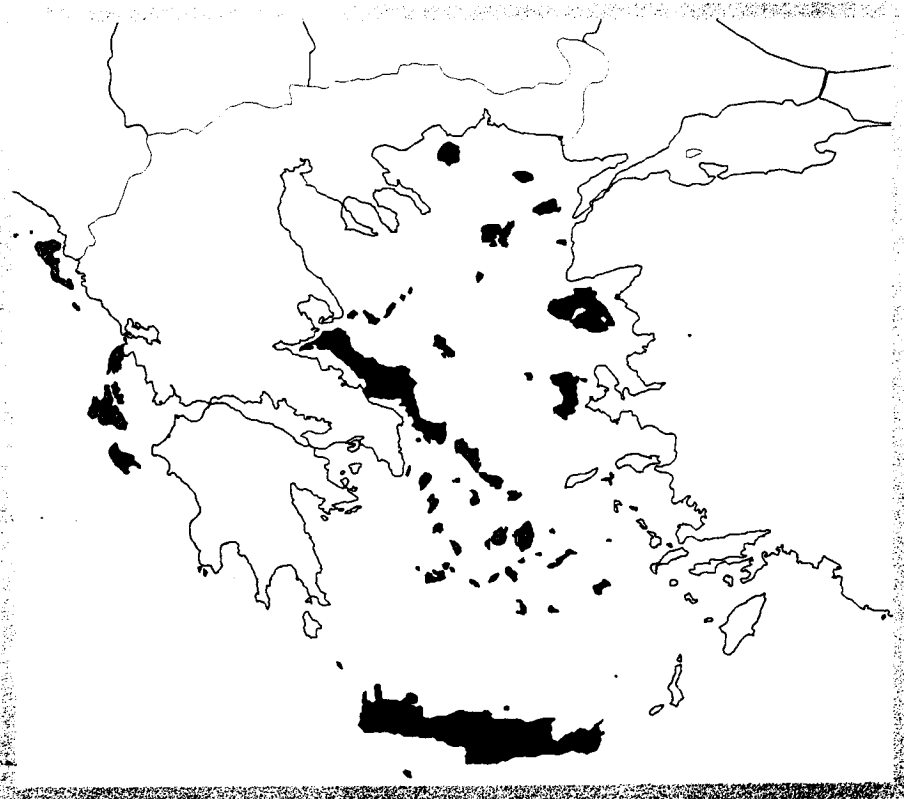
Σε εφαρμογές της τεχνολογίας των ΣΓΠ η αποθήκευση στη βάση δεδομένων της τιμής της κλασματικής διάστασης, ως παραμέτρου πολυπλοκότητας ή τραχύτητας των γεωγραφικών φαινομένων που αντιπροσωπεύουν, θα διευκόλυνε σημαντικά τη διαδικασία της γενίκευσής τους. Ακολουθώντας τη μεθοδολογία που αναπτύχθηκε στην εργασία αυτή ο προσδιορισμός της κλασματικής διάστασης μπορεί να γίνει με εύκολο και αξιόπιστο τρόπο.



Σχήμα 4 Οι συσχετίσεις εμβαδού-περιμέτρου για τις έξι περιοχές μελέτης



Σχήμα 5 Η κλασματική διάσταση των έξι περιοχών μελέτης.



Σχήμα 6 Ταξινόμηση νήσων Ελλαδικού χώρου σε μικρή-μεσαία και μεγάλη κλασματική διάσταση

7. Βιβλιογραφικές αναφορές

- Armstrong M. P. *Knowledge Classification and Optimization*. In Battenfield B. P. and McMaster (eds.), Map Generalization: Making Decisions for Knowledge Representation. Longman, London, 1991, pp. 86-102.
- Brassel K. E. and R. Weibel. *A Review and Conceptual Framework of Automated Map Generalization*. International Journal of Geographical Information Systems, Vol. 2, No. 3, 1988, pp. 229-244.
- Douglas D. H. and Peucker. *Algorithms for the reduction of the number of points required to represent a digitized line or its caricature*. The Canadian Cartographer, Vol. 10, No. 2, 1973, pp. 112-122.
- Feder J. *Fractals*. Plenum Press, New York, 1988, pp. 283.
- Jones C. B. and I. M. Abraham. *Line generalization in a global cartographic database*. Cartographica, Vol. 24, No. 3, 1987, pp. 32-45.
- Maling, D. H. *How Long is a Piece of String?* The Cartographic Journal, Vol. 5, No. 2, 1968, pp. 147-156.
- Mandelbrot B. B. *How Long is the Coast of Britain? Statistical Self-similarity and Fractional Dimension*. Science, Vol. 156, No. 3775, 1967, pp. 636-638.
- Mandelbrot B. B. *Les Objects Fractals: Form, Hasard et Dimension*. Flammarion, Paris, 1975.
- Mandelbrot B. B. *The Fractal Geometry of Nature*. W. H. Freeman and Co., San Francisco, 1977, pp. 365.
- Mandelbrot B. B. *Fractals: Form, Chance and Dimension*. W. H. Freeman and Co., New York, 1982, pp. 468.
- Mandelbrot B. B., D. E. Passoja and A. J. Paullay. *Fractal character of fracture surfaces of metals*. Nature, Vol. 308, April 19, 1984, pp. 721-722.
- McMaster R. B. *Automated Line Generalization*. Cartographica, Vol. 24, No. 2, 1987, pp. 74-111.
- McMaster R. B. *Introduction to Numerical Generalization in Cartography*. Cartographica, Vol. 26, No. 1, 1989, pp. 1-6.
- Muller J. C. *Generalization of Spatial Databases*. In Maguire D. J., M. F. Goodchild, and D. W. Rhind (eds.) Geographic Information Systems, Longman Pub., London, Vol. 1, 1991, pp. 457-475.
- Νάκος Β. *Ψηφιακή απεικόνιση χαρτογραφικών φαινομένων βασισμένη στη θεωρία της Κλασματικής Γεωμετρίας. Εφαρμογή στο τοπογραφικό ανάγλυφο με ψηφιακά μοντέλα*. Διδακτορική διατριβή. Τμήμα Αγρονόμων Τοπογράφων Μηχανικών, ΕΜΠ, Αθήνα, 1990, σελ. 200.
- Richardson L. F. *The Problem of Contiguity: An appendix of statistics of deadly quarrels*. General Systems Yearbook, 6, 1961, pp. 139-187.
- Robinson A. H., R. D. Sale, J. L. Morrison and P. C. Muehrcke. *Elements of Cartography*. John Wiley and Sons, New York, 1984, pp. 544.
- Shelberg M. C., N. Lam and H. Moellering. *Measuring the Fractal Dimensions of Surfaces*. Proceedings of AUTO-CARTO 6, 1983, pp. 517-524.
- Topfer F. and W. Pilliwizer. *Principles of Selection*. The Cartographic Journal, Vol. 3, No. 1, 1966, pp. 10-16.
- White E. R. *Assessment of Line-Generalization Algorithms Using Characteristic Points*. The American Cartographer, Vol. 12, No. 1, 1985, pp. 17-27.